

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Righe spettrali: formazione, shift e allargamento

Tesi di Laurea

Presentata da:
Martina Mori

Relatore:
Chiar.ma Prof.ssa Marcella Brusa

A mio nonno

Sommario

Tutte le informazioni riguardanti le proprietà fisiche delle stelle derivano più o meno direttamente dallo studio dei loro spettri. La luce, infatti, contiene informazioni estremamente dettagliate sulla sorgente da cui è stata prodotta. In particolare, lo studio dell'intensità delle righe spettrali di assorbimento permette di ricavare informazioni su composizione, temperatura, abbondanze chimiche, movimenti, pressione e campi magnetici delle stelle. La forma delle righe, inoltre, contiene informazioni dettagliate sui processi che avvengono nelle atmosfere stellari.

L'elaborato è suddiviso in tre sezioni: nel primo capitolo verranno descritti i meccanismi di interazione radiazione-materia alla base della *formazione* delle righe spettrali. Nel secondo capitolo sarà analizzato il fenomeno dello *shift* che caratterizza gli spettri stellari. Nel terzo capitolo, infine, si tratterà di tutti quei processi che contribuiscono all'*allargamento* delle righe spettrali.

Indice

1	Formazione	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Radiazione e transizioni energetiche	2
1.3	Il modello atomico di Bohr	2
1.4	L'atomo di idrogeno	3
1.5	I coefficienti di Einstein	4
1.6	Line Profile Function	5
1.7	Coefficienti in equilibrio termico	6
2	Shift	7
2.1	Effetto Doppler	7
2.2	Redshift cosmologico	8
3	Allargamento	9
3.1	Allargamento intrinseco	9
3.2	Allargamento Doppler	10
3.3	Allargamento collisionale	11
3.4	Profilo di Voigt	11
3.5	Larghezza equivalente	12
3.6	Curva di crescita	12
A	Esempio di applicazione astrofisica	14
A.1	Utilizzo delle righe spettrali per la risoluzione della degenerazione età-metallicità	14
	Bibliografia	16

Capitolo 1

Formazione

1.1 Introduzione

Un fascio di luce che viene fatto passare attraverso un prisma o un altro mezzo dispersivo, viene scomposto nelle varie lunghezze d'onda che lo costituiscono, formando quello che è noto con il nome di *spettro*.

Esistono in natura vari tipi di spettri: lo *spettro continuo* contiene tutte le lunghezze d'onda della radiazione comprese in un certo intervallo senza interruzioni. Nello *spettro a righe di emissione* sono presenti righe di emissione soltanto in corrispondenza di certe lunghezze d'onda. Uno *spettro a righe di assorbimento* è uno spettro continuo nel quale mancano alcune lunghezze d'onda che vengono dette righe di assorbimento [vedi **Figura 1.1**].

Ogni elemento chimico emette ed assorbe determinate lunghezze d'onda.

Possiamo immaginare che gli spettri stellari siano generati nelle regioni più esterne delle stelle dove gli atomi che compongono l'atmosfera stellare producono righe in assorbimento, cioè assorbono determinate lunghezze d'onda della radiazione, che appaiono nello spettro come righe scure. Nella realtà ogni strato che compone la struttura stellare emette e assorbe radiazione, ma il risultato netto di questo processo è che alle lunghezze d'onda che corrispondono alle righe di assorbimento viene irradiata meno energia.

Lo spettro ottenuto con l'utilizzo di un prisma o di uno spettroscopio può essere convertito in una curva di intensità che mostra la densità di flusso in funzione della lunghezza d'onda. In questo caso le righe di assorbimento sono rappresentate da picchi più o meno profondi della curva.

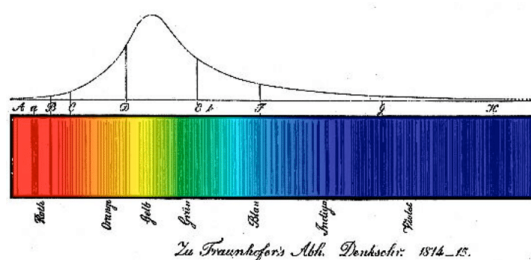


Figura 1.1: Le righe scure sono le righe di assorbimento individuate da Fraunhofer nello spettro solare, [2]

1.2 Radiazione e transizioni energetiche

La radiazione elettromagnetica è emessa o assorbita quando un elettrone passa da un livello energetico ad un altro. Se l'energia dell'elettrone diminuisce di un ΔE , si ha emissione di un quanto di radiazione elettromagnetica, ovvero un *fotone*. Analogamente, si ha assorbimento nel momento in cui un elettrone interagisce con un fotone e aumenta la propria energia. L'interazione tra materia e radiazione, però, non avviene in continuo, ma solo a determinate frequenze ν_{if} , tali che la differenza di energia tra il livello iniziale i e quello finale f sia data da:

$$\Delta E = |E_i - E_f| = h\nu_{if} \quad (1.1)$$

dove $h = 6.625 \times 10^{-34} Js$ è la *costante di Planck*.

Questo appena descritto è il processo che genera le cosiddette righe spettrali: se l'elettrone passa da uno stato eccitato ad uno stato energetico inferiore, si ha una *riga di emissione*, mentre se avviene il contrario, si ha una *riga di assorbimento*. Solo gli elettroni più esterni dell'atomo, detti elettroni di valenza o di legame, possono cambiare livello energetico interagendo con la radiazione.

