



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-7-88-94>

Оригинальная статья  
Original paper

УДК 004.383:621.391

## СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ УОЛША

А. А. БУДЬКО, Т. Н. ДВОРНИКОВА, Е. А. МИСУЛИН, Р. Ю. СНАПКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)*

*Поступила в редакцию 19.03.2022*

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

**Аннотация.** В настоящее время для передачи и хранения изображений необходимо их сжатие. В статье предлагается алгоритм гибридного сжатия, применяемый как для цветных, так и для черно-белых изображений. Он включает в себя дискретное вейвлет-преобразование и преобразование Уолша, которое используется для квантования. Коэффициенты преобразования Уолша квантуются и подвергаются арифметическому кодированию. На выходе объединенные данные находятся в сжатой форме и могут храниться на любом устройстве либо быть переданы через любую доступную сеть за самое короткое время. Сжатое изображение декодируется, и происходит декомпрессия исходного изображения с помощью операции обратного преобразования.

**Ключевые слова:** преобразование Уолша, сжатие изображений без потерь, вейвлет-преобразование.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Будько А. А., Дворникова Т. Н., Мисулин Е. А., Снапко Р. Ю. Сжатие изображений с использованием функций Уолша. Доклады БГУИР. 2022. 20 (7). С. 88–94.

## IMAGE COMPRESSION USING WALSH FUNCTIONS

ANATOLI A. BUDZKO, TATYANA N. DVORNIKOVA, EGOR A. MISULIN,  
ROMAN U. SNAPKO

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 19.03.2022*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

**Abstract.** Currently, image transfer and storage require compression. In this article, the hybrid compression algorithm is used for color/black and white images. It includes the discrete wavelet transformation and the Walsh transformation that is used for quantization. The Walsh transform coefficients are quantized and arithmetically encoded. At the output, the combined data is compressed and can be stored on any device or transmitted over any available network in the shortest time. The compressed image is decoded and the original image is decompressed using the inverse conversion operation.

**Keywords:** Walsh transform, lossless image compression, wavelet transform.

**Conflict of interests.** The authors declare no conflict of interests.

**For citation.** Budzko A. A., Dvornikova T. N., Misulin E. A., Snapko R. U. Image Compression Using Walsh Functions. Doklady BGUIR. 2022. 20 (7), 88–94.

## Введение

Для человека потребность в получении информации является постоянной. Например, в доисторическом периоде знания о ядовитых растениях, об опасных зверях и т. п. были залогом выживания для отдельного человека. Информация о том, как добывать себе еду, воду, обустраивать свое жилище и т. д., – жизненно важна. Без изобретения способов передачи и обмена информацией человечество было бы обречено на вымирание. В современном мире люди располагают богатыми возможностями для создания, хранения и передачи информации. Понятия, виды, свойства информации и объем информационных ресурсов в любой области деятельности человека растут огромными темпами. Массивы передаваемой информации увеличиваются непрерывно – начиная от бытовых разговоров и заканчивая информационным потоком в интернете. Рост объема информации обусловлен усложнением всех сфер жизнедеятельности современного общества, а определяющими факторами являются развитие технологий и научный прогресс.

В условиях, когда информацию нужно передать в ограниченное время, необходимы специальные меры для увеличения пропускной способности канала связи. Известно, что информационная емкость канала оценивается выражением

$$V_k = \tau_k \Delta f_k \ln \left( \frac{P_c}{P_{ш}} \right), \quad (1)$$

где  $\tau_k$  – интервал времени, в течение которого принимается сигнал;  $\Delta f_k$  – полоса пропускания канала;  $P_c, P_{ш}$  – мощность сигнала и шума в канале.

При заданном отношении сигнал/шум и малых фиксированных значениях  $\tau_k$  и  $\Delta f_k$  резервом увеличения объема передаваемой информации является исключение синхронизации, т. е. использование той части сигнала, которая указывает начало кода для передачи информации. В статье для квантования предлагается применять преобразования Уолша.

## Функции Уолша

Функции Уолша [1] – это семейство функций, образующих ортогональную систему и принимающих значения только +1 и –1 на всей области определения; образованы они из функций Радемахера. Обработка – одно из основных достоинств преобразований в базе Уолша, однако для формирования таких функций нужны специальные генераторы. Сегодня существует большое количество схем генераторов функций Уолша. Один из возможных вариантов схемы генератора первых восьми функций представлен на рис. 1.

