UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICA
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

JUSSARA BRIGO

AS FIGURAS GEOMÉTRICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE HISTÓRICA NOS LIVROS DIDÁTICOS

FLORIANÓPOLIS
2010

Jussara Brigo

As figuras geométricas no ensino de matemática: uma análise histórica nos livros didáticos

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica pelo curso de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, área de concentração de Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Cláudia Regina Flores

Florianópolis
2010

Catalogação na fonte pela Biblioteca Universitária da
Universidade Federal de Santa Catarina

B856f Brigo, Jussara

As figuras geométricas no ensino de matemática [dissertação]: uma análise histórica nos livros didáticos / Jussara Brigo; orientadora, Cláudia Regina Flores. – Florianópolis, SC, 2010.

162 p.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação científica e tecnológica. 2. Geometria - Estudo e ensino. 3. Educação matemática - História. 4. Movimento da matemática moderna. 5. Livro didático. I. Flores, Cláudia Regina. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

CDU 37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

"AS FIGURAS GEOMÉTRICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE HISTÓRICA NOS LIVROS DIDÁTICOS"

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 11/02/2010

Drª. Cláudia Regina Flores (Orientadora) Claudia Flores

Dr. Wagner Rodrigues Valente (Examinador)

Drª. Neri Terezinha Both de Carvalho (Examinadora) Carvalho

Drª. Jane Bittencourt (Suplente)

Drª. Suzani Cassiani de Souza
Coordenadora do PPGECT

Jussara Brigo
Florianópolis, Santa Catarina, fevereiro de 2010.

AGRADECIMENTOS

A professora Cláudia Regina Flores pela orientação desta dissertação, por toda sua atenção e dedicação nesses dois anos de caminhada.

Aos professores Henrique Manuel Alonso da Costa Guimarães, Neri Terezinha Both de Carvalho e Wagner Rodrigues Valente pelas leituras e sugestões apontadas na análise do projeto e na defesa.

Aos professores do PPGECT, obrigada pela luz, força e incentivo.

Aos funcionários da Secretaria Estadual da Educação que não mediram esforços para pudéssemos ter acesso aos documentos normativos de Santa Catarina da década de 70, em especial ao Cylo, Élcio, João e a Bibliotecária Graça.

Ao presidente do Conselho Estadual de Educação o professor Adélcio Machado dos Santos.

A querida Bethi, secretária do PPGECT pelos momentos de alegria e angústia compartilhados.

Aos meus colegas de mestrado Aline, Jeferson, Karine e Mário. Em especial e amiga Cristiani Maria Kusma Rocco minha cúmplice de tantas experiências.

Aos professores, colegas e amigos do NUPA (Taneja, Edel, Tatiana) que me incentivaram e torceram muito por mim.

Aos membros do grupo GECEM (Bob, Cintia, Cláudia, Débora, Josiane, Ivone, Gislaine, Hellen e Rosilene) pelos momentos de leitura e discussões teóricas e metodológicas.

Ao meu esposo pela compreensão e todo apoio.

Aos meus pais e meus dois irmãos, pela força e carinho.

A todos os meus familiares que compreenderam a ausência em reuniões familiares nos finais de semana e ainda me incentivaram a continuar lutando.

As amigas Zaira e Fernanda pelo incentivo e por ouvirem e aconselharem nos momentos difíceis.

Dedico este trabalho ao grande amor da minha vida, meu filho Victor, pelo sorriso e gratidão. E a certeza de que um dia entenderá as muitas "presenças" ausentes nesses dois anos de caminhada...

RESUMO

Esta dissertação de mestrado está inserida no âmbito da História do Ensino da Matemática. Situa-se num passado recente para compreender como e com que propósito as figuras geométricas apareceram nos livros didáticos de matemática da década de 70, do século XX. Tomou-se esta década por se tratar de um dos momentos em que o ensino secundário de Matemática sofreu várias mudanças devido ao Movimento da Matemática Moderna (MMM). No âmbito desse movimento a geometria teria sido um dos conteúdos que mais sofreu alterações quanto ao conteúdo e aos métodos. Sendo assim, identificaram-se as orientações do MMM, tomando-se como objeto de análise as figuras geométricas. Com base nessas informações, foram analisados quatro documentos normativos de Santa Catarina, referentes à década de análise, observando como as figuras foram apontadas nos conteúdos, nas orientações e nas atividades. Constatou-se que a presença das figuras geométricas, nos documentos normativos catarinenses, estava relacionada com o que era proposto pelo MMM. A partir disto, seis livros didáticos de matemática foram analisados, buscando-se verificar quais as funções das figuras geométricas nos conteúdos de geometria. Como resultado desta análise, verificou-se que as figuras geométricas assumiram diversas funções, tais como: função explicativa, ilustrativa, demonstrativa e formativa. Por fim, remarca-se que cada autor do livro didático se apropriou a sua maneira do que propunha o MMM, e essa subjetividade fez emergir diferentes funções para as figuras geométricas nos livros didáticos de matemática.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Figuras geométricas. Movimento da Matemática Moderna. História da Educação matemática. Livro Didático.

ABSTRACT

This master´s dissertation is inserted in the History of Mathematics Education. It is located in the recent past to understand how and for what purpose the geometric figures appeared in the mathematics textbooks of the 70s, in the twentieth century. We had backed to this period because it was one of the moments in which the secondary school mathematics underwent several changes by modern mathematics reform movement (MMM). Geometry was one of the more content that has changed the contents and methods. Thus, we identified the orientations of the MMM taking as object of analysis the geometric figures. On the basis of these information, had been analised four normative documents of Santa Catarina from the decade of analysis and was observed as the figures had been pointed in the contents, the orientation and the activities. It was found that the presence of geometric figures in the normative documents of Santa Catarina was related to that proposed by MMM. From this, six mathematics textbooks were analyzed, trying to ascertain what functions of geometric figures in the contents of geometry. As a result of this analysis, it was found that the geometric figures assumed several functions, such as explanatory, illustrative, formative and demonstrative. Finally, we concluded that each author if appropriated its way of what he considered of the MMM, and this subjectivity made to emerge different functions for the figures geometrics at the textbooks of mathematics.

Key-Words: Geometry Teaching. Figures geometrics. Modern Mathematics Reform Movement (MMM). History of Mathematics Education. Textbooks.

LISTA DE QUADROS E TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Atualmente, a autora deste estudo é professora efetiva da rede municipal de ensino de Florianópolis, ministrando aulas para três turmas de 5ª série. Os conteúdos indicados para essa série possibilitam várias formas de ensino, mas, em todas as que tem utilizado para ensinar, observou que, na maioria das vezes, ocorre a necessidade, por parte dos alunos, da representação textual e figural para sintetizar as ideias matemáticas estudadas. A autora percebeu que nessa fase, na maior parte das vezes, o diálogo e a experiência não são suficientes para o ensino e a aprendizagem da matemática; é preciso mais. Refletindo sobre essa necessidade e notando que na prática docente a representação figural, em específico das figuras geométricas, torna-se, por inúmeras vezes, uma ferramenta essencial para o ensino, é que se consideram importantes os estudos e as pesquisas que tratem das figuras geométricas no ensino da matemática. A prática docente tem mostrado a importância da reflexão dos objetos, dos métodos e dos conteúdos que os professores utilizam para o ensino da matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), "Em Matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por si mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade." (BRASIL, 1998, p. 45). As disciplinas escolares têm o desafio de utilizar e potencializar esses recursos. No caso específico da disciplina de matemática, as figuras geométricas empregadas no ensino de geometria trazem um forte apelo visual e servem como ferramenta ao ensino da matemática.

As figuras geométricas fazem parte do processo de ensino-aprendizagem de geometria, e não podemos esquecer que o professor de matemática é um dos sujeitos desse processo. Então, tendo em conta que ele se relaciona com o saber que ensina e que, logo, sua concepção de ensino está articulada com a concepção de construção do conhecimento matemático, é que consideramos a relevância de estudos que possibilitem um entendimento dessa articulação.

Portanto, para aprofundar nosso entendimento em relação às figuras geométricas empregadas no atual ensino da geometria, utilizaremos um caminho histórico. Histórico não no sentido de voltar ao passado e melhor inventar o futuro, mas sim como possibilidade de refletir a prática docente do presente, o modo como os professores se relacionam com o saber e constroem conhecimentos pedagógicos. Entendemos que a escrita da história da prática escolar do passado possibilita compreendermos e refletirmos sobre as práticas do presente, as quais, muitas vezes, vão se naturalizando de tal modo que parece que sempre existiram e raramente são questionadas. (VALENTE, 2007).

Além disso, consideramos que o objeto de pesquisa desta dissertação, ou seja, as figuras geométricas no ensino, tem uma história. Elas funcionaram como suporte para o ver e o saber na arte renascentista, na engenharia militar, na articulação do saber e a habilidade prática no tratado de Dürer e na construção do conhecimento nos dos Elementos de Euclides, por exemplo.

Logo, a pesquisa proposta toma a história como meio de analisar de que modo as figuras geométricas para o ensino de geometria foram se constituindo ferramenta de ensino da disciplina de matemática.

Faremos um recorte nessa problemática tomando como período de análise a década 70 do século XX. Nas décadas de 60 a 80 instaurou-se, em vários países, o ideário do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Assumindo que esse ideário chegou ao Brasil, na década de 60, com apropriações e significações inerentes à cultura escolar brasileira e considerando que se pretendia abolir as figuras na geometria e combater a geometria de Euclides, vamos analisar em que medida esse ideário se cumpriu, ou não, no cotidiano escolar catarinense da década de 70.

Assim, o presente estudo centra-se no ensino da geometria, particularmente nas escolas de Santa Catarina, tomando como material empírico seis livros didáticos de matemática da sétima série do ginásio produzidos e utilizados durante o período aqui delimitado, com o objetivo de analisar como e com que propósito as figuras geométricas foram usadas nos livros didáticos.

Constatou-se que a maioria dos livros didáticos analisados foram indicados, pelos documentos normativos, para o ensino de matemática no estado de Santa Catarina na década de 70, no entanto não sabemos em que medida eles foram utilizados por alunos e professores. Mas acredita-se que os professores catarinenses que vivenciaram esse momento nas escolas foram elaborando suas táticas para superar as novas instruções que se tentou instaurar também pelos livros didáticos em tempos de MMM. Mas, paralelamente a esse movimento, o estado de Santa Catarina passou por um momento histórico com inúmeras e significativas mudanças de ordem política, cultural e educacional. Entre essas mudanças se observou, por meio dos documentos normativos, que o livro didático demonstra grande relevância para a compreensão do cenário educacional catarinense da década de 70.

O presente trabalho se insere na educação matemática no âmbito da História do Ensino da Matemática. No entanto as problemáticas que articulam esta dissertação emergem dos atuais usos das figuras geométricas no ensino da geometria. Isso significa: "Sublinhar a questão das problemáticas que conduziram o desenvolvimento da história e ressaltar assim a contribuição do conhecimento da história da matemática à prática de ensino." (FLORES, 2007a, p. 43).

Vale dizer que as figuras geométricas têm se destacado tanto no âmbito do ensino como no da aprendizagem, sendo tema de várias pesquisas na Educação Matemática. Esse fato, muito embora existam outros, contribui para enfatizar a importância das figuras no processo de ensino-aprendizagem e também serve como fonte de pesquisa histórica.

Constata-se que as pesquisas realizadas, até o presente momento, em Educação Matemática utilizam as figuras geométricas como objeto de investigação no processo de ensino-aprendizagem. No entanto o caráter histórico do uso das figuras nesse processo pouco, ou quase nada, tem sido abordado, por exemplo, acerca das funções das figuras no ensino de geometria.

> Poucas ou ainda quase raras são as pesquisas que tratam do ensino de geometria na perspectiva histórica. Praticamente não sabemos como ocorreu o ensino de geometria em tempos passados [...]. (LEME DA SILVA, 2009, p. 2).

A análise, proposta neste estudo considera dois aspectos: um deles leva em conta o discurso, vindo do ideário do MMM e que estaria contemplado nos documentos oficiais; e o outro explora as práticas escolares que seriam percebidas pelos rastros deixados no cotidiano escolar daqueles tempos e que estariam impressas nos livros didáticos. Então, com base nos discursos iremos investigar as práticas.

> Os discursos não estão ancorados ultimamente em nenhum lugar, mas se distribuem pelo tecido social, de modo a marcar o pensamento de cada época, em cada lugar, e a partir daí, construir subjetividades. (VEIGA-NETO, 2007, p. 100).

Para isso buscou-se:

a) analisar os documentos normativos de Santa Catarina para o ensino de matemática na década de 70, situando o ensino de geometria, as figuras geométricas e o MMM;
b) analisar as marcas deixadas pelo ensino da época nos livros didáticos buscando subsídios para notar a função das figuras geométricas no ensino da geometria no estado nos tempos do MMM;
c) evidenciar a importância das funções das figuras geométricas no atual ensino de geometria, tendo como indício a análise no período de ideário do MMM.

Para atender esses objetivos, inicialmente fizemos uma pesquisa documental, procurando os documentos normativos e os livros didáticos que viriam a ser as fontes desta dissertação, os rastros, as marcas deixadas no presente pelo passado, como menciona Valente (2007).

Na sequência escolhemos os documentos de análise e, para isso, foi necessário delimitar um período, a década de 70, e então analisar os indícios dessa época na tentativa de responder ao problema de pesquisa. Até porque:

> Somos nós que evidenciamos, colocamos em evidência dado evento ou conjunto de eventos e, no mesmo ato, esquecemos ou jogamos para os bastidores outros tantos acontecimentos. (ALBUQUERQUE JÚNIOR, 2007, p. 26).

Surgiram vários questionamentos acerca dos traços, das marcas que fizeram parte do passado e ainda podem ser observados no presente. Com esses traços começamos a trilhar um caminho, que não é o único, mas o "nosso caminho". Portanto ele não estava definido e dependia de outros fatos que foram desvendados no decorrer da pesquisa. Assim, está longe de ser uma história sobre as figuras no ensino. Trata-se, contudo, de um estudo histórico que toma as figuras geométricas usadas nos livros didáticos de matemática da década de 70.

A investigação dos questionamentos tem como eixo de problematização o uso das figuras no ensino de geometria em diferentes tempos, evidenciando que as figuras geométricas têm uma história. O objetivo é principalmente analisar a função das figuras geométricas na "Matemática Moderna" aplicadas nas escolas de Santa Catarina através dos livros didáticos. Buscamos também compreender, em minúcias, o emprego das figuras geométricas como suporte no ensino da geometria.

Esta dissertação desdobra-se em seis seções – das quais a primeira é a presente Introdução – para tratar do tema.

Na seção 2, problematizamos o atual ensino de geometria na sétima série, enfocando o emprego das figuras geométricas nos documentos normativos que orientam e direcionam as práticas educativas nacionais e estaduais.

Na seção 3, buscamos fazer uma revisão bibliográfica sobre as pesquisas que usaram as figuras geométricas como objeto de estudo, bem como destacarmos alguns usos práticos e didáticos das figuras geométricas em diferentes tempos.

Na seção 4, destacamos os discursos do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e as figuras geométricas no ensino de geometria.

Na seção 5, procuramos articular o contexto social e político do estado de Santa Catarina com o ideário do MMM, buscando subsídios para avaliar se esse ideário se cumpriu ou não em uma cultura escolar, instituído nos livros didáticos de matemática.

Por fim, na seção 6, apontam-se as dificuldades, os resultados e possíveis continuidades da análise histórica das figuras geométricas nos livros didáticos de matemática.

2 A PESQUISA

Atualmente, no âmbito escolar brasileiro, as figuras geométricas estão atreladas ao ensino-aprendizagem da geometria. A geometria é indicada pelos PCNs para o ensino fundamental e médio.

Nesse caso, nosso objeto de pesquisa, ou seja, as figuras geométricas, necessita de um recorte. Assim, olharemos para dois documentos que orientam e direcionam a prática escolar catarinense na atualidade: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Proposta Curricular de Santa Catarina, com enfoque nas indicações dos conteúdos e objetivos da sétima série[1]. O recorte utilizado será justificado pelas fontes da pesquisa que serão abordados e explorados nas próximas seções.

Faz-se necessário mencionarmos que levantaremos e discutiremos assuntos em torno das figuras geométricas nos documentos atuais da educação escolar catarinense, mas o tempo de investigação delimitado para a análise nesta dissertação não é o presente, e sim o passado.

Inicialmente olharemos para as orientações apresentadas nos PCNs em relação ao ensino de geometria com foco nas figuras geométricas. Percebemos que, de modo geral, a organização dos conteúdos de geometria é dominada pela ideia de pré-requisito. A geometria privilegia as noções de ponto, reta e plano como referência inicial. As figuras geométricas são indicadas para: resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, para a constituição do sistema de coordenadas cartesianas; construir e interpretar representação sob diferentes pontos de vista; e, ainda, como uma estratégia, para resolver problemas de áreas.

Observamos ainda nos PCNs, no item que se refere ao ensino de geometria, na parte denominada "Espaço e forma" no que diz respeito aos sistemas de representação plana espacial e das

---

[1] Segundo os PCNs o ensino fundamental está disposto da seguinte maneira: 1.º ciclo (engloba a 1.ª e a 2.ª série); 2.º ciclo (abarca a 3.ª e a 4.ª série); 3.º ciclo (envolve a 5.ª e a 6.ª série); 4.º ciclo (abrange a 7.ª e a 8.ª série).

figuras, as principais funções do desenho, que aqui foi subentendido como figuras geométricas no processo de ensino-aprendizagem.

Portanto se assumirmos que as funções do desenho, descritas pelos PCNs, são equivalentes às das figuras geométricas, teremos nesse contexto três funções delimitadas para as figuras: visualizar, fazer ver, resumir; ajudar a provar; ajudar a fazer conjeturas.

De maneira geral, os PCNs propõem que o trabalho com a geometria em sala de aula seja feito com base na exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, permitindo, assim, aos alunos estabelecerem conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Vejamos que, ao se propor a exploração de pinturas e desenhos no ensino de geometria, podemos deduzir que as figuras geométricas estão incluídas nos desenhos e nas pinturas.

Desse modo, entendemos que os PCNs enfatizam e valorizam as figuras no ensino de geometria, inclusive apresentam as suas funções nesse processo.

Entretanto faz-se necessário averiguarmos quais as diretrizes para o ensino de geometria em Santa Catarina, uma vez que o presente estudo se centra nas funções das figuras geométricas nos livros didáticos utilizados no estado.

A Proposta Curricular de Santa Catarina[2] apresenta os conteúdos matemáticos organizados em quatro campos do conhecimento: Campos Numéricos, Campos Algébricos, **Campos Geométricos** e Estatística e Probabilidades. Esses campos têm como proposta metodológica a abordagem articulada. (SANTA CATARINA, 1998).

Para a sétima série são indicados os seguintes conteúdos no ensino de geometria: produção histórico-cultural; exploração do espaço tridimensional; elementos de desenho geométrico; estudo

[2]A atual Proposta Curricular de Santa Catarina foi coordenada pela Secretaria Estadual da Educação, envolveu um grupo de professores que atuam na educação básica da rede pública estadual e contou com consultores e pesquisadores em Educação Matemática. Iniciado em 1988, resultou na produção de duas versões (1991 e 1998) e vários outros documentos complementares subsidiadores da prática pedagógica daqueles professores que têm nessa Proposta Curricular a referência da ação docente. Todos os documentos são fundamentados na versão de 1998.

das representações geométricas no plano; conceitos e medidas (de comprimento, superfície, volume, capacidade, ângulo).

Juntamente com os conteúdos indicados, a Proposta destaca algumas orientações pedagógicas básicas para a abordagem destes. Nesse sentido, enfatiza que os Campos Geométricos podem contribuir para a formação do pensamento do aluno por suas características e habilidades específicas, tais como: estudo ou exploração do espaço físico e das formas; orientação, **visualização e representação do espaço físico**; **visualização e representação das formas geométricas**; denominação e reconhecimento das formas, segundo suas características; classificação de objetos segundo suas formas; **estudo das propriedades das figuras e das relações entre elas**; **construção de figuras ou modelos geométricos**; medição do espaço geométrico uni, bi e tridimensional (conceito e cálculo de perímetro, área, volume e capacidade); construção e justificação de relações e proposições tendo como base o raciocínio hipotético dedutivo.

A proposta ainda destaca que tais habilidades deverão ter uma abordagem mais experimental e exploratória nas séries iniciais do ensino fundamental, as quais "Gradativamente, passam a ter uma abordagem mais sistemática, momento em que se intensifica o uso do raciocínio hipotético-dedutivo" (SANTA CATARINA, 1998).

Também é preciso salientar que o estudo dos Campos Geométricos não se restringe às formas e ao Sistema de Medidas, segundo a Proposta:

> É importante explorar também a noção de ângulo, envolvendo movimento giratório, inclinações e diferença de orientações no espaço físico, representação no papel, a partir da qual ocorre um estudo mais sistemático do conceito euclidiano de ângulo. (SANTA CATARINA, 1998, p. 112)

Portanto, podemos afirmar que a Proposta Curricular de Santa Catarina, para o ensino de matemática, reforça o que os PCNs estipulam como parâmetros nacionais com relação ao uso de figuras e, além disso, destaca a importância da visualização, a qual poderá estar ancorada no emprego das figuras geométricas para o ensino de geometria. Assim, atualmente, as figuras geométricas estão sendo valorizadas na Proposta Curricular do estado de Santa Catarina.

Por meio do levantamento feito nos PCNs e na Proposta Curricular, dois importantes documentos normativos do cenário educacional brasileiro e catarinense, notamos que as figuras geométricas hoje têm um papel, um sentido, um uso ou ainda uma história. Mas será que foi sempre assim? Como se deu o uso das figuras geométricas em outros tempos? Ou então, mais particularmente, de que modo as figuras geométricas foram entendidas e aplicadas na década de 70 no estado de Santa Catarina?

Logo, a pesquisa que por ora vem sendo descrita é remetida a um passado recente, mais precisamente à década citada. Tomamos as figuras geométricas como objeto de estudo para perceber como elas foram utilizadas, aplicadas ou não nos livros didáticos segundo o que pregou a Matemática Moderna. Esse movimento reformador teve "grande influência **internacional** [...] e também uma das mais conhecidas na história da evolução curricular **recente** do ensino de matemática." (GUIMARÃES, 2007, p. 22, grifo nosso).

Nas décadas de 60, 70 e 80, o ensino da matemática, em esfera mundial, mobilizou discussões, mudanças e desafios. Os matemáticos elaboraram um novo programa de ensino, uma nova matemática escolar que buscava diminuir as distâncias entre o saber dos matemáticos e aquele dos currículos escolares. Esse fato, até então inédito na história do ensino da matemática, mobilizou pais, alunos e professores a perceberem que tudo que haviam aprendido até ali na disciplina de matemática deveria ser mudado em prol de uma Matemática Moderna.

Sabemos que o ideário do MMM, no que diz respeito à formulação de uma nova matemática escolar, propôs a escolarização da álgebra linear. Seria ela a disciplina que reuniria todo o conhecimento da matemática a ser ensinada na escola básica. Com a álgebra linear, o papel do figural, por certo, iria reduzir-se ao mínimo ou a formulação de sua própria inexistência. Com base nessas premissas, vindas do ideário do movimento, pergunta-se: Que papel teve o figural nos tempos do MMM no estado de Santa Catarina?

O MMM será nosso ponto de entrada particular na tentativa de:

> [...] decifrar de outro modo as sociedades, penetrando nas meadas das relações e das tensões que constituem a partir de um ponto de entrada particular [...] e considerando não haver prática ou estrutura que não seja produzida pelas representações, contraditórias e em confronto, pelas quais os indivíduos e os grupos dão sentido ao mundo que é deles. (CHARTIER, 1991, p. 177).

Assim, esta dissertação apresenta uma proposta de pesquisa no âmbito da Educação Matemática, na vertente da História da Educação Matemática, mais especificamente no ensino da geometria. Pretendemos analisar a função das figuras geométricas no ensino de geometria nas escolas de Santa Catarina durante a década de 70, em particular nas séries finais do ginásio, nos livros didáticos.

Uma das razões pelas quais escolhemos a análise do uso das figuras geométricas nos livros didáticos da sétima série[3] baseia-se no MMM, que demonstrou interesse na formalização dos conceitos geométricos.

Embora o presente estudo tenha sua particularidade e especificidade no estado de Santa Catarina, outros estados incorporados ao Ghemat[4] têm desenvolvido vários estudos acerca do

---

[3] Notam-se na década de 70 diferentes nomenclaturas para a sétima série do primeiro grau nos livros didáticos analisados.

[4] O Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (Ghemat) no Brasil foi criado em 2000. O grupo vincula-se à Universidade Federal de São Paulo (Unifesp) e é coordenado pelo Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente, tendo como integrantes a Prof.ª Dr.ª Maria Célia Leme da Silva e a Prof.ª Dr.ª Maria Cristina de Oliveira. O Ghemat conta, também, com equipes de pesquisa da Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR), sob coordenação da Prof.ª Dr.ª Neuza Bertoni Pinto; da Universidade do Vale do Sinos (Unisinos), sob coordenação da Prof.ª Dr.ª Maria Cecília Bueno Fischer; da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), sob coordenação do Prof. André Mattedi Dias; da Universidade Federal de Sergipe (UFS), sob coordenação da Prof.ª Dr.ª Ivanete Batista dos Santos; da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), sob coordenação da Prof.ª Dr.ª Gladys Denise Wielewski; da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), sob coordenação da Prof.ª Dr.ª Cláudia Regina Flores; da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), sob coordena-

MMM, nos quais "Cada resultado individual se inscreve numa rede cujos elementos dependem estritamente uns dos outros, e cuja combinação dinâmica forma a história num momento dado." (DE CERTEAU, 2007, p. 72).

A investigação em torno da História da Matemática, da História da Educação Matemática e da História na Educação Matemática vem assumindo um papel importante na pesquisa em Educação Matemática, como dizem Miguel e Miorim (2004). É, portanto, no campo fértil da história como possibilidade de pensar a matemática, a educação matemática, e mais especificamente a função das figuras no ensino da geometria, que vamos nos deter.

A década delimitada para a análise é recente, com fontes bem amplas e ricas, pois o tempo é um inimigo da história cultural e, segundo Sharpe (1992, p. 43):

> Em geral, entretanto, quanto mais para trás vão os historiadores, buscando reconstruir a experiência das classes sociais inferiores, mais restritas se tornam à variedade de fontes à sua disposição.

Porém, não é uma questão fácil essa que permeia o achar, o encontrar, o garimpar as fontes, as quais fornecerão ao historiador a história das práticas culturais escolares. Essas fontes com os exercícios escolares foram pouco conservadas, pois:

> [...] o descrédito que se atribui a este gênero de produção, assim como a obrigação em que periodicamente se acham os estabelecimentos escolares de ganhar espaço, levaram-nos a jogar no lixo 99% das produções escolares. (CHERVEL, 1988 apud JULIA, 2001, p. 16).

Acredita-se que tal descrédito com essas produções não ficaria sob responsabilidade exclusiva dos estabelecimentos escolares, pois é muito raro o indivíduo que se preocupa em valorizar e guardar os materiais que utilizou na escola. Inclusive podemos dizer que estamos condicionados culturalmente a descartar os nossos pertences escolares.

ção da Prof.ª Dr.ª Elenice de Souza Lodron Zuin; e da Universidade do Vale do Sapucaí (Univás), coordenado pela Prof.ª Dr.ª Aparecida Rodrigues Silva Duarte.

Mas mesmo com esse descrédito em relação às fontes, fato que dificulta a obtenção das fontes escolares de tempos passados, não tem intimidado os pesquisadores na produção de uma história de sua própria disciplina. (CHERVEL, 1990).

A escolha dos seis livros didáticos como material empírico para análise histórica do uso das figuras geométricas no ensino de geometria deve-se à trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil, a qual pode ser lida nos livros didáticos. Portanto estes são "preciosos" documentos para a escrita da história dos saberes escolares. (VALENTE, 2008).

Os livros didáticos são também chamados, por Choppin (2004), de livros escolares. Ao delimitarmos os livros didáticos de matemática, citados nos documentos normativos catarinenses e produzidos por autores brasileiros, como material empírico para o estudo histórico das figuras geométricas no estado de Santa Catarina na década de 70, estamos assumindo que esses livros possuem, conjuntamente ou não, múltiplas funções. Funções "que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização" (CHOPPIN, 2004, p. 553).

O estudo histórico tomando os livros didáticos como material empírico mostra que eles exercem quatro funções essenciais:

> **1. Função referencial**: também chamada de curricular ou programática, desde que existam programas de ensino: o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações.
> **2. Função instrumental**: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de com-

> petências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc.
> **3. Função ideológica e cultural**: é a função mais antiga. A partir do século XIX, com a constituição dos estados nacionais e com o desenvolvimento, nesse contexto, dos principais sistemas educativos, o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes. Instrumento privilegiado de construção de identidade, geralmente ele é reconhecido, assim como a moeda e a bandeira, como um símbolo da soberania nacional e, nesse sentido, assume um importante papel político. Essa função, que tende a aculturar — e, em certos casos, a doutrinar — as jovens gerações, pode se exercer de maneira explícita, até mesmo sistemática e ostensiva, ou, ainda, de maneira dissimulada, sub-reptícia, implícita, mas não menos eficaz.
> **4. Função documental**: acredita-se que o livro didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno. Essa função surgiu muito recentemente na literatura escolar e não é universal: só é encontrada — afirmação que pode ser feita com muitas reservas — em ambientes pedagógicos que privilegiam a iniciativa pessoal da criança e visam a favorecer sua autonomia; supõe, também, um nível de formação elevado dos professores. (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Os seis livros didáticos de matemática da década de 70 revelam-se como importante meio para a análise do uso das figuras geométricas no estado de Santa Catarina.

O "Relatório das atividades do ano 1976" cita os livros didáticos nas ações para alcançar o objetivo da reforma do ensino de 1.º e 2.º graus no território catarinense. No total foram ofertados trinta cursos, entre os quais o curso "Uso do livro didático" se destaca em terceiro lugar. Esse destaque dado à utilização do livro didático aponta indícios de que ele teve importância para o contexto educacional da década em questão. Dessa maneira, sua consideração como fonte histórica tem forte relevância para o entendimento das práticas escolares desse período.

Os documentos normativos da década de 70 apontam que foi a partir do ano de 1975 que se procurou dar toda a ênfase ao problema do livro e do material didático. Para isso firmaram-se convênios, que proporcionaram um grande incremento na aquisição e distribuição de livros didáticos. Segundo consta no "Relatório das atividades do ano 1976", todos os alunos da rede estadual e municipal de 1.º grau do estado de Santa Catarina receberam livros e materiais escolares.