La frequenza ν_{if} , oltre ad indicare fra quali livelli sia avvenuta la transizione, specifica anche l'elemento da cui è stata originata. Questo permette l'utilizzo degli spettri in riga in ambito astrofisico al fine di determinare la composizione chimica di un oggetto osservato.

L'interazione fotone-elettrone può produrre quattro diversi tipi di transizione:

bound-bound: l'elettrone può acquisire o perdere energia, quindi passare da un livello energetico superiore ad uno inferiore o viceversa.

bound-free: l'energia acquisita dall'elettrone attraverso l'assorbimento di un fotone è sufficientemente alta da staccare l'elettrone dall'atomo che diventa uno ione positivo. È per questo motivo che questo processo è anche noto con il nome di *ionizzazione*.

free-bound: cattura di un elettrone libero da parte di un atomo con emissione di un fotone di energia pari all'energia cinetica persa dall'elettrone per legarsi all'atomo. È il processo inverso della ionizzazione e prende il nome di *ricombinazione*.

free-free: Un elettrone libero interagisce con uno ione e viene diffuso. Ciò causa l'emissione di radiazione e una conseguente variazione dell'energia cinetica dell'elettrone.

1.3 Il modello atomico di Bohr

Si è parlato di livelli elettronici e di transizioni tra questi, è bene pertanto definire la struttura atomica a cui si fa riferimento. In questa trattazione si fa riferimento al modello atomico di Bohr che, per quanto non aderente alla realtà, costituisce una comoda approssimazione e consente di introdurre concetti fondamentali senza dover ricorrere alla più accurata descrizione quantistica.

L'atomo di Bohr è costituito da un nucleo centrale, composto da neutroni e protoni, attorno al quale ruotano gli elettroni. Gli elettroni che circondano il nucleo non occupano posizioni casuali ma sono disposti in orbitali ben precisi che rappresentano i *livelli*

energetici. La caratterizzazione dei diversi livelli energetici fa uso di quattro numeri quantici:

1. *numero quantico principale*, $n = 1, 2, 3, \dots$: stabilisce la dimensione e il livello di energia. All'aumentare di n , gli orbitali diventano più grandi, la loro energia aumenta e gli elettroni che in esso sono contenuti si allontanano dal nucleo;
2. *numero quantico secondario*, $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$: determina le caratteristiche geometriche dell'orbitale e definisce quanti sottolivelli possono esistere nello stesso livello energetico;
3. *numero quantico magnetico*, $m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$: indica il numero di orbitali di ciascun sottolivello energetico;
4. *numero quantico di spin*, $s = \pm \frac{1}{2}$: determina il verso di rotazione dell'elettrone, che può essere orario o antiorario.

1.4 L'atomo di idrogeno

L'idrogeno è l'atomo più semplice essendo costituito da un solo protone ed un solo elettrone. In accordo con il modello atomico di Bohr, l'elettrone orbita circolarmente attorno al protone e per il *primo postulato di Bohr*, il momento angolare dell'elettrone deve essere un multiplo di \hbar :

$$mvr = n\hbar \quad (1.2)$$

dove m = massa dell'elettrone, v = velocità dell'elettrone, r = raggio, n = numero quantico principale, $\hbar = h/2\pi$ con h = costante di Planck.

Per le leggi dell'elettrodinamica ci si dovrebbe aspettare che, come qualsiasi carica in moto accelerato, l'elettrone che orbita attorno al protone emetta radiazione, perdendo parte della sua energia cinetica. In questo modo l'elettrone dovrebbe spiraleggiare attorno al nucleo fino a collassare su di esso.

Chiaramente la natura non funziona in questo modo. Per questo motivo bisogna introdurre il *secondo postulato di Bohr*, secondo il quale un elettrone che si muove in un'orbita attorno al nucleo non emette radiazione. La radiazione viene emessa solo quando l'elettrone passa da un livello energetico superiore (n_2) ad uno inferiore (n_1). Il quanto di energia emesso ha energia pari a $h\nu$ pari alla differenza di energia tra i due livelli:

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1} \quad (1.3)$$

Si cercherà ora di definire quale sia l'energia di un elettrone nello stato E_n .

Richiamando la legge di Coulomb, si ha che la forza che attrae l'elettrone verso il protone è:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} \quad (1.4)$$

con ϵ_0 = costante dielettrica del vuoto, e = carica dell'elettrone, r_n = distanza tra elettrone e protone.

