



УДК 519.8; 621.3:007; 621.3:001.891.57
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-2-68-84>

Оригинальная статья
Original Paper

Об оптимизации смешанной зарядной инфраструктуры электробусов для городских маршрутов

Б. М. Розин[✉], И. А. Шатерник

Объединенный институт проблем информатики
Национальной академии наук Беларуси,
ул. Сурганова, 6, Минск, 220012, Беларусь
[✉]E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Аннотация

Цели. При переходе от парка дизельных автобусов к парку электробусов актуальной является оптимизация зарядной инфраструктуры, совмещающей технологии медленной зарядки батарей в депо в ночное время и быстрой подзарядки на конечных остановках маршрутов. Цель исследования заключается в создании моделей и методов выработки экономически эффективных решений по выбору зарядной инфраструктуры такого типа для парка электробусов, обслуживающих систему городских маршрутов с учетом ряда специфических условий. Функционирование парка и зарядной инфраструктуры моделируется как для депо в ночной период, так и для конечных остановок в наиболее представительный период дня, характеризующийся наибольшей интенсивностью пассажиропотока и максимальным расходом электроэнергии.

Методы. Используются методы теории множеств, теории графов и линейной аппроксимации.

Результаты. Разработана математическая модель задачи оптимизации зарядной инфраструктуры смешанного типа для парка электробусов. В качестве целевой функции выбрана суммарная дневная стоимость зарядных станций, износа батарей электробусов парка и потребленной электроэнергии. Модель сформулирована в виде задачи смешанного целочисленного линейного программирования.

Заключение. Для решения сформулированной задачи целочисленного линейного программирования могут использоваться стандартные решатели типа IBM ILOG CPLEX. Решение задачи заключается в выборе длительностей и расписаний зарядки электробусов на зарядных станциях малой мощности в депо в ночное время и на зарядных станциях большой мощности конечных остановок в заданном диапазоне часов пик.

Ключевые слова: электробус, аккумуляторная батарея, станция зарядки, оптимизация, смешанное целочисленное линейное программирование

Благодарности. Исследование выполнялось в рамках проекта «Модели и методы для систем поддержки принятия решений при проектировании, планировании и управлении высокотехнологичными, роботизированными производствами и электротранспортом» программы ГПНИ «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства» (2021–2025 гг.).

Для цитирования. Розин, Б. М. Об оптимизации смешанной зарядной инфраструктуры электробусов для городских маршрутов / Б. М. Розин, И. А. Шатерник // Информатика. – 2022. – Т. 19, № 2. – С. 68–84.
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-2-68-84>

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию | Received 15.11.2021
Подписана в печать | Accepted 11.02.2022
Опубликована | Published 29.06.2022

On optimization of the mixed charging infrastructure of electric buses for urban routes

Boris M. Rozin[✉], Ilya A. Shaternik

*The United Institute of Informatics Problems
of the National Academy of Sciences of Belarus,
st. Surganova, 6, Minsk, 220012, Belarus
✉E-mail: rozin@newman.bas-net.by*

Abstract

Objectives. When transition from a fleet of diesel buses to a fleet of electric buses, it is important to optimize the charging infrastructure, which combines the slow-charging technologies at the depot overnight and fast recharging at the terminals of the routes. The purpose of the study is to create models and methods for developing the cost-effective solutions for selecting this type of charging infrastructure for a fleet of electric buses serving the city route system, taking into account a number of specific conditions. The operation of the fleet and charging infrastructure is modeled both for the depot at night and for the terminal stops in the most representative period of the day, characterized by the highest intensity of passenger traffic and maximum power consumption.

Methods. Methods of set theory, graph theory and linear approximation are used.

Results. A mathematical model has been developed for the problem of optimizing a mixed-type charging infrastructure for an electric bus fleet. The total daily cost of charging stations, degradation of electric bus batteries and consumed electricity was chosen as the objective function. The model is formulated as a mixed integer linear programming problem.

Conclusion. To solve the formulated problem, standard solvers like IBM ILOG CPLEX can be used. The solution of the problem lies in the choice of durations and schedules for charging electric buses at low-capacity charging stations in the depot at night and at high-capacity charging stations of terminal stops in a given range of peak hours.

Keywords: electric bus, battery, charging station, optimization, mixed integer linear programming

Acknowledgements. The study was carried out within the Project "Models and methods for decision support systems in the design, planning and management of high-tech, robotic production and electric transport" in frames of the State research program "Digital and space technologies, human, society and state safety" (2021–2025).

For citation. Rozin B. M., Shaternik I. A. *On optimization of the mixed charging infrastructure of electric buses for urban routes*. *Informatika [Informatics]*, 2022, vol. 19, no. 2, pp. 68–84 (In Russ.).
<https://doi.org/10.37661/1816-0301-2022-19-2-68-84>

Conflict of interest. The authors declare of no conflict of interest.

Введение. В литературе значительное внимание в последние годы уделяется различным аспектам планирования зарядной инфраструктуры для подзарядки городского электротранспорта, в частности электробусов (ЭБ) [1–10]. Применяемые технологии зарядки ЭБ отличаются большим разнообразием: ЭБ могут заряжаться только в депо; в депо и на конечных остановках маршрутов; в депо, на конечных и промежуточных автобусных остановках (URL: <https://zeeus.eu/uploads/publications/documents/zeeus-report2017-2018-final.pdf>). На практике основными альтернативами технологий зарядки являются частые зарядки аккумуляторных батарей (далее – батарея) ЭБ небольшой емкости на остановках маршрутов либо редкие зарядки батарей большой емкости в депо. Для зарядки на маршруте обычно требуются зарядные устройства большой мощности (до 400–500 кВт), в то время как для зарядки в депо могут использоваться зарядные устройства малой мощности (80–100 кВт) [1, 2]. При выборе подходящего варианта батареи принимаются во внимание ее технические характеристики и экономическая целесообразность обслуживания парка ЭБ (см., например, [2, 3]). Большие батареи с медленной зарядкой обеспечивают больший запас хода на одном заряде, чем небольшие батареи с быстрой зарядкой, но они более дорогие и уменьшают пассажировместимость ЭБ. С другой стороны, использование небольших батарей требует больших инвестиций, связанных с инфраструктурой зарядки в пути [4].

В настоящей работе рассматривается задача оптимизации конфигурации зарядной инфраструктуры смешанного типа для парка ЭБ. Конфигурация зарядной инфраструктуры смешанного типа характеризуется числом идентичных зарядных станций медленной зарядки, размещаемых в депо и используемых для зарядки ЭБ преимущественно в ночное время, а также числами идентичных станций быстрой зарядки ЭБ, устанавливаемых на конечных остановках обслуживаемых маршрутов, на которых ЭБ проводят значительное время (7–30 мин).

Рассматривается набор замкнутых круговых маршрутов, обслуживаемых парком ЭБ нескольких типов. Каждому ЭБ парка назначается единственный маршрут обслуживания, включающий вспомогательные рейсы из депо на стартовую конечную остановку маршрута и возвращения в депо с одной из конечных остановок, а также циклическое выполнение пары сервисных рейсов со стартовой конечной остановки до альтернативной конечной остановки (если их две) и обратно. Для ЭБ задано также количество циклов обслуживания его маршрута в течение дня. Транспортировка пассажиров по маршрутам рассматривается для наиболее *представительного периода*, характеризующегося наименьшими интервалами времени между ЭБ и наибольшим расходом электроэнергии на маршрутах (как правило, для Европы это часы пик рабочего дня февраля). Способность зарядной инфраструктуры обеспечить функционирование парка ЭБ в представительный период дает возможность их функционирования в любой другой период года. Каждый маршрут может обслуживаться ЭБ различных типов.

Различные ЭБ парка одного типа оборудуются одинаковыми батареями. В процессе функционирования ЭБ батарея изнашивается. Основными факторами, влияющими на износ батареи, являются скорости ее зарядки и разрядки, уровень заряда (УЗ), при котором осуществляются ее зарядка и разрядка, и температура батареи [5, 6]. Как правило, производителем батареи указывается диапазон УЗ, при котором батарея может функционировать достаточно продолжительное время, а также характеристики достижимого числа циклов ее зарядки и разрядки за период эксплуатации в зависимости от глубины разряда, скоростей зарядки и разрядки при нормальной температуре. Емкость батареи, применяемые скорости ее разрядки и зарядки определяются типом ЭБ, характеристиками обслуживаемых маршрутов, интенсивностью пассажиропотока, номинальной мощностью и силой тока используемых зарядных станций.

Величины среднего расхода электроэнергии на маршрутах для каждого типа ЭБ в представительный период времени предполагаются известными. УЗ батареи любого ЭБ в процессе функционирования не должен выходить за пределы заданного диапазона и должен быть полностью восстановлен в депо в конце дневного цикла перед выполнением рейсов следующего дня.