Os quatro documentos normativos ("Diagnóstico e prognóstico da situação educacional", Florianópolis, dezembro de 1971; "Diretrizes para a organização do currículo do 1.º ao 8.º grau do ciclo básico", Florianópolis, novembro de 1968; "Relatório das atividades ano 1976: II Seminário de Avaliação do desempenho da Administração Estadual", Florianópolis, fevereiro de 1977; e "Subsídios para a elaboração dos currículos plenos dos estabelecimentos de ensino de 1.º grau", Santa Catarina, 1975) fazem referência à década de 70 e indicaram que a maioria dos seis livros analisados fez parte da cultura escolar. Entende-se cultura escolar como um "Conjunto de **normas** que definem conhecimentos a ensinar [...] e um conjunto de **práticas** que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos" (JULIA, 2001, p. 10, grifo nosso).

Conforme destacamos nos parágrafos anteriores, as fontes são fundamentais para o historiador e elas teriam funções distintas no contexto histórico, ou melhor, no contexto histórico-cultural. Os documentos normativos e os seis livros didáticos podem ser considerados fontes diversas e que servem para compreender como cada segmento da sociedade se apropria, significa, pois, para Chartier (2006), existe sempre uma distância entre a norma e o vivido, o dogma e a crença, os mandamentos e os comportamentos.

No entanto não podemos separar a teoria da prática; ambas estão entrelaçadas:

> Mas receptível é apenas a teoria que articula uma prática, a saber, a teoria que por um lado abre as práticas para o espaço de uma sociedade e, que, por outro lado, organiza os procedimentos próximos de uma disciplina. (DE CERTEAU, 2007, p. 66).

Nessa distância é que se insinuam reformulações e desvios, apropriações e resistências, de acordo com De Certeau (1980 apud CHARTIER, 2006, p. 38).

Nosso estudo assume como material empírico seis livros didáticos de matemática, a maioria deles foram utilizados no cenário educacional catarinense da década de 70 segundo os documentos normativos, pois se considera uma distância entre o que é norma e o que se desenvolve na prática escolar.

Os instrumentos teóricos empregados para a análise do uso das figuras geométricas nos livros didáticos tiveram como referencial teórico os discursos acerca do MMM.

Faremos da prática histórica uma prática científica, pois para De Certeau (2007) isso ocorre na medida em que se inclui a construção de objetos de pesquisa, o uso de uma operação específica de trabalho e um processo de avaliação dos resultados obtidos por uma comunidade. Dessa forma, a construção de objetos para a pesquisa histórica rejeita pensarmos o passado como um dado *a priori*.

Assim, tanto os livros didáticos como fonte de pesquisas quanto o fato de considerarmos as figuras geométricas como importante ferramenta para o ensino de geometria nos remetem à construção de uma pesquisa histórica em torno da utilização das figuras no ensino de geometria durante um período conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM); de tal modo revelando o quão cheios de historicidade estão os elementos e fatos do presente, os quais aparentam ser naturais.

As pesquisas bibliográficas já realizadas constatam que vários fatos do MMM no Brasil já foram apurados, mas, conforme menciona Leme da Silva (2009), poucas ou ainda quase raras são as pesquisas que tratam do ensino de geometria na perspectiva histórica.

No estado de Santa Catarina nós, pesquisadores da Educação Matemática, estamos incumbidos de investigar, por meio dos rastros existentes no presente – para conhecermos e compreendermos, em especial, o uso das figuras geométricas no ensino de geometria – de buscar respostas às seguintes perguntas: As figuras geométricas foram consideradas e valorizadas na "nova matemática" moderna? De que modo as figuras geométricas foram entendidas e aplicadas nessa "nova matemática"?

Significa, enfim, perseguir a questão: Como e com que propósito as figuras geométricas foram utilizadas no ensino de geometria durante o Movimento da Matemática Moderna no estado de Santa Catarina?

3 AS FIGURAS GEOMÉTRICAS

As figuras geométricas estão presentes no processo de ensino-aprendizagem da matemática, nos conteúdos relacionados à geometria, mas também elas têm se destacado como objeto de algumas pesquisas em Educação Matemática. Ressaltamos, a seguir, algumas dessas pesquisas.

Padilha (1992) e Flores-Bolda (1997) desenvolveram em suas pesquisas um estudo acerca da composição e da decomposição de figuras para o cálculo de áreas, a fim de investigar o papel da figura em situação de aprendizagem. Particularmente, Flores-Bolda (1997) teve a preocupação de estudar a questão das figuras geométricas e da visualização no ensino de geometria.

Passos (2000), em sua tese de doutorado, fez uma investigação em torno de como os alunos representam e interpretam representações geométricas. Além disso, teve a preocupação de ver como o professor percebe e explora essas representações. A autora fez um levantamento das pesquisas que tratam desse tema, tais como: Lovell (1988), que apresenta um estudo sobre o desenvolvimento do conceito do espaço; Miskulin (1994), que investigou as diferentes interpretações que as crianças atribuem a determinadas imagens, as quais foram apresentadas para os alunos através da tela do computador; Kaleff (1998), que sugere atividades cujo objetivo é o de desenvolver no aluno a capacidade de ler e interpretar representações gráficas de sólidos geométricos, bem como ajudá-lo a desenvolver a habilidade para desenhar essas representações.

Além desses estudos que utilizam as figuras geométricas para pesquisar situações de ensino-aprendizagem em geometria, Pereira (2001) também fez um inventário das dissertações e teses que tratam desse tema nos últimos 20 anos. Sua análise pontuou oito trabalhos.

Notamos que as pesquisas apontadas por esses dois inventários e ainda por Padilha (1992) e Flores-Bolda (1997), que adentraram nesse tema, fixam-se, essencialmente, em torno das figuras geométricas em situações de ensino-aprendizagem. Considerando isso, fizemos uma consulta ao banco de dados da Capes.

Por meio desta, verificamos o número de dissertações (de mestrado) e teses (de doutorado) desenvolvidas nos últimos 20 anos que utilizam as figuras geométricas como objeto de investigação. Para esse levantamento lançamos mão de consulta *on-line* no *site* da Capes, usando as figuras geométricas como palavras-chave. Além dos títulos e dos resumos, os programas de pós-graduação em que as pesquisas estão inseridas foram importantes para levantar o número de dissertações e teses que empregam as figuras geométricas como objeto e, além disso, enfatizam situações de ensino-aprendizagem de geometria.

Esse levantamento indicou que até o ano de 2007, no Brasil, foi realizado um total de 165 pesquisas, das quais 138 dissertações e 27 teses, que utilizaram as figuras geométricas como objeto de investigação. E desse total menos da metade, ou seja, 79 pesquisas (cinco teses e 74 dissertações), tem ênfase no ensino e na aprendizagem de geometria. No quadro abaixo esse levantamento é ilustrado por ano e por nível. Vejamos:

Tabela 1: Teses e dissertações

Ano	**Nível**	**Figuras geométricas**	**Ênfase no ensino-aprendizagem de geometria**
2007	Dissertação	10	6
	Tese	3	1
2006	Dissertação	12	9
	Tese	3	1
2005	Dissertação	14	6
	Tese	4	0
2004	Dissertação	11	6
	Tese	5	0
2003	Dissertação	14	8
	Tese	1	0
2002	Dissertação	13	7
	Tese	0	0
2001	Dissertação	12	5
	Tese	3	1
2000	Dissertação	11	5
	Tese	2	0
1999	Dissertação	8	6

	Tese	0	0
1998	Dissertação Tese	2 2	2 2
1997	Dissertação Tese	7 2	4 0
1996	Dissertação Tese	7 0	2 0
1995	Dissertação Tese	2 0	0 0
1994	Dissertação Tese	2 1	2 0
1993	Dissertação Tese	1 0	1 0
1992	Dissertação Tese	3 0	2 0
1991	Dissertação Tese	3 0	0 0
1990	Dissertação Tese	3 0	2 0
1989	Dissertação Tese	2 0	0 0
1988	Dissertação Tese	1 0	1 0
1987	Dissertação Tese	0 1	0 0
Total	**Dissertação** **Tese**	**138** **27**	**74** **5**

Fonte: Capes, 2009.

Com base nesses dados e nos inventários de Passos (2000) e Pereira (2001) feitos até o momento, constatamos que nenhuma das pesquisas realizadas nesses 20 anos adentra no âmbito da história, analisando as figuras geométricas como objeto histórico e tomando como material empírico os livros didáticos de matemática.

E, ainda, considerando o MMM e o ensino de geometria, poucas ou raras são as pesquisas que tratam do ensino de geometria na perspectiva histórica, conforme menciona Leme da Silva (2009). Recentemente, em 2006, Duarte e Silva escreveram um artigo para discutir as propostas sobre o ensino de geometria defendido pelo MMM no Brasil, tomando como instrumento de análise as teses e dissertações que colocam esse movimento como tema central. As autoras concluem o artigo mencionando que a maioria dos trabalhos:

> Praticamente não incluem preocupações com a análise das práticas pedagógicas, as quais precisam ser estudadas a partir do exame das transformações ocorridas na cultura escolar, salientando a prática docente. Constatamos que os trabalhos, até então desenvolvidos acerca desse Movimento no Brasil, relatam o contexto social, político e econômico da época, discutem o desenvolvimento dos saberes matemáticos e psicológicos e suas influências no movimento. Além disso, em muitos deles, são apresentados e analisados discursos de líderes do MMM no Brasil, como por exemplo, do professor Osvaldo Sangiorgi, ficou à margem do processo das inovações curriculares, muito embora tenham ocorrido propostas de mudança para ela. (DUARTE; SILVA, 2006, p. 6).

Particularmente, no estado de Santa Catarina, constata-se uma carência de pesquisas que analisam o ensino de matemática durante o MMM. Sobre as figuras geométricas, nada foi investigado com o caráter que pretendemos aqui. Então, com o intuito de exercer uma função de historiador da Educação Matemática – e, segundo Valente (2007), o historiador deve revelar o quão cheio de historicidade estão os elementos do presente que parecem sempre terem sido do modo como são –, é que propomos estudar o tema destacado.

A título de exemplificações, nossa tarefa seguinte é a de apontar e discutir de que maneira as figuras geométricas foram utilizadas como ferramenta da prática-didática em tempos diversos.

3.1 O USO PRÁTICO-DIDÁTICO DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS

As figuras geométricas ocupam um lugar relevante no cenário educacional brasileiro e catarinense. Atualmente elas são valorizadas e indicadas pelos PCNs e pela Proposta Curricular de Santa Catarina para o ensino da geometria. Então nosso exercício seguinte é o de evidenciar alguns exemplos em outros tempos nos quais as figuras geométricas funcionaram como suporte para o ver e o saber, para o representar e o conhecer, com o intuito de mostrar alguns exemplos de como esses elementos se articulam para a produção de um determinado conhecimento.

3.2 AS FIGURAS GEOMÉTRICAS E OS ELEMENTOS DE EUCLIDES

As figuras servem como suporte epistemológico na elaboração e aplicação de conhecimentos matemáticos. Dhombres (1993), em seu artigo "La figure dans le discours géométrique: les façonnages d'un style", analisa as figuras geométricas nos elementos de Euclides e se propõe a inventar alguns papéis para as figuras, no contexto da construção do conhecimento, embora enfatize que existem outros, possíveis de serem revelados. Nesse âmbito destacam-se os seguintes papéis para as figuras: a figura como superposição; a figura vã; a figura só, a figura insignificante e a figura sobrecarregada; a figura trazendo o discurso geométrico.

Nos elementos de Euclides a figura geométrica entrou na composição do texto do mesmo modo que a escrita matemática. Os manuscritos de Euclides, os mais confiáveis – embora posteriores uma dezena de séculos à redação dos elementos – mostram claramente a inserção das figuras geométricas. Proclus[5] escreveu,

---

[5] Nascido em uma rica família de Constantinopla (412-487), estudou retórica, filosofia e matemática em Alexandria. Era mais filósofo do que matemático, mas suas observações são importantes para a história da geometria grega mais antiga. Seu comentário sobre o "Livro I" de "Os elementos de Euclides" é de grande importância. Muitas das informações de que dispomos sobre a história da geometria antes de Euclides devemos a Proclus.

nos comentários do primeiro livro dos elementos de Euclides, que todo problema ou todo teorema aponta em sua explicação o traçado de uma figura. Esse traçado, efetuado simultaneamente com o caminho do enunciado dado, trata-se de um documento de instância para o qual são nomeados os elementos da proposição e seus nomes são devidamente transcritos sobre a figura como uma gravação. Gravação que fixa a posição no espaço e institui então uma particularidade. (Dhombres, 1993).

Segundo Dhombres sua proposta não pretende reescrever os elementos, privilegiando o texto ou a figura, mas sublinhar a qual ponto a figura euclidiana é implicada pelo texto no qual está inserida.

> Então seria inútil opor figura e texto, pois não pode ser em Euclides que complementaridade de um em relação a outro. Epistemologicamente poderia notadamente concluir que Euclides não é um puro sustentador axiomático na medida onde ele desempenha voluntariamente o espacial antes de ser um inventado. (DHOMBRES, 1993, p. 59, tradução nossa).

Para Dhombres (1993) foi com os elementos de Euclides que a figura e a escrita se articularam, e isso pode ser observado nos manuscritos euclidianos. Considerando tais manuscritos, o autor destacou alguns papéis para as figuras.

A título de exemplo, vejamos como Dhombres (1993) analisa o papel da "figura como superposição" na explicação da proposição do "Livro 1" dos "Elementos" relativo ao triângulo isósceles.

> "Seja um triângulo isósceles ABC onde o lado AB igual ao lado AC, e que as retas BD, CE sejam os prolongamentos em linha reta de AB, AC".

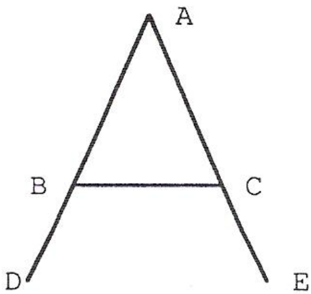


Figure 1

Simetricamente, a determinação do que é buscado é tanto dita quanto lida na figura:
"Pode-se afirmar que, por um lado, o ângulo interno ABC é igual ao ângulo interno ACB, por outro lado, que o ângulo interno CBD é igual ao ângulo interno BCE".
O papel da figura não se detém nesses dois períodos do estilo adotado para apresentar uma proposição, já que um terceiro período, a construção, prepara igualmente pontos, linhas etc.; dito retoricamente, esse período acrescenta ao dado o que falta para obter o que é buscado. O traçado da figura é, portanto, sugestivo, senão heurístico.
"É fato que *um ponto F seja tomado ao acaso sobre BD e que a reta AG seja subtraída da maior, AE, igual à menor AF (Proposição 3), e que as retas FC, GB sejam unidas (Pergunta 1)"*.

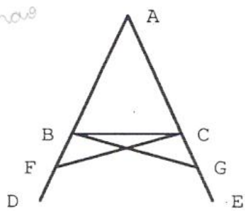


Figure 2

É de singularidade notável que, se o texto ordena a exposição, determinação e construção da proposição em um alinhamento irreversível, a figura lhes sobrepõe. De tal modo que, no final, apenas a figura 2 aparece "dentro do texto", uma figura que é uma reprodução da figura 1 sobre a qual teria vindo embutir um segundo desenho (Figura 3), composto por duas retas:

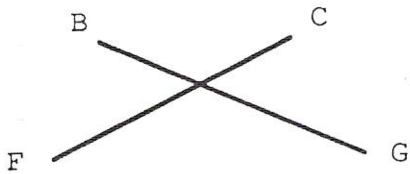


Figure 3

O papel da sobreposição dos dados numa mesma figura é essencial; se ele depende banalmente do fato simbolizado pela representação espacial, resta dizer que a figura introduz essa espacialidade no próprio texto, uma continuidade por difusão da qual igualmente se servem e desconfiam os autores clássicos. A figura não é, portanto, o simples prolongamento em lógica linear do texto escrito: ela totaliza. Esse ato de sobreposição teve que ser preparado. O texto escrito não existe, precisamente, para retirar a figura de sua espacialidade, a fim de não entregá-la bruta? Pode-se apenas constatar: a economia da figura na estilística do alexandrino não decorre do simples acréscimo.
Outra etapa euclidiana, a demonstração tira "*cientificamente das coisas admitidas a inferência proposta*", ao passo que a última etapa, a conclusão, pode retomar no final ao enunciado inicial da proposição, pois é ela que libera dados fixados tanto em posição espacial (fi-

> gura) quanto pelo nome literal: ela procede, portanto, do universal.
> "*Portanto, os ângulos da base dos triângulos isósceles são iguais entre si e, se as retas iguais são prolongadas ainda mais, os ângulos sob a base serão iguais entre si*".
> De tal modo que pode ser afirmado, não sem um certo triunfo: "*Como queríamos demonstrar.*"
> Esse papel privilegiado de superposição que representa a figura-capitalização do espaço e de alguns dos elementos de prova. (DHOMBRES, 1993, p. 21-23, tradução nossa).

3.3 AS FIGURAS GEOMÉTRICAS E OS ARTESÃOS: SÉCULO XV

A questão das figuras pode ainda ser considerada didaticamente importante para a articulação do saber e a habilidade prática. Um exemplo disso pode ser observado no tratado de Albrecht Dürer, direcionado aos pintores e artesãos alemães, que tinha como projeto inicial fazer da pintura uma arte liberal, fundamentada na geometria e apoiadas nas figuras.

> Formado nos ateliers de ourives e de pintores, Dürer aprendeu os saberes práticos, recolhendo receitas e procedimentos de construção geométrica que eram transmitidos oralmente de geração para geração, sem terem sido codificados e escritos. Notando suas próprias dificuldades, aliado ao Humanismo, ao desejo em fornecer à arte um embasamento matemático, Dürer dedicou-se a escrever tal obra. No entanto, o objetivo era não tão somente o de dar à pintura um caráter de certeza matemática, mas o de ensinar os fundamentos geométricos e saberes matemáticos necessários para o exercício da arte do pintor e do artesão. O interesse destacado aqui era,

> então, o de ensinar matemática aos jovens pintores e artesãos. (FLORES, 2007b, p. 3).

As noções matemáticas descritas em alemão para os artistas e artesãos não poderiam estar de modo muito abstrato. Então textos e figuras se organizam compondo a narrativa do tratado de Dürer. Essa disposição difere-se de outros textos do século XV, nos quais as figuras apareciam na margem; incorpora-se no meio da página, entre os textos, fazendo o leitor interagir com a imagem e o escrito simultaneamente. (FLORES, 2007b).

> Neste caso, as figuras e as adaptações desempenhavam um papel de mediação entre a abstração e a prática. O texto de Dürer desenvolve-se pelas figuras e suas transformações no espaço visual incitando, como um bom pedagogo, seus leitores a interagir, levando-os mais além nas investigações variando as formas descritas, encorajando a seguir vias pessoais, a usar conhecimentos próprios e a imaginar variantes e prolongamentos de seu ensino. A especificidade do texto de Dürer é a concretização, a materialização, de noções matemáticas abstratas. (FLORES, 2007b, p. 10).

3.4 AS FIGURAS GEOMÉTRICAS NA ENGENHARIA MILITAR: SÉCULO XVII

No século XVII na época de engenharia militar, o uso das figuras e suas aplicações no espaço real foram remarcados na obra de Luís Serrão Pimentel. O objetivo de Pimentel em sua obra era a reunião dos conhecimentos matemáticos que se encontravam espalhados em diversas outras obras e que eram necessários para a prática e a teoria da arte militar. Flores (2008) analisou, nesse livro, como o saber, a técnica e a representação deveriam trabalhar juntos na feitura de um espaço regular, calculado e visível, um espaço militar.

O título da obra, denominado "Método Lusitânico"[6], dividido em duas seções, é o primeiro tratado de fortificação militar publicado em língua portuguesa e também é um "método facilíssimo" de fortificar, por meio da matemática, os conhecimentos geométricos empregando técnicas de desenho de **figuras geométricas** para representar e edificar as fortificações.

> Essa disposição da obra é, para Pimentel, o meio pelo qual se pretendia relacionar teoria matemática e representação geométrica com a prática militar, sem que se perdesse a facilidade, a brevidade e a certeza das regras prática. (FLORES, 2008, p. 283).

Para exemplificar o uso das figuras na época da engenharia militar, Flores (2008) considera como se desenham no campo os ângulos e se toma o valor dos desenhos assim no terreno como nas obras já feitas mediante a fita gradual. Em sua análise ela destaca "[...] que a explicação é acompanhada de uma figura, fazendo o leitor interagir entre o texto e a imagem" (FLORES, 2008, p. 283). Também ressalta o papel da figura: "[...] desempenha um papel importante na compreensão do texto e do conteúdo" (FLORES, 2008, p. 283).

Soromenho (2001) também analisa a questão prática que foi trazida pelos militares na época da engenharia militar para o método de desenhar as fortificações proposto pelo engenheiro Luís Serrão Pimentel. Descreve que a familiarização com a geometria e a prática do desenho seriam propósitos naturais dos cursos científicos em que se insere a didática da engenharia militar, mas, segundo ele, essa prática elaborada por mestres e copiada pelos

---

[6] "A primeira, denominada 'Operativa', é repartida em duas seções: uma que trata do desenho das fortificações dos lados dos polígonos exteriores para dentro e a outra que trata do desenho das fortificações dos lados dos polígonos interiores para fora, tanto regular como irregular. Essa primeira parte constitui o método de Pimentel, ou seja, por meio do **desenho de polígonos** exteriores para dentro, e de proporções, coloca-se qualquer terreno, regular ou irregular, dentro de uma regularidade. A segunda parte intitulada 'Qualitativa', trata de qualificar por meio de provas e demonstrações as operações feitas na primeira parte. Há, ainda, um apêndice em que reúne os conhecimentos geométricos necessários acerca da trigonometria, assim como conhecimentos matemáticos." (FLORES, 2008, p. 283, grifo nosso).

alunos alcançava outras categorias profissionais dentro e fora das estruturas militares.

> A geometria e o desenho passavam assim a constituir uma forma privilegiada de transmissão de conhecimentos e de representação das coisas, além de um meio didáctico de reconhecido alcance prático. (SOROMENHO, 2001, p. 22).

De acordo com Soromenho (2001), o próprio Pimentel enfatizou que a grande contribuição de sua obra na formação dos militares portugueses foi o fato de que o livro impresso com as figuras podia reduzir o tempo de ensino de dois anos e meio para seis ou quatro meses. Assim, interpretamos que, à medida que as figuras começam a aparecer nos livros articuladas com o texto escrito, se diminui, e muito, o tempo de estudo.

Podemos considerar que a geometria é tida como um saber militar do século XVII, porém "[...] não mais uma geometria apoiada na prática, mas fundamentada numa nova forma de saber, numa 'verdade científica'" (FLORES, 2008, p. 290). Conforme Flores (2008) a figura, a imagem, assume um papel didaticamente importante para a aprendizagem dos métodos de construção das fortificações e dos saberes matemáticos envolvidos. "A imagem permite a mediação entre a abstração do pensamento e a construção do real." (FLORES, 2008, p. 290).

3.5 AS FIGURAS GEOMÉTRICAS NAS ARTES PLÁSTICAS E NA ARQUITETURA: RENASCIMENTO

No Renascimento a relação entre o texto escrito e a figura foi importante, Flores (2007a) destaca que Leonardo da Vinci, auxiliado por Pacioli, lança mão da figura, ou, como afirma a autora, do desenho, para visualizar e sistematizar proposições euclidianas. A importância dada pelo pintor renascentista para a linguagem visual na demonstração geométrica pode ser observada num retrato pintado de Luca Pacioli: "Neste retrato, o visualizamos, de um lado, apontado uma passagem de um texto de geometria e, de outro, uma figura geométrica que explica uma demonstração do texto [...]” (FLORES, 2007a, p. 18).

Figura 1: Luca Pacioli (matemático)

Em 1509, Leonardo ilustra no livro “Divina proportione,” de Luca Pacioli (1445-1517), o fascínio pela geometria, que foi tal que, consta, teria deixado de lado a pintura para só a retomar anos mais tarde. O fascínio fora tanto que a solução encontrada por Leonardo para desenhar o “Homem de Vitruvius” teve como base as figuras geométricas. Ele inscreve numa circunferência e num quadrado um homem de braços e pernas estendidos, assim representando o cânone de proporções do corpo humano. No processo, ele acabou por determinar que a altura do corpo (igual à largura dos braços abertos, segundo Vitruvius) se encaixa perfeitamente em um quadrado. Os braços, levantados à altura da cabeça, tangenciam o círculo, e o mesmo acontece com as pernas abertas.

Nesse contexto estético é que devemos entender uma das mais significativas contribuições de Da Vinci no campo da matemática. Vejamos que o texto acompanha a figura, indicando a ideia de que cada secção do corpo humano é uma medida (percentagem) do todo:

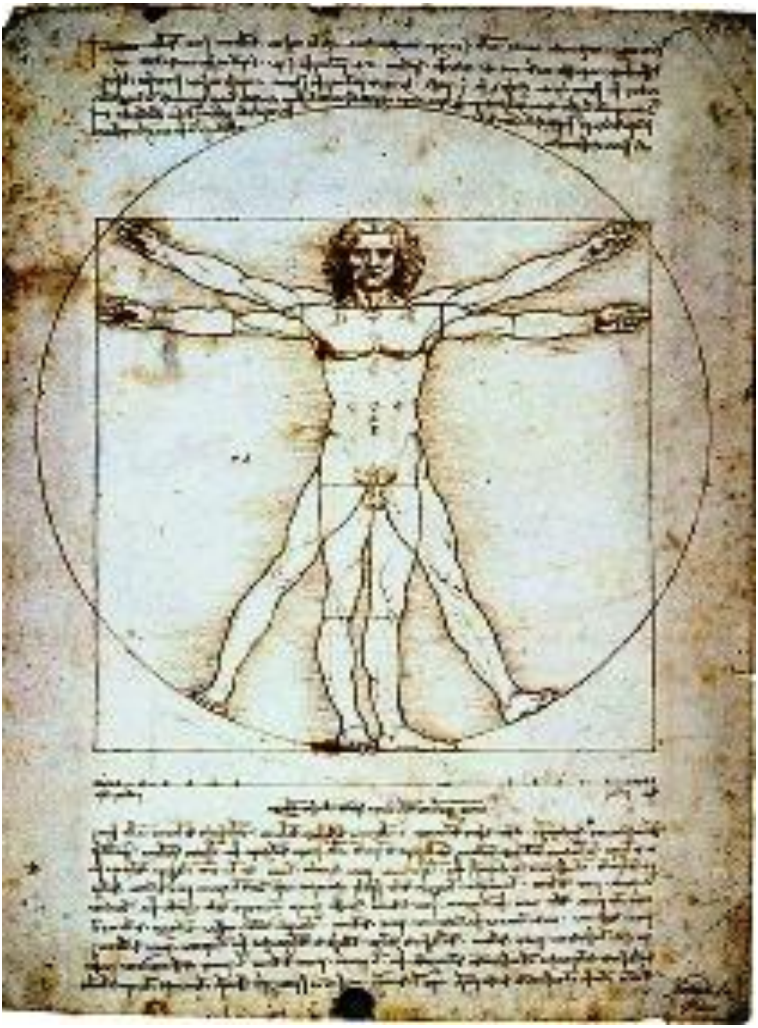


Figura 2: "Homem de Vitruvius", de Leonardo da Vinci

Segundo Caetano (2001), a comparação, a competição entre texto e imagem foi uma constante na teoria da arte no período moderno. Leonardo da Vinci, que consagra o tema da comparação entre pintura e poesia, sinaliza que uma das grandes vantagens da imagem é exatamente a possibilidade do pintor fazer uma infinidade de coisas que as palavras não podem tampouco nomear e, ainda, as imagens possuem maior capacidade apelativa em relação ao texto. Mas, além disso, possuem um caráter de verdade: "Para Leonardo, o verdadeiro papel do poeta é fingir palavras, enquanto a Pintura finge factos." (CAETANO, 2001, p. 14).

As ideias sobre as proporções humanas desenhadas por Leonardo no "Homem de Vitruvius", e apoiadas nas figuras geométricas, influenciaram a estética de muitos pintores; e, como naquela época não havia divisão entre pintor, arquiteto e engenheiro, muitos prédios foram encomendados a artistas. Influenciados por essas ideias de proporção, eles construíram diversos prédios clássicos que viriam a definir um espaço real, conhecido como estilo europeu ocidental.

Ao apontarmos os distintos usos das figuras geométricas em outros séculos, procuramos destacar como elas funcionaram de suporte para o ver e o saber na arte renascentista, na engenharia militar, na articulação do saber e a habilidade prática no tratado de Dürer e na construção do conhecimento através dos elementos de Euclides.

Considerarmos que as figuras geométricas têm uma história significa, sobretudo, a ruptura com a concepção de uma perspectiva única, linear, assumindo que um mesmo objeto, no caso as figuras geométricas, pode falar de maneiras diferentes a diferentes sujeitos e, sob a diversidade desse olhar, transformar-se numa outra história. Essa perspectiva de construção de conhecimento histórico possibilita pensar que as práticas escolares se constituem com base num jogo de possibilidades e que serão analisadas e pesquisadas também por um jogo de possibilidades. Essas possibilidades seriam as táticas, os modos pelos quais buscamos uma adequação às circunstâncias e às necessidades impostas por cada momento da nossa cultura.

Então, com base nisso, mas olhando para outro contexto, o do ensino da matemática no estado de Santa Catarina, vamos analisar como e com que propósito as figuras geométricas foram enfatizadas nos livros didáticos de matemática nos tempos do ideário do Movimento da Matemática Moderna.

Por fim mostramos como as figuras serviram de meios para ensinar e aprender em outras épocas; as figuras geométricas têm uma história.

4 TEMPOS RECENTES: O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Num passado mais longínquo, podemos observar, e discutimos anteriormente, por meio de alguns exemplos, os diferentes usos das figuras geométricas para o ver e o saber no passado na arte renascentista, na engenharia militar, na articulação do saber, e a habilidade prática no tratado de Dürer e na construção do conhecimento através dos elementos de Euclides.

Atualmente as figuras geométricas têm sido valorizadas no cenário escolar pelos documentos normativos; em particular nota-se uma forte recorrência quanto ao uso das figuras geométricas para o ensino de geometria. Mas, se considerarmos um momento e movimento específicos, um passado recente, intitulado de Movimento da Matemática Moderna (MMM), podemos questionar que função as figuras geométricas assumem junto ao ensino de geometria. Mais precisamente a questão é como as figuras geométricas foram consideradas nas orientações metodológicas para o ensino.

Nas décadas 60 e 70, ocorria no Brasil e em vários países do mundo o MMM. O ensino de matemática estava sendo fortemente discutido. Esse movimento propunha internacionalizar uma nova proposta para a reorganização tanto curricular quanto metodológica do ensino da matemática.