L'accelerazione di una particella che si muove in un'orbita circolare di raggio r_n è:

$$a = \frac{v_n^2}{r_n} \quad (1.5)$$

e, ricordando la seconda legge di Newton ($F = ma$), si può scrivere

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} \quad (1.6)$$

Combinando ora le equazioni (1.2) e (1.6) si ottengono

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar n}, \quad r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2 \quad (1.7)$$

L'energia totale di un elettrone nel livello n è quindi

$$E_n = T + V = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \sim -C \frac{1}{n^2} \quad (1.8)$$

dove C è una costante. Per lo stato fondamentale ($n = 1$) si ottiene

$$E_1 = -2.18 \times 10^{-18} \text{ J} = -13.6 \text{ eV} \quad (1.9)$$

Inserendo l'equazione (1.8) nella (1.3) si ha l'energia del quanto emesso nella transizione $E_{n_2} \rightarrow E_{n_1}$:

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1} = C \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1.10)$$

Convertendo tutto in lunghezze d'onda si arriva alla formulazione

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{C}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1.11)$$

in cui compare la costante R che ha il nome di *costante di Rydberg* e vale $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

L'equazione (1.11) fu derivata sperimentalmente per il caso $n_1 = 2$ da Johann Jakob Balmer. È per questo motivo che la serie di righe prodotte dalle transizioni $E_n \rightarrow E_{n_2}$ prende il nome di *serie di Balmer*. Queste righe si trovano nella regione visibile dello spettro. Se l'elettrone nella transizione arriva al livello fondamentale ($n_1 = 1$) si hanno le righe della *serie di Lyman*, che si trovano nell'ultravioletto. Altre serie sono le serie di *Paschen* ($n_1 = 3$), di *Bracket* ($n_1 = 4$) e di *Pfund* ($n_1 = 5$) [vedi **Figura 1.2**].

1.5 I coefficienti di Einstein

I coefficienti di Einstein sono usati per descrivere le interazioni radiative che riguardano transizioni elettroniche *bound-bound*, e per analizzare, in particolare, la probabilità che ciascuna transizione avvenga. Considerando due livelli energetici m e n con $m > n$, possiamo definire i coefficienti di Einstein A e B per tre principali tipi di transizioni:

Emissione spontanea: L'elettrone passa dallo stato eccitato E_m allo stato fondamentale E_n emettendo un fotone con frequenza ν_{mn} . Il coefficiente associato a questa transizione è A_{mn} , che descrive la probabilità di transizione per unità di tempo. $A_{mn} [s^{-1}]$ è una frequenza e il suo inverso rappresenta il tempo di vita media nello stato eccitato E_m .

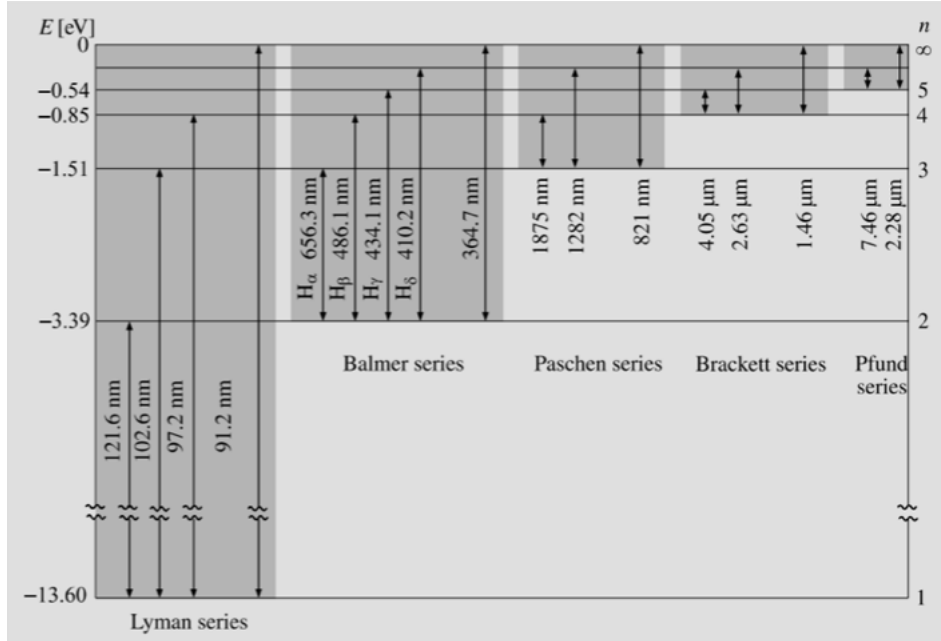


Figura 1.2: Transizioni di un atomo di idrogeno, [1]

Assorbimento: L'elettrone che si trova nello stato fondamentale E_n interagisce con un fotone di frequenza ν_{mn} , lo assorbe e passa allo stato eccitato E_m . Il coefficiente di Einstein per l'assorbimento è B_{nm} e la probabilità di transizione è data da $B_{nm} \cdot \bar{J} [s^{-1}]$, dove \bar{J} rappresenta la densità di fotoni alla frequenza ν_{nm} tale che $h\nu_{nm}$ sia la differenza energetica tra i due livelli m e n .

Emissione stimolata: Un fotone incidente provoca la transizione di un elettrone dallo stato eccitato E_m allo stato E_n con conseguente emissione di un altro fotone. Ciò che si osserva di questa transizione sono due fotoni identici (con stessa energia). Anche in questo caso la probabilità di transizione per unità di tempo è data dal prodotto del coefficiente di Einstein per l'emissione stimolata e la densità di fotoni: $B_{mn} \cdot \bar{J} [s^{-1}]$.

