

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC
CENTRO SÓCIOECONÔMICO - CSE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS - CNM
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

ALESSANDRO CÉ MORETTO

Gestão de portfólios com base no risco: um estudo para o mercado brasileiro

Florianópolis, 2021

Alessandro Cé Moretto

Gestão de portfólios com base no risco: um estudo para o mercado brasileiro

Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do grau Bacharel em Ciências Econômicas.
Orientador: Prof. João Frois Caldeira

Florianópolis
2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Cé Moretto, Alessandro

Gestão de portfólios com base no risco: um estudo para o mercado brasileiro / Alessandro Cé Moretto ; orientador, João Frois Caldeira, 2021.

47 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Sócio Econômico, Graduação em Ciências Econômicas, Florianópolis, 2021.

Inclui referências.

1. Ciências Econômicas. 2. Gestão de volatilidade. 3. Gestão de carteiras. 4. Timing de mercado. I. Frois Caldeira, João. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Ciências Econômicas. III. Título.

Alessandro Cé Moretto

Gestão de portfólios com base no risco: um estudo para o mercado brasileiro

Florianópolis, 09 de setembro de 2021.

O presente Trabalho de Conclusão de Curso foi avaliado e aprovado pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. João Frois Caldeira, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.(a) Pedro Luiz Paolino Chaim, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.(a) André Alves Portela Santos, Dr.

Universidad Carlos III de Madrid

Universidade Federal de Santa Catarina

Certifico que esta é a **versão original e final** do Trabalho de Conclusão de Curso que foi julgado adequado para obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas por mim e pelos demais membros da banca examinadora.

Prof. João Frois Caldeira, Dr.

Orientador

Florianópolis, 2021.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. João Frois Caldeira, por ter compartilhado seu conhecimento e feito sugestões que melhoraram o conteúdo deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Maria Rosa Cé e Luiz Carlos Moretto, que sempre deram o suporte e os incentivos necessários para minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

RESUMO

A estratégia com base no risco vista neste estudo escala os retornos com o inverso de um preditor de volatilidade. Esse portfólio tende a diminuir sua exposição ao risco em períodos de crise e a aumentar em momentos estáveis. Testa-se a estratégia em fatores de risco e anomalias do Brasil e de outros países e regiões pelo período de 2001-2021, verificando sua atuação na crise do mercado imobiliário americano em 2008 e na crise do coronavírus em 2020, além de outras crises nacionais ou regionais específicas. Calcula-se e compara-se o Índice de Sharpe e alfa em relação ao fator ou anomalia original a fim de avaliar o desempenho das carteiras controladas pela volatilidade.

Palavras-chave: Gestão de volatilidade. Gestão de carteiras. Timing de mercado.

ABSTRACT

Volatility-managed portfolios discussed in this study scales returns with the inverse of a proxy for volatility. This type of portfolio tends to decrease its risk exposure in times of crisis and increase in peaceful moments. The strategy is tested on risk factors and anomalies in Brazil and in other countries and regions over the period 2001-2021, measuring its performance in the 2008 US housing market crash and in the 2020 coronavirus crisis, as well as in other specific national or regional downturns. Sharpe ratios and alphas are calculated and compared with the original factor or anomaly to evaluate the performance of volatility-managed portfolios.

Keywords: Volatility-management. Portfolio management. Market-timing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Retorno diário e volatilidade anualizada do Ibovespa do EWMA, 2002-2021	25
Figura 2 – Retorno acumulado do Ibovespa e portfólios com rebalanceamento diário e mensal	27
Figura 3 – Retorno e volatilidade classificados pela volatilidade de t-1 do <i>momentum</i>	29
Figura 4 – Retorno médio classificado pela volatilidade de t-1 do IBOV, SMB e HML	30
Figura 5 – Retorno acumulado das anomalias e suas estratégias	31
Figura 6 – <i>Drawdown</i> dos fatores com suas estratégias.....	33
Figura 7 – Retorno acumulado do índice de mercado americano e <i>momentum</i>	36
Figura 8 – Alfa da janela móvel de 30 anos para o índice de mercado americano	37
Figura 9 – Retorno acumulado do IMA-B e da estratégia	40
Figura 10 – Volatilidade, média móvel da volatilidade e retorno diário do IMA-B	41
Figura 11 – Estratégia aplicada ao IMA-B com janela móvel de 3 anos para <i>c</i>	42
Figura 12 – Estratégia no <i>momentum</i> com <i>c</i> determinado dentro e fora da amostra 2004-2021	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Suposições do CAPM.....	16
Tabela 2 – Regressões e decomposição do alfa com rebalanceamento diário e mensal	26
Tabela 3 – Regressões das anomalias, decomposição do alfa e IS.....	28
Tabela 4 – Estatísticas descritivas para fatores e anomalias brasileiras	32
Tabela 5 – Regressões e decomposição do alfa para subamostras	34
Tabela 6 – Regressões e decomposição para fatores selecionados, 2002-2021	38
Tabela 7 – Resultado dos portfólios fora da amostra em anomalias selecionadas, 2004-2021	43

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Objetivos.....	13
1.1.1 Objetivo Geral	13
1.1.2 Objetivos Específicos.....	14
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 Modelos de precificação de ativos.....	15
2.2 Construção do portfólio	17
2.3 Origem do alfa	19
2.4 Teste de significância para diferença entre Índices de Sharpe	20
3 METODOLOGIA.....	23
3.1 Descrição dos dados	23
4 RESULTADOS	25
4.1 Aplicação da estratégia no mercado brasileiro	25
4.2 Aplicação em outros índices.....	35
4.3 Testes fora da amostra	39
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

O campo de finanças empíricas teve grandes avanços nas últimas décadas, progresso em parte possibilitado pela maior disponibilidade de dados financeiros. A crescente quantidade e qualidade dos dados, o aumento da capacidade de processamento das máquinas e a formulação de técnicas avançadas de econometria financeira permitem que teorias de finanças sejam testadas nos mais variados períodos e países, expandindo o conhecimento de áreas como precificação de ativos, finanças internacionais e finanças comportamentais.

Em gestão de portfólios, área de estudo deste trabalho, diversos estudos buscam encontrar estratégias de gestão ativa que tenham um retorno superior ao teoricamente explicado pelos fatores de risco conhecidos. Embora seja difícil encontrar carteiras que consistentemente “superam o mercado” na literatura, algumas estratégias simples têm se mostrado promissoras. Em um de seus artigos empíricos, Moreira e Muir (2017) investigam estratégias de *timing* de volatilidade, e encontram que escalar um portfólio com o inverso da volatilidade passada gera um alfa anualizado de 4,86% para o índice americano e 12,51% para a anomalia *momentum* dos EUA, promovendo ganhos substanciais para o investidor com uma carteira relativamente simples de se construir.

Divergindo da ideia de “comprar quando cai”, essa estratégia diminui a exposição da carteira ao risco em períodos de grande volatilidade, enquanto aumenta em momentos de estabilidade. Ela se aproveita do fato de aumentos na volatilidade não serem plenamente compensados por aumentos no retorno esperado: dados do índice de mercado dos Estados Unidos indicam que o excesso de retorno esperado μ pouco varia entre períodos de baixa e alta volatilidade, o que faz o Índice de Sharpe, μ/σ , ser decrescente com o aumento do risco (MOREIRA; MUIR, 2017). Ao ficar menos comprado quando risco é alto, a carteira fica menos exposta ao menor Sharpe associado a períodos de alta volatilidade, e mais exposta ao maior Sharpe dos períodos de menor volatilidade.

Controlar a exposição ao risco com base na volatilidade é possível pois a variância dos retornos é persistente, em um fenômeno chamado de *volatility clustering*: grandes variações no retorno são seguidas de grandes variações, e vice-versa. Modelos de variância condicional como o *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) e *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) conseguem capturar os *clusters* de volatilidade observados em séries temporais financeiras e são relativamente simples de se calcular.

Os resultados aparentemente robustos de Moreira e Muir (2017) atraíram a atenção de acadêmicos e gestores, porém são contestados. Testes fora da amostra mostram que a estratégia não se sustenta na maioria dos fatores estudados pelos autores, e não há ganhos de utilidade para o investidor que aplicou a estratégia em tempo real. Apesar disso, os retornos da estratégia com *momentum* continuam apresentando um comportamento anormal: Cederburg *et al.* (2020) encontram que essa estratégia quase dobra o Índice de Sharpe em relação ao *momentum* original em testes fora da amostra, indo de 0,49 na anomalia original para 0,92 da estratégia no período de 1936-2016.

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento de portfólios controlados pela volatilidade no mercado brasileiro. A estratégia já foi vista em mercados desenvolvidos, tendo relativo sucesso ao ser empregado na anomalia *momentum* por conseguir se proteger de suas grandes e persistentes quedas, mas teve resultados ambíguos em outros índices e fatores (BARROSO; SANTA-CLARA, 2015; CEDERBURG *et al.*, 2020). O mercado brasileiro é um estudo de caso interessante, pois o índice de ações foi afetado por diversas crises nacionais que aumentam a volatilidade local e permitem a ação da estratégia em cenários não vistos nos outros países. Adicionalmente, a anomalia *momentum* do mercado de ações brasileiro apresentou um retorno ajustado ao risco alto e comparável às contrapartes estrangeiras, como o *momentum* dos Estados Unidos e de outras regiões do mundo testadas por Fama e French (2012).

Para testar a estratégia no Brasil, são usados três fatores de risco e uma anomalia brasileira: Ibovespa descontado da taxa livre de risco, fator *Size*, fator *Value* e anomalia *momentum*. Moreira e Muir (2017) testam a estratégia com rebalanceamento mensal, mas devido ao menor período disponível dos dados brasileiros (2001-2021), optou-se por rebalancear a carteira diariamente. As séries de retornos dos fatores do Brasil são obtidas na base de dados do NEFIN.

A estratégia é comparada em testes dentro e fora da amostra. Moreira e Muir (2017) e Barroso e Santa-Clara (2015) definem o nível de volatilidade da estratégia *ex-post*, fazendo que a estratégia não seja aplicável em tempo real. Para corrigir isso, Cederburg *et al.* (2020) e Liu, Tang e Zhou (2019) propõem portfólios onde o nível de exposição dependa de dados anteriores, fazendo que a análise seja plenamente fora da amostra.

Nos testes empíricos deste trabalho, foi encontrado que os fatores de risco brasileiros não se beneficiam da estratégia, mas a anomalia *momentum* obtém ganhos significantes, e os resultados se mantêm em testes fora da amostra. Testando fatores de outros países com o mesmo período e configuração, concluímos que a não significância dos fatores de risco ocorre mundo

afora, mas as contrapartes estrangeiras da anomalia *momentum* ainda se beneficiam da estratégia de *volatility timing*. Adicionalmente, as estratégias do mercado americano estudadas por Moreira e Muir (2017) e Barroso e Santa-Clara (2015) são replicadas e atualizadas para o período mais recente (2015-2021) a fim de verificar sua atuação na crise do coronavírus em 2020. Não foi observado ganhos de utilidade nesse período, mas houve relativo sucesso na redução de risco e consequente desvio da maioria dos retornos negativos decorrentes da crise, de maneira similar ao visto nas crises de 1929 e 2008.

A não significância de grande parte dos resultados é parcialmente explicada pelo comportamento dos retornos na amostra. Enquanto os retornos do mercado americano pouco variam com a volatilidade passada, muitos fatores vistos neste trabalho apresentam uma relação positiva entre essas duas variáveis. Com retornos esperados compensando o aumento da volatilidade, o *trade-off* entre risco e retorno não varia com o nível de volatilidade, e a carteira não captura ganhos de utilidade ao ajustar sua exposição pelo risco. Na direção oposta desse resultado, a relação é negativa no *momentum*, fazendo que grande parte dos ganhos da estratégia decorram desse comportamento. Isso acontece com o *momentum* de todos os países testados, e pode ser explicado pela própria construção da anomalia: Daniel, Jagannathan e Kim (2012) mostram que após grandes quedas do *momentum* dos EUA, a parte vendida do *momentum* (*past-losers portfolio*) sobe em média 45,69%, enquanto a parte comprada (*past-winners portfolio*) sobe apenas 6,32%. Com grandes perdas em períodos turbulentos do mercado, a relação entre retorno e volatilidade passada tende a ser negativa.

Os objetivos do trabalho são apresentados na próxima subseção; revisão da literatura e dos testes usados são vistos na seção 2; uma breve descrição dos dados é feita na seção 3; os resultados empíricos são mostrados na seção 4; e, por último, conclusões e considerações finais sobre o trabalho são discutidos na seção 5.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Verificar se estratégias de alocação com base no risco promovem ganhos de utilidade para investidores atuando no mercado brasileiro.

1.1.2 Objetivos Específicos

Testar a estratégia de volatilidade no Índice Bovespa e em fatores e anomalias documentadas na literatura de finanças.

Testar e comparar os resultados com índices e anomalias de outros países.

Comparar resultados de estratégias aplicadas dentro e fora da amostra.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Modelos de precificação de ativos

Um dos modelos mais básicos para a precificação de ativos é o *Capital Asset Market Model* (CAPM). O excesso de retorno esperado do ativo i é uma função do prêmio de mercado e varia proporcionalmente com a sensibilidade do retorno do ativo em relação ao retorno do mercado (COCHRANE, 1999). A sensibilidade é medida estimando o beta (β) da regressão linear

$$R_t^i - R_t^f = \alpha_i + \beta_{im}(R_t^m - R_t^f) + \varepsilon_t^i; t = 1, 2, \dots, T \text{ para cada ativo } i. \quad (1)$$

Onde R^i é o retorno do ativo, R^f é o retorno do ativo livre de risco, R^m é o retorno do mercado, α_i e β_{im} são os parâmetros estimados pela regressão e ε_t^i é o erro aleatório do período t . O excesso de retorno esperado predito pelo CAPM será proporcional à exposição do ativo ao prêmio de risco de mercado,

$$E(R_t^i - R_t^f) = \beta_{im}\lambda_m \quad (2)$$

em que λ_m mede o prêmio de risco de mercado. Quanto maior a sensibilidade do ativo ao mercado, maior deve ser seu retorno esperado. Como o modelo também é válido para os retornos do mercado (quando $i = m$), e a sensibilidade do mercado consigo mesmo (β_{mm}) é igual a 1, temos que

$$\lambda_m = E(R^m - R^f). \quad (3)$$

Bodie, Kane e Marcus (2018) listam as hipóteses por trás do CAPM, disponíveis na tabela 1. Com suposições tão restritas, como a de expectativas homogêneas (1c) e igual taxa livre de risco para investir e pegar empréstimos (2b), todos os investidores chegarão na mesma linha de alocação de capital (CAL), e, portanto, terão uma proporção da taxa livre de risco e o portfólio de tangência da fronteira eficiente. Essa proporção dependerá somente da aversão ao risco de cada agente. Como esse portfólio de risco é comum entre todos, ele é o portfólio de mercado, e a CAL é a própria Linha do Mercado de Capitais (CML).

