

ELEMENTOS DO SABER PROFISSIONAL DO PROFESSOR: uma *geometria para ensinar* do Manual Prático de Pedagogia de Augusto Coelho

TEACHER'S PROFESSIONAL KNOWLEDGE ELEMENTS: a geometry for teaching of Augusto Coelho's Practical Manual of Pedagogy

Francisca Janice dos Santos Fortaleza¹

 ORCID iD: <http://orcid.org/0000-0001-7944-4752>

Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha²

 ORCID iD: <http://orcid.org/0000-0002-8022-2601>

Submetido: 16 de julho de 2020

Aprovado: 20 de agosto de 2020

RESUMO

Este texto apresenta resultados parciais de uma tese de doutoramento que está alinhada a um projeto amplo de investigação. O objetivo da tese é caracterizar uma *geometria para ensinar* a partir de manuais de pedagogia direcionados à formação de professores dos primeiros anos escolares no Brasil (1870-1920). Para este texto, objetivamos discutir elementos de uma *geometria para ensinar* expressos nas sistematizações de Augusto Coelho em um manual de pedagogia publicado entre 1892 e 1907. Para alcançarmos tal objetivo nos ancoramos nas reflexões viabilizadas pelo questionamento: que elementos de uma *geometria para ensinar* podem ser recompilados do *Manual Prático de Pedagogia* de Augusto Coelho?, considerando o que Valente (2018) propõe sobre como sistematizar informações dispersas, transformando-as em saberes. Os resultados parciais de que tratamos neste texto demonstram que a *geometria para ensinar* sistematizada por Coelho (s.d.) está pautada em um primeiro momento na orientação para utilização de sólidos tangíveis que viabilizem o avanço do concreto para o abstrato, por meio da decomposição destes, envolvendo, também, a recomposição das formas; e, posteriormente, do abstrato ao concreto, não mais por meio dos sólidos froebelianos, mas desenvolvendo figuras no quadro, o que faz com que esse concreto final seja caracterizado como a compreensão da geometria sistematizada. Assim, a formação do professor prepara-o para, nesse processo, conduzir os alunos a, por si só, analisar as formas geométricas num dado momento de sua existência e as variações pelas quais tais formas podem passar.

Palavras-chave: Saber profissional; Manuais de pedagogia; *Geometria para ensinar*.

ABSTRACT

This text presents partial results of doctoral thesis that is aligned to a broad project of investigation. The thesis's objective is characterize a *geometry for teaching* from pedagogy manuals directed to first years teachers formation in Brasil (1870-1920). For this text, we aim to discuss elements of a *geometry for teaching* express in the systematizations by Augusto Coelho in a pedagogy manual published between 1892 and 1907. To achieve this objective, we anchored in reflections made possible by questioning: what elements of a *geometry for teaching* can be recompiled of the Augusto Coelho's Practical Manual of Pedagogy? Considering what Valente (2018) proposes about how to systematize disperse informations, transforming it into knowledge. The partial results that we deal in this text demonstrate that the *geometry for teaching* systematized by Coelho (s.d.) is ruled in the first moment in the orientation for utilization of tangible solids that make if possible the advance from concrete to the abstract, through the decomposition these, involvin, also, the recomposition of forms; and, posteriorly, from abstract to the concrete, no longer through froebelian solids, but developing figures in the board, what makes that final concrete to be characterized as a comprehension of the systematized geometry. Thus, the formation of the teacher prepares it to, in this process, conduct the students to, by themselves, analyze their geometric forms in a given time of their existence and the variations in which such forms can pass.

Keywords: Professional knowledge; Pedagogy manuals; Geometry for teaching.

¹ Doutoranda pela Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará. Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66.075.510. E-mail: janice-fortaleza@hotmail.com.

² Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora titular do Instituto Federal do Pará (IFPA); Professora colaboradora da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará. Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66.075.510. E-mail: mlpcrocha@gmail.com.

1 Considerações iniciais

Atualmente, é recorrente a discussão entre estudantes de graduação e de pós-graduação, em particular no âmbito da Educação Matemática, acerca da dicotomia entre direcionamentos para o ensino e os conteúdos específicos, sobre como integrar ambos, pois o mais comum são discursos sobre teorias de ensino, dificilmente se mostra como integrá-los efetivamente ao ensino da matemática.

Essas discussões são relatadas, por exemplo, em pesquisas desenvolvidas por Fiorentini; Oliveira (2013), que apontam que ainda há na formação do professor de matemática uma “*quase tricotomia*” entre formação matemática, formação-didático pedagógica e prática profissional (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, 993, grifo dos autores); e Oliveira; Fiorentini (2015), que destacam que a disciplina didática especial da matemática (ou equivalentes), embora já sejam extremamente importantes para a formação do futuro professor de matemática, ainda precisa ser ressignificada, de forma que “é urgente que tanto a formação conceitual quanto a formação didático-pedagógica da matemática estejam articuladas e contextualizadas no cotidiano escolar do ensino e aprendizagem de matemática” (OLIVEIRA; FIORENTINI, 2015, s.p.).

