Rêves Images Bulles[1]

Michele Emmer[2]

Imagination, dream, philosophy, art, creativity, beauty, aesthetics. These are words that are often uttered when mathematicians reflect on their activity. One of these reflections is Newton's on the phenomenon he observed, which is known as interference and occurs when the thickness of a soap film is comparable to the wavelength of visible light. In a soapy liquid, the different colours that make up sunlight move at different speeds. The relationship of mathematicians to dreams has an interesting history, from which the present contribution recalls a few examples that have become classics and others that are more recent. This will be followed by an account of my personal experience. Bubbles are ephemeral, light, and translucent, their dimensions extremely variable. One of my dreams was the idea of making a large exhibition on the theme of soap bubbles. On March 16, 2019, this exhibition finally opened in Perugia.

Imagination, rêve, philosophie, art, créativité, beauté, esthétique. Ce sont des mots qui apparaissent souvent lorsque les mathématiciens réfléchissent à leur activité. Une de ces réflexions est celle de Newton sur le phénomène qu'il avait observé, connu sous le nom d'interférence, qui se produit lorsque l'épaisseur d'un film de savon est comparable à la longueur d'onde de la lumière visible. Dans un liquide savonneux, les différentes couleurs qui composent la lumière du soleil se déplacent à différentes vitesses. La relation des mathématiciens avec les rêves a une histoire intéressante, dont la présente contribution rappellera quelques exemples devenus classiques et d'autres plus récents, avant de se pencher sur mon expérience personnelle. Les bulles sont éphémères, légères et translucides, leurs dimensions extrêmement variables. L'un de mes rêves portait ainsi sur l'idée de faire une grande exposition sur le thème des bulles de savon. Le 16 mars 2019, cette exposition rêvée s'est enfin ouverte à Perugia.

Keywords : Dreams, Mathematicians, Soap bubbles, Exhibition
Mots-clés : Rêve, Mathématiciens, Bulles de savon, Exposition

[1] Pour mentionner cet article : Michele Emmer, « Rêves Images Bulles », in May Chehab et Beatrice Barbalato (dir.), *Auto/biographie : prémonitions, rêves, cauchemars*, in *Mnemosyne o la costruzione del senso* n. 14, PUL-Presses universitaires de Louvain, 2021.
[2] Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, Venezia &. Math Dept, Sapienza, Roma, Italia.

1. *Antefacto*

> *antes imagino que todo es ficcion, fabula y mentire, y suenos contados por hombres despiertos, o, por mejor decir, medio dormidos.*
>
> Cervantes, *Don Quixote*

Le grand mathématicien italien Ennio De Giorgi a longtemps réfléchi aux mathématiques, à la créativité et à l'esthétique. Dans le très autobiographique entretien filmé que j'ai eu avec lui en 1996, quelques mois avant sa mort, il s'est étendu sur le rôle que jouent les rêves dans la créativité humaine :

> Je pense qu'à l'origine de la créativité dans tous les domaines se trouve ce que j'appelle la capacité ou la volonté de rêver ; imaginer différents mondes, différentes choses, en essayant de les combiner de différentes manières dans votre imagination. Cette capacité, peut-être très similaire dans toutes les disciplines, des mathématiques à la philosophie, de la théologie à l'art, de la peinture à la sculpture, à la physique, à la biologie, est combinée à la capacité de communiquer ses rêves; la communication sans ambiguïté nécessite une connaissance de la langue, des règles internes des différentes disciplines (Emmer M., 1996).

De fait, dans mon dernier livre *Racconto matematico. Memorie impersonali con divagazioni* j'ai repris cette réflexion en la développant : « Imagination, rêve, philosophie, art, créativité, beauté, esthétique. Ce sont des mots qui se produisent souvent lorsque les mathématiciens réfléchissent à leur activité » (Emmer M. 2019 : 216). Il est un fait que la relation des mathématiciens avec les rêves est une histoire longue et intéressante. L'un des 'Rêves' les plus célèbres a été raconté par le mathématicien Henri Poincaré dans son livre *Science et méthode* :

> Il est temps de pénétrer plus avant et de voir ce qui se passe dans l'âme même du mathématicien. Pour cela, je crois que ce que j'ai de mieux à faire, c'est de rappeler des souvenirs personnels. Seulement, je vais me circonscrire et vous raconter seulement comment j'ai écrit mon premier mémoire sur les fonctions fuchsiennes.
>
> Je vous demande pardon, je vais employer quelques expressions techniques ; mais elles ne doivent pas vous effrayer, vous n'avez aucun besoin de les comprendre. Je dirai, par exemple: j'ai trouvé la démonstration de tel théorème dans telles circonstances ; ce théorème aura un nom barbare, que beaucoup d'entre vous ne connaîtront pas, mais cela n'a aucune importance; ce qui est intéressant pour le psychologue, ce n'est pas le théorème, ce sont les circonstances…