Pode-se dizer que o MMM constituiu a segunda tentativa[7], em esfera mundial, de reforma do ensino de matemática e estava associada ao progresso científico e tecnológico que se vivenciou nesse período. Então, em cena, nesse ideário estavam os matemáticos que "elaboraram um novo programa de ensino, uma nova Matemática escolar que busca diminuir as distâncias entre o saber dos matemáticos e aquele dos currículos escolares" (VALENTE, 2006, p. 27-28).

---

[7] "Em 1908, em Roma, durante a realização do IV Congresso Internacional de Matemática, foi dado início a um levantamento da educação matemática praticada em diferentes países, a partir da criação de uma comissão internacional, que resultou na primeira proposta de internacionalização do ensino de matemática." (VALENTE, 2006, p. 31).

Essa tentativa de aproximação entre as abordagens para o ensino da matemática no ensino superior e no secundário envolvia os conceitos, os métodos e a linguagem.

O MMM teve seu início delineado no Seminário de Royaumont, realizado em 1959, mas foi especificado no ano de 1960, em Dubrovnik, onde se elaborou um programa moderno de matemática para o ensino secundário.

Segundo Guimarães (2007), destacam-se no Seminário de Royaumont três finalidades pelas quais se pretendia a mudança do ensino de matemática, indicando um triplo papel ao conhecimento matemático. Um papel **formativo**, o qual podemos dizer que é visto como um meio de desenvolver as capacidades mentais e intelectuais do aluno; outro de **preparação** dos alunos, tendo em vista o prosseguimento dos seus estudos; e um papel **instrumental** no que se refere à sua inserção na vida cotidiana e profissional.

Para Guimarães (2007) a proposta da Matemática Moderna é considerada um projeto reformador que veio centrar-se essencialmente numa mudança na estrutura e nos assuntos matemáticos do currículo.

Em síntese, podemos dizer que a modernização da matemática consistia na entrada de novos tópicos no currículo da escola elementar, os quais já estavam presentes em nível superior, tais como geometria informal, probabilidades, álgebra e teoria dos conjuntos. (VALENTE, 2006).

4.1 NOS DOCUMENTOS INTERNACIONAIS

No Seminário de Royaumont foram apresentadas propostas diferentes, com assuntos diversificados, para reformar o programa de matemática; mas a que mereceu maior destaque e se celebrou foi a proposta de Jean Dieudonné. Ele foi considerado um dos promotores da proposta de reforma delineada em Royaumont e relata o atraso do ensino secundário perante o universitário. De acordo com Guimarães (2007), é visível a preocupação com a continuidade dos estudos dos alunos no que se refere ao ensino de geometria, apontando que: "Ao introduzir a Geometria vectorial o mais rapidamente possível, preparamos o aluno para os estudos universitários" (OECE, 1961a, p. 83).

A constatação de que existiam atrasos e defasagens em relação ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos da época, bem como o que era ensinado nas universidades, impulsionou recomendações que valorizassem a álgebra e a geometria vetorial e, com isso, promoveu uma desvalorização da geometria de Euclides e uma valorização da linguagem e simbologia matemáticas. Segundo o programa de Dubrovnik, existe diferença entre as expressões **geometria de Euclides** e **geometria euclidiana**. A geometria de Euclides é usada com o significado de geometria baseada nos axiomas de Euclides, já a euclidiana designa o estudo do espaço euclidiano sobre planos ou objetos em três dimensões baseadas nos postulados de Euclides de Alexandria. A geometria euclidiana não é abandonada no programa, no entanto adota outra abordagem, a dos conjuntos. (GUIMARÃES, 2007).

Com base nessas constatações são elaboradas algumas recomendações dos conteúdos curriculares. Vejamos que a maioria das propostas apresentadas para a geometria dedutiva indicam "[...] um sentido de abordagem algébrica da Geometria, para substituir os métodos tradicionalmente utilizados no seu estudo [...]" e que esse método serve para "[...] promover a transição das noções geométricas intuitivas do início da escolaridade, para as noções mais avançadas da Geometria abstracta" (GUIMARÃES, 2007, p. 33).

Jean Dieudonné criticou fortemente o ensino da geometria que estava sendo praticado, principalmente os métodos de ensino da geometria e, em particular, a utilização da noção de triângulo como base desse ensino, nomeadamente no que se refere à chamada "geometria dos triângulos". Ele reconhece que uma das finalidades do ensino em nível secundário é a formação e o desenvolvimento nos alunos da intuição do espaço. Portanto, para ele isso não significava uma desvalorização da geometria, mas sim dos métodos de ensino de geometria e a utilização da noção de triângulo como base desse ensino. "No que se refere aos triângulos, Dieudonné considera-os completamente inúteis e indispensáveis no quadro de uma Geometria moderna [...].” (GUIMARÃES, 2007, p. 36).

Relatos do Seminário de Royaumont apontados na OECE (1961b) indicam que as ideias apresentadas por Dieudonné não foram consensuais pelos participantes do seminário. Gerou debate, o qual deu origem a um acordo em favor da manutenção de alguns aspectos da geometria euclidiana, por reconhecer que muitos conceitos necessitam do suporte de uma representação geométrica. Com isso o estudo do triângulo foi defendido por razões: **históricas**, aplicável em outras ciências e na vida cotidiana; e **educativas**, por favorecer uma abordagem intuitiva importante principalmente no início dos estudos. Também foi salientado que a geometria formal euclidiana era até então a principal disciplina que habituava os alunos aos métodos do pensamento dedutivo. (GUIMARÂES, 2007).

Nesse sentido apresentamos a seguinte proposta referente ao ensino secundário da matemática:

> A ênfase na unidade da Matemática a idéia de “fusão” Aritmética/Álgebra e da “síntese” Álgebra/Geometria, a integração da Trigonometria em outros tópicos curriculares; a importância dada à álgebra e a Geometria vectorial, bem como às estruturas matemáticas; a orientação axiomática do ensino, isto é, a organização do currículo tendo como última meta o estudo axiomático da Matemática; a preocupação com o rigor e com a linguagem e simbologia matemáticas. (GUIMARÃES, 2007, p. 43).

Da proposta de Royaumont e Dubrovnik, destacamos a nova abordagem do ensino de geometria, a qual nos deu a entender que reforçava a estrutura dos conjuntos no próprio ensino da geometria, bem como estimulava a introdução algébrica junto à síntese de Euclides. Vejamos o que diz a proposta:

> O programa proposto para o ciclo marca um abandono do curso tradicional em geometria [...]. Hoje em dia, a Geometria engloba todos os aspectos do espaço, tratados quer do ponto de vista do número (Álgebra), quer como con-

> junto de ponto, de rectas, etc... Os métodos de síntese de Euclides serão conseqüentemente reforçados pelas técnicas que têm em conta o poder da Álgebra. (GUIMARÃES, 2007, p. 47).

Os programas de álgebra, geometria, probabilidade e estatística estavam divididos em primeiro ciclo, destinado a alunos de 11 a 15 anos, e segundo ciclo, direcionado a alunos de 15 a 18 anos.

Para o ensino de geometria do primeiro ciclo, é proposto um programa que "marca um abandono da marcha tradicional em geometria para uma apresentação que reflete as tendências modernas na maneira de tratar o assunto" (OECE, 1965, p. 67). Nesse programa proposto consideram-se dois pontos de vista, "[...] alcança-se muito rapidamente a integração da álgebra e da geometria pela introdução de álgebra e das coordenadas logo que o aluno for capaz de compreendê-las." (OECE, 1965, p. 67).

Um dos métodos descritos para o ensino de geometria no primeiro ciclo aponta que sejam "introduzidas idéias simples, mas fundamentais da matemática, de uma maneira 'recreativa'"(OECE, 1965, p. 67).

Nota-se, portanto, por parte dos matemáticos que prepararam a proposta, uma preocupação com o **discurso** (ou seja, os que elaboram os programas) e a **prática** (isto é, com os professores de matemática). Nesse sentido a proposta apresenta ainda três princípios importantes tanto para quem elabora um programa escolar como para o professor na sua classe. O primeiro se refere à **linguagem**:

> Não empregar uma terminologia difícil e prematura. A linguagem matemática correta será empregada no seu devido tempo. Definir as palavras novas no contexto em que são empregadas. (OECE, 1965, p. 68).

Se essa linguagem for considerada uma figura, por exemplo:

> [...] pode ser definida pela construção de um modelo concreto e isso é especialmente verdadeiro logo no início quando o aluno discerne as propriedades de uma figura na medida em que constrói e em que se estudam as possibilidades ligadas à construção. (OECE, 1965, p. 68).

O segundo princípio se refere à **concepção do conhecimento geométrico**, considerado abstrato pelos protagonistas da proposta. Se a natureza do conhecimento é abstrata, então se propõe a criação de um **modelo material** que favoreça a observação e a experiência desse conhecimento. "A matemática é abstrata e se refere as relações entre coisas abstratas. Para o jovem, contudo, uma experiência concreta, rica e variada é uma etapa necessária à abstração." (OECE, 1965, p. 68).

O último princípio, e talvez o mais arrojado, diz respeito ao **sentimento de paixão** para com a disciplina de matemática que deverá ser despertado pelo professor em seus alunos. "É essencial que o aluno aprenda o pensar de uma maneira criadora e intuitiva. Com este fim deve ser dada ao aluno a ocasião para formular problemas e expor suas soluções." (OECE, 1965, p. 68).

Esses três princípios norteavam a proposta que tinha quatro finalidades para a geometria, pelas quais se pretendia:

> 1. Estabelecer, intuitivamente, alguns resultados geométricos sobre as bases da experiência física e da observação. 2. Empregar de maneira dedutiva os resultados, e procurar propriedades invariantes sob as transformações físicas e algébricas. 3. Integrar métodos variados (algébricos e de síntese) na resolução de um problema de geometria. 4. Desenvolver, na medida em que o curso avança, encadeamentos dedutivos curtos que levam às propriedades fundamentais que, no início do curso, o aluno admitiu como verdadeiras porque ele não podia se servir dos métodos da demonstração no momento em que as propriedades foram introduzidas. (OECE, 1965, p. 69).

Para atender essas quatro finalidades, propõe-se uma lista dos assuntos que devem ser estudados na geometria do primeiro ciclo, que são:

> 1. Introdução à noção de vectores como segmentos orientados. Adição, subtração, multiplicação por escalar. 2. O ângulo: propriedades dos ângulos estudadas em ligação com as retas paralelas, os polígonos, circunferência. Estudo das propriedades dos ângulos nos para-

> lelogramos e nos triângulos. 3. Simetria o triângulo isósceles. 4. Transformações estudadas de um ponto de vista físico e intuitivo para a pesquisa das propriedades das **figuras.** As transformações serão efetuadas por meio de: a) papel dobrado; b) reflexão; c) rotação; d) translação; e) recorte; f) pontos espaçados regularmente sobre circunferência e os polígonos regulares. 5. Transformações algébricas simples: $x'=a_1x+b_1$, $y'=a_2x+b_2$, com valores de a_1, a_2, b_1, b_2 que ilustrem apenas transformações afins. 6. Representações gráficas simples em álgebra: estudo de $y=ax+b$ e $y=ax^2+bx+c$ e desenvolvimento das idéias básicas para o estudo do cálculo. A relação entre reta e parábola e os coeficientes nas equações. 7. Idéias fundamentais incluídas no conceito de área, de volume, teorema de Pitágoras e suas extensões. 8. Propriedades não métricas da reta e do plano e introdução à noção dos conjuntos. A **figura geométrica** considerada como um conjunto de pontos. 9. Semelhança e leis associadas nas áreas e volumes. 10. Trigonometria: seno, cosseno, tangente, e suas aplicações. 11. Emprego de curtas "demonstrações lógicas" para justificar algumas das propriedades geométricas vistas anteriormente numa base intuitiva. (OECE, 1965, p. 69-70, grifo nosso).

Tudo leva a crer que nessa lista de conteúdos as figuras geométricas foram apontadas com propósitos de propagar uma nova linguagem e evidenciar a concepção do conhecimento geométrico propostos pelo MMM. Vejamos que no item 4 se sobressai a concepção de geometria intuitiva, que pode ser estudada nas transformações por meio de papel dobrado, reflexão, rotação, translação, recorte e pontos espaçados sobre circunferência e polígonos regulares. No item 8 percebemos a nova linguagem que estruturava o conhecimento matemático nos tempos da Matemática Moderna: a notação de conjunto.

Uma das formas apresentadas pela proposta para desenvolver esse desencadeamento dedutivo curto nos alunos é através do uso de dobra, pois "uma demonstração por dobra é um ótimo método para alcançar uma conjectura intuitiva." (OECE, 1965, p. 87).

Podemos perceber que a proposta de uma mudança no currículo e a nova abordagem do conhecimento geométrico propostos para o ensino da geometria secundário, mas mais especificamente para o primeiro ciclo, fez uso das figuras geométricas para propagar as ideias propostas pelo MMM em relação aos conceitos, aos métodos e à linguagem.

Faz-se necessário destacar que o ideário proposto pelo MMM sofreu ao longo dos anos inúmeras críticas, tanto positivas quanto negativas.

Uma delas pode ser observada na revisão de currículo elaborada por René Thom nas décadas de 60, 70 e 80. Ele evidencia assuntos introduzidos e eliminados no currículo dessa época. Um dos assuntos eliminados é referente à "[...] tradicional geometria euclidiana, em particular as complexidades da geometria plana" (THOM, 1971, p. 695).

Dois argumentos, um teórico e outro prático, são apontados por Thom (1971, p. 10) para a eliminação da tradicional geometria euclidiana dos currículos:

> O primeiro é teórico: o trabalho axiomático resultante do Grundlagen der Geometrie de Hilbert, mostrou que o propagado rigor dos Elementos de Euclides, é, em grande parte, ilusório, pois está comprometido por freqüentes apelos à intuição. Como conseqüência, tal argumento leva a achar melhor eliminar a geometria euclidiana e desenvolver as idéias algébricas, onde uma apresentação rigorosa é possível. O segundo argumento é prático: a geometria clássica, com o seu estudo elaborado das propriedades dos triângulos é pedante e sem utilidade. Quem na sua vida comum tem necessidade de usar a "reta de Simpson" ou "o círculo de nove pontos".

A análise de Thom (1971) enfatiza o engrandecimento da álgebra em detrimento da geometria. Esse aspecto ressaltado pelo autor em relação a sua análise dos currículos, do MMM, foi bastante criticado por Jean Dieudonné em seu artigo "Deveríamos ensinar Matemática Moderna?".

Para Dieudonné (1973, p. 18, 28) o artigo de Thom (1971) não tem sentido, pois "[...] contém alguns apanhados agudos sobre a natureza do pensamento matemático [...]" e "algumas idéias que parecem sensatas juntamente com algumas concepções errôneas e curiosas [...]".

Para Dieudonné (1973) a ideia proposta pelo movimento não é eliminar a geometria euclidiana, mas o modo obsoleto de ensiná-la, pois Thom (1971) afirmava que a geometria euclidiana tinha sido eliminada do novo currículo e substituída por álgebra abstrata.

Segundo Kahane (2002), um dos textos mais representativos da corrente de ideias inovadoras da época, da reforma da matemática moderna, é sem dúvida o prefácio do livro de Dieudonné "Álgebra linear e geometria elementar". No que diz respeito à geometria, a ideia fundamental da reforma é promover, no lugar do sistema de axiomas (implícito) de Euclides-Hilbert, a noção de espaço vetorial. Constatou cinco pontos de desacordo essenciais com os princípios matemáticos e epistemológicos dessa reforma no que se refere à geometria: o projeto "do todo linear"; a redução do papel das não variadas, nomeadamente área e ângulo; o abandono dos casos de igualdade dos triângulos; e o desaparecimento das geometrias ricas[8].

Cada um desses pontos destacados por Kahane foram discutidos em seu livro intitulado "L'enseignement des sciences mathématiques", mas na presente dissertação demos ênfase à "redução sistemática do papel das figuras" e ao "abandono dos casos de igualdade dos triângulos".

---

[8] Segundo Kahane (2002) as geometrias ricas correspondem aos grupos clássicos de isomorfismos excepcionais, elas desapareceram do segundo grau com a reforma do ensino de matemática moderna e nunca mais retornaram.

Na redução sistemática do papel das figuras, Kahane (2002) enfatiza que sobre esse ponto parece efetivamente que se pôs o arado antes dos bois: na construção de uma visão do espaço, **as figuras** desempenham um papel primordial e os matemáticos que promoveram a reforma das matemáticas modernas subestimaram a importância dessa prática das figuras, espécie de cordão umbilical que derretia, sem dúvida ao seu conhecimento, a sua intuição do espaço. De resto, as figuras (ou configurações) reapareceram rapidamente nos programas, mas, de certa maneira, o mal era feito e numerosos ainda são, atualmente, professores que o olham com suspeita. Há, sem dúvida, no nível da elucidação dessa relação figura-raciocínio, uma deficiência na formação dos mestres. (KAHANE, 2002).

Já no "abandono dos casos de igualdade dos triângulos", muito contestados nos anos 60, os casos de igualdade desapareceram com a reforma. Para Kahane (2002, p. 113, tradução nossa): "Este ponto parece-nos um contrassenso, mesmo (sobretudo?) se pensa a geometria em termos de transformações". Com efeito, sabemos de fato que um problema crucial quando um grupo opera sobre um conjunto é dizer se é transitivo e não de descrever as suas órbitas. Além disso, ao pensar a geometria em termos não variantes é claro que os casos "de igualdade" (que afirmam aproximadamente que efetivamente enumeraram-se todas as não variantes) constituem um instrumento matemático essencial. Por último, no plano da coerência do ensino, os casos "de igualdade" forneciam um fundamento da geometria (o sistema de axiomas de Euclides-Hilbert implicitamente subjacente), imperfeito decerto, mas sobre o qual os outros resultados descansavam mais ou menos firmemente.

De fato, para Kahane (2002), a ajuda de um desenho é preciosa em exemplos também diversos que o cálculo da soma das n primeiras totalidades (ou das n primeiras totalidades ímpares), o estudo de uma sequência recorrente, o enquadramento de uma integral ou qualquer, o que toca teorema valores intermédios. Outros exemplos podem ser observados em artigos de P. Terracher nas atas do Colóquio Inter-IREM de Geometria de 1994, em que o **desenho indica** claramente a conjetura e, frequentemente, a demonstração.

A preocupação de uma nova abordagem para a o ensino da geometria dedutiva, em que a geometria dos triângulos foi fortemente criticada por Dieudonné, fez-se presente no ideário do MMM segundo alguns discursos. Então, será que na prática, focando os livros didáticos como fonte de pesquisa para esta dissertação, os triângulos foram abolidos? As figuras geométricas foram abolidas com o MMM? Como e com que propósito as figuras geométricas foram usadas nos livros didáticos da década de 70? E, ainda, mesmo que o ideário relate o atraso do ensino secundário mediante o universitário, como esse atraso foi articulado, foi incorporado no ensino da geometria, junto aos livros didáticos, nos anos finais do ginásio no estado de Santa Catarina?

4.2 NOS DOCUMENTOS BRASILEIROS

No Brasil, na época do MMM, conforme Pavanello (1989) ocorreu um abandono do ensino da geometria, pois os novos métodos de se abordar a matemática ainda não eram dominados pela grande maioria dos professores. A geometria passou a ser desenvolvida intuitivamente, sem qualquer preocupação com a construção de uma sistematização. Assim, optou-se por apenas acentuar as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras como conjunto de pontos no plano. O ideário da Matemática Moderna demandava que a geometria fosse trabalhada sob o enfoque das transformações, e, como os professores estavam despreparados, aos poucos deixaram de ensinar os conteúdos geométricos, trabalhando principalmente com a álgebra ou a aritmética e com a teoria dos conjuntos.

Também é a partir da década de 60 que notamos nos livros didáticos de matemática destinados ao ensino ginasial e produzidos por autores brasileiros uma preocupação com as estruturas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos, conforme Pavanello (1989). A geometria não pode mais ser trabalhada de maneira tradicional, então:

> [...] nesses livros, as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjun-

> tos de pontos do plano, por adotar, para a geometria, a mesma simbologia usada para os conjuntos em geral e por trabalhá-la segundo uma abordagem intuitiva. (PAVANELLO, 1989, p. 163).

Conduzido principalmente pelos livros didáticos, o MMM teve grande influência, durante longo período, só vindo a refluir a partir da constatação de inadequação de alguns de seus princípios básicos e das distorções e dos exageros ocorridos. (BRASIL, 1998).

Conforme destacamos, o MMM é referenciado ainda hoje nos PCNs como um movimento das décadas de 60 e 70 no ensino de matemática no Brasil, assim como em outros países, e que foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna.

No entanto faz-se necessário destacar que, conforme estudos realizados até o presente momento, acredita-se que a década de 70 se diferencia da de 60 nesse contexto; trata-se de um segundo momento do MMM, e, em particular, o ensino de geometria se configura de maneira distinta. (LEME DA SILVA, 2009).

Então o presente trabalho toma como período de análise a década de 70 buscando, através de alguns discursos, indícios para analisar a prática escolar do ensino de geometria nas escolas catarinenses.

A análise aqui proposta considera dois aspectos: um deles leva em conta os discursos vindos do ideário do MMM e que estariam contemplados nos documentos normativos; o outro explora as práticas escolares que seriam percebidas pelos rastros deixados no cotidiano escolar daqueles tempos e estariam nos livros didáticos. Então, com base nos discursos, iremos investigar as práticas.

4.3 NOS DOCUMENTOS NORMATIVOS CATARINENSES

4.3.1 DIRETRIZES PARA A ORGANIZAÇÃO DO CURRÍCULO DO 1.º AO 8. º GRAU DO CICLO BÁSICO (1968)

No final dos anos 60, destacam-se em um dos documentos normativos, intitulado "Diretrizes para a organização do currículo do 1.º ao 8.º grau do ciclo básico", duas perspectivas para o ensino da matemática: a antiga e a moderna. A antiga consiste em considerar o ensino da matemática como um adestramento em processos mecanizados, e a moderna concebe que os processos foram um tecido de estruturas de complexidade crescente. "O objetivo visado é que todas as crianças de escola cheguem a compreender bem todas as facetas da atividade matemática." (SANTA CATARINA, 1968, p. 52).

A compreensão da matemática, principalmente de certos conhecimentos básicos, era uma necessidade humana tanto para melhorar a adaptação como para enfrentar os problemas da vida. Vejamos os assuntos considerados essenciais na diretriz:

> Com um moderno programa de Matemática pretende-se estudar os assuntos de Matemática, conhecidos como essenciais na formação do educando, com uma linguagem moderna, envolvendo principalmente o **conceito de conjunto** e a formação de **estruturas matemáticas**, a utilização de **símbolos lógicos** e aprendizagem de **álgebra** com seu **caráter dedutivo**. (SANTA CATARINA, 1968, p. 52, grifo nosso).

A linguagem moderna, propagada pelo MMM internacionalmente, fez-se presente nas diretrizes que estruturam o ensino no final dos anos 60 no estado catarinense. Alguns indícios apontam que essa diretriz se estende para a década de 70, pois mais tarde, em 1973, o Centro de Recursos Humanos João Pinheiro, de

Belo Horizonte, lançou um documento[9] que analisa as propostas curriculares das 26 Unidades da Federação[10], constatando "[...] evidências de transferência da linha de Matemática tradicional para uma linha mais atualizada". Percebemos as perspectivas antigas e modernas, mencionadas nas diretrizes de 1968, renomeadas para tradicional e atualizada. Essa análise foi elaborada agrupando-se o conteúdo da matemática em duas grandes áreas, álgebra e geometria. O documento aponta alguns dados interessantes:

> [...] foi constatada maior ênfase em álgebra; somente três propostas introduziram noções de geometria moderna, as demais continuaram a adotar a Geometria euclidiana descritiva; em álgebra, a abordagem do conteúdo tendeu a se atualizar mais do que na área de geometria. Tópicos como: conjuntos, relação, função, grupos, isomorfismo, estruturas, produto cartesiano, apareceram com mais freqüência, evidenciando a tendência de modernização nessa área; foi evidente a preocupação em dar ao conteúdo uma direção moderna. (SOARES, 2001, p. 121).

É importante destacar que no ano 1970 em Santa Catarina os tradicionais grupos escolares, que são a base dos programas de 1960 e das diretrizes de 1968, foram substituídos pelas chamadas escolas básicas. Estas passaram a ministrar a educação fundamental, obrigatória e gratuita mediante oito anos de escolaridade contínua.

Essa reforma de ensino modificou alguns aspectos básicos que orientam as práticas, como reformulação de currículos e programas. Paralelamente a essas mudanças, a Secretaria de Educa-

---

[9] Currículo de ensino de 1.º grau: análise descritiva de propostas curriculares das Unidades da Federação. Belo Horizonte: Centro de Recursos Humanos João Pinheiro, 1973.

[10] Como Unidades da Federação, entendamos: Acre, Alagoas, Amapá, Amazonas, Bahia, Ceará, Distrito Federal, Espírito Santo, Fernando de Noronha, Guanabara, Goiás, Maranhão, Mato Grosso, Minas Gerais, Pará, Paraíba, Pernambuco, Paraná, Piauí, Rio de Janeiro, Rio Grande do Norte, Rio Grande do Sul, **Santa Catarina**, São Paulo e Sergipe.

ção, no ano de 1972, contava com o trabalho de aproximadamente 30.000 funcionários. E também nesse período ocorreu um aumento significativo de alunos nos estabelecimentos de ensino. Em relação à da década de 60, quando se tinha um total de 250.000 alunos, a população escolar em 1973 contava, em todo o estado, com 695.327 alunos matriculados nas escolas de 1.º grau. Destes, 148.388 frequentavam estabelecimentos de ensino públicos municipais e particulares (21%) e 546.939 alunos estudavam em escolas públicas estaduais (79%). (FIORI, 1974).

No território catarinense destacam-se as reformas no ensino e uma crescente população escolar nessa década. O Plano Estadual de Educação demonstrava objetivos fixados em razão das necessidades educacionais catarinenses, mas mesmo assim nossa educação escolar continua a reclamar melhor qualidade. Não podemos esquecer que, desde o início do século XX, o estado buscou programar as atividades educacionais numa perspectiva de qualidade do ensino. O termo "plano educacional", contudo, é relativamente recente (década de 70).

4.3.2 DIAGNÓSTICO E PROGNÓSTICO DA SITUAÇÃO EDUCACIONAL (1971)

O diagnóstico de 1971 aponta que os métodos de ensino no estado de Santa Catarina eram bastante tradicionais, enfatizando o ensino teórico, mas isso não atendia as necessidades regionais ou locais de ensino da época.

Os livros didáticos utilizados na década de 60, os mais empregados visavam ao desenvolvimento da habilidade da leitura e eram usados em todas as séries e adquiridos pelos próprios alunos. Por isso, na matemática e nas outras áreas de estudo, adotavam-se poucos livros, tendo em vista as dificuldades econômicas dos alunos para aquisição de livros, que nessa época eram escassos e com custos elevados. (SANTA CATARINA, 1971).

No início da década de 60 o número de bibliotecas nos estabelecimentos de ensino no estado de Santa Catarina era bem pequeno. Somente nos anos de 1967 a 1969 foram distribuídas 423 bibliotecas para os estabelecimentos sustentados pelas redes públicas e particulares. Com isso soubemos que, através dos depoimentos de orientadores pedagógicos e supervisores de ensino, "[...] pouco a pouco vai se esboçando por parte dos professores, uma mudança de atitude profissional, que leva os alunos à procura de livros, à pesquisa e à leitura como lazer" (SANTA CATARINA, 1971, p. 114).

O programa de ensino de 1964 foi elaborado dentro de uma linha de ação que procurava proporcionar aos alunos "[...] a aquisição de conhecimentos mais práticos e úteis, mais adequados à realidade e necessidades de Santa Catarina." (SANTA CATARINA, 1971, p. 113).

Em 1970 o ciclo básico era oferecido em oito graus contínuos e articulados, abrangendo oito anos de estudo. O ciclo básico correspondente ao 5.º até 8.º graus é equivalente ao 1.º ciclo de grau médio ou ciclo ginasial apontados no artigo 34 da LDB. (SANTA CATARINA, 1971).

De acordo com o "Diagnóstico e prognóstico da situação educacional" de 1971, o currículo escolar estava distribuído em três etapas:

ETAPA	**Objetivo**	**Grau**
I	Adaptação, socialização, coordenação motora, hábitos de saúde e higiene, lazer e educação artística.	1.º grau e metade do 2.º grau.
II	Aquisição de hábitos, atitudes, comportamento, práticas e conteúdo.	Da metade do 2.º grau até a metade do 6.º grau.
III	Orientação para o trabalho, generalizações e sistematização de conteúdo.	Do 5.º grau até o término do 8.º grau.

Quadro 1: Etapas do currículo escolar – do 1.º ao 8.º grau
Fonte: SANTA CATARINA, 1971.

O currículo dividido em três etapas para todo o ensino do 1.º ao 8.º grau era segmentado em disciplinas, e até o 4.º grau composto de nove disciplinas: Língua Nacional, Matemática, Estudos Sociais, Ciências, Educação Artística, Educação Física, Atividades Complementares, Educação Religiosa e Educação Moral e Cívica.

O objeto de análise desta dissertação está inserido no currículo na III etapa, na qual o ensino deveria ser orientado para o trabalho, as generalizações e a sistematização do conteúdo.

Para atender as exigências da LDB, o currículo do 5.º ao 8.º grau era constituído de treze disciplinas, nomeadas de: Língua Nacional, **Matemática**, História, Geografia, Ciências, OSPB, Línguas Estrangeiras Modernas, Desenho, Técnica de Trabalho, Educação Física, Educação Moral e Cívica, Educação Religiosa e Educação Artística.

Faz-se necessário destacar também que o ciclo básico, do 5.º ao 8.º, admite **variedades de currículos** de um estabelecimento para outro, considerando a necessidade das disciplinas obrigatórias, complementares, optativas e práticas educativas. (SANTA CATARINA, 1971).

4.3.3 RELATÓRIO DAS ATIVIDADES ANO 1976: II SEMINÁRIO DE AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DA ADMINISTRAÇÃO ESTADUAL (1977)

A liberdade proposta pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) no programa de ensino da década de 70 gerou certa desordem no sistema de ensino. Cada escola e até cada sala de aula de uma mesma série, em uma mesma escola, efetuavam, simultaneamente, programas distintos de uma mesma disciplina. (SANTA CATARINA, 1977).

Há relatos de que na década de 70, “os professores não sabiam o que ensinar e ficavam sem orientação”. (SANTA CATARINA, 1977, p. 53).

Observamos que, com essa situação caótica, a Secretaria da Educação desenvolveu um estudo da realidade educacional, que apontou um elevado grau de heterogeneidade e diversificação de programas.

O resultado desse estudo gerou o "[...] Programa de Ensino do 1.º Grau, que será aplicado já a partir do ano letivo de 1977 em todo o território catarinense." (SANTA CATARINA, 1977, p. 53).