Tabela 1 - Suposições do CAPM**1. Comportamento individual**

- a. Investidores são otimizadores racionais da média variância
- b. Seu horizonte de planejamento engloba um único período
- c. Os investidores têm expectativas homogêneas e todas as informações estão disponíveis ao público

2. Estrutura do mercado

- a. Todos os ativos são mantidos publicamente e negociados em bolsas de valores públicas
- b. Vendas a descoberto são permitidas e investidores tomam e concedem empréstimos pela mesma taxa livre de risco
- c. Não há impostos
- d. Não há custos de transação

Fonte: Bodie, Kane e Marcus (2018)

É esperado que existam outros fatores de risco com o relaxamento dessas hipóteses. O CAPM pode ser facilmente estendido para um modelo multifatorial adicionando (n) novos fatores de risco F^j na regressão,

$$R_t^i - R_t^f = \alpha_i + \beta_{im}(R_t^m - R_t^f) + \sum_{j=1}^n \beta_{ij}F_t^j + \varepsilon_t^i. \quad (4)$$

O excesso de retorno esperado será a soma dos prêmios de risco de cada fator multiplicado pela exposição que o ativo tem sobre ele,

$$E(R_t^i - R_t^f) = \beta_{im}\lambda_m + \sum_{j=1}^n \beta_{ij}\lambda_j, \quad (5)$$

onde λ_j é o prêmio de risco do fator j e β_{ij} é a exposição do ativo i ao fator j na regressão múltipla.

O excesso de retorno anormal do ativo i , não explicado pelo modelo, é medido por α_i

$$\alpha_i = E(R_t^i - R_t^f) - \left(\beta_{im}\lambda_m + \sum_{j=1}^n \beta_{ij}\lambda_j \right). \quad (6)$$

Diversos fatores de risco foram encontrados e testados em diferentes índices de todo o mundo; notavelmente, os fatores *Size* e *Value* (FAMA; FRENCH, 1993) e a anomalia *momentum* (JEGADEESH; TITMAN, 1993) são extensivamente documentados na literatura.

Para testar se um portfólio aumenta seu retorno por unidade de risco (Índice de Sharpe) com a compra de uma nova posição, podemos aplicar a regressão da equação (4) com os retornos dessa posição, controlar pelos fatores de interesse e verificar se o alfa é positivo. Se, por exemplo, um fundo está comprado somente no índice de mercado e deseja adicionar uma posição que gerou um alfa positivo, o aumento no Índice de Sharpe do portfólio do fundo será dado por $IS_{fundo}^2 = IS_M^2 + \left(\frac{\alpha}{\sigma(\epsilon)}\right)^2$, em que $\frac{\alpha}{\sigma(\epsilon)}$ é o *information ratio* (também chamado de *appraisal ratio*) da posição, calculado pela divisão do alfa com seu risco não sistemático. É importante notar que o aumento no IS do fundo dado pela equação acima acontece somente com uma combinação ótima do portfólio original com a nova posição (BODIE; KANE, MARCUS, 2018).

2.2 Construção do portfólio

O portfólio de interesse escala o excesso de retorno do fator com o inverso de um *proxy* para a variância do fator:

$$f_{t+1}^\sigma = \frac{c}{\hat{\sigma}_{t+1|t}^2} f_{t+1}, \quad (7)$$

onde f_{t+1}^σ é o excesso retorno do portfólio gerenciado pelo risco no tempo $t+1$, f_{t+1} é o excesso retorno do fator, $\hat{\sigma}_{t+1|t}^2$ é a variância predita do fator para o tempo $t+1$ com base nas informações contidas em t , e c é uma constante positiva que ajusta o nível de volatilidade do portfólio. Essa constante será usada para igualar a volatilidade do portfólio com a do fator, e afeta somente a exposição ao risco do portfólio, não seu retorno ajustado ao risco, mas faz o portfólio ser calculado dentro da amostra. A versão fora da amostra do portfólio (7) determina um c_t com base nos dados passados usando uma janela móvel.

Usar o desvio padrão no lugar da variância reduz a alavancagem máxima e média, mas não altera de maneira relevante a performance do portfólio (CEJNEK; MAIR, 2021). Como são usados preços de fechamento para calcular os retornos, o portfólio calculado pela equação (7)

reajusta sua exposição ao fator no último momento do tempo t de acordo com a volatilidade passada, e segura essa posição por um dia (ficando exposto ao retorno de $t+1$) até rebalancear novamente no último momento de $t+1$. Custos de transação não são considerados.

Para o portfólio com rebalanceamento mensal, usa-se a mesma medida implementada em Moreira e Muir (2017). A variância é predita mensalmente usando como *proxy* a variância do fator no mês anterior, que é calculada usando o retorno diário dos preços de fechamento ocorridos no mês t ,

$$\hat{\sigma}_{t+1|t}^2(f) = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D (f_{d,t} - \bar{f}_t)^2, \quad (8)$$

em que $f_{d,t}$ é o excesso de retorno do fator no dia d do mês t e \bar{f}_t é a média do excesso desses retornos.

No portfólio com rebalanceamento diário, o *proxy* da variância é calculado pelo modelo *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). O EWMA foi popularizado com a metodologia RiskMetrics (MORGAN/REUTERS, 1996) do banco J.P.Morgan como forma de modelar o risco com base em dados históricos. O valor predito da variância pelo EWMA em $t+1$ é calculado a partir da fórmula:

$$\hat{\sigma}_{t+1|t}^2(f) = \lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1-\lambda)^j f_{t-j}^2 + (1-\lambda)^t \hat{\sigma}_0^2 \quad (9)$$

em que f_{t-j} é o excesso de retorno do dia $t-j$ e λ é um escalar entre 0 e 1 que representa o fator de decaimento. Quanto maior for λ , maior é o peso dado para retornos recentes.

O termo $(1-\lambda)^t \hat{\sigma}_0^2$ se torna insignificante quando t for grande, então podemos reescrever a fórmula (9) como

$$\hat{\sigma}_{t+1|t}^2(f) = \lambda \sum_{j=0}^{t-1} (1-\lambda)^j f_{t-j}^2. \quad (10)$$

Com isso, a variância predita para $t+1$ pode ser vista como uma função do retorno ao quadrado e do EWMA passado:

$$\hat{\sigma}_{t+1|t}^2(f) = \lambda f_t^2 + (1-\lambda) \hat{\sigma}_{t|t-1}^2(f) \quad (11)$$

onde $\hat{\sigma}_{t|t-1}^2(f)$ é a variância predita pelo EWMA no tempo t com informações disponíveis em $t-1$.

Os cálculos feitos neste artigo fixam o fator de decaimento λ em 0,94, valor encontrado nas estimativas para volatilidade da metodologia RiskMetrics em dados com frequência diária (MORGAN/REUTERS, 1996).

2.3 Origem do alfa

O alfa do portfólio controlado pela volatilidade pode ser decomposto em dois componentes (CEDERBURG *et al.*, 2020). Reescrevendo a equação (7) como

$$f_t^\sigma = w_t f_t, \text{ onde } w_t = \frac{c}{\hat{\sigma}_{t|t-1}^2} \quad (12)$$

e aplicando o valor esperado em ambos os lados da regressão simples do portfólio com o fator, $f_t^\sigma = \alpha + \beta f_t + \epsilon_t$, podemos isolar o alfa da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \alpha &= E[w_t f_t] - \beta E[f_t] \\ &= \text{cov}(w_t, f_t) + E[w_t]E[f_t] - \beta E[f_t] \\ &= \text{cov}(w_t, f_t) + E[f_t](E[w_t] - \beta). \end{aligned} \quad (13)$$

Usando a decomposição da covariância de maneira similar para o beta, temos

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\text{cov}(w_t f_t, f_t)}{\sigma_f^2} \\ &= \frac{E[w_t f_t^2] - E[w_t f_t]E[f_t]}{\sigma_f^2} \\ &= \frac{\text{cov}(w_t, f_t^2) + E[w_t]E[f_t^2] - E[w_t]E[f_t]^2 - \text{cov}(w_t, f_t)E[f_t]}{\sigma_f^2} \\ &= \frac{\text{cov}(w_t, f_t^2) + E[w_t](E[f_t^2] - E[f_t]^2) - \text{cov}(w_t, f_t)E[f_t]}{\sigma_f^2} \\ &= \frac{\text{cov}(w_t, f_t^2)}{\sigma_f^2} + E[w_t] - \frac{\text{cov}(w_t, f_t)E[f_t]}{\sigma_f^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Juntando (13) com (14), a decomposição do alfa pode ser calculada como:

$$\alpha = \left(1 + \frac{E[f_t]^2}{\sigma_f^2}\right) cov(w_t, f_t) - \left(\frac{E[f_t]}{\sigma_f^2}\right) cov(w_t, f_t^2) \quad (15)$$

Essa decomposição separa o alfa em um componente que mede a relação entre a posição do portfólio e o retorno do fator (primeira decomposição), e em outro componente que relaciona a posição do portfólio com a volatilidade do fator (segunda decomposição).

Espera-se que a covariância da segunda decomposição $cov(w_t, f_t^2)$ seja negativa pela relação inversa entre $\frac{c}{\hat{\sigma}_{t|t-1}^2}$ e o proxy da volatilidade do fator, f_t^2 , visto que o peso, que se move inversamente com a previsão de volatilidade ($\hat{\sigma}_{t|t-1}^2$), tende a ir na direção oposta da volatilidade observada em t . A covariância mede uma relação linear, e a relação inversa entre essas variáveis não garante uma relação linear negativa, mas todos os índices testados nesse trabalho apresentaram um sinal negativo para este termo. Contando que o retorno esperado do fator seja positivo, o sinal negativo na frente faz a segunda decomposição ter um efeito positivo no alfa.

Se os retornos não forem linearmente relacionados com o peso do portfólio, a covariância da primeira decomposição $cov(w_t, f_t)$ terá pouco ou nenhum efeito sobre o alfa. Caso a relação for positiva, $cov(w_t, f_t)$ será negativa e o alfa da estratégia diminuirá. Isso faz sentido: considere o caso em que, mesmo prevendo perfeitamente a volatilidade futura ($\hat{\sigma}_{t|t-1}^2 = \sigma_t^2$), o retorno do fator se mova com a volatilidade, ou seja, $f_t = \gamma \sigma_t^2$ para $\gamma > 0$. Sabendo que $E[\sigma_t^2]E\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\right] > 1$ (pela desigualdade de Jensen), $cov\left(\frac{c}{\sigma_t^2}, \gamma \sigma_t^2\right) = c\gamma \left(1 - E[\sigma_t^2]E\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\right]\right) < 0$. Neste exemplo, o prêmio pelo risco esperado seria constante e igual a $\gamma = \frac{f_t}{\sigma_t^2}$. Intuitivamente, se o portfólio recebe γ tanto em momentos de alta volatilidade (baixa exposição) e baixa volatilidade (alta exposição), não é possível que se tenha ganhos ajustados ao risco em relação ao fator, que também está sempre recebendo γ . Neste caso específico, o alfa é igual a zero (MOREIRA; MUIR, 2017).

2.4 Teste de significância para diferença entre Índices de Sharpe

Um alfa positivo nas regressões (1) e (4), no entanto, não implica em um Sharpe individual maior no portfólio da estratégia em relação ao portfólio original. Um portfólio pode ter uma queda significativa no IS em relação ao fator original e ainda assim gerar um alfa positivo (CEDERBURG *et al.*, 2020). A relação calculada por Moreira e Muir (2017) para verificar o quanto a estratégia aumenta o IS do investidor, $IS_{novo}^2 = IS_{antigo}^2 + \left(\frac{\alpha}{\sigma(\epsilon)}\right)^2$, vale para uma combinação *ex-post* do fator original com o portfólio de volatilidade, e, portanto, expande a fronteira eficiente por meio da compra ou venda de ambos os portfólios em conjunto (GIBBONS; ROSS; SHANKEN, 1989). Cederburg *et al.* (2020) nota, ainda, que os pesos dessa combinação são desconhecidos *ex-ante* quando calculados por meio da equação (7), e propõe testes fora da amostra para verificar se estratégia proporciona ganhos para o investidor em tempo real. Mais detalhes e exemplos da diferença entre testes dentro e fora da amostra são discutidos na subseção 4.3.

