1

El exponente de Hurst y la memoria de los precios en las acciones del sector de bienes de consumo frecuente del Índice S&P/BMV IPC

The Hurst Exponent and the Share Price Memory of the Frequent Consumer Goods Stock in the S&P/BMV IPC Index

http://doi.org/10.5281/zenodo.7415892

Recibido
2022/09/06
Aceptado
2022/10/15
Publicado
2022/12/05

ISSN electrónico
2631-2689
ISSN en línea
2953-6529

Arturo Morales Castro

Profesor-Investigador. Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Nacional Autónoma de México (México). amorales@fca.unam.mx. https://orcid.org/0000-0002-3159-5057

Pedro Enrique Lizola Margolis

Profesor-Investigador. Universidad Autónoma del Estado de México. plizolam@uaemex.mx. https://orcid.org/0000-0002-0101-9323

Hilda Esperanza Álvarez Tostado Ceballos

Profesor-Investigador-Estudiante del Doctorado en Ciencias Económico-Administrativas. Universidad Autónoma del Estado de México. healvarezt@uaemex.mx. https://orcid.org/0000-0002-0751-611X

Línea de investigación

Economía Financiera, Mercados Financieros, Econometría, Big Data y Minería de Datos, y Riesgos Financieros.

Referencia

Morales, A., Lizola, P., & Álvarez, H. (2022, diciembre). El exponente de Hurst y la memoria de los precios en las acciones del sector de bienes de consumo frecuente del Índice S&P/BMV IPC. *Un Espacio Para la Ciencia, 5*(1), 17-29.

Reference

Morales, A., Lizola, P., & Álvarez, H. (2022, December). The Hurst Exponent and the Share Price Memory of the Frequent Consumer Goods Stock in the S&P/BMV IPC Index. *Un Espacio Para la Ciencia, 5*(1), 17-29.

Citación en el texto / In-Text Citation

Morales et al. (2022)
(Morales et al., 2022)

Código JEL:
B4, C6, G14

Resumen

El presente trabajo tiene como finalidad estudiar la tendencia del comportamiento y la memoria de los precios de las acciones que conforman el índice S&P/BMV IPC de la bolsa mexicana de valores, así como el comportamiento de los rendimientos a través del tiempo, para esto se aplica la prueba Jarque-Bera como prueba de normalidad, la cual muestra no normalidad en los rendimientos generados por las emisoras, y principalmente el exponente de Hurst como medida de la memoria en los precios, con el cual, se concluye que 32 de 34 emisoras del índice muestran un comportamiento persistente, con un impulso o tendencia en la misma dirección y 6 de 8 emisoras del sector en estudio tiene el mismo comportamiento.

Palabras clave: Exponente de Hurst, Dimensión fractal, Movimiento browniano fraccional, Pruebas de normalidad, prueba Jarque–Bera.

Abstract

The purpose of this paper is to study the behavior trend and memory of the prices of the shares that make up the S&P/BMV IPC index of the Mexican stock market, as well as the behavior of returns over time, for this purpose applies the Jarque-Bera test as a normality test, which shows non-normality in the returns generated by the stations, and mainly the Hurst exponent as a measure of price memory, with which it is concluded that 32 of 34 stations of the index show a persistent behavior, with a momentum or trend in the same direction and 6 of 8 issuers in the sector under study have the same behavior.

Keywords: Hurst exponent, Fractal dimension, Fractional Brownian motion, Normality tests, Jarque–Bera test.

Introducción

Hoy en día, realizar pronósticos de series de tiempo es importante e incluso esencial en diversas áreas, ya que, existe una gran cantidad de aplicaciones donde es importante identificar la propiedad de persistencia en ellas, áreas como la ingeniería, energías renovables y no renovables, redes de computadoras y series de tiempo financieras son ejemplo de ellas.

Uno de los principales problemas a resolver al realizar dichos pronósticos consiste en encontrar el mejor método de pronóstico para una serie determinada, para ello se debe considerar que las series de tiempo poseen características específicas como tendencia, temporalidad, periodicidad, curtosis, sesgo y exponente de Hurst, este último, propuesto mediante técnicas de dimensión fractal, mide la complejidad de las series de tiempo (Ponce et al., 2019)

En la investigación se han encontrado diversas anomalías y áreas de oportunidad para el análisis de los comportamientos y tendencias de los mismos, ya que éstos, no cumplen con ciertos supuestos asociados al comportamiento que describe el paradigma de la Hipótesis de Mercados Eficientes (Efficient Market Hypothesis o EMH) propuesta por Eugene F. Fama (1970) por lo tanto, se puede decir que no son aplicables las metodologías tradicionales para su tratamiento y predicción, por lo cual, hacer estudios y proyecciones con dichos datos pueden derivar resultados erróneos o con algunos sesgos.