Segundo o "Relatório das atividades do ano 1976", para alcançar o objetivo da reforma do ensino de 1.º e 2.º graus no território catarinense, adotou-se uma linha de ação cujas medidas e resultados estão descritos da página 45 à 51 do documento. Notamos que a linha de ação acontece exclusivamente na "Formação e Aprimoramento de Professores", sendo realizados 30 cursos, dos quais participaram 11.633 docentes e administrativos.

Desses 30 cursos destacados no relatório, três merecem ênfase devido ao maior número de professores atingidos: o curso de Atualização sobre o Uso do Livro Didático, realizado para 1.400 professores nos municípios de Lages e Joaçaba; o curso de Atualização de Recursos Humanos para Núcleo Regional de Material de Ensino-Aprendizagem, desenvolvido para um total 2.273 professores nos municípios de Florianópolis, Tubarão, Joaçaba e São Miguel do Oeste; e o curso de Atualização em Métodos e Técnicas de Ensino do 1.º Grau, que envolveu um total 3.100 professores, realizado nos municípios de Joinville, Rio do Sul, Mafra, Concórdia, Chapecó e São Miguel do Oeste.

Verificamos que, dos 30 cursos oferecidos, o curso sobre uso do livro didático se destaca em terceiro lugar. Portanto, o realce dado ao livro didático evidencia a importância desse material como uma das fontes históricas importantes para o contexto educacional da década de 70. Assim, sua utilização como fonte histórica tem forte relevância para análise das práticas escolares desse período.

Mas também a partir de 1975 procurou-se dar toda a ênfase ao problema do livro e do material didáticos. Para tanto firmaram-se convênios "[...] em 1975 com o Instituto Nacional do Livro e em 1976 com a Fundação Nacional de Material Escolar, que proporcionaram um grande incremento na aquisição e distribuição de livros didáticos." (SANTA CATARINA, 1977, p. 90).

Conforme consta no "Relatório das atividades do ano 1976", todos os alunos da rede estadual e municipal de 1.º grau do estado de Santa Catarina receberam livros e materiais escolares.

4.3.4 SUBSÍDIOS PARA A ELABORAÇÃO DOS CURRÍCULOS PLENOS DOS ESTABELECIMENTOS DE ENSINO DE 1.º GRAU (1975)

Embora se constate no documento de 1971[11] uma variedade de currículos de um estabelecimento a outro, no ano de 1975 a Secretaria do Estado de Santa Catarina lançou um documento que oferecia subsídios para a elaboração dos currículos plenos dos estabelecimentos de ensino de 1.º grau. Nesse documento se descreve a orientação metodológica de cada uma das disciplinas classificadas como "ciências", pois o objetivo geral de estudo de ciências promove "[...] o desenvolvimento do pensamento lógico e a vivência do método científico e suas aplicações" (SANTA CATARINA, 1975, p. 129.). Essa orientação apresenta os objetivos, as atividades e os conteúdos de cada uma das disciplinas, classificadas como ciências, que pertencem ao currículo do ensino de 1.ª a 8.ª série.

No entanto, esses subsídios não estão separados por séries ou unidades e "cabe ao professor criterioso, conhecendo os seus alunos, selecionar os objetivos, partindo do relacionamento que pode ser feito entre as unidades" (SANTA CATARINA, 1975, p. 131).

A disciplina de matemática é considerada "um dos instrumentos que mais propiciam o desenvolvimento do raciocínio, pela sua própria estrutura formal, [...]" (SANTA CATARINA, 1975, p. 129). Essa consideração faz com que o professor de matemática seja o responsável, em grande parte, pela formação do processo de raciocinar dos alunos, pois "o professor que atua com a matemática impulsiona o aluno a pensar e agir". (SANTA CATARINA, 1975, p. 131).

Tendo essa responsabilidade, o professor, através de atividades variadas, bem estruturadas e organizadas, poderá facilitar o caminho do aluno no sentido de sistematizar os conhecimentos matemáticos necessários ao desenvolvimento do processo de abstrair, simbolizar, analisar e aplicar. (SANTA CATARINA, 1975).

---

[11] Ver na página 65.

Notemos que a estrutura formal apontada nesse documento que normatiza o ensino de matemática no estado de Santa Catarina na década de 70 foi também enfatizada pelo ideário do MMM, no seminário de Royaumont, como uma das finalidades do ensino.

Vejamos também que, ao enunciar que a responsabilidade do ensino sobre o professor, e este terá de facilitar o processo de abstração através de atividades variadas, evidencia a concepção de que o conhecimento matemático é abstrato. Percebemos que essa concepção está de acordo com o segundo princípio[12] considerado pelos protagonistas do ideário.

Os conteúdos da disciplina de matemática estão divididos em seis unidades: 1) identificar e representar conjuntos; 2) estabelecer relações; 3) realizar operações; 4) analisar estruturas sistema de numeração decimal e algébrica; 5) medir grandezas; 6) realizar transformações no plano. Podemos destacar também que os conteúdos correspondentes à geometria estão presentes nas últimas duas unidades (5 e 6), ou seja, medir grandezas e realizar transformações no plano.

No item 5 encontramos as seguintes indicações que dizem respeito a conteúdos trabalhados na geometria: medidas de ângulos; medidas de círculo; perímetro e área de figuras bidimensionais (triângulos, quadriláteros e círculo); relações métricas no triângulo retângulo; círculo trigonométrico.

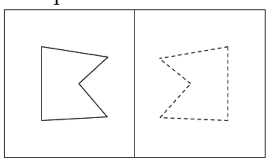
Já no item 6 são listados os conteúdos de: reflexão; projeção; translação, rotação, homotetias, ângulos, polígonos congruentes e semelhantes.

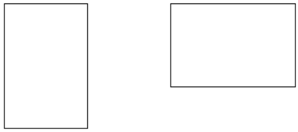
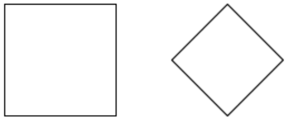
Sendo esses os conteúdos indicados para o ensino de geometria na década de 70 no estado catarinense, nosso objetivo é compreender quais as indicações para as figuras geométricas nesse documento nos objetivos e nas atividades recomendadas para o ensino de geometria.

A fim de facilitar nossa análise, elaboramos uma tabela que apresenta os objetivos e as atividades que usam as figuras geométricas como instrumento de ensino, pois outros objetivos e atividades são apontados. Vejamos então com que objetivos as figuras

[12] Ver página 55.

geométricas foram apontadas e para quais atividades elas poderiam ser utilizadas pelos professores:

Conteúdo	Objetivos	Atividades
Medir Grandezas	2.3 Observar e diferenciar **superfícies**, comparando-as em tamanho e forma.	– Comparar cartolinas e recortes, para verificar **superfícies**.
	3.3 Identificar quantos m^2 ou dm^2 são necessários para cobrir pequenas **superfícies** planas.	– Cobrir **superfícies** usando m^2 ou dm^2.
	4.2 Medir **segmentos de reta**.	– Medir segmentos de reta que formam os lados de uma **figura bidimensional.**
	4.3 Determinar a área de **figuras geométricas** bidimensionais.	– Medir as **superfícies de retângulos, quadrados e triângulos** utilizando m^2 ou dm^2 construídos pelos alunos.
	5.1 Calcular a área de **figuras geométricas** bidimensionais.	– Calcular a área dos **paralelogramos e triângulos**.
	6.1 Identificar **segmentos** proporcionais.	– Medir **segmentos** proporcionais.
	6.3 Determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um **triângulo.**	– Destacar os ângulos de um **triângulo** e comparar a sua soma com o ângulo raso. – Medir ângulos suplementares, complementares, raso, pleno e nulo.
	7.1 Identificar relações métricas no **triângulo retângulo**.	– Construir quadrados usando medidas dos catetos e da hipotenusa e verificar experimentalmente a relação de Pitágoras.
	7.2 Calcular a altura, os catetos e a hipotenusa do **triângulo retângulo**.	– Comparar os triângulos semelhantes, formados pela altura relativa à hipotenusa.
Realizar Transformações no Plano	1.1 Perceber que a forma e a posição de uma figura podem ser modificadas.	– Deslocar **figuras geométricas**. – Copiar **figuras** usando papel transparente dobrado. Exemplo:  – Realizar dobraduras com papel fazendo as **figuras** coincidirem.

	2.1 Movimentar **figuras** verificando as transformações relativas à posição e a forma.	– Deslocar **figuras geométricas** observando alterações em posição e em forma. Exemplo 1:  Exemplo 2: 
	3.1 Alterar o tamanho de **figuras** conservando a forma.	– Desenhar a mesma **figura** em diversos tamanhos.
	3.2 Identificar mudanças de posição que não alteram a forma.	– Copiar figuras usando papel transparente dobrado. – Construir jogos com deslocamentos de figuras. Exemplo: rodas de jogo. – Expor ao sol **figuras geométricas** bidimensionais, observando as variações das projeções e deslocando a figura em diversas posições.

Quadro 2: Objetivos da geometria para o 1.º grau
Fonte: SANTA CATARINA, 1975, p. 118-123.

Nas atividades propostas para o ensino de geometria, com enfoque para as figuras geométricas, os verbos "comparar", "cobrir", "medir", "destacar", "construir", "deslocar", "copiar", "expor" indicam que essas atividades favorecem a observação e experimentação dos conhecimentos geométricos e são etapas necessárias para a abstração. Assim, notamos que o segundo princípio do ideário do MMM está incorporado no subsídio para elaborar os currículos em 1975 na cultura escolar catarinense, pois: "A matemática é abstrata e se refere às relações entre coisas abstratas. Para o jovem, contudo, uma experiência concreta, rica e variada é uma etapa necessária à abstração." (OECE, 1965, p. 68).

As atividades propostas para ambos os conteúdos fornecem instrução para o professor usar as figuras geométricas como recurso para facilitar ao aluno a sistematização dos conhecimentos matemáticos necessários ao desenvolvimento do processo de abstrair, simbolizar, analisar e aplicar. Verificamos um apelo por parte de quem elabora a proposta no uso de figuras geométricas para construção da ideia de transformação. Vejamos que nos itens 1.1 e 2.1 as figuras geométricas são exemplificadas.

Nos "Subsídios para a elaboração dos currículos plenos dos estabelecimentos de ensino de 1.º grau" apresenta-se uma orientação metodológica em que é apontada uma abordagem de conteúdos matemáticos com o intuito de melhorar a compreensão e sistematização da prática docente, visto que:

> Através do tempo, os matemáticos foram aperfeiçoando maneiras de obter resultados de certos problemas de matemática, chegando a regras práticas bastante úteis e sofisticadas. Infelizmente, também com o tempo, talvez pelo excesso de matéria, professores e até autores de livros, querendo ensinar mais coisas, passaram a ensinar o uso destas regras práticas já elaboradas, em prejuízo do aluno (isto sem contar aqueles autores que elaboraram coisas erradas). (SANTA CATARINA, 1975, p. 147).

Com essa abordagem tentou-se apontar que os mesmos conteúdos da matemática devem ser ensinados; no entanto, o que mudou foi a **linguagem**. Muitos professores fizeram do aprendizado dessa linguagem um fim e alcançaram o resultado esperado, isto é, o aluno não suportou a tal "teoria dos conjuntos" e a ementa ficou pior que soneto. (SANTA CATARINA, 1975).

Vejamos que a mudança de linguagem também foi uma das tentativas propostas pelo MMM para estabelecer uma aproximação do ensino secundário com o superior, que se incorporou nos discursos escolares catarinenses.

Os indícios apontam que as figuras geométricas se fizeram presentes nos subsídios para elaboração do currículo no tempo do MMM no estado, inclusive com princípios advindos desse movimento, principalmente no que tange à natureza da concepção do conhecimento geométrico, sendo observadas no ensino de geometria, nos conteúdos que contemplam medir grandeza e transformações no plano. Então, com base nos documentos normativos do estado de Santa Catarina, as figuras geométricas foram valorizadas nos programas de diretrizes para o ensino de geometria na década de 70.

No estado de Santa Catarina os livros didáticos foram distribuídos gratuitamente para os alunos a partir da década de 70; antes disso estes tinham que adquiri-los por conta própria.

Nos "Subsídios para a elaboração dos currículos plenos dos estabelecimentos de ensino de 1.º grau" encontramos a indicação de uma lista de livros didáticos para uso dos alunos, como podemos ver a seguir:

Para o aluno:

ANDRAUS, S. & SANTOS, U. P. Matemática. Companhia Editora Nacional.

AVERBUCH, Anna et alii. Curso moderno de matemática para o 1º grau. São Paulo Editores.

CATUNDA, O. et alii. Ensino atualizado de matemática. São Paulo, ED EDART, 1971.

DAVID, A. & MAZZIEIRO, A. Matemática contemporânea. Ed. do Brasil.

FRANCHI, M. L. A redescoberta da matemática. Tabajara.

LAMPARELLI, Lidia Condé & MANSUTTI, M. Amabile. Matemática ensino do 1º grau. São Paulo, EDART, 1973.

LIMA, R. N. & VILA, Maria do Carmo. Matemática para o curso fundamental. Minas Gerais, Vega, 1972.

NAME, M. A. Matemática ensino moderno. Ed. do Brasil.

NISKIER, A. A nova matemática. Bloch.

OLIVEIRA, A.M. de. Matemática –Primeiro grau. LISA, 1973.

OLIVEIRA, Carolina Rennó. Novíssimo livro de matemática. Ed. do Mestre.

OLIVEIRA, Maria do Carmo. Meus Probleminhas. Ed. Série Cadernos Didáticos.

OSÓRIO – PORTO et alii. Vamos aprender matemática. Tabajara.

PIERRO NETTO, S. di. Matemá tica ensino moderno. Saraiva.

__________________. O TD no ensino da matemática – curso moderno. Saraiva.

SANGIORGI, O. Matemática. Companhia Editora Nacional.

ZAMBUZZI, O. A. Matemática com estudo dirigido. Ática, 1974.

Figura 3: Lista de livros de matemática da década de 70
Fonte: SANTA CATARINA, 1975, p. 160-161.

Dessa lista de livros didáticos indicada para o ensino ginasial na década de 70, conforme os documentos normativos, localizamos e analisamos três livros: Osmar Catunda et al. “Ensino Atualizado da Matemática”; Miguel Assis Name “Matemática: ensino moderno” e Orlando A. Zambuzzi “Matemática com estudo dirigido”. Mas também compuseram a análise outros três livros didáticos de matemática, sendo que dois deles possuem autores e editoras citados na lista, Figura 3, e são os livros: “Matemática”, de autoria de Scipione di Pierro Neto et al. e “Matemática: curso moderno” do Osvaldo Sangiorgi.

Percebemos que o curso sobre livro didático proporcionado pela Secretaria da Educação na década de 70 atingiu um grande número de professores em relação aos outros 29 cursos ofertados.

Portanto os livros didáticos tiveram forte disseminação na cultura escolar catarinense a partir desse período.

Os seis livros didáticos que compuseram a análise das figuras geométricas no estado de Santa Catarina na década de 70 assumem, conjuntamente ou não, múltiplas funções, "[...] que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização." (CHOPPIN, 2004, p. 553).

Já mencionamos, corroborando Valente (2008) e Choppin (2004), como o livro didático de matemática de outros tempos revela-se um importante meio para a pesquisa da história da educação matemática. Desde a concepção da obra pelos autores, passando pelo processo de como foi produzido e sofreu a ação das casas editoriais, chegando às mãos de alunos e professores e sendo utilizado por eles, o livro didático de matemática pode revelar, inclusive, heranças de práticas pedagógicas do ensino de matemática, presentes e naturalizadas em nosso cotidiano escolar do hoje.

Tudo leva a crer, pelas fontes consideradas, que os livros encontrados e analisados foram utilizados na cultura escolar catarinense na década de 70; mas sobre em que medida eles foram empregados na prática pedagógica ainda não se tem relato a respeito.

Então nosso objetivo foi analisar como e com que propósito as figuras geométricas foram usadas nos seis livros didáticos direcionados ao ensino de geometria que se fizeram presentes no contexto do ensino catarinense, pelo que propunha o MMM.

Nossa análise não pretende comparar os usos das figuras geométricas nos livros didáticos selecionados com o intuito de julgar qual dos livros didáticos é melhor ou pior, mas sim evidenciar as funções das figuras geométricas empregadas por cada autor para apresentar os mesmos conteúdos, conceitos e teoremas.

Em síntese, pretendemos pontuar as diferenças e as semelhanças em relação ao uso das figuras geométricas nas obras analisadas, mencionando a função das figuras em cada uma delas. Os conteúdos selecionados para a análise contemplam assuntos que introduzem os conceitos de geometria nos livros didáticos e também os relacionados ao ensino dos triângulos. A análise também considerou aspectos como: Índice; Palavras do Autor; Parte Inicial da Geometria; As definições de ponto, reta, figuras geométricas, de Triângulos e ainda as demonstrações, particularmente a demonstração do Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo.

Critérios de Análise dos Livros didáticos

Apresentaremos a seguir 4 critérios elaborados para analisar os seis livros didáticos de matemática da década de 70:

Critério 1: A estrutura do Livro Didático (Geometria, álgebra e aritmética)

- O livro apresenta uma estrutura onde aparece a geometria como última parte do livro;
- O livro apresenta uma estrutura onde aparece a geometria intercalada com as outras áreas;
- O livro apresenta uma estrutura onde a geometria é a primeira parte do livro.

Critério 2: O livro indica o ensino de uma geometria (Intuitiva, Dedutiva)

- Geometria intuitiva como suporte para o ensino da geometria dedutiva;
- Geometria dedutiva com a seleção e demonstração dos teoremas fundamentais;
- Introdução a uma geometria dedutiva com a apresentação de postulados, axiomas e teoremas, mas com demonstrações intuitivas.

Critério 3: As funções das Figuras Geométricas

- A figura geométrica tem a função **Ilustrativa**, sendo figuras utilizadas para ilustrar enunciados de teoremas, problemas e conceitos.
- A figura geométrica tem a função **Explicativa**, sendo figuras utilizadas para explicar o que os elementos teóricos não conseguem explicar.
- A figura geométrica tem a função **Demonstrativa**, sendo utilizadas para demonstrar um teorema.
- A figura geométrica tem a função **Formativa,** sendo utilizada como um dos meios de desenvolver as capacidades mentais e intelectuais dos alunos através de um experimento.

Critério 4: A articulação entre a figura geométrica e os elementos teóricos

- O livro apresenta uma estrutura onde a figura geométrica e os elementos teóricos ocupam o mesmo espaço para o ensino da geometria;
- O livro apresenta uma estrutura onde se enfatiza primeiro a figura geométrica e depois os elementos teóricos para o ensino da geometria;
- O livro apresenta uma estrutura onde se enfatiza primeiro os elementos teóricos e depois as figuras geométricas para o ensino da geometria;

Os livros didáticos analisados

Na seção seguinte mostramos a análise dos seis livros didáticos de matemática destinados à 7.ª série, 3.º ciclo do ensino ginasial da década de 70 no estado de Santa Catarina.

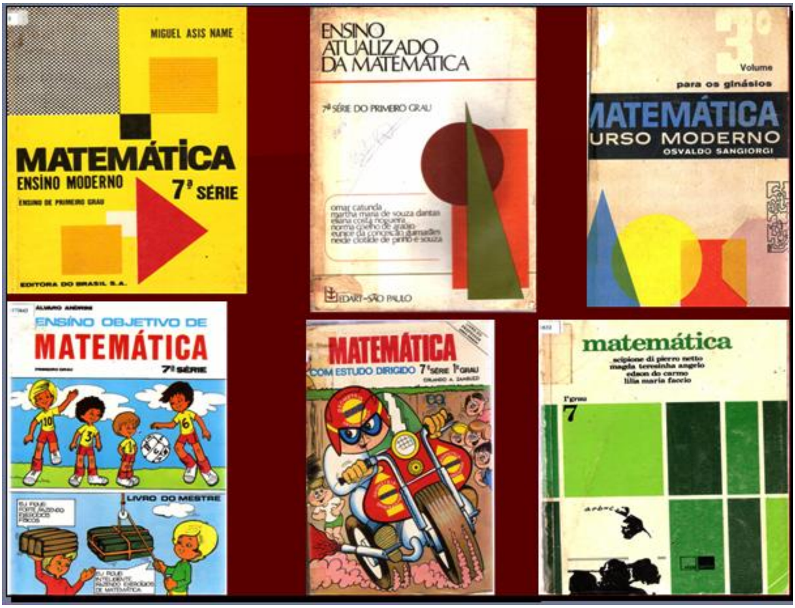


Figura 4: Material Empírico de Análise
Fonte: Livros Didáticos Analisados.

5 A ANÁLISE: AS FIGURAS GEOMÉTRICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS

5.1 LIVRO I: ÁLVARO ANDRINI: "ENSINO OBJETIVO DE MATEMÁTICA"

O livro "Ensino Objetivo de Matemática" não foi indicado na lista de livros didáticos da década de 70, no entanto é uma fonte encontrada no acervo do LEMAT (Laboratório de Estudos de Matemática) da Universidade Federal de Santa Catarina.

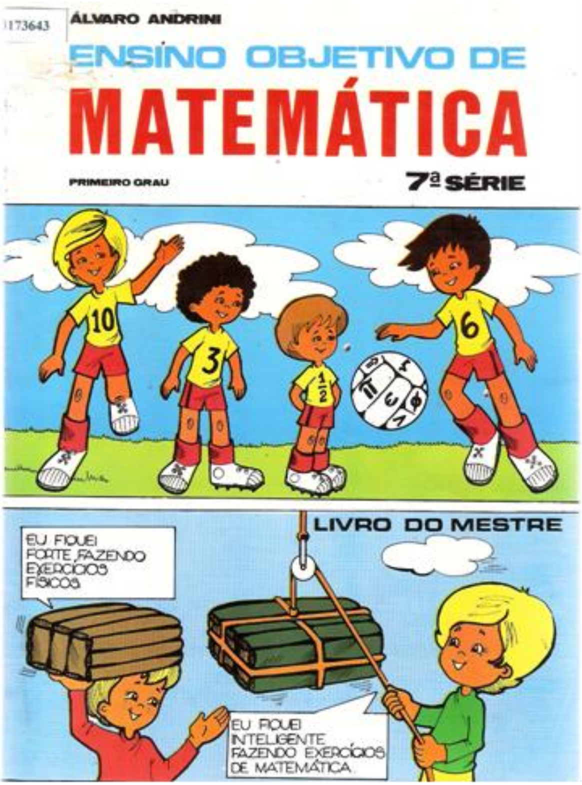


Figura 5: Capa do livro "Ensino objetivo de matemática"
Fonte: ANDRINI, 1976.

O volume encontrado é um "livro do mestre", portanto não é o mesmo livro didático usado pelos estudantes, mas um similar produzido para os professores de matemática.

Conforme carimbo na contracapa (figura 5), fez parte da "Oferta da Editora do Brasil S/A", distribuída pela filial de Santa Catarina.

Figura 6: Carimbo da Editora do Brasil
Fonte: ANDRINI, 1976.

O livro foi editado em São Paulo na década de 70, mais precisamente no ano de 1976, conforme ilustra sua ficha catalográfica:

FICHA CATALOGRÁFICA

(Preparada pelo Centro de Catalogação-na-fonte,
CÂMARA BRASILEIRA DO LIVRO, SP)

Andrini, Álvaro.
A584e Ensino objetivo de matemática: 7.ª série, 1.º grau. São
7.ª Paulo, Ed. do Brasil, 1976.
176 p. ilust.

Suplemntado pelo manual do professor.

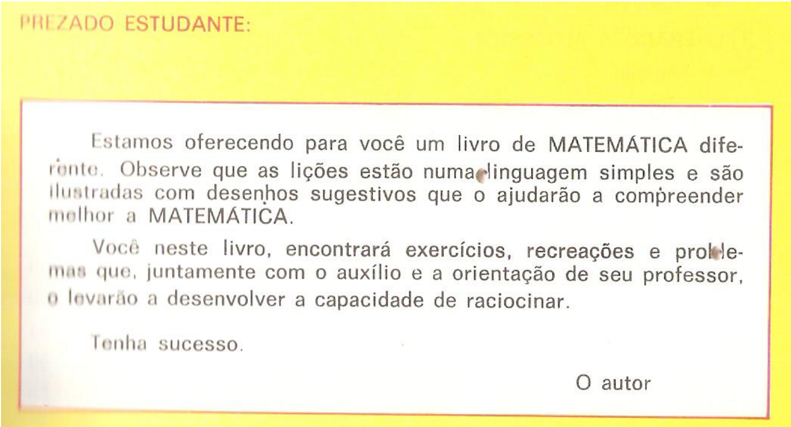
1. Matemática (1.º grau) I. Título.

75-1121 CDD-372.7

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática: Ensino de 1.º grau 372.7

Figura 7: Ficha catalográfica
Fonte: ANDRINI, 1976.

Segundo o autor, é um livro de matemática "diferente" e essa diferença pode ser observada nas lições de linguagem simples e nas ilustrações com desenhos sugestivos. Vejamos o recado do autor para os estudantes:


PREZADO ESTUDANTE:

Estamos oferecendo para você um livro de MATEMÁTICA diferente. Observe que as lições estão numa linguagem simples e são ilustradas com desenhos sugestivos que o ajudarão a compreender melhor a MATEMÁTICA.

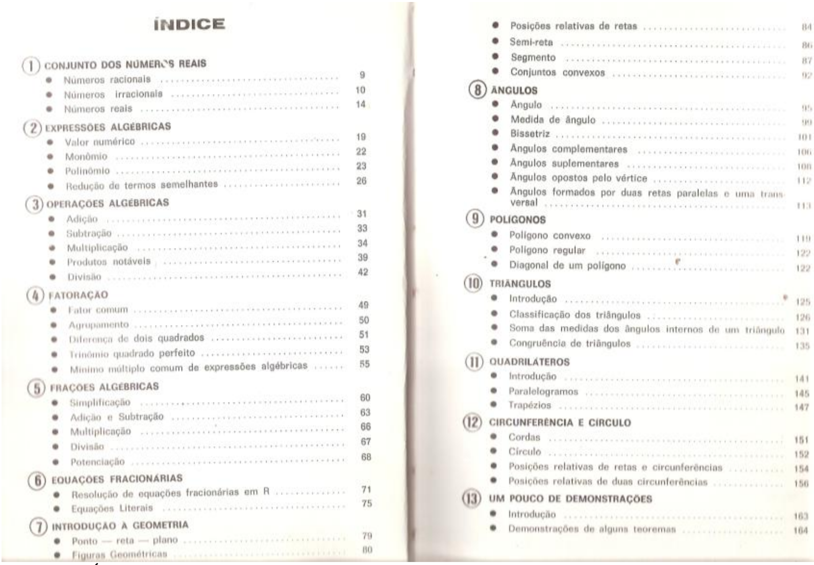
Você neste livro, encontrará exercícios, recreações e problemas que, juntamente com o auxílio e a orientação de seu professor, o levarão a desenvolver a capacidade de raciocinar.

Tenha sucesso.

O autor

Figura 8: Palavras do autor I
Fonte: ANDRINI, 1976.

O índice do livro do Andrini (1976) é composto de 13 tópicos, que separam os conteúdos matemáticos em duas partes. A primeira, que ocupa as seis primeiras unidades, destina-se ao ensino de álgebra, e as sete unidades restantes introduzem e desenvolvem o ensino da geometria – a unidade 10 dedica-se ao ensino dos triângulos. Vejamos:



ÍNDICE

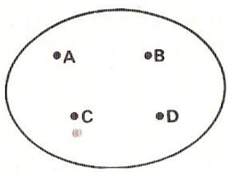
Figura 9: Índice I
Fonte: ANDRINI, 1976.

Na introdução da geometria, são abordados os seguintes tópicos: ponto, reta e plano; figuras geométricas; posição relativas de retas; semirreta; segmento e conjuntos convexos.

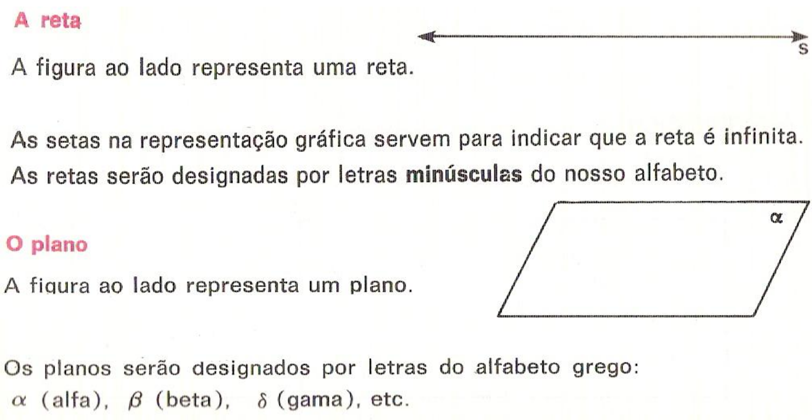
Então, observemos na parte da geometria como as figuras geométricas foram utilizadas pelo autor para introduzir alguns conceitos primitivos e como cada elemento primitivo foi designado:

O ponto

Essa figura ao lado representa um conjunto de pontos.



Os pontos serão designados por letras **maiúsculas** do nosso alfabeto. O conjunto de todos os pontos chama-se **espaço.**



A reta

A figura ao lado representa uma reta.

s

As setas na representação gráfica servem para indicar que a reta é infinita.
As retas serão designadas por letras **minúsculas** do nosso alfabeto.

O plano

A figura ao lado representa um plano.

α

Os planos serão designados por letras do alfabeto grego:
α (alfa), β (beta), δ (gama), etc.

Figura 10: Ponto, reta e plano
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 79.

Notemos que, na parte introdutória da geometria, as figuras geométricas representadas como ponto, reta e plano foram essenciais para introduzir e explicar os conceitos primitivos. Vemos que o autor faz menção às figuras geométricas ilustradas ao lado, nos três conceitos apontados. Destacamos aqui, nessa página da obra, uma **função explicativa** para as figuras geométricas sendo figuras utilizadas para explicar algo que o conceito não consegue explicar. Observemos, ainda, que, nos três conceitos apontados, os elementos teóricos estão lado a lado com a figura geométrica correspondente. Percebemos também que os pontos serão designados por letras maiúsculas, as retas com letras minúsculas, ambas do nosso alfabeto, e os planos com letras gregas.

Na página seguinte do livro (figura 11), são trabalhadas as "figuras geométricas". Vejamos que o autor inicialmente conceitua uma figura geométrica como todo o conjunto de pontos e abaixo utiliza seis representações figurais, cada uma indicada por um número:

FIGURAS GEOMÉTRICAS

Figura geométrica é todo conjunto de pontos.

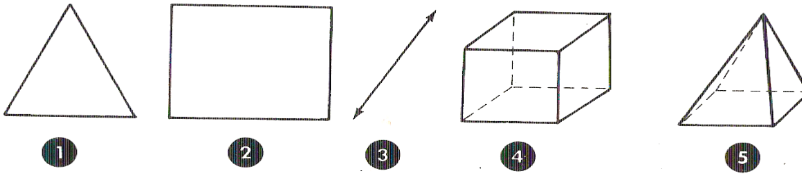


Figura 11: Figuras geométricas I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 80.