> Depuis quinze jours, je m'efforçais de démontrer qu'il ne pouvait exister aucune fonction analogue à ce que j'ai appelé depuis les fonctions fuchsiennes. Un soir, je pris du café noir contrairement à mon habitude; je ne pus m'endormir; les idées surgissaient en foule ; je les sentais comme se heurter, jusqu'à ce que deux d'entre elles s'accrochassent pour ainsi dire pour former une combinaison stable. Le matin, j'avais établi l'existence d'une classe de fonctions fuchsiennes, celles qui dérivent de la série hypergéométrique… À ce moment, je quittai Caen, que j'habitais alors, pour prendre part à une course géologique entreprise par l'École des Mines. Les péripéties du voyage me firent oublier mes travaux mathématiques ; arrivés à Coutances, nous montâmes dans un omnibus pour je ne sais quelle promenade ; au moment où je mettais le pied sur le marchepied, l'idée me vint, sans que rien de mes pensées antérieures parût m'y avoir préparé, que les transformations dont j'avais fait usage pour définir les fonctions fuchsiennes sont identiques à celles de la géométrie non-euclidienne. Je ne fis pas la vérification ; je n'en aurais pas eu le temps, puisque, à peine assis dans l'omnibus, je repris la conversation commencée, mais j'eus tout de suite une entière certitude (Poincaré H.1908 : 50-51).

Cette longue citation de Poincaré, que tout mathématicien rêveur connaît comme on va le voir plus loin, illustre de manière emblématique la représentation du rêve comme temps et lieu où sont données des solutions à des problèmes jusque-là réputés insolubles. Beaucoup d'autres sont des exemples d'illuminations soudaines, de rêves, d'images. Or ce fait ne concerne pas uniquement le temps passé, mais se rencontre encore à notre époque.

2. Des exemples récents

Le mathématicien Michael Harris a récemment publié, en 2017, un ouvrage autobiographique intitulé *Mathematics without Apologies: Portrait of a Problematic Vocation*. Dans son chapitre 9 « Mathematical Dream and Its Interpretation », il raconte une expérience (non uniquement) personnelle concernant des rêves. En scientifique qu'il est, il dessine d'abord le contexte:

> I remember insisting on this idea in conversation over champagne with Gérard Laumon, with Machael Rapoport, and with Alain Genestier himself. It is more than likely that at the reception I drank more than four glasses of champagne, which I have learned in the course of many thesis receptions to mark the border beyond which my remaining capacity for coherent thought can no longer be taken for granted. The following morning – Saturday morning, if my reconstruction is correct – my wife had an early appointment, and we must have set the alarm early. I drifted into consciousness with the certainty that I had just dreamt about the cohomology of unramified

> coverings of Drinfel's upper half spaces, and that the dream had brought me an insight I could not quite recover but that I was certain I should not let it slip away…
> […]
> Warding off my wife's attempts to rouse me completely, I remained at the edge of wakefulness for several minutes, until the insight attained sufficient coherence to be expressed in words, or more precisely a combination of words and images to which I could associate mathematical content (Harris M. 2017 : 265-278).

Michael Harris rapporte notamment comment à travers son rêve, sa phase inconsciente, il parvient à un résultat très différent de ceux obtenus par d'autres *mathématiciens rêveurs* :

> Over the next few weeks my ideas grew clearer as I reread Carayol's article and discussed the problem with colleagues in Paris and Orsay, so that by December 29 *the insight that came to me in my dream had taken the form of a research program* (je souligne) that I described in detail in a letter to Rapoport. I will need to refer to the letter and have reproduced the mathematical argument in its entirety, though I don't think it will be of much interest to most readers… (*ibidem*).

Dans sa réflexion sur ce qui lui est arrivé, Harris ne manque pas de se référer à d'autres mathématiciens rêveurs célèbres, dont Poincaré que nous avons cité plus haut.