Средние потери УЗ для любых ЭБ одного типа в любом цикле обслуживания одного и того же маршрута в рамках представительного периода считаются одинаковыми. Длительности подзарядки ЭБ одного типа, обслуживающих один и тот же маршрут, на фиксированной конечной остановке данного маршрута считаются одинаковыми для любого посещения этой остановки, но могут отличаться от длительности зарядки ЭБ на альтернативной конечной остановке. Длительности зарядки в депо для ЭБ одного типа, обслуживающих один и тот же маршрут, также считаются одинаковыми. Номинальная мощность каждой станции зарядки предполагается неизменной в течение всего периода эксплуатации.

Требуется выбрать такую конфигурацию рассматриваемой зарядной инфраструктуры, которая минимизирует суммарную приведенную дневную стоимость этой инфраструктуры, износа батарей парка ЭБ и потребленной электроэнергии и обеспечивает обслуживание данным парком ЭБ городских маршрутов согласно расписаниям представительного периода.

Описание проблемной ситуации. Приведем перечень принятых при моделировании проблемной ситуации основных предположений:

1. Парк ЭБ включает электробусы нескольких типов. Каждый маршрут из заданного набора могут обслуживать ЭБ различных типов.

2. ЭБ оборудованы аккумуляторными батареями, идентичными для ЭБ одного типа.

3. Каждый ЭБ обслуживает назначенный ему единственный маршрут, содержащий одну либо две конечные остановки, предназначенные для быстрой подзарядки батарей ЭБ в течение дня. Любая конечная остановка может принадлежать нескольким маршрутам. После выполне-

ния дневного расписания каждый ЭБ парка возвращается в единственное депо, где в ночное время выполняется подзарядка его батареи на одной из идентичных зарядных станций медленной зарядки до максимально допустимого уровня перед выходом на маршрут на следующий день. Расписание движения ЭБ парка на маршруте определяется последовательностью выхода транспортных единиц на маршрут из депо и временным интервалом между соседними ЭБ в последовательности.

4. Зарядка ЭБ как при приходе в депо, так и при каждом посещении конечной остановки выполняется однократно на одной зарядной станции без прерываний. Одновременно на одной зарядной станции может заряжаться только один ЭБ. Подзарядка ЭБ производится при каждом посещении любой конечной остановки обслуживаемого маршрута, в том числе при первом выходе на маршрут и перед отправлением в депо после завершения последнего цикла обслуживания маршрута.

5. Зарядка в депо в ночное время выполняется для всех ЭБ всех маршрутов, обслуживаемых в этом депо. Все события зарядки на каждой конечной остановке маршрутов рассматриваются в выбранный ограниченный представительный период дня.

6. Представительным назовем такой период времени, в течение которого принятые для этого периода решения по выбору конфигурации зарядной инфраструктуры парка ЭБ обеспечивают ее допустимое функционирование в любой другой период времени [7]. С некоторой степенью неопределенности наиболее представительный период может характеризоваться наибольшим расходом ЭБ энергии при движении по тем же отрезкам маршрутов и наименьшими интервалами между ЭБ в расписании. (Обычно это часы пик, в том числе зимой, при полной нагрузке всех электроприборов.) Будем считать, что диапазон представительного периода одинаков для всех маршрутов.

7. Для обеспечения робастности функционирования выбираемой зарядной инфраструктуры любой конечной остановки используется, кроме представительного периода, заданное *гарантирующее расписание* прихода ЭБ различных маршрутов на эту остановку. С некоторой степенью неопределенности такому расписанию соответствуют синхронизированные друг относительно друга расписания прихода на рассматриваемую конечную остановку ЭБ различных маршрутов для их подзарядки.

8. Для каждого типа ЭБ заданы величины среднего расхода энергии на маршрутах для представительного периода.

9. Расход энергии ЭБ для представительного периода и минимальный интервал между последовательно движущимися ЭБ для каждого маршрута распространяются на весь рассматриваемый день обслуживания.

10. Длительность зарядки ЭБ на конечной остановке обслуживаемого маршрута предполагается одинаковой для любого цикла обслуживания маршрута этим ЭБ.

11. Заданы табличные зависимости достижимого числа циклов зарядки и разрядки батареи ЭБ каждого типа за период ее эксплуатации от глубины разряда и скорости зарядки (разрядки).

12. Величины номинальной применяемой выходной мощности зарядных станций депо и конечных остановок заданы для каждой пары (тип станции, тип ЭБ) и не зависят от времени суток.

13. При обслуживании любого маршрута УЗ батареи ЭБ не должен выходить за границы заданного диапазона.

14. В допустимом диапазоне изменения УЗ батареи ЭБ возрастает линейно в зависимости от времени зарядки при постоянной мощности зарядки.

Отметим, что зависимость УЗ от времени движения ЭБ по маршруту является линейно убывающей функцией при движении по маршруту, а зависимость УЗ от времени зарядки на зарядной станции – неубывающей кусочно-линейной функцией. При этом, если батарея заряжена не полностью, функция возрастает и функция постоянна при полностью заряженной батарее. Таким образом, на каждом цикле обслуживания маршрута график функции УЗ батареи представляет собой непрерывную кусочно-линейную ломаную (рис. 1), где интервалы [2, 3], [4, 5] и [6, 7] соответствуют зарядке.

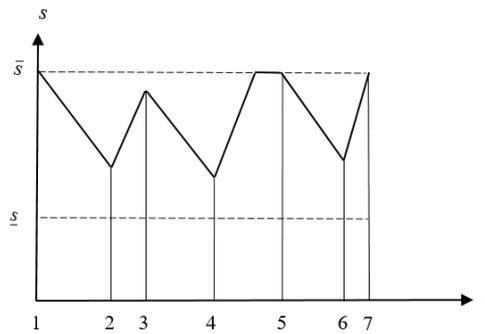


Рис. 1. Пример ломаной линии уровня заряда ЭБ

Fig. 1. An example of a polygonal line of the EB charge level

Постановка задачи выбора конфигурации зарядной инфраструктуры. Обозначим через R множество городских маршрутов, обслуживаемых парком ЭБ. Парк характеризуется заданным множеством $J = \{1, \dots, n\}$ индексов ЭБ, тип каждого $j \in J$ соответствует одному из типов ЭБ множества EB . Подзарядка ЭБ производится в единственном депо dep преимущественно в ночное время на идентичных станциях cd медленной зарядки и на конечных остановках маршрутов из множества $\Theta = \{1, \dots, \theta\}$ идентичными станциями c быстрой зарядки. Скорость зарядки (разрядки) батареи ЭБ задается в величинах xC ($1/ч$), где x – величина, обратная максимальному времени зарядки (разрядки) полностью разряженной (заряженной) батареи при данной скорости, $1C$ обозначает полную зарядку (разрядку) батареи за 1 ч, $2C$ – то же, но за 0,5 ч и т. д.

Представим систему обслуживаемых маршрутов из R взвешенным ориентированным мультиграфом $G = (U, V)$ с множеством вершин $U = \{\Theta \cup \{dep\}\}$ и множеством дуг $V = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in U\}$. Обозначим $\Theta(r) \subset \Theta$ подмножество конечных остановок маршрута r , $\bigcup_{r \in R} \Theta(r) = \Theta$, $|\Theta(r)| \leq 2$, $r \in R$.

Каждой из вершин множества U сопоставляется вариант устанавливаемых в ней зарядных станций: станций cd медленной зарядки для депо и станций c быстрой зарядки для конечных остановок. Каждая дуга $(\alpha, \beta) \in V$ соответствует рейсу одного из маршрутов, указывает направление движения ЭБ в рейсе и характеризуется длиной $L_{\alpha, \beta}$ рейса, в общем случае $L_{\alpha, \beta} \neq L_{\beta, \alpha}$. Каждую пару вершин могут соединять несколько одинаково направленных дуг, обозначающих рейсы различных маршрутов.

Каждому маршруту $r \in R$ сопоставляются:

– конечные остановки $v_\sigma(r)$ маршрута, $\sigma = 1, \dots, \bar{v}_r$, где $\bar{v}_r \in \{1, 2\}$, $v_\sigma(r) \in \Theta(r)$;

– последовательность обхода конечных остановок маршрута $\pi_r = (dep, (v_s(r), v_p(r), v_s(r))_1, \dots, (v_s(r), v_p(r), v_s(r))_q, \dots, v_f(r), dep)$ (s обозначает стартовую конечную остановку, p – альтернативную остановку для случая $\bar{v}_r = 2$, $f \in \{s, p\}$); π_r начинается и заканчивается в депо, содержит повторяющиеся идентичные циклы $q = 1, 2, \dots$ из двух сервисных рейсов $(v_s(r), v_p(r))$, $(v_p(r), v_s(r))$, где $s = 1$, $p = 2$ либо $s = 2$, $p = 1$ в зависимости от стартовой конечной остановки $v_s(r) \in \Theta(r)$, и финальную перед возвращением в депо конечную остановку $v_f(r)$. При $f = s$ все циклы (полные) одинаковы, при $f = p$ последний цикл является неполным и состоит из одного рейса $(v_s(r), v_p(r))$. В случае одной конечной остановки маршрута ($\bar{v}_r = 1$) все циклы обслуживания маршрута состоят из одного сервисного рейса с единственной начальной и конечной вершиной $v_s(r)$;

– подмножество $J_r \subseteq J$ ЭБ, обслуживающих маршрут, $\bigcup_{r \in R} J_r = J$, $J_\eta \cap J_\mu = \emptyset$ при $\eta \neq \mu$, $\eta, \mu \in R$;

– средняя скорость V_r движения ЭБ по маршруту;

– минимальный интервал λ_r времени между соседними ЭБ в течение представительного периода.