De outra parte, relatos de experiência (SÁ; JUCÁ, 2017), e até mesmo pesquisas da pós-graduação (ALMEIDA, 2017), apontam estratégias de professores de matemática que são bem-sucedidas ao proporem o ensino dessa disciplina escolar de forma para além da exposição verbal de uma listagem de conteúdos para serem decorados. Mas, essas experiências estão dispersas, de forma que apresentam informações carregadas da subjetividade dos sujeitos que as viveu e experienciou, não sendo sistematizadas³ para serem passível de circulação e apropriação por outros professores independentemente do contexto.

Essas sistematizações não são simples e precisam de tempo para acontecer. E ainda, que tenham em conta como os campos disciplinares foram se constituindo, as relações entre as disciplinas específicas da matemática que integram a formação inicial dos professores e aquelas que são oriundas das ciências da educação (VALENTE *et al.*, 2017). Assim, é preciso que estudemos, em perspectiva histórica, como essas experiências docentes foram sendo sistematizadas de forma a fazerem parte da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática, o qual tem em conta a integração entre a matemática elaborada pela e para a escola e as ciências da educação, mutuamente dependentes.

A partir dos trabalhos recentes desenvolvidos no âmbito do Grupo de Pesquisa da História da Educação Matemática (GHEMAT), sobretudo a partir do projeto cujo título anuncia

³ O processo de sistematização tal como o entendemos será explicado na seção seguinte.

“A Matemática na Formação de Professores e no Ensino: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990” (VALENTE *et al.*, 2017), é possível observar que ao longo do tempo elementos da cultura escolar foram sendo sistematizados, objetivados⁴ e institucionalizados como integrantes da formação do professor que ensina matemática no Brasil, constituindo seu saber profissional.

A partir da apropriação teórica dos estudos de Hofstetter; Schneuwly (2017) sobre o que deve ser ensinado, o objeto de trabalho do professor, os saberes *a ensinar*, e o que deve o professor saber para ensinar, sua ferramenta de trabalho, os saberes *para ensinar*, Bertini; Morais; Valente (2017) elaboraram as categorias teóricas de *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*.

Em síntese, entendemos que a *matemática a ensinar* está atrelada ao “campo disciplinar matemático, tida como um objeto de ensino” (MACIEL; VALENTE, 2018, p. 168); é a matemática que deve ser ensinada, mas que, para além de uma listagem de conteúdos, também tem sua constituição atrelada, em cada tempo histórico, às “finalidades atribuídas à escola, da pedagogia reinante num tempo escolar, das concepções vigentes sobre matemática, [...]” (VALENTE, 2019b, p. 53). Já a *matemática para ensinar*, está pautada em saberes *para ensinar* matemática reelaborados pelo ofício docente, mobilizando a *matemática a ensinar* de determinado período, que caracteriza a “ferramenta para ensinar matemática” (MACIEL; VALENTE, 2018).

A partir de tais categorias, torna-se viável escrever sobre uma *geometria para ensinar*, a qual é um dos elementos do saber profissional do professor que ensina matemática. Vale ressaltar que a *geometria para ensinar* não está dissociada da *geometria a ensinar*, de forma que, mesmo nos casos em que o foco principal seja os aspectos que envolvem a geometria própria da formação, a *geometria para ensinar*, a discussão poderá perpassar, também, pela geometria do ensino, a *geometria a ensinar* mobilizada.

Este texto, em particular, apresenta resultados parciais de uma pesquisa de doutoramento que está imersa nesse contexto de pesquisa e que tem como objetivo caracterizar uma *geometria para ensinar* a partir de manuais de pedagogia direcionados à formação de professores dos primeiros anos escolares no Brasil entre 1870 e 1920. Para este texto, temos como objetivo discutir elementos da *geometria para ensinar* expressos nas sistematizações de

⁴ Consideramos que os saberes objetivados são aqueles que “[...] mostram-se como discursos sistematizados, prontos para serem mobilizados, com capacidade para circular. São comunicáveis de modo que se possa deles fazer uso e apropriação em diferentes contextos” (VALENTE, 2019a, p. 10).

José Augusto Coelho⁵ no manual de pedagogia publicado entre 1892 e 1907. Ressaltamos que nosso entendimento acerca de *geometria a e para ensinar* corresponde, em termos teóricos, às definições de, respectivamente, *matemática a e para ensinar*, sendo, apenas, que nos referimos a uma rubrica particular da matemática.

Para alcançarmos objetivo destacado nos ancoramos às reflexões viabilizadas pelo questionamento: que elementos de uma *geometria para ensinar* podem ser recompilados do *Manual Prático Pedagogia* de José Augusto Coelho? Esses elementos contribuem para a sistematização de uma *geometria para ensinar*, a qual consideraremos a partir do que escreve Valente (2018) e descrevemos a seguir.