> The story of the dream is only halfway done, and although I will spare you most of it, I have yet to tell you whether or not it has a happy ending, nor whether or not it is the one the text thus far seems to have prepared. But I already want to stress the point of this story, which is that it does not follow the standard account of the role of the unconscious in scientific thinking, as exemplified by Friedrich August Kekulé (he said he had discovered the ring shape of the benzene molecule after having a reverie or day-dream of a snake seizing its own tail (possibly apocryphal) or Poincaré's celebrated discovery of the relation between Kleinian groups and non-Euclidean geometry as he stepped onto the omnibus, or the dream of Robert Thomason on which my article is based…
> Kekulé and Poincaré and Thomason and dozens of others have recounted the dreams and unconscious interludes that helped them solve problems that had troubled them for some time. The contrast with my situation could not be more striking: *the dream I have described provided a strategy for solving a problem I had considered altogether irrelevant to my interests one week earlier. And though I was unable to bring the dream argument to a successful conclusion, the dream and the interest it inspired in this question did bring about a radical change in my*

> *mathematical priorities and a dramatic rise in my standing within the community of mathematicians* (je souligne) (*ibidem*).

Il faut dire ici que ce n'est pas la première fois que le potentiel scientifiquement créateur du rêve a suscité l'intérêt de Harris. Ce qui est encore plus intéressant, c'est ce qu'il raconte au chapitre 5, paragraphe 1, de *A Mathematical Dream Narrative* :

> What would later be described as the last of Robert Thomason's "Three major results" in mathematics was published as a contribution to the Festschrift in honour of Alexandre Grothendieck's sixtieth birthday, cosigned by the ghost of his recently deceased friend Thomas Trobaugh. Thomason explained the circumstances of this collaboration in the introduction to their joint article, a rare note of pathos in the corpus of research mathematics and a brief but, I believe, authentic contribution to world literature.
> The first author must state that his coauthor and close friend, Tom. Trobaugh, quite intelligent, singularly original, and inordinately generous, killed himself consequent to endogenous depression. Ninety-four days later, in my dream, Tom's simulacrum remarked, "The direct limit characterization to perfect sheaf". Awaking with a start, I knew this idea had to be wrong. Since some perfect complexes have a non-vanishing K0 obstruction to extension.
> I had worked in this problem for 3 years, and saw this approach to be hopeless. But Tom's simulacrum had been so insistent, I knew he wouldn't let me sleep undisturbed until I had worked out the argument and could point to the gap. This work quickly led to the key results of this paper. To Tom, I could have explained why he must be listed as a coauthor." (Thomason,R. & Trobuagh T. 1990 : 249).
> A ghost appears in a dream, soundless but articulate, offering a gift in the form of a cryptic message. Thomason, the dreamer, is the one person qualified to interpret the message, he has "worked on this problem for 3 years". This is a familiar plot, but what is actually happening ? Trobaugh's ghost imparts an insight to his friend before vanishing. The claim is nonsense. The dreamer interprets the ghost's sentence as an "idea". The idea is "wrong", even "hopeless" :
> Nevertheless, as Thomason explains in this paragraph, and as an American Mathematical Society biographical note on Thomason confirms, this contribution was decisive (Harris M. 2012 : 130-133).

Toujours au cours de la décennie 2020 que nous vivons, un fait intéressant s'est produit lors de l'exposition *Mathématiques. Un dépaysement soudain,* qui s'est tenue en 2011-2012 à Paris à la *Fondation Cartier pour l'art contemporain*, organisée entre autres par le mathématicien Jean Pierre Bourguigon, directeur de *l'Institut des Hautes Études Scientifiques* – IHES de Bures-sur-

Yvette, et responsable de la recherche scientifique européenne depuis quelques années. À cette occasion, une rencontre coordonnée par Bruce Albert, avait été ménagée entre le chaman Davi Kopenawa de la tribu de l'Amazonie brésilienne des Yanomani, et le mathématicien Cedric Villani.

> Je tirerais un premier fil pour notre dialogue mathématico-chamanique en relayant l'intense curiosité de Davi Kopenawa devant l'impétueuse virtuosité de Cédric Villani à "faire descendre les images d'équations sur l'écran de son ordinateur. Longtemps silencieux et songeur, il l'interrogea soudain à brûle-pourpoint : "Rêves-tu beaucoup? De quoi sont faits tes rêves?" Question déconcertante à laquelle Cédric Villani répondit sans détour par une lecture de "notes de rêves" aussitôt tirées de la mémoire de son ordinateur portable, comme un sous-titrage décalé des images mathématiques qu'il venait de présenter (Villani C., Kopenawa D., Albert B., Cassé M., 2011 : 45-46) :

> À la question spécifique *Vous souvenez-vous d'un rêve mathématique*? Villani répond :

> Des rêves mathématiques j'en fais souvent, mais les mathématiques y sont absurdes, mélangés avec le reste :
> -Un mari trompé qui a peur de perdre le contrôle de l'équation de Fokker-Planck.
> -Un mathématicien qui danse dans un costume de lapin.
> -Une attaque aérienne en forme d'interpolation.
> -Des sommes divergentes et la récurrence de la marche aléatoire, venant "polluer" des aventures sur un paquebot (*ibidem*).