В табл. 1 приведены данные по трем маршрутам (27, 43 и 59) в Минске, обслуживаемым ЭБ. Для обозначения конечных остановок маршрутов использованы их сокращенные наименования: ДС Курасовщина – *Кур*, ДС Дружная – *Др*, ДС Серова – *Сер*, Долгобродская – *Дол*, Депо троллейбусного парка № 2 – *dep* (URL: <https://www.minsktrans.by>; URL: <https://wikiroutes.info/minsk/catalog>). На рис. 2 изображена схема этих маршрутов. Рейсы, составляющие маршрут, обозначаются составными числами <номер маршрута>-<номер рейса>.

Таблица 1
 Характеристики маршрутов 27, 43 и 59, обслуживаемых электробусами

Table 1
 Characteristics of routes 27, 43 and 59 served by electric buses

Маршрут Route	Рейс Flight	Кон. ост. 1– кон. ост. 2 Term.1–term.2	Расстояние, км Distance, km	Минимальный интервал, мин Minimum interval, min
27	27-1	Кур–Др	7,4	4–5
	27-2	Др–Кур	7,44	4–5
	27-3	dep–Кур	12,28	–
	27-4	Кур–dep	11,62	–
43	43-1	Сер–Др	7,38	13
	43-2	Др–Сер	8,01	11–13
	43-3	dep–Сер	12,78	–
	43-4	Сер–dep	11,59	–
59	59-1	Сер–Дол	11,99	6–7
	59-2	Дол–Сер	12,81	6–7
	59-3	dep–Дол	2,51	–
	59-4	dep–Сер	11,89	–
	59-5	Сер–dep	11,08	–
	59-6	Дол–dep	2,47	–

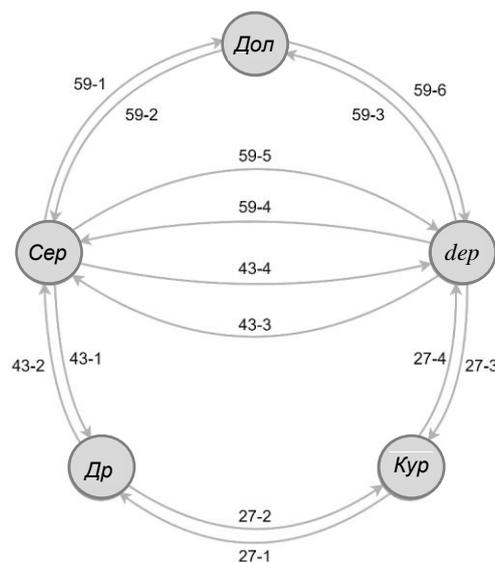


Рис. 2. Схема маршрутов 27, 43 и 59 в Минске

Fig. 2. Scheme of routes 27, 43 and 59 of Minsk

Легко убедиться, что маршрут с двумя конечными остановками может включать четыре либо шесть различных рейсов (дуг мультиграфа G). Маршрут с одной конечной остановкой

включает три рейса (три дуги мультиграфа G), два из которых соответствуют вспомогательным рейсам из (в) депо, один (дуга мультиграфа G является петлей) – сервисному рейсу перевозки пассажиров.

Для каждого типа ЭБ $e \in EB$ заданы:

- емкость E_e (энергетическая) батареи, кВт·ч;
- инвестиционная стоимость cst_b_e батареи;
- диапазон $[\underline{s}_e, \bar{s}_e]$ допустимых относительных значений s_e УЗ батареи по отношению к E_e , $0 \leq \underline{s}_e \leq \bar{s}_e \leq 1$;
- средний удельный расход sl_e энергии (заряда) на маршрутах, кВт·ч/км;
- постоянная скорость crd_e зарядки батареи на станции cd в депо;
- максимальная длительность τ_e^{\max} зарядки в депо от УЗ \underline{s}_e до УЗ \bar{s}_e при скорости зарядки crd_e ;
- постоянная скорость $crst_e$ зарядки батареи на станции c любой конечной остановки $v \in \Theta$;
- максимальная длительность t_e^{\max} зарядки на любой конечной остановке $v \in \Theta$ от УЗ \underline{s}_e до УЗ \bar{s}_e при скорости зарядки $crst_e$;
- скорость dr_e разрядки батареи в процессе движения по маршрутам;
- характеристики достижимого числа циклов $ACC_e(DoD, \circ)$ (от англ. *Attainable Cycle Count*) зарядки (разрядки) батареи за период ее эксплуатации в зависимости от глубины разряда DoD (от англ. *Depth of Discharge*) и скорости зарядки ($\circ = crd_e$ или $\circ = crst_e$) либо разрядки ($\circ = dr_e$).

Отметим, что мощность зарядки (разрядки) батареи определяется произведением ее скорости зарядки (разрядки) и емкости соответственно: $crd_e \cdot E_e$, $crst_e \cdot E_e$ ($dr_e \cdot E_e$).

В табл. 2 приведены характеристики ЭБ двух типов производства ОАО «Белкоммунмаш», работающих на маршрутах в Минске. Для зарядки в депо и на остановках применяются зарядные станции СЗА-1 с выходной мощностью 300 кВт, выходным напряжением 600 В, максимальным током 500 А, сроком эксплуатации 10 лет, ориентировочной инвестиционной стоимостью 830 тыс. руб. и годовой операционной стоимостью 12 тыс. руб. Характеристики ЭБ и зарядных станций предоставлены ОАО «Белкоммунмаш», данные по стоимости батарей заимствованы из работы [5]. Применяемые скорости зарядки батарей: 0,5С в депо и 6С на конечных остановках маршрутов. Соответственно, номинальные величины мощности и тока зарядки составляют 24 кВт и 40 А для депо, 288 кВт и 480 А на остановках при номинальном напряжении 600 В батареи. Применяемый диапазон $[\underline{s}_e, \bar{s}_e]$ допустимых УЗ батарей составляет [0,3; 1].

Таблица 2
Характеристики электробусов производства ОАО «Белкоммунмаш»

Table 2
Characteristics of electric buses produced by JSC Belkommunmash

Тип ЭБ <i>EB type</i>	Пассажиро- вместимость, чел. <i>Passenger capacity, persons</i>	Диапазон хода на одном заряде, км <i>Travel range per charge, km</i>	Средний расход энергии, кВт·ч/км <i>Average energy consumption, kWh/km</i>	Емкость батареи, кВт·ч <i>Battery capacity, kWh</i>	Макс. время зарядки в депо, ч <i>Max. depot charging time, hour</i>	Макс. время зарядки на остановках, мин <i>Max. charging time at stops, min</i>	Стоимость батареи, евро <i>Battery cost, EUR</i>
E433	153	15	2,25	48	1,4	7	20 640
E420	87	15	1,75	48	1,4	7	20 640

Каждому ЭБ $j \in J$ сопоставляются:

- его тип $e(j) \in EB$;
- маршрут $r(j) \in R$ обслуживания;
- моменты td_j , ta_j первого выхода из депо на маршрут и прихода в депо в конце рабочего дня;

- число k_j циклов сервисного обслуживания маршрута $r(j)$ в день, k_j -й цикл может быть неполным;
- последовательность $\pi_{r(j)}$ обхода конечных остановок $v_s(r(j)), v_p(r(j)) \in \Theta(r(j))$ маршрута;
- моменты d_{jq}^v, a_{jq}^v , соответствующие отправлению и прибытию согласно расписанию на конечную остановку $v \in \Theta(r(j))$ в цикле $q = 1, \dots, k_j$.

Для депо dep заданы:

- тип cd станций медленной зарядки;
- годовая инвестиционная и эксплуатационная стоимость cst_{cd} одной зарядной станции типа cd ;
- множество J событий зарядки ЭБ парка в ночное время (соответствует множеству индексов ЭБ);
- тариф cst_{ed} на электроэнергию в ночное время.