2 A sistematização de uma geometria para ensinar

Tendo em vista as categorias teóricas de *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, das quais decorre a compreensão de *geometria para ensinar* que tratamos neste texto, Valente (2018) destaca que precisamos de algo a mais para conduzirmos a investigação. Então, o autor apropriou-se das ideias de Burke (2016), sobretudo das referências de processos de transformação de informação dispersas em saber, com o objetivo de “apontar como informações sobre experiências docentes vão sendo transformadas em saber ao longo da história da educação”, sendo, desse modo, “possível considerar etapas como recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes” (VALENTE, 2018, p. 380). Então, a análise histórica dos elementos e processos de constituição do saber profissional do professor que ensina matemática nos primeiros anos escolares pode ser metodologicamente realizada a partir dessas três etapas.

Para este texto, em particular, nos detemos a realizar apenas um ensaio da primeira etapa do processo de sistematização, recompilando a geometria própria da formação do professor dos primeiros anos escolares a partir de um manual de pedagogia. No entanto, cabe caracterizar, mesmo que brevemente, em que consistem as três fases destacadas, quando é possível considerar um número variado de manuais de pedagogia ou de outras fontes.

⁵ “José Augusto Coelho nasce em Sendim em 1850 e morre no Porto em 1925. Foi, de acordo com dados levantados por António Carlos Correia (2003), convidado, no início dos anos 80 do século XIX para ser professor na Escola Normal do Porto” (BOTO, 2010, p. 21). Historiadores da educação mencionam diversos autores de manuais de pedagogia e seus respectivos manuais. Estamos tratando de Augusto Coelho neste texto por ele ser o autor que tem mais obras, entre as localizadas, que dão destaque à geometria, além de este autor ter sido “em Portugal, ‘o iniciador, de fato, de um discurso pedagógico que supera o mero empirismo e que se inspira num modelo teórico que enquadra, orienta e legitima as práticas educativas escolares” (CORREIA, 2003, p.223, *apud* BOTO, 2010, p. 21).

A recompilação de experiências docentes envolve a seleção de informações que constam em materiais, tais como, revistas pedagógicas, livros didáticos, manuais pedagógicos, legislação de ensino, que viabilizem a compreensão acerca do que era proposto para formar o professor no que se refere ao desenvolvimento do trabalho pedagógico. Assim, “o conjunto obtido de tal procedimento de pesquisa representa uma coleção de conhecimentos dispersos num dado tempo histórico” (VALENTE, 2018, p. 330).

A segunda etapa, assim como a seguinte, não será realizada neste texto, haja vista que neste momento nos detemos à recompilação de apenas um manual, mas consideramos necessário explicá-las para que o leitor entenda o sentido da escrita deste texto dentro de um contexto maior. Na análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, uma nova seleção é realizada, a qual deve ter por finalidade separar as informações sobre experiências docentes que são convergentes, que possam revelar tendências das quais se possa construir consensos, o que poderá nos revelar se tal saber se manteve estável no período estudado e em que termos isso aconteceu (VALENTE, 2018).

A última etapa do processo proposto é a sistematização e análise do uso dos conhecimentos como saberes. Nesta fase, devemos organizar os consensos destacados na etapa anterior, de modo que os conhecimentos, as informações dispersas, possam ser vistos como saberes (VALENTE, 2018). Assim, quando tivermos um conjunto de fontes, poderemos caracterizar o saber profissional do professor, ou elementos dele, específico de um período e não apenas de um manual.

Observamos que nas denominações das etapas do processo de sistematização, Valente (2018) usa as expressões experiências e conhecimentos⁶ docentes. Destacamos que no caso deste texto a fonte privilegiada é um manual de pedagogia, no qual o autor já apresenta suas experiências de forma sistematizada, de modo que, em certa medida, é possível notar a independência do saber do conhecedor (BURKE, 2016), embora dentro um contexto temporal amplo cada manual exponha um fragmento do todo que permeou aquele período, e pode ser considerado como informação dispersa dentro desse contexto espaço-temporal. Essa constatação inicial de que o manual já apresenta sistematizações se faz necessária de ser mencionada de antemão, porque precisamos destacar que os termos experiências e conhecimentos parecem não se aplicar à denominação das etapas metodológicas na nossa pesquisa.

⁶ “[...] Ligado à subjetividade, às experiências vividas pelo sujeito, meios implícitos da ação, do raciocínio” (VALENTE, 2018, p. 381).

Assim, refinamos a denominação da fase que nos propomos a desenvolver neste artigo como *recompilação de elementos de uma geometria para ensinar em manuais de pedagogia*, de modo que nos detemos a recompilar os elementos de uma *geometria para ensinar* expressos no *Manual Prático de Pedagogia* de José Augusto Coelho, buscando fazer emergir informações que nos possibilitem compreender acerca do que era proposto para formar o professor no que se refere ao desenvolvimento do trabalho pedagógico quando do ensino de geometria.

Os elementos que, até então, elegemos como integrantes da constituição de uma *geometria para ensinar* e que buscamos identificar e discutir na análise do manual são a *geometria a ensinar* mobilizada, os saberes *para ensinar* geometria: os materiais de ensino indicados, a marcha de ensino, os processos de apresentação e generalização; e o pedagogo de referência, o qual pode não fazer parte diretamente da constituição da geometria em questão, mas sua identificação sinaliza a filiação do autor do manual a determinado ideário pedagógico que pode estar fundamentado a sistematização da *geometria para ensinar*.