3. Mon rêve personnel

À ces rêves de mathématiciens, je voudrais ajouter le mien. Mystérieux, rêveurs, absents, absorbés, les visages des mathématiciens de Paladino. Un lien de rêve entre deux mondes qui semblent si lointains et inaccessibles, les deux: les mathématiques, l'art.

Depuis 1997, se tiennent à Venise des conférences internationales *Mathématiques et culture*, à l'initiative de moi-même, mathématicien, Michele Emmer. Ces rencontres visent à développer les connections entre les mathématiques et les autres formes de savoir, en réunissant scientifiques, architectes, écrivains, musiciens…[3].

[3] Sur ces rencontres et conférences internationales, se reporter au site suivant : <http://www1.mat.uniroma1.it/ricerca/convegni/Venezia/2019/home-info.html>.

Les actes de ces conférences sont publiés sous le titre *Imagine Math*. La dernière en date de ces rencontres (29 mars-1er avril 2019) a bénéficié d'une exposition d'œuvres dues à un artiste italien réputé, Mimmo Paladino, présentée par Michele Emmer :

> *Tout est nombre. Le nombre est dans tout. Le nombre est dans l'individu. L'ivresse est nombre.*
> Charles Baudelaire, « *Journaux intimes* » (*Œuvres posthumes*, 1908)

Il était inévitable que se rencontrent les univers de Mimmo Paladino et les conférences *Imagine Math*, justement dans cette ville imaginaire et géométrique qu'est Venise.

Paladino a toujours été attiré par les nombres et les formes géométriques, qu'il reproduit partout, sur les visages, sur les objets. Les nombres y ont une présence à la fois troublante et rassurante, humaine et divine, éternelle et contemporaine (Emmer, M. 2019 : 2-10). C'est pourquoi j'avais choisi de commencer mon livre *Harmonies visibles: art et mathématiques* (Emmer M. 2006) avec une reproduction d'une œuvre de Mimmo Paladino.

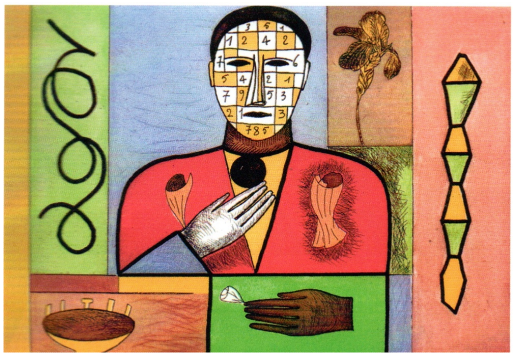

Fig. 1 Mimmo Paladino, *Matematico 2* (2001)
Eau-forte, aquatinte à 8 couleurs, 300-408. © M. Paladino

Dans ce livre, dans lequel je parle des mathématiques et de leurs relations avec l'art, l'architecture, le cinéma, le théâtre, bref avec la culture, j'ai souvent utilisé le mot *rêve*. Et ce n'est pas un hasard si la figure ci-dessus, et l'introduction, inspirée par le travail de Paladino, sont intitulées *Rêver*, tandis que l'un des chapitres est intitulé « Mathématiques comme un rêve ». J'y mentionne aussi un rêve célèbre auquel j'ai souvent fait face. Il s'agit du rêve que fait le Carré, cette figure géométrique dotée d'une conscience par son auteur Edwin Abbott dans son livre *Flatland: fantaisie en plusieurs dimensions* écrit en 1884. Le protagoniste de l'histoire, un carré fait souvent des rêves géométriques.

I had a dream.

C'est une phrase qui dans cet ouvrage revient souvent. C'est le premier livre dans lequel apparaissent ces créatures de rêve qui sont l'hypercube ou le cube de l'espace à quatre dimensions et l'hypersphère. C'était la première fois qu'on parlait dans un livre de fiction de la découverte mathématique de l'hypercube, presque contemporaine à la publication du livre d'Abbott.