Алгоритм формирования функций Уолша [2] в этом генераторе основан на перемножении функций Радемахера  $r_1(\theta)$ ,  $r_2(\theta)$  и  $r_3(\theta)$ . Функция  $r_3(\theta)$  типа меандр вырабатывается непосредственно задающим генератором и имеет максимальную частоту для используемого набора базисных функций. Функции  $r_2(\theta)$  и  $r_1(\theta)$  получаются при помощи триггеров со счетным входом путем деления частоты входного сигнала на 2. Для получения остальных функций Уолша в качестве умножителей используются сумматоры по модулю 2 с инверсными выходами. Следует отметить, что на выходе триггеров и схем сложения по модулю 2 напряжение имеет два уровня – 0 и 1, в то время как функции Уолша по определению имеют уровни –1 и +1. Преобразование уровней осуществляют операционные усилители, которые сравнивают входной сигнал с напряжением смещения  $E_{см} = 1/2$ .

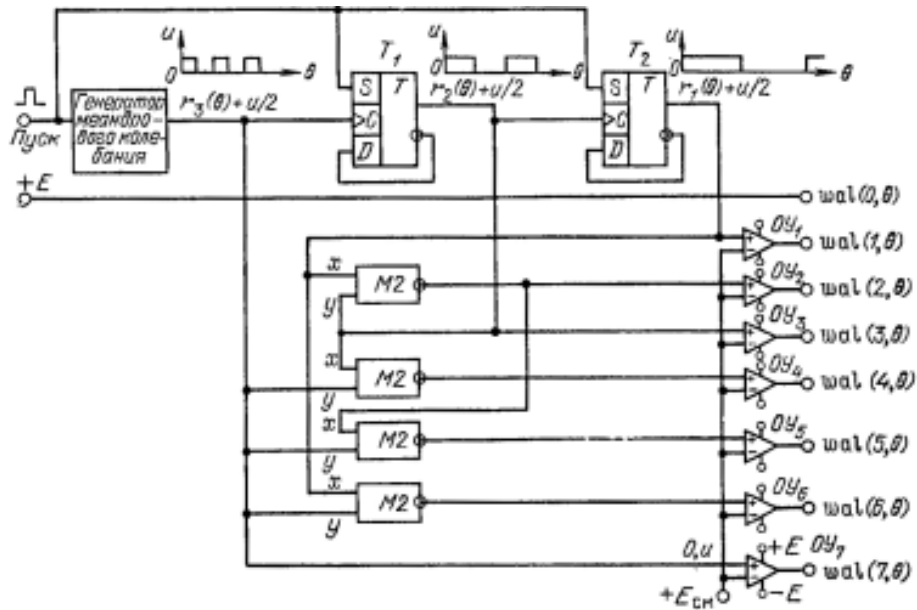


Рис. 1. Генератор первых восьми функций Уолша  
Fig. 1. Generator of the first eight Walsh functions

Преобразование Уолша преобразует сигнал на набор прямоугольных или квадратных сигналов (рис. 2).

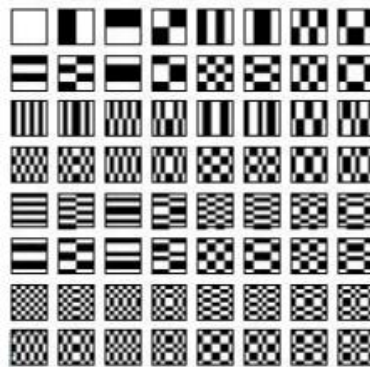


Рис. 2. Базис Уолша для изображений 8x8  
Fig. 2. Walsh basis for 8x8 images

Преобразование Уолша для двумерных сигналов выглядит следующим образом:

$$T(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{M-1} f(u, v) \left[ \prod_{i=0}^{m-1} (-1)^{(d_i(u)d_{m-1-i}(x) + d_i(v)d_{m-1-i}(y))} \right]. \quad (2)$$

Обратное преобразование Уолша определяется по формуле

$$f(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{M-1} T(x, y) \left[ \prod_{i=0}^{m-1} (-1)^{(d_i(u)d_{m-1-i}(x) + d_i(v)d_{m-1-i}(y))} \right]. \quad (3)$$