3 Recompilando elementos de uma *geometria para ensinar*: um manual de José Augusto Coelho

Entre as décadas finais do século XIX e as iniciais do século XX a profissão de ensinar passou a requerer princípios de ordem teórica, visto que ter conhecimento do que se ensinaria, dos conteúdos de ensino, já não se mostrava suficiente. Então, a pedagogia foi ganhando status de ciência responsável pelas coisas da educação, “o saber pedagógico ganhava, progressivamente, estatuto de conhecimento científico; e se fazia marcar por um discurso explicitamente prescritivo” (BOTO, 2010, p. 17-18).

Foi nesse cenário histórico-educacional que os manuais de José Augusto Coelho, entre eles *Manual Prático de Pedagogia*, foram publicados. Pesquisas como a de Trevisan (2011) já apresentam as principais características desses manuais. Neste texto, em particular, nos deteremos a recompilar os elementos *de uma geometria para ensinar* extraídos do *Manual Prático de Pedagogia para uso dos professores em geral e em especial dos professores de ensino médio e primário*⁷.

⁷ Reportar-nos-emos a tal manual apenas como *Manual Prático de Pedagogia*. Como o subtítulo indica, esse manual era direcionado ao uso dos professores em geral e em especial dos professores do ensino médio e primário, mas o exemplar que compulsamos tem o carimbo da escola normal de São Paulo, o que indica que ele circulou nesse espaço. Também, Nery (2014) afirma que o referido manual aparece na biblioteca da Escola Normal Primária de Piracicaba. Então, poderíamos consideramos que ele integrou a formação institucional de professores primários no estado de São Paulo, e quiçá de outros estados brasileiros.

Ao compulsarmos o referido manual notamos que não consta na obra sua data de publicação. No entanto, podemos inferir que esta deve estar entre 1892 e 1907, pois no manual *Noções de Pedagogia Elementar*, que data de 1907, Augusto Coelho indica a leitura do *Manual Prático de Pedagogia*, e este, por sua vez, recomenda a leitura de *Princípios de Pedagogia*, de 1892.

A partir da introdução, *Manual Prático de Pedagogia* conta com dois títulos, Didática Geral e Didática Especial, os quais são divididos em seções, subseções e capítulos. Na Seção I do título Didática Especial do manual, Coelho (s.d.) escreve, na Subseção II, acerca do que ele chama de “ciências concretas”, sendo as ciências dos agregados as primeiras das quais ele fala, que se ocupam de “tudo quanto se compreende por esta denominação – *agregados reais* ou *ideais*, isto é, as moléculas, os minerais, [...] e, como uma abstração ideal, as formas do espaço” (COELHO, s.d., p. 299, grifo do autor). Nesse momento, ao afirmar que “estes agregados são, é evidente, verdadeiros concretos que podem decompor-se por análise e recompor-se por síntese” (COELHO, s.d., p. 299), notamos elementos dos saberes *para ensinar geometria*⁸ que poderão compor a estruturação de uma *geometria para ensinar*.

Em se tratando das ciências dos agregados, Coelho (s.d.) as relaciona aos processos de ensino como um campo em que se pode aplicar com facilidade processos empíricos, pois correspondem a realidades tangíveis, “de objetos capazes de influir nos nossos sentidos pelas suas propriedades” (COELHO, s.d., p. 305). Essas são considerações que destacam a mobilização dos sentidos junto à tangibilidade de objetos para a compreensão de suas propriedades em abstrato, o que podemos considerar como saberes *para ensinar geometria* que integram importante elementos da *geometria para ensinar* sistematizada pelo autor.

Augusto Coelho (s.d.) organizou instruções formativas que apresentavam especificações para o ensino de diferentes matérias escolares, que eram apresentadas de forma a contribuir para a constituição do saber profissional de qualquer professor. A sistematização referente à geometria está posta pelo autor no manual em questão sob o título “ensino da geometria sistêmica”. De início, o autor se dispõe a explicar o objeto da geometria sistêmica, caracterizando-o como “a *extensão* em abstrato, isto é, a própria extensão dos seres, reais e resistentes, considerada em toda a sua pureza ideal (COELHO, s.d., p. 305-306, grifo do autor). O autor não explica o que seria “toda a sua pureza ideal”, mas podemos entender que seja a totalidade das propriedades inerentes à extensão em abstrato.

⁸ Análogo a saberes *para ensinar matemática*: “[...] um conjunto de saberes colocados na grade de formação de professores. [...] eles seriam o saber de formação do professor” (BERTINI; MORAIS; VALENTE, 2017, p. 68). Então, consideramos que saberes *para ensinar geometria* são saberes *para ensinar* que podem ser mobilizados para o ensino de diferentes matérias, inclusive e particularmente a geometria.