1.6 Line Profile Function

I fotoni coinvolti non hanno tutti esattamente la stessa frequenza e la differenza di energia tra i due livelli non è infinitamente sottile per cui il profilo della riga è descritto dalla *Line Profile Function*, $\Phi(\nu)$. La *LPF* è una distribuzione piccata in corrispondenza della frequenza ν_{mn} , che descrive la probabilità che un fotone con frequenza ν possa far verificare la transizione. Essendo una distribuzione di probabilità è normalizzata:

$$\int_0^{\infty} \Phi(\nu) d\nu = 1 \quad (1.12)$$

Inoltre esiste la seguente relazione che lega la densità di fotoni e la LPF:

$$\bar{J} = \int_0^{\infty} J_\nu \Phi(\nu) d\nu \quad (1.13)$$

dove J_ν è la distribuzione spettrale dei fotoni.

1.7 Coefficienti in equilibrio termico

Nel caso in cui ci sia equilibrio tra emissione e assorbimento si dice che la radiazione è in *equilibrio termico*. L'energia emessa dovrà bilanciare l'energia assorbita secondo la seguente relazione:

$$A_{mn}N_m = J(\nu_{nm})[N_n B_{nm} - N_m B_{mn}] \quad (1.14)$$

in cui N_n è la popolazione dello stato fondamentale e N_m è la popolazione dello stato eccitato.

Si ottiene quindi una prima formulazione per la distribuzione spettrale in funzione della frequenza:

$$J(\nu_{nm}) = \frac{A_{mn}}{(N_n/N_m)B_{nm} - B_{mn}} \quad (1.15)$$

La condizione di equilibrio termico consente di esprimere il rapporto tra le popolazioni dei due stati attraverso la *legge di Boltzman*¹, ottenendo

$$J(\nu_{nm}) = \frac{A_{mn}}{[(g_n/g_m)e^{h\nu_{nm}/kT}]B_{nm} - B_{mn}} \quad (1.16)$$

dove g_n/g_m è il rapporto fra i pesi statistici dei due stati, $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/K}$ è la costante di Boltzman e T è la temperatura.

Combinando l'ultima equazione con la *distribuzione energetica di Planck per il corpo nero*, che ricordiamo essere

$$J(\nu_{nm}) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = u_p(\nu) \quad (1.17)$$

si ottengono i coefficienti per l'emissione stimolata (B_{mn}) e per l'assorbimento (B_{nm}):

$$B_{mn} = A_{mn} \frac{c^3}{8\pi h\nu^3}, \quad B_{nm} = \frac{g_m}{g_n} B_{mn} \quad (1.18)$$

¹La legge di Boltzmann è $N_n/N_m = (g_n/g_m)e^{h\nu/kT}$

Capitolo 2

Shift

Si è parlato di righe spettrali strettamente associate a una specifica lunghezza d'onda o frequenza. In questo capitolo vedremo che, in realtà, lo spettro osservato e le righe in esso contenute subiscono un cambiamento della frequenza o della lunghezza d'onda osservata rispetto a quella vera. Esistono principalmente due fenomeni che provocano l'effetto di shift delle righe spettrali che dono l'*effetto Doppler* e il *redshift cosmologico*.

2.1 Effetto Doppler

L'effetto Doppler si verifica quando una sorgente di onde elettromagnetiche ed un osservatore si trovano in moto relativo di avvicinamento o allontanamento lungo la loro congiungente. Questo effetto si manifesta con un cambiamento della frequenza o della lunghezza d'onda del segnale percepito dall'osservatore.

In una trattazione classica si possono considerare due sistemi di riferimento inerziali S e S' che siano in moto relativo con velocità v .

Nel sistema di riferimento S' viene emessa della radiazione con una certa lunghezza d'onda, dovuta ad una specifica transizione atomica di un qualche elemento chimico, la stessa che si potrebbe osservare riproducendo la transizione in laboratorio e che quindi indicheremo come λ_{lab} . L'osservatore si trova nel sistema S e osserva la radiazione ad una lunghezza d'onda λ_{oss} diversa da λ_{lab} .

Nel caso non relativistico la variazione di lunghezza d'onda può essere quantificata con la seguente formula:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{v}{c} \quad (2.1)$$

In astrofisica l'effetto Doppler può essere osservato negli spettri stellari, in cui le righe spettrali possono essere spostate verso il blu (lunghezze d'onda più piccole) o verso il rosso (lunghezze d'onda più grandi) [vedi **Figura 2.1**]. I due effetti appena descritti prendono il nome di *blueshift* e *redshift* e corrispondono rispettivamente all'avvicinamento o all'allontanamento della sorgente di radiazione.

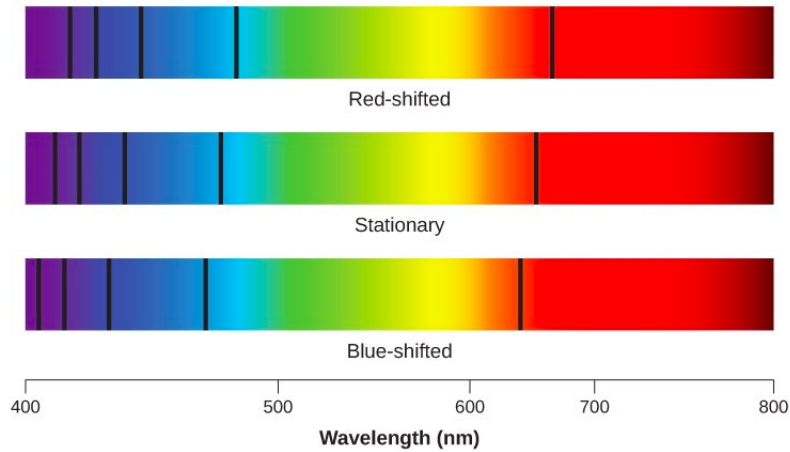


Figura 2.1: Blueshift e redshift in uno spettro di assorbimento, [7]

2.2 Redshift cosmologico

Anche gli spettri di galassie lontane mostrano un redshift, ma solo in parte è dovuto all'effetto Doppler. Esiste infatti un *redshift cosmologico* che consiste nello spostamento verso la parte rossa dello spettro della lunghezza d'onda della radiazione a causa dell'allontanamento relativo della sorgente di radiazione rispetto all'osservatore frutto dell'espansione dell'universo.