Para saber de fato se a diferença dos Índices de Sharpe individuais é estatisticamente significativa, seguimos o teste proposto por Jobson e Korkie (1981), aprimorado por Memmel (2003) e aplicado nos artigos de DeMiguel, Garlappi, Uppal (2009) e Cederburg *et al.* (2020). Sendo $\hat{\mu}_e$, $\hat{\mu}_o$, $\hat{\sigma}_e^2$, $\hat{\sigma}_o^2$, $\hat{\sigma}_{eo}$ a média do excesso de retorno, a variância e a covariância amostral da estratégia de volatilidade e do portfólio original, testa-se a hipótese que a diferença dos Índices de Sharpe é igual a zero, $H_0: \mu_e/\sigma_e - \mu_o/\sigma_o = 0$. Para isso, transforma-se a diferença como

$$\widehat{IS}_d = \hat{\sigma}_o \hat{\mu}_e - \hat{\sigma}_e \hat{\mu}_o \quad (16)$$

de modo que sua variância amostral com N observações seja dada por

$$\hat{\theta} = \frac{1}{N} \left(2\hat{\sigma}_e^2 \hat{\sigma}_o^2 - 2\hat{\sigma}_e \hat{\sigma}_o \hat{\sigma}_{eo} + \frac{1}{2} \hat{\mu}_e^2 \hat{\sigma}_o^2 + \frac{1}{2} \hat{\mu}_o^2 \hat{\sigma}_e^2 - \frac{\hat{\mu}_e \hat{\mu}_o}{\hat{\sigma}_e \hat{\sigma}_o} \hat{\sigma}_{eo}^2 \right). \quad (17)$$

O teste é feito verificando quantos desvios padrão a diferença se distancia da hipótese nula¹

¹ Jobson e Korkie (1981) afirmam que a diferença transformada gera melhorias marginais na estatística, mas Memmel (2003) mostra que não há diferença entre usar o numerador transformado e o original, i.e., $(\widehat{IS}_e - \widehat{IS}_o)/\sqrt{\hat{V}} = t_{IS} = (\hat{\sigma}_o \hat{\mu}_e - \hat{\sigma}_e \hat{\mu}_o)/\sqrt{\hat{\theta}}$, onde \hat{V} é a variância amostral da diferença (não transformada) dos Sharpes.

$$t_{IS} = \frac{\widehat{IS}_d}{\sqrt{\widehat{\theta}}}. \quad (18)$$

$\widehat{IS}_d \sim N(IS_d, \theta)$, e t_{IS} segue assintoticamente uma distribuição normal padrão. A hipótese nula é rejeitada ao nível de significância de $100\alpha\%$ em favor da hipótese alternativa, $H_A: IS_d \neq 0$, caso $|t_{IS}| \geq t_{\alpha/2}$ para um α predeterminado. Esse teste considera que os retornos seguem uma distribuição normal e são independentes e distribuídos identicamente (IID), o que pode não acontecer para a maioria dos fatores e anomalias.

3 METODOLOGIA

3.1 Descrição dos dados

Os portfólios brasileiros são construídos com base no fator de mercado brasileiro (Ibovespa – taxa livre de risco), nos fatores *Small Minus Big* (SMB), *High Minus Low* (HML) e na anomalia *Momentum* (WML). Todos foram calculados pelo NEFIN e usam dados do retorno diário pelo período de 20 anos, de janeiro de 2001 até fevereiro de 2021, equivalente a 4.987 observações.

O Ibovespa representa uma carteira teórica dos ativos com maior valor de mercado da B3. O peso de cada ação é definido pelo seu valor de mercado do *free float*, com limites de participação baseados na liquidez. Uma ação será posta no índice se atender ao critério de elegibilidade definido pela própria B3 na data de rebalancimento, que ocorre a cada quatro meses². A taxa livre de risco escolhida para descontar o Ibovespa é o Swap DI de 30 dias (NEFIN, 2021).

O SMB surgiu por uma observação empírica do mercado americano: empresas *Small-cap* possuem altos retornos que não explicados pelo beta do CAPM, enquanto ações de alta capitalização têm um retorno menor que o predito (COCHRANE, 1999). Para medir esse efeito, foi criado um portfólio que está comprado em empresas pequenas (*Small*) e vendido em empresas grandes (*Big*). As empresas elegíveis são classificadas de forma ascendente em três quantis com base no seu valor de mercado. O portfólio *Small* representa as ações do primeiro tercil e o portfólio *Big* representa as ações do terceiro tercil, todas com pesos iguais (*equal-weighted*). O SMB é o retorno do portfólio *Small* menos o retorno do portfólio *Big* (NEFIN, 2021).

O HML foi criado para reproduzir outro comportamento anormal das ações: empresas com alta razão de B/M (*book-to-market ratio* – razão valor patrimonial/valor de mercado da empresa) apresentam retornos mais altos do que aquele predito pelo CAPM, e empresas com baixa razão B/M possuem retorno mais baixos. Ele é calculado de maneira semelhante ao SMB, classificando de maneira ascendente as empresas elegíveis em tercís e pegando a diferença do

²BM&F BOVESPA: A Nova Bolsa. METODOLOGIA DO ÍNDICE BOVESPA. São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.b3.com.br/data/files/1C/56/F7/D5/96E615107623A41592D828A8/IBOV-Metodologia-pt-br.pdf>. Acesso em: 19 de jul. de 2021

portfólio *High* (primeiro tercil, ações com alta razão B/M), com o portfólio *Low* (último tercil, ações com baixa razão B/M), dando peso igual para todas as ações.

O portfólio *momentum* representa um comportamento anormal visto em diversos países: ações que tiveram alto retorno nos últimos meses tendem a continuar subindo, e empresas que performaram negativamente tendem a continuar caindo. A anomalia é calculada classificando empresas de maneira ascendente pelo seu retorno entre os meses de $t-12$ e $t-2$. Compra-se as empresas do primeiro tercil (*Winners*) e vende-se as do último tercil (*Losers*).

Nos portfólios brasileiros com rebalanceamento diário, uma janela móvel de 252 dias é usada para calcular as estimativas do EWMA, totalizando 4.735 retornos para cada portfólio. No caso mensal, os portfólios são rebalanceados no começo de cada mês com base na variância dos retornos diários do mês anterior. Calcula-se o retorno mensal dos fatores a partir de fev/2001, possibilitando a criação de 241 retornos para cada portfólio.

Os portfólios feitos com base no índice de mercado e *momentum* americano, europeu, japonês e da região Ásia-Pacífico (ex. Japão) são rebalanceados diariamente e possuem o mesmo período que os fatores brasileiros, sendo que o americano possui 5.070 observações e o europeu, japonês e asiático possuem 5.259 observações. Esses índices de mercado são ponderados pelo valor de mercado de todas as ações de cada país ou região. O índice da Europa inclui quase todos os membros da União Europeia, incluindo: Áustria, Bélgica, Suíça, Alemanha, Dinamarca, Espanha, Finlândia, França, Grã-Bretanha, Grécia, Irlanda, Itália, Holanda, Noruega, Portugal e Suécia. O Ásia-Pacífico é formado pela Austrália, Hong Kong, Nova Zelândia e Singapura. É usado o excesso de retorno para medir a performance de todos esses fatores.

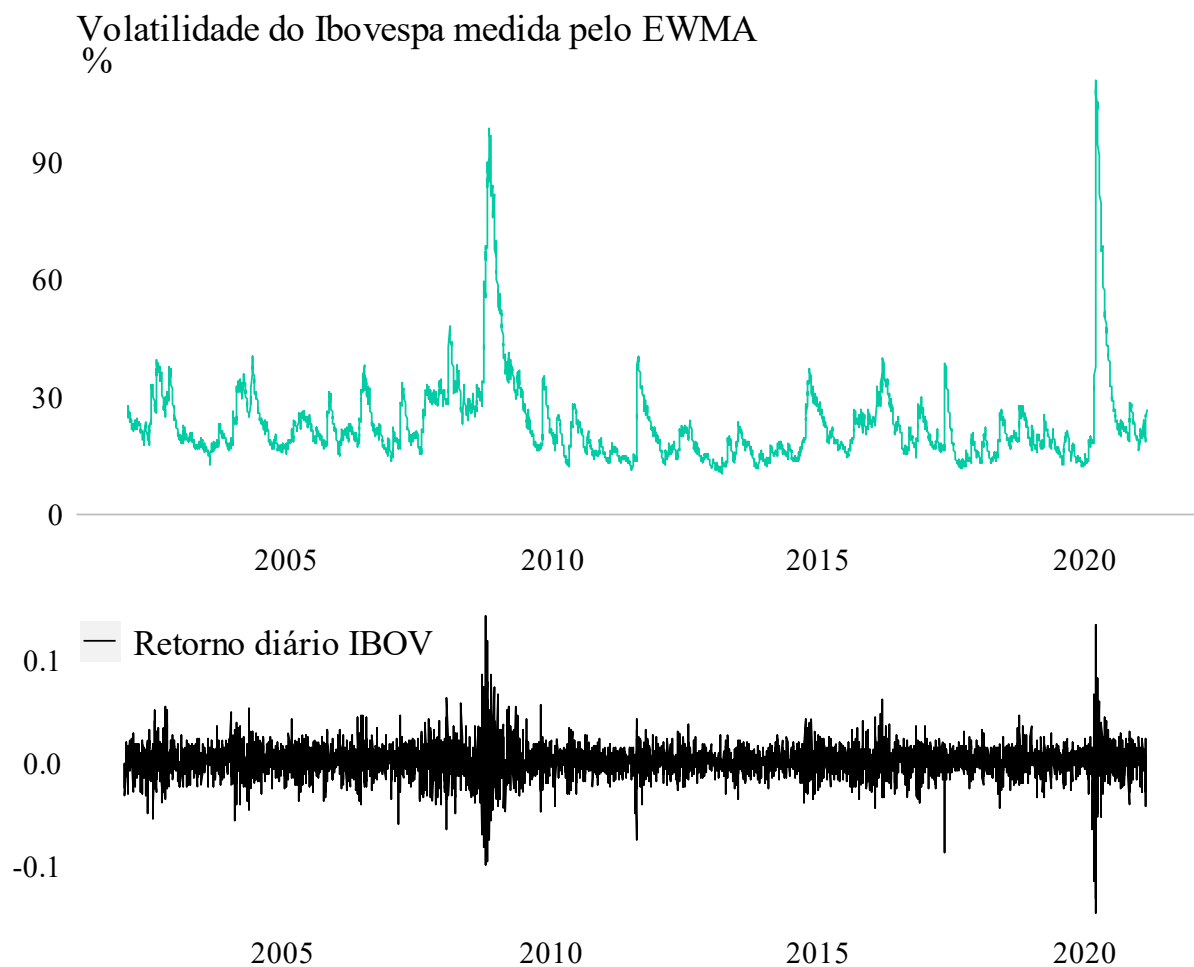
As séries de retornos dos fatores brasileiros foram obtidas no *site* do NEFIN, que calcula e disponibiliza publicamente os dados a partir de janeiro de 2001. Os fatores e anomalias dos Estados Unidos, Europa, Ásia-Pacífico (ex. Japão) e Japão foram obtidos no *site* de Kenneth French, sendo que esses estão denominados em USD e são descontados da taxa do *1-Month T-bill*. O *software* R foi usado como ferramenta estatística.

4 RESULTADOS

4.1 Aplicação da estratégia no mercado brasileiro

A estratégia depende da qualidade da previsão do risco. Quanto mais certa for, melhor será o ajuste dos pesos do portfólio e mais positivo será o segundo termo da decomposição do alfa da equação (15). Como retornos financeiros possuem heteroscedasticidade, os modelos de volatilidade condicional (e.g. ARCH, GARCH, EWMA) podem melhorar a previsão da volatilidade (TSAY, 2010, p. 110). A figura 1 mostra os retornos diários do Ibovespa e sua volatilidade diária calculada pela raiz quadrada do EWMA, com valores anualizados.

Figura 1 – Retorno diário e volatilidade anualizada do Ibovespa do EWMA, 2002-2021



Fonte: elaborado pelo autor

É possível ver que a volatilidade dos períodos subsequentes a grandes picos decai lentamente. O valor médio da volatilidade EWMA foi de 22,64% e os dois principais picos são de 96,33% e 110,19%, valores atingidos no auge da crise financeira de 2008 e da pandemia do coronavírus em 2020, respectivamente.

A tabela 2 sintetiza os resultados encontrados dos portfólios de volatilidade que tem base no Ibovespa, o primeiro com rebalanceamento diário e o segundo, mensal. É feita uma regressão do excesso de retorno do portfólio com o excesso de retorno do Ibovespa, e um alfa significativo indica que houve um ganho de retorno ajustado ao risco na combinação do portfólio com o Ibovespa quando comparado ao retorno ajustado ao risco do Ibovespa, somente. O alfa foi anualizado multiplicando-o por 252 e os *p*-valores estão em parênteses.

Tabela 2 – Regressões e decomposição do alfa com rebalanceamento diário e mensal

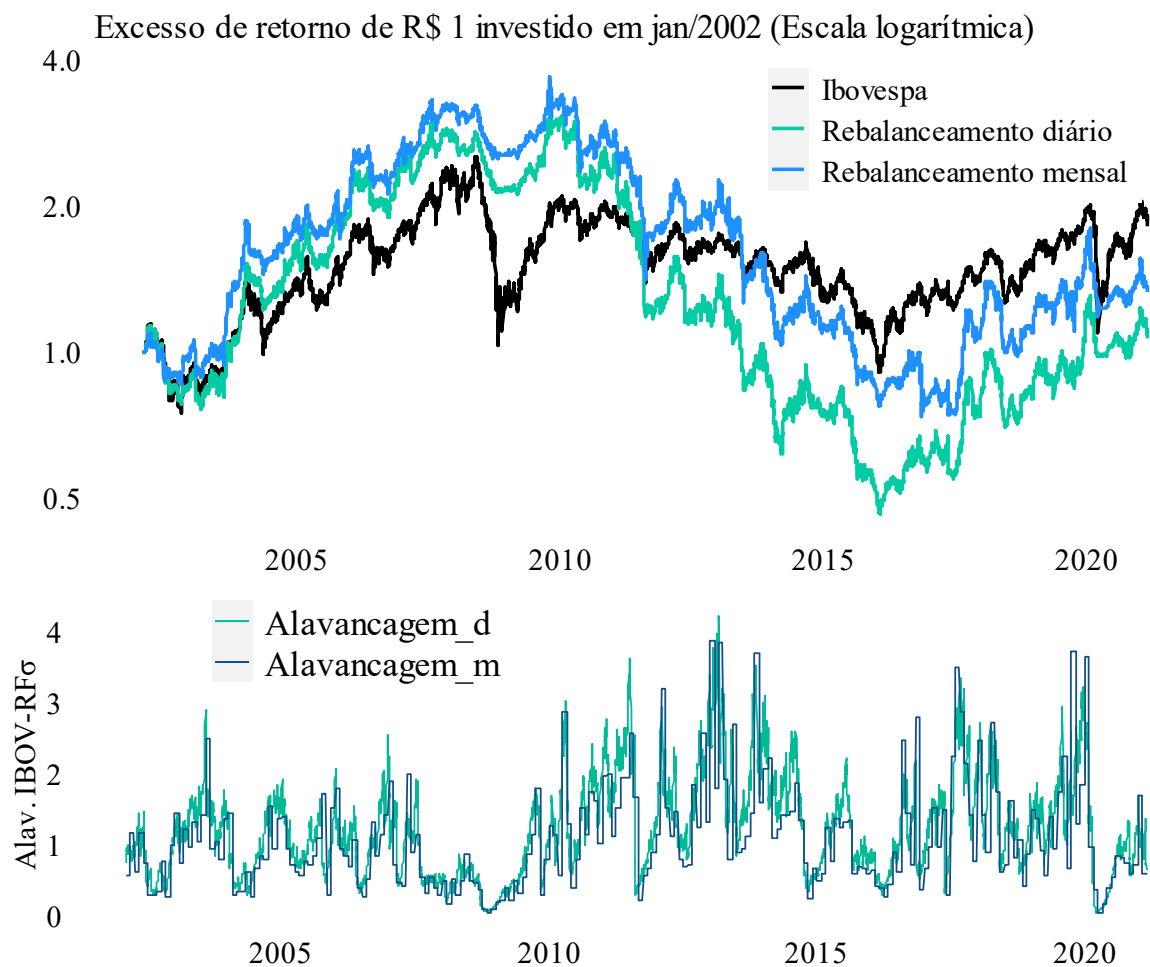
Portfólio	α (%) (<i>p</i> -valor)	β (<i>p</i> -valor)	R^2	N	1ª decomposição $(1 + E[f_t]^2/\sigma_f^2)$ * $cov(w_t, f_t)$	2ª decomposição $-(E[f_t]/\sigma_f^2)$ * $cov(w_t, f_t^2)$
<i>IBOVRFσ diário</i>	-1,28 (0,74)	0,76*** (0,00)	0,57	4.735	-3,99	2,71
<i>IBOVRFσ mensal</i>	-0,79 (0,79)	0,79*** (0,00)	0,63	241	-1,61	0,82