### Вейвлет-преобразование Хаара

Преобразование вейвлетов [3] разлагает сигнал на набор основных функций, называемых вейвлетами. Вейвлет-преобразование представляет собой преобразование частоты времени, вычисляет скользящие средние значения и разности посредством скалярных произведений с масштабирующими сигналами и вейвлетами. Вейвлеты не определены с точки зрения масштабирования и функций вейвлета. Вейвлет имеет сбалансированные частотные

характеристики. Вейвлеты используют перекрывающиеся окна, поэтому спектр высокочастотного коэффициента отражает все высокочастотные изменения (рис. 3). Арифметическое кодирование используется для сжатия данных без потерь. Его также называют энтропийным кодированием. Арифметическое кодирование дает почти оптимальный результат для заданного набора символов, одно из его преимуществ – адаптация. Оно преобразует поток данных в диапазон чисел с плавающей запятой (0, 1). Это также обеспечивает лучшее сжатие, поскольку всё сообщение кодируется как новый символ, а не как отдельные символы. Вейвлет Хаара является простейшим типом вейвлет-преобразования и служит моделью для других вейвлет-преобразований, обеспечивая эффективное сжатие сигналов и изображений (рис. 4).

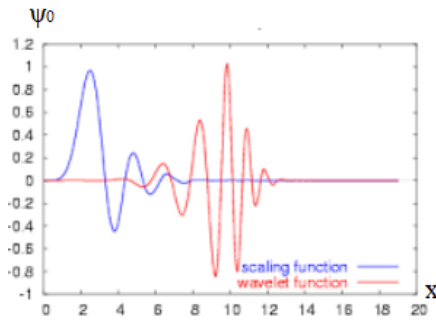


Рис. 3. Функция 2D вейвлета  
Fig. 3. 2D Wavelet function

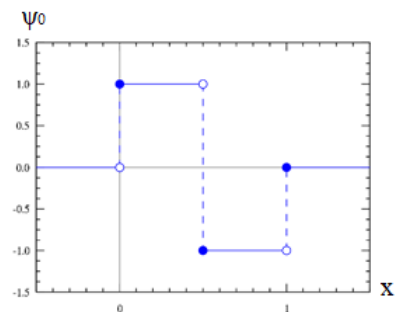


Рис. 4. Вейвлет-преобразование Хаара  
Fig. 4. Haar wavelet transform

### Сжатие изображений

Сжатие изображений [4] – это наука, которая занимается уменьшением количества бит, необходимых для хранения, передачи и восстановления изображений без потери информации. Техника сжатия без потерь используется для сжатия и распаковки изображения. Сжатое изображение может быть передано через облачную сеть на стороне получателя, и изображение может быть реконструировано. Блок-схема предлагаемого алгоритма представлена на рис. 5, двухуровневая декомпозиция DWT – на рис. 6.

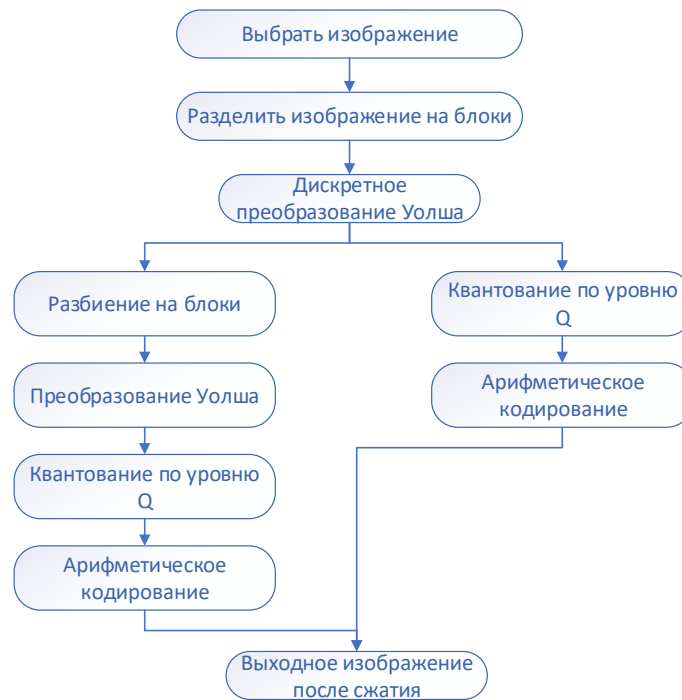


Рис. 5. Блок-схема алгоритма сжатия  
Fig. 5. Block diagram of the proposed algorithm



**Рис. 6.** Двухуровневая декомпозиция DWT  
**Fig. 6.** Two-level decomposition of DWT

Эффективность предлагаемого алгоритма подтверждается с точки зрения показателей производительности, таких как отношение пикового значения к сигналу и шуму (PSNR), среднеквадратическая ошибка (MSE) и коэффициент сжатия (CR). Входные изображения из наборов данных показаны на рис. 7, после сжатия файл будет с расширением .wwt. На стороне приемника применяются обратные преобразования для получения реконструированного изображения (рис. 8).