Para exemplificar o conceito de figura geométrica o autor classifica as representações em dois grupos, menciona que:

- As três primeiras são **figuras geométricas planas**, pois todos os seus pontos pertencem a um mesmo plano.

Figura 12: Figuras geométricas planas I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 80.

E na sequência descreve que:

- As duas últimas são **figuras geométricas espaciais**, pois os pontos não pertencem todos a um mesmo plano.

Figura 13: Figuras geométricas espaciais I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 80.

O livro termina essa introdução aos elementos primitivos utilizando uma das linguagens bastante proferidas pelo MMM, conforme descrevemos anteriormente, a linguagem de conjunto:

Neste livro, só estudaremos as figuras geométricas planas cujo Conjunto Universo é o plano.

Figura 14: Conjunto universo
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 80.

Notamos nessa obra que os elementos teóricos aparecem acima das figuras geométricas; ambos ocupam posições distintas. O autor não faz apelo à representação figural para conceituar o que é uma figura geométrica; isso indica que a figura geométrica, dessa página, assume outra função distinta da página anterior. Podemos considerar que nessa página a figura geométrica tem uma **função ilustrativa**, sendo usada para ilustrar o conceito apresentado.

Além do emprego de figuras geométricas, percebemos o uso de imagens. Para ilustrar isso, escolhemos o tópico que o autor chama de recreação. Lembremos que um dos métodos descritos para o ensino de geometria no primeiro ciclo aponta que sejam "[...] introduzidas ideias simples, mas fundamentais da matemática, de uma maneira 'recreativa' "(OECE, 1965, p. 67). Observemos então como o personagem, que aqui se parece com o professor de matemática, introduz o divertimento aos alunos:

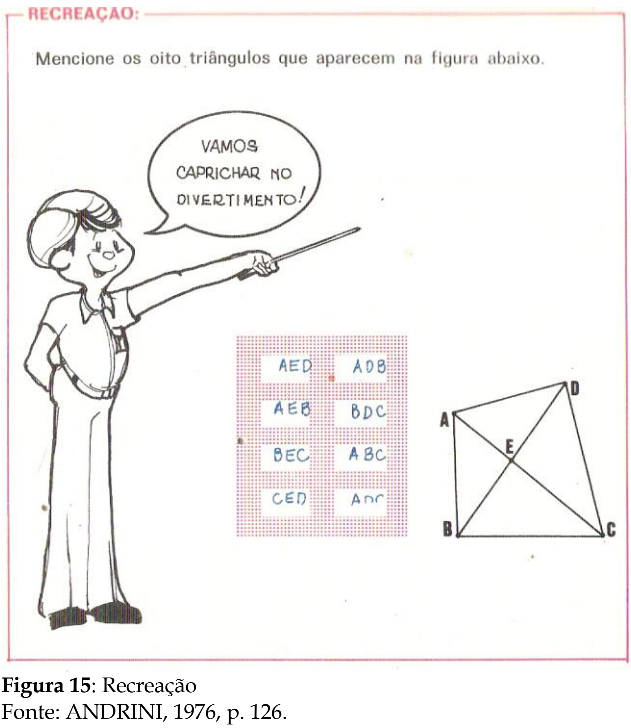


Figura 15: Recreação
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 126.

Na unidade 10, o autor introduz o conceito de triângulo. Ao classificar os tipos de triângulos, o texto e a figura estão lado a lado e, ainda, todas as figuras geométricas que representam os triângulos (equilátero, isósceles, escaleno, acutângulo, retângulo e obtusângulo) estão numa mesma disposição, ou seja, uma das bases é paralela à margem inferior da folha do livro.

Primeiro os triângulos são classificados e representados quanto à medida de seus lados – identifica-se na figura um traço sobre os lados congruentes:

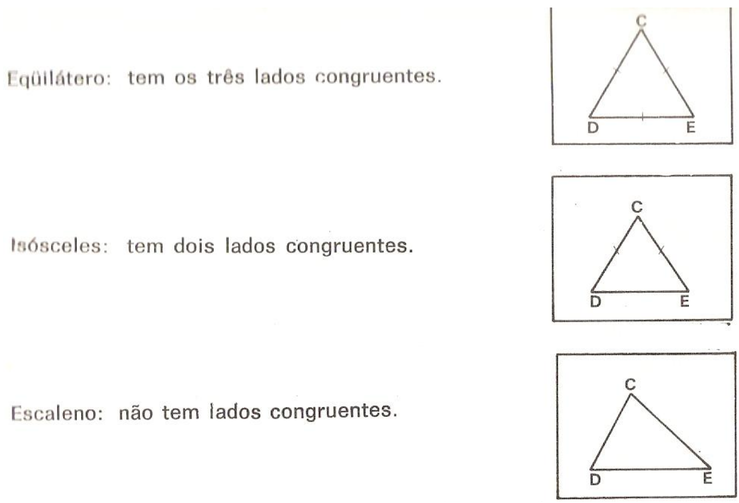


Figura 16: Equilátero, isósceles e escaleno
Fonte: ANDRINI, 1976.

Em seguida os triângulos são classificados quanto aos seus ângulos. Os ângulos são marcados na representação figural conforme o texto escrito. No caso do triângulo retângulo, o ângulo tem uma marcação diferenciada dos demais. Vejamos:

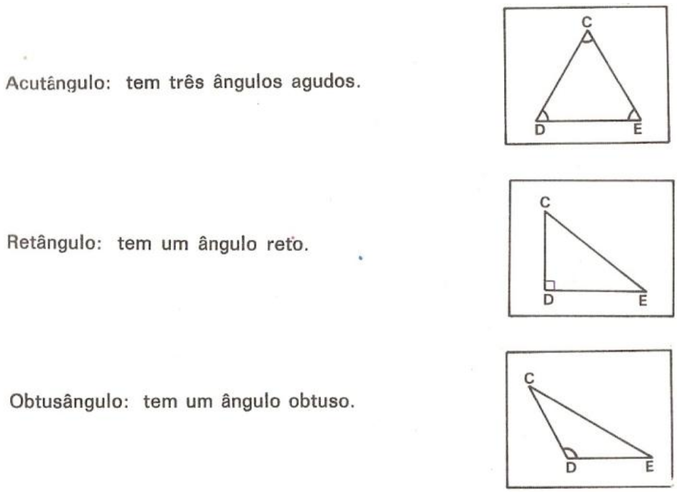


Figura 17: Acutângulo, retângulo e obtusângulo
Fonte: ANDRINI, 1976.

Em ambas as classificações as figuras geométricas dos triângulos assumem uma **função ilustrativa**.

As figuras geométricas dos triângulos assumem na parte da "Congruência de triângulos" ideias de experimento, de intuição e de observação, as quais estão de acordo com o que propunha o MMM e que estão contemplados nos Documentos Normativos da década de 70 no estado de Santa Catarina. Notemos que inicialmente são apresentados dois triângulos, ambos com uma base paralela à margem inferior, e, depois, no último quadro, os "Triângulos congruentes" são aqueles que, quando sobrepostos, se coincidem. Observemos como o personagem, utilizado pelo autor, que se parece com um aluno evidencia essa ideia:

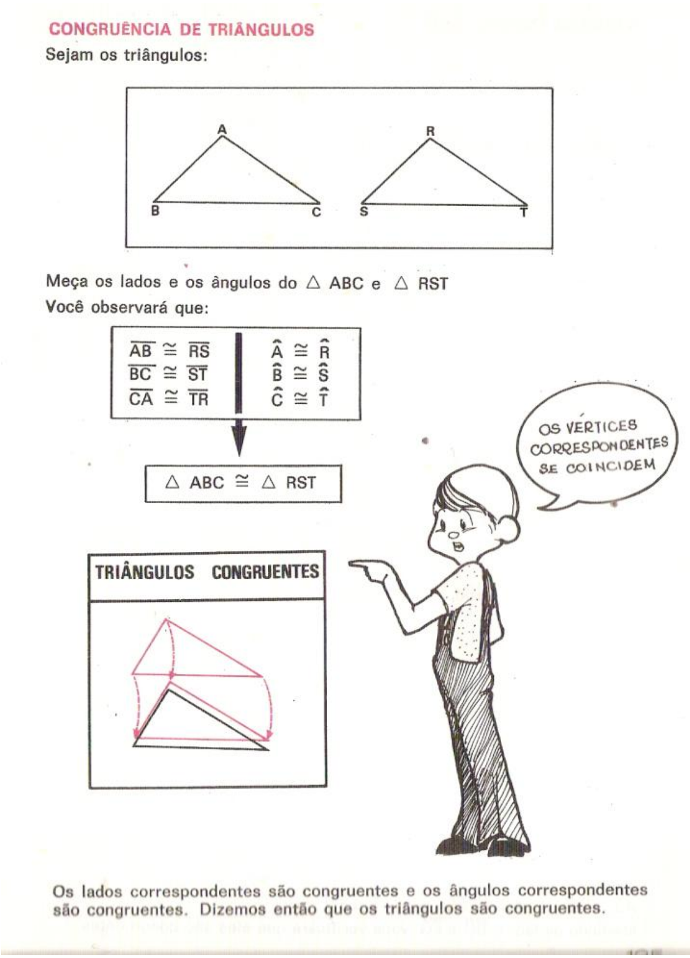


Figura 18: Congruência de triângulos I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 135.

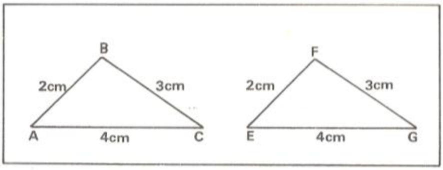
Observamos que o uso das cores, da curva pontilhada no formato de flecha na figura, indica o modo como o experimento deve ser realizado. A representação figural evidencia uma das formas de construção do conhecimento geométrico apoiado no processo experimental. Observemos que ao fazer uso dessa figura o autor também evidencia que sua concepção de construção do conhecimento geométrico também é um dos princípios apontados pelo ideário do MMM.

Essa obra apresenta todos os casos de congruências de triângulos, mas não aponta os casos de semelhança:

O estudo dos casos de congruência de dois triângulos tem por finalidade estabelecer o menor número de condições para que dois triângulos sejam congruentes.

1.º caso: L. L. L. (lado, lado, lado)

Sejam os triângulos:

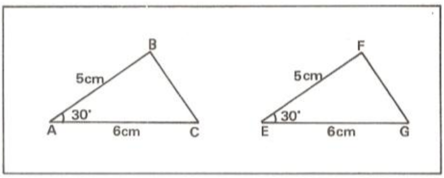


Observe que:
$\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{EG}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$
Esses triângulos são congruentes. Isso nos permite afirmar que:

Dois triângulos que têm os três lados respectivamente congruentes, são congruentes.

2.º caso: L. A. L. (lado, ângulo, lado)

Sejam os triângulos:



Observe que:
$\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{EG}$ e $\hat{A} \cong \hat{E}$
Medindo os lados $\overline{BC}$ e $\overline{FG}$ você verificará que eles são congruentes.
136

Figura 19: Casos de congruência I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 136.

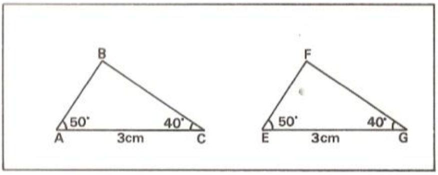
$\triangle ABC \cong \triangle EFG$

Isso nos permite afirmar que:

Dois triângulos que têm dois lados e o ângulo por eles formado respectivamente congruentes, são congruentes.

3.° caso: A. L. A. (ângulo, lado, ângulo)

Sejam os triângulos:



Observe que:

$\hat{A} \cong \hat{E}$, $\overline{AC} \cong \overline{EG}$, $\hat{C} \cong \hat{G}$

Medindo os lados $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ e os lados $\overline{BC}$ e $\overline{FG}$ você verificará que eles são respectivamente congruentes.

Então:

$\triangle ABC \cong \triangle EFG$

Isso nos permite afirmar que:

Dois triângulos que têm um lado e dois ângulos adjacentes a esse lado respectivamente congruentes, são congruentes.

137

Figura 20: Casos de congruência II
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 137.

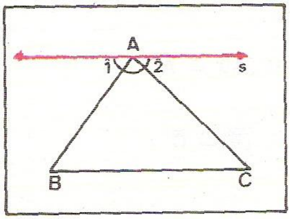
No último capítulo da obra, o autor demonstra oito teoremas. Em todos eles notamos o emprego de figuras geométricas. Mas vamos analisar como as figuras geométricas foram usadas, e para isso tomamos como exemplo o teorema 3, que trata da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo:

Teorema 3

> A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

H $[\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ — internos

T $[m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$



Demonstração:

1) Pelo vértice A, traçamos a reta s paralela ao lado $\overline{BC}$.

2) Temos:

$\boxed{m(\hat{1}) + m(\hat{2}) + m(\hat{A}) = 180°}$ 1

Nota-se que: $\boxed{m(\hat{1}) \cong m(\hat{B})}$ 2 (são alternos internos)

$\boxed{m(\hat{2}) \cong m(\hat{C})}$ 3 (são alternos externos)

3) Substituindo 2 e 3 em 1, temos:

$\boxed{m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°}$

Figura 21: Teorema 3 I
Fonte: ANDRINI, 1976, p. 166.

A figura usada pelo autor para demonstrar o teorema 3 está inserida ao lado direito da hipótese e da tese, a representação da reta S, na cor vermelha, indica certa relevância. Notemos que, para desenvolver a demonstração, no item 2) Andrini (1976) utiliza o argumento de que os ângulos 1 e B são alternos internos e os ângulos 2 e C são alternos externos, e isso não está representado na figura. Vejamos que ele emprega a figura geométrica, inclusive a reta S foi construída na cor vermelha, mas não representa o lado BC no formato de reta, e indica os outros lados como retas transversais. Enfatizamos isso, pois o argumento de prova para esse teorema utilizado pelo autor está baseado no teorema de Tales, que usa retas paralelas e transversais para determinar ângulos alternos internos e alternos externos. Ressaltamos ainda que, embora a figura faça parte do texto, nesse caso da demonstração, nem sempre desempenha uma **função demonstrativa**.

Podemos considerar que a figura geométrica foi valorizada nos conteúdos relacionados ao ensino de geometria, no entanto o uso nas demonstrações, tomando como exemplo a figura empregada para a demonstração da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, não desempenhou um papel demonstrativo. E, ainda mesmo que a geometria faça parte do final do livro, os conceitos relacionados aos triângulos foram enfatizados, embora percebamos a ausência dos casos de semelhanças de triângulos. A linguagem dos conjuntos fez-se presente nos conceitos geométricos. A ideia de que a matemática pode ser experimentada, medida, observada foi referenciada Andrini (1976) em boa parte dos conceitos geométricos, evidenciando a apropriação da mesma concepção de conhecimento matemático geométrico proposto pelo ideário.

Por fim enfatizamos que o modo como o autor do livro "Ensino Objetivo de matemática" organizou sua obra em relação ao ensino da geometria, evidencia a presença de duas geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva. Sendo que a geometria intuitiva serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva.

5.2 LIVRO II: OMAR CATUNDA ET AL. : "ENSINO ATUALIZADO DA MATEMÁTICA"

O livro "Ensino Atualizado de matemática" foi um dos citados no documento que apontava os subsídios para elaboração dos currículos da década de 70[13]. Sua capa contém uma imagem abstrata composta de três formas geométricas, das quais a forma triangular encontra-se sobreposta às outras duas formas ilustradas. Vejamos:

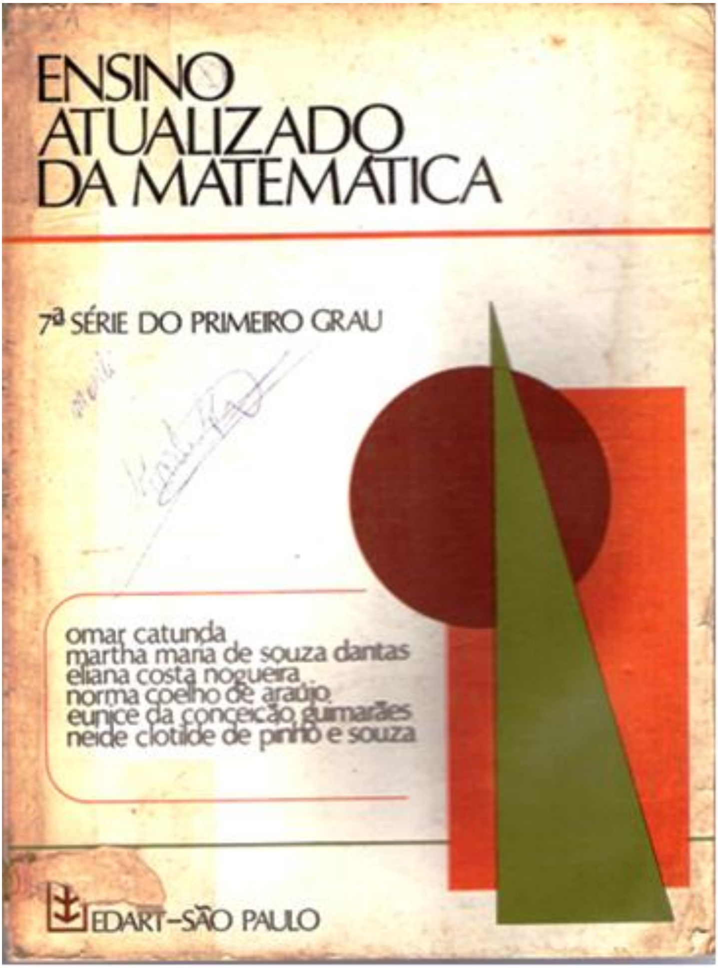
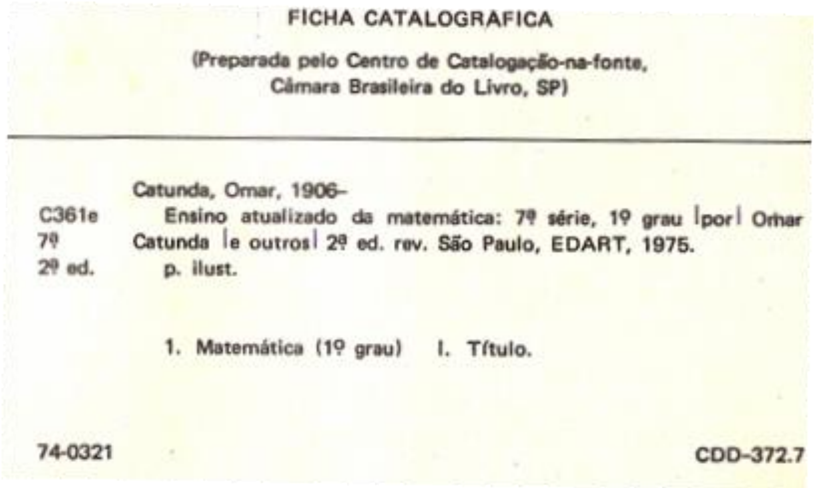


Figura 22: Capa do livro "Ensino Atualizado da Matemática"
Fonte: CATUNDA, 1975.

[13] Ver lista de livros didáticos indicada para o ensino catarinense na década de 70 na página 74.

Esse livro didático foi produzido por 6 autores, editado em São Paulo na década de 70, mais precisamente no ano de 1975, conforme ilustra sua ficha catalográfica:



FICHA CATALOGRAFICA

(Preparada pelo Centro de Catalogação-na-fonte,
Câmara Brasileira do Livro, SP)

Catunda, Omar, 1906-

C361e Ensino atualizado da matemática: 7º série, 1º grau |por| Omar
7º Catunda |e outros| 2º ed. rev. São Paulo, EDART, 1975.
2º ed. p. ilust.

1. Matemática (1º grau) I. Título.

74-0321 CDD-372.7

Figura 23: Ficha Catalográfica
Fonte: CATUNDA, 1975.

Seu índice (figura 24 e 25), apresentado no início da obra, divide a obra em dois capítulos: Geometria Afim do Plano e Geometria Euclidiana.

CAPÍTULO 1

Figura 24: Índice II - parte I
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 5.

CAPÍTULO 2

Figura 25: Índice II- parte II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 6.

Na introdução do livro didático os autores apontam que para se discutirem muitas das afirmações que serão formuladas na disciplina de matemática “[...] necessita-se entender alguma coisa do processo de raciocínio dedutivo usado em Matemática, particularmente em Geometria.” (CATUNDA, 1975, p. 7). Por isso, optam em iniciar o conteúdo matemático da sétima série com noções elementares de lógica. Essa intenção dos autores tem como objetivo preparar o aluno para formular o raciocínio lógico.

Notamos que a disposição dos conteúdos matemáticos indicados para a sétima série no livro do Catunda (1975) é diferente das demais obras analisadas. Então para analisarmos as funções das figuras geométricas nessa obra delimitamos alguns conteúdos que foram apontados nas demais obras analisadas.

No capítulo intitulado "Geometria Afim no Plano" Catunda (1975, p. 99) apresenta o conceito de triângulo fazendo uso de uma figura geométrica de um ângulo:

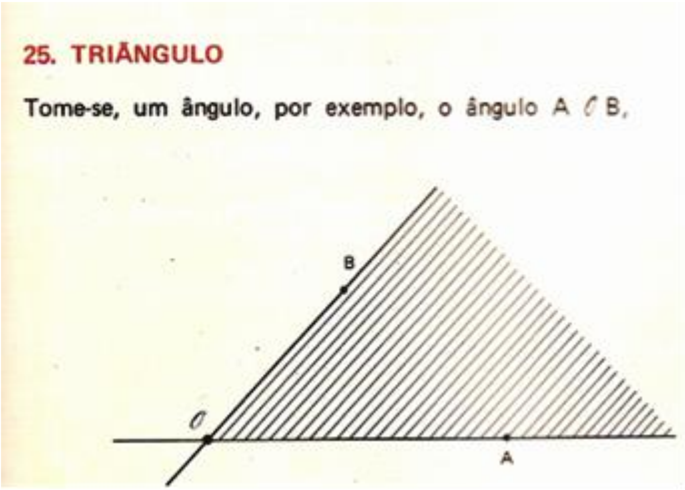


Figura 26: Triângulo II - Parte I
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 99.

Na sequência apresenta outra figura geométrica (figura 27) composta com ângulo representado na (figura 26) mais a inserção de um semiplano cuja origem é a reta AB:

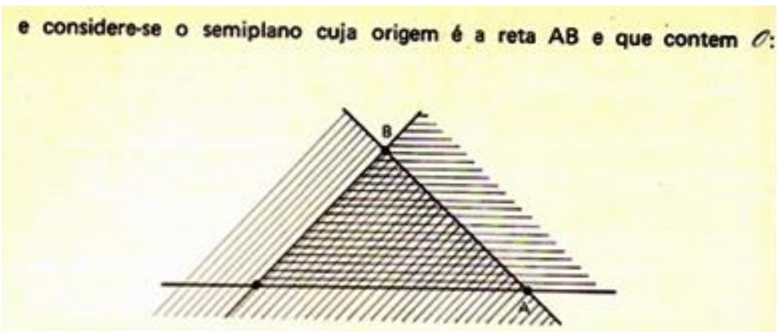
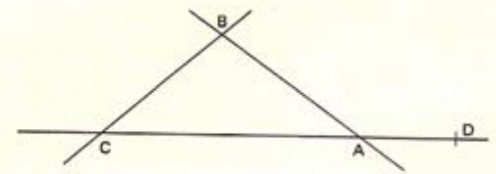


Figura 27: Triângulo II - Parte II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 100.

Para os autores essa interseção do ângulo (Figura 26) com o semiplano (Figura 27) chama-se triângulo. Mas também definem o triângulo como sendo a interseção de três semiplanos onde "[...] dando-se três pontos não alinhados, A, B e C, e considerando-se cada reta que passa por dois desses pontos como origem de um semi-plano que contém o terceiro ponto." (CATUNDA, 1975, p. 100).

Notemos que a figura (27) construída a partir da figura (26) indica que a figura geométrica, nesta parte da obra, tem uma **função Formativa,** sendo utilizada como um dos meios de desenvolver as capacidades mentais e intelectuais dos alunos através de um experimento figural o conceito de triângulo.

Os elementos de um triângulo são descritos como sendo:



Os pontos A, B e C chamam-se *vértices do triângulo;* os segmentos AB, BC e CA, chamam-se *lados do triângulo*. Os pontos que pertencem à figura e não são pontos dos lados, dizem-se pontos interiores do triângulo. Os ângulos BAC, ABC e ACB, também representados, respectivamente, por $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, dizem-se *ângulos do triângulo*.

Um ângulo como BAD, suplemento do ângulo A do triângulo, diz-se *ângulo externo do triângulo*. É fácil verificar que existem seis ângulos externos congruentes dois a dois, como opostos pelo vértice. Diz-se que um lado é adjacente a um ângulo quando um dos seus extremos é o vértice deste ângulo.

Assim, por exemplo, os lados BA e BC são adjacentes ao ângulo B.

Figura 28: Elementos de um Triângulo II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 100.

A geometria euclidiana destacada no capítulo 2 é introduzida com o conceito de simetria axial.

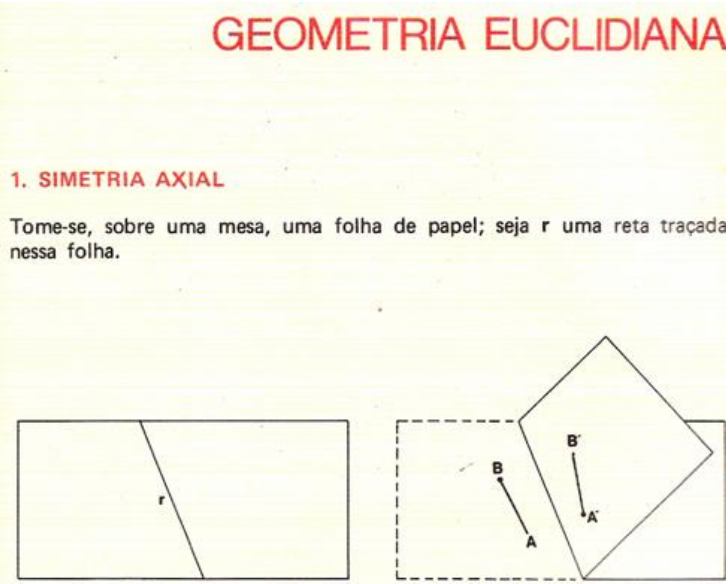


Figura 29: Índice II- parte II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 115.

Notemos que a figura geométrica é usada como um dos meios de desenvolver as capacidades mentais e intelectuais dos alunos através de um experimento para o conceito de simetria axial. Vejamos que o autor indica a mesa, uma folha de papel e uma reta como objetos desse experimento, nesse caso a figura assume uma **função formativa**.

As figuras geométricas dos triângulos ABC e $A_1B_1C_1$ no item 10 intitulado de “Congruência de Triângulos” foram utilizadas pelos autores para demonstrar dois casos de congruência de triângulos:

10. CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

No caso particular do triângulo, deduzem-se, do exposto acima, dois casos de congruência de triângulos quaisquer:

1º) Dois triângulos são congruentes quando têm dois lados respectivamente iguais, compreendendo um ângulo igual.

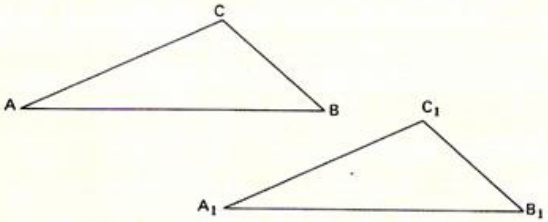


Figura 30: Congruência de Triângulos II - Parte I
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 150.

Demonstração:

Com efeito, dados os triângulos ABC e $A_1B_1C_1$, com

$$\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$$

$$\overline{AC} = \overline{A_1C_1}$$

e

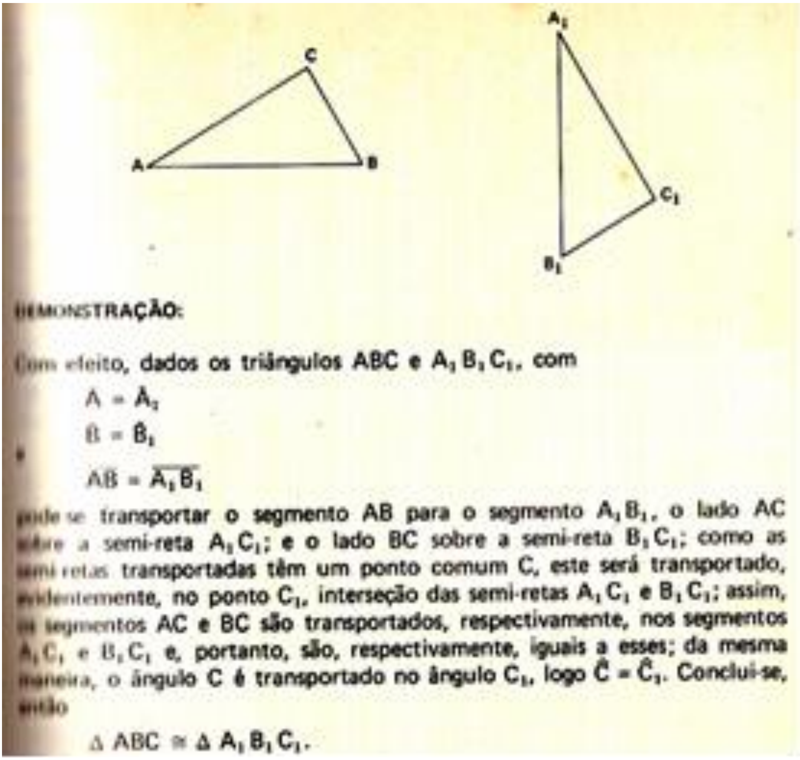
$$\hat{A} = \hat{A}_1,$$

pode-se transportar o segmento AB para o segmento A_1B_1 pois, por hipótese, são iguais; o ângulo A pode ser transportado para o ângulo A_1, donde resulta que a semi-reta AC será transportada sobre a semi-reta A_1C_1; sendo $\overline{AC} = \overline{A_1C_1}$, o ponto C será levado em C_1; segue-se que o segmento BC vai ser levado a coincidir com $\overline{B_1C_1}$, logo são iguais. O mesmo se pode dizer dos ângulos B e B_1, C e C_1, pois $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são transportados, respectivamente, em $\hat{B}_1$ e $\hat{C}_1$. Portanto

$$\Delta\ ABC \cong \Delta\ A_1B_1C_1.$$

2º) Dois triângulos são congruentes quando têm dois ângulos respectivamente iguais e, o lado que une os vértices correspondentes, também igual.