Le rêve du carré m'a immédiatement fasciné, il y a de nombreuses années, lorsque j'ai lu le livre. J'ai donc réalisé ce rêve, dans les deux sens du terme, et fait un film entièrement en animation mais avec des objets réels qui rendraient visuellement les images du rêve de Carré. Pour ce faire, je n'ai utilisé que des objets translucides de sorte qu'il a été possible de les traverser avec des rayons lumineux, dans un environnement transparent, raréfié, coloré par un bleu diaphane. (Abbott, E. A. & Emmer M. 2008). Mais ce n'était pas le seul rêve que je voulais réaliser dans ma vie. Le grand rêve a toujours été les bulles de savon, créatures entre rêve et réalité, aériennes et transparentes, et qui, comme le rêve, s'évanouissent dès que l'on tente de les atteindre.

4. Les Bulles de Savon. Une petite histoire entre art et science

Richard Wagner
Deux Études sur Tristan und Isolde n. 2

Rêves
Dis-moi, quel rêves merveilleux
tiennent mes sens prisonniers
Pour qu'ils n'aient pas disparu
Dans le néant comme la vaine écume?
Mathilde Wesendock, Lieder, 1857

Mon rêve est un rêve à yeux ouverts que j'ai eu pendant de longues années. Les bulles de savon dont je me suis occupé depuis des décennies sont un rêve fragile et volatile, mais en même temps d'une extrême précision et d'une profonde stabilité, au moins d'un point de vue mathématique. Mon rêve était de devenir un mathématicien qui se penche sur les bulles de savon, à la recherche des rêves de bulles de savon présents dans les œuvres des artistes à compter du XVIe siècle. Mon dessein ultime était de réaliser un film sur les bulles avec des techniques spéciales et des animations, de fixer ces images en de grandes photographies, de raconter dans des livres et des articles l'histoire de mon rêve qui s'étendait sur de nombreuses années. J'ai atteint ce rêve plusieurs fois avant de réaliser la grande exposition du 2019. Un rêve qui a de solides fondements aussi bien scientifiques que littéraires. Et pour faire comprendre combien mon rêve est vaste et j'oserai dire sans fin, effaçant ainsi le lien avec la *Vanitas vanitatum* et la fin de nos ambitions et songes, il me faut raconter quelque chose sur les bulles de savon. Autrement ces rêves seraient 'vaine écume'.

Mon parcours personnel s'inscrit donc dans le sillage de l'histoire des bulles de savon, que je reprends dans ses grandes lignes ci-après.

L'histoire des bulles de savon commence très probablement avec la lente diffusion du savon en Europe et la fascination que les bulles de savon, un effet secondaire du savon, suscitent chez les enfants des régions du nord de l'Europe, de la Hollande et de l'Allemagne surtout. Au XVI^e^ et plus encore au XVII^e^ siècle, jouer aux bulles de savon devait être un passe-temps très répandu chez les enfants, comme en témoignent les centaines de peintures et gravures sur le thème des bulles.

Il est fort probable que cette grande diffusion d'une part du jeu des bulles de savon, et, d'autre part, de leur représentation par des artistes de l'époque, poussent également les scientifiques à se poser des questions à ce sujet. Pour les artistes, c'est le XVII^e^ siècle qui suscite leur plus grand intérêt pour les bulles de savon ; c'est en effet au cours de ce siècle que l'utilisation de la bulle devient une constante au sein du thème plus large des Vanités. Une série de gravures réalisées par Hendrik Goltzius serait le début de la fortune des bulles dans l'art hollandais des XVI^e^ et XVII^e^ siècles. La plus connue, datée de 1594, est intitulée *Quis evadet* (*Qui en réchappe ?*) –, et renvoie à la phrase latine, longuement commentée par Erasme dans ses *Adages*, « Homo bulla », qui rappelle que la vie est brève, telle une bulle de savon. Dans les mêmes années, Agostino Carracci a créé une œuvre presque identique, qui sera montrée à l'exposition de Perugia en 2019.

À la fin des années 1660, Isaac Newton commence ses études d'optique. En 1666, il écrit *Of Colours*, suivi de *Optical Lectures* de 1669-1671, qui ne seront publiés qu'en 1728, *et New Theory of Light and Colors* en 1672. L'intérêt qu'il suscite l'encourage à publier ses notes sur la théorie des couleurs, qu'il développa plus tard dans son ouvrage de 1704, *Opticks*. La couleur était certainement l'une des principales raisons de l'intérêt pour le jeu et de la fascination des artistes pour les bulles de savon à l'époque, même si recréer l'effet curieux qui se manifestait sur la surface savonneuse était si compliqué que les bulles de savon semblaient transparentes dans presque tous les tableaux. La même raison, la couleur, a suscité l'intérêt des scientifiques et Isaac Newton a été l'un des premiers.