**Рис 7.** Входное изображение  
**Fig. 7.** Input image



**Рис. 8.** Реконструированное изображение  
**Fig. 8.** Reconstructed images

PSNR [5] отражает качество реконструированного изображения и указывает на эффективность алгоритма сжатия. Среднеквадратическая ошибка MSE представляет собой среднее значение ошибки между реальным изображением  $I$  и сжатым изображением  $I'$

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n (I(x, y) - I'(x, y))^2. \quad (4)$$

Пиковое отношение сигнал/шум PSNR используется для измерения качества между исходным и сжатым изображениями. Высокое значение PSNR дает лучшее качество сжатого и реконструированного изображений. PSNR обычно выражается формулой

$$PSNR = 20 \log_{10} \left( \frac{255}{\sqrt{MSE}} \right). \quad (5)$$

Коэффициент сжатия можно определить как отношение размера исходного изображения к размеру сжатого изображения

$$K = \frac{N_{ис}}{N_{сж}}. \quad (6)$$

**Таблица 1.** Матрица производительности для различных вейвлетов  
**Table 1.** Performance matrix for different wavelets

Входное изображение	Отношение сигнал/шум PSNR	Среднеквадратическое отклонение MSE	$T_{сж}$	$T_p$	Коэффициент сжатия $K$
<b>db3</b>					
1	48,474987	3,72	7,677057	10,637286	51,32578
2	47,636765	4,39	7,793296	10,553187	47,42396
3	49,512393	2,93	7,220063	10,377102	55,23157
4	48,952306	3,34	7,817294	10,865413	49,97539
5	47,940439	4,21	7,995294	10,950095	47,12561
6	45,629887	4,38	6,365905	8,198367	38,85647

Окончание таблицы 1 / End of Table 1

haar					
1	47,42677	4,74	7,162271	10,23863	54,13286
2	46,94007	5,30	7,581140	10,39107	50,97951
3	48,24472	3,93	6,926179	9,885088	59,79658
4	47,81663	4,33	7,422946	10,30475	52,48647
5	47,37572	4,80	7,536443	10,31744	51,89783
6	43,57184	7,03	5,811217	7,750165	39,25239
coif3					
1	48,99345	3,31	7,896789	11,26030	53,18951
2	48,03012	4,13	7,909564	11,13821	50,20183
3	49,70579	2,81	7,405461	11,05338	58,76425
4	49,40175	3,01	7,988354	11,30202	53,37582
5	48,27024	3,90	8,155997	11,57530	50,09869
6	44,86736	5,22	6,785390	8,942609	34,75683
sym3					
1	48,47499	3,72	7,658239	10,72807	51,15623
2	47,76368	4,39	7,815626	10,55944	47,16854
3	49,51239	2,93	7,620959	10,52366	54,99863
4	48,95231	3,34	7,926224	10,85511	50,08605
5	47,94044	4,21	8,008160	10,86697	47,38945
6	45,62989	4,38	6,184347	8,135875	38,67824

На рис. 9 показан сравнительный анализ коэффициента сжатия для вейвлетов db3, haar, coif3, sym3. Из рисунка видно, что вейвлет-преобразование Хаара обеспечивает лучшее сжатие.

В табл. 1 приведены матрицы производительности для вейвлетов db3, haar, coif3, sym3;  $T_{сж}$ ,  $T_p$  – прошедшее время сжатия и распаковки изображений.