Códigos de significância (p-valor): 0 '****' 0.001 '***' 0.01 '**' 0.05 '.' 0.1 '.' ' 1

Fonte: elaborado pelo autor

Em ambas as regressões o alfa não foi significativo. A covariância negativa entre o peso do portfólio e o retorno do Ibovespa (1ª decomposição) anulou o aumento do alfa causado pela covariância do peso com o retorno ao quadrado do índice (2ª decomposição). O Índice de Sharpe foi menor nas estratégias, indo de 0,24 no Ibovespa para 0,13 na estratégia diária, e a diferença não foi estatisticamente significativa (diferença: -0,11; *p*-valor: 0,503). Podemos ver isso na figura 2, que mostra o excesso de retorno acumulado do Ibovespa e dos portfólios diários e mensais.

Figura 2 – Retorno acumulado do Ibovespa e portfólios com rebalanceamento diário e mensal



Fonte: Elaborado pelo autor

Os desvios padrão dos portfólios foram normalizados para se igualar ao do Ibovespa. No começo os portfólios estavam acima do Ibovespa e se saíram relativamente bem na crise de 2008, mas a combinação de baixa volatilidade e retornos negativos a partir de meados de 2011 fez ambos os portfólios caírem em relação ao Ibovespa. A alavancagem média foi de 1,22 e 1,09 nos portfólios diários e mensais, respectivamente.

Para os próximos fatores e anomalias brasileiras, optou-se por usar somente os vetores de retornos das estratégias com rebalanceamento diário. O período disponível para análise é relativamente curto, limitado pelos dados do Ibovespa (em R\$) e pelas anomalias do mercado brasileiro divulgadas pelo NEFIN, que começam em 2001. O retorno ajustado ao risco das estratégias não varia com a frequência do rebalanceamento (tabela 2), mas rebalancear diariamente permite que os portfólios se ajustem mais rapidamente a mudanças que ocorreram

nesse período e em períodos menores, possibilitando o estudo do funcionamento da estratégia em mais detalhes.

A tabela 3 mostra os principais resultados da regressão de cada estratégia baseada nas anomalias com sua respectiva anomalia, $f_t^\sigma = \alpha + \beta f_t + \epsilon_t$, usando dados diários. A coluna " α FF3" mostra o alfa após controlar pelos fatores de risco do artigo de Fama e French (1993). Os resultados são anualizados e os p -valores estão em parênteses.

Tabela 3 – Regressões das anomalias, decomposição do alfa e IS

Portfólio	α (%) (p -valor)	β (p -valor)	R^2	1ª decom posição	2ª decom posição	α FF3 (%) (p -valor)	Índice de Sharpe	Diferença IS (p -valor)
SMB^σ	0,18 (0,93)	0,84*** (0,00)	0,67	0,47	-0,29	-0,04 (0,98)	-0,04 <i>SMB</i>	0,02 (0,87)
HML^σ	-1,07 (0,54)	0,87*** (0,00)	0,69	-2,40	1,33	-1,12 (0,52)	0,21 <i>HML</i>	-0,14 (0,31)
WML^σ	12,37*** (0,00)	0,79*** (0,00)	0,58	5,32	7,05	11,60*** (0,00)	1,47 <i>WML</i>	0,53*** (0,0009)

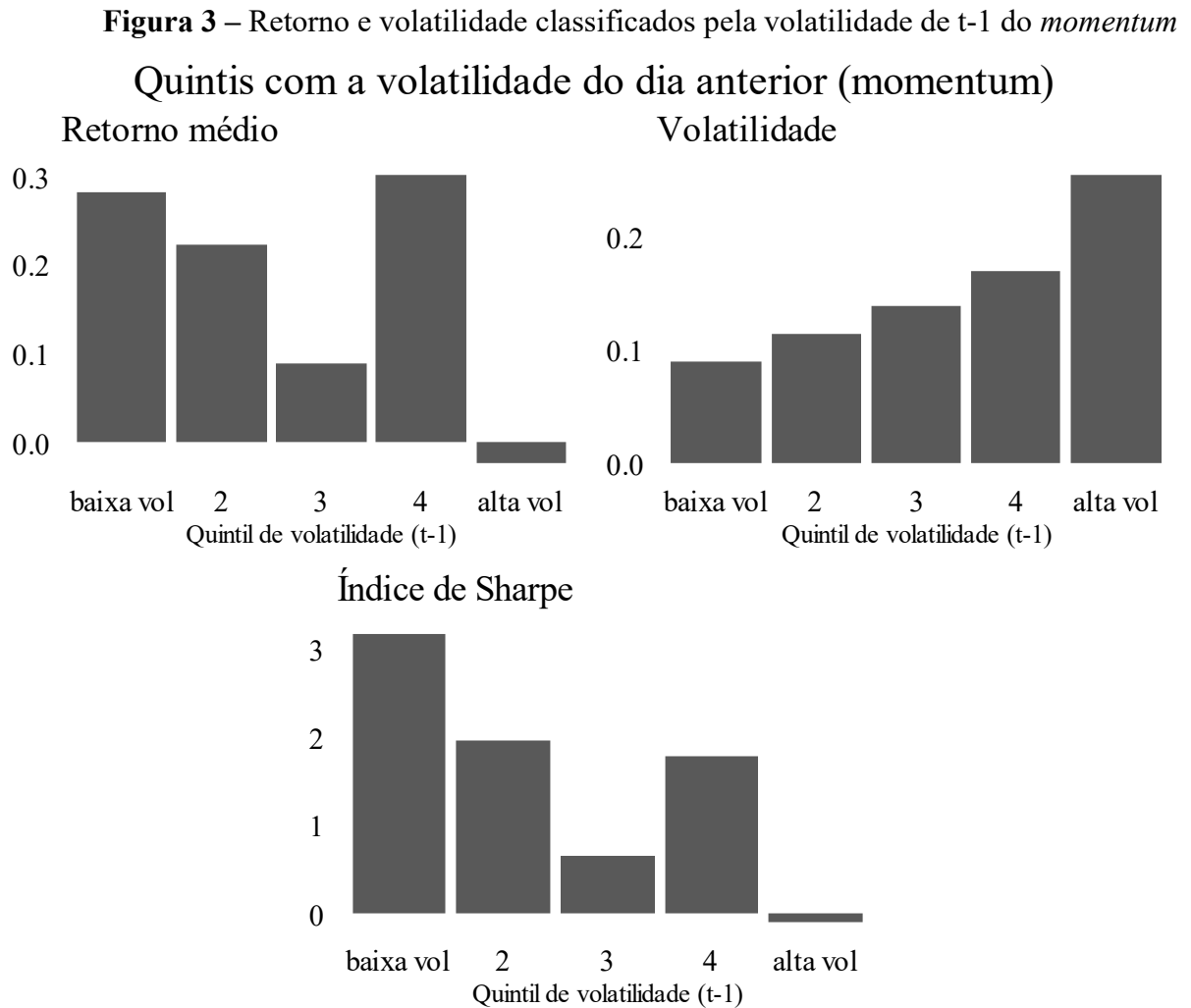
Códigos de significância (p -valor): 0 '****' 0.001 '***' 0.01 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fonte: elaborado pelo autor

A segunda decomposição do SMB é negativa pois o retorno esperado da amostra é negativo. O HML tem um comportamento parecido com o Ibovespa, e o alfa também não é significativo. A estratégia com *momentum*, por outro lado, obteve ganhos expressivos, com um alfa anualizado de 12,37%. Esse resultado é consistente com os achados de Barroso e Santa-Clara (2015), que usaram a estratégia com *momentum* no índice composto por todas as empresas listadas no NYSE, AMEX e NASDAQ e encontraram ganhos por meio da redução da exposição na anomalia em grandes crises. O Índice de Sharpe anualizado do portfólio usando o *momentum* brasileiro foi de 1,47 contra 0,94 da anomalia original, e a diferença de 0,53 foi estatisticamente significativa.

Podemos ver intuitivamente em que situações a estratégia funciona usando como exemplo o *momentum*. Essa anomalia possui a característica de ter grandes quedas em períodos de crise, mesmo geralmente tendo um retorno ajustado ao risco acima do mercado. A figura 3

mostra o excesso de retorno médio, a volatilidade média e o Índice de Sharpe (todos em t), classificados em quintis de acordo com a volatilidade do período anterior ($t-1$), por sua vez calculada pelo EWMA. Os valores estão anualizados.



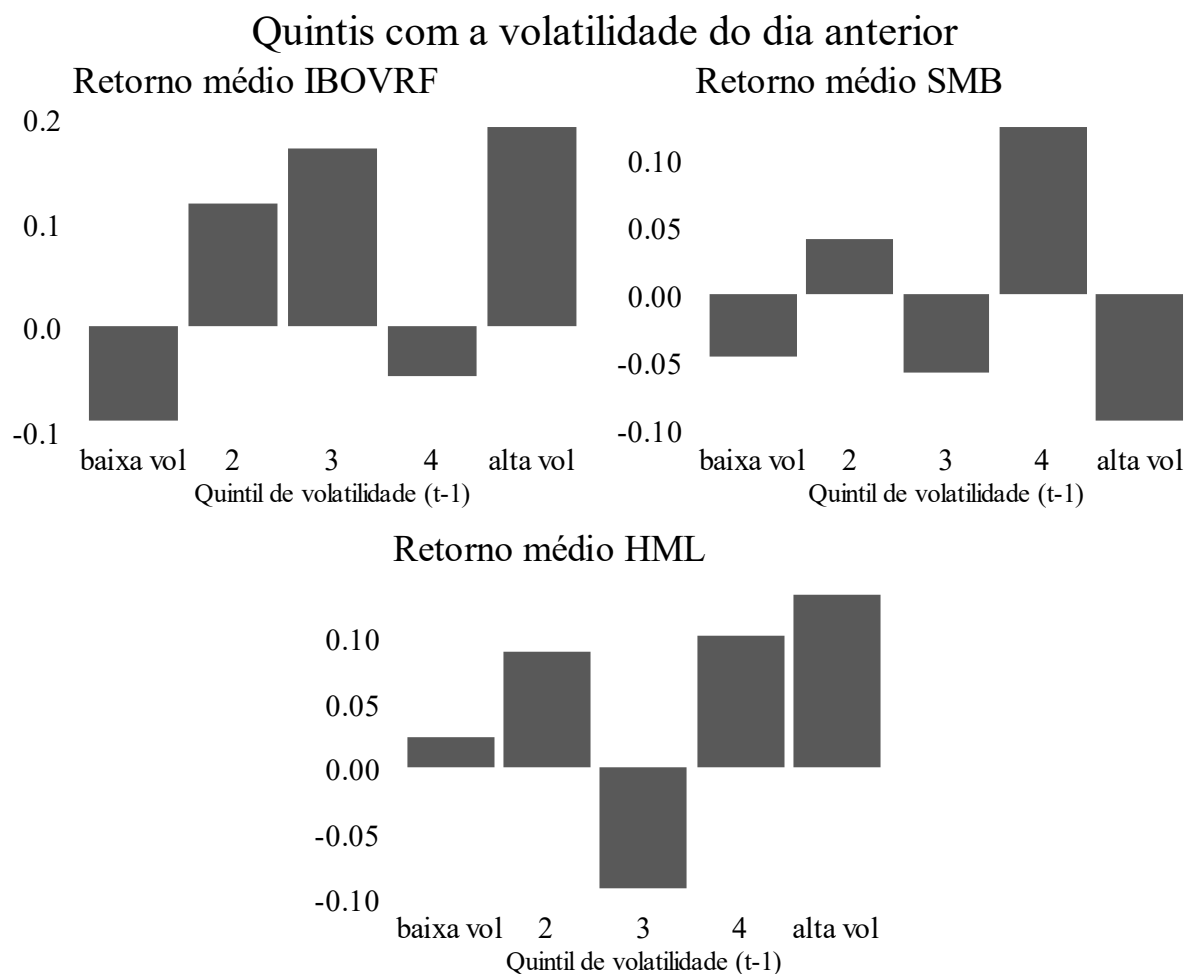
Fonte: elaborado pelo autor

Em geral, o retorno não aumenta com o aumento da volatilidade do período anterior, sendo que na maioria dos quintis há uma redução. Como a volatilidade de t está positivamente relacionada com a volatilidade de $t-1$, o Índice de Sharpe $E(f_t)/\sigma_t^f$ é decrescente com a volatilidade. A estratégia, por ficar mais exposta nos períodos que a volatilidade é baixa e menos exposta quando a volatilidade é alta, captura o IS dos quintis mais baixos e evita o IS dos quintis mais altos.