Em termos didáticos, a extensão em abstrato consiste em um objeto ideal que deverá ser compreendido, que, nas palavras do autor, há de aparecer à inteligência do aluno, há de ter sua compreensão construída na mente do aluno, partindo de forma gradual das próprias formas concretas e reais, dos sólidos geométricos. Com isso, o autor já indica que o ensino de geometria deve acontecer a partir das formas cuja extensão real representa o “palpável”. Então, completa que, por isso, “a prática pedagógica de iniciar, nas escolas infantis, a apresentação das formas geométricas puras pela apresentação dessas formas concretizadas em sólidos” (COELHO, s.d., p. 306). Percebemos, aqui, que o emprego de objetos tangíveis e a ideia de iniciar pelos sólidos são elementos que corroboram para a caracterização de uma *geometria para ensinar*.

Essa característica que mobiliza as formas geométricas concretizadas em sólidos para dar início a graduação do ensino de geometria, são referendadas pelo autor no sistema froebeliano. Assim, podemos perceber que Coelho (s.d.) sugere lançar mão de pressupostos teóricos vindos de Froebel e transforma-os em procedimentos didáticos que se caracterizam como ferramenta do trabalho do professor *para ensinar geometria*.

Coelho (s.d.) defende que o mundo da extensão seja limitado de acordo com o objeto geral de ensino a ser tratado, “pois que a extensão em *abstrato* não é propriamente um elemento componente desse objeto, mas um elemento dele derivado por via da abstração operada nos seus elementos reais” (COELHO, s.d., p. 306, grifo do autor). Com isso, percebemos o cuidado necessário para que não se confunda o objeto real utilizado no ensino com a abstração decorrente dele, o que mostra o quão necessário é o domínio da *geometria a ensinar*, haja vista que nesse processo o professor deve conhecer a geometria que vai ensinar em um nível que o permita a não limitá-la ao estudo operado em elementos reais, e, ainda, que a extensão em abstrato é uma construção ideal, que não está posta, mas que pode ser apreendida de tais elementos.

Ainda sobre a ideia de limitar o estudo da extensão conforme o objeto de ensino, o autor afirma que “[...] uma primeira limitação circunscreverá o objeto de geometria a apresentar ao aluno – ao da geometria *métrica*; por outro lado, o da *planimetria* irá apenas até ao estudo das seções cônicas e o da *estereometria* até ao das formas sólidas àquelas correlativas” (COELHO, s.d., p. 306, grifos do autor). Essas considerações sobre a limitação da geometria a ser tomada como objeto de ensino, que envolve as formas geométricas planas e espaciais e suas respectivas medidas, reiteram que o saber profissional do professor para ensinar geometria constitui-se, também, necessariamente, do domínio da *geometria a ensinar*, pois enquanto o autor trata de diretivas que formam o professor especificamente para a prática de ensinar geometria, também se preocupa em estabelecer conexão com a geometria que deve ser ensinada.

Tendo limitado o objeto geral do ensino da geometria na formação do professor dos primeiros anos escolares, Coelho (s.d., p. 307) apresenta como as formas geométricas se decompõem: “1º - As formas sólidas – em superficiais; 2º - As superficiais – em linhas; 3º - As linhas em pontos”. Essa decomposição não é explicada pelo autor como ordem metódica, como ele explicita mais adiante, mas é elemento constituinte do saber profissional do professor *para* ensinar geometria, haja vista que será mobilizada por este para a promoção do ensino de geometria.

Dada a compreensão desse processo, Coelho (s.d., p. 307) enfatiza que “cada um desses abstratos principais pode, agora, decompor-se em novos elementos; e assim: os sólidos decompõem-se em ângulos diedros, em ângulos sólidos. etc; as superfícies, quando limitadas, nas linhas limitantes, em ângulos diedros”. Logo, o autor esclarece mais ainda sobre como pode dar-se a decomposição após ter conhecimento do todo (das formas sólidas aos pontos), que pode decompor um cubo em quadrados, por exemplo, explicando ângulos sólidos, diedros, os quais são formados por mínimo de três e duas faces adjacentes, respectivamente.

Ao tratar especificamente da ordem metódica dos elementos da geometria, o autor a divide em duas fases. Vale destacar que essas fases não se referem a uma aula ou ao ensino de um conteúdo geométrico específico, e sim, ordenam todo o conteúdo da matéria. Na primeira delas a orientação é para “operar-se, *avançando do concreto para o abstrato por via de decomposição e recomposições sucessivas* das formas geométricas” (COELHO, s.d., p. 310, grifo nosso). O autor anuncia que devemos apresentar aos alunos o seguinte:

- 1.º As formas da extensão em si e, neste caso –
 - a) As formas sólidas, como são: o cilindro, a esfera, o cone, etc.;
 - b) As formas superficiais, como são: o quadrado, o triângulo, etc.;
 - c) As formas lineares;
 - d) Os pontos. (COELHO, s.d., p. 310).

A indicação de seguir do concreto para o abstrato, numa marcha analítica dos objetos geométricos, apresenta-se em dois sentidos. Um, refere-se à utilização de objetos tangíveis, concretos, até que se chegue à conceituação, e, o outro, a seriação estabelecida pela ordem de abstração dos elementos geométricos. Conforme Coelho (1892), o professor deve iniciar o aprendizado geométrico pelas formas sólidas “por serem as mais concretas” (COELHO, 1892, p. 162). Assim, o processo de análise que leva do todo para as partes, segundo a visão de Coelho (s.d.), é uma forma de seguir do concreto para o abstrato, já que o autor considera as formas sólidas as mais concretas, as planas como abstratos de primeira ordem, as lineares de segunda e o ponto como abstrato de terceira ordem (COELHO, 1892).