Figura 31: Congruência de Triângulos II - Parte II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 150.



DEMONSTRAÇÃO:

Com efeito, dados os triângulos ABC e $A_1B_1C_1$, com

$\hat{A} = \hat{A}_1$

$\hat{B} = \hat{B}_1$

e

$\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$

pode-se transportar o segmento AB para o segmento A_1B_1, o lado AC sobre a semi-reta A_1C_1; e o lado BC sobre a semi-reta B_1C_1; como as semi-retas transportadas têm um ponto comum C, este será transportado, evidentemente, no ponto C_1, interseção das semi-retas A_1C_1 e B_1C_1; assim, os segmentos AC e BC são transportados, respectivamente, nos segmentos A_1C_1 e B_1C_1 e, portanto, são, respectivamente, iguais a esses; da mesma maneira, o ângulo C é transportado no ângulo C_1, logo $\hat{C} = \hat{C}_1$. Conclui-se, então

$\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

Figura 32: Congruência de Triângulos II - Parte III
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 151.

Vejamos que nos dois casos de congruência de triângulos, demonstrados pelos autores, as figuras geométricas dos triângulos ABC e $A_1B_1C_1$ não assumem uma **função demonstrativa**, vejamos que os elementos teóricos utilizados nas demonstrações dos casos de congruência não estão representados na figura (32), notamos nesse caso uma desarticulação entre figura geométrica e elementos teóricos utilizados na demonstração.

No item 12 do capítulo 2, Catunda (1975) apresenta as propriedades de triângulos quaisquer e para isso demonstra alguns teoremas, então vamos analisar o papel das figuras geométricas no primeiro teorema que faz referência a soma dos ângulos internos de um triângulo.

12. PROPRIEDADES DE TRIÂNGULOS QUAISQUER

No que segue, adotar-se-á como unidade de ângulo o ângulo reto que será indicado, abreviadamente, por r.

TEOREMA

A soma dos ângulos internos de um triângulo é um ângulo raso.

Demonstração:

Sejam A, B e C os ângulos internos de um triângulo dado:

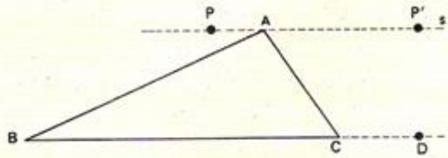


Figura 33: Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 153.

tire-se, por A, uma paralela s ao lado BC; tomem-se, sobre s, dois pontos P, e P' de um lado e do outro de A.

Em relação à transversal AB, tem-se

$P\hat{A}B = \hat{B}$, como alternos internos;

em relação à transversal AC, tem-se

$C\hat{A}P' = \hat{C}$, como alternos internos;

tem-se, também,

$$P\hat{A}B + B\hat{A}C + C\hat{A}P' = 2r$$

ou

$$\hat{B} + \hat{A} + \hat{C} = 2r. \qquad \text{(I)}$$

Figura 34: Demonstração do Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo II
Fonte: CATUNDA, 1975, p. 153

Observamos que Catunda (1975), ao considerar o triângulo ABC junto à demonstração do teorema, articula na figura geométrica, na forma de linha pontilhada, os elementos teóricos utilizados na demonstração. Nesse caso a figura geométrica desempenha uma **função demonstrativa**.

Podemos considerar que a figura geométrica foi valorizada nos conteúdos de geometria da 7º série, e ainda os conceitos geométricos tanto da geometria afim como da geometria euclidiana foram predominantes em relação a aritmética e álgebra em tempos de matemática moderna. Então se tomamos o livro didático do Catunda (1975) como material empírico e esse exerce uma função referencial, Choppin (2004), onde ele é a fiel tradução do programa ou uma das suas possíveis interpretações que um grupo social, nesse caso um grupo de autores que escreveram um livro didático, acredita que seja necessário transmitir às novas gerações, a geometria foi considerada e valorizada no livro didático da 7ª série na década de 70.

Notamos ainda que o modo como os autores do livro "Ensino Atualizado de matemática" organizaram sua obra em relação ao ensino da geometria, evidencia o ensino de uma geometria dedutiva. Pois, no início da análise, do primeiro capítulo, destacamos a importância dada pelos autores a introdução a geometria dedutiva, depois no capítulo 2, observamos a seleção e demonstração de teoremas fundamentais.

5.3 LIVRO III: MIGUEL ASIS NAME: "MATEMÁTICA: ENSINO MODERNO"

O livro "Matemática: ensino moderno" foi um dos citados no documento que apontava os subsídios para elaboração dos currículos[14]. Sua capa contém uma imagem abstrata composta de algumas formas geométricas, das quais a forma triangular tem ênfase, parecendo ilustrar uma seta; é a única com esta forma e pintada na cor vermelha. Vejamos:

[14] Ver lista de livros didáticos indicada para o ensino catarinense na década de 70 na página 74.

Figura 35: Capa do livro "Matemática: ensino moderno"
Fonte: NAME, 1974.

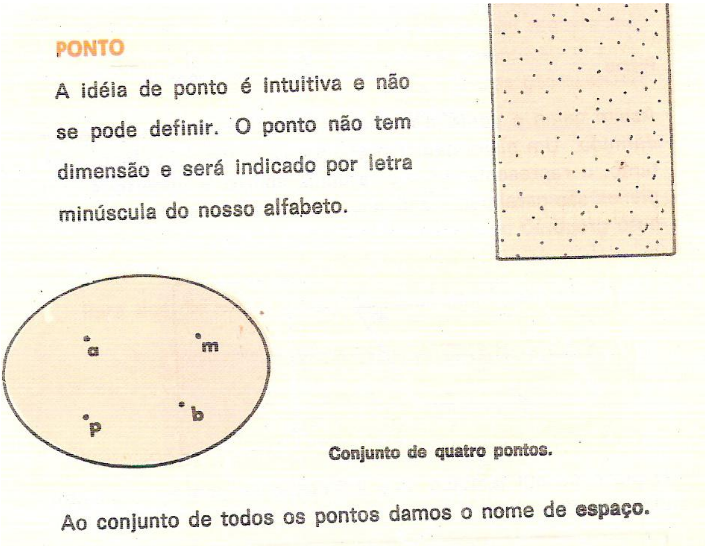
Editado no ano de 1974, edição número 48, exemplar 2.826, foi encontrado no LEMAT (Laboratório de Estudos de Matemática) da UFSC. Seu índice (figura 36), apresentado no início da obra, não mostra a divisão em capítulos da álgebra, aritmética e geometria, mas enfatiza alguns conceitos, que nos possibilitam dividir a obra em três partes: aritmética, álgebra e geometria.

ÍNDICE

Figura 36: Índice III
Fonte: NAME, 1974, p. 7.

Os capítulos são apresentados no interior do livro, assim dispostos: números reais; cálculo algébrico; frações algébricas; elementos, semirretas e segmentos; ângulos; polígonos; circunferência e círculo; algumas demonstrações.

Na página 99, onde se inicia o capítulo V, o autor introduz elementos, semirretas e segmentos. Diferentemente das demais obras analisadas, utiliza uma indicação particular para os conceitos primitivos; na visão dele o ponto é indicado por letra minúscula do nosso alfabeto:


PONTO

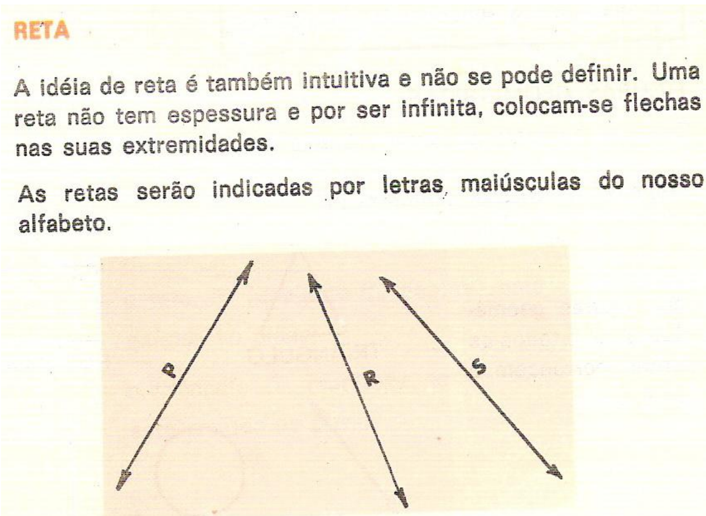
A idéia de ponto é intuitiva e não se pode definir. O ponto não tem dimensão e será indicado por letra minúscula do nosso alfabeto.

Conjunto de quatro pontos.

Ao conjunto de todos os pontos damos o nome de espaço.

Figura 37: Ponto III
Fonte: NAME, 1974, p. 101.

E a reta, indicada com letra maiúscula:

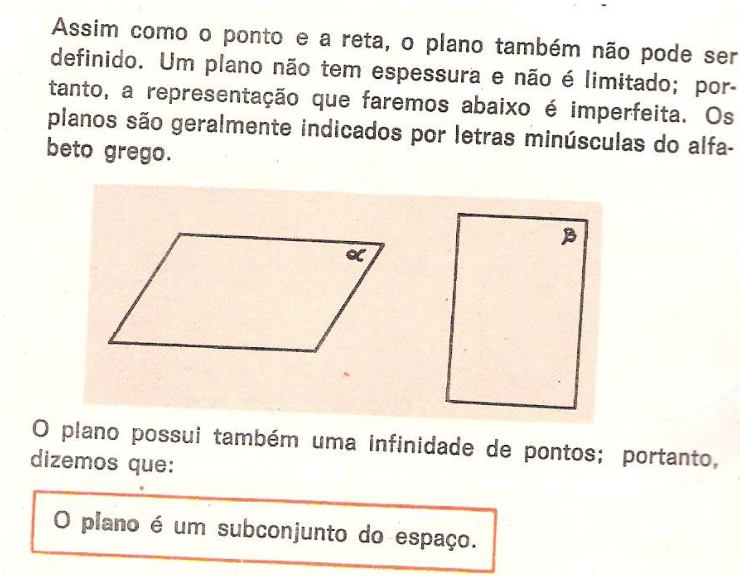

RETA

A idéia de reta é também intuitiva e não se pode definir. Uma reta não tem espessura e por ser infinita, colocam-se flechas nas suas extremidades.

As retas serão indicadas por letras maiúsculas do nosso alfabeto.

Figura 38: Reta III
Fonte: NAME, 1974, p. 101.

Name (1974) evidencia que a representação do plano utilizada é imperfeita e portanto não pode ser definido, mas aponta que o plano é um subconjunto do espaço, vejamos:

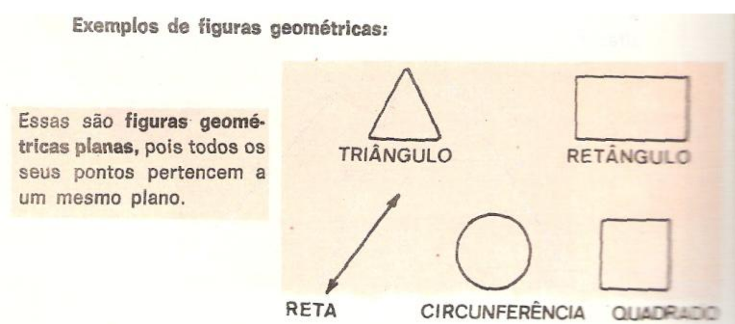

Assim como o ponto e a reta, o plano também não pode ser definido. Um plano não tem espessura e não é limitado; portanto, a representação que faremos abaixo é imperfeita. Os planos são geralmente indicados por letras minúsculas do alfabeto grego.

O plano possui também uma infinidade de pontos; portanto, dizemos que:

O plano é um subconjunto do espaço.

Figura 39: Plano III
Fonte: NAME, 1974, p. 102.

As figuras geométricas seriam qualquer conjunto de pontos. São divididas em figuras geométricas planas e figuras geométricas espaciais:


Exemplos de figuras geométricas:

Essas são **figuras geométricas planas**, pois todos os seus pontos pertencem a um mesmo plano.

Figura 40: Figuras geométricas planas III
Fonte: NAME, 1974, p. 102.

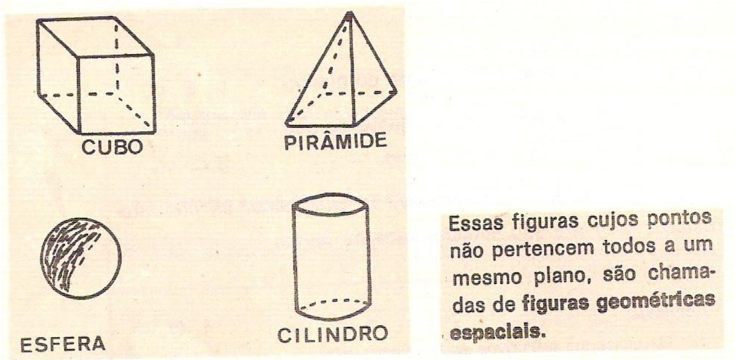


Figura 41: Figuras geométricas espaciais III
Fonte: NAME, 1974, p. 103.

A figura geométrica do triângulo aparece novamente na página 146. O triângulo abc com ângulos internos 1, 2 e 3 foi utilizado para ilustrar os lados, os vértices e os ângulos internos de um triângulo qualquer:

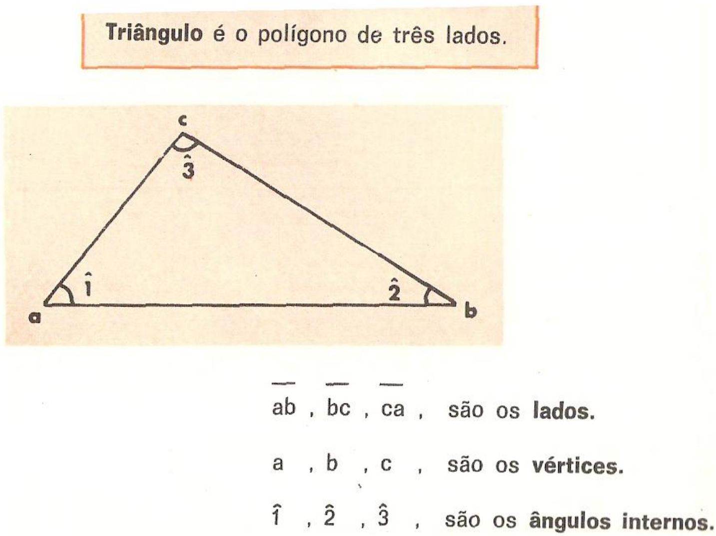


Figura 42: Triângulos III
Fonte: NAME, 1974, p. 146.

Ao classificar os triângulos quanto aos lados e ângulos o autor utilizada a figura geométrica e elementos teóricos.

Vejamos que a representação dos triângulos é marcada com um, dois e três traços para indicar a medida dos lados iguais dos triângulos equilátero, isósceles e escaleno:

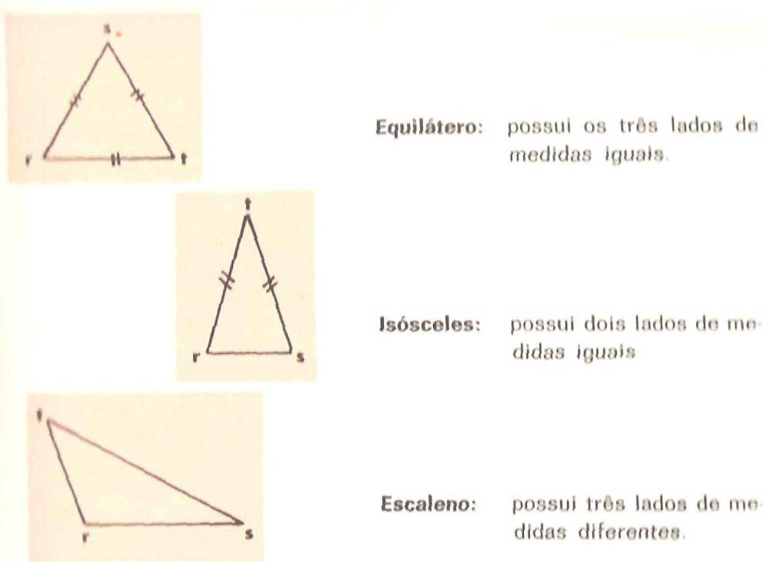


Figura 43: Classificação de triângulos quanto aos lados III
Fonte: NAME, 1974, p. 146.

Vemos que nas três representações o triângulo tem a mesma nomenclatura, rst, na qual o lado rs é paralelo à margem inferior do livro.

Na classificação quanto aos ângulos, são definidos e ilustrados os triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo.

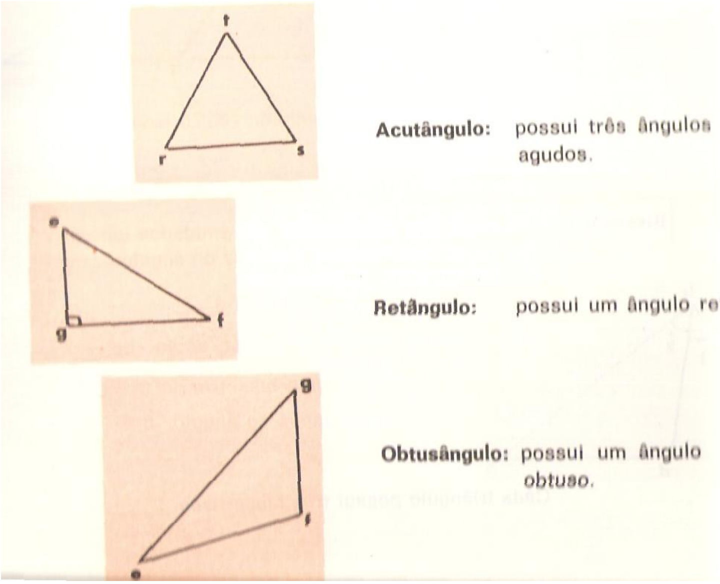
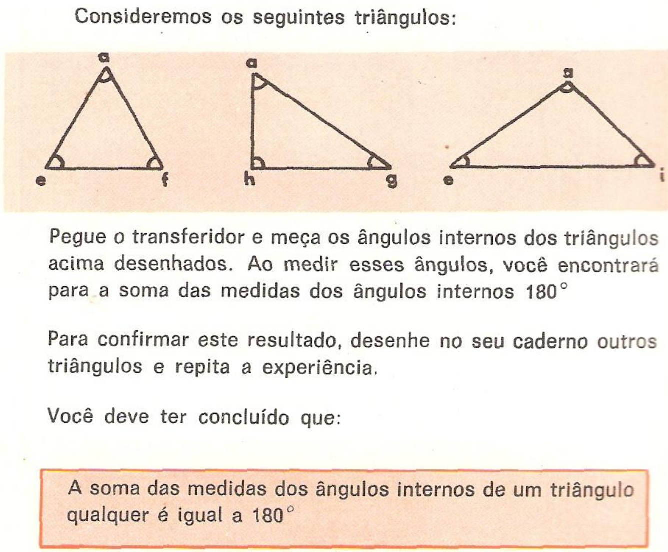


Figura 44: Classificação de triângulos quanto aos ângulos III
Fonte: NAME, 1974, p. 147.

O triângulo acutângulo rst possui o lado rs paralelo à margem do livro, e os ângulos agudos não são marcados sobre a figura. Já no triângulo retângulo efg, marca-se o ângulo reto. Notemos que o triângulo obtusângulo efg possui uma disposição distinta da dos demais triângulos: o lado ef está inclinado em relação à margem inferior do livro – é uma das poucas vezes que a disposição do triângulo desta maneira é encontrada na obra.

Nas duas classificações indicadas pelo autor, a figura está disposta lado a lado com o texto. É como se esta remarcasse o texto escrito, ou vice-versa; ambos se articulam para ilustrar a classificação dos triângulos quanto a seus lados e ângulos. Podemos considerar que a figura geométrica assume uma **função ilustrativa** junto ao texto escrito para ilustrar a classificação dos triângulos quanto aos lados. Porém essa consideração é distinta da classificação dos triângulos quanto aos ângulos, pois, quando se representam os triângulos acutângulo rst e obtusângulo efg, não se apontam quais são os ângulos agudo e obtuso que o texto escrito menciona.

Em relação à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, são considerados inicialmente três triângulos, e, com o uso de transferidor, o aluno encontrará 180º como a medida dos ângulos internos. Essa experiência poderá ser repetida para outros triângulos. Acompanhemos:


Consideremos os seguintes triângulos:

Pegue o transferidor e meça os ângulos internos dos triângulos acima desenhados. Ao medir esses ângulos, você encontrará para a soma das medidas dos ângulos internos 180°

Para confirmar este resultado, desenhe no seu caderno outros triângulos e repita a experiência.

Você deve ter concluído que:

A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°

Figura 45: Soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo III
Fonte: NAME, 1974, p. 150.

A atividade indicada pelo autor para se chegar à soma dos ângulos internos de um triângulo evidencia que, através de uma experiência com o uso das figuras geométricas e de materiais de medida, o aluno atingirá a abstração do conhecimento matemático e concluirá que: “A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º” (NAME, 1974, p. 150).

Na congruência de triângulos, o autor escreve que uma maneira fácil de verificá-la é usar um papel transparente e a superposição dos triângulos considerados. O uso da figura com setas indica esse movimento de transposição:

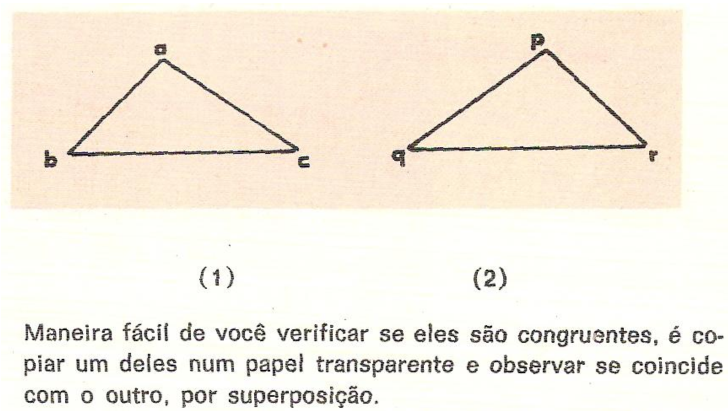


Figura 46: Congruência de triângulos III
Fonte: NAME, 1974, p. 153.

Ao transportar o triângulo abc sobre o triângulo pqr, teremos:

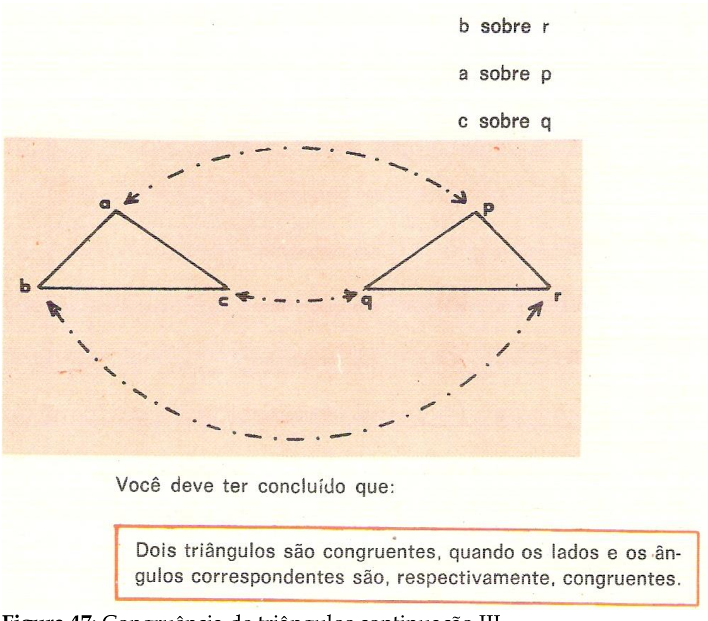
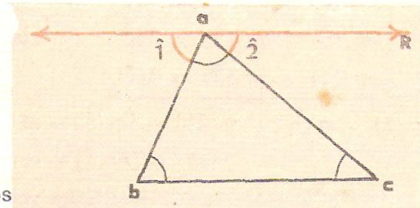


Figura 47: Congruência de triângulos continuação III
Fonte: NAME, 1974, p. 154.

Na última parte da obra são apresentadas sete demonstrações de teoremas da geometria; em todos os teoremas são usadas as figuras geométricas. Para analisar de que modo Name (1974) empregou as figuras nas demonstrações, tomemos como exemplo o teorema 3:

TEOREMA 3:

> A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.



H { $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ ângulos internos

T { $m(\hat{a}) + m(\hat{b}) + m(\hat{c}) = 180°$

Demonstração:

Pelo ponto **a** vamos traçar uma reta **R**, paralela ao lado $\overline{bc}$ e marcar os ângulos $\hat{1}$ e $\hat{2}$.

Temos que:

$$m(\hat{1}) + m(\hat{a}) + m(\hat{2}) = 180°$$

$m(\hat{1}) \cong m(\hat{b})$ Ângulos alternos internos.

$m(\hat{2}) \cong m(\hat{c})$ Ângulos alternos internos.

Substituindo $\hat{1}$ e $\hat{2}$ pelos seus congruentes, teremos:

$$m(\hat{a}) + m(\hat{b}) + m(\hat{c}) = 180°$$

Figura 48: Teorema 3 III
Fonte: NAME, 1974, p. 186.

O autor dispõe figura, hipótese e tese em um mesmo espaço na página do livro. Vejamos que a cor vermelha enfatizada na representação figural, a reta R e os ângulos 1 e 2 marcam sobre a figura geométrica o argumento de prova da demonstração do teorema dos ângulos internos de um triângulo. A figura desempenha uma **função demonstrativa**, ou seja, o autor faz uso da figura para demonstrar o teorema.

Podemos dizer que as figuras geométricas foram valorizadas pelo autor, assumindo distintas funções no decorrer do livro didático. A designação de ponto e reta utilizada por Name (1974) evidencia o modo subjetivo de apropriação da representação simbólica da matemática. Nesse caso destacamos o livro didático como tendo uma função ideológica e cultural, usado como um instrumento que tende a aculturar as jovens gerações, e em certos casos a doutriná-la.

Com isso refletimos a respeito das representações, que hoje são utilizadas para o ensino da geometria, e que muitas vezes pensamos que seu uso sempre foi do mesmo modo, são fruto de convenções, de repetições de práticas que vão se tornando verdades. Quando problematizadas com as análises históricas, fazem emergir os diferentes modos de construção do atual e até mesmo "natural" modo de representação disseminado pelos livros didáticos de matemática.

Por fim enfatizamos que o modo como o autor do livro "Matemática: ensino moderno" organizou sua obra em relação ao ensino da geometria, evidencia a presença de duas geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva. Sendo que a geometria intuitiva serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva.

5.4 LIVRO IV: SCIPIONE DI PIERRO NETTO ET AL.: "MATEMÁTICA"

O próximo livro que compõe a análise desta pesquisa foi editado em 1979 e escrito por quatro autores: Scipione di Pierro Netto, Magda Teresinha Angelo, Edson do Carmo e Lilia Maria Faccio.

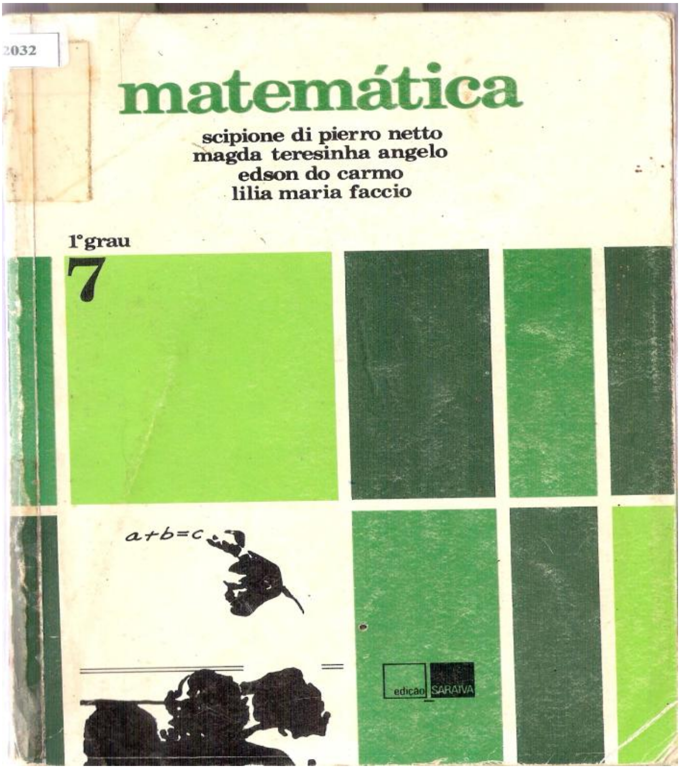


Figura 49: Capa do livro "Matemática"
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979.

O índice (figura 50) indica que o conhecimento matemático foi organizado em seis unidades: o conjunto dos números reais; polinômios; frações algébricas, equações fracionárias e equações literais; a reta no plano cartesiano; sistemas do 1.º grau a duas variáveis; e geometria dedutiva.

ÍNDICE

Figura 50: Índice IV – parte I
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 1.

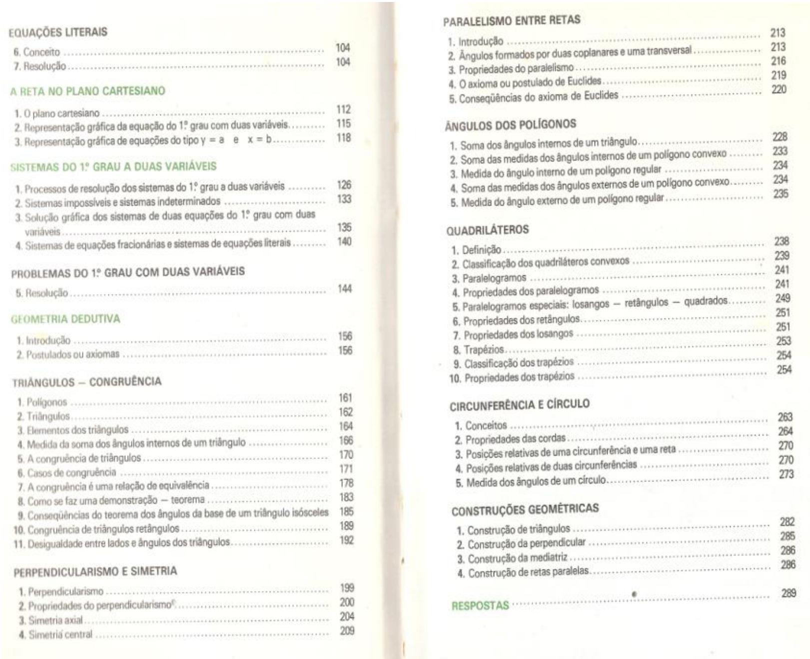


Figura 51: Índice IV – parte II
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 1.