Il redshift di una sorgente è definito come

$$z = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\lambda(t_0) - \lambda(t_1)}{\lambda(t_1)} \quad (2.2)$$

La scoperta di questo effetto si deve ad Hubble che alla fine degli anni '20 del secolo scorso scoprì che le righe spettrali delle galassie sono shiftate verso il rosso in modo proporzionale alla loro distanza. La *legge di Hubble* può essere scritta come

$$z = \frac{H}{c} r \quad (2.3)$$

dove c è la velocità della luce, H è la *costante di Hubble*¹ e r è la distanza della galassia. Per velocità non relativistiche, il redshift per effetto Doppler è $z = v/c$, per cui

$$v = Hr \quad (2.4)$$

che è la formulazione più diffusa della legge di Hubble.

¹La costante di Hubble è costante nel senso che per ogni istante è la stessa per tutti i punti dell'universo ma il suo valore cambia in funzione del tempo.

Capitolo 3

Allargamento

La descrizione fatta finora fa pensare alle righe spettrali come infinitamente sottili. Bisogna però considerare che la larghezza delle linee spettrali, in termini di lunghezza d'onda, non è infinitesima, ma presenta un valore misurabile che dipende da diversi fattori. Questo fenomeno è noto con il nome di *allargamento delle righe spettrali* ed è oggetto di approfonditi studi per comprendere da vicino la fisica della radiazione elettromagnetica. I fenomeni fisici che allargano le righe spettrali sono essenzialmente tre e saranno di seguito analizzati nel dettaglio¹.

3.1 Allargamento intrinseco

Il primo effetto di allargamento è chiamato *allargamento intrinseco* o *naturale* ed è direttamente collegato al *principio di indeterminazione di Heisenberg*.

La riga spettrale non può essere infinitamente sottile perché c'è un limite alla possibilità di determinare con infinita precisione velocità e posizione (o energia e tempo). Il prodotto dell'indeterminazione su una misura di tempo e di energia è dell'ordine della costante di Planck.

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar \quad (3.1)$$

Visto che le righe di assorbimento sono transizioni elettroniche che coinvolgono stati eccitati, il tempo di permanenza dell'elettrone su un livello eccitato (Δt) è molto piccolo, pertanto $\Delta E \neq 0$, e dunque la riga non può essere infinitamente sottile.

Considerando che l'energia del fotone è

$$E_{\text{fotone}} = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow dE_{\text{fotone}} = \frac{hc}{\lambda^2} d\lambda \quad (3.2)$$

e inserendola nella (3.1)

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \sim \frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda \quad (3.3)$$

si ottiene

$$\Delta \lambda \frac{hc}{\lambda^2} \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \rightarrow \Delta \lambda \sim \frac{\lambda^2}{2\pi c \Delta t} \quad (3.4)$$

¹In realtà, una trattazione dettagliata richiederebbe una complessa analisi dal punto di vista della meccanica quantistica

La larghezza della riga prodotta dall'effetto di allargamento intrinseco può essere scritta in termini di FWHM ²:

$$(\Delta\lambda)_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0} \quad (3.5)$$

dove Δt_0 è il tempo di attesa perchè una data transizione si verifichi. L'effetto di questo allargamento è molto piccolo, dell'ordine di 10^{-4}\AA .

3.2 Allargamento Doppler

L'*allargamento Doppler*, anche detto allargamento *termico*, è dovuto all'effetto Doppler che si presenta quando gli atomi che irradiano hanno un movimento relativo rispetto all'osservatore. Il movimento randomico è direttamente legato alla temperatura, per questo motivo il fenomeno di allargamento è detto termico.

In condizioni di equilibrio termico la velocità degli atomi ha una distribuzione gaussiana ed è descritta dalla statistica di Maxwell-Boltzmann, che dipende strettamente dalla temperatura.

Si è già visto che in condizioni non relativistiche vale la seguente relazione

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \pm \frac{|v_r|}{c} \quad (3.6)$$

Siccome la velocità media delle particelle in equilibrio termico è $v = \sqrt{2kT/m}$, l'allargamento Doppler può essere scritto come

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{v}{c} = 2 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (3.7)$$

o più precisamente, in termini di FWHM

$$(\Delta\lambda)_{\frac{1}{2}} = 2 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{m}} \quad (3.8)$$

Si può notare che l'allargamento aumenta con all'aumentare della temperatura ed è maggiore per atomi più leggeri.

L'ordine di grandezza, in questo caso, è di 10^{-1}\AA , quindi l'effetto di questo allargamento è circa mille volte maggiore dell'allargamento intrinseco.