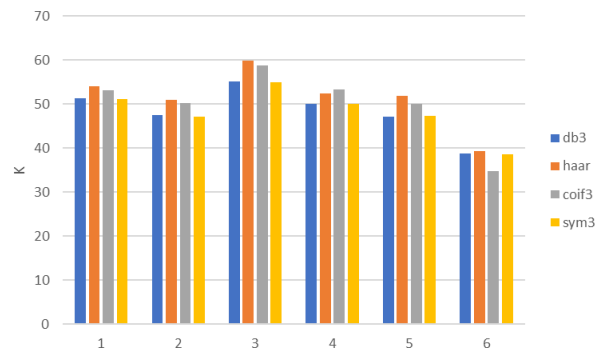


Рис. 9. Производительность коэффициента сжатия для различных вейвлетов  
Fig. 9. Performance plot for compression ratio

## Заключение

В статье предложен гибридный алгоритм сжатия для различного вида изображений. Вейвлет-преобразование, преобразование Уолша и арифметическое кодирование используются в совокупности для получения наилучших результатов, таких как сжатие не менее чем в 39 раз, без потерь качества при декодировании. Оценка производительности проведена по соотношению сигнал/шум, среднеквадратическому отклонению и степени сжатия. Качество восстановленного изображения соответствовало качеству исходного. Предложенный алгоритм может быть использован во многих сферах, поскольку передача изображений стала неотъемлемой частью нашей повседневной жизни.

## Список литературы

1. Гоноровский, И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. М.: Радио и связь, 1986.
2. Трахтман, А. М. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах / А. М. Трахтман, В. А. Трахтман. М.: Советское радио, 1975. 208 с.

3. Теория кодирования / Т. Касами [и др.], пер. с япон. А. В. Кузнецова. М.: Мир, 2006. 571 с.
4. Лосев, В. В. Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов / В. В. Лосев, Е. Б. Бродская, В. И. Коржик. М.: Радио и связь, 1988.
5. Харкевич, А. А. Спектры и анализ / А. А. Харкевич. М.: Физмат, 1962.

### References

1. Gonorovsky I. S. (1986) *Radio Engineering Circuits and Signals*. Moscow: Radio and Communication Publ. (in Russian).
2. Trakhtman A. M., Trakhtman V. A. (1975) *Fundamentals of the Theory of Discrete Signals at Finite Intervals*. Moscow, Soviet Radio Publ. 208 (in Russian).
3. Kasami T., Tokura N., Iwadari E., Inagaki Ya. (2006) *Coding Theory*. Transl. from Japan A. V. Kuznetsov. Moscow, Mir Publ. 571 (in Russian).
4. Losev V. V., Brodskaya E. B., Korzhik V. I. (1988) *Search and Decoding of Complex Discrete Signals*. Moscow, Radio and Communications Publ. (in Russian).
5. Kharkevich A. A. (1962) *Spectra and Analysis*. Moscow, Fizmat (in Russian).

### Вклад авторов

Будько А. А. осуществил постановку задачи создания метода сжатия изображений.  
Дворникова Т. Н. предложила использование функций Уолша для сжатия изображений.  
Мисулин Е. А. предложил алгоритм сжатия изображений без потерь с использованием функций Уолша.  
Снапко Р. Ю. предложил алгоритм восстановления сжатого изображения без потерь с использованием функций Уолша.

### Authors' contribution

Budzko A. A. carried out the task of creating an image compression method.  
Dvornikova T. N. proposed using of Walsh functions for image compression.  
Misulin E. A. proposed an algorithm of lossless image compression using Walsh functions.  
Snapko R. U. proposed an algorithm for lossless restoring of compressed image using Walsh functions.

### Сведения об авторах

**Будько А. А.**, к.т.н., доцент кафедры Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

**Дворникова Т. Н.**, магистр технических наук, старший преподаватель кафедры Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

**Мисулин Е. А.**, студент Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

**Снапко Р. Ю.**, студент Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

### Information about the authors

**Budzko A. A.**, Cand. of Sci., Associate Professor at the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

**Dvornikova T. N.**, M.Sci., Senior Lecturer at the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

**Misulin E. A.**, Student at the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

**Snapko R. U.**, Student at the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

### Адрес для корреспонденции

220094, Республика Беларусь,  
г. Минск, просп. Рокоссовского, 18/1, кв. 387  
Тел. +375 33 632-79-83  
E-mail: m1sulin@yandex.by  
Снапко Роман Юрьевич

### Address for correspondence

220094, Republic of Belarus,  
Minsk, Rokossovsky Ave., 18/1, fl. 387  
Tel. +375 33 632-79-83  
E-mail: m1sulin@yandex.by  
Snapko Roman Ur'evich