Sobre o capítulo da geometria dedutiva, logo na introdução os autores esclarecem que nas séries anteriores do ginásio os conceitos fundamentais foram introduzidos de modo intuitivo e que agora são apresentados alguns princípios fundamentais aos quais foi dado o nome de postulados ou axiomas. O MMM demonstrou interesse na formalização dos conceitos geométricos, e podemos perceber que os autores também tiveram esse interesse nos conteúdos da geometria. Após a introdução, definem o que seriam os postulados e axiomas:

2. POSTULADOS E AXIOMAS

Diremos que uma proposição matemática que é aceita simplesmente pelo que enuncia é chamada **postulado** ou **axioma**.

Usando termos atuais, enunciaremos alguns Axiomas de Euclides que, explícita ou implicitamente, usou quando escreveu seu livro "Elementos".

- Por um ponto **A** passam infinitas retas.
- Dois pontos distintos, **A** e **B**, determinam uma reta.
- Entre dois pontos de uma reta sempre existe outro ponto. Vale dizer que entre dois pontos de uma reta existem infinitos pontos.
- Um plano possui infinitos pontos.
- Um plano contém infinitas retas.

Figura 52: Postulados e axiomas
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 156.

Na parte da geometria destinada ao ensino dos triângulos, apresentam-se duas definições para os objetos geométricos: triângulo e a figura. Nesse caso a figura geométrica que representa o triângulo está disposta junto com o conceito, desempenhando uma **função ilustrativa** para as duas definições pontuadas. Vejamos:

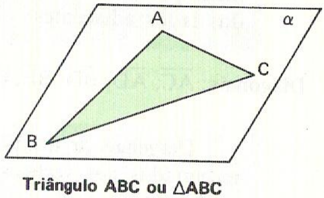
2. TRIÂNGULOS

Define-se:

Triângulo é o polígono de três lados.

ou

Triângulo é a região do plano limitada por três retas que se interceptam duas a duas e não passam por um mesmo ponto.



Triângulo ABC ou △ABC

Figura 53: Triângulos IV
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 162.

Na sequência é dada a classificação dos triângulos quanto aos lados:

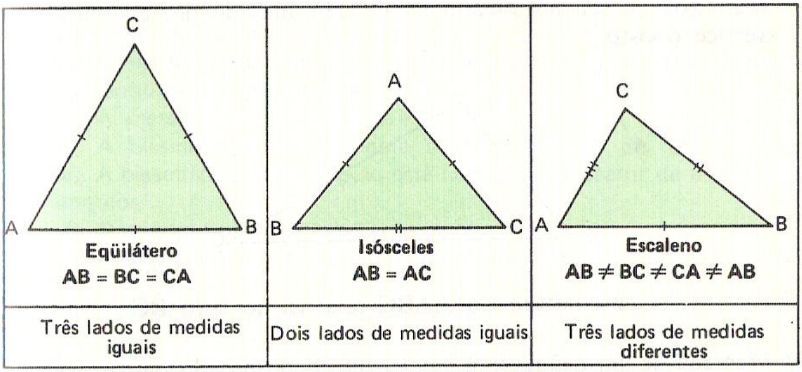


Figura 54: Classificação dos triângulos quanto aos lados IV
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 163.

Observamos que nas três representações o triângulo tem a mesma nomenclatura, ABC, pela qual o lado AB é paralelo à margem inferior do livro.

Na classificação quanto aos ângulos, são definidos e ilustrados os triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo.

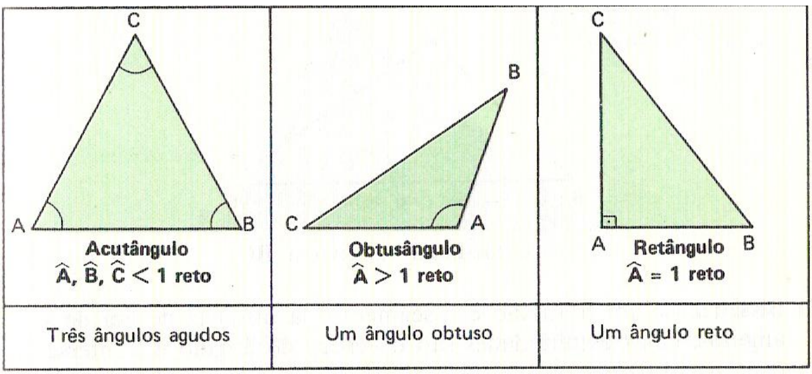
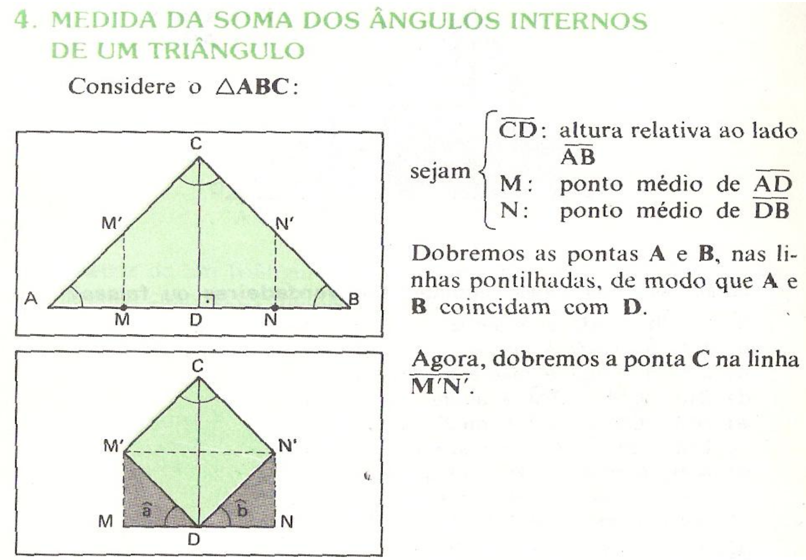


Figura 55: Classificação dos triângulos quanto aos ângulos IV
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 163.

Notamos que em ambos os casos os triângulos ocupam uma mesma disposição, na qual uma das bases é paralela à margem inferior da página do livro. A teoria e a figura organizam-se em um mesmo espaço para delinear a nomenclatura dos triângulos em relação à medida de seus lados e ângulos.

Pierro Netto et al. (1979) apresentam, através de um método experimental, o conceito de soma das medidas do ângulo interno de um triângulo:



4. MEDIDA DA SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

Considere o $\triangle ABC$:

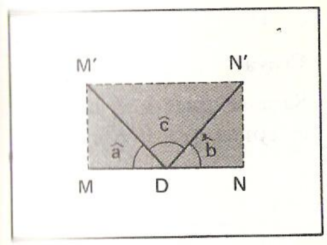
sejam $\begin{cases} \overline{CD}: \text{ altura relativa ao lado } \overline{AB} \\ M: \text{ ponto médio de } \overline{AD} \\ N: \text{ ponto médio de } \overline{DB} \end{cases}$

Dobremos as pontas **A** e **B**, nas linhas pontilhadas, de modo que **A** e **B** coincidam com **D**.

Agora, dobremos a ponta **C** na linha $\overline{M'N'}$.

Figura 56: Medida da soma dos ângulos internos de um triângulo IV – parte I
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 166.

A marcação da altura, relativa ao lado AB, e os pontos médios M, M', N e N' representados sobre figura geométrica do triângulo auxiliam na demonstração da relação desejada, pois:



Obtém-se, então, a relação:

$$a + b + c = 180°$$

Logo:

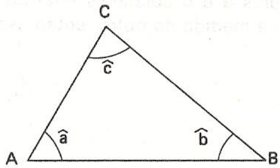
A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Figura 57: Medida da soma dos ângulos internos de um triângulo IV – parte II
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 167.

Podemos pensar que os autores, para demonstrar essa relação apoiada na representação figural, articulam a **figura** e a **dobradura**. As cores (verdes e cinza) e a marcação de linhas tracejadas instituem "o movimento" desejado para construir a relação de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º. A figura assume uma **função formativa**. Vejamos que, ao se apropriarem da dobradura, Pierro Netto et al. (1979) evidenciam um dos métodos apresentados pelo ideário do MMM para desenvolver esse desencadeamento dedutivo, possibilitando que os alunos alcancem uma conjetura intuitiva do conhecimento matemático. Mas, à medida que o curso avança, é necessário apresentar os métodos de demonstração desse resultado.

Vejamos que esse mesmo teorema também é demonstrado, na página 228, observemos que os autores apontam duas figuras geométricas junto ao enunciado e a demonstração do teorema:

1.1. Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo



A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º ou 2 retos.

$$\textbf{Hipótese} \begin{cases} \triangle ABC \\ a = med(\hat{A}) \\ b = med(\hat{B}) \\ c = med(\hat{C}) \end{cases} \Rightarrow \textbf{Tese} \ \{a + b + c = 180^\circ$$

Prova:

Por C, traça-se a reta $\overleftrightarrow{A'B'}$ tal que:

$\overleftrightarrow{A'B'} \parallel \overline{AB}$

$d = med(A\hat{C}A')$

$e = med(B\hat{C}B')$

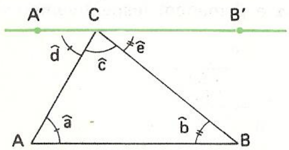


Figura 58: Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo IV – parte I
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 228.

E, por fim:

Conforme a figura, obtém-se:

I. $d = a$ (alternos internos)

II. $b = e$ (alternos internos)

III. $d + c + e = 180^\circ$ (suplementares)

Substituindo-se **I** e **II** em **III**, tem-se:

$$\boxed{a + b + c = 180^\circ \text{ ou } 2 \text{ retos}}$$

Figura 59: Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo I – parte II
Fonte: PIERRO NETTO et al., 1979, p. 229.

No teorema (figura 59) evidência que é a partir da figura geométrica apontada junto a **Prova** do teorema que se pode concluir que a soma dos ângulos internos é igual a 180° e não dos elementos teóricos empregados na demonstração, nesse caso a figura geométrica desempenha uma **função demonstrativa**. Também destacamos que o modo como os autores articulam as duas figuras geométricas junto ao enunciando e a demonstração do teorema nos possibilita indicarmos que a figura geométrica representada junto à prova tem uma **função formativa**.

Podemos considerar que o livro do Pierro Netto et al. (1979) põe em prática métodos de aprendizagens, apoiados nas figuras geométricas, que favorecem a aquisição de competências disciplinares e apropriação de habilidades incorporadas pelo MMM, evidenciando assim a função instrumental do livro didático junto ao ensino de geometria na década de 70.

Por fim enfatizamos que o modo como o autor do livro "Matemática" organizou sua obra em relação ao ensino da geometria, evidencia a presença da geometria dedutiva.

5.5 LIVRO V: OSVALDO SANGIORGI: "MATEMÁTICA: CURSO MODERNO"

O próximo livro que compõe nossa análise foi impresso no ano de 1969 e escrito por Osvaldo Sangiorgi.

A capa indica que é a sexta edição do 3.º volume para o ginásio, ou seja, 7.ª série do primeiro grau.

Figura 60: Capa do livro "Matemática: curso moderno"
Fonte: SANGIORGI, 1969.

Segundo Sangiorgi (1969), a ênfase do livro dessa série está no ensino da geometria, fazendo com que os estudantes realizem uma viagem ao maravilhoso "país da geometria". As figuras geométricas constituem um estímulo para a dedução de certas propriedades. Acompanhemos as palavras do autor:

> Finalmente, vem o "bom-bocado" do livro: o estudo da *Geometria*. Agora, não será mais preciso que você "decore" enfadonhos teoremas e mais teoremas, contra o que, erradamente, alguns colegas mais adiantados costumavam "preveni-lo".
>
> Na verdade, trata-se de uma das partes da Matemática de valor e beleza reconhecidos desde antes de Cristo, pela notável cultura grega da época. Por quê? Porque as figuras geométricas — suas velhas conhecidas desde os primeiros anos de escola — quando tratadas "racionalmente", constituem ótimo estímulo para a *dedução* de certas propriedades comuns a elas e que jamais poderiam ser aceitas se apenas as *observássemos*. E, se *deduzir* é uma das principais qualidades de "ser racional", o estudo da Geometria o fará mais racional ainda!
>
> Seja, pois, muito feliz nesta viagem ao maravilhoso "país da Geometria", e até a quarta série!
>
> OSVALDO SANGIORGI

Figura 61: Palavras do autor V
Fonte: SANGIORGI, 1969.

Podemos notar que o autor escreve que seu enfoque está na geometria e considera as figuras como um estímulo para a dedução de certas propriedades.

O índice (figuras 62 e 63) indica que a obra foi organizada em quatro capítulos e um apêndice: números reais: estrutura de corpo; cálculo algébrico: estudo dos polinômios; estudo das figuras geométricas; estudo dos polinômios e da circunferência.

Os conhecimentos geométricos são apresentados nos capítulos 3 e 4, bem como no apêndice, onde são trabalhadas as "transformações geométricas planas".

Figura 62: Índice V – parte I
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 13.

Figura 63: Índice V – parte II
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 14.

Na introdução do capítulo 3, Sangiorgi (1969) escreve os objetivos da geometria para a sétima série. Ele indica que, em vez de conjuntos de números, são estudados os conjuntos de pontos. Os conjuntos de pontos constituirão as figuras geométricas cujo universo de trabalho será o conjunto de todos os pontos, conhecido com o nome de espaço (IE), no qual "vivem" as figuras geométricas, tais como as linhas, os planos, as superfícies, que são subconjuntos de IE.

Para introduzir o conceito de figura geométrica, o autor opta por retomar um dos métodos de ensino da escola primária. O aluno irá conhecer melhor as figuras geométricas por meio de propriedades que as caracterizam e que são sempre verdadeiras para qualquer que seja a precisão com que foram desenhadas.

O autor menciona que no ensino ginasial, além de desenhar as figuras geométricas, é necessário conceituá-las. Vejamos o que ele aponta para o objeto geométrico do triângulo.

> Se você quisesse, por exemplo, *definir* um *triângulo*, poderia dizer que se trata de um *conjunto de pontos*. Porém, tôda figura geométrica é um conjunto de pontos. Então é necessário mais "alguma coisa" para dar a idéia do que seja um triângulo.

Figura 64: Definição de triângulo – parte I
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 116.

O triângulo é um conjunto de segmentos de retas com determinadas propriedades. Mas o aluno desejará saber o que é segmento de reta, o qual, por sua vez, exige saber o que é uma reta; e esta, o que é um ponto. O ponto é considerado um conceito primitivo e não vai ser definido; é usado para definir as demais figuras geométricas, assim como o triângulo.

> Logo, *tudo começou com o ponto*, que passa a ser, assim, o *primeiro elemento* da Geometria, ou seja, a *figura mais simples*, usada para definir as demais. Como antes do ponto "não há nada", êle *não vai ser definido* e por isso é considerado um *conceito primitivo*.

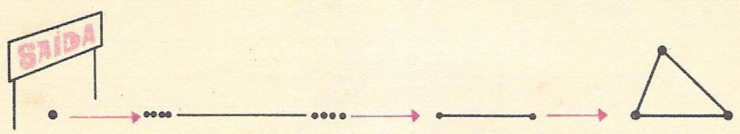


Figura 65: Definição de triângulo – parte II
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 117.

Sangiorgi (1969, p. 117) enfatiza dois exemplos da imagem de um ponto, "[...] pode ser obtido pela marca deixada pela ponta de um lápis (bem apontado!) numa folha de papel ou o 'canto' onde se encontram as duas paredes de sua sala de aula com o assoalho.”. Esses exemplos servem para introduzir uma ideia do ponto, “[...] pois na verdade o ponto da Geometria não possui ‘tamanho’ e você sabe que não encontramos nada no mundo físico sem dimensão!” (SANGIORGI, 1969, p. 117).

Os conceitos primitivos de ponto, reta e o plano são considerados pelo autor os “grandes personagens” da viagem da geometria.

No estudo que será feito vão ser considerados como *“grandes personagens”* da Geometria:

o ponto   **a reta**   e   **o plano**

dos quais você já tem *idéia* formada, apesar de *não os ter definido*, por serem *conceitos primitivos*. Nestas condições, não serão os desenhos bem ou mal feitos que os caracterizarão e sim *determinadas propriedades* que êles *possuem.*

Figura 66: Personagens da geometria
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 118.

Além de apresentar os três personagens, o autor também enfatiza que todos possuem símbolos, os quais são representados da seguinte forma:

os *pontos*	por:	$A, B, C, D, \ldots, P, \ldots$	(letras latinas maiúsculas)
as *retas*	por:	$a, b, c, d, \ldots, r, \ldots$	(letras latinas minúsculas)
os *planos*	por:	α, β, γ, δ, ... (alfa) (beta) (gama) (delta)	(letras gregas minúsculas)

Figura 67: Símbolos dos personagens da geometria
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 118.

Conforme Sangiorgi (1969) as figuras geométricas que “vivem” no plano são aquelas representadas, de preferência, pela folha de seu caderno, onde o aluno já tem o hábito de desenhar desde o ensino primário:

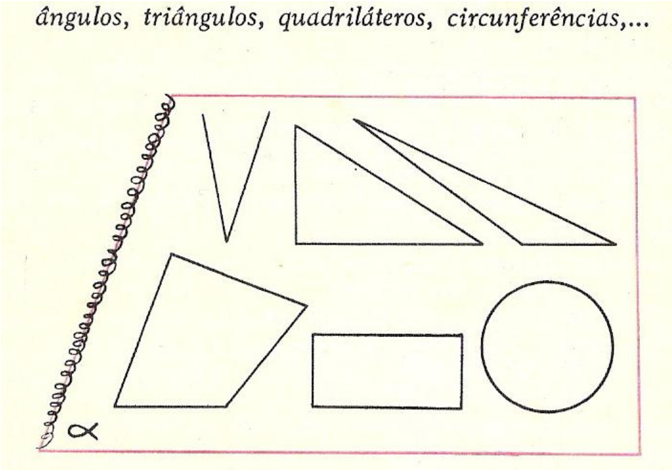


Figura 68: Plano como universo de trabalho
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 119.

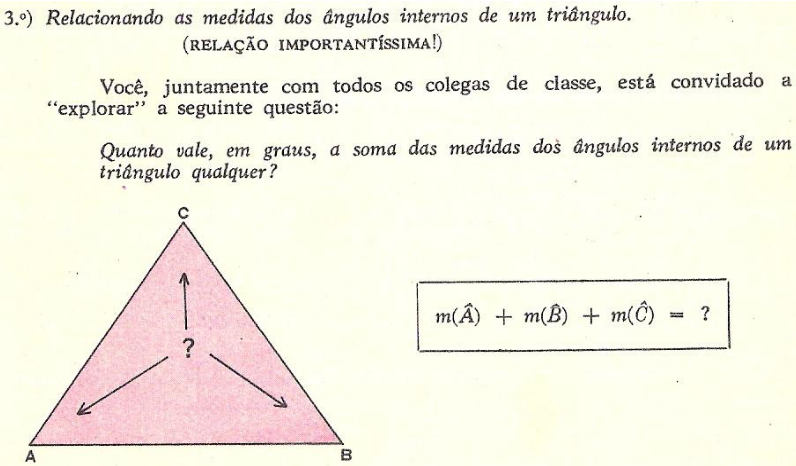
As figuras geométricas são denominadas de duas formas sendo que uma delas é considerada como moderna. Vejamos:

Tais figuras, por possuírem *todos* os seus pontos num *mesmo plano*, são denominadas *figuras geométricas planas*. Em linguagem moderna:

as figuras geométricas planas são subconjuntos do plano

Figura 69: Figuras geométricas planas V
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 119.

O autor apresenta uma "relação importantíssima" para as medidas dos ângulos internos de um triângulo que poderá ser explorada pelos estudantes:



3.º) *Relacionando as medidas dos ângulos internos de um triângulo.*
(RELAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA!)

Você, juntamente com todos os colegas de classe, está convidado a "explorar" a seguinte questão:

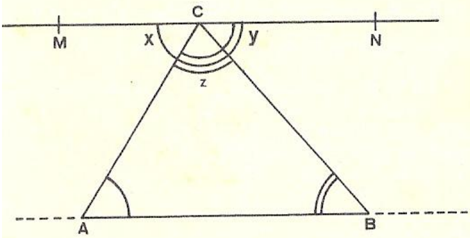
Quanto vale, em graus, a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer?

$$\boxed{m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = ?}$$

Figura 70: Medidas dos ângulos internos de um triângulo V – parte I
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 209.

Na demonstração dessa relação, o autor utiliza uma reta MN que passa pelo vértice C e é paralela ao lado AB do triângulo. Esse traçado sobre figura geométrica do triângulo ABC delimita os ângulos com medidas x, z e y para os quais temos a relação x + z + y = 180°.

De fato, considere um triângulo qualquer ABC e vamos supor traçada pelo vértice C a *reta* $\overleftrightarrow{MN}$ *paralela* ao lado $\overline{AB}$.



Os ângulos formados ($M\hat{C}A$, $A\hat{C}B$, $B\hat{C}N$) têm, respectivamente, as medidas:

$$x, \ z \ \text{e} \ y$$

e os ângulos internos ($\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$) do $\triangle ABC$, as medidas:

$$m(\hat{A}), \ m(\hat{B}) \ \text{e} \ m(\hat{C})$$

Sendo:

$\hat{A}$ e $M\hat{C}A$ ângulos *alternos internos*, então: $m(\hat{A}) = x$ (por quê?)
$\hat{B}$ e $N\hat{C}B$ ângulos *alternos internos*, então: $m(\hat{B}) = y$ (por quê?)
$\hat{C}$ o mesmo que o ângulo $A\hat{C}B$, então . . .: $m(\hat{C}) = z$ (por quê?)

e como: $x + z + y = 180°$ (resultado já conhecido)
segue-se que:

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$$

e você provou, graças "àquela *paralela* traçada", que:

A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°

Figura 71: Medidas dos ângulos internos de um triângulo V – parte II
Fonte: SANGIORGI, 1969, p. 210.

O modo como a figura geométrica é usada por Sangiorgi (1969) nessa demonstração é distinto das demais demonstrações do ângulo interno que analisamos nas outras obras. Aqui a figura assume uma **função ilustrativa**, empregada para ilustrar alguns conceitos que são utilizados na demonstração. Podemos dizer que a demonstração está apoiada significativamente nos elementos teóricos escritos e não na figura geométrica.

Por fim enfatizamos que o modo como o autor do livro "Matemática: curso moderno" organizou sua obra em relação ao ensino da geometria, evidencia a presença de duas geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva. Sendo que a geometria intuitiva serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva.

5.6 LIVRO VI: ORLANDO A. ZAMBUZZI: "MATEMÁTICA COM ESTUDO DIRIGIDO"

O livro "Matemática com Estudo Dirigido" também fez parte da lista de livros indicados para a década de 70[15], a ilustração da capa, a qual faz referência ao ensino de geometria citando o *slogan* "Geometria super envenenada":

[15] Ver lista de livros didáticos indicada para o ensino catarinense na década de 70 na página 74.

Figura 72: Capa do livro "Matemática com estudo dirigido"
Fonte: ZAMBUZZI, 1975.

O livro "Matemática com estudo dirigido", exemplar do professor, é de autoria de Orlando A. Zambuzzi e foi editado no ano de 1975 e destinado à 7.ª série do 1.º grau.

capa: eduardo carlos pereira
manuscritos: odinir penteado de souza

● *1975*

todos os direitos reservados pela editora ática s. a. ● r. barão de iguape, 110 ● tels.: 278-0459, 278-0549, 278-1019, 278-2229, 278-9322, 278-9427, 278-9627, 278-9995 ● c. postal 8656 ● end. telegráfico "bomlivro" ● s. paulo

Figura 73: Ano de edição
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 2.

A obra é dividida em duas partes: a primeira destina-se ao ensino da álgebra e a segunda ao da geometria. O índice está impresso no final do livro.

Índice

1.ª parte — Álgebra

327

Figura 74: Índice VI– parte I
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 327.

2.ª parte — Geometria

Figura 75: Índice VI – parte II
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 328.

Na segunda parte do livro, destinada ao ensino da geometria, o autor menciona a preocupação de todos os professores de matemática do ensino de 1.º grau com a geometria.

2.ª parte
geometria

apresentação

A geometria tem sido a preocupação de todos os professores de Matemática do ensino de 1.º grau.

Resolvemos, portanto, desenvolver os assuntos, explorando com freqüência a intuição. Fizemos uma geometria de posição e uma geometria métrica, enriquecidas de exercícios suficientes para que os alunos da 7.ª série, observando, construindo e corrigindo, fixem a aprendizagem. As demonstrações de certas propriedades geométricas foram feitas de modo simples e acessível, para afastar a idéia de que fazer geometria é decorar teoremas. Pelo contrário, é ensinar o aluno a aprender, estimulando o pensamento reflexivo.

Figura 76: Palavras do autor VI – parte I
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 135.

Partindo de uma situação real dos alunos, procuramos incentivá-los a fazer geometria de maneira consciente, prática e agradável. Não tivemos a preocupação da quantidade de assuntos a serem desenvolvidos, mas do processo de como aprendem nossos alunos.

Não pretendemos desenvolver um curso de geometria racional (ou axiomática). Pretendemos:

a) Levar o aluno a conhecer alguns fatos importantes sobre as figuras geométricas (propriedades).

b) Fazer com que o aluno tenha uma idéia mais clara do que se entende por demonstração (prova) em Matemática, sem, entretanto, exigir um grande número de teoremas.

Devemos exigir de cada aluno o material de construção geométrica, por exemplo: compasso, régua e transferidor. A falta desses instrumentos acarretará maior dificuldade no desenvolvimento dos assuntos, impossibilitando o aluno de tirar suas próprias conclusões.

Todo o trabalho deve ser feito a lápis, facilitando as possíveis correções.

Esse trabalho é resultado de nossas aulas, cujo rendimento nos encorajou a apresentá-lo aos colegas, tão sequiosos de informações de novas técnicas, que enriquecem o ensino da Matemática.

A colaboração dos colegas quanto a críticas e sugestões será bem acolhida por nós.

O autor

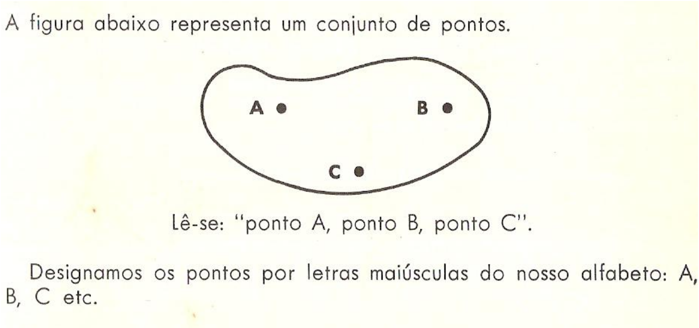
Figura 77: Palavras do autor VI – parte II
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 135.

Zambuzzi (1975) escreve que não tem a intenção de desenvolver um curso de geometria racional (ou axiomática), mas sim um curso que pretende levar o aluno a conhecer alguns fatos importantes sobre as propriedades das **figuras geométricas**.

O processo pelo qual os alunos aprendem é importante para o autor, e aqui observamos que sua preocupação está relacionada com uma das propostas do ideário do MMM, cujos métodos são evidenciados.

Ao introduzir os elementos primitivos da geometria, o ponto, a reta e o plano, o autor enfatiza a representação figural desses três conceitos, bem como a linguagem de conjunto. As figuras geométricas estão dispostas abaixo do texto. Nesse caso podemos dizer que as figuras funcionam como **figuras explicativas**.

O ponto:



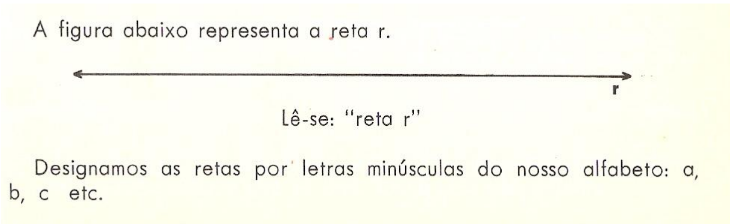
A figura abaixo representa um conjunto de pontos.

Lê-se: "ponto A, ponto B, ponto C".

Designamos os pontos por letras maiúsculas do nosso alfabeto: A, B, C etc.

Figura 78: Ponto VI
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 135.

A reta:



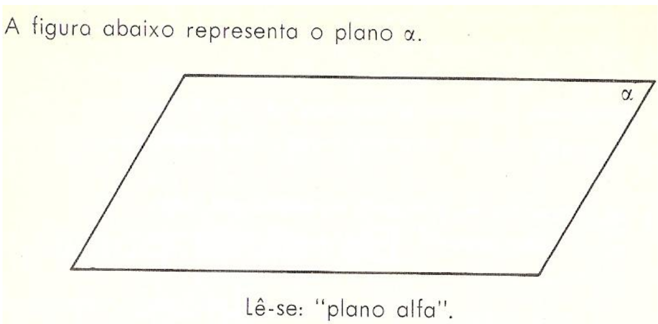
A figura abaixo representa a reta r.

Lê-se: "reta r"

Designamos as retas por letras minúsculas do nosso alfabeto: a, b, c etc.

Figura 79: Reta VI
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 135.

O plano:



A figura abaixo representa o plano α.

Lê-se: "plano alfa".

Figura 80: Plano VI
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 136.

A figura geométrica é conceituada com a utilização da linguagem dos conjuntos, e não se faz uso da representação figural para ilustrar ou explicar este conceito. Vejamos:

Figura geométrica é um conjunto de pontos. O conjunto de *todos* os pontos, retas e planos é o *espaço*.

Figura 81: Figura geométrica VI
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 140.

Ao introduzir a congruência de triângulos, o autor faz apelo à representação figural e ao uso de instrumentos de medida. Observemos como introduz o conceito de congruência:

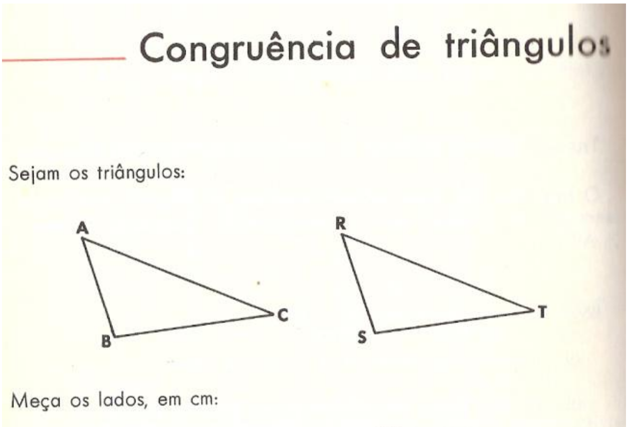
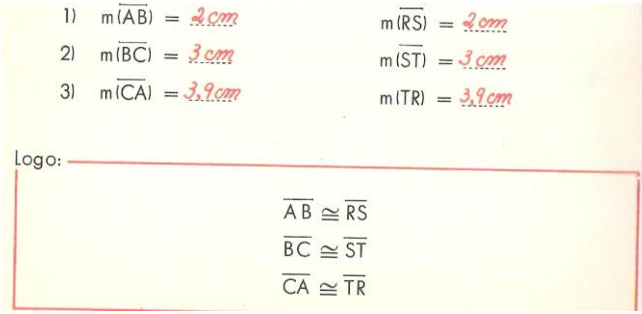


Figura 82: Congruência de triângulos VI – parte I
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 234.

