QUELQUES RÉSULTATS CONCERNANT DES SYSTÈMES PHONÉTIQUES

PAR

Hiroshi AMAKI

(reçu le 18 novembre 1968)

Dans des études phonologiques du point de vue de la formation de modèles mathématiques, l'ensemble $V(x)$ de toutes les valeurs acoustiques du son x joue un rôle fondamental. Le but de cett note est de donner quelques résultats concernant l'ensemble $V(x)$. D'abord nous expliquons quelques termes et notations qui seront utilisés dans toute la suite. Soit V un ensemble d'éléments nommés **valeurs**.

Considérons une partition P d'ensemble V :

$$V = \bigcup_i V_i, \text{ ou } V_i \cap V_j = \phi \text{ pour } i \text{ et } j \text{ naturels et pour } i \neq j.$$

Deux valeurs, qui appartiennent à le même ensemble V_i, sont dites **homogènes**; deux valeurs qui ne sont pas homoēnes, sont dites **hétérogènes**. Soit E un ensemble d'éléments nommés **sons du langage**.

A chaque son x on associe un sous-ensemble $V(x)$ de V, tel que pour tout nombre naturel i tel que $V_i \neq \phi$ l'intersection

$$V_i \cap V(x)$$

est formée d'un seul élément.

Deux valeurs v_1 et v_2 sont dites **compatibles**, s'il existe un son x tel que

$$v_1 \varepsilon V(x) \text{ et } v_2 \varepsilon V(x)$$

; elles sont dites **incompatibles** dans le cas contraire.

Ces notions ont été données par S. Marcus dans [1].

Or, dans le livre [2] par S. Marcus on a démontré la proposition suivante :

(α) Si v_1 et v_2 sont des valeurs compatibles, alors v_1 et v_2 sont hétérogènes.

Nous allons prouver que la réciproque n'est pas vrai ; c'est-à-dire, nous avons deux propositions suivantes.

Proposition 1. Il existe deux valeurs qui sont hétérogènes, mais compatibles.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $V_1 = \{v_1, v_2\}$, $V_2 = \{v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{x, y, z\}$, $V(x) = \{v_1, v_3\}$, $V(y) = \{v_2, v_3\}$, $V(z) = \{v_2, v_4\}$, $V(w) = \{v_1, v_5\}$.

Alors, ainsi que l'on voit, deux valeurs v_2 et v_4 sont hétérogènes, mais compatibles.

Proposition 2, Il existe deux valeurs qui sont hétérogènes, mais incompatibles.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$, $V_1 = \{v_1, v_2\}$, $V_2 = \{v_3, v_4\}$, $V_3 = \{v_5, v_6\}$, E $= \{x, y, z, w\}$, $V(x) = \{v_1, v_3, v_5\}$, $V(y) = \{v_2, v_3, v_5\}$, $V(z) = \{v_1, v_4, v_6\}$, $V(w) = \{v_1, v_3, v_6\}$.

Alors, comme on le voit facilement, deux valeurs v_2 et v_4 sont hétérogènes, mais incompatibles.

Maintenant, nous introduisons encore le terme suivant (voir [2]).

Deux valeurs v_1 et v_2 forment une paire **contrastive**, s'il existe deux sons x et y tels que·

$V(x) - V(y) = \{v_1\}$, $V(y) - V(x) = \{v_2\}$.

Alors nous avons la proposition suivante.

Proposition 3. Si v_1 et v_2 forment une paire contrastive et si v_2 et v_3 forment une paire contrastive, alors v_1 et v_3 ne forment pas, en général, une paire contrastive.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$, $V_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$, $V_2 = \{v_4\}$, $V = \{v_5, v_6\}$, E $= \{x, y, z, w\}$, $V(x) = \{v_1, v_4, v_5\}$, $V(y) = \{v_2, v_4, v_5\}$, $V(z) = \{v_2, v_4, v_6\}$, $V(w) = \{v_3, v_4, v_6\}$.

Alors, nous avons :

$V(x) - V(y) = \{v_1\}$, $V(y) - V(x) = \{v_2\}$, $V(z) - V(w) = \{v_2\}$,
$V(w) - V(z) = \{v_3\}$.

Donc, v_1 et v_2 forment une paire contrastive de même que v_2 et v_3. Mais, comme on le voit sans peine, v_1 et v_3 ne forment pas une paire contrastive.