Каждой конечной остановке $v \in \Theta$ соответствуют:

- подмножество $R(v) \subseteq R$ маршрутов, содержащих эту остановку;
- подмножество $J^v = \bigcup_{r \in R(v)} J_r \subseteq J$ ЭБ, обслуживающих маршруты $r \in R(v)$ и заряжающихся на конечной остановке;
- диапазон $[\gamma st, \delta st]$ времени зарядки в представительный период для всех $j \in J^v$;
- номера циклов μ_j, \dots, g_j для гарантирующего расписания ЭБ $j \in J^v$, в которых в представительный период выполняется зарядка на остановке, где $1 \leq \mu_j \leq g_j \leq k_j, q = \mu_j, \dots, g_j$;
- моменты $\tilde{a}_{jq}^v, \tilde{d}_{jq}^v$ прибытия на остановку и отправления с остановки ЭБ $j \in J^v$ для гарантирующего расписания в диапазоне $[\gamma st, \delta st]$ представительного периода $\gamma st \leq \tilde{a}_{jq}^v < \tilde{d}_{jq}^v \leq \delta st$ в циклах $q = \mu_j, \dots, g_j$;
- тип c зарядных станций быстрой зарядки;
- годовая инвестиционная и операционная стоимость cst_c одной зарядной станции типа c ;
- тариф cst_{est} на электроэнергию в дневное время.

Под конфигурацией зарядной инфраструктуры парка ЭБ рассматриваемой транспортной сети понимаются наборы зарядных станций заданных вариантов cd для депо и c для каждой из конечных остановок.

Множество событий зарядки ЭБ парка в депо в ночное время включает по одному событию зарядки каждого ЭБ парка, причем каждый ЭБ заряжается без переключений один раз на одной из зарядных станций депо. Для каждой конечной остановки рассматривается часть событий зарядки ЭБ, посещающих эту остановку в течение представительного периода дня. В каждом цикле обслуживания маршрута в промежутках между событиями зарядки на конечных остановках маршрута ЭБ циклически выполняют сервисные рейсы перевозки пассажиров от одной конечной остановки к другой. При этом расходуется заряд батарей ЭБ. Требуется, чтобы УЗ каждой батареи не выходил за пределы заданного диапазона значений. Зависимости снижения УЗ (в рамках заданного диапазона) при движении по маршруту и увеличения УЗ при зарядке на зарядной станции задаются линейными убывающими либо линейными возрастающими функциями с известными коэффициентами для ЭБ каждого типа и скорости зарядки. Основываясь на принципе гарантированного результата, распространяем представительный период, характеризующийся наибольшими затратами электроэнергии и наибольшей интенсивностью движения ЭБ по маршрутам, на весь день так, чтобы получаемая для такой модели конфигурация зарядной инфраструктуры обеспечивала функционирование парка ЭБ в любой другой период времени.

Сопоставим вершине dep подграф $Gd = (Ud, Vd)$ событий зарядки каждого ЭБ парка в депо в ночное время суток. Каждой вершине $v \in \Theta$, представляющей конечную остановку, сопоставляется подграф $Gv = (Ust^v, Vst^v)$ событий зарядки ЭБ на соответствующей остановке в течение выделенного представительного периода дня для соответствующего гарантирующего расписания. Каждое событие зарядки ЭБ в вершинах сети представляет однократную зарядку без прерываний на одной из идентичных станций для данной вершины при любом посещении ее ЭБ, обслужива-

ющим проходящий через эту вершину маршрут. Подмножества Ud и Ust^v событий зарядки соответственно подграфов Gd и Gv , $v \in \Theta$, между собой попарно не пересекаются. Множества дуг Vd , Vst^v этих подграфов определяют отношения предшествования, которые требуется определить, для событий зарядки Ud и Ust^v , $v \in \Theta$, соответственно.

Представим множества Ud и Ust^v в следующем виде (см., например, Rogge [8]):

$Ud := 0d \cup fd \cup J$, где $0d$, fd – начальная и конечная вершины событий зарядки в депо соответственно; J – множество событий зарядки ЭБ парка в депо в ночное время;

$Ust^v := 0st^v \cup fst^v \cup Fst^v$, где $0st^v$, fst^v – начальная и конечная вершины событий зарядки на остановке v в выделенном диапазоне соответственно; Fst^v – множество событий зарядки ЭБ на остановке v в течение представительного периода, в который попадают события зарядки ЭБ $j \in J^v$ с номерами их циклов μ_j, \dots, g_j , $\gamma st \leq \tilde{a}_{jq}^v < \tilde{d}_{jq}^v \leq \delta st$, $\mu_j \leq q \leq g_j$, $j \in J^v$.

Предполагается, что для любых $j \in J$ выполняются условия $0 \leq td_j < \gamma st < \delta st < ta_j < td_j + 24$, поэтому множества Ud и Ust^v событий зарядки попарно разделены во времени для любой $v \in \Theta$.

Обозначим $\Omega d^0 = 0d \cup J$, $\bar{\Omega} d = J \cup fd$, $\Omega st^{v0} = 0st^v \cup Fst^v$, $\bar{\Omega} st^v = Fst^v \cup fst^v$.

На рис. 3 показан пример подграфа $Gd = (Ud, Vd)$ событий зарядки в депо для ЭБ типов e_1 и e_2 , возвращающихся в депо с трех маршрутов. Прямоугольники представляют интервалы пребывания соответствующих ЭБ парка в депо, закрашенная их часть соответствует собственно процессу зарядки без прерываний, а дуги из множества Vd отображают порядок выполнения событий зарядки. Число путей в подграфе (два) из исходной вершины $0d$ в конечную вершину fd соответствует числу зарядных станций в депо.

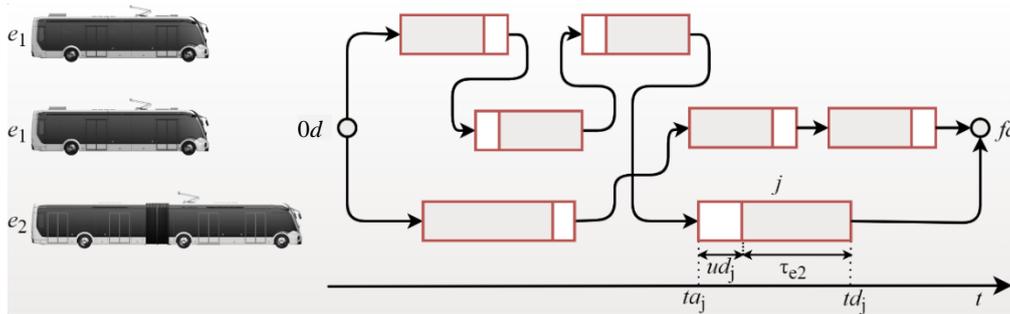


Рис. 3. Пример подграфа событий зарядки в депо для электробусов двух типов
Fig. 3. An example of a subgraph of charging events in a depot for two types of electric buses

Отметим, что в целевой функции наряду с инвестиционными и операционными затратами на зарядную инфраструктуру и затратами на потребленную электроэнергию учитывается также стоимость износа батарей парка ЭБ. При этом допускается полный износ батарей ранее гарантийного срока службы, что влечет необходимость замены изношенных батарей до истечения гарантийного срока эксплуатации ЭБ и, соответственно, увеличение доли затрат на батареи парка ЭБ в целевой функции.

В следующем разделе показано, что стоимость износа батареи ЭБ на любом отрезке траектории ее УЗ может быть определена на основе функции плотности стоимости ее износа в зависимости от значения УЗ и скорости зарядки (разрядки) при нормальной температуре окружающей среды. Кусочно-постоянная функция плотности стоимости износа батареи однозначно определяется по табличной зависимости $ACC_e(DoD, \circ)$ достижимого числа циклов ее зарядки (разрядки) за расчетный период эксплуатации от глубины разряда DoD при фиксированной скорости зарядки (при $\circ = crd_e$ либо $\circ = crst_e$) или разрядки (при $\circ = dr_e$). Температура предполагается равной $25^\circ C$ (в зимнее время она поддерживается за счет подогрева).

Расчет стоимости износа батареи электробуса. Построим кусочно-постоянные функции $W_e(s, \circ)$ плотности стоимости износа батареи при пропускании через нее при зарядке (разрядке) единицы электроэнергии (1 кВт·ч) в каждой точке $s \in [0, 1]$ траектории УЗ, где $\circ = crd_e$, либо $\circ = crst_e$, либо $\circ = dr_e$. Обозначим имеющиеся табличные значения DoD , для которых определе-

ны $ACC_e(DoD, \circ)$, через D_d и соответствующие значения относительного уровня s заряда батареи через $s_d = 1 - D_d$, $d = 1, \dots, d^0$, где d^0 – число равных подынтервалов отрезка $[0, 1]$, $1 \geq D_1 \geq D_2 \geq \dots \geq D_{d^0} \geq 0$. Обозначим $\Delta_d^s = s_{d+1} - s_d = D_d - D_{d+1}$, $d = 1, \dots, d^0 - 1$.

Для расчета значений $W_e(s_d, \circ)$, $d = 1, \dots, d^0$, функции $W_e(s, \circ)$ плотности используется система линейных уравнений

$$2 \cdot ACC_e(D_d, \circ) \sum_{v=d}^{d^0} W_e(s_v, \circ) \Delta_v^s = cst_b_e, \quad d = 1, \dots, d^0.$$

Определим функции $\tilde{C}_e(s, \circ)$ кумулятивной стоимости износа батареи ЭБ типа e при изменении УЗ от 0 до s , основываясь на кусочно-постоянной функции $W_e(s, \circ)$ плотности стоимости ее износа и учитывая, что по определению $\tilde{C}_e(s, \circ) = \int_0^s W_e(\xi, \circ) d\xi$, $0 \leq s \leq s_{d^0}$.