Dans *Opticks*, Isaac Newton décrit en détail les phénomènes observés sur la surface des films de savon :

> *Obs.* 17. If a Bubble be blown with Water first made tenacious by dissolving a little Soap in it, 'tis a common Observation, that after a while it will appear tinged with a great variety of Colours. To defend these Bubbles from being agitated by the external Air (whereby their Colours are irregularly moved one among another, so that no accurate Observation can be made of them,) as soon as I had blown any of them I covered it with a clear Glass, and by that means its Colours emerged in a very regular order, like so many concentric Rings encompassing the top of the Bubble (Newton I. 1704 : obs 17).

Le phénomène que Newton avait observé est connu sous le nom d'interférence et se produit lorsque l'épaisseur du film est comparable à la longueur d'onde de la lumière visible. Dans un liquide savonneux, les différentes couleurs qui composent la lumière du soleil se déplacent à différentes vitesses.

Il est intéressant de noter que dans ces années, le fait que les films de savon sont des phénomènes naturels qui suivent les schémas de maximisation et de minimisation d'énergie n'était pas du tout clair pour les scientifiques. Ce n'est qu'au XIX^{e} siècle que l'on a compris que les films de savon fournissent un modèle expérimental pour des problèmes de mathématiques, insérant ainsi pleinement les films de savon dans le domaine mathématique du calcul des variations. Joseph Antoine Ferdinand Plateau, avec ses observations expérimentales, a influencé de manière décisive le travail des mathématiciens, même si le travail de Plateau était principalement destiné aux physiciens et aux chimistes. Ce chercheur belge si passionné a exposé ses yeux au soleil trop longtemps, ce qui lui a causé des dommages irréversibles à la vue. En 1843, il est devenu complètement aveugle. C'est au cours de ces années qu'il a commencé à s'intéresser à la nature des forces moléculaires présentes dans les fluides, découvrant finalement les formes que prennent les surfaces savonneuses contenus dans des fils métalliques particuliers lorsqu'ils sont immergés dans de l'eau savonneuse.

En 1873, il publie le résultat de quinze années de recherche dans les deux volumes du traité *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. La partie centrale du traité de Plateau est intitulée *Systèmes laminaires. Lois auxquelles ils sont soumis; comment ils se developpent; principe général qui régit leur constitution. Démonstration théorique de leurs lois* (Plateau J. A. F. 1873).

Il a été possible de créer des surfaces de courbure moyenne nulle, c'est-à-dire des surfaces minimales, dont les équations ou le générateur géométrique sont connus. L'idée est de dessiner un contour fermé à la seule condition qu'il contienne une partie limitée de la surface et qu'il soit compatible avec la surface elle-même ; si alors un fil identique au contour précédent est construit, immergé entièrement dans du liquide savonneux puis retiré, un ensemble de films savonneux est généré représentant la partie de la zone considérée. Plateau ne pouvait que constater que ces surfaces, pour la plupart très intrigantes, sont obtenues comme par magie. Il est clair que la procédure peut être appliquée pour résoudre les problèmes les plus complexes dans lesquels la surface étudiée n'est pas connue. Dans ce cas, la solution expérimentale au problème est obtenue avec des films de savon.

Toutes ces expériences sont très inhabituelles ; il est incroyablement fascinant (*charme*) de contempler ces formes légères, qui, par essence, se réduisent à des surfaces mathématiques. Et c'est là que réside l'incroyable découverte de Plateau : quel que soit le nombre de films de savon qui entrent en contact, il ne peut y avoir que deux types de configurations. Plus précisément, les trois règles expérimentales que Plateau a découvertes sur les films de savon sont les suivantes:

1) un système de bulles ou de films de savon attachés à un fil métallique de support est constitué de surfaces planes ou incurvées qui se croisent le long de lignes avec des courbures très régulières;
2) les surfaces ne peuvent se rencontrer que de deux manières : soit trois surfaces se rencontrent le long d'une ligne, soit six surfaces donnant naissance à quatre courbes se rencontrant dans un sommet;
3) les angles d'intersection de trois surfaces le long d'une ligne ou des courbes générées par six surfaces dans un sommet sont toujours égaux dans le premier cas à 120° (fig.2), dans le second à 109° 28′.