En este trabajo se examinan las tendencias de las series de rendimientos de las acciones con el cálculo del exponente de Hurst, aplicando la prueba de normalidad Jarque-Bera y verificando comportamiento no lineal, caótico y fractal en las series, esto con el fin de brindar a las instituciones o agentes dedicados a estudiar o realizar inversiones dentro de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) un modelo alternativo para analizar movimientos bruscos en los rendimientos de las acciones, permitiendo un análisis de las inversiones desde el punto de vista caótico y fractal.

El objetivo del análisis es evaluar el comportamiento y la tendencia en las series de rendimientos de las acciones del índice S&P/BMV IPC y del sector de bienes de consumo frecuente de acuerdo al exponente de Hurst.

La realización de esta investigación se justifica a través de cuatro puntos básicos:

a) La importancia del mercado bursátil en el desarrollo económico y financiero de nuestro país.
b) La importancia del mercado bursátil mexicano desde el punto de vista de sus participantes.
c) La importancia del sector de bienes de consumo frecuente.
d) La relevancia del análisis, valuación, predicción y descripción de los comportamientos de los rendimientos de las acciones de la BMV.

La relevancia de este trabajo es la inclusión del exponente de Hurst para analizar las tendencias en los comportamientos de los rendimientos de las acciones.

Para el estudio se considera como variable independiente el tiempo y como variables dependientes: los precios de las acciones de las emisoras del índice S&P/BMV IPC y el comportamiento de la serie de rendimientos históricos.

Estado del Arte

Según Elliot Hurst el exponente de Hurst es una medida estadística utilizada para estudiar las propiedades de escala en diversas series de tiempo, lo cual se refiere a los patrones en los precios de los activos financieros que se repiten en diferentes escalas de tiempo. El movimiento browniano, propuesto por Bachelier (1901, como se citó en Mandelbrot & Hudson, 2013) es uno de los modelos más populares para estudiar las propiedades de escala y ha sido desarrollado y modificado por varios investigadores como el movimiento browniano fraccional o movimiento de Lévy.

Hay diversas técnicas para estudiar las propiedades de escala, como el análisis de rango reescalado (análisis R/S); el análisis R/S modificado; el análisis de fluctuación sin tendencia (DFA), el exponente generalizado de Hurst, entre otros.

Con el análisis R/S es posible revelar la correlación a largo plazo en procesos aleatorios y distinguir las series temporales no correlacionadas de las correlacionadas. Sin embargo, si la serie de tiempo presenta memoria corta, heteroscedasticidad y comportamiento de múltiples escalas, el enfoque R/S original puede no ser suficiente y ser sensible a valores atípicos, dado que se calcula en función de máximos y mínimos. Por lo cual, surgen enfoques alternativos como: el análisis R/S modificado, con el cual es posible detectar la memoria a largo plazo en presencia de memoria a corto plazo; el exponente de Hurst generalizado explora las propiedades de escala y la dependencia en los datos.

La estructura de escala de los mercados es la cantidad en evolución de las diferentes etapas de desarrollo entre los mercados y la fluctuación general de las condiciones del mercado (Ponce et al., 2019).

Según Ponce et al. (2019) los períodos con un gran exponente de Hurst se pueden predecir con mayor precisión que aquellos con un valor de Hurst cercano a 0.5 (serie aleatoria), lo que implica que los mercados bursátiles no siempre son aleatorios; en algunos períodos, puede presentar un patrón de persistencia fuerte que es predecible. Cuando el valor de ese exponente es cercano a uno, significa que la serie es persistente y por lo tanto se considera que es posible realizar una buena predicción.

El exponente de Hurst como una medida fractal concluye que, dependiendo del valor de ese exponente, algunas series de tiempo tienen memoria infinita.