Or, on a démontré dans le livre [2] déjà cité la suivante :

(β) Si v_1 et v_2 forment une paire contrastive, alors v_1 et v_2 sont homogènes.

Nous démontrerons que la réciproque n'est pas vrai ; c'est-à-dire, nous avons deux propositions suivantes.

Proposition 4. Il existe deux valeurs qui sont homogènes, mais contrastives.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $V_1 = \{v_1, v_3\}$, $V_2 = \{v_2, v_4\}$, $V = \{v_5\}$, E $= \{x, y, z\}$, $V(x) = \{v_1, v_2, v_5\}$, $V(y) = \{v_2, v_3, v_5\}$, et $V(z) = \{v_1, v_4, v_5\}$.

Alors, comme on le voit, v_1 et v_3 (ou bien v_2 et v_4) sont homogènes, mais contrastives.

Proposition 5. Il existe deux valeurs qui sont homogènes, mais ne contrastives pas.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $V_1 = \{v_1, v_2\}$, $V_2 = \{v_3, v_4\}$, $V_3 = \{v_5\}$, E $= \{x, y\}$, $V(x) = \{v_1, v_2, v_5\}$, et $V(y) = \{v_2, v_4, v_5\}$.

Alors, ainsi que l'on voit sans peine v_1 et v_2 sont homogènes, mais ne contrastives pas.

Or, puisqu'à tout $x \varepsilon$ E correspond un $V(x)$, il peut être aussi considéré comme une application $\varphi(x)$ de l'ensemble E dans l'ensemble des sous-ensembles de V. Alors, nous dirons que un système

$$\{V, \text{P}, \text{E}, \varphi\}$$

est **un système phonétique**. (voir [2])

Donc, en considérant les propositions (α) et (β) décrites ci-dessus, nous avons deux propositions suivantes.

Proposition 6. Il existe un système phonétique tel que toute paire homogène est une paire contrastive, et encore toute paire de valeurs incompatibles est contrastive.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3\}$, $V_1 = \{v_1\}$, $V_2 = \{v_2, v_3\}$, $\text{E} = \{x, y\}$, $V(x) = \{v_1, v_2\}$, et $V(y) = \{v_1, v_3\}$.

Alors, ainsi que l'on voit sans peine, la paire homogène $\{v_2, v_3\}$ est contrastive, et, de plus, la paire incompatible $\{v_2, v_3\}$ est contrastive.

Proposition 7. Il existe un système phonétique tel que toute paire homogène est une paire contrastive, mais une paire incompatible n'est pas contrastive.

Démonstration. Soient

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $V_1 = \{v_1, v_2\}$, $V_2 = \{v_3, v_4\}$, $\text{E} = \{x, y, z\}$, $V(x) = \{v_1, v_3\}$, $V(y) = \{v_2, v_3\}$, et $V(z) = \{v_2, v_4\}$.

Alors, comme on le voit facilement, chaque paire homogène est une paire contrastive, mais la paire incompatible $\{v_1, v_4\}$ n'est pas contrastive.

Maintenant, supposons encore dans un système phonétique que

$$V = \bigcup_{x \varepsilon \text{E}} V(x)$$

Alors, nous avons la suivante :

Proposition 8. Si une valeur v appartient, à la fois, à $V(x)$ pour tout $x \varepsilon$ E, la valeur v n'est homogène à aucune autre valeur.

Démonstration. Supposons, par réduction à l'absurde, que les valeurs v et v_1 sont homogènes. Donc, vu que la proposition (α) décrite ci-dessus, v et v_1 sont incompatibles. Par suite, il existe deux sons différents x et y tels que $v \varepsilon V(x)$ et $v_1 \varepsilon V(y)$. D'autre part, le fait que v appartient, à la fois, à $V(x)$ pour tout $x \varepsilon$ E, entraîne $v \varepsilon V(y)$.

Cela est en contradiction avec l'incompatibilité des v et v_1. Donc, l'hypothèse que v_1 est homogène à v est fausse.

Bibliographie

[1] Marcus, S., Description, à l'aide de la théorie des ensembles, de certains phénomènes morphologiques. Revue de mathématiques pures et appliquées, Vol. 6, 1961, N°4.

[2] Marcus, S., Introduction mathématique à la linguistique structurale, Dunod, Paris, 1967.