С учетом кусочно-постоянной на отрезке $[0, s_{d^0}]$ функции $W_e(s, \circ)$ ее кумулятивный аналог $\tilde{C}_e(s, \circ)$ будет кусочно-линейной функцией по s : $\tilde{C}_e(s, \circ) = W_e(0, \circ) (s - 0)$ для $s \in [0, s_1)$, $\tilde{C}_e(s, \circ) = W_e(0, \circ) (s_1 - 0) + W_e(s_1, \circ) (s - s_1)$ для $s \in [s_1, s_2)$ и т. д.

В табл. 3 приведены зависимости достижимого числа циклов $ACC_e(DoD, \circ)$ за период службы литиевых батарей типа LFP от глубины разряда DoD для нескольких значений скорости зарядки в процессе их функционирования, а также значения $W_d = W_e(s_d, \circ)$ функций $W_e(s, \circ)$ и значения $C_d = \tilde{C}_e(s_d, \circ)$ функций $\tilde{C}_e(s, \circ)$. Данные зависимостей $ACC_e(DoD, \circ)$ табл. 3 для $dr_e = 1C$ и $crst_e = 6C$ получены методом экстраполяции на базе данных для скоростей зарядки 0,25 и 0,5C, представленных ОАО «Белкоммунмаш». На рис. 4 и 5 изображены соответствующие значениям $crd_e = 0,5C$, $crst_e = 6C$, $dr_e = 1C$ графики функций $ACC_e(DoD, \circ)$ и $\tilde{C}_e(s, \circ)$ для батарей типа LFP. Следует заметить, что функции $ACC_e(DoD, \circ)$ являются выпуклыми убывающими, а функции $\tilde{C}_e(s, \circ)$ – вогнутыми возрастающими в допустимых диапазонах изменения УЗ.

Таблица 3
 Зависимости достижимого числа циклов зарядки (разрядки), плотности стоимости износа и кумулятивной стоимости износа батареи LFP для различных скоростей зарядки (разрядки)

Table 3
 Dependencies of an attainable number of charging (discharging) cycles, the density of the wear cost and the cumulative cost of wear of the LFP battery for different charging (discharging) rates

DoD	УЗ	$crd_e = 0,5C$			$crst_e = 6C$			$dr_e = 1C$		
D_d	s_d	$ACC_e(D_d)$	W_d	C_d	$ACC_e(D_d)$	W_d	C_d	$ACC_e(D_d)$	W_d	C_d
0	1	–	–	3,686	–	–	16,125	–	–	5,292
0,1	0,9	550 000	0,188	3,667	210 000	0,491	16,076	430 000	0,240	5,268
0,2	0,8	170 000	0,419	3,625	88 000	0,681	16,008	145 000	0,472	5,221
0,3	0,7	63 000	1,031	3,522	24 000	3,127	15,695	50 000	1,352	5,086
0,4	0,6	30 000	1,802	3,342	9 600	6,450	15,050	22 000	2,627	4,823
0,5	0,5	17 000	2,631	3,079	6 000	6,450	14,405	13 000	3,248	4,498
0,6	0,4	9 700	4,569	2,622	3 000	17,200	12,685	7 200	6,395	3,859
0,7	0,3	6 000	6,561	1,966	1 700	26,306	10,054	4 400	9,121	2,947
0,8	0,2	4 000	8,600	1,106	900	53,961	4,658	2 750	14,073	1,540
0,9	0,1	3 100	7,490	0,357	700	32,762	1,382	2 100	11,616	0,378
1	0	2 800	3,569	0	640	13,821	0	1 950	3,780	0

Отличие рассматриваемой модели расчета стоимости износа батареи от модели, предложенной в работе [6] и уточненной в работе [10], заключается в учете зависимости функции плотности стоимости износа от скорости зарядки (разрядки) батареи.

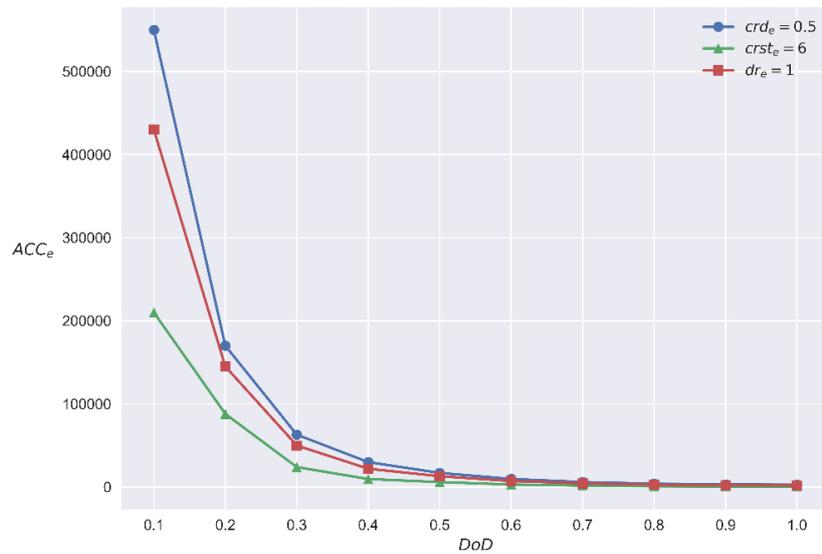


Рис. 4. Зависимости достижимого числа циклов зарядки (разрядки) батарей LFP от глубины разряда DoD

Fig. 4. Dependencies of an attainable number of charging (discharging) cycles of LFP batteries on the depth of discharge DoD

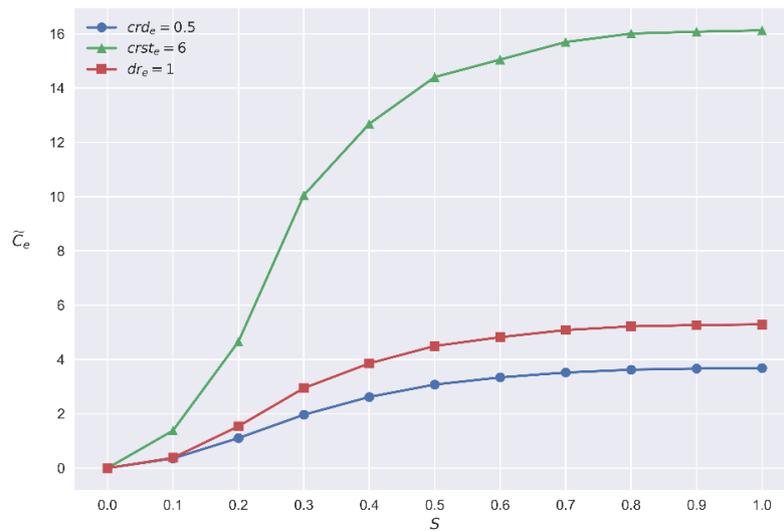


Рис. 5. Зависимости $\tilde{C}_e(s, \circ)$ для батарей LFP

Fig. 5. Dependencies $\tilde{C}_e(s, \circ)$ for LFP batteries

Формулировка задачи оптимизации зарядной инфраструктуры. Учитывая взаимно-однозначное соответствие между ЭБ j , их типами $e(j)$ и обслуживаемыми ими маршрутами $r(j)$, введем следующие обозначения: $E_j = E_{e(j)}$, $\Theta(j) = \Theta(r(j))$, $v_s(j) = v_s(r(j))$, $v_p(j) = v_p(r(j))$, $v_f(j) = v_f(r(j))$, $\underline{s}_j = \underline{s}_{e(j)}$, $\bar{s}_j = \bar{s}_{e(j)}$, $\tau_j^{\max} = \tau_{e(j)}^{\max}$, $t_j^{\max} = t_{e(j)}^{\max}$.

Контролируемые и зависимые переменные. Контролируемыми переменными модели являются: длительности зарядки ЭБ парка в депо и на конечных остановках, отношения порядка событий зарядки ЭБ на зарядных станциях депо в ночное время и на остановках в выделенном периоде, а также величины задержки начала зарядки ЭБ относительно моментов их прихода в место зарядки.

Зависимыми от контролируемых переменных являются УЗ ЭБ в контрольных точках маршрутов и количества станций зарядки в вершинах транспортной сети. Контрольные точки маршрутов расположены при выходе из (приходе в) депо и при приходе на (выходе с) конечную остановку.

Таким образом, к контролируемым переменным для депо относятся:

- длительности $\tau_j = \tau_{e(j),r(j)}$ зарядки в депо в ночное время для каждого ЭБ $j \in J$ типа $e(j)$, обслуживающего маршрут $r(j)$;
- задержки ud_j начала события зарядки ЭБ $j \in J$ в депо относительно момента ta_j прихода в депо в конце рабочего дня;
- индикаторы $zd_{ms}, zd_{ms} = 1$, если и только если событие s зарядки в депо выполняется после события зарядки m для любых $s, m \in Ud, s \neq m$.