Logo, a decomposição media a passagem do concreto (formas sólidas e objetos tangíveis) para o abstrato (ponto, quando também se recorre a objetos tangíveis) de toda a geometria que compõe a matéria de ensino, e também de cada elemento individualmente; e a recomposição vai mediando gradualmente a passagem do abstrato (ponto) ao concreto (formas sólidas) à medida que cada elemento que vai sendo estudo naquele processo colabora para a compreensão do anterior em abstrato, agora entendido como a compreensão sistematizada das formas dada pela generalização das propriedades evidenciadas no processo.

Isso significa que na disposição da geometria como ferramenta de trabalho, nesse momento da primeira fase, enquanto está indo das formas espaciais ao ponto, do concreto ao abstrato, para cada objeto de ensino também está seguindo do abstrato ao concreto, pois a cada forma que se decompõe, ao recompô-la já é agregada à sua compreensão elementos abstratos de outra ordem, cujo conhecimento já foi dado. Ao decompor o cubo, por exemplo, e estudar o quadrado a partir dele, quando o cubo é recomposto suas propriedades já podem começar a serem observadas, ele já pode ser entendido como uma composição de quadrados congruentes.

Como apresentado, as primeiras formas geométricas a serem ensinadas deveriam ser aquelas que possuem objeto representativo tangível, isto é, os sólidos. Assim, a marcha de ensino acontece do concreto para o abstrato, quando são realizadas decomposições e recomposições, a partir das quais a compreensão das propriedades abstratas vai sendo gradativamente construída. Para o segundo momento da primeira fase o autor destaca as relações de equivalência entre as formas geométricas. Relações entre: linhas e a unidade linear; superfícies e a sua respectiva unidade, as áreas; capacidade e sua unidade, os volumes, indicando que o ensino de tais equivalências inclui praticamente todo o sistema métrico decimal. Nesse momento, percebemos um movimento do abstrato ao concreto em relação à ordem de abstração das medidas das figuras geométricas.

Na segunda fase da ordem metódica dos elementos da geometria “se deve descer do abstrato para o concreto operando como que uma decomposição geral do objeto da ciência” (COELHO, s.d., p. 311). Com isso, percebemos que o autor propõe que o ensino se dê em um primeiro momento do concreto para o abstrato, mas que desse abstrato se volte ao concreto, tendo, então, que para se compreender a geometria (*a ensinar*) como um todo é preciso avançar no sentido concreto-abstrato-concreto, em que este último concreto seria a concretização da compreensão sistematizada da geometria. Segundo o autor, nessa ida do abstrato ao concreto “será então apresentada a geometria métrica *verdadeiramente sistematizada* como ciência já constituída” (COELHO, s.d., p. 311, grifo do autor).

Essas orientações caracterizam elementos de uma *geometria para ensinar* em que as decomposições dos objetos tangíveis podem levar do concreto ao abstrato, que se concretiza à medida que o objeto for compreendido, e as recomposições possibilitam ir do abstrato ao concreto, compreendido agora por meio das propriedades abstratas.

De acordo com Coelho (s.d.), as formas geométricas têm que ser analisadas somente sob os seguintes aspectos: “1.º Num dado momento da sua existência, isto é, como formas *realizadas*, considerando – a) Os *elementos* constitutivos dessas formas; b) A *associação* desses elementos em ordem a constituí-las” (COELHO, s.d., p. 307, grifos do autor). Assim, podemos perceber que esse aspecto pode ser viabilizado pelo processo de decomposição e recomposição dos objetos geométricos ao longo do processo de ensino, o qual avança de acordo a ordem crescente de abstração das formas apresentada pelo autor, e depois segue a marcha decrescente, sendo que a partir do estudo do cubo, por exemplo, é possível despertar o entendimento da forma do cubo e ao decompô-lo destacar os elementos que o compõe, e ao recompô-lo associar tais elementos destacando que o ponto compõe as linhas, estas as formas planas e estas as espaciais.

O segundo aspecto a ser analisado consiste “nas variações por que podem passar essas formas, supondo-as geradas pelo movimento de um ponto ou de uma linha ou de uma superfície, deslocando-se no espaço” (COELHO, s.d., p. 307). Nesse sentido, se movimentarmos uma linha das quatro de mesma medida que formam quatro ângulos congruentes e limitam um quadrado, este não terá mais tal forma. Assim, a análise dessas variações pode ficar mais evidente no processo de recomposição das formas geométricas, quando já se conhece os abstratos de todas as ordens, indo do abstrato ao concreto, compreendido então a partir da recomposição de formas abstratas de ordem superior.