Esta geometría fractal es una parte matemática que ha sido relacionada principalmente con las ciencias naturales, en el modelado de tiempo meteorológico, en estudios de cursos fluviales, en análisis de las ondas cerebrales, en los temblores de tierra y para comprender la distribución de las galaxias. En la década de los 80´s dicha geometría fractal se implementó como la herramienta matemática esencial para la teoría del caos, estudio que comenzó tratando de explicar el orden en el caos de un remolino o un huracán y que ha sido cada vez más utilizado en diversas disciplinas y áreas como las estructuras artificiales, en la medición del tráfico en internet, comprimir ficheros informáticos, hacer películas, entre otros.

En finanzas la geometría fractal se ha utilizado para estudiar los mercados financieros y los sistemas económicos dado que afirma que los precios y rendimientos tienen estructura caótica, y podrían ser predichos a partir de modelos no lineales. La teoría del caos propuesta por Lorenz (1963, como se citó en Baines, 2008), Takens (1981) y Mandelbrot (1961) se ha implementado como alternativa para ajustar dicho comportamiento no lineal y la dependencia de largo plazo en las series temporales. Peters (1994) diseña la hipótesis de mercado fractal, afirmando que la información ingresa al mercado con base en el horizonte temporal de los inversores y la describe con ineficiencia, memoria de largo plazo, aleatoriedad local y determinismo global, lo cual permite hacer predicciones en el corto plazo. Bajo estos supuestos los estudios por encontrar indicios de comportamiento caótico en precios y rendimientos de activos financieros continúan y buscan confirmar la existencia de mercados fractales en lugar de mercados eficientes.

Según Mandelbrot (2006) los cambios de precios no son independientes, si no que tienen memoria, es decir, lo que sucede hoy puede influir en el futuro, si los precios experimentan oscilaciones intensas hoy, se puede proyectar que mañana oscilen con la misma intensidad, aunque las series de precios muestran diferentes grados de memoria; algunas fuerte y otras débil (las causas de ello son desconocidas) sin embargo con esto es posible hacer especulaciones sobre predicciones y así contradecir el modelo del paseo aleatorio.

Metodología

Con base al objetivo planteado, el presente trabajo se describe como de tipo cuantitativo, en consecuencia de la recolección de precios diarios de las acciones de las emisoras de la muestra, el análisis estadístico y aplicación de las metodologías en los mismos. Así mismo, se describe bajo un diseño no experimental, longitudinal, longitudinal con evolución de grupo, descriptiva y correlacional causal.

Para el cumplimiento de los objetivos se espera lograr con el desarrollo del trabajo un alcance significativo en el área de estudio, principalmente en la detección de anomalías y escenarios caóticos en los rendimientos bursátiles a través de la aplicación del exponente de Hurst dando paso a la realización de predicciones de tendencias de las series de tiempo estudiadas.

Con el servicio de información financiera Infosel, el estudio estadístico se realiza a partir de los rendimientos de las 34 emisoras que conforman el índice S&P/BMV IPC en el periodo enero de 2016 a diciembre de 2021, un total de 1509 precios diarios de cierre incluyendo, para efectos comparativos, las ocho emisoras del sector de bienes de consumo frecuente.

Para tal efecto se realizan una serie de estudios para el análisis de datos, entre otras la de Jarque-Bera para la prueba de normalidad a través de la cual se discute el cumplimiento, o no, de los supuestos de la distribución normal y ´para la detección de la tendencia de los rendimientos se utiliza el referido exponente de Hurst para el tema del caos.

Exponente de Hurst

El exponente de Hurst es el procedimiento estadístico más utilizado para el análisis de las series de tiempo en la investigación, este exponente fue instituido por Harold Edwin Hurst en 1951 y es utilizado para cuantificar la tendencia relativa de una serie de tiempo a regresar fuertemente a la media o tendencia de un grupo en una dirección (Kleinow, 2002, como se citó en López & Ramos, 2019; y Parisi et al., 2007), el resultado obtenido permite concluir si una serie temporal es persistente o no. Si se encuentra persistencia se dice que no hay ruido blanco, por lo que existe algún tipo de dependencia entre los datos, es decir, muestran un comportamiento browniano ordinario, o bien, hay memoria dentro de la serie de datos (Grimm & Schluechtermann, 2008; López & Ramos, 2019; Willinger et al., 1999).