Зависимые переменные для депо включают: УЗ sd_j в момент выхода в депо, $j \in J$; УЗ sa_j в момент прихода в депо, $j \in J$; число Kd зарядных станций типа cd .

Для описания контролируемых переменных множества Fst^v событий зарядки ЭБ $j \in J^v$ на конечной остановке $v \in \Theta$ в течение представительного периода с учетом гарантирующего расписания введем отображение $\rho = \omega^v(j, q): Fst^v \rightarrow \{1, 2, \dots, |Fst^v|\}$ множества Fst^v на их номера. (Далее будем отождествлять события зарядки с их номерами ρ .) При этом каждому событию зарядки $\rho \in Fst^v$ в диапазоне $[\gamma st, \delta st]$ представительного периода соответствует пара $(j(\rho), q(\rho))$, $j(\rho) \in J^v, q(\rho) \in \{\mu_j, \dots, g_j\}$, для любого $\rho = \omega^v(j, q) \in Fst^v$ выполняются условия $\gamma st \leq \tilde{a}_{jq}^v < \tilde{d}_{jq}^v \leq \delta st$.

Положим $\omega^{-1v}(\rho) = (j(\rho), q(\rho))$, $j(\rho) \in J^v, q(\rho) \in \{\mu_j, \dots, g_j\}$. Соответственно получаем:

- момент a_ρ^v $q(\rho)$ -го прихода ЭБ $j(\rho)$ на остановку $v \in \Theta(j)$, $\rho \in Fst^v$;
- момент d_ρ^v $q(\rho)$ -го выхода ЭБ $j(\rho)$ с остановки $v \in \Theta(j)$, $\rho \in Fst^v$;
- задержку u_ρ^v начала ρ -го события зарядки на остановке v относительно момента a_ρ^v прихода ЭБ $j(\rho)$ на эту остановку согласно гарантирующего расписания в течение представительного периода, $\rho \in Fst^v$.

К контролируемым переменным для конечной остановки $v \in \Theta$ при заданном гарантирующем расписании моментов $\tilde{a}_{jq}^v, \tilde{d}_{jq}^v$ прибытия и отправления $j \in J^v$ в циклах $q = \mu_j, \dots, g_j$ относятся:

- длительность $t_j^v = t_{e(j),r(j)}^v$ зарядки для каждого ЭБ j типа $e(j)$ на конечной остановке $v \in \Theta(j)$ маршрута $r(j)$, одинаковая для любого цикла $q = 1, \dots, k_j$;
- задержка u_s^v относительно момента \tilde{a}_{jq}^v прибытия ЭБ $j = j(s)$ на остановку $v \in \Theta(j)$ в цикле $q \in \{\mu_j, \dots, g_j\}$, где $(j(s), q(s)) = \omega^{-1v}(s), s \in Fst^v$;
- индикаторы $zst_{sp}^v, zst_{sp}^v = 1$, если и только если событие зарядки p на остановке v выполняется после события зарядки s для любых $s, p \in Ust^v, s \neq p$.

Зависимые переменные для конечной остановки $v \in \Theta$ включают:

- УЗ sa_{jq}^v при прибытии $j \in J^v$ в q -м цикле на остановку $v \in \Theta(j)$, $q = 1, \dots, k_j$;
- УЗ sd_{jq}^v при выходе $j \in J^v$ в q -м цикле с остановки $v \in \Theta(j)$, $q = 1, \dots, k_j$;
- число Kst^v станций зарядки типа c .

Система ограничений задачи. Система ограничений, задающая множество допустимых значений контролируемых переменных задачи, включает: условия длительности зарядки ЭБ на зарядных станциях соответствующих вершин сети, условия порядка выполнения зарядки для ЭБ на каждой станции зарядки, ограничения на УЗ каждого ЭБ парка в процессе функционирования.

Запишем условия для длительностей и порядка выполнения событий зарядки в депо:

$$ta_j + ud_j + \tau_j \leq ta_i + ud_i + M(1 - zd_{ji}), i, j \in J, i \neq j, \quad (1)$$

$$\sum_{j \in \Omega d, i \neq j} zd_{ij} - \sum_{j \in \Omega d^0, i \neq j} zd_{ji} = 0 \text{ для любых } i \in J, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \Omega d^0, i \neq j} z d_{ij} = 1 \text{ для любых } j \in J, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in \Omega d, i \neq j} z d_{ji} = 1 \text{ для любых } j \in J, \quad (4)$$

$$t a_j + u d_j + \tau_j \leq t d_j + 24, j \in J. \quad (5)$$

Условия (1) обеспечивают отсутствие пересечения различных событий зарядки разных ЭБ по времени на одной зарядной станции в депо. Условия (2) являются потоковыми для сети событий зарядки в депо. Условия (3) обеспечивают для каждого ЭБ одно предшествующее событие зарядки, в то время как условия (4) – одно последующее событие зарядки в депо. Условия (5) обеспечивают завершение зарядки любого ЭБ в депо до момента выхода его на маршрут на следующий день.

Далее для краткости изложения введем дополнительное обозначение $t_\eta^v = t_{j(\eta)}^v$ для любой остановки $v \in \Theta(j)$, где $\omega^{-1v}(\eta) = (j(\eta), q(\eta))$, $j(\eta) \in J$, $q(\eta) \in \{\mu, \dots, g_j\}$, – отображение, обратное для отображения $\eta = \omega^v(j, q) \in Fst^v$.

Приведем ограничения на длительности и порядок выполнения событий зарядки на остановке $v \in \Theta$:

$$a_\eta^v + u_\eta^v + t_\eta^v \leq a_\mu^v + u_\mu^v + M(1 - zst_{\eta\mu}^v), \eta, \mu \in Fst^v, \eta \neq \mu, \quad (6)$$

$$\sum_{\eta \in \Omega st^v, \mu \neq \eta} zst_{\mu\eta}^v - \sum_{\eta \in \Omega st^{v0}, \mu \neq \eta} zst_{\eta\mu}^v = 0 \text{ для любых } \mu \in Fst^v, \quad (7)$$

$$\sum_{\eta \in \Omega st^{v0}, \mu \neq \eta} zst_{\eta\mu}^v = 1 \text{ для любых } \mu \in Fst^v, \quad (8)$$

$$\sum_{\eta \in \Omega st^v, \mu \neq \eta} zst_{\mu\eta}^v = 1 \text{ для любых } \mu \in Fst^v, \quad (9)$$

$$a_\eta^v + u_\eta^v + t_\eta^v \leq d_\eta^v \text{ для любых } \eta \in Fst^v. \quad (10)$$

Условия (6) обеспечивают отсутствие пересечения разных событий зарядки различных ЭБ по времени на одной зарядной станции остановки v . Условия (7) являются потоковыми для сети событий зарядки остановки v . Соотношения (8) обеспечивают для каждого ЭБ ровно одно предшествующее событие зарядки, в то время как условие (9) – только одно последующее событие зарядки остановки v . Ограничения (10) обуславливают завершение зарядки любого ЭБ на остановке v до заданного момента выхода на маршрут.

Введем дополнительные обозначения. Нулевым (начальным) циклом будем называть вспомогательный рейс из депо dep до стартовой конечной остановки $v_s(j)$ перед первым выходом ЭБ на маршрут, (k_j+1) -м циклом – вспомогательный рейс возвращения ЭБ в депо с остановки $v_f(j)$ после дневной смены, где $f \in \{s, p\}$.

Величины sl_{j0} , sl_{j, k_j+1} , $sl_{jq}(\xi, \zeta)$ потери заряда ЭБ j во вспомогательных рейсах при $q = 0, k_j+1$, а также в сервисных рейсах (ξ, ζ) , $\xi, \zeta \in \Theta(j)$ циклов $q = 1, \dots, k_j$ маршрута $r(j)$ для случая двух конечных остановок определяются следующим образом:

$$sl_{j0} = sl_{e(j)} L_{dep, v_s(j)};$$

$$sl_j(v_s(j), v_p(j)) = sl_{jq}(v_s(j), v_p(j)) = sl_{e(j)} L_{v_s(j), v_p(j)} \text{ для рейса } (v_s(j), v_p(j)) \text{ в любом цикле } q \in \{1, \dots, k_j\};$$

$$sl_j(v_p(j), v_s(j)) = sl_{jq}(v_p(j), v_s(j)) = sl_{e(j)} L_{v_p(j), v_s(j)} \text{ для рейса } (v_p(j), v_s(j)) \text{ в любом цикле } q \in \{1, \dots, k_j\};$$

$$sl_{j, k_j+1} = sl_{e(j)} L_{v_f(j), dep}.$$

Потеря заряда sl_{jq} ЭБ j в цикле $q = 0, 1, \dots, k_j+1$ для случая одной конечной остановки $v_s(j)$ маршрута $r(j)$: $sl_{j0} = sl_{e(j)} L_{dep, v_s(j)}$, $sl_j = sl_{jq} = sl_{jq} = sl_{e(j)} L_{v_s(j), v_s(j)}$, $q = 1, \dots, k_j$, $sl_{j, k_j+1} = sl_{e(j)} L_{v_s(j), dep}$.

