

УДК 621.791.052

М. Підгурський, д. т. н., проф.; М. Сташків, к. т. н., доц.; І. Підгурський, к. т. н.
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МОДЕЛЮВАННЯ РОСТУ ТРІЩИНИ У ПЕРЕТИНІ ДВОТАВРОВОЇ БАЛКИ

М. Pidgurskyi, Dr., Prof.; М. Сташків, Ph.D, Assoc. Prof; І. Pidgurskyi, Ph.D

MODELING OF CRACK GROWTH IN THE CROSS- SECTION OF I-BEAM

Важливою областю розрахунків на міцність є прогнозування довговічності елементів машин із втомними тріщинами, що розвиваються, з позиції механіки руйнування. Ці методи знаходять практичне застосування в машинобудуванні стосовно елементів конструкцій, які сприймають змінні в часі навантаження і стадія роботи яких після утворення тріщини є суттєвою для визначення ресурсу машини.

У рамках лінійної механіки руйнування матеріалів дослідження напружено-деформівного стану елементів рамних конструкцій при наявності в них тріщиноподібних дефектів зводиться до визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН). Подібні задачі з врахуванням реального навантаження та геометрії конструкцій достатньо складні в математичному плані, тому безпосереднє застосування аналітичних методів в інженерних задачах досить обмежене. Для інженерних задач доцільною є побудова відносно простих, нехай і менш точних залежностей для визначення КІН, в яких менша точність розрахунку окупиться малою трудомісткістю.

Основним видом навантаження елементів рамних конструкцій є згинальні напруження. В зв'язку з цим розглянемо основні положення розрахунку КІН для тріщин, що розвиваються у двотаврі при дії згинального моменту M .

Розглянемо двотавровий профіль і виділимо характерні стадії розвитку тріщини:

- наскрізна тріщина розповсюджується з краю однієї із полиць вздовж неї (рис. 1, а);
- тріщина розповсюджується одночасно у полиці та стінці двотавра (рис. 1, б);
- тріщина займає повністю одну із полиць і розвивається у стінці двотавра (рис. 1, в).

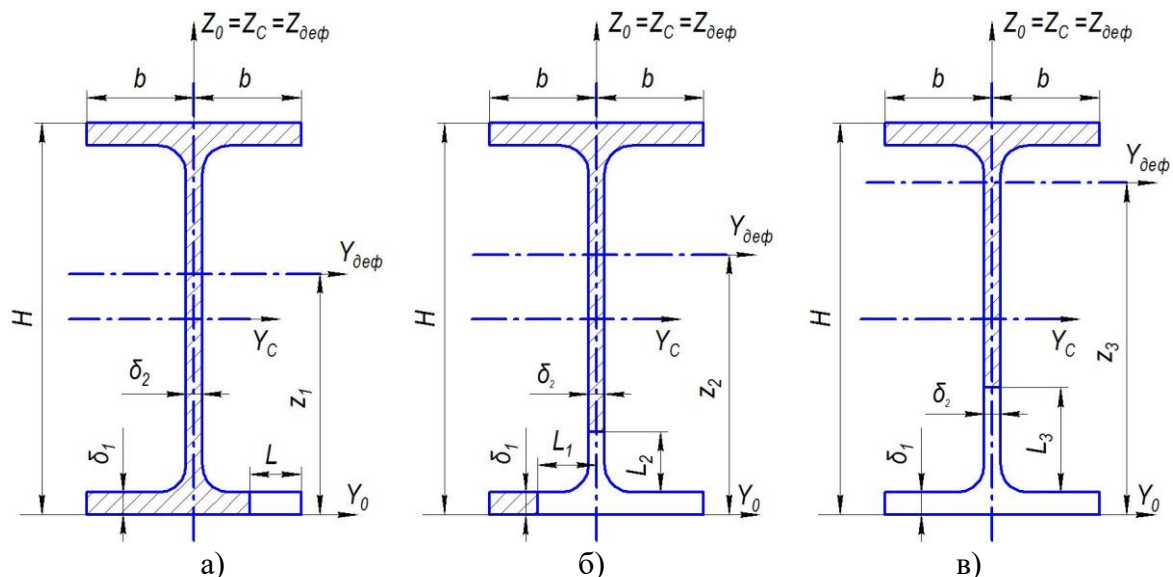


Рис. 1. Характерні стадії росту тріщини у двотаврі

При згині елемента з тріщиною в поперечному перетині виникають номінальні напруження, які визначатимуться зміною моменту інерції та координат центру мас нетто-перетину двотавра. Результати розрахунків показують, що суттєвий вплив має

вертикальна координата Z , тоді як координата Y центру мас змінюється незначно (0,1 б) і суттєвого впливу на номінальні напруження не має.