Basado en el concepto del movimiento browniano simple, que refiere, que una partícula suspendida en un fluido que tenga un movimiento errático se mueve a razón de la raíz cuadrada del tiempo asociado (Einstein, 1956), Hurst realiza estudios meteorológicos del río Nilo y describe el comportamiento de las series de tiempo como se muestra en la ecuación (1).

$$\left(\frac{R}{S}\right) n = cn^{H} \qquad \textit{(Ecuación 1)}$$

Donde:

$\frac{R}{S}$ Corresponde a la notación utilizada para el estadístico reescalado.

c: Es una constante de proporcionalidad.

n: Es el número de datos considerados en el intervalo de tiempo estudiado.

H: Es el exponente de Hurst.

Siguiendo la metodología de Campos et al. (2020) para medir la intensidad de la tendencia de una serie que muestra un movimiento browniano, es necesario determinar el exponente de escalamiento del rango de los movimientos de los precios conforme cambia la escala.

Esto permite calcular el valor del exponente H con el procedimiento original de Hurst, que se describe a continuación:

1. Se realiza el análisis del logaritmo de los rendimientos (ecuación 2):

$$r_t = \frac{ln\ p_t}{ln\ p_{t-1}} \qquad \textit{(Ecuación 2)}$$

Donde:

r_t: Es el rendimiento de un día en el día.

p_t: Es el precio al tiempo t.

p_{t-1}: Es el precio del día anterior.

Suponiendo que una serie de tamaño N, se divide en V intervalos de longitud n tales que Vn = N. Cada intervalo de longitud n se denomina l_v de manera que lnp_t = 1,2, …, V. Cada elemento del intervalo se llama $N_{K,V}$ con k = 1,2, …, n, expresado en la ecuación (3).

2. La media m_v de los elementos de longitud n se calcula obteniendo v mediciones de la forma:

$$m_v = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} N_{K,V} \qquad \textit{(Ecuación 3)}$$

3. Para cada subintervalo l_v se calcula la desviación estándar muestral (ecuación 4):

$$S_{i,v} = \left(\sum_{k=1}^{n} (N_{K,V} - m_v)^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \textit{(Ecuación 4)}$$

4. Se calculan las desviaciones acumuladas para cada subintervalo (ecuación 5):

$$X_{k,v} = \sum_{i=1}^{n} (N_{t,v} - m_v)^2, \qquad k = 1,2,\ldots,n \qquad \textit{(Ecuación 5)}$$

5. El rango de cada subintervalo R_{lv} está dado por la diferencia entre el máximo y el mínimo de $X_{k,v}$ (ecuación 6):

$$R_{lv} = max(X_{k,v}) - min(X_{k,v}) \qquad \textit{(Ecuación 6)}$$

6. La ecuación (7) muestra el cociente del rango por la desviación $\left(\frac{R}{S}\right)$ estándar calculado para cada intervalo, posteriormente se realiza el promedio para cada intervalo:

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = \frac{1}{V}\sum_{v=1}^{V}\left(\frac{R_{l,v}}{S_{l,v}}\right) \qquad \textit{(Ecuación 7)}$$

7. Se aumenta la longitud del intervalo hasta el siguiente valor de manera que $\left(\frac{N}{n}\right) \in Z$. Se repite el proceso para todos los valores posibles de n.

8. Se hace una regresión con $log(n)$ como variable independiente y $\log\left(\frac{R}{S}\right)_n$ como variable dependiente, el exponente, de la regresión será el exponente H.

9. Los cálculos son desarrollados con los log-rendimientos diarios $r_t = \frac{ln\, p_t}{ln\, p_{t-1}}$ para el valor absoluto de los log-rendimientos $|r_t| = \left|\frac{ln\, p_t}{ln\, p_{t-1}}\right|$ y para el cuadrado de los log-rendimientos $r_t^2 = \left(\frac{ln\, p_t}{ln\, p_{t-1}}\right)^2$ encontrando el coeficiente R^2 de cada regresión.

Interpretación del Exponente de Hurst

Las características que se atribuyen a cada serie, dependiendo del valor del exponente de Hurst (H), se señalan en la Tabla 1. Se hace notar que conforme H es cercano a la unidad, las series son más persistentes, de forma que deben ser menos complejas.

Las series persistentes se consideran como fractales, dado que pueden ser descritas como un movimiento browniano fraccionario. En dichos movimientos hay correlación entre los eventos a diferentes escalas de tiempo. Los eventos no tienen la misma probabilidad de ocurrencia, por lo tanto, la dimensión fractal de la distribución de probabilidad será un número entre 1 y 2. La dimensión fractal F_D es el inverso de H.