É importante notar que isso acontece somente com a anomalia *momentum*. Os retornos médios do Ibovespa e HML são levemente positivos com a volatilidade passada, e, em muitos quintis do SMB, o retorno médio é negativo. O Índice de Sharpe não é bem-comportado com a volatilidade nesses casos.

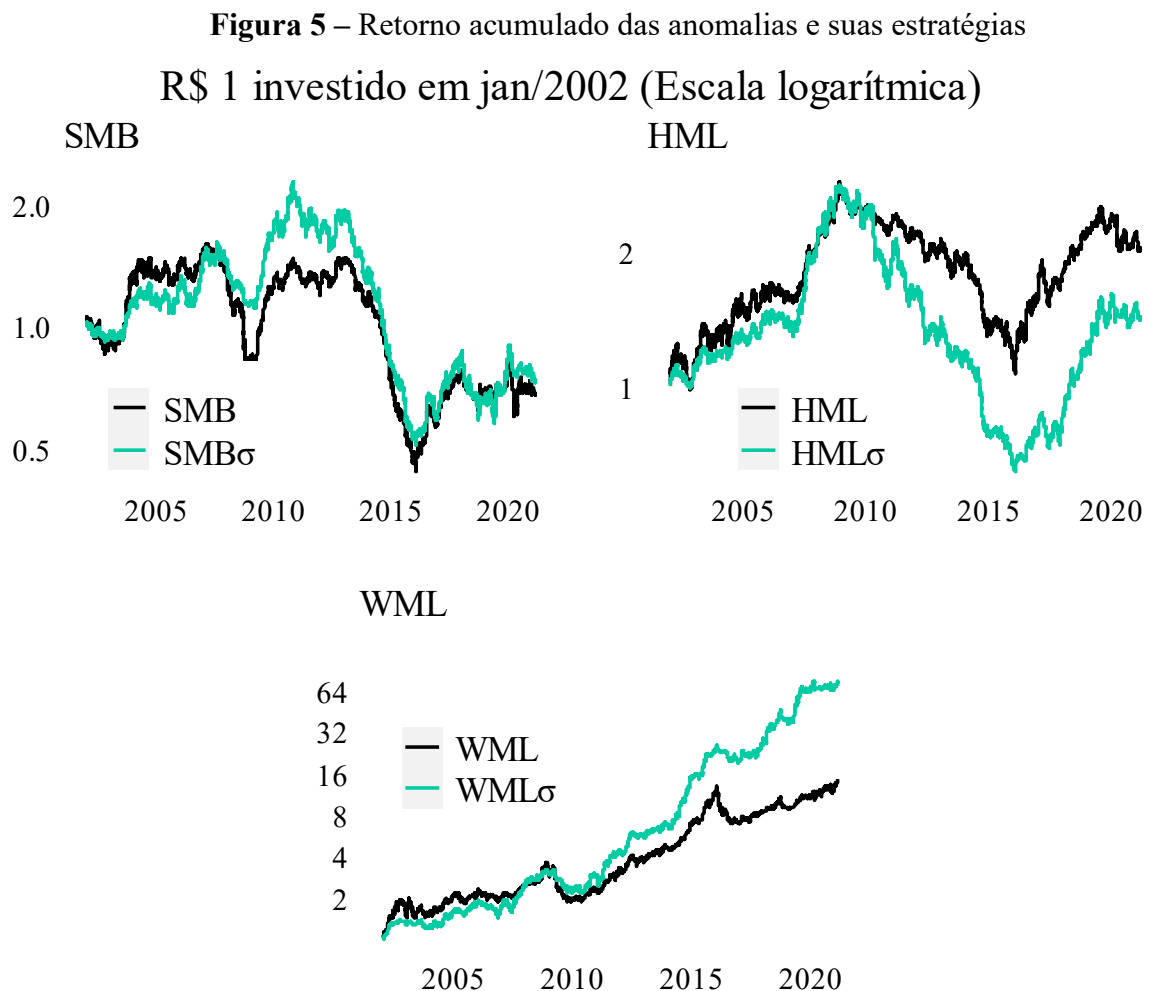
A figura 4 mostra os retornos médios do Ibovespa e das anomalias SMB e HML classificados pela volatilidade passada. O Ibovespa, além de apresentar uma relação positiva entre retorno e volatilidade, tem o retorno médio do primeiro quintil negativo. A primeira decomposição na tabela 2 mostra esse efeito. Um dos motivos para a estratégia não gerar resultados no SMB é o retorno esperado negativo que afeta sua segunda decomposição do alfa, e podemos ver que o retorno é negativo em três dos cinco quintis. O HML, assim como o Ibovespa, aparenta ter uma relação positiva entre retorno e volatilidade.

Figura 4 – Retorno médio classificado pela volatilidade de t-1 do IBOV, SMB e HML



Fonte: elaborado pelo autor

A figura 5 mostra o retorno acumulado das anomalias pelo período de 2002 a 2021. O eixo y está em escala logarítmica e os desvios padrão da estratégia e do fator são iguais.



Fonte: Elaborado pelo autor

Assim como o Ibovespa (figura 2), os retornos acumulados da estratégia com SMB e HML não impressionam. O gráfico do *momentum*, por outro lado, mostra o resultado de um Índice de Sharpe decrescente com a volatilidade: a estratégia começou com R\$ 1 em janeiro de 2002 e acumulou R\$ 73 em fevereiro de 2021, comparado com R\$ 14 da anomalia original.

É possível medir se o *timing* da volatilidade alterou a curtose ou assimetria dos retornos. Olhar essas estatísticas é útil para determinar se um investidor que usou a estratégia ficou menos exposto a grandes quedas que ocorrem em momentos de crise. Usando dados do mercado americano, Barroso e Santa-Clara (2015) encontram que essa estratégia aplicada à anomalia

momentum reduziu o excesso de curtose de 18,24 para 2,68 e aumentou a assimetria de -2,47 para -0,42 no período de 1927 a 2011.

As estatísticas para o mercado brasileiro podem ser vistas na tabela 4. Os portfólios tiveram sua volatilidade normalizada em relação ao fator original e todos os valores da tabela foram calculados com dados diários pelo período de jan/2002 até fev/2021. A média e o desvio padrão estão anualizados.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas para fatores e anomalias brasileiras

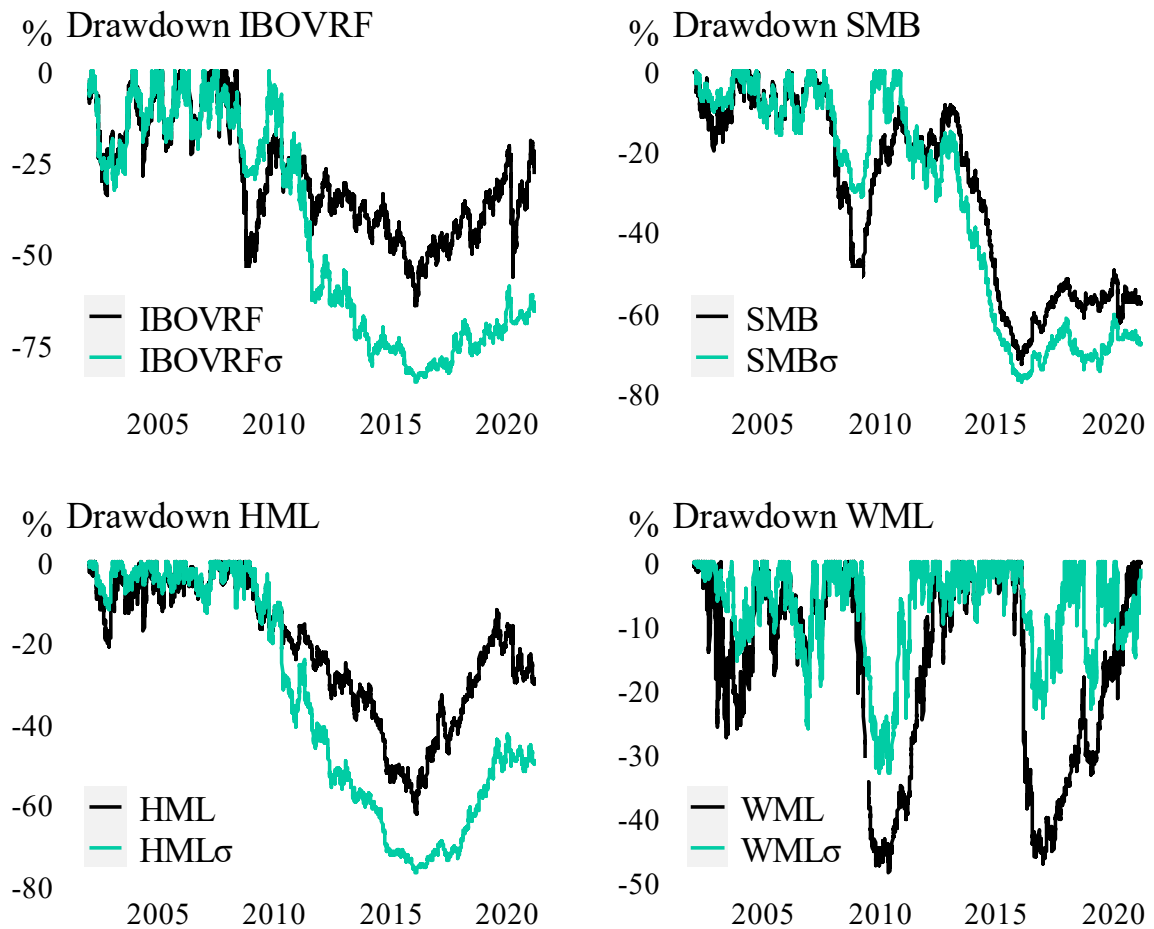
Portfólio	Mínimo (%)	Máximo (%)	Média (% a.a.)	Desvio padrão (% a.a.)	Excesso de Curtose	Assimetria
<i>IBOVRF</i>	-14,73	14,11	5,93	25,20	9,06	-0,24
<i>IBOVRF</i> ^σ	-13,83	11,16	3,22	25,20	4,41	-0,42
<i>SMB</i>	-10,61	4,84	-0,95	15,02	6,02	-0,46
<i>SMB</i> ^σ	-7,74	6,29	-0,60	15,02	3,54	0,08
<i>HML</i>	-5,55	5,38	4,72	13,60	2,21	0,03
<i>HML</i> ^σ	-5,16	5,65	2,85	13,60	3,29	-0,05
<i>WML</i>	-8,51	6,60	15,57	16,49	4,06	-0,25
<i>WML</i> ^σ	-8,05	6,68	24,28	16,49	3,74	0,02

Fonte: elaborado pelo autor

Em três dos quatro portfólios a curtose reduziu em relação ao fator. A estratégia com o Ibovespa teve a maior queda, indo de 9,06 no índice original para 4,41 no portfólio controlado pela volatilidade.

A redução dos momentos de maior ordem é mais pronunciada em vetores de retornos afetados por grandes crises, de modo que a estratégia possa agir nelas para expor o portfólio a menos riscos (MOREIRA; MUIR, 2017). Pode-se ver isso na figura 6, que mostra o *drawdown* do fator com a estratégia. O fator HML, que apresentou um aumento na curtose em seu portfólio, foi relativamente menos afetado pela crise financeira de 2008 e pela crise do coronavírus de 2020 e, portanto, teve poucas “oportunidades” de se proteger de grandes *crashes*.

Figura 6 - Drawdown dos fatores com suas estratégias



Fonte: elaborado pelo autor

As estratégias com Ibovespa, SMB e *momentum* tiveram relativo sucesso na crise de 2008: enquanto os fatores caíram aproximadamente 50% do seu máximo, as estratégias caíram entre 28 e 32%. Elas também fizeram máximas mais rapidamente do que os fatores no período de recuperação pós-crise, visto que, aos poucos, a volatilidade diminui em relação ao pico do *crash* e a estratégia fica mais comprada no fator.

Pelos gráficos do retorno acumulado (figuras 2 e 5), parece haver dois períodos principais em todas as estratégias. Para o próximo exercício, a amostra foi dividida ao meio a fim de analisar como cada período contribuiu para os resultados das regressões vistas nas tabelas 2 e 3. Os períodos foram de 10 de janeiro de 2002 até 29 de julho de 2011 para a primeira subamostra e de 1 de agosto de 2011 até 26 de fevereiro de 2021 para a segunda subamostra, totalizando 115 meses para cada lado. Os resultados podem ser vistos na tabela 5.