Ao passar do abstrato ao concreto, e apresentar a geometria como ciência constituída, o autor afirma que, assim, ofereceremos ao aluno: “as experiências empíricas primitivas, destinadas a servir de ponto de partida à geometria” (COELHO, s.d., p. 311). Sobre as propriedades primitivas o autor afirma que estas são em número muito restrito, que são “destinadas a caracterizar propriedades evidentes, alguns princípios incontestáveis acerca da sobreposição de retas ou planos [...]. Essas propriedades são verdadeiramente *empíricas*”, isto é, são noções primitivas que não possuem definição específica, mas que são o ponto de partida para a construção dos conhecimentos referentes à geometria (COELHO, s.d., p. 309, grifo do autor). Essas experiências empíricas primitivas podem ser construídas principalmente no processo recomposição das formas, quando o marco de partida é ponto.

A outra propriedade sobre a qual se passará a ter conhecimento quando for apresentada a geometria sistematizada, são as propriedades derivadas, as quais “constituem a quase totalidade da ciência, são extraídas daquelas [as primitivas] pela força do raciocínio”, são propriedades aceitas como verdadeiras ou demonstráveis (COELHO, s.d., p. 309-310). Essas propriedades devem ser consideradas: “a) Acerca das formas *isoladas*, passando das linhas às superfícies e das superfícies aos sólidos”, o que pode ser percebido na recomposição das formas: da linha ao quadrado, deste ao cubo, por exemplo; e, também, “b) Acerca das formas *comparadas*, sob os pontos de vista de igualdade, semelhança, equivalência e simetria” (COELHO, s.d., p. 311, grifos do autor). Então, conhecidas as propriedades primitivas e derivadas, as formas isoladas e comparadas, certamente desencadeará a generalização das propriedades das formas estudadas, chegando a sua compreensão em abstrato.

Sobre os processos educativos, considerando as duas fases da ordenação metódica que destacamos, o autor afirma que “na primeira fase, a apresentação por meio dos sólidos froebelianos está naturalmente indicada; na segunda, está a apresentação por meio de figuras traçadas no quadro” (COELHO, s.d., p. 311). Então, na primeira fase, as formas tangíveis auxiliam no avanço do concreto ao abstrato, das formas sólidas ao ponto; enquanto na segunda, parte-se do abstrato ao concreto por meio da recomposição gráfica das formas, de maneira a concretizar a compreensão dos aspectos abstratos que sistematizam a geometria enquanto ciência já constituída.

De outra parte, a função educativa do estudo de geometria “apura admiravelmente, no aluno, poder de *abstração e dedução*” (COELHO, s.d., p. 311). Desse modo, o autor justifica o ensino da geometria destacando que a sua compreensão viabiliza a sua capacidade de abstração e dedução em relação aos saberes de outras áreas.

4 Considerações finais

Para discutirmos o saber profissional do professor que ensina matemática precisamos entender a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* como mutuamente dependentes, em que a *geometria para ensinar*, em particular, é uma ferramenta de trabalho de tal professor que se caracteriza como elemento do seu saber profissional. Outro elemento que corrobora para a constituição desse saber profissional é *geometria a ensinar*. Esta geometria não é nosso foco de investigação neste texto, mas ao tratar da *geometria para ensinar*, a geometria da formação, também podemos, e talvez seja inevitável, destacar a geometria do ensino, a *geometria a ensinar* mobilizada na elaboração daquela geometria. Ao respondermos à questão que nos

norteou para a escrita deste texto: que elementos de uma *geometria para ensinar* podem ser recompilados do *Manual Prático Pedagogia* de José Augusto Coelho? Poderemos evidenciar as características dessa geometria em um momento histórico específico, que corresponde a o período de produção e circulação do manual.

Na análise do “ensino da geometria sistêmica” percebemos que Coelho (s.d.) evidenciou sua filiação a Froebel, particularmente no que se refere a utilização de formas geométricas concretas como ponto de partida para o ensino de geometria nas escolas infantis, para que se pudesse desprender o abstrato do concreto, gradualmente. Assim, observamos que Augusto Coelho (s.d.) contempla na constituição do saber profissional do professor que ensina matemática aspectos da pedagogia contemporânea a ele, a qual remete ao método intuitivo.

O autor sistematiza um saber voltado para o ofício do professor em que a marcha do concreto para o abstrato instrui não apenas a utilizar objetos concretos, mas também a graduar o ensino de acordo como as formas geométricas se decompõem, indo das formas sólidas ao ponto, decompondo-as e recompondo-as sucessivamente. No entanto, essas características remetem apenas a uma fase da ordenação metódica proposta pelo autor. Há uma segunda fase em que se deve partir do abstrato ao concreto, o que pode ser caracterizado como o momento de concretização do abstrato.

Portanto, Augusto Coelho (s.d.) sistematiza uma *geometria para ensinar* e ela está pautada, em um primeiro momento, na utilização dos sólidos concretos que viabilizem o avanço do concreto para o abstrato, por meio de decomposição e recomposição, a qual vai possibilitando, nesse processo, uma volta gradual do abstrato ao concreto para cada forma geométrica, à medida que os objetos geométricos vão aumentando a ordem de abstração.