Tabla 1

Interpretación de los valores del Exponente de Hurst

Intervalo	Descripción
0.0 < H < 0.5	Series anti persistentes. Indica un comportamiento anti-tendencia o con reversión a la media
H = 0.5	Series de caminata aleatoria, los eventos son aleatorios y no hay correlación. Indica movimiento Browniano
0.5 < H < 1.0	Series de tiempo persistentes. Indica un comportamiento de tendencia o impulso.
H = 1.0	Series deterministas
Otros valores	Es posible encontrar otros valores, pero no se han estudiado este tipo de series

Nota de la tabla: Tomado de Ponce et al. (2019, p. 817).

Prueba de Normalidad

El método elegido para comprobar normalidad en la distribución de los rendimientos diarios de las acciones del índice S&P/BMV IPC es el método de Jarque–Bera, que es una prueba asintótica o de muestras grandes. Para llevar a cabo esta prueba es necesario calcular, primeramente, la asimetría y la curtosis de la serie de datos analizados.

Curtosis, Asimetría y Prueba Jarque–Bera

Complementando el análisis del exponente de Hurst, se calculó la prueba de normalidad Jarque-Bera con la ecuación (8) propuesta por Calzada (2015).

$$JB = n\left(\frac{A^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right) \qquad \textit{(Ecuación 8)}$$

Donde:

n: Tamaño de la muestra.

A: Coeficiente de Asimetría.

K: Coeficiente de Curtosis.

Interpretación de la Curtosis, Asimetría y Prueba Jarque–Bera

Una serie normalmente distribuida muestra un estadístico Jarque-Bera de cero y para eso es necesario que el valor de la asimetría sea cero y la curtosis sea igual a tres.

Si el valor p calculado del estadístico Jarque-Bera es muy bajo y difiere notoriamente de cero, se rechaza la hipótesis de que los datos estén normalmente distribuidos y si el valor p de la distribución xi-cuadrada es lo suficientemente grande (lo cual ocurre cuando el valor del estadístico es muy cercano a cero) no es posible rechazar la suposición de normalidad (Calzada, 2015).

Resultados

Exponente de Hurst

Con el cálculo del exponente de Hurst aplicado al IPC y a las 34 emisoras que lo conforman se observaron los resultados mostrados en la Tabla 2.

En la Tabla 3 se muestran los resultados del cálculo del exponente de Hurst aplicado a las 8 emisoras muestra del sector de bienes de consumo frecuente y que forman parte del IPC.

En la Tabla 4 se muestran los resultados del cálculo de asimetría, curtosis y pruebas de normalidad.

Tabla 2

Resultados del Exponente de Hurst de todas las Emisoras del Índice S&P/BMV IPC

Índice	C. Hurst	Clasificación	Interpretación
IPC	0.565096	Persistente	
AC	0.652024	Persistente	
ALFA	0.681512	Persistente	
ALPEK	0.615031	Persistente	
ALSEA	0.667548	Persistente	
AMX	0.557610	Persistente	
ASUR	0.507963	Persistente	
BIMBO	0.541404	Persistente	Refuerza la tendencia (contrario a la reversión a la media).
BSMX	0.630952	Persistente	
CEMEX	0.617428	Persistente	
CUERVO	0.611005	Persistente	
ELEKTRA	0.570622	Persistente	
FEMSA	0.518258	Persistente	
GAP	0.562857	Persistente	
GCARSO	0.532657	Persistente	
GENTERA	0.502287	Persistente	

Tabla 2

Resultados del Exponente de Hurst de todas las Emisoras del Índice S&P/BMV IPC (Cont.).

Índice	C. Hurst	Clasificación	Interpretación
GFINBUR	0.450580	Anti-persistente	Tendencia de reversión a la media. Ruido rosa. Relajación y turbulencia.
GFNORTE	0.586359	Persistente	Refuerza la tendencia (contrario a la reversión a la media).
GMEXICO	0.621750	Persistente	
GRUMA	0.740183	Persistente	
KIMBER	0.407658	Anti-persistente	Tendencia de reversión a la media. Ruido rosa. Relajación y turbulencia.
KOF	0.570460	Persistente	Refuerza la tendencia (contrario a la reversión a la media).
LALA	0.582909	Persistente	
LAB	0.568436	Persistente	
LIVEPOL	0.766001	Persistente	
MEGA	0.575225	Persistente	
NEMAK	0.543340	Persistente	
OMA	0.576100	Persistente	
ORBIA	0.650259	Persistente	
PEÑOLES	0.596190	Persistente	
PINFRA	0.751527	Persistente	
RA	0.547138	Persistente	
TLEVISA	0.504260	Persistente	
VOLAR	0.636701	Persistente	
WALMEX	0.519705	Persistente	