Tabela 5 – Regressões e decomposição do alfa para subamostras

Período: 01/2002 - 07/2011						
Portfólio	α (%) (<i>p</i> -valor)	β (<i>p</i> -valor)	R^2	N	1ª decomposição	2ª decomposição
<i>IBOVRF</i> ^{σ}	1,19 (0,83)	0,77*** (0,00)	0,59	2368	-2,44	3,63
<i>SMB</i> ^{σ}	5,62 (0,07)	0,81*** (0,00)	0,65	2368	4,05	1,57
<i>HML</i> ^{σ}	-0,65 (0,81)	0,81*** (0,00)	0,66	2368	-3,72	3,07
<i>WML</i> ^{σ}	7,25* (0,048)	0,75*** (0,00)	0,57	2368	1,43	5,82
Período: 08/2011 - 02/2021						
Portfólio	α (%) (<i>p</i> -valor)	β (<i>p</i> -valor)	R^2	N	1ª decomposição	2ª decomposição
<i>IBOVRF</i> ^{σ}	-2,75 (0,57)	0,77*** (0,00)	0,59	2367	-4,36	1,60
<i>SMB</i> ^{σ}	-2,40 (0,30)	0,85*** (0,00)	0,73	2367	-0,93	-1,47
<i>HML</i> ^{σ}	-1,00 (0,66)	0,85*** (0,00)	0,73	2367	-0,98	-0,02
<i>WML</i> ^{σ}	16,23*** (0,00)	0,78*** (0,00)	0,61	2367	8,26	7,97

Códigos de significância (p-valor): 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

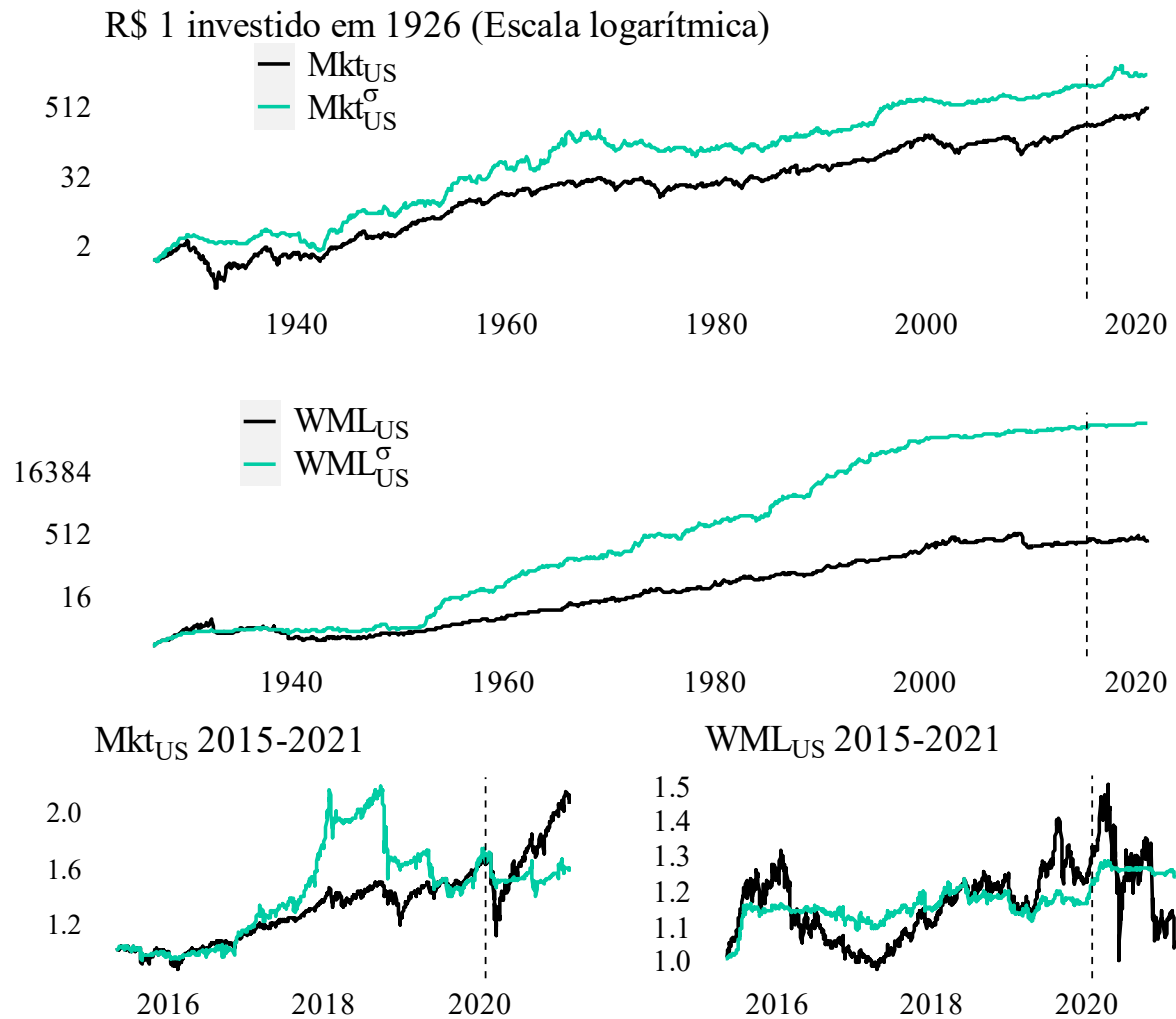
Fonte: elaborado pelo autor

O único portfólio com alfa significativo para um intervalo de confiança de 95% continua sendo o do *momentum*, e isso se confirma tanto no primeiro quanto no segundo período. Porém, embora no primeiro período o alfa seja significativo, a diferença dos IS não é. O IS da estratégia com *momentum* foi de 0,96 contra 0,71 do original entre 2002 e 2011, com um *p*-valor da hipótese de igualdade de 0,28. No segundo período os valores do IS foram de 1,95 e 1,19 para a estratégia e o original, respectivamente, com um *p*-valor da diferença de 0,0007. O alfa SMB do primeiro período foi significativo somente para 90% IC com uma estatística *t* de 1,79, e não houve diferença significativa no IS (*p*-valor: 0,15). Todos os outros portfólios não apresentaram significância estatística no alfa e no IS individual.

4.2 Aplicação em outros índices

Como demonstrado por Moreira e Muir (2017) e Barroso e Santa-Clara (2015), a estratégia funciona bem em tempos de crise. Estes estudos, no entanto, aconteceram antes da crise do coronavírus de 2020, que causou grande volatilidade no mercado e quedas de até 11,98% no Índice S&P 500 em um único dia. Replicou-se os resultados do artigo de 2017 para verificar como os portfólios com base no risco do índice de mercado americano e *momentum* se saíram após sua publicação. A figura 7 mostra o retorno acumulado do índice de mercado composto pelas ações listadas no NYSE, AMEX e NASDAQ descontado da taxa do *1-Month T-bill* (Mkt_{us}), do índice *momentum* (WML_{us}) e de suas respectivas estratégias de volatilidade para o período de 1926 a 2021. A estratégia é rebalanceada mensalmente com base na volatilidade do mês anterior e as linhas pontilhadas estão em maio de 2015 nos dois primeiros gráficos, última data testada no artigo de Moreira e Muir (2017), e em 1º fevereiro de 2020 nos dois últimos gráficos, pouco antes do aumento da volatilidade causado pela pandemia.

Figura 7 – Retorno acumulado do índice de mercado americano e *momentum*



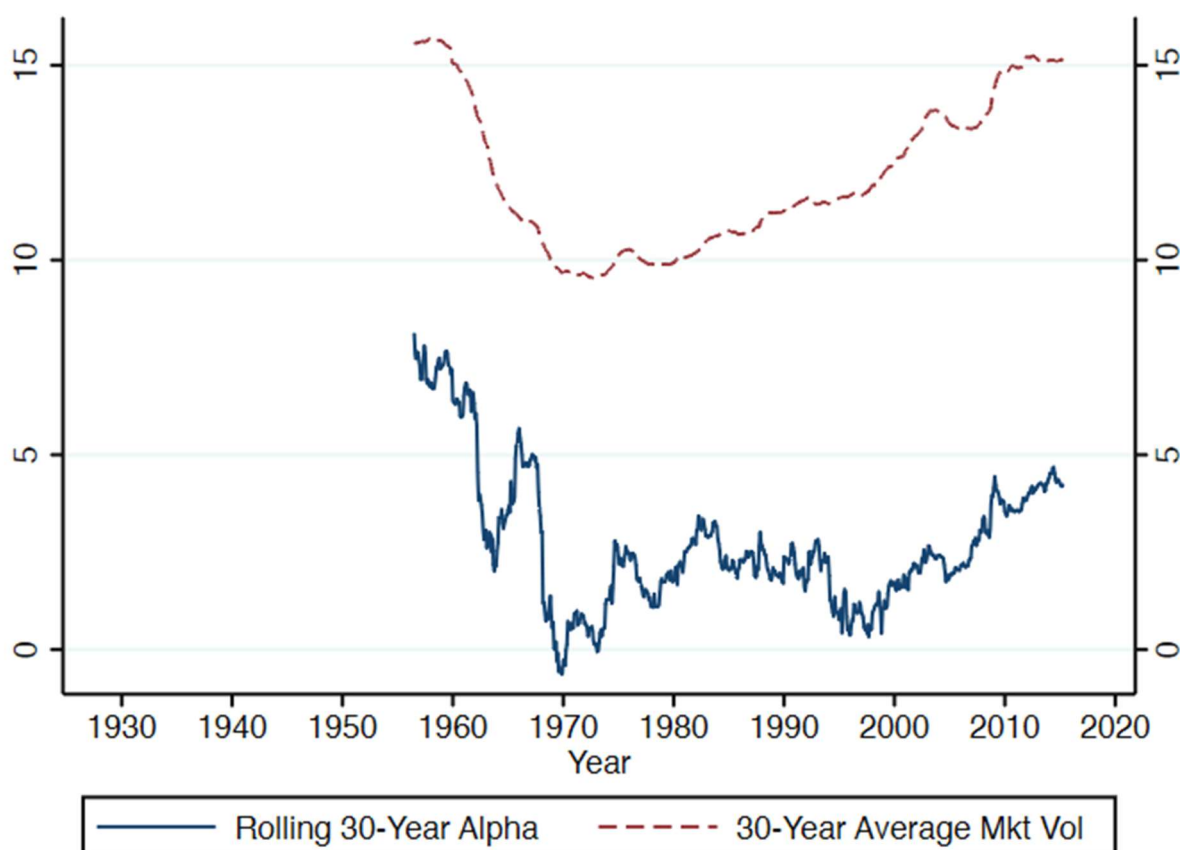
Fonte: elaborado pelo autor

O acumulado continua alto para o período inteiro. Mesmo que os retornos de 2015 a 2021 não impressionem, ambas as estratégias reduziram suas posições na crise e conseguiram se esquivar da maior parte da queda. O alfa da estratégia de 2015 até 2021 é de 1% (p -valor: 0,87) para o índice de mercado americano e 3,4% (p -valor: 0,097) para o *momentum* usando os retornos diários anualizados do portfólio com rebalanceamento mensal ($N=1467$). O excesso de curtose caiu de 21 no mercado original para 17 na estratégia, e de 23 no *momentum* original para 12 na estratégia.

Com índices de outros países podemos responder o seguinte questionamento: a não significância da maioria dos fatores brasileiros se repete em suas contrapartes exteriores quando são testados no mesmo período (2001-2021) com o mesmo preditor de volatilidade (EWMA)?

Por exemplo, o índice de mercado e *momentum* estudados por Moreira e Muir (2017) tiveram resultados para o período de 1926 a 2015, e o alfa varia substancialmente com o tempo. Isso fica evidente na janela móvel dos alfas para o índice de mercado americano visto na figura 8.

Figura 8 – Alfa da janela móvel de 30 anos para o índice de mercado americano



Fonte: Moreira e Muir (2017), Internet appendix (S1)

Há períodos que o alfa não é significativo para 95% IC, principalmente nos subperíodos onde a volatilidade é mais baixa (MOREIRA; MUIR, 2017).

Para fazer a comparação, os dados desses dois fatores foram atualizados para o período disponível mais recente (2021), e a estratégia foi testada com dados diários e volatilidade predita pelo EWMA de cada fator. Adicionalmente, testou-se a anomalia *momentum* e o índice de mercado agregado da Europa, da região Ásia-Pacífico (ex. Japão) e do Japão. Todos os retornos dos fatores vão de janeiro de 2001 a fevereiro de 2021. O EWMA continua sendo calculado com 252 dias, e, portanto, o período efetivamente testado começa em janeiro de 2002.

Tabela 6 – Regressões e decomposição para fatores selecionados, 2002-2021

Portfólio	α (%) (p-valor)	β (p-valor)	R^2	1ª decom posição	2ª decom posição	α FF3 (%) (p-valor)	Índice de Sharpe	Diferença IS (p-valor)
Mkt_{us}^{σ}	3,77 (0,29)	0,61*** (0,00)	0,37	-4,18	7,95	2,58 (0,46)	Mkt_{us} 0,49	-0,00 (0,99)
WML_{us}^{σ}	10,19** (0,001)	0,54*** (0,00)	0,29	7,93	2,26	8,32** (0,005)	WML_{us} 0,11	0,58** (0,01)
Mkt_{euro}^{σ}	5,24 (0,12)	0,66*** (0,00)	0,43	-0,30	5,54	4,16 (0,21)	Mkt_{euro} 0,40	0,13 (0,49)
WML_{euro}^{σ}	18,96*** (0,00)	0,52*** (0,00)	0,27	8,19	10,77	16,44*** (0,00)	WML_{euro} 0,67	1,18*** (0,00)
Mkt_{asiap}^{σ}	5,60* (0,048)	0,67*** (0,00)	0,45	-1,04	6,64	5,32. (0,06)	Mkt_{asiap} 0,56	0,15 (0,44)
WML_{asiap}^{σ}	9,61*** (0,00)	0,69*** (0,00)	0,48	2,52	7,09	8,73*** (0,00)	WML_{asiap} 1,04	0,61*** (0,00)
Mkt_{japan}^{σ}	-0,32 (0,91)	0,77*** (0,00)	0,59	-3,39	3,07	-1,06 (0,72)	Mkt_{japan} 0,35	-0,10 (0,52)
WML_{japan}^{σ}	7,49*** (0,00)	0,63*** (0,00)	0,40	8,35	-0,86	7,10*** (0,00)	WML_{japan} -0,08	0,65*** (0,00)

Códigos de significância (p-valor): 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Fonte: elaborado pelo autor