Ограничения на УЗ для ЭБ $j \in J^v$ типа $e(j)$ на остановке $v = v_\sigma(j) \in \Theta(j)$, $\sigma \in \{s, p\}$:

$$sd_{jq}^v = sa_{jq}^v + crst_{e(j)} \cdot t_j^v, \quad q = 1, \dots, k_j, j \in J^v, \quad (11)$$

$$sa_{jq}^{v_s(j)} = sd_j - \frac{1}{E_j} (sl_{j0} + (q-1)(sl_j(v_s(j), v_p(j)) + sl_j(v_p(j), v_s(j))) + crst_{e(j)} \cdot (q-1)(t_j^{v_s(j)} + t_j^{v_p(j)}),$$

$$q = 1, \dots, k_j, j \in J^{v_s(j)}, \quad (12)$$

$$sa_{jq}^{v_p(j)} = sd_j - \frac{1}{E_j} (sl_{j0} + q \cdot sl_j(v_s(j), v_p(j)) + (q-1)sl_j(v_p(j), v_s(j))) + crst_{e(j)} [q t_j^{v_s(j)} + (q-1)t_j^{v_p(j)}],$$

$$q = 1, \dots, k_j, j \in J^{v_p(j)}, \quad (13)$$

$$\underline{s}_j \leq sa_{jq}^v \leq \bar{s}_j, \quad q = 1, \dots, k_j, j \in J^v, \quad (14)$$

$$\underline{s}_j \leq sd_{jq}^v \leq \bar{s}_j, \quad q = 1, \dots, k_j, j \in J^v. \quad (15)$$

Условия (11) устанавливают УЗ батареи любого ЭБ при выходе с остановки v в цикле q его обслуживания равным ее УЗ в момент прихода в этом цикле на остановку, увеличенным на долю УЗ, полученную при однократной зарядке на ней. Условия (12), (13) устанавливают величину УЗ батареи любого ЭБ в момент прихода на остановку $v_s(j)$ (либо $v_p(j)$) $\in \Theta(j)$ в цикле $q = 1, \dots, k_j$ равной УЗ в момент выхода ЭБ из депо за вычетом доли УЗ, израсходованной на маршруте за q циклов и увеличенной на долю УЗ, полученную в результате зарядок в этих q циклах на конечных остановках маршрута. Ограничения (14) обеспечивают для каждого ЭБ допустимость УЗ при приходе на остановку в цикле $q = 1, \dots, k_j$, в то время как ограничения (15) – допустимость УЗ при выходе с остановки в цикле $q = 1, \dots, k_j$.

Ограничения на УЗ для ЭБ $j \in J$ в депо:

$$sd_j = sa_j + crd_{e(j)} \cdot \tau_j, \quad j \in J, \quad (16)$$

$$sa_j = sd_j - \frac{1}{E_j} (sl_{j0} + sl_{j, k_j+1} + k_j (sl_j(v_s(j), v_p(j)) + sl_j(v_p(j), v_s(j))) + crst_{e(j)} \cdot k_j (t_j^{v_s(j)} + t_j^{v_p(j)}), \quad j \in J, \text{ при } f = s, \quad (17)$$

$$sa_j = sd_j - \frac{1}{E_j} (sl_{j0} + sl_{j, k_j+1} + k_j \cdot sl_j(v_s(j), v_p(j)) + (k_j - 1) \cdot sl_j(v_p(j), v_s(j))) + crst_{e(j)} \cdot ((k_j - 1) \cdot t_j^{v_s(j)} + k_j t_j^{v_p(j)}), \quad j \in J, \text{ при } f = p, \quad (18)$$

$$\underline{s}_j \leq sa_j \leq \bar{s}_j, \quad j \in J, e(j) \in EB, \quad (19)$$

$$\underline{s}_j \leq sd_j \leq \bar{s}_j, \quad j \in J, e(j) \in EB. \quad (20)$$

Согласно условиям (16) величина УЗ батареи любого ЭБ при выходе из депо должна равняться УЗ батареи в момент прихода в депо, увеличенному на величину УЗ, которая получается при его зарядке в депо. Условия (17) устанавливают величину УЗ батареи любого ЭБ в момент прихода в депо с конечной остановки $v_f(j) = v_s(j)$ равной величине УЗ при выходе из депо за вычетом доли УЗ, израсходованной на маршруте и увеличенной на долю УЗ, которая получается в результате всех зарядок ЭБ в течение дня на конечных остановках маршрута. В соответствии с условием (18) величина УЗ батареи любого ЭБ в момент прихода в депо с конечной остановки $v_f(j) = v_p(j)$ равна величине УЗ при выходе из депо за вычетом доли УЗ, израсходованной на маршруте и увеличенной на долю УЗ, которая получается в результате всех зарядок ЭБ

в течение дня на конечных остановках маршрута. Ограничения (19) обеспечивают для каждого ЭБ допустимость УЗ при приходе в депо, в то время как ограничения (20) – допустимость УЗ при выходе из депо.

Ограничения неотрицательности и целочисленности переменных:

$$0 \leq ud_j, j \in J; \quad (21)$$

$$0 \leq u_\eta^v, \eta \in Fst^v, v \in \Theta; \quad (22)$$

$$0 \leq \tau_j \leq \tau_j^{\max}, j \in J; \quad (23)$$

$$0 \leq t_j^v \leq t_j^{\max}, j \in J; \quad (24)$$

$$zd_{ij} \in \{0, 1\}, i, j \in J, i \neq j; \quad (25)$$

$$zst_{\eta\mu}^v \in \{0, 1\}, \eta, \mu \in Fst^v, \eta \neq \mu; \quad (26)$$

$$zst_{\eta\mu}^v = 0 \text{ при } d_\mu^v \leq a_\eta^v, \eta, \mu \in Fst^v, \eta \neq \mu; \quad (27)$$

$$sd_j = \bar{s}_j, j \in J, \quad (28)$$

где $M \gg ta_j, j \in J, M \gg a_\eta^v, \eta \in Fst^v, v \in \Theta$.

Ограничения (21) и (22) устанавливают неотрицательность значений переменных ud_j ($j \in J$) и u_η^v ($\eta \in Fst^v, v \in \Theta$) задержки событий зарядки ЭБ в депо и на конечных остановках соответственно. Ограничения (23) и (24) устанавливают допустимые диапазоны значений длительностей зарядки $\tau_j, t_j^v, j \in J$, ЭБ в депо и на остановках соответственно. Ограничения (25) и (26) определяют диапазоны значений бинарных переменных zd_{ij} и $zst_{\eta\mu}^v$, обозначающих, упорядочены ли события зарядки i, j в депо и события зарядки η, μ на остановке v соответственно. Ограничения (27) устанавливают отсутствие предшествования события зарядки η событию μ на остановке v , если время a_η^v прибытия ЭБ, соответствующего событию η , на остановку превосходит время отправления ЭБ, соответствующего событию μ . Условия (28) обеспечивают восстановление уровня заряда любого ЭБ в депо перед выходом на маршрут на следующий день.

Ограничения для случая одной конечной остановки имеют более простой вид, чем ограничения (6)–(28), и в настоящей статье опущены.

Обозначим для краткости:

$$\boldsymbol{\tau} = (\tau_j | j \in J), \boldsymbol{t} = (t_j^v | j \in J, v \in \Theta), \boldsymbol{z}d = (zd_{ij} | i, j \in J, i \neq j), \boldsymbol{z}st = (zst_{\eta\mu}^v | \eta, \mu \in Fst^v, \eta \neq \mu, v \in \Theta), \boldsymbol{u}d = (ud_j | j \in J),$$

$$\boldsymbol{u}st = (u_\eta^v | \eta \in Fst^v, v \in \Theta), \boldsymbol{s}d = (sd_j, sd_{jq}^v | q = 1, \dots, k_j + 1, j \in J, v \in \Theta(j)), \boldsymbol{s}a = (sa_j, sa_{jq}^v | q = 0, \dots, k_j, j \in J, v \in \Theta(j)).$$

Целевая функция. Целевая функция представляет собой суммарную суточную стоимость следующих компонент:

– электроэнергии, расходуемой в течение дня на станциях быстрой зарядки конечных остановок,

$$cst_est \left[\sum_{j \in J} \sum_{v_s(j)=v_f(j), v_p(j) \in \Theta(j)} E_j crst_{e(j)} ((k_j + 1)t_j^{v_s(j)} + k_j t_j^{v_p(j)}) + \right. \\ \left. + \sum_{j \in J} \sum_{v_s(j), v_p(j)=v_f(j) \in \Theta(j)} E_j crst_{e(j)} (k_j + 1)(t_j^{v_s(j)} + t_j^{v_p(j)}) \right],$$