Tabla 3

Resultados del Exponente de Hurst de las Emisoras Muestra del Sector de Bienes de Consumo Frecuente

Índice	C. Hurst	Interpretación
IPC	0.55728	Persistente
AC	0.55622	Persistente
BIMBO	0.50370	Persistente
FEMSA	0.44233	Anti-persistente
GRUMA	0.52771	Persistente
KIMBER	0.44968	Anti-persistente
KOF	0.61727	Persistente
LALA	0.57384	Persistente
WALMEX	0.51531	Persistente

Tabla 4

Resultados del Cálculo de Asimetría, Curtosis y Pruebas de Normalidad

	IPC	AC*	Bimbo A	Femsa UBD	Gruma B	Kimber A	Kofubl Mx	Lala B	Walmex*
(S) Asimetría	-0.5811	0.1988	0.3357	0.4655	0.1752	0.0495	-8.2862	0.1518	-0.2345
(K) Curtosis	4.5359	1.8228	5.2111	6.1195	2.6047	1.2859	173.8256	3.3257	2.2185
Jarque-Bera	1378.5807	218.8510	1735.7741	2409.0216	434.3096	104.5754	1917058.4189	701.2108	323.2879
P	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Decisión	No normal	No normal	No normal	No normal	No normal	No normal	No normal	No normal	No normal

Discusión

Al evaluar el índice S&P/BMV IPC y las 34 emisoras, 32 de ellas más el IPC muestran un comportamiento persistente, contario con la reversión a la media, reforzando su tendencia, lo cual quiere decir que los precios muestran un cierto impulso o tienen una tendencia en la misma dirección, como se muestra en la Tabla 2. La lenta difusión de nueva información es la principal causa de ello. El precio se empuja en la misma dirección a medida que más personas compran o venden una acción cuando se anuncian ciertas noticias como las ganancias trimestrales, por ejemplo. Estas series pueden describirse como fractales, dado que pueden ser descritas como un movimiento browniano fraccionario.

Por el contrario, GFINBUR Y KIMBER muestran un comportamiento anti-persistente o bien con reversión a la media, la cual supone, que los precios de los activos se revertirán a un precio de referencia (normalmente el precio medio), por lo que, si el precio es actualmente alto, se espera que disminuya (revierta a la media) y viceversa.

Respecto al cálculo del exponente de Hurst de las emisoras muestra del sector de bienes de consumo frecuente, en la Tabla 3 se observa que seis emisoras muestran un comportamiento persistente, a diferencia de FEMSA y KIMBER con un comportamiento antipersistente.

Conclusiones

Numerosas investigaciones revelan que los precios de las acciones se asemejan al paseo aleatorio, lo que dificulta su modelado. Sin embargo, bajo algunas condiciones especiales y dependiendo del horizonte temporal, los precios de las acciones pueden exhibir cierto grado de tendencia y reversión a la media.

Los rendimientos logarítmicos, asimetría, curtosis y la prueba de normalidad Jarque-Bera de la serie de precios contribuyen a lograr el objetivo de validar la normalidad y comportamiento de las series de tiempo, llegando a la conclusión de no normalidad en los rendimientos generados por las emisoras, resultados que se muestran en la Tabla 4.

En línea con Calzada (2015), los resultados de esta investigación coinciden con la metodología utilizada del exponente de Hurst y la prueba de normalidad Jarque-Bera, y en cuanto a los resultados, aun cuando se aplica a mercados financieros distintos, se confirma que los rendimientos diarios de las acciones no están distribuidos de manera normal, al igual que los rendimientos del tipo de cambio peso/dólar, rechazando la presencia de un comportamiento similar al movimiento *browniano* simple en los rendimientos, es decir se comportan de manera persistente (no de manera aleatoria) lo cual da pauta a un estudio de movimiento *browniano* fractal.