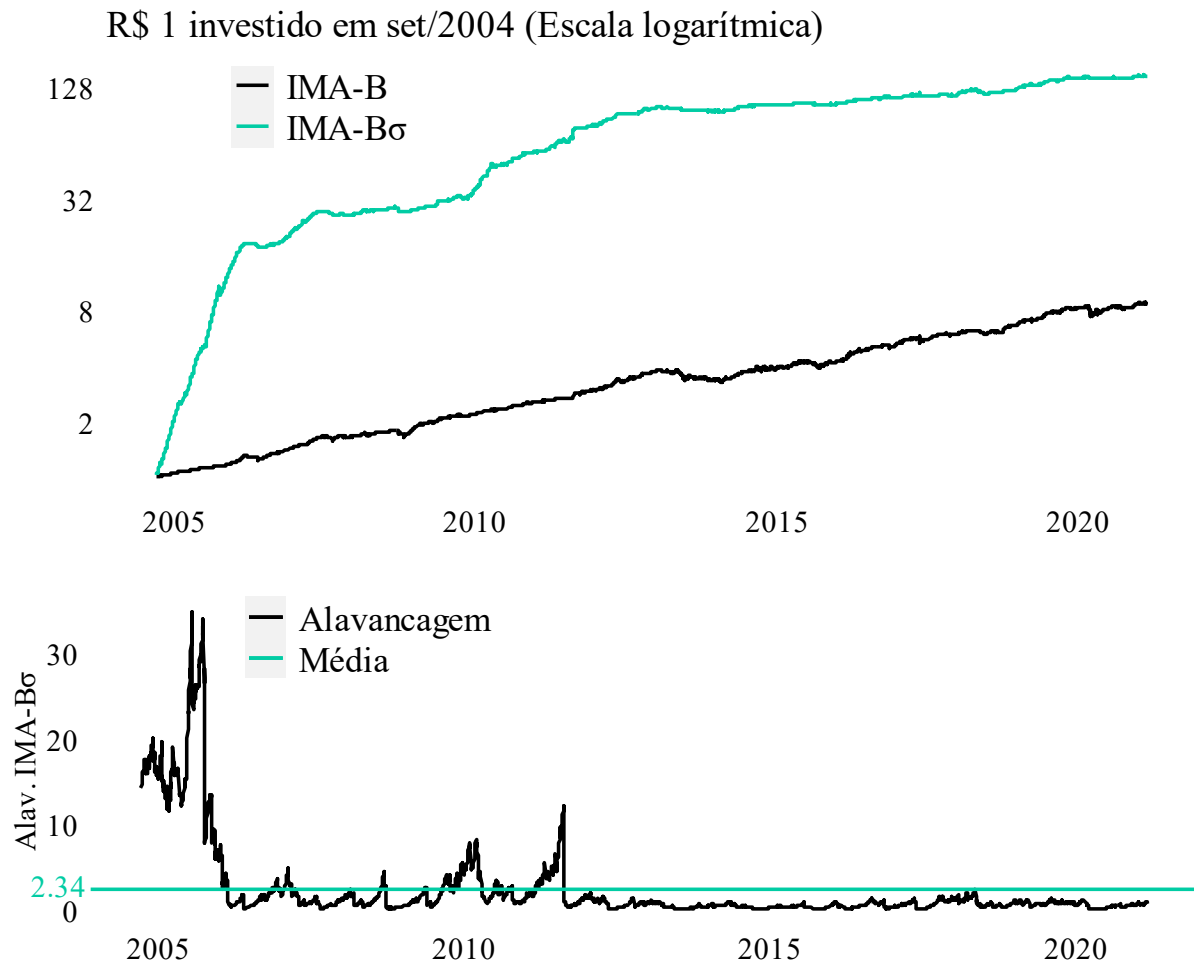
Nenhuma estratégia com base nos índices do mercado obteve uma diferença significativa nos IS individuais em relação ao índice do mercado originais, sendo que duas das quatro tiveram um IS menor. Somente a com base no mercado do Ásia-Pacífico obteve um alfa significativo a 5% de significância, mas ela desaparece ao controlar pelos fatores de Fama e French (1993). Por outro lado, todos os IS e alfas das estratégias com base no *momentum* foram positivos e estatisticamente significantes. As primeiras decomposições do *momentum* também foram positivas, mostrando que a característica vista no *momentum* brasileiro (figura 3), do retorno ser decrescente com o nível de volatilidade, é verdadeira para a anomalia *momentum* de outros países e regiões. A segunda decomposição também foi alta e positiva na maioria dos casos, mas é negativa no *momentum* do Japão visto que o retorno esperado da anomalia é negativo (pode-se ver isso no IS original, que é negativo em -0,08).

4.3 Testes fora da amostra

Um problema ao se implementar a estratégia em tempo real é a escolha de c . Esse parâmetro, cuja função é escalar a volatilidade do portfólio, foi até agora determinado dentro da amostra. Isso tende a afetar principalmente os retornos iniciais da amostra, visto que o investidor não consegue saber o valor do parâmetro que atinge a volatilidade desejada do portfólio sem ter uma grande quantidade de dados disponíveis. Cederburg *et al.* (2020) notam que este é um problema para os dados do índice de mercado americano usado por Moreira e Muir (2017), já que grande parte da performance ocorreu três anos após o início dos dados, na Grande Depressão de 1929. Eles realizam testes em diversos fatores e anomalias dos EUA para verificar se a performance dentro da amostra se mantém quando aplicada em tempo real, com dados fora da amostra. Para isso, o portfólio é calculado com base em uma janela crescente, usando somente valores anteriores a t para determinar c_t . É encontrado que a performance do portfólio mercado piora em relação à análise dentro da amostra, e o Índice de Sharpe da estratégia é menor que a do fator original (0,42 vs 0,46) usando dados mensais de 1936 a 2016 (um período de treino de 120 meses foi implementado). A anomalia *momentum* continuou tendo bons resultados fora da amostra (IS 0,92 vs 0,49), e a diferença foi estatisticamente significativa. Embora os autores tenham usado uma janela crescente, é comentado que uma janela móvel pode ser mais adequada caso os parâmetros do processo de geração dos dados apresentem quebras estruturais frequentes (CEDERBURG *et al.*, 2020 apud PESARAN; TIMMERMANN, 2002; ROSSI, 2013).

É possível visualizar a diferença entre o desempenho dentro da amostra e fora da amostra com um exemplo. O Índice de Mercado ANBIMA Série B (IMA-B), com dados disponíveis a partir de 2003, possui um comportamento característico: o nível de volatilidade se altera com o tempo. A figura 9 mostra o desempenho da estratégia usada por Moreira e Muir (2017) quando aplicada a esse índice.

Figura 9 – Retorno acumulado do IMA-B e da estratégia

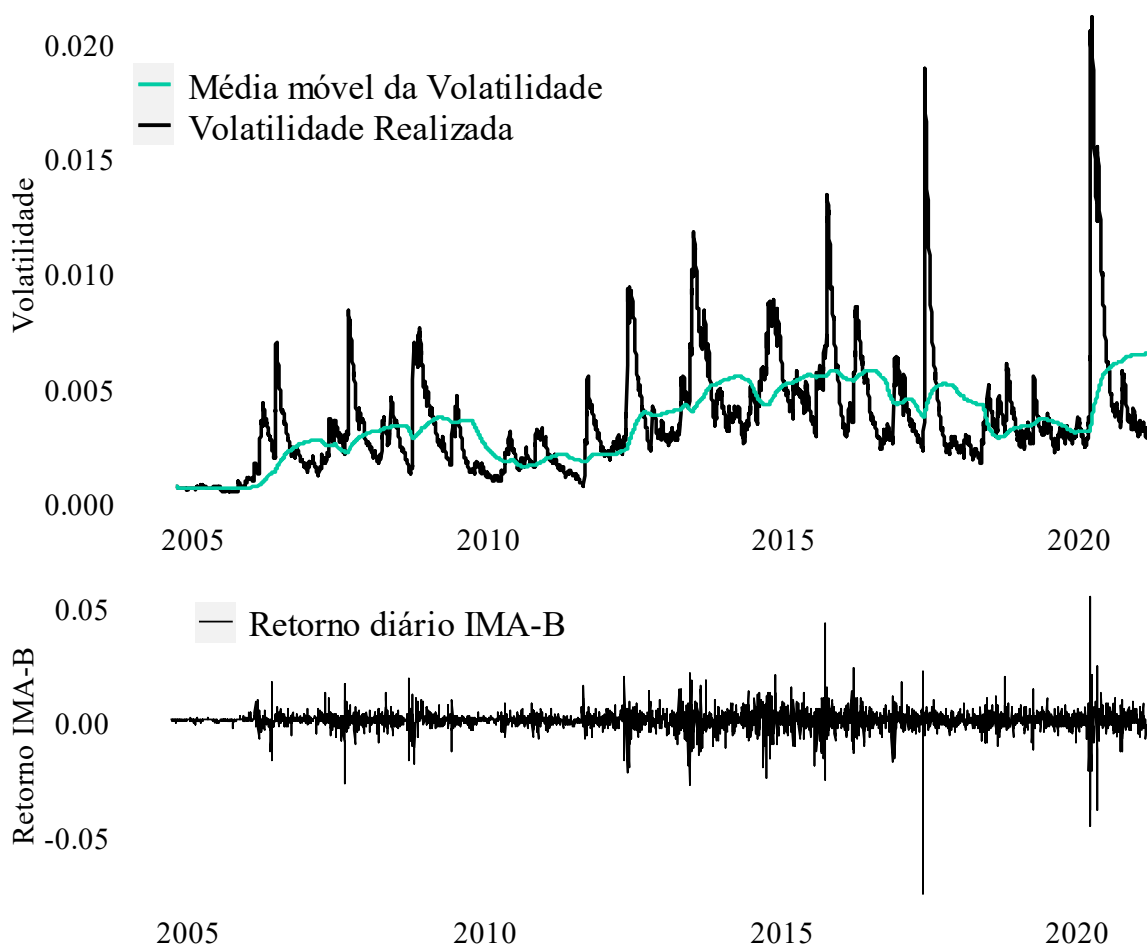


Fonte: elaborado pelo autor

O desempenho não é realista. Mesmo desconsiderando os primeiros 5 anos, a estratégia aplicada dentro da amostra continua apresentando um comportamento semelhante (há outro período de “grandes retornos” entre 2010 e 2013). Isso ocorre porque a volatilidade desses períodos é relativamente pequena em relação à amostra ampla, causando um aumento na alavancagem do portfólio. Como os retornos médios não se alteram significativamente, o retorno por unidade de risco era maior no começo da série. Os dados disponíveis naquele período, no entanto, não indicavam uma maior alavancagem no começo da estratégia, pois as características dos retornos mudaram ao longo do tempo. Por exemplo, um investidor em 2009 encontra uma volatilidade EWMA média dos últimos 5 anos de 3,88% ano, enquanto um investidor em 2018 faz o mesmo cálculo e chega no valor de 7,28%. Sem saber que a volatilidade do índice aumenta com o tempo (e os retornos esperados se mantêm constantes), o investidor não teria como meta uma volatilidade única para todo o período de análise (2003-2021) e, conseqüentemente, não

ficaria alavancado nos períodos de baixa volatilidade vistos no começo da série histórica. O portfólio fica excessivamente alavancado nesses períodos, mas é importante notar que mesmo limitando completamente a alavancagem, a estratégia fica praticamente 100% comprada nesses períodos de baixa volatilidade, enquanto nos períodos mais recentes (e de maior volatilidade média) o peso tende a variar mais frequentemente e de maneira mais similar aos índices vistos anteriormente no trabalho. A figura 10 mostra a volatilidade e a volatilidade média de uma janela móvel de 1 ano para o IMA-B feita por meio do cálculo da média móvel da raiz quadrada do EWMA.

Figura 10 – Volatilidade, média móvel da volatilidade e retorno diário do IMA-B

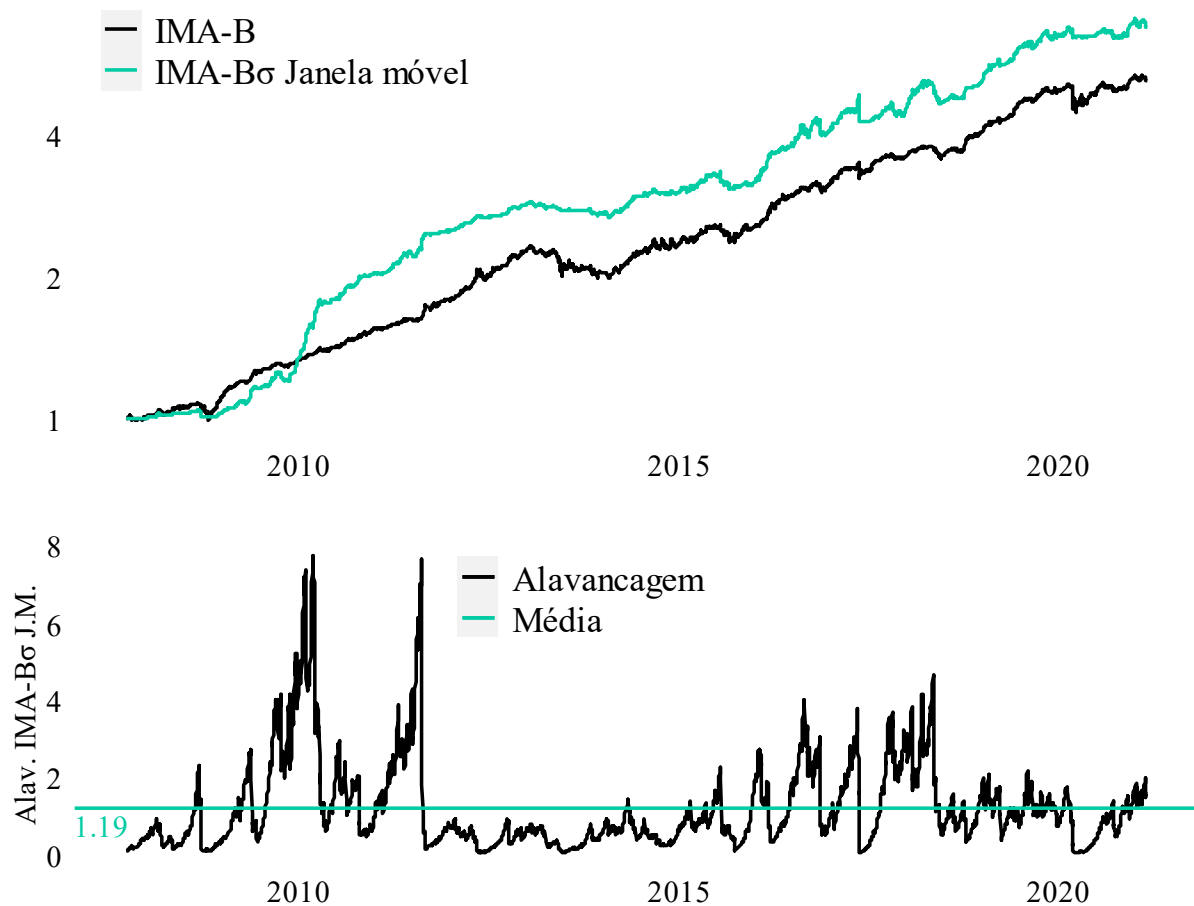


Fonte: elaborado pelo autor

A volatilidade é relativamente baixa nos primeiros anos (2004-2006) e no período de 2010 a 2013. A baixa volatilidade desses períodos aumenta a alocação do portfólio quando calculado dentro da amostra, e vice-versa, porém essa mudança de patamar da volatilidade não

era conhecida para um investidor que aplicou a estratégia desde o começo. Uma janela móvel que calcula c_t de modo a igualar a volatilidade do portfólio com a do fator com base, por exemplo, nos últimos 3 ou 5 anos, torna a estratégia aplicável em tempo real e captura essas mudanças no nível da volatilidade. Como a volatilidade continua sendo calculada com base nas estimativas do EWMA, essa versão da equação (7) é calculável fora da amostra. A figura 11 plota o portfólio com essa configuração para o IMA-B. O gráfico começa em 2007 em consequência do período de treino de 4 anos (1 ano para o EWMA + 3 anos para a janela móvel).