где первое слагаемое представляет собой стоимость электроэнергии, потраченной на зарядку ЭБ на конечных остановках маршрутов, которые содержат только полные сервисные циклы ($f = s$), а второе слагаемое – стоимость электроэнергии, потраченной на зарядку ЭБ на конечных остановках маршрутов с неполным последним сервисным циклом ($f = p$);

– электроэнергии, расходуемой в ночное время в депо на станциях медленной зарядки,
 $cst_ed \sum_{j \in J} crd_{e(j)} \tau_j$;

– использованных зарядных станций в депо и на остановках $\frac{cst_cd \sum_{m \in J} zd_{0d,m}}{365} + \frac{cst_c \sum_{v \in \Theta} \sum_{m \in Fst^v} zst_{0st_v,m}}{365}$;

– износа батарей парка ЭБ

$$FB(\mathbf{sd}, \mathbf{sa}) = \sum_{j \in J} (\tilde{C}_e(crd_{e(j)}, sd_j) - \tilde{C}_e(crd_{e(j)}, sa_j)) +$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{v \in \Theta(j)} \sum_{q=1}^{k_j+1} (\tilde{C}_e(crst_{e(j)}, sd_{jq}^v) - \tilde{C}_e(crst_{e(j)}, sa_{j,q-1}^v)) + \sum_{j \in J} \sum_{v \in \Theta(j)} \sum_{q=1}^{k_j} (\tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sd_{jq}^v) - \tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sa_{jq}^v)) +$$

$$+ \sum_{j \in J} (\tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sd_j) - \tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sa_{j1}^{v_s(j)})) + \tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sd_{j,k_j+1}^{v_f(j)}) - \tilde{C}_e(dr_{e(j)}, sa_j),$$

где первое слагаемое представляет суточную долю стоимости износа батарей при зарядке всех ЭБ в депо, второе слагаемое – суточную долю стоимости износа батарей при зарядке всех ЭБ на конечных остановках обслуживаемых ими маршрутов, третье слагаемое – суточную долю стоимости износа батарей при расходе энергии в сервисных рейсах, а четвертое слагаемое – суточную долю стоимости износа батарей ЭБ парка во вспомогательных рейсах при выходе и возвращении ЭБ в депо;

– штрафов за задержку начала зарядки ЭБ после прибытия в депо и на остановки $\phi \sum_{j \in J} ud_j + \phi \sum_{v \in \Theta} \sum_{\eta \in Fst^v} u_\eta^v$, где ϕ – коэффициент штрафа.

Таким образом, целевая функция задачи оптимизации зарядной инфраструктуры имеет вид

$$\Phi(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{t}, \mathbf{zd}, \mathbf{zst}, \mathbf{ud}, \mathbf{ust}) = FB(\mathbf{sd}(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{t}), \mathbf{sa}(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{t})) + cst_ed \sum_{j \in J} crd_{e(j)} \tau_j +$$

$$+ cst_est [\sum_{j \in J} \sum_{v_s(j)=v_f(j), v_p(j) \in \Theta(j)} E_j crst_{e(j)} ((k_j+1)t_j^{v_s(j)} + k_j t_j^{v_p(j)}) +$$

$$+ \sum_{j \in J} \sum_{v_s(j), v_p(j)=v_f(j) \in \Theta(j)} E_j crst_{e(j)} (k_j+1)(t_j^{v_s(j)} + t_j^{v_p(j)})] + \frac{cst_cd \sum_{m \in J} zd_{0d,m}}{365} + \frac{cst_c \sum_{v \in \Theta} \sum_{m \in Fst^v} zst_{0st_v,m}}{365} +$$

$$+ \phi \sum_{j \in J} ud_j + \phi \sum_{v \in \Theta} \sum_{\eta \in Fst^v} u_\eta^v.$$

С учетом вышеизложенного формулировка рассматриваемой задачи оптимизации конфигурации зарядной инфраструктуры определяется выражением

$$\min \Phi(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{t}, \mathbf{zd}, \mathbf{zst}, \mathbf{ud}, \mathbf{ust}) \quad (29)$$

при выполнении ограничений (1)–(28).

Задачу (1)–(29) будем обозначать задачей **A**. Учитывая, что $FB(\mathbf{sd}, \mathbf{sa})$ является кусочно-линейной функцией переменных векторов \mathbf{sd} и \mathbf{sa} , путем введения дополнительных переменных задача **A** может быть сведена к задаче целочисленного линейного программирования. Для решения задачи **A** может быть использовано стандартное ПО типа IBM ILOG CPLEX.

Закключение. Разработана математическая модель задачи оптимизации смешанной зарядной инфраструктуры для парка ЭБ нескольких типов. Смешанная зарядная инфраструктура совмещает технологию медленной зарядки батарей ЭБ в депо при использовании небольшой мощности зарядки с технологией быстрой их подзарядки на конечных остановках маршрутов при использовании большой мощности зарядки. Особенности предложенной математической модели являются применение принципа гарантированного результата для оценки условий функционирования зарядной инфраструктуры парка ЭБ в течение дня и учет в целевой функции наряду со стоимостями зарядной инфраструктуры и потребляемой электроэнергии также стоимости износа батареи каждого ЭБ парка. Применение принципа гарантированного результата сводится к выделению представительного периода дня с наиболее интенсивными пассажиропотоком

и расходом ЭБ электроэнергии, распространению характеристик этого периода на весь день, а также использованию гарантирующего расписания прихода ЭБ в представительный период на каждую конечную остановку с наибольшей потребностью в количестве параллельных зарядных станций. Условия функционирования парка ЭБ и его зарядной инфраструктуры ужесточаются таким образом, чтобы обеспечивать работоспособность ЭБ в любой другой период с менее интенсивными условиями.

В дальнейшем целесообразно исследовать влияние на стоимость зарядной инфраструктуры учета различных по интенсивности расхода электроэнергии режимов эксплуатации ЭБ в течение дня. Кроме того, представляют интерес для исследования возможности выбора емкостей батарей ЭБ и величин мощности их зарядки в депо и на остановках маршрутов из заданных множеств вариантов, а также вопросы устойчивости решения задачи к возмущениям в исходных данных.

Вклад авторов. *Б. М. Розин* предложил структуру и состав компонент математической модели оптимизации смешанной зарядной инфраструктуры парка ЭБ, *И. А. Шатерник* принял участие в обсуждении, уточнении и верификации компонент модели, а также в подготовке иллюстративного материала.

References

1. Gao Z., Lin Z., LaClair T. J., Liu C., Li J.-M., ..., Ward J. Battery capacity and recharging needs for electric buses in city transit service. *Energy*, 2017, vol. 122, pp. 588–600.
2. Olsson O., Grauers A., Pettersson S. Method to analyze cost effectiveness of different electric bus systems. *EVS29 International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium, Montreal, Quebec, Canada, June 2016*. Montreal, 2016, pp. 1–12.
3. Lin Z. Optimizing and diversifying electric vehicle driving range for US drivers. *Transportation Science*, 2014, vol. 48(4), pp. 635–650.
4. Pelletier S., Jabali O., Mendoza J. E., Laporte G. The electric bus fleet transition problem. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2019, vol. 109, pp. 174–193.
5. Goehlich D., Fay T.-A., Park S. Conceptual design of urban e-bus systems with special focus on battery technology. *Proceedings of the 22nd International Conference on Engineering Design (ICED19), Delft, The Netherlands, 5–8 August 2019*. Delft, 2019. <https://doi.org/10.1017/dsi.2019.289>
6. Han S. K. A practical battery wear model for electric vehicles charging applications. *Applied Energy*, 2014, vol. 113, pp. 1100–1108.
7. Guschinsky N., Kovalyov M., Rozin B., Brauner N. Fleet and charging infrastructure decisions for fast-charging city electric bus service. *Computers and Operations Research*, 2021, vol. 135, p. 105449. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105449>
8. Rogge M., van der Hurk E., Larsen A., Sauer D. U. Electric bus fleet size and mix problem with optimization of charging infrastructure. *Applied Energy*, 2018, vol. 211, pp. 282–295.
9. Millner A. Modeling lithium ion battery degradation in electric vehicles. *2010 IEEE Conference on Innovative Technologies for an Efficient and Reliable Electricity Supply*. Waltham, MA, 2010, pp. 349–356.
10. Pelletier S., Jabali O., Laporte G. Charge scheduling for electric freight vehicles. *Transportation Research Part B*, 2018, vol. 115, pp. 246–269.

Информация об авторах

Розин Борис Матвеевич, кандидат технических наук, заведующий сектором, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

<http://orcid.org/0000-0003-3814-6569>

E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Шатерник Илья Андрианович, инженер-программист, Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

E-mail: shatoby.i@gmail.com

Information about the authors

Boris M. Rozin, Ph. D. (Eng.), Head of the Sector, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.

<http://orcid.org/0000-0003-3814-6569>

E-mail: rozin@newman.bas-net.by

Ilya A. Shatarnik, Engineer-programmer, The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.

E-mail: shatoby.i@gmail.com