Для першої стадії розвитку тріщини номінальні напруження визначаються залежностями:

$$\sigma_1 = \frac{M\left(z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)}{I_{Y1}}, \quad (1)$$

$$z_1 = \frac{b\delta_1 \frac{\delta_1}{2} + (b-L)\delta_1 \frac{\delta_1}{2} + (H-2\delta_1)\delta_2 \frac{H}{2} + 2b\delta_1\left(H - \frac{\delta_1}{2}\right)}{b\delta_1 + (b-L)\delta_1 + (H-2\delta_1)\delta_2 + 2b\delta_1}, \quad (2)$$

$$I_{Y1} = \frac{\delta_2(H-2\delta_1)^3}{12} + \delta_2(H-2\delta_1)\left(z_1 - \frac{H}{2}\right)^2 + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1\left(H - z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \frac{b\delta_1^3}{12} + b\delta_1\left(z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \frac{(b-L)\delta_1^3}{12} + (b-L)\delta_1\left(z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2, \quad (3)$$

де z_1 - відстань від нижнього краю профілю (вісь Y_0) до центру мас нетто-перетину (біжуча вісь Y_{def}), м;

I_{Y1} - момент інерції нетто-перетину швелерного профілю відносно осі Y_{def} , що проходить через біжучий центр його мас, м⁴.

У другій стадії тріщина одночасно розвивається у двох взаємно перпендикулярних напрямках: вздовж полиці під дією напружень розтягу та в стінці під дією згинальних напружень (рис. 1, б). Тоді за аналогією до першої стадії розвитку тріщини запишемо:

$$\sigma_{21} = \frac{M\left(z_2 - \frac{\delta_1}{2}\right)}{I_{X2}}, \quad \sigma_{22} = \frac{M(z_2 - \delta_1 - L_2)}{I_{X2}}, \quad (4)$$

$$z_2 = \frac{(b-L_1)\delta_1 \frac{\delta_1}{2} + (H-2\delta_1-L_2)\delta_2\left(\frac{H+L_2}{2}\right) + 2b\delta_1\left(H - \frac{\delta_1}{2}\right)}{(b-L_1)\delta_1 + (H-2\delta_1-L_2)\delta_2 + 2b\delta_1}, \quad (5)$$

$$I_{Y2} = \frac{\delta_2(H-2\delta_1-L_2)^3}{12} + \delta_2(H-2\delta_1-L_2)\left(z_2 - \left(\frac{H-L_2-2\delta_1}{2} + L_2 + \delta_1\right)\right)^2 + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1\left(H - z_2 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \frac{(b-L_1)\delta_1^3}{12} + (b-L_1)\delta_1\left(z_2 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2, \quad (6)$$

де σ_{21} та σ_{22} - номінальні напруження у полиці та стінці двотавра, відповідно, МПа.

Аналогічно для третьої стадії розвитку тріщини (рис. 1, в) запишемо:

$$\sigma_3 = \frac{M(z_3 - \delta_1 - L_3)}{I_{Y3}}, \quad (7)$$

$$z_3 = \frac{(H-2\delta_1-L_3)\delta_2\left(\frac{H+L_3}{2}\right) + 2b\delta_1\left(H - \frac{\delta_1}{2}\right)}{(H-2\delta_1-L_3)\delta_2 + 2b\delta_1}, \quad (8)$$

$$I_{Y3} = \frac{\delta_2(H-2\delta_1-L_3)^3}{12} + \delta_2(H-2\delta_1-L_3)\left(z_3 - \frac{H-L_3}{2}\right)^2 + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1\left(H - \frac{\delta_1}{2} - z_3\right)^2. \quad (9)$$

Решта позначень – на рис. 1.