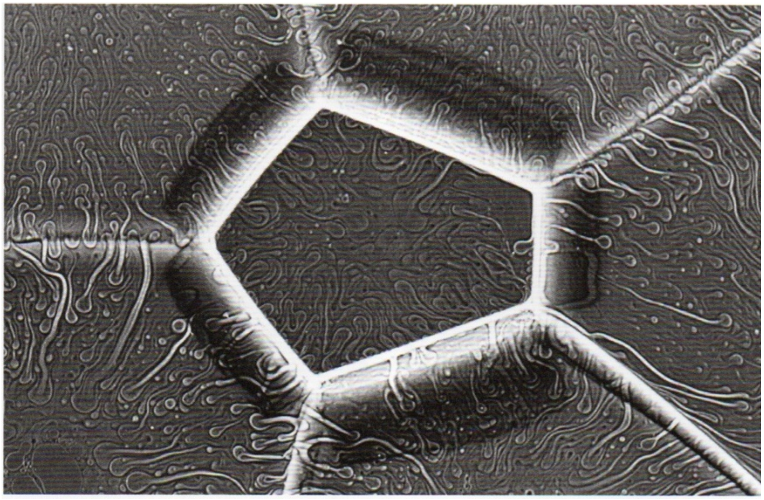

Fig. 2, Bradley Miller, *Without title*, 1975, Photographic technique, © B. Miller.

5. Le rôle des mathématiciens

Avec ses expériences, Plateau avait posé deux problèmes aux mathématiciens : l'un qui est connu sous le nom de problème de Plateau et l'autre sur la géométrie des films de savon. Le mathématicien Euler a été le premier à se poser la question de savoir comment trouver la surface minimale délimitée par un contour fermé, au XVIII^{e} siècle. La date de naissance officielle des surfaces minimales est considérée 1760, l'année où une œuvre de Joseph-Louis Lagrange a été publiée sur la question.

Pendant de nombreuses années, la seule solution explicite du problème du Plateau a été celle obtenue par Herman Schwarz pour un contour quadrilatère non plan. En 1931, le mathématicien Jesse Douglas (1897-1965) publie un ouvrage intitulé *Solution of the problem of Plateau*. Pour son travail sur les surfaces minimales, Douglas a reçu en 1936 la médaille Fields, la plus haute reconnaissance pour un mathématicien décernée tous les quatre ans au Congrès international des mathématiciens. Au début des années 1960, Ennio De Giorgi et Ernst Robert Reifenberg ont introduit une approche complètement nouvelle pour résoudre le problème de Plateau. L'idée est de généraliser le concept de surface, d'aire et de frontière, à la recherche d'une solution plus générale.

En utilisant la méthode de De Giorgi (la soi-disant *Théorie des Périmètres*) et *la Geometric Measure Theory* (Integral Currents) introduite par Herbert Federer (1920-2010) et Wendell H. Fleming, le problème de Plateau a été résolu. Le problème de l'étude de la singularité restant a été abordé et résolu par plusieurs chercheurs, dont Mario Miranda, Enrico Giusti et Enrico Bombieri en Italie et Federer, Fleming et Fred J. Almgren, Jr. aux États-Unis. Bombieri a reçu la médaille Fields en 1974 entre autres pour ses contributions à la théorie des surfaces minimales. Une autre question demeurait : les lois sur la géométrie des films de savon que Plateau a découvertes expérimentalement sont-elles correctes ou non ?

En 1976, lorsque Jean Taylor a démontré que les lois que Plateau avait trouvées expérimentalement pour expliquer la géométrie des films de savon étaient correctes, Bradley Miller, un étudiant en art, a eu l'idée d'utiliser la photographie pour capturer l'image des films de savon et est allé à l'Université de Princeton où Taylor avait travaillé avec son mari Fred Almgren. En 1976, ils ont écrit un article connu sur leurs recherches, publié dans *Scientific American*, avec de nombreuses belles images en couleur de bulles de savon et de films de savon[4].

6. Mon expérience personnelle

Depuis les années 1970, le rêve des bulles prend paradoxalement forme, et se trouve étroitement liée à la fois à ma vie professionnelle et à mes rêves personnels.

En 1970, je commence mon travail de mathématicien à l'université de Ferrara avec Mario Miranda, qui fait partie du groupe de mathématiciens d'Ennio De Giorgi, Enrico Giusti et Enrico Bombieri travaillant sur les surfaces minimales, des films de savon et des bulles.

