

УДК 621.9

В.В. Крупа, к. т. н., В.Р. Кобельник, к. т. н., доц., Н.М. Тимошенко, к. ф.-м. н., доц.,
І.Р. Петречко

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВПЛИВУ СТОХАСТИЧНОСТІ ПОДАЧІ НА
ВЕЛИЧИНУ СИЛИ РІЗАННЯ В ІМОВІРНІСНОМУ АСПЕКТІV.V.Krupa, Ph.D, V.R. Kobelnyk, Ph.D, Assoc. Prof., N.M. Tymoshenko Ph.D, Assoc.
Prof., I.R. PetrechkoTHE MATHEMATICAL MODEL OF THE FEED STOCHASTICITY
INFLUENCE ON THE CUTTING FORCE SIZE IN THE PROBABILITY ASPECT

Abstract. The prevalence of the use of probabilistic statistical methods in the study of cutting processes is shown. A mathematical model of the influence of feed stochasticity on the tangential cutting force has been developed. For specific conditions, it was established that the stochasticity of the feed increases the tangential component of the cutting force to 18.7%, which is significant and must be taken into account at the stage of designing technological processes.

Математичні моделі на основі імовірнісно-статистичних методів дуже поширені при дослідженні процесів різання. Їх найчастіше застосовують при вирішенні задач оптимізації [1-2], а також при дослідженні характеристик процесу різання [3-6]. Наприклад в роботі [1] вирішена задача багатокритеріальної оптимізації процесу точіння з використанням імовірнісно-статистичного підходу, [2] здійснено оптимізацію процесу точіння із загартованої сталі AISI 52100 за допомогою стохастичного програмування, а в роботі [3] враховано стохастичність різноманітних критеріїв на процес оптимізації. Значна кількість робіт присвячена аналізу стохастичності сил різання, що мають місце при зрізанні шару металу при точінні [4] та фрезеруванні [5-6].

Запропонована модель полягає у встановленні закону розподілу величини P_z , як випадкової величини в залежності від стохастичності подачі. Для цього скористались відомою емпіричною формулою $P_z = C_p \cdot t^x \cdot s^y \cdot V^n \cdot k_p$ [7] для визначення тангенціальної сили різання в залежності від елементів режиму різання, прийнявши всі інші елементи режиму постійними, крім подачі.

Якщо відомі диференціальні функції $f(s_i)$ випадкових величин S_i , то відповідні диференціальні функції $g(p_z) = g(y)$ випадкових величин $P_{z_i} = \phi(S_i)$ знаходяться із рівності [8]

$$g(p_z) = f[\psi(p_z)] \cdot \psi'(p_z), \quad (1)$$

де $\psi(P_{z_i})$ – відповідні обернені функції до функцій $P_{z_i} = \phi(s_i)$; ($i = \overline{1, n}$).

Залежність $P_z = C_p \cdot t^x \cdot s^y \cdot V^n \cdot k_p$ при $t = \text{const}$ та $V = \text{const}$ перетвориться в формулу

$$P_z = C \cdot s^y, \quad (2)$$

де $C = C_p \cdot t^x \cdot V^n \cdot k_p$, y – постійні величини; s – випадкова величина з законом розподілу Гауса

Обернена функція $\psi(P_{z_i}) = \psi(z)$ з урахуванням того, що величина P_{z_i} завжди додатня та її похідна $\psi'(P_{z_i}) = \psi'(z)$ мають вигляд відповідно

$$\psi(z) = \sqrt[y]{z/C} \quad (3)$$

$$\psi'(z) = \frac{1}{c \cdot y} \sqrt[y]{\left(\frac{z}{c}\right)^{1-y}} \quad (4)$$

Використавши залежність (7) отримали диференціальну функцію розподілу випадкової величини P_z

$$g