Bisogna però considerare che, nonostante il profilo dell'allargamento Doppler sia molto più largo di quello dell'allargamento intrinseco, il suo contributo decresce in modo esponenziale quando ci si allontana dalla lunghezza d'onda centrale. Questo perché la distribuzione di Maxwell-Boltzmann ha un declino esponenziale per le alte velocità.

Oltre al moto randomico degli atomi, ci sono altri effetti che possono contribuire all'allargamento, come ad esempio la turbolenza³. Inserendo la velocità di turbolenza nell'ultima formula si ottiene

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = 2 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} + v_{turb}^2\right) \ln 2} \quad (3.9)$$

²La Full Width at Half-Maximum è la larghezza della riga misurata lungo l'asse delle lunghezze d'onda in corrispondenza del punto medio tra il livello del continuo e il massimo (o minimo) della riga.

³Per turbolenza si intendono i movimenti di gas su larga scala

L'effetto di turbolenza diventa importante nei profili di righe di giganti o supergiganti ed è proprio a seguito dell'osservazione di allargamenti anomali delle righe negli spettri che è stata dedotta la presenza di fenomeni di turbolenza in questo tipo di stelle.

3.3 Allargamento collisionale

L'ultimo fenomeno che causa l'allargamento delle righe spettrali è quello delle collisioni tra atomi eccitati, che viene detto *allargamento collisionale*. L'entità dell'effetto dipende dal tempo medio di collisione tra atomi. È per questo motivo che interessa atmosfere con densità elevate, per esempio quelle delle nane bianche.

Il calcolo dettagliato del profilo collisionale delle righe spettrali è molto complesso. La formula che descrive il profilo spettrale è dello stesso tipo di quella che descrive l'allargamento intrinseco

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0} \quad (3.10)$$

Partendo dal calcolo del libero cammino medio considerando atomi con sezione d'urto σ e velocità v

$$l = \frac{vt}{n\sigma vt} = \frac{1}{n\sigma} \quad (3.11)$$

è possibile riscrivere il tempo medio tra due collisioni nel seguente modo

$$\Delta t_0 = \frac{\frac{1}{n\sigma}}{\sqrt{\frac{2kT}{m}}} \quad (3.12)$$

Da cui, sostituendo nell'equazione (3.10), si ha che il profilo di allargamento collisionale è:

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda^2}{\pi c} n\sigma \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (3.13)$$

Si noti nell'ultima equazione la dipendenza dell'allargamento della riga dalla densità di atomi (n). Questo spiega il fatto che stelle giganti e supergiganti, caratterizzate da atmosfere poco dense, hanno righe spettrali più sottili.

L'ordine di grandezza dell'allargamento collisionale è confrontabile con l'allargamento intrinseco ($\sim 10^{-4} \text{ \AA}$).

3.4 Profilo di Voigt

La combinazione dei tre processi di allargamento genera il profilo totale della riga spettrale che viene chiamato *profilo di Voigt*. È dato dalla sovrapposizione del *damping profile* (allargamento intrinseco + allargamento collisionale), che segue una distribuzione lorentziana, e del profilo Doppler gaussiano [vedi **Figura 3.1**]. In particolare si osserva come ci sia una dominanza dell'allargamento Doppler in corrispondenza del core delle righe, mentre le ali del profilo di Voigt sono dominate dal damping profile.

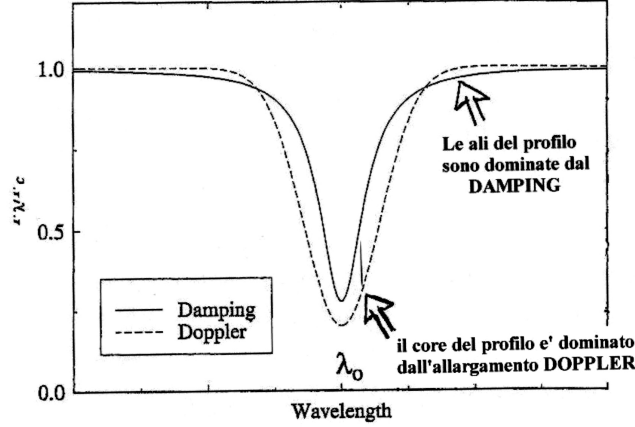


Figura 3.1: Profilo di Voigt, [4]

3.5 Larghezza equivalente

Si è parlato del fatto che forma e intensità delle righe spettrali contengono una varietà di informazioni sulle condizioni fisiche del gas nella regione in cui la riga si è formata. L'intensità della riga è data dalla sua profondità rispetto al continuo che viene misurata attraverso *larghezza equivalente* (W), definita nel seguente modo

$$W = \int \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda \quad (3.14)$$

dove F_λ è il flusso alla lunghezza d'onda λ , F_c è il flusso del continuo mediato tra le due estremità della riga e l'integrale è calcolato su un intervallo di lunghezza d'onda che comprende la riga. È misurata in unità di lunghezza d'onda e assume valori positivi se la riga è in assorbimento e negativi se la riga è in emissione.