En 1976, je rencontre Jean Taylor et Fred Almgren et nous décidons de tourner un film dans ma série *Art and Mathematics* sur *Soap Bubbles*, qui sera filmé en partie à l'Université de Princeton. En 1984, avec Elio Bisignani, nous faisons une série de photos de la solution du Plateau pour le cube, l'appelant *Hypercube savonneux*. Le film et les images ont été inclus dans la *Biennale internationale d'art de Venise* de 1986 consacrée au thème de l'art et de la science.

L'un de mes rêves les plus chers, comme je l'ai déjà mentionné, était l'idée de faire une grande exposition sur le thème des bulles de savon. J'en avais parlé pour la première fois avec Maurizio Calvesi à l'occasion de la Biennale de Venise de 1986. La même année, je publie un article intitulé

---

[4] Pour plus de détails, voir le livre de Michele Emmer, *Bolle di sapone, arte e matematica,* 2009.

« ‘Soap Bubbles’ in Art and Science : From the Past to the Future of Math Art », dans la revue *Leonardo, MIT Press*[5].
En 1991, j’ai écrit le premier livre consacré aux bulles de savon dans l’art et la science et j’ai également commencé avec Valeria Marchiafava à faire des spectacles de théâtre sur les bulles de savon.

En 2009, j’ai écrit mon dernier livre sur les bulles de savon *Bolle di sapone arte e matematica*. Cet ouvrage a reçu le prix Viareggio du meilleur essai italien en 2010. En 2013, au *Carnevale de la Biennale* de Venise, enfin, j’ai organisé un événement de deux jours sur les bulles de savon avec films, musique, pièces de théâtre, ateliers.

Liées à mon rêve intérieur, ces activités et ces œuvres qui ont ainsi une forte dimension autobiographique, vont culminer le 16 mars 2019, avec l’ouverture de l’exposition sur les bulles de savon à Perugia (Emmer M. & Pierini, M. 2019). Le rêve est devenu réalité.

Fig. 3 Le poster de l’exposition

Le rêve continue…

[5] Il sera réimprimé dans *The Visual Mind: Art and Mathematics* en 1991.

Bibliographie

Edwin A. ABBOTT & Michele EMMER (2008), *Flatland*, avec le DVD *Flatland*, Torino, Bollati Boringhieri.
Michele EMMER (1996), *Ennio De Giorgi*, DVD, durée 1.07, Rome, M. Emmer & V. Marchiafava prod.
– (2009), *bolle di sapone, arte e matematica*, Torino, Bollati Boringhieri.
– (2019), *Racconto matematico. Memorie impersonali con divagazioni* Torino, Bollati Boringhieri.
– (2019) *L'artiste et ses mathématiciens*, in Jean Marc LEVY LEBLOND, dir., Alliage, Université de Nice-Sophia Antipolis, n. 80, été 2019.
Michele EMMER & Marco PIERINI, eds (2019) *Bolle di sapone. Forme dell'utopia tra Vanitas, Arte e Scienza,* Milan, Silvana Editore.
Michael HARRIS (2012), *Do Android Prove theorem in Their Sleep* ?, in Apostolos DOXIADIS & Barry MAZUR, *Circles Disturbed*, Princeton, Princeton University Press.
– (2017), *Mathematics without Apologies: Portrait of a Problematic Vocation*, Princeton, Princeton University Press.
Isaac NEWTON (1704, *Opticks,* London).
https://books.google.it/books?id=TuYaDAAAQBAJ&pg=PT1183&lpg=PT1183&dq=newton+Obs.+17.+If+a+Bubble+be+blown+with+Water+first+made+tenacious+by+dissolving+a+little+Soap+in+it,+%E2%80%98tis+a+common+Observation,+that+after+a+while+it+will+appear+tinged+with+a+great+variety+of+Colours
Joseph Antoine Ferdinand PLATEAU (1873) *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Paris, Gauthier-Villars.
Henri POINCARE (1908), *Sciences et méthode*, (1908) Paris, Flammarion.
Robert THOMASON & Thomas TROBUAGH (1990) *Higher Algebraic L-Theory of Schemes and of Derived Categories*, in Pierre CARTIER et al, eds, The *Grothendick Festschrift* Volume III, Boston, Birkhäuser.
Cédric VILLANI ; Davi KOPENAWA ; Bruce ALBERT ; Michel CASSE (2011), *Mathématiques Un depaysement soudain*, Paris, Fondation Cartier pour l'art contemporain.