López y Ramos (2019) en su estudio aplican el exponente de Hurst para verificar el comportamiento fractal en el mercado de valores, con la finalidad de probar la aplicación de la hipótesis del mercado fractal, en oposición de la hipótesis tradicional del mercado eficiente, afirmando los resultados de esta investigación, los autores mencionan que con el uso correcto del exponente de Hurst es posible conocer la tendencia que sigue un valor dado y controlar este coeficiente sería de gran ayuda para realizar predicciones basadas en la detección de cambios de tendencia o bien su continuación, y con ello conseguir rentabilidades significativas.

De igual manera, Parisi et al. (2007) comparan diversos índices bursátiles americanos bajo distintas metodologías entre ellas el exponente de Hurst para el índice S&P/BMV IPC, siendo sus resultados coincidentes con los obtenidos en esta investigación, concluyendo, a partir de las pruebas de aleatoriedad correspondientes, que el índice de referencia muestra un comportamiento caótico lo cual implica que el mercado tiene cierto grado de memoria. Por tanto, es pertinente utilizar técnicas para predecir el comportamiento de los rendimientos accionarios.

Finalmente, en relación al método del algoritmo k-means para evaluar la efectividad del exponente de Hurst para medir la persistencia de las series, Ponce et al. (2019) concluyen que dicho exponente es una medida adecuada para la mayoría de las series de tiempo utilizando el método (R/S) clásico. Por esta razón se tomó como base para el análisis de las series de tiempo de rendimientos, coincidiendo con sus aportaciones en el siguiente sentido: al analizar una serie de tiempo, si esta tiene un valor de Hurst cercano a cero se puede considerar de baja persistencia y por el contrario, conforme el valor de Hurst crece, aproximándose a la unidad, la serie muestra mayor persistencia.

Referencias

Bachelier, L. (1901). Théorie mathématique du jeu. *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, 3*(18), 143–210. https://bit.ly/3x9oEom

Baines, P. G. (2008). Lorenz, E.N. 1963: Deterministic nonperiodic flow. Journal of the Atmospheric Sciences 20, 130–41.1. *Progress* *in Physical Geography: Earth and Environment, 32*(4), 475–480. https://bit.ly/3TUgqu1

Calzada, F. (2015). *El exponente de Hurst y su utilización en los mercados financieros. Una aplicación al Tipo de Cambio en México* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.

Einstein, A. (1956). *Investigations on the Theory of Brownian Movement*. Dover.

Fama, E. (1970, May). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association*, New York, December, 28-30, *25*(2). 383-417. https://doi.org/b3kfdr

Grimm, C., & Schlüchtermann, G. (2008). *IP-Traffic Theory and Performance* (*Signals and Communication Technology)*. Springer.

López, M., & Ramos, J. (2019). Different methodologies and uses of the Hurst exponent in econophysics. *Estudios de Economía Aplicada, 37*(2), 96-108. https://bit.ly/3qpe0G6

Mandelbrot, B. (1961, October). Stable Paretian random functions and the multiplicative variation of income. *Econometrica, 29*(4), 517–543. https://doi.org/b5hqkk

Mandelbrot, B., & Hudson, R. (2013). *Fractales y finanzas. Una aproximación matemática a los mercados: arriesgar, perder y ganar*. Tusquests Editores.

Millán, G. (2021). *Estimación del Exponente de Hurst en Flujos de Tráfico Autosimilares* [Artículo en línea]. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Santiago de Chile. https://bit.ly/3BsxsIE

Parisi, F., Espinosa, C. y Parisi, A. (2007). Pruebas de comportamiento caótico en índices bursátiles americanos. *El trimestre económico,* 74(296), 907-927. https://doi.org/jbtf

Peters, E. (1994). *Fractal Market Analysis*. Wiley Finance Editions.

Ponce, M., Frausto, J., Castilla, G., González, J., Pérez, J., & Terán J. (2019, May). Hurts Exponent with ARIMA and Simple Exponential Smoothing for Measuring Persistency of M3-Competition Series. *IEEE Latin America Transactions*, *17*(5), 815-822. https://bit.ly/3d1iLCO

Takens, F. (1981). Detecting strange atractors in turbulence. In D. Rand, & L. S. Young (Eds.)*, Lecture Notes in Mathematics, 898*, 366-381.

Willinger, W., Taqqu, S., & Teverovsky, V. (1999, January). Stock Market Prices and Long-Range Dependence. *Finance and Stochastics, 3*, 1-13. https://doi.org/djgzrq