No segundo momento, considerando a geometria como “ciência construída”, passa-se do abstrato ao concreto, não mais por meio dos sólidos froebelianos, mas desenvolvendo figuras no quadro, o que faz com que esse concreto final seja caracterizado como a compreensão da geometria sistematizada. Nesse ponto, a geometria específica da formação do professor orienta-o para, nesse processo, conduzir os alunos a, por si só, analisar as formas geométricas num dado momento de sua existência, considerando os elementos que as compõem e a associação destes na constituição dessas formas, além das variações pelas quais tais formas podem passar.

O autor demonstrou o quão necessária a *geometria a ensinar* é à constituição da *geometria para ensinar*, sobretudo ao explicar a necessidade de limitar o que se entende por extensão de acordo com o objeto de ensino e definir a geometria que deve ser objeto de ensino. De modo geral, a sistematização da *geometria para ensinar* como elemento do saber profissional do professor requer a *geometria a ensinar* como pressuposto.

Assim, percebemos que a obra de Coelho (s.d.) se alinha à perspectiva pedagógica de sua época que considerava que saber apenas os conteúdos não era mais suficiente para ensinar. Mais que apresentar princípios de ordem teórica, Augusto Coelho (s.d.) sistematiza tais princípios no *Manual Prático de Pedagogia* segundo os conteúdos de ensino, evidenciando que a modernização pedagógica os requeria como mutuamente dependentes na constituição do saber profissional do professor. Portanto, o autor recorreu aos saberes *para* ensinar geometria e a *geometria a ensinar*, e sistematizou uma *geometria para ensinar* como saber específico do ofício do professor que ensina matemática.

5 Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

6 Referências

ALMEIDA, W. N. C. **A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática**: o problema das formas em um Clube de Ciências. 2017. 109 f. Dissertação (Mestrado em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

BERTINI, L. de F.; MORAIS, R. dos S.; VALENTE, W. R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar**: novos estudos sobre a formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BOTO, C. J. M. C. dos R. A. Compêndios pedagógicos de Augusto Coelho (1850-1925): a arte de tornar ciência o ofício de ensinar. **História da Educação**, Pelotas, v. 14, n. 30, p. 9-60, 2010. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/asphe/>. Acesso em: 27 mai. 2019.

BURKE, P. **O que é história do conhecimento?** 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2016.

COELHO, J. A. **Manual Prático de Pedagogia**. Porto: Livraria e Editora José Figueirinhas Júnior, [entre 1892 e 1907].

COELHO, J. A. **Princípios de pedagogia**. Tomo II. São Paulo: Teixeira & Irmão Editores, 1892.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n47/11.pdf>. Acesso em: 06 de nov. 2019.

HEILAND, H. **Friedrich Fröbel**. Tradução: Ivanise Monfredini. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. (Coleção Educadores).

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema fundamental para as profissões do ensino e da formação. *In*: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Orgs.) **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

MACIEL, V. B.; VALENTE, W. R. Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: o Compêndio de Pedagogia de Antônio Marciano da Silva Pontes. **Amazônia**, [s.i.], v. 14, n. 31, p. 165-180, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/index>. Acesso em: 04 dez. 2018.

NERY, A. C. B. Biblioteca escolar, pedagogia e formação de professores: livros da Escola Normal de Piracicaba (1896-1951). *Linha Mestra*, [s.i.], n. 24, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/115345>. Acesso em 11 out. 2018.

OLIVEIRA, A. T. de C. C. de; FIORENTINI, D. o papel e o lugar da didática específica na formação inicial do professor de matemática. *In*: 37ª Reunião Anual da ANPED. Anais [...]. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2015. Disponível em: <http://www.anped.org.br/sites/default/files/trabalho-gt19-4183.pdf>. Acesso em: 11 out. 2019.

SÁ, P. de F.; JUCÁ, R. de S. (Orgs.). **Matemática por atividade**: experiências didáticas bem-sucedidas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2017.

TREVISAN, T. A. **História da disciplina Pedagogia nas escolas normais do estado de São Paulo (1874-1959)**. 2011. 220f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2011.

VALENTE, W. R. Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 20, n. 3, p. 377-385, 2018b. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/viewFile/3906/3178>. Acesso em: 31 out. 2018.

VALENTE, W. R. Programas de ensino e manuais escolares como fontes para estudo da constituição da *matemática para ensinar*. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciências e Tecnologia, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 51-63, 2019b. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/>. Acesso em: 29 nov. 2019.

VALENTE, W. R. Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. **Revista História da Educação (Online)**, [s.i.], v. 23, p. 1-22, 2019a. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/asphe/article/view/77747>. Acesso em: 08 abr. 2019.

VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; PINTO, N. B.; MORAIS, R. S. **A Matemática na Formação de Professores e no Ensino**: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990. Projeto de Pesquisa. São Paulo: FAPESP, 2017. Disponível em: <http://bv.fapesp.br/pt/auxilios/98879/a-matematica-na-formacao-de-professores-e-no-ensino-processos-e-dinamicas-de-producao-de-um-saber-p/?q=17/15751-2>. Acesso em 28 jan. 2019.