УДК 539.3

М.С. Михайлишин, к.ф.-м.н., проф., Н.Б. Гащин, к.т.н., доц., Ю.Б. Гладьо, к.т.н., доц., Б.В. Хоміцький

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ТЕРМІЧНЕ З'ЄДНАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

M.S. Mykhailyshyn, Ph.D., Prof., N.B. Haschyn, Ph.D., Assoc. Prof., Yu.B. Gladyo, Ph.D, Assoc. Prof , B.V. Khomitskyi

THERMAL CONNECTION OF CYLINDRICAL SHELLS

Abstract. The main ratios for determining the distribution of displacements, as well as the temperature field, bending moments and forces on different sections of the elastic cylindrical shell during the connection process, were obtained. The law of distribution of the intensity of heat sources has been determined, which provides for a given time a temperature field that differs as little as possible from the given one. The stress-strain state of the heating stage was studied for different sets of boundary conditions.

В задачах посадки виникає потреба отримання заданого поля переміщення, які можна отримати як за рахунок силового навантаження, так і деколи в результаті дії температурного поля. Розглядається випадок досягнення заданого поля переміщень за рахунок нагріву. Процес нагріву протікає деякий час, який будемо позначати τ_n . Задача може ставитися досягнення необхідного розподілу температури в тілі за заданий час, або за мінімально можливий час.

В цьому випадку задачі нагріву і деформування розділяються: перша задача – знайти такий розподіл температури в тілі, який забезпечує задане поле переміщень (якщо це можливо) або який забезпечує поле переміщень, яке мінімально відрізняється від заданого; друга задача – знайти закон зміни в часі і по координатах інтенсивності внутрішніх джерел, які за час τ_n забезпечать нагрівання оболонки до заданої чи близької до заданої температури .

В тонкій циліндричній оболонці товщиною *2h*, довжиною *2l* і радіусом серединної поверхні *R* потрібно знайти такий закон розподілу інтенсивності теплових джерел $W_t(x,t)$ (для осесиметричного випадку), який забезпечить за заданий час τ_n температурне поле, яке якнайменше відрізняється від заданого розподілу $T_з(x)$. Зауважимо, що $T_з(x)$ задовольняє в момент τ_n рівнянню теплопровідності:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - \bar{m}^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} - W_t$$

і граничним умовам конвективного теплообміну.

Оскільки ставиться задача добитися заданого розподілу температури при мінімальних енергозатратах, то розглядається двохкритеріальна задача мінімізації потужності теплових джерел та мінімізації відхилення температурного поля від заданого. Розширений функціонал:

$$J = \alpha \int_{-l}^{l} [T(x,t_n) - T_з(x)]^2 dx + \int_0^{t_n}\int_{-l}^{l} \{ \beta W_t^2(x,t) + \psi(x,t)[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - , \\ - \bar{m}^2 T - \frac{\partial T}{\partial t} + W_t]\} dxdt \Rightarrow min$$

де α і β деякі вагові коефіцієнти.

З умови стаціонарності розширеного функціоналу в просторі функцій стану, отримаємо систему розв’язуючих рівнянь для множника Лагранжа, граничних і часових умов для нього.

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \overline{m}^2\psi + \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0\,;$$

$$\psi(x,t) = 2\alpha[T(x,t_n) - T_з(x)] \text{ при } t = t_n\,;$$

$$\pm\frac{\partial\psi}{\partial x} + h_t\psi = 0 \quad \text{при } x = \pm l\,;$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \overline{m}^2 T - \frac{\partial T}{\partial t} + W_t = 0\,;$$

$$W_t = -\frac{1}{2\beta}\psi(x,t)\,;$$

$$T = 0 \quad \text{при} \quad t = 0\,;$$

$$\pm\frac{\partial T}{\partial x} + h_t T = 0 \text{ при } x = \pm l\,.$$

Шукаємо розв’язки отриманих диференціальних рівнянь методом розділення змінних: $\psi(x,t) = \Psi(x)\Phi(t)$. З граничних умов отримаємо систему однорідних рівнянь для визначення сталих інтегрування. Прирівнявши визначник даної системи до нуля, отримаємо трансцендентне рівняння для визначення власних чисел δ_n.

В результаті проведених перетворень вираз для визначення температурного поля, що якнайменше відрізнятиметься від заданого розподілу, матиме вигляд:

$$T_n(t) = \frac{1}{4\beta}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{k_n^2}(e^{-k_n^2 t} - e^{k_n^2 t})(\cos\delta_n x + a_n \sin\delta_n x).$$

Невідомі коефіцієнти b_n визначаються із співвідношення:

$$b_n = \frac{-2\alpha\delta_n\int_{-l}^{l} T_з(x)(\cos\delta_n x + a_n\sin\delta_n x)dx}{[e^{k_n^2 t_n} - \frac{\alpha}{2\beta k_n^2}(e^{-k_n^2 t_n} - e^{k_n^2 t_n})][\delta_n l(1 + a_n) + (1 - a_n)\sin 2\delta_n l]}$$

Розроблений алгоритм, написана програма та проведені числові дослідження для різних наборів вхідних даних.

Література

1. Берникер Е.И. Посадки с натягом в машиностроении. - Л.: Машиностроение, 1966. – 166 с.
2. Зенкин А.С., Арпентьев Б.М. Сборка неподвижных соединений термическими методами.- М.:Машиностроение, 1987.-128 с.
3. Шаблій О.М., Гащин Н.Б. Оптимізація термічної посадки кільцевих дисків//Матеріали п’ятої наукової конференції ТДТУ-2001.С.5.
4. Шаблій О.М., Гащин Н.Б., Хоміцький Б.В. Оптимізація переміщення кільцевого диску в процесі температурної обробки – Збірник наукових праць, присвячений 60-річчю від дня народження д.т.н., проф. Коляно Ю.М., Київ – 1996, С.165-168.