La larghezza equivalente delle righe in assorbimento fornisce importanti informazioni perché dipende strettamente da numerose proprietà del gas in cui è stata prodotta. In particolare, la larghezza equivalente di una riga di assorbimento dipende da quanti atomi nell'atmosfera della stella si trovano in uno stato in cui sono in grado di assorbire una certa lunghezza d'onda. Più atomi ci sono, più è intensa e marcata la riga spettrale.

3.6 Curva di crescita

La larghezza equivalente come funzione del numero di atomi in grado di assorbire è nota come *curva di crescita*. L'andamento di relazione funzionale può essere descritto definendo tre regimi della curva di crescita [vedi *Figura 3.2*]:

Regime lineare - $W \propto N_a$: la larghezza equivalente aumenta linearmente con il numero di atomi assorbenti N_a e l'intensità della riga è dominata dal contributo del core.

Regime di saturazione - $W \propto \sqrt{\text{Log} N_a}$: la larghezza equivalente cresce molto lentamente perché si è raggiunta la saturazione del core della riga, ma il contributo delle ali è ancora trascurabile.

Regime di smorzamento - $W \propto \sqrt{N_a}$: la larghezza equivalente torna ad essere sensibile alla variazione di N_a e il suo incremento è determinato dalle ali.

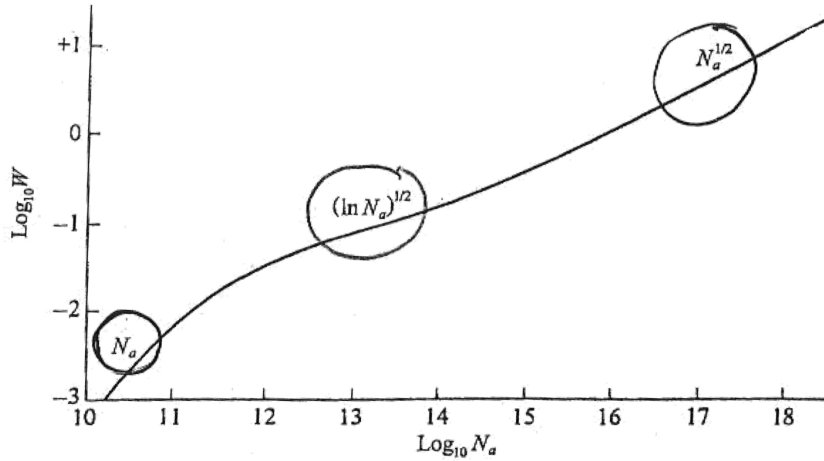


Figura 3.2: Curva di crescita per la riga K del CaII, [4]

La curva di crescita è uno strumento fondamentale perché permette di ricavare, partendo dalla misura della larghezza equivalente di una riga spettrale, la frazione di atomi di quella determinata specie chimica in grado di fare una data transizione.

Utilizzando le equazioni di Boltzmann e Saha⁴ si può arrivare a determinare quanto sia rilevante questa frazione rispetto alla totalità di atomi di quella specie. In questo modo è possibile tradurre le informazioni sull'intensità di una riga in informazioni sull'abbondanza chimica dell'elemento che ha prodotto la tale riga.

⁴Il popolamento dei livelli energetici degli elettroni legati alle strutture atomiche è descritto dall'uso combinato delle leggi di Boltzmann e Saha che permettono di stimare la percentuale di atomi che si trovano, rispettivamente in un dato livello di eccitazione o ionizzazione.

Appendice A

Esempio di applicazione astrofisica

A.1 Utilizzo delle righe spettrali per la risoluzione della degenerazione età-metallicità

Lo studio delle popolazioni stellari è di grande importanza dal momento che queste costituiscono una traccia dell'evoluzione dei sistemi stellari. Attraverso lo studio dei diagrammi HR¹ è possibile ricavare la storia dell'evoluzione e dell'arricchimento di una popolazione stellare a partire dalla sua formazione. Tuttavia, le singole stelle non possono essere risolte se non per distanze inferiori a qualche Mpc. Questo comporta che le informazioni sulle popolazioni stellari possono essere derivate solamente attraverso analisi fotometriche e spettroscopiche.

In particolare, dalle popolazioni stellari è possibile derivare età, storia della formazione stellare e abbondanze chimiche. Esistono però delle limitazioni alla possibilità di derivare informazioni dallo studio dei loro spettri, una di queste è la cosiddetta *degenerazione età-metallicità*: dal momento che sia le stelle vecchie che quelle molto metalliche contribuiscono a rendere rossa una popolazione, il colore osservato può essere dovuto a popolazioni stellari evolute o ad un'elevata abbondanza di metalli, o entrambe. È quindi necessario rompere questa ambiguità per poter ricavare informazioni su queste due quantità. In questo contesto, la spettroscopia ha fornito un metodo per aggirare il problema e comprendere se un sistema appaia rosso perché è molto vecchio o per via dell'alta metallicità.

L'idea alla base è quella di misurare la larghezza equivalente di specifiche righe di assorbimento che siano separatamente dipendenti da età e metallicità in modo tale da poter rompere la degenerazione².

Si considerino le due immagini riportate di seguito. Gli spettri rappresentati non sono spettri osservati ma sono derivati da modelli di sintesi.

Nella prima immagine si ha fissata la metallicità (ogni spettro ha metallicità pari a quella solare), quello che cambia è l'età (in *Gyr*) della popolazione stellare. Si possono osservare numerose righe di assorbimento, le più intense quelle del doppietto del calcio. Quello che

¹Il Diagramma di Hertzsprung-Russell mette in relazione temperatura e luminosità delle stelle.