O aluno, depois de medir e anotar o tamanho dos lados dos triângulos representados na figura 82, poderá concluir que:



1) $m(\overline{AB}) = 2\,cm$ $m(\overline{RS}) = 2\,cm$

2) $m(\overline{BC}) = 3\,cm$ $m(\overline{ST}) = 3\,cm$

3) $m(\overline{CA}) = 3{,}9\,cm$ $m(\overline{TR}) = 3{,}9\,cm$

Logo:

$\overline{AB} \cong \overline{RS}$

$\overline{BC} \cong \overline{ST}$

$\overline{CA} \cong \overline{TR}$

Figura 83: Congruência de triângulos VI – parte II
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 234.

Zambuzzi (1975) finaliza esse método escrevendo que dois triângulos que têm os lados respectivamente congruentes são congruentes. Também destaca que se costuma marcar do mesmo modo os elementos congruentes, evidenciando um modo de representação para o conhecimento matemático. Então, representa a congruência de triângulos da seguinte maneira:

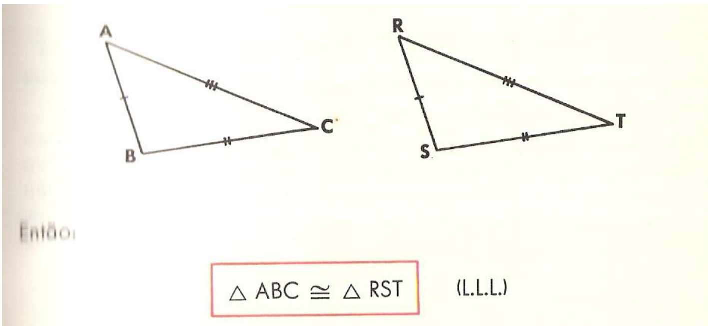


Figura 84: Caso L.L.L.
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 234.

O livro segue com essa metodologia para introduzir a maioria dos casos de congruência, com exceção do caso L.A.A_o, o qual será considerado nos comentários sobre demonstração na próxima parte da obra, intitulada “Congruência de triângulos aplicações. Uso de demonstração”.

Nas páginas que introduzem os casos de congruências, notamos a valorização das figuras, a utilização das figuras geométricas dos triângulos e a indicação do uso dos instrumentos de medidas, que se articulam para a introdução intuitiva do conceito de congruência.

Mesmo valorizando o emprego da figura e de instrumentos de medidas, o autor os considera como causas de erros.

Até agora você tem chegado a certas conclusões usando as medidas. Você pode afirmar que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes, usando as medidas deles. Porém, nada lhe assegura que, experimentalmente, você possa afirmar sempre que isso aconteça, pois a medida está sujeita a erros. Desenho mal feito, transferidor ou régua defeituosos, ponta de lápis mais fina ou mais grossa etc. são causas de erros na medida.

Outras vezes você é levado a afirmar certas coisas, baseando-se na *aparência*, naquilo que seus olhos vêem. Se você proceder dessa maneira, estará sujeito a erros. Vejamos:

Figura 85: Causas de erros
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 240.

Na tentativa de evitar os erros, o autor propõe o uso da demonstração. A justificativa de que a utilização das figuras e de instrumentos podem ser fontes de erros é remarcada com outros exemplos, tais como:

a) Coloque X no segmento, cujo comprimento é maior (não use instrumento de medida):

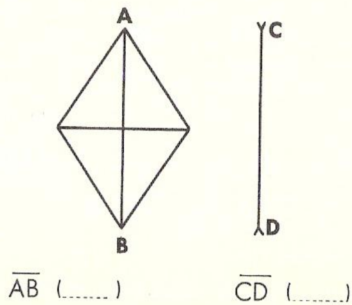


Figura 86: Comprimentos I
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 240.

Somente com o uso da figura e de nossa percepção sabemos qual é o maior? E agora qual é maior segmento, BM ou MC?

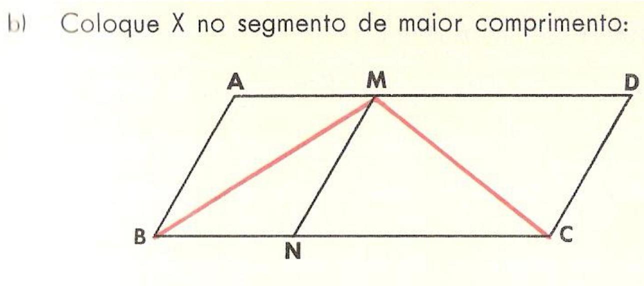


Figura 87: Comprimentos II
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 240.

E mais:

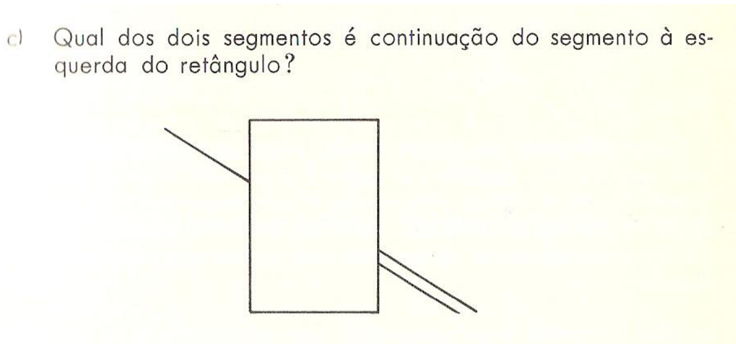


Figura 88: Comprimentos III
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 241.

Por fim:

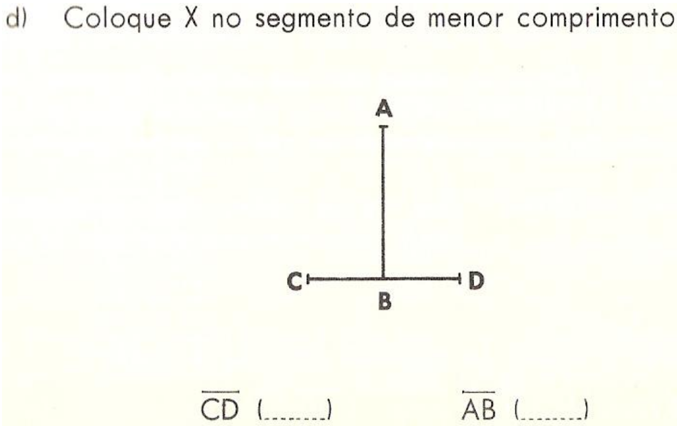


Figura 89: Comprimentos IV
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 241.

Segundo Zambuzzi (1975) a aparência nos conduz a erros, logo a medida e a observação são insuficientes para concluirmos corretamente e isso será evitado pelo uso da demonstração. Com a demonstração chegamos à conclusão, independentemente de casos particulares, de que não depende do tamanho das figuras nem mesmo do rigor de sua construção. Então seria esse o motivo pelo qual o *slogan* a "Geometria super envenenada" é estampado na capa do livro? Seriam os desenhos e os instrumentos de medidas os venenos da geometria?

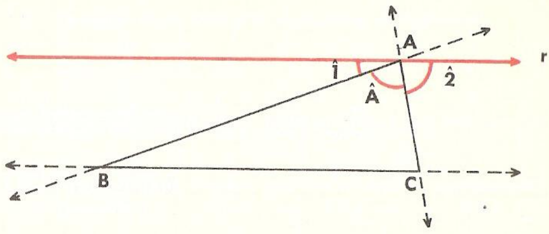
Notamos nessa obra que a figura serve de instrumento para a introdução intuitiva de determinados conceitos, mas ela por si só não garante a construção do conhecimento matemático, pois pode ser fonte de erro. Isso enfatiza a importância da análise crítica sobre o uso das figuras como suporte para o ensino de geometria.

Tudo leva a crer que a articulação entre a **figura** e os **instrumentos de medidas** evidencia um dos modos da construção da abstração do conhecimento geométrico empregados nos livros didáticos da década de 70.

Vamos ver também o rigor com que se apresentam as demonstrações nessa obra; para isso escolhemos como exemplo a demonstração do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo. Observemos:

Vamos demonstrar esse teorema:

Seja o $\triangle$ ABC:



H: $\triangle$ ABC   T: $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180°$

$\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ — internos.

Figura 90: Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo VI – parte I
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 260.

Pelo vértice A, passamos a reta r, paralela à reta $\overleftrightarrow{BC}$, suporte de $\overline{BC}$.

Por um ponto fora de uma reta, existe uma única reta paralela à reta dada (Postulado de Euclides ou das paralelas).

Considerando os ângulos $\hat{1}$, $\hat{A}$ e $\hat{2}$, cuja soma de suas medidas é 180°

Temos:

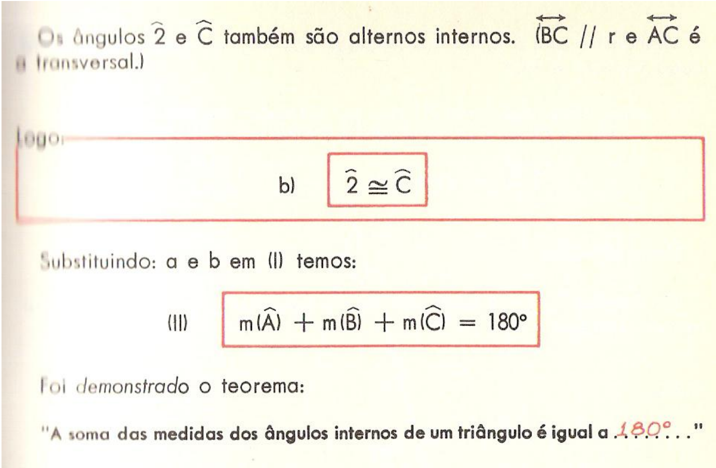
(I) $\boxed{m(\hat{1}) + m(\hat{2}) + m(\hat{A}) = 180°}$

Notamos que $\hat{1}$ e $\hat{B}$ são alternos internos. ($\overleftrightarrow{BC}$ // r e $\overleftrightarrow{AB}$ é a transversal.)

Logo:

a) $\boxed{\hat{1} \cong \hat{B}}$

Figura 91: Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo VI – parte II
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 260.



Os ângulos $\widehat{2}$ e $\widehat{C}$ também são alternos internos. ($\overleftrightarrow{BC}$ // r e $\overleftrightarrow{AC}$ é a transversal.)

Logo:

b) $\boxed{\widehat{2} \cong \widehat{C}}$

Substituindo: a e b em (I) temos:

(II) $\boxed{m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°}$

Foi *demonstrado* o teorema:

"A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. . ."

Figura 92: Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo VI – parte III
Fonte: ZAMBUZZI, 1975, p. 261.

Observamos que Zambuzzi (1975), ao considerar o triângulo ABC no início da demonstração, representa este pela interseção de três retas, destacadas na representação figural com a cor preta. Já a reta r, paralela à reta BC, que passa pelo ponto A, os ângulos 1, 2 e A são representados na cor vermelha. Vejamos que a mudança da cor institui na demonstração daquilo que é a hipótese (cor preta), e enfatiza os argumentos utilizados para chegar à tese (cor vermelha).

Nesse caso, a figura desempenha uma **função demonstrativa**, marcada pela mudança de cores na figura geométrica. Então as cores e a figura apontam a construção do processo demonstrativo, nessa situação, empregado para provar o teorema dos ângulos internos de um triângulo.

Por fim destacamos que a maneira como o autor do livro “Matemática: com estudo dirigido” organizou seu livro em relação ao ensino da geometria, indica a presença de duas geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva. Onde a geometria intuitiva serviu de suporte para ensino da geometria dedutiva.

A seguir para finalizar elaboramos uma tabela com critérios considerados na análise dos livros didáticos, vejamos:

Tabela 2: Síntese de alguns critérios analisados

Título do Livro	**Autor**	**Ano**	**Estrutura do livro**	**Funções das Figuras Geométricas**
Ensino Objetivo de Matemática	Álvaro Andrini	1976	Organizado em 13 tópicos divididos em 2 partes: 1ª álgebra (6 tópicos) e 2ª geometria (7 tópicos).	- Ilustrativa - Explicativa
Ensino Atualizado da Matemática	Omar Catunda Et Al.	1975	Dividido em 2 capítulos: 1º Geometria Afim no Plano e 2º Geometria Euclidiana.	-Demonstrativa -Formativa
Matemática: Ensino Moderno	Miguel Asis Name	1974	Enfatiza os conteúdos matemáticos, que nos possibilitam dividir a outra em três partes: aritmética, álgebra e geometria.	-Ilustrativa -Demonstrativa
Matemática	Scipione di Pierrô e Et Al.	1979	Organizado em 6 unidades divididos em 3 partes: 1ª aritmética (1 unidade); 2ª álgebra (2,3,4,5 unidades); e 3ª geometria (6 unidade).	-Ilustrativa -Demonstrativa -Formativa
Matemática: Curso Moderno	Osvaldo Sangiorgi	1969	Dividido em 4 capítulos: aritmética (1º capítulo); álgebra (2º capítulo) e geometria (3° e 4º capítulo).	-Ilustrativa
Matemática: com estudo dirigido	Orlando A. Zambuzzi	1975	Dividido em 2 partes: 1ª destina-se ao ensino da álgebra e 2ª ao da geometria.	-Explicativa -Demonstrativa

Fonte: Material Empírico, década de 70

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A escrita de uma análise histórica das figuras geométricas junto ao ensino de geometria no estado de Santa Catarina possibilitou-nos vários desafios, dificuldades, escolhas e satisfação.

Entre eles destacaríamos o desafio de fazer a análise história com as fontes que foram sendo encontradas no decorrer do caminho, que foi sempre muito árduo. Às vezes pensávamos que as encruzilhadas não nos levariam a lugar algum e que nenhuma análise poderia ser constituída. Difícil foi a decisão de optar por pesquisar as figuras geométricas através de uma análise história. Mas, mesmo com tantos desafios em relação à obtenção das fontes, não desanimamos e produzimos uma análise das figuras geométricas no ensino da geometria na década de 70 do século XX.

Considerar que as figuras geométricas têm um significado, um sentido, uma epistemologia e são fontes de representações sociais e culturais foi fundamental para a emersão de alguns dos possíveis papéis que elas podem desempenhar junto ao ensino de geometria nos livros didáticos.

Nosso objetivo principal foi analisar como e com que propósito as figuras geométricas foram usadas para o ensino de geometria da 7.ª Série, na época do Movimento da Matemática Moderna (MMM), tomando como material empírico alguns livros didáticos utilizados na década de 70 no estado de Santa Catarina.

Muitas dificuldades foram sendo superadas no decorrer desta dissertação. A escolha dos livros didáticos como fonte e quais serviriam de material empírico e comporiam a análise foi a mais difícil de todas, por inúmeras razões, principalmente porque a nomenclatura empregada nos documentos normativos para o ensino da década de 70 no estado de Santa Catarina, do 1.º ao 8.º ciclo, é distinta das apresentadas nos livros didáticos, 3.ª série do ginásio e 7ª série.

Dos documentos normativos para o ensino do estado de Santa Catarina de outros tempos, assim como do “acervo escolar”, quase nada foi preservado. Nas incansáveis buscas por documentos que servissem de fonte, quase nada encontramos. Encontramos quatro documentos: “Diagnóstico e prognóstico da situação educacional", "Diretrizes para a organização do currículo do 1.º ao 8.º grau do ciclo básico", "Relatório das atividades ano 1976: II Seminário de Avaliação do desempenho da Administração Estadual" e "Subsídios para a elaboração dos currículos plenos dos estabelecimentos de ensino de 1.º grau"; e por meio deles pudemos evidenciar algumas constatações significativas a respeito do ensino catarinense, principalmente do contexto escolar, político e cultural da década de 70. Mas acreditamos na possibilidade de uma análise mais detalhada, que retratem mais os currículos da década de análise, as leis, os decretos elaborados no estado de Santa Catarina. Quem sabe um dia o Museu da Universidade do Estado de Santa Catarina (Udesc) possa abrir as portas para a consulta de seu acervo, uma vez que toda a documentação do Conselho Estadual da Educação do Estado de Santa Catarina do período pesquisado foi doada para a Udesc.

A tentativa de descrever as possíveis funções que as figuras geométricas podem desempenhar no ensino de geometria através dos livros didáticos deu-se fundamentalmente pelo estudo de outras pesquisas, que analisaram de que modo a figura geométrica funciona como suporte para o ver e o saber, produzindo conhecimento.

A análise de cada livro didático em relação ao uso das figuras geométricas indicou que os seis livros didáticos (Álvaro Andrini: "Ensino Objetivo de Matemática"; Omar Catunda et al.: "Ensino Atualizado da Matemática"; Miguel Asis Name: "Matemática: ensino moderno"; Scipione di Pierro Netto et al.: "Matemática"; Osvaldo Sangiorgi: "Matemática: curso moderno"; e Orlando A. Zambuzzi: "Matemática: com estudo dirigido") analisados, todos destinado ao ensino de geometria da sétima série do primeiro grau, fez uso das figuras geométricas da sua maneira. As figuras geométricas assumiram diversas funções, tais como: função explicativa, ilustrativa, demonstrativa e formativa. Por vezes notamos o mesmo uso em livros distintos, e isso nos remete a um olhar singular das fontes como objeto de estudos históricos. Não existiu um único modo de ensinar, um único livro didático, um único programa de ensino. Devemos falar dos modos, dos livros; portanto, o plural deverá ser evidenciado sempre que possível.

Com base nos documentos e nas pesquisas realizadas sobre o MMM no Brasil e no mundo e ainda considerando que o movimento estava querendo abolir com as figuras na geometria, foi possível avaliar que o MMM se cumpriu em muitos aspectos no cotidiano escolar catarinense, de uma cultura escolar, tomando como fonte os livros didáticos. No entanto não podemos afirmar que as figuras geométricas foram abolidas, elas marcaram presença marcante junto ao ensino de geometria nos livros analisados.

Os documentos normativos da década de 70 do estado de Santa Catarina indicaram que o MMM fez-se presente no ensino de matemática. O ensino da matemática foi considerado numa perspectiva dita moderna, a qual enfatiza o conceito de conjunto, as estruturas matemáticas, os símbolos lógicos e a álgebra dedutiva. E ainda, a geometria se fez presente nos assuntos "medir grandezas" e "realizar transformações no plano", em que as figuras geométricas foram apontadas como um dos meios de construir a abstração do conhecimento matemático, através da experimentação. Lembremos que **o conhecimento geométrico** é considerado abstrato pelos protagonistas da proposta do MMM, então se propõe a criação de um **modelo material** que favoreça a observação e a experiência desse conhecimento. "A matemática é abstrata e se refere as relações entre coisas abstratas. Para o jovem, contudo, uma experiência concreta, rica e variada é uma etapa necessária à abstração." (OECE, 1965, p. 68).

A maioria dos livros didáticos analisados evidencia a presença de duas geometrias: uma intuitiva e outra dedutiva.

A preocupação com uma nova abordagem para o ensino da geometria dedutiva se fez presente no MMM segundo alguns discursos, mas na prática pedagógica, focando os livros didáticos de matemática que foram analisados – e são significativos pelos documentos normativos –, a geometria dos triângulos, fortemente criticada por Dieudonné, não foi abolida junto ao ensino da 7ª série. Em todas as obras analisadas destina-se uma parte para o estudo dos triângulos. Notamos que em algumas delas a ênfase é maior, porém em todas houve o ensino de triângulos. Inclusive, na maioria dos livros didáticos, vemos uma mesma disposição da representação figural dos triângulos em relação à margem inferior dos livros didáticos; a maioria dos triângulos é apresentada com um dos lados paralelos à margem inferior do livro.

Ainda, o MMM relata o atraso do ensino secundário perante o universitário, e, ao analisar como isso foi incorporado no ensino da geometria, junto aos livros didáticos, nos anos finais do ginásio, na década de 70, podemos destacar que a linguagem de conjunto e a concepção de construção do conhecimento geométrico foram os mais incorporados no estado catarinense. Pelos sumários dos livros analisados, a álgebra também se fez muito presente nos conteúdos indicados para a sétima série.

A geometria marcou grande presença nas obras analisadas; inclusive a maioria delas fazem apelo ao ensino de geometria, embora algumas pesquisas apontem para o abandono da geometria na época do MMM. Então, quem sabe próximos estudos possam analisar se na prática docente, nas diferentes escolas catarinenses, com distintos professores, a geometria foi de fato abandonada.

No estado de Santa Catarina, com a liberdade proposta pela Lei de Diretrizes e Bases (LDB) no programa de ensino da década de 70, foi gerada certa desordem no sistema de ensino. Conforme as informações do "Relatório das atividades, ano 1976: II Seminário de Avaliação do Desempenho da Administração Estadual" cada escola e até mesmo cada sala de aula de uma mesma série, em uma mesma instituição, efetuavam, simultaneamente, programas diferentes de uma mesma disciplina, e muitos professores não sabiam o que ensinar, ficando sem orientação.

Essa análise nos fez ver o modo como cada autor utilizou as figuras, o que nos possibilitou descrever a função que as figuras geométricas puderam exercer em determinado momento na produção do conhecimento geométrico escolar, além de notar a sua valorização na década de 70 nos livros didáticos analisados. Também mostramos que as figuras geométricas assumem funções que podem ser iguais, diferentes e ainda uma mesma figura pode assumir duas ou mais funções para o ensino da geometria. Sendo assim, as figuras geométricas assumem funções com o propósito de ensinar.

Essa pesquisa serviu para interligar o presente e o passado, problematizando o presente, em que o domínio e uso das figuras geométricas se fazem cada vez mais necessários, e analisando um movimento do passado, articulado como um saber "geométrico" que utiliza as figuras e foi sendo aprimorado, incorporado e naturalizado no ensino atual. A percepção de que, mesmo na matemática, aquelas "verdades" mais elementares, como a designação dos elementos primitivos – tais como o ponto, a reta e o plano, instituídos nos livros didáticos de matemática –, são frutos de convenção, e não de arbitrariedade, os quais se disseminam e se articulam não só para exercer um papel puramente repressivo, mas também produtivo e disciplinar.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE JÚNIOR, D. M. **História**: a arte de inventar o passado. Bauru: Edusc, 2007.

ANDRINI, A. **Ensino objetivo de matemática.** São Paulo: Editora do Brasil, 1976. Livro do mestre.

______. **Novo praticando matemática**. São Paulo: Editora do Brasil, 2002. Impresso em 2007. v. 3.

BOLDA, C. R. F. **Geometria e visualização**: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf.>. Acesso em: 05 jun. 2008.

BURKE, P. **A escrita da história**: novas perspectivas. Tradução de Magda Lopes. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1992.

CAETANO, J. O. Crítica das imagens práticas. **A ciência do desenho**: a ilustração na colecção de códigos da Biblioteca Nacional. Lisboa: Ministério da Cultura; Biblioteca Nacional, 2001.

CARNEIRO, R. F.; DECHEN, T. Tendências no ensino de geometria: um olhar para os anais dos Encontros Paulista de Educação Matemática. In: Congresso de Leitura do Brasil, 16 2007, Campinas (SP), **Anais...** Campinas: Associação de Leitura do Brasil, 2007. Disponível em: <http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss03_03.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2008.

CATUNDA, O. di et al. **Ensino Atualizado da Matemática**. São Paulo: EDART, 1975. 7.ª série.

CHARTIER, R. O mundo como representação. **Estudos avançados**, São Paulo, v. 5, n. 11, p. 173-191, 1991.

______. A “nova” história cultural existe? In: LOPES, A. H. et al. (Orgs.). **História e linguagem**: texto, imagem, oralidade e representações. Rio de Janeiro: Edições 7 Letras, 2006. p. 29-43.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DIEUDONNÉ, J. **Deveríamos ensinar matemática moderna? American scientist**, v. 61, n. 1, jan./fev. 1973. Tradução feita pela Secretaria da Educação, Coordenadoria do Ensino Básico e Normal, Divisão de Assistência Pedagógica.

DE CERTEAU, M. de. **A escrita da história.** Tradução de Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2007.

DHOMBRES, J. La figure dans le discours géométrique: les façonnages d'un style. **Teoría**: segunda época, v. 8, n. 19, p. 51-88, 1993.

DUARTE, A. R. S.; LEME DA SILVA, M. C. Abaixo Euclides e acima quem?: uma análise do ensino de geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: **Práxis educativa**, Ponta Grossa, v. 1, n. 1, p. 89-95, 2006.

FIORI, N. A. **Aspectos da evolução do ensino público no estado de Santa Catarina.** 1974. Dissertação (Mestrado em Ciência)– Escola Pós-Graduada de Ciências Sociais da Fundação Escola de Sociologia e Política de São Paulo, São Paulo, 1974.

FLORES, C. R. **Olhar, saber, representar**: sobre a representação em perspectiva. São Paulo: Musa, 2007a.

FLORES, C. R. Teoria e representação geométrica na obra de Albrecht Dürer: um ensino de matemática para pintores e artesãos. **Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 11, p. 179-188, set. 2007b.

FLORES, C. R. Saber, tecnologia e representação na arte Militar do século XVII: a propósito da obra de Luís Serrão Pimentel. **Educação matemática pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 279-293, 2008.

FLORES, C. R.; MORETTI, M; T. As figuras geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em geometria: um estudo sobre a heurística e a reconfiguração. **Revemat**, Florianópolis, v. 1, p. 5-13, 2006. Disponível em: <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/

revemat/2006_pdf/revista_2005_01_completo.PDF>. Acesso em: 05 jun. 2008.

______. O movimento da figura na resolução de problemas matemáticos: o uso da reconfiguração em problemas históricos. **Revemat**, Florianópolis, p.14-23, 2005. Disponível em: <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/reremat/republic_02_artigo.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2008.

FLORIÁNOPOLIS, Prefeitura Municipal de. Secretaria Municipal de Educação. Departamento de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a Rede Municipal de Ensino de Florianópolis**. Florianópolis, 2008.

GAERTNER, R. **A matemática escolar em Blumenau (SC) no período de 1889 a 1968**: da Neue Deutsche Schule à Fundação Universidade Regional de Blumenau: aspectos da evolução do ensino público no estado de Santa Catarina. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática)– Universidade Estadual Paulista**,** Rio Claro (SP), 2004.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal**: primeiros estudos. São Paulo: Da Vinci, 2007. p. 21-45.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de Educação**, n. 1, p. 9- 43. jan./jun. 2001.

KAHANE, J. P. **L'enseignement des sciences mathématiques**. Paris: Odile Jacob, 2002.

LEME DA SILVA, M. C. A geometria escolar e o Movimento da Matemática Moderna: em busca de uma nova representação. **Seminário Temático: o Movimento da Matemática Moderna nas escolas do Brasil e Portugal.** Florianópolis, 2009. Disponível em: <http://www.smmmfloripa.ufsc.br/LemedaSilva_art.pdf>. Acesso em: 18 ago. 2009.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A educação matemática em revista**, SBEM, n. 4, p.3-3, set. 1995.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. São Paulo: Autêntica, 2004.

NAME, M. A. **Matemática**: ensino moderno. São Paulo: Editora do Brasil, 1974. 7.ª série.

ORGANIZAÇÃO EUROPÉIA PARA A COOPERAÇÃO ECONÔMICA (OECE). **Mathématiques nouvelles**. Paris: OECE, 1961a.

______. **Mathématiques nouvelles**. Paris: OECE, 1961b.

______. **Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignment secondaire**. Paris: OECE, 1961. Traduzido por: MONTEIRO, L. H. J. Um programa moderno de matemática para o Ensino Secundário. GEEM, São Paulo, 1965.

PADILHA SANCHEZ, V. LIinfluence d'une acquisition des traitements purement figuraux pour l'appresntissage des mathématiques. 1992. Tese (Doutorado em Didática da Matemática)– Université Louis Pasteur, Estrasburgo, 1992.

PASSOS, C. L. B. **Representação, interpretação e prática pedagógica**: a geometria na sala de aula. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas (SP), 2000.

PAVANELLO, R. M**. O abandono do ensino da geometria**: uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas (SP), 1989.

PEREIRA, M. R. de O. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001.

PIERRO NETTO, S. di et al. **Matemática**. São Paulo: Saraiva, 1979. 7.ª série.

SANGIORGI, O. **Matemática**: curso moderno. São Paulo: Nacional, 1969. 3.º volume.

SANTA CATARINA. Secretaria da Educação. **O ensino normal de 1.º Ciclo (estudo para uma reformulação)**. Florianópolis, set. 1962.

______. Secretaria da Educação. **Diretrizes para a organização do currículo do 1.º ao 8.º Grau do Ciclo Básico.** Florianópolis, nov. 1968.

______. Secretaria da Educação. **Diagnóstico e prognóstico da situação educacional.** Florianópolis, dez. 1971.

______. Secretaria da Educação. **Relatório das atividades, ano 1976**: II Seminário de Avaliação do Desempenho da Administração Estadual. Florianópolis, fev. 1977.

______. Secretaria da Educação. **Plano Estadual de Educação 1985-1988**: democratização da educação a opção dos catarinenses. Florianópolis, primavera 1984.

______. Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina:** Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: disciplinas curriculares. Florianópolis: Cogen, 1998.

SHARPE, J. A história vista de baixo. In: BURKE, P. (Org.). **A escrita da história**: novas perspectivas. Tradução de Magda Lopes. São Paulo: Editora da Universidade Paulista, 1992. p. 39-62.

SOARES, F. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: avanço ou retrocesso? 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada)–Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001.

SOROMENHO, M. Descrever, registrar, instruir: práticas e usos do desenho. **A ciência do desenho:** a Ilustração na colecção de códigos da Biblioteca Nacional. Lisboa: Ministério da Cultura; Biblioteca Nacional, 2001.

THOM, R. Matemática moderna: um erro educacional e filosófico? **American scientist**, v. 59, p. 695-699, 1971. Tradução de Regina Maria Pavanello.

VALENTE, W. R. A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. **Diálogo educacional**, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 19-34. maio/ago. 2006.

______. História da educação matemática: interrogações metodológicas. Revemat, Florianópolis, v.2, p. 28-49, 2007.
Disponível em:
<http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007_pdf/revista_2007_02_completo.PDF >. Acesso em: 05 jun. 2008.

______. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, São Paulo, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008.

VEIGA-NETO, A. **Foucault & a educação.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Pensadores & Educação).

ZAMBUZZI, O. A. **Matemática**: estudo dirigido. 3. ed. São Paulo: Ática, 1975. 7.ª série.