КІН для тріщини в поперечному перетині двотавра можна записати:

$$K_{I(i,j)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi \cdot L_i} F_{i,j}, \quad (10)$$

де L – визначається із відношення площі тріщини до повної площі перетину двотавра ε :

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{\sum L_i \cdot \delta_j}{4b\delta_1 + (H - 2\delta_1)\delta_2}, \quad (11)$$

де $i = 1, 2, 3$ – індекс довжини тріщини на певній стадії її розвитку;

$j = 1, 2$ – індекс товщини елемента;

$M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} = \sigma$ - нормальні напруження у бездефектному перетині двотавра, МПа;

I_Y - момент інерції поперечного перетину бездефектного двотавра, м⁴:

$$I_Y = \frac{\delta_2(H - 2\delta_1)^3}{12} + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2 \left(\frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1 \left(\frac{H - \delta_1}{2} \right)^2 \right). \quad (12)$$

$F_{i,j}$ - поправкові функції розвитку тріщини у полиці та стінці двотавра відповідно.

Вирази функцій F_{11} , F_{21} , F_{22} та F_{32} не наводяться через їх громіздкість. Графічно ці функції для двотавра №12 представлено на рис. 2.

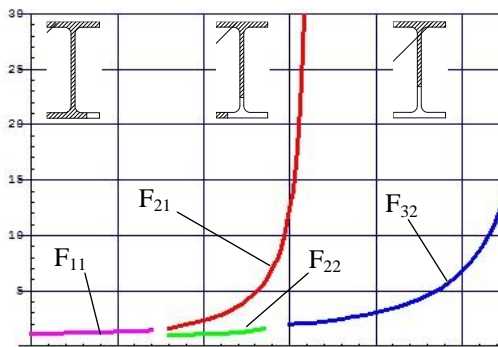


Рис. 2. Графічне зображення поправкових функцій для двотавра №12 з тріщиною

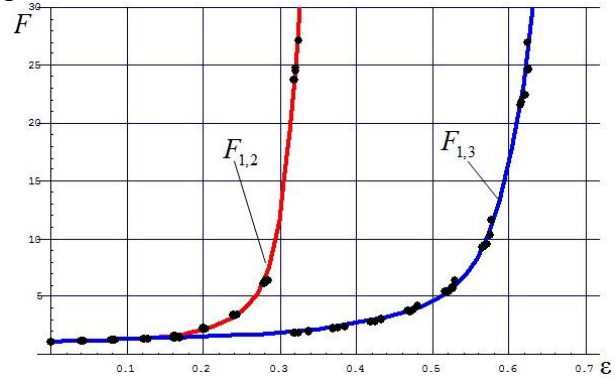


Рис. 3. Узагальнюючі поправкові функції для ряду двотаврів від №12 до №24

Для ряду стандартного двотаврового прокату від №12 до №24 масив значень поправкових функцій апроксимується узагальненими функціями:

- узагальнена функція $F_{1,2}^{(\sigma)}$ для сумарної тріщини (перша та друга стадія):

$$F_{1,2} = 1.118 + 1.464\varepsilon - 26.993\varepsilon^2 + 508.769\varepsilon^3 + 6037.150\varepsilon^4 - 197422532\varepsilon^5 + 1688532956\varepsilon^6 - 5981591385\varepsilon^7 + 7735093965\varepsilon^8; \quad (13)$$

- узагальнена функція $F_{1,3}^{(\sigma)}$ для сумарної тріщини (перша та третя стадія):

$$F_{1,3} = 1.125 + 0.919\varepsilon - 3.148\varepsilon^2 + 117.736\varepsilon^3 + 594.737\varepsilon^4 - 11636332\varepsilon^5 + 50187.549\varepsilon^6 - 87874.519\varepsilon^7 + 55781.902\varepsilon^8. \quad (14)$$

Графічно масиви точок для ряду двотаврів від №12 до № 24 та узагальнюючі функції представлено на рис. 3.

Отримані результати з визначення КІН для тріщин, що розвиваються в складних за конфігурацією перетинах, дозволяють більш обґрунтовано підійти до визначення ресурсу та підвищення надійності роботи конструкцій з тонкостінних елементів відкритого профілю.