Figura 11 – Estratégia aplicada ao IMA-B com janela móvel de 3 anos para c
R\$ 1 investido em set/2007 (Escala logarítmica)



Fonte: elaborado pelo autor

Essa nova configuração torna os retornos mais realistas. O desvio padrão é praticamente o mesmo (7,38% vs 7,08%) e o alfa da estratégia continua sendo significativo (6,37% com estatística t de 4,42), porém a diferença entre os IS deixa de ser (+0,34 a favor da estratégia com estatística t de 1,08). Resultados semelhantes são alcançados quando se usa janelas móveis

menores. Utilizando dados dentro da amostra, um “salto” de volatilidade no começo da série poderia ter sido ignorado, pois o nível de volatilidade era baixo em comparação com a amostra ampla, e somente a mudança no nível da volatilidade seria considerada. Com dados calculados com uma janela móvel, o portfólio não está mais ganhando seu alfa em mudanças no nível da volatilidade, e sim nesses ‘saltos’ que são grandes em relação ao nível volatilidade do período (e não necessariamente em relação à amostra ampla).

Para verificar se o ganho de utilidade visto nas subseções anteriores seria alcançável por um investidor em tempo real, essa nova configuração foi aplicada nos vetores de retorno que tiveram uma diferença entre Índices de Sharpe estatisticamente significativa no período de 2001-2021. Somente as anomalias *momentum* de todos os países e regiões testadas se enquadram. O período de treino e a janela móvel são de 3 anos, de modo que o c_t do dia t seria o valor que igualaria a volatilidade do portfólio com a da anomalia entre $t-1$ e $t-756$. Os valores estão anualizados.

Tabela 7 – Resultado dos portfólios fora da amostra em anomalias selecionadas, 2004-2021

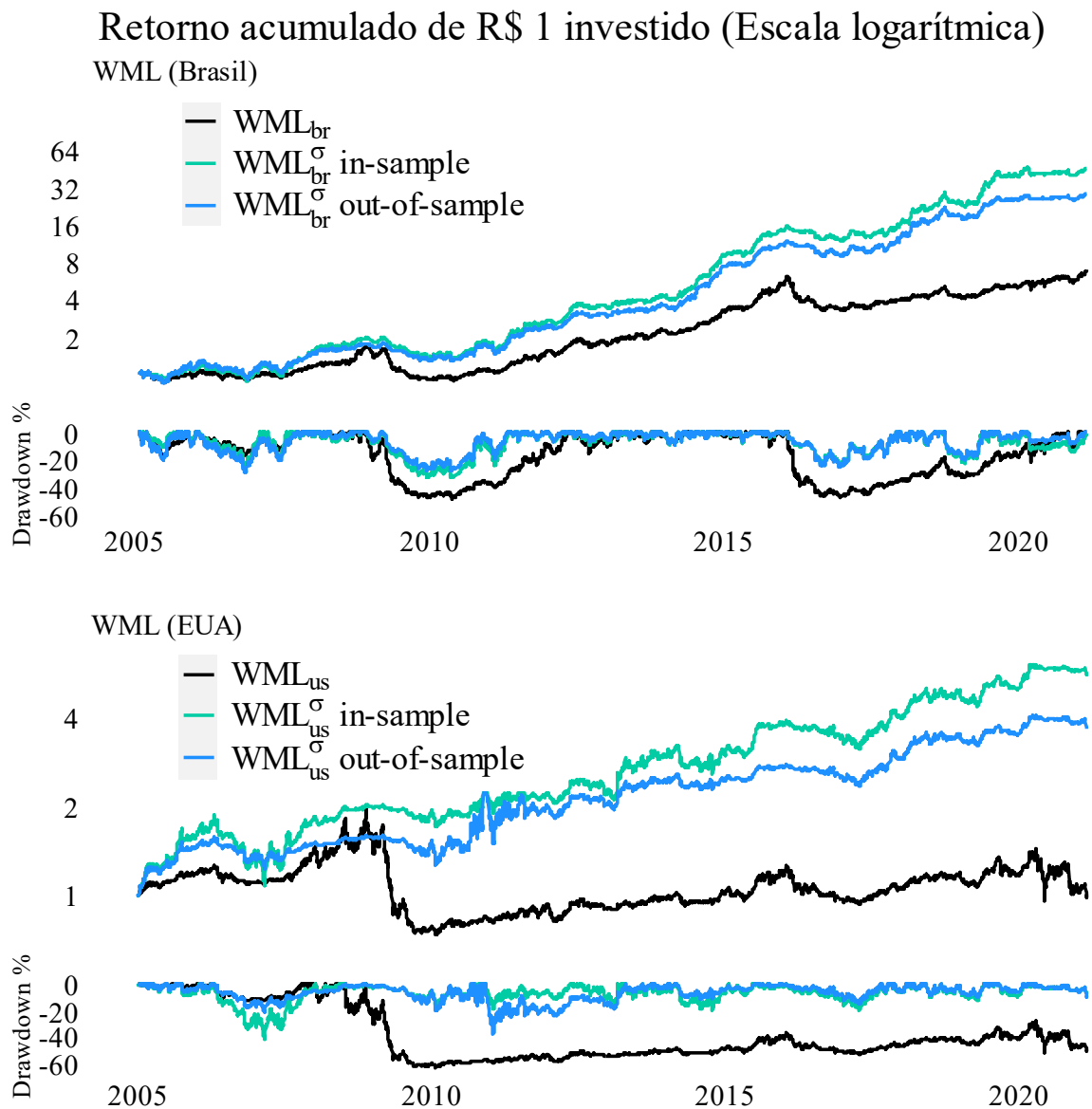
Portfólio fora da amostra	α (%) (<i>p</i> -valor)	β (<i>p</i> -valor)	R^2	N	Desvio padrão (%) [anomalia original]	α FF3 (%) (<i>p</i> -valor)	Índice de Sharpe	Diferença IS (<i>p</i> -valor)
WML_{br}^σ	11,37*** (0,00)	0,84*** (0,00)	0,60	3979	16,52 [15,23]	10,93*** (0,00)	WML_{br} 1,36	0,49** (0,004)
WML_{us}^σ	8,76* (0,014)	0,44*** (0,00)	0,21	4062	16,09 [16,70]	7,26* (0,03)	WML_{us} 0,58	0,50 . (0,057)
WML_{euro}^σ	16,98*** (0,00)	0,51*** (0,00)	0,26	4251	12,47 [12,54]	15,29*** (0,00)	WML_{euro} 1,71	1,03*** (0,00)
WML_{asiap}^σ	5,99** (0,003)	0,65*** (0,00)	0,41	4251	10,82 [10,65]	5,07* (0,01)	WML_{asiap} 1,12	0,24 (0,26)
WML_{japan}^σ	4,97 . (0,08)	0,62*** (0,00)	0,29	4251	13,65 [11,97]	4,35 (0,11)	WML_{japan} 0,34	0,39 . (0,098)

Códigos de significância (p-valor): 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘.’ 1

Fonte: elaborado pelo autor

Todos os Índices de Sharpe dos portfólios fora da amostra foram menores que sua contraparte dentro da amostra, mas ainda maiores que a da anomalia original. A diferença de IS em relação à anomalia original continuou sendo positiva e significativa para 95% IC em duas das cinco estratégias, incluindo a do Brasil, enquanto outras duas foram para 90% IC. A figura 12 mostra que a estratégia fora da amostra continua se esquivando de grandes crises, porém sempre fica abaixo da estratégia que define c dentro da amostra. Comportamentos semelhantes ocorrem com o *momentum* de outros países e regiões.

Figura 12 – Estratégia no *momentum* com c determinado dentro e fora da amostra
2004-2021



Fonte: elaborado pelo autor

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A literatura recente indica potenciais ganhos de retorno ajustado ao risco ao usar estratégias com *timing* de volatilidade. Verificou-se em fatores e anomalias brasileiras e estrangeiras o funcionamento de um portfólio que escala sua posição de risco com o inverso da volatilidade, reduzindo sua exposição em tempos de crise e aumentando em períodos mais calmos. Em geral, portfólios controlados pela volatilidade conseguem melhorar os indicadores de performance do *momentum*, anomalia que já tem retornos consistentemente acima do mercado em diversos países e períodos, mas que possui um defeito: a tendência de sofrer grandes e persistentes quedas em cenários de crise. Essas quedas, no entanto, são em parte previsíveis, pois ocorrem nos períodos em que medidas *ex-ante* de volatilidade estão altas. Como o portfólio reduz a exposição nestes períodos, são observados ganhos de utilidade em relação à anomalia original. Assim como suas contrapartes estrangeiras, a estratégia com a anomalia *momentum* brasileira obteve ganhos de retorno por unidade de risco estatisticamente significantes em testes dentro da amostra, e, adicionalmente, manteve a performance quando testada fora da amostra. Outros fatores de risco como o de mercado, SMB e HML não tiveram o mesmo sucesso pelo período testado, apesar de se mostrarem relativamente melhores em períodos de crise.

A ideia deste trabalho foi testar uma estratégia relativamente fácil de ser implementada, com um preditor de volatilidade que usa somente dados históricos de retorno. Para trabalhos futuros, seria interessante testar a estratégia com preditores da volatilidade mais sofisticados, a fim de verificar se um modelo mais complexo gera melhores portfólios. Adicionalmente, pode-se testar o desempenho da estratégia com restrições de alavancagem, parcial ou completa, e com custos de transação praticados nos países vistos, a fim de dar mais robustez aos resultados encontrados no trabalho.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, P; SANTA-CLARA; P. Momentum has its moments. **Journal of Financial Economics**, v. 116, n. 1, p. 111-120, 2015.
- BODIE, Z; KANE, A; MARCUS; A. **Investments**. 11ª Edição. New York: McGraw-Hill Education, 2018.
- CEDERBURG *et al.* On the performance of volatility-managed portfolios. **Journal of Financial Economics**, v. 138, n. 1, p. 95-117, 2020.
- CEJNEK, G; MAIR, F. **Understanding Volatility-Managed Portfolios**. 2021. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=3629099>. Acesso em: 27 de jun. de 2021.
- COCHRANE, J. New facts in Finance. **National Bureau of Economic Research**, Cambridge, 1999.
- COOPER, T. **Alpha Generation and Risk Smoothing using Managed Volatility**. 2010. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=1664823>. Acesso em: 30 de maio de 2021.
- DANIEL, K; JAGANNATHAN, R; KIM, S. Tail risk in momentum strategy returns. **National Bureau of Economic Research**, Cambridge, 2012.
- DANIEL, K; MOSKOWITZ, T. Momentum crashes. **Journal of Financial Economics**, v. 122, n. 2, p. 221-247, 2016.
- DEMIGUEL, V; GARLAPPI, L; UPPAL, R. Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.
- FAMA, E.F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- FAMA, E.F.; FRENCH, K. R. Size, value, and momentum in international stock returns. **Journal of Financial Economics**, v. 105, n. 3, p. 457-472, 2012.
- NEFIN: Center for Research in Financial Economics, 2021. FEA-USP. Página Inicial. Disponível em: <http://www.nefin.com.br/principal.html>. Acesso em: 21 de mar. de 2021.
- FRENCH, K. R. **Research Returns Data**, 2021. Data Library. Disponível em: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html. Acesso em: 25 de mar. de 2021.
- GIBBONS, M; ROSS, S; SHANKEN, J. A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. **Econometrica**, v. 57, n. 5, p. 1121-1152, 1989.
- JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JOBSON, J; KORKIE, B. Performance Hypothesis Testing with the Sharpe and Treynor Measures. **The Journal of Finance**, v. 36, n. 4, p. 889-908, 1981.

LIU, F; TANG, X; ZHOU, G. Volatility-Managed Portfolio: Does It Really Work? **Journal of Portfolio Management**, v. 46, n. 1, p. 38-51, 2019.

MEMMEL, C. Performance Hypothesis Testing with the Sharpe Ratio. **Finance Letters**, v. 1, n. 1, p. 21-23, 2003.

MOREIRA, A; MUIR, T. Volatility-Managed Portfolios. **The Journal of Finance**, v. 72, n. 4, p. 1611-1644, 2017.

PESARAN, M; TIMMERMAN, A. Market timing and return prediction under model instability. **Journal of Empirical Finance**, v. 9, n. 5, p. 495-510, 2002.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2021. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 20 de jan. de 2021.

ROSSI, 2013. Advances in Forecasting under Instability. **Handbook of Economic Forecasting**, v. 2, p. 1203-1324, 2013.

TSAY, R. **Analysis of Financial Time Series**. 3ª Edição. Chicago: Wiley series in probability and statistics, 2010.