²Esiste un insieme di indici di righe spettrali che sono chiamati *Lick indices* che sono utilizzati per misurare specifiche righe negli spettri stellari

si può ricavare da questa immagine, prendendo come riferimento ad esempio la riga H_{β} , è che, fissata la metallicità, all'aumentare dell'età l'intensità della riga spettrale diminuisce. La riga di Balmer è ben visibile negli spettri di popolazioni giovani e diventa via via più debole per stelle più vecchie. Si sta così collegando un'informazione sull'età ad una proprietà misurabile delle righe spettrali, ovvero la profondità. Misurando la profondità di queste righe in uno spettro osservato, si può ricavare l'età della popolazione stellare attraverso il confronto con il modello.

Nella seconda immagine si ha l'età fissata a 10 Gyr, ciò che varia è la metallicità (espressa come abbondanza relativa di ferro in forma logaritmica). Concentrandosi ora sulle righe generate da metalli, come ad esempio quella del ferro, è possibile vedere che al crescere della metallicità, l'intensità della riga aumenta. Si ha quindi un trend ben definito in cui la profondità della riga cresce al crescere della metallicità. In questo modo, partendo da uno spettro osservato e applicando analisi spettroscopiche ad alta risoluzione, si possono stimare separatamente età e metallicità di una popolazione stellare.

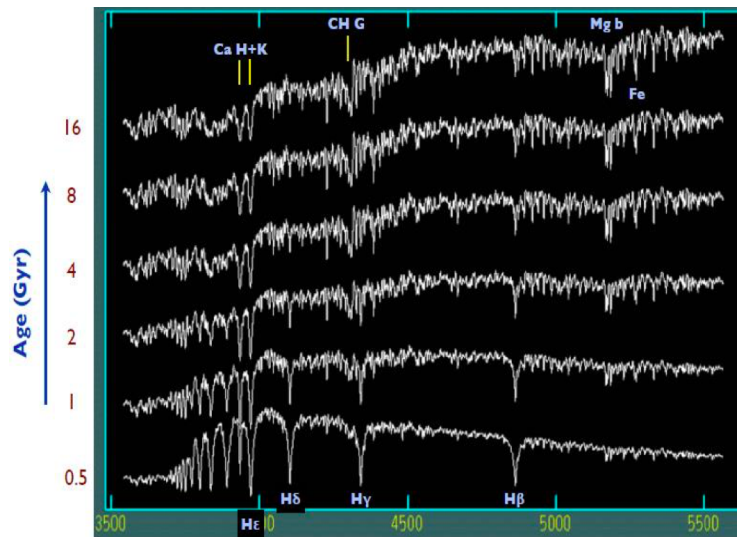


Figura A.1: Modello con Fe/H solare, Vazdekis et al. (2007) da libreria MILES

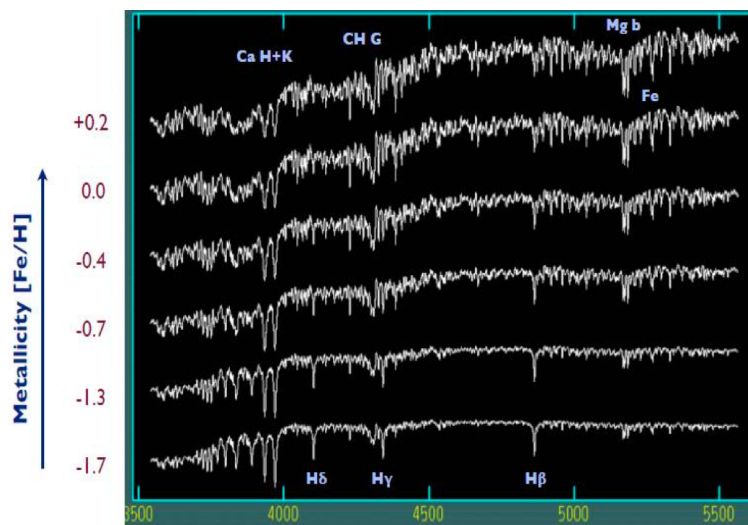


Figura A.2: Modello con età=10 Gyr, Vazdekis et al. (2007) da libreria MILES

Bibliografia

- [1] Karttunen H., Kröger P., Oja H., Poutanen M., Donner K. J., *Fundamental Astronomy*, Springer Berlin, Heidelberg, 1984
- [2] Tennyson J., *Astronomical Spectroscopy*, Imperial College Press, 2005
- [3] Cimatti A., Fraternali F., Nipoti C., *Introduction to Galaxy Formation and Evolution*, Cambridge University Press, 2019.
- [4] Ferraro F. R., *Dispense per il corso Astrofisica Stellare*, 2021.
- [5] Dallacasa D., *Dispense per il corso Processi di radiazione e MHD*, 2021.
- [6] Ravanini F., *Dispense per il corso Istituzioni di Fisica Teorica*, 2021.
- [7] Zaninetti L., *Guida alla relatività ristretta o speciale - Astronomia Doppler*, 2019, http://personalpages.to.infn.it/~zaninett/libri/libro7_latex/libro7_latexse14.html