REEMA
Revista de Educação Matemática da UEG

SEQUÊNCIA DE FIBONACCI NO ENSINO DA MATEMÁTICA

FIBONACCI SEQUENCE IN MATH TEACHING

Rosane da Silva Rocha[1]

Rodrigo Bastos Daude[2]

Resumo

Esse artigo tem como base um Trabalho de Conclusão de Curso que teve como objetivo o estudo da Sequência de Fibonacci, desde seu contexto histórico para entender seu desenvolvimento, até suas aplicações para melhor entendimento. Além disso, estudar a possível relação com o retângulo de ouro e a proporção áurea, que foi inicialmente o problema a ser resolvido durante a pesquisa, e se haveria a possibilidade dessa sequência ser abordada em sala de aula. Foi uma pesquisa bibliográfica, qualitativa e com análise de conteúdo. A Sequência de Fibonacci surgiu por meio de um problema matemático sobre reprodução de coelhos, possui variadas aplicações em áreas diferentes de conhecimento como arquitetura, economia, zoologia, além de ter aplicações que podem ser feitas em sala de aula para despertar o interesse do aluno em diferentes conteúdos. No presente artigo será usado como principais referenciais teóricos, Koshy (2018), Zahn (2011) e Biembengut (1996). Porém serão usados outros que complementarão o texto para seu melhor desenvolvimento.

Palavras chave: Sequência de Fibonacci; Número de Ouro; Aplicações;

Abstract

This article is based on a Course Conclusion Work that aimed to study the Fibonacci Sequence, from its historical context to understand its development, to its applications for better understanding. Furthermore, to study the possible relationship with the golden rectangle and the golden ratio, which was initially the problem to be solved during the research, and if there would be a possibility for this sequence to be approached in the

[1] Licenciada em matemática pela Universidade Estadual de Goiás – Campus Cora Coralina – Sede Goiás.

[2] Docente do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Goiás – Campus Cora Coralina – Sede Goiás.

classroom. It was a bibliographical research, qualitative and with content analysis. The Fibonacci Sequence arose from a mathematical problem about rabbit reproduction, it has several applications in different areas of knowledge such as architecture, economics, zoology, in addition to having very interesting applications that can be made in the classroom to arouse student interest in different contents. In this article, Koshy (2018), Zahn (2011) and Biembengut (1996) will be used as the main theoretical references. However, others will be used that will complement the text for its better development.

Keywords: Fibonacci Sequence; Gold Number; Applications;

Introdução

A matemática não é uma ciência de fácil entendimento, se não bem explicada pode ficar mais complexa para quem não tem afinidade com os números. Além disso, a matriz curricular é extensa e os professores ficam sobrecarregados para tentar suprir a necessidade que o Estado tem de pensar em quantidade e não qualidade. Ademais que prender a atenção do aluno por determinado tempo não é fácil, pois sua concentração depende de seu interesse pelo conteúdo aplicado, e da maneira que é aplicado.

Pensando nisto, este trabalho tem por objetivo mostrar que a Sequência de Fibonacci não sendo um assunto de fácil entendimento, é possível ser aplicada dentro de uma sala de aula, despertando a atenção do aluno e facilitando a aprendizagem.

O presente artigo é um estudo de livros que falam sobre a Sequência de Fibonacci, com opiniões iguais ou não analisadas e expostas da melhor maneira para o melhor entendimento. Assim, pode-se afirmar que esse é um trabalho qualitativo, bibliográfico, com análise de conteúdo.

O ser humano evolui de acordo com sua necessidade de mudança. E de acordo com que sua evolução sucede o meio em sua volta evolui também, e é assim que acontece as invenções e inovações. A história dos números não poderia ter ocorrida de maneira diferente, Segundo Eves (2004), a matemática básica foi desenvolvida pelo aumento de produção dada pela agricultura, pois com o aumento da população houve um crescimento considerável na produção e consequentemente o aumento de riquezas.

> O desenvolvimento do conceito de número, apesar de ter sido impulsionado por necessidades concretas, implica um tipo de abstração. Quando dizemos "abstrato" é necessário tornar preciso o significado desse termo, pois a dicotomia entre concreto e abstrato, evocada frequentemente em relação à ideia de número, dificulta a compreensão do que está em jogo. Contar é concreto, mas usar um mesmo número para expressar quantidades iguais de coisas distintas é um procedimento abstrato. A matemática antiga não era puramente empírica nem envolvia somente problemas práticos. Ela evoluiu pelo aprimoramento de suas técnicas, que permitem ou não que certos problemas sejam expressos. Afinal, uma sociedade só se põe as questões que ela tem meios para resolver, ou ao menos enunciar. As técnicas, no entanto, estão intimamente relacionadas ao desenvolvimento da matemática e não podem ser consideradas nem concretas nem abstratas. (ROQUE, 2012, p. 28).

Ainda segundo Eves (2004), as civilizações antigas se aglomeravam pertos dos rios para facilitar a produção de alimentos e criação de animais. Com o tempo, com a necessidade aumentando foi surgindo a geometria, para o cálculo de área da terra. Percebe-se aí, que a matemática surge para ajudar o ser humano no dia a dia. Roque (2012), salienta que o surgimento dos números não pode ser comprovado, por não ter nenhum tipo de prova escrita.

Roque (2012), fala que o crescimento da população na antiga Mesopotâmia, desenvolveu o que se conhece hoje por cidades, e para facilitar a vida em sociedade

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

foram surgindo as escritas. Os Sumérios usavam as argilas para marcar suas riquezas, um modo de controlar a quantidade de bens que tinham. Já os egípcios, por sua vez, escreviam em papiros, que não eram escritos por qualquer pessoa, apenas os escribas eram autorizados. Esses papiros eram escritos na intenção de facilitar a vida da população futuramente. O mais conhecido é o Papiro Rhind que contia a matemática que conheciam naquela época.

Assim, com o aumento de riquezas e de população, houve a necessidade de evolução da escrita, foram aos poucos agrupados e sistematizados, transformando aquilo que tinham (números), em sequências. Moura e Ponossian (2012), falam que o surgimento do calendário, se deu pela observação que os egípcios faziam das enchentes do Rio Nilo. Isso foi possível, pelo seguimento de um padrão. Segundo Júnior (2017, p. 3), esses padrões matemáticos ocorrem de forma banal, "por exemplo, nas estações do ano, [...], nas placas dos veículos". Esses padrões numéricos são considerados progressões. Ainda de acordo com Júnior (2017), a criação do calendário, é o princípio da história das progressões.

As sequências numéricas não surgem do nada, elas seguem uma lei de formação para existirem, e por meio dessa lei um termo da sequência depende do outro, e também por meio dessa lei pode-se perceber se uma sequência é finita ou não. Um exemplo, é a sequência de números pares, que tem como lei de formação 2n e os números ímpares 2n+1.

Uma sequência que chama a atenção de matemáticos e cientistas até nos dias atuais, que teve seu surgimento por meio de um problema hipotético de reprodução de coelhos, conhecida como Sequência de Fibonacci. Essa sequência numérica tem uma peculiaridade, existem propriedades nela que intrigam cientistas de todo

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

mundo. Além de suas aplicações que podem ser vistas na natureza na arte e entre outras áreas de conhecimento.

Sequência de Fibonacci

O criador da Sequência de Fibonacci, segundo Zanh (2011), é um italiano chamado Leonardo de Pisa, nascido por volta de 1170. Por seu pai ser diretamente ligado ao comércio, foi convidado a trabalhar na Alfandega na África, o que acarretou o início dos estudos de Leonardo com professores islâmicos. Isso despertou seu interesse pelos números. Com esses professores Leonardo aprendeu o sistema de numeração hindu-arábico que pouco era conhecido naquela época.

De acordo com Koshy (2018), quando Leonardo de Pisa voltou à Europa em 1202, escreveu o um livro, o "Liber Abacci" que falava do sistema de numeração hindu-arábico, que foi uma revelação naquela época, pois ainda era usado o sistema de numeração romana. Ainda de acordo com Koshy (2018), foi Édouard Lucas que nomeou a sequência numérica como Sequência de Fibonacci. E Leonardo de Pisa passou a ser conhecido pelo nome que foi recebido a sua sequência Leonardo Fibonacci.

Conforme Koshy (2018), Fibonacci (como será mencionado Leonardo de Pisa de agora em diante), ficou famoso pela sequência que leva seu nome, mas não deveria ter sido, pois ele foi o influenciador do uso do sistema de numeração que usamos nos dias atuais, o sistema hindu-arábico, além disso escreveu vários livros que influenciaram na matemática que conhecemos hoje.

A Sequência de Fibonacci se deu pelo seguinte problema: "Se em um recinto fechado for colocado um casal de coelhos, que demore um mês para estar pronto para o cruzamento e mais um mês para reproduzir. Supondo que esse casal tenha outro casal de coelhos, quantos casais terão nesse recinto ao final de um ano, desconsiderando a mortalidade?”[3]

Resolução: No primeiro mês tem-se apenas o casal de coelhos que foram colocados no recinto, chamaremos de C1, como demoram um mês para estar prontos para reprodução, no segundo mês haverá apenas o mesmo casal. No terceiro mês, C1 terá um casal de filhotes que será nomeado de C2. No quarto mês C1 reproduzirá mais uma vez, tendo o casal de coelhos C3, enquanto o casal de coelhos C2 amadurece para reprodução. Se esse padrão continua no decorrer de doze meses, surge a seguinte sequência numérica.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

$F\ F_1 = F_2 = 1\ _{\cdot 2}$

Essa sequência é chamada Sequência de Fibonacci, que tem como lei de formação a soma de dois números consecutivos da sequência, e o resultado é o próximo termo dessa mesma sequência numérica. Assim temos por definição matemática que, “Sequência de Fibonacci é uma sequência numérica, onde o próximo termo é a soma dos dois anteriores e que segue a lei de formação recursiva , com a condição inicial , para qualquer n maior ou igual a 2.”

De acordo com Voroviov (1974), as sequências devem ter uma condição que as inicie, e uma equação de recorrência que mostre o padrão a ser seguido. Estando assim diretamente ligadas, pois se a Sequência de Fibonacci não tiver uma condição inicial, pode ser qualquer sequência numérica aleatória que condiz com fórmula de

[3] Esse problema é uma adaptação do problema hipotético, criado originalmente por Leonardo Fibonacci, que deu início a Sequência de Fibonacci.

recorrência, por exemplo a sequência: 2, 5, 7, 12, 19, 31, 50, ... que também segue sendo a soma de números quaisquer consecutivos.

Com a condição inicial e a equação de recorrência da Sequência de Fibonacci segue abaixo a lista dos seus 20 primeiros termos:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 ,55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765.

A Sequência de Fibonacci possui inúmeras propriedades que podem ser demonstradas matematicamente. Algumas possui facilidade de se interpretar e outras não. Porém uma das propriedades é a razão que ela possui entre seus termos, e que pode ser mostrada geometricamente de maneira fascinante. Algumas das propriedades da Sequência de Fibonacci estão listadas a seguir.

$F_{n+2} - 1$

1. Soma dos *n* primeiros números da Sequência de Fibonacci é igual a Fibonacci é igual a .
1. O máximo divisor comum de dois números da Sequência de Fibonacci resulta em outro número da Sequência.
2. Dois números consecutivos da Sequência de Fibonacci são primos entre si.

F_{kn}

3. Dados k, n , temos que é múltiplo de .
4. Os números da Sequência de Fibonacci revelam determinantes igual a zero.
5. A razão entre dois termos consecutivos da Sequência de Fibonacci se aproxima de 1,618.

Φ

A propriedade 6 fala de uma razão denominada proporção áurea, representada pela letra grega (phi, lê-se "fi") também conhecida por número de ouro e razão de ouro; e tem valor numérico de 1,618 e seu

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

recíproco 0,618. De acordo com Huntley (1985), já foi comprovado que o número de ouro e seu recíproco são exatamente iguais em 4598 casas decimais.

O número de ouro é a razão de um número pertencente a Sequência de Fibonacci e seu antecessor, também pertencente a Sequência de Fibonacci. Já o recíproco 0,618 ocorre ao contrário, é a razão de um número e seu sucessor, ambos pertencentes a Sequência de Fibonacci. Por definição matemática temos que o número de ouro de acordo com a Sequência de Fibonacci, é a razão dada entre dois números consecutivos dessa mesma sequência, que quanto maiores mais próximo se chega a essa razão.

Essa aproximação ocorre do quinto número Fibonacci em diante. No entanto quanto maior for o número mais próximo se chega à razão desejada. O número de ouro já era conhecido antes da existência da Sequência de Fibonacci, o que torna essa sequência mais interessante e intrigante, pois não se sabe se foi intencional a razão entre esses números.

O símbolo da Escola Pitagórica[4] era um pentagrama, um símbolo que possui em seu desenho várias propriedades envolvendo o número de ouro. Ademais o matemático e filósofo Pitágoras, usava essa proporção para demonstrar geometricamente figuras regulares traçadas por retas, e seus seguidores tinham um interesse especial na divisão áurea. pode-se perceber então, que o conhecimento dessa razão já existia bem antes de Fibonacci criar sua sequência.

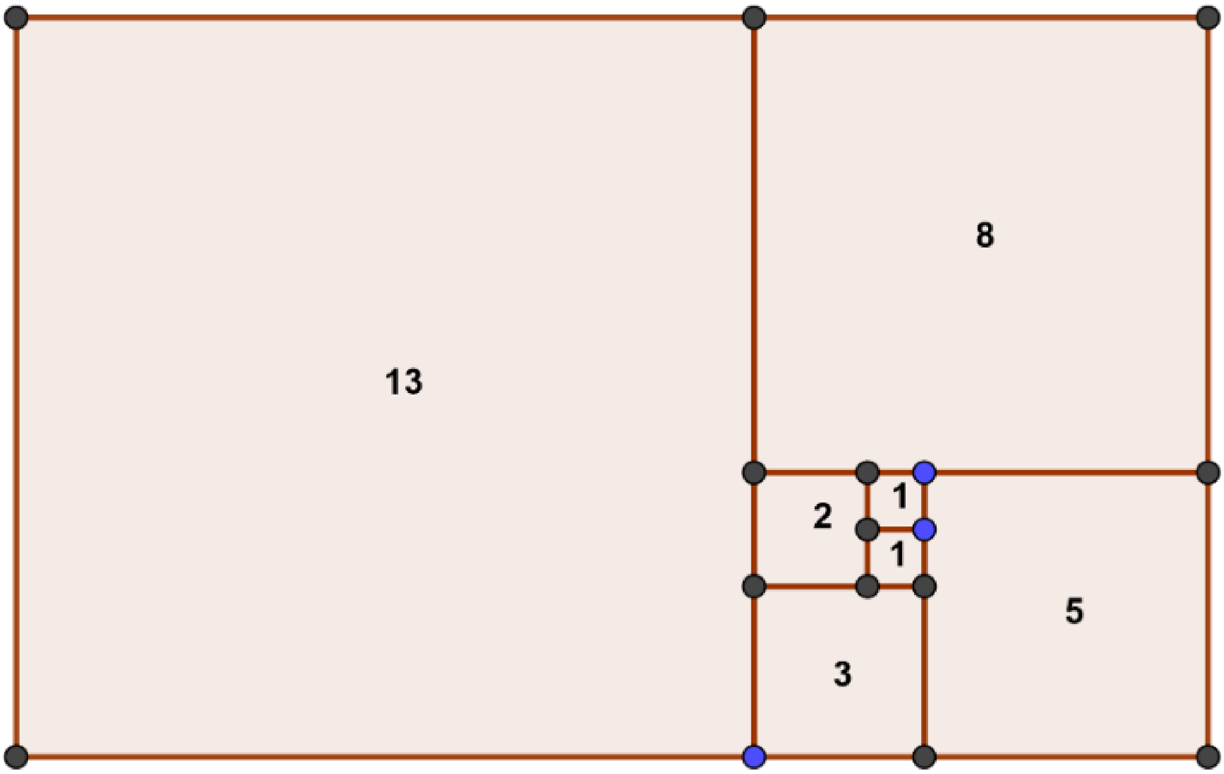
Segundo Huntley (1985), o número de ouro era deslumbrante para os gregos, por isso o motivo do pentagrama ser o símbolo da escola pitagórica, por ele ser traçado por retas que estão em proporção áurea. Euclides, conhecido como pai da

[4] Escola fundada por Pitagóras, considerado por muitos como uma seita, pois mantinham sigilo de tudo o que faziam e para fazer parte tinham que fazer um juramento.

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

geometria, escreveu sobre essa a divisão áurea em uma reta, que depois foi usada para desenhar um retângulo na proporção áurea, conhecido como retângulo de ouro[5], pois seus lados seguem essa razão.

Figura 1 – Retângulo de Ouro



Fonte: Da própria autora

O retângulo de ouro é uma figura geométrica que é desenhado por meio da reta de Euclides, mas que também pode ser desenhado usando a Sequência de Fibonacci e mesmo assim continuará com proporções áureas. Desse retângulo surge uma espiral, que cresce infinitamente juntamente com o retângulo de ouro, que também tem proporções áureas, a espiral logarítmica. De acordo com Belini (2015, p.

[5] Também chamado de retângulo áureo.

25), uma propriedade desse retângulo, é “que sempre é possível extrair dele um quadrado e continuar com um retângulo áureo num processo infinito.”

A natureza já tem uma beleza contagiante, onde muitos cientistas acreditam que é um calmante natural. Tanto a fauna quanto a flora, encantam a todos, com suas peculiaridades. A matemática também possui uma beleza que encanta quem a domina, mesmo com seus cálculos extensos e complexos. E é isso que torna a Sequência de Fibonacci tão magnifica, porque consegue unir essas duas belezas, e as tornam mais interessantes.

> Deixe sua imaginação subir. Pense no universo, nas constelações, na galáxia. Contemplem a beleza e a forma de todas as maravilhas da natureza: os oceanos, as flores, a flora, os animais e até o microrganismo no ar que respiramos. Pense mais nas realizações do homem nos campos da ciência natural, na teoria nuclear, da rádio e da televisão. Pode surpreendê-lo saber que tudo isso tem uma coisa em comum – a Sequência de Fibonacci. (FISHER, 1993, p. 6).

A Sequência de Fibonacci é uma sequência numérica que impressiona, encanta e desperta a atenção por ter aplicações matemáticas que podem ser encontradas no dia a dia. Muitos alunos temem a matemática pelo preconceito que a sociedade trás de disciplina que poucos conseguem, por seus temíveis cálculos, porém pode se perceber que é uma disciplina para todos, com certeza tem pessoas que têm mais facilidade, mas isso acontece em qualquer área de conhecimento.

A Sequência de Fibonacci pode ser de grande utilidade para professores não somente de matemática, para despertar o interesse dos alunos em querer aprender o conteúdo. Por proporcionar uma aula interessante e sair da aula tradicional de somente quadro e giz. No próximo tópico será relatado variadas aplicações em várias áreas de conhecimento, inclusive a sala de aula.

Aplicações da Sequência de Fibonacci

A natureza é repleta de aplicações da Sequência de Fibonacci podendo ser percebida na quantidade de pétalas de flores, como as margaridas que variam com números 5, 21, 34 e 55, pertencentes a sequência. Os girassóis possuem espirais formadas por suas sementes que estão dispostas no sentido horário e anti-horário. A quantidade de espirais é na maioria das vezes dois números consecutivos da Sequência de Fibonacci (nos girassóis maduros), 34 e 55, 55 e 89, podendo até chegar em 89 e 144 espirais segundo Koshy (2018). Além das margaridas e girassóis, existem outras flores conhecidas que seguem o padrão da Sequência de Fibonacci, pois a maioria delas possuem 5, 13 e 34 pétalas, números Fibonacci.

Algumas plantas seguem um determinado padrão de crescimento para que todas as folhas consigam receber a luz do sol e captar a água da chuva[6]. Essa disposição que as folhas apresentam recebe o nome de filotaxia, que segundo Huntley (1985, p. 157), "[...] é um termo de botânica para um tópico que inclui a disposição das folhas nos ramos das plantas."

Algumas frutas têm indícios da Sequência de Fibonacci, onde pode ser observado o retângulo de ouro e a espiral logarítmica. De acordo com Koshy (2018), podem ser encontrados nas pinhas, nas alcachofras que formam espirais no sentido horário e anti-horário, parecido com o padrão dos girassóis. Nos abacaxis formam

[6] Embora isso dependa de cada espécie.

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

espirais num padrão diferente por ter a casca com escamas em formato de hexágono, mas que também segue o padrão de espirais Fibonacci.

A Sequência de Fibonacci está presente não somente na flora, mas também na fauna. O mais comum e comentado quando se fala de aplicação da Sequência de Fibonacci na natureza, especificamente na fauna, é a concha do Nautilus. Segundo Huntley (1985), a concha possui uma estrutura com câmaras formando uma espiral logarítmica, e que quando cresce o tamanho das câmaras aumentam, porém, sua estrutura não se modifica, continuando assim a espiral na mesma proporção.

Figura 2 – Concha do Nautilus

Fonte: Akkana Peck *apud* blog mcientifica.

De acordo com Silva (2015), a concha do Nautilus é uma descrição perfeita da razão áurea. Celuque (2004), afirma que a concha é uma construção de retângulos de ouro, que por esse motivo a razão da largura pela altura se aproxima do número de ouro.

A Sequência de Fibonacci está presente na reprodução das abelhas (na árvore genealógica dos zangões) e dentro da colmeia, nos caminhos que elas podem seguir. No jeito de caçar dos falcões peregrinos, que formam uma espiral logarítmica para não perder sua presa de vista.

A Sequência de Fibonacci também se faz presente na música: no piano e na Sinfonia de Beethoven. Na arquitetura: nas pirâmides do Egito e nas ruínas de Parthenon. Na arte: nos quadros de Leonardo da Vinci, como "Mona Lisa" e "A Anunciação", "o nascimento de Vênus" de Sandro Botticelli e na "A criação do homem" de Michelangelo, de acordo Celuque (2004) e Zahn (2011), são artes que têm como destaque a proporção áurea e o retângulo de ouro.

Na Economia, a Sequência de Fibonacci e o número de ouro são usados para fazer aplicações na bolsa de valores, porém precisa de ter um software específico e um vasto conhecimento em economia. Na Física a Sequência de Fibonacci está presente na óptica, que de acordo com Koshy (2018), a quantidade de reflexões de duas placas de vidro que são colocadas justapostas e lançado um feixe de luz sobre elas segue a Sequência de Fibonacci, 2, 3, 5, 8, 13 e assim por diante. No corpo humano pode ser encontradas algumas proporções que estão em razão áurea, que pode ser visto no trabalho de Leonardo da Vinci "O homem vitruviano", conforme Silva (2015).

Essas aplicações podem ser mencionadas em uma aula de biologia, física, história, arte e não somente na disciplina de matemática, podendo assim chamar mais a atenção do aluno, usando a interdisciplinaridade. Existem muitas maneiras de

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

aplicar a Sequência de Fibonacci dentro da sala de aula, o professor precisa de apenas ter uma nova perspectiva.

Aplicações da Sequência de Fibonacci no ensino da matemática

Nos dias atuais que se tem uma facilidade de se encontrar informações para tudo pela internet, que nem sempre são corretas, o professor teve que se reinventar e utilizar de tecnologias em sala de aula, para que os alunos deem á atenção necessária para o conteúdo. Apenas quadro e giz não são suficientes para ensinar. "A aula que apenas repassa conhecimento, ou a escola que somente se define como socializadora de conhecimento, não sai do ponto de partida, e, na prática, atrapalha o aluno, porque o deixa como objeto de ensino e instrução. Vira treinamento." (DEMO, 2005, p. 7).

De acordo com Dewey (1979, p. 4), o ensino surge por meio da passagem de conhecimento dos mais velhos para os mais novos, a partir das experiências de vida, é "[...] a necessidade de ensinar a aprender para a continuação a existência social, [...]."

O ensino da matemática, precisa de atenção e dedicação, desde a formação dos professores. Inicialmente os professores formadores de professores deveriam ser educadores e pesquisadores. Pois não tem como ensinar, com êxito, algo que não se pratica. Então, os professores recém-formados precisam sair da Universidade com o pensamento de que professor também estuda. E que é por meio da pesquisa que se consegue um bom desempenho no ensino-aprendizagem dos alunos.

A Sequência de Fibonacci é um conteúdo que pode ser citado na aula de matemática no ensino de vários conteúdos como progressão geométrica, polinômios, geometria dentre outros. Essa sequência numérica chama a atenção dos alunos, por ter aplicações que podem ser encontradas onde eles conseguem perceber no seu cotidiano. E o professor por meio da pesquisa, consegue mostrar para isso, que conteúdos matemáticos podem estar interligados, tornando assim as aulas mais interessantes.

O Teorema de Pitágoras é uma propriedade do triângulo retângulo que diz que o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos. Segundo Silva (2015), a possível relação entre o teorema e a Sequência de Fibonacci, é por causa da propriedade, "A soma dos quadrados de dois números consecutivos da Sequência de Fibonacci é um número Fibonacci." (p. 45). Por exemplo, se os catetos tiverem valores 3 e 5, o quadrado da hipotenusa é 34. Isso desenvolve-se a seguinte propriedade: "O quadrado da hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são números consecutivos da Sequência de Fibonacci é um número de Fibonacci." (p. 124).

O professor pode apresentar a Sequência de Fibonacci mostrando algumas aplicações para atiçar a curiosidade dos alunos, como as aplicações na natureza. Por exemplo pode apresentar o Teorema de Pitágoras, e fazer uma relação entre eles. Podendo usar recursos tecnológicos e abusar da criatividade.

Um modelo interessante é o que Silva (2015) traz, é uma relação da conversão de milhas (1 milha = 1,609 km) em quilômetros com o número de ouro (1,618), por serem números próximos. Para fazer essa conversão tem que conhecer os números da Sequência de Fibonacci, pois precisa saber qual número da sequência está mais próximo do algarismo que será convertido. Por exemplo, 5 milhas equivalem à aproximadamente 8 quilômetros. Se o número para ser convertido não pertencer a Sequência de Fibonacci, é necessário decompor em números Fibonacci, por exemplo:

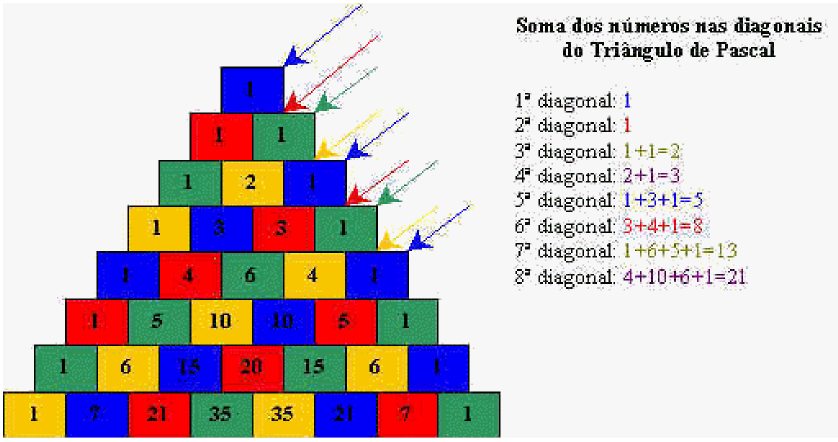
Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

30 milhas em quilômetros, 30 = 1+8+21=49, logo 30 milhas equivalem a 49 quilômetros.

Ainda de acordo com Silva (2015), há outras possibilidades de atividades, como a obtenção do número de ouro e sua representação geométrica, que conduz a uma demonstração usando a equação de segundo grau. Podendo usar software para a representação geométrica, como o Geogebra, para prender a atenção dos alunos pode cada um ter o software no telefone celular para terem melhor experiência. O uso das Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC's) são de grande ajuda para o desenvolvimento das aulas, para poder sair da rotina da aula formal.

Segundo Queiroz (2007), outro tema a ser abordado em uma aula de matemática que pode ser relacionado com a Sequência de Fibonacci é o triângulo de Pascal. Um triângulo que é usado para o estudo de números binomiais, que de acordo com Silva (2015, p. 47) "[...] é um triângulo numérico infinito formado por números binomiais", e a soma de suas diagonais tem como resultado números Fibonacci.

Figura 3 – Triângulo de Pascal



Fonte: Silva, 2015, p. 47

Conforme Mendes (2007, p. 173), um dos objetivos do professor é estimular o ensino-aprendizagem do aluno, ativando o "gene da matemática", porque a sociedade já tem um conceito de negatividade da disciplina, o que faz com que o aluno enxergue como algo indesejável.

Demo (2005), acredita que esse ensino não pode se feito de qualquer maneira, o professor tem que pesquisar sobre o assunto e não apenas fazer um planejamento copiado. Pois é dever do professor ter material didático próprio para garantir o rendimento do aluno. Ainda segundo o autor, o aluno tem que ser visto como um ser ativo, ter no professor uma orientação motivadora, ser parceiros de trabalho, "[...] ativo, participativo, reconstrutivo, para que possa fazer e fazer-se oportunidade." (DEMO, 2005, p. 15).

Segundo Belini (2015), o professor deve atuar como mediador, auxiliando os alunos nas resoluções de atividades. O autor propõe algumas atividades a serem feitas em qualquer série do Ensino Médio, porém antes deve, primeiramente, ser mostrada a progressão geométrica. A Sequência de Fibonacci pode ser relacionadas com vários conteúdos como equação do segundo grau, teorema de Pitágoras, razão, construção de sequência numérica, dentre outros conteúdos que podem ser vistos no Ensino Médio. Belini (2015) acrescenta que é um tema que despertará o interesse dos alunos, quebrando tabu de que a matemática é só fórmulas e regras.

> Sou tão melhor professor, então, quanto mais eficazmente consiga provocar o educando no sentido de que prepare ou refine sua curiosidade, que deve trabalhar com minha ajuda, com vistas a que produza sua inteligência do objeto ou do conteúdo de que falo. [...] Meu papel fundamental, ao falar com clareza sobre o objeto, é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim. (FREIRE, 1996, p. 133-134).

A Sequência de Fibonacci pode servir como apoio para o professor de matemática em variados conteúdos, para instigar a curiosidade e buscar uma nova perspectiva de aula para os alunos, fazendo com que a aula seja interessante. Não transferindo o conteúdo verticalmente, pois o aluno é um ser ativo e pensante, podendo ele mesmo contribuir com sua aprendizagem. Aulas que acontecem com metodologias diferenciada do quadro e giz, onde o aluno participa de forma ativa, sua curiosidade é despertada trazendo uma melhor qualidade no ensino, o aluno aprende sem a pressão de ter a obrigação de aprender.

Biembengut (1996), traz uma atividade de geometria usando o retângulo de ouro, para a formação de dois sólidos: o icosaedro e dodecaedro

Atividade proposta (BIEMBENGUT, 1996, p. 39)

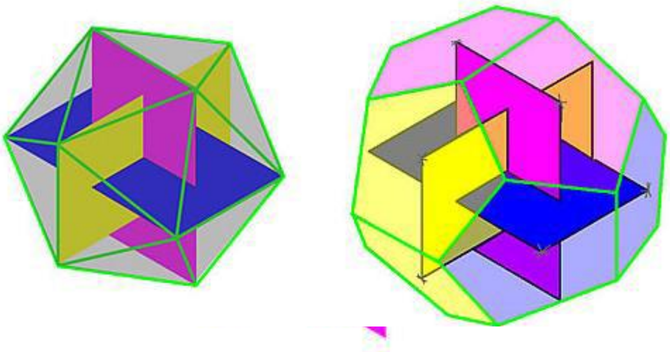
Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

Tomando três retângulos áureos feitos com cartolina. Intercepte-os um com o outro, simetricamente tal que cada um seja perpendicular aos outros dois. Observe que:

a **a)** Os doze vértices são os vértices de icosaedro (20 lados) regular.

b **b)** Os doze vértices são o centro das faces de um dodecaedro regular.

Figura 4 – Icosaedro e Dodecaedro



Fonte: Da-Rin, 2007.

O aluno participa ativamente dessa atividade desde a construção dos segmentos áureos e a construção dos retângulos, onde pode ser relembrado alguns conceitos usados na geometria, como o ponto médio de um segmento, polígonos e retas perpendiculares, dentre outros. Depois de construídos os retângulos é disposto da maneira que formam os polígonos dodecaedro e icosaedro. O aluno fará parte da construção desses polígonos, enquanto o professor pode ir auxiliando e discutindo as propriedades matemática por detrás desse tipo de retângulo. A participação do aluno desde o início da construção até o final, traz o sentimento de satisfação tanto ao aluno quanto ao professor. Ao aluno a satisfação de participar ativamente de uma atividade e ao professor de dever cumprido, de ter ajudado na aprendizagem dos alunos. Além de o aluno aprender o conteúdo sem perceber, sem pensar que seria apenas uma obrigação para poder ter a nota no final do bimestre.

Essa atividade pode ser interessante para os alunos, pois traz metodologias diferentes de uma aula comum. Fazer essa atividade desde a explicação da Sequência de Fibonacci, a formação do retângulo de ouro e depois a construção do mesmo até chegar na construção dos sólidos, vai fazer com que o aluno participe ativamente desde o início.

Considerações finais

A Sequência de Fibonacci é uma sequência numérica que pode ser ensinada dentro de uma sala, e envolver o aluno na aula por ter aplicações relevantes que podem ser percebidas no cotidiano. Além disso, essa sequência pode tirar o aluno da zona de conforto, e passar a ser um ser ativo. Tirar um aluno da zona de conforto é fazê-lo pensar, participar da construção do seu conhecimento, interagir e questionar; um aluno ativo absorve com mais facilidade o conteúdo aprendendo e não apenas decorando fórmulas e axiomas.

A Sequência de Fibonacci pode chegar além, misturar as disciplinas fazendo que uma aula de biologia e matemática sejam mais interessantes, por exemplo. A interdisciplinaridade pode ajudar acabar com o preconceito de que matemática é apenas números e equações. Há muitas possibilidades que se pode fazer no ensino de alguns conteúdos, onde uma sequência numérica pode ajudar a incentivar o aprendizado.

Aidan Dwyer um menino de 13 anos andando pelas montanhas de Catskills nos Estados Unidos, observando os galhos das árvores principalmente aquelas que tinham como padrão a Sequência de Fibonacci, pensou no como elas captavam a luz solar, de maneira eficiente, já que conseguiam fazer o processo de fotossíntese, criou um projeto de captação da luz no padrão Fibonacci.

Revista de Educação Matemática da UEG – REEMA
Cidade de Goiás, v. 2, n. 1, p. 98-121, ago./dez., 2021
II ENLIM-Encontro das Licenciaturas em Matemática da UEG
Universidade Estadual de Goiás – https://www.revista.ueg.br/index.php/reema

O que impressiona, além da inteligência de um menino de treze anos, é o como pode observar levando seu pensamento para a área das ciências. No Brasil, no ensino regular não se escuta falar em Sequência de Fibonacci, então como os alunos podem pensar em criar algo ou imaginar o que podem fazer sem ao menos escutar se falar no assunto.

A Sequência de Fibonacci serviria como um apoio para os professores em vários conteúdos, e não somente isso, a sequência por si é um conteúdo matemático interessante. Suas aplicações chamam atenção podendo ser um facilitador da aprendizagem.

Referências

BELINI, Marcelo Manechine. **A razão áurea e a sequência de Fibonacci**. 2015. 67f. Dissertação (Mestrado) – Universidade São Paulo, Programa de Mestrado Profissional em Matemática, São Carlos

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Número de ouro e secção áurea**: considerações e sugestões para a sala de aula. Blumenau - SC: Editora da FURB, 1996.

CELUQUE, Leonardo. **A Série de Fibonacci**: um estudo das relações entre ciências da complexidade e as artes. 2004. 112f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Salvador.

DA-RIN, Benito Piropo. **Um número muito especial VII:** Espiral de Fibonacci e Poliedros. 2007. Disponível em: https://www.bpiropo.com.br/fpc20070219.htm. Acesso em: 04 fev. 2021.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa. 7** ed. Campinas: Autores associados, 2005.

DEWEY, John. **Democracia e educação:** Introdução à filosofia da educação. 4 ed. São Paulo: Companhia editora nacional, 1979.

EVES, Howard. **Introdução a história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FISHER, Robert. **Fibonacci applications and strategies for traders**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1993.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa. 18 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção leitura).

HUNTLEY, H, E. **A Divina proporção:** Um ensaio sobre a beleza na matemática. Tradução de Luís Carlos Ascêncio Nunes. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985. 178 p. (Coleção Pensamento científico).

JÚNIOR, Deusdete Gomes de Almeida. **Um estudo de sequências numéricas e suas aplicações no Ensino das progressões**. 2017. 74f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Sergipe, Pró-Reitoria de Pós-graduação e Pesquisa, Programa de pós-graduação em matemática, Mestrado Profissional em Matemática. São Cristovão – SE.

KOSHY, Thomas. **Fibonacci and Lucas numbers with applications**. Second edition. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2018.

MENDES, Fernanda Manuela Pinheiro. **A matemática na Natureza**. 2007. 218 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real.

MOURA, Manoel Oriosvaldo; PONOSSIAN, Maria Lucia. **Entre o movimento lógico-histórico e o ensino da álgebra**: o caso particular das sequências. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. 3, 2012, Fortaleza. SIPEMAT. Fortaleza:2012. 12f.

PECK, Akkanna *apud* Mc. Científica. **O nautilus**. 23 maio 2012. Disponível em: https://blog.mcientifica.com.br/o-nautilus/. Acesso em: 8 set. 2020.

QUEIROZ, Rosania Maria. **Razão áurea**. 39f. Tese (Livre docência) – Universidade Estadual
de Londrina, Programa de Desenvolvimento Educacional, Londrina. 2007.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, Reginaldo Leoncio. **A Sequência de Fibonacci e o número e ouro**: Contexto histórico, propriedades, aplicações e propostas se atividades didáticas para alunos do primeiro ano do ensino médio. 129f. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Mestrado em Matemática, Vitória da Conquista, Ba.

VOROBIOV, N. N. **Números de Fibonacci**. Tradução do russo para o espanhol de Carlos Veja. Moscou: Mir, 1974.

ZAHN, Maurício. **Sequência de Fibonacci e o número de ouro**. Bagé, RS: Ciência Moderna, 2011.

Recebido em: 09/10/2020.

Aprovado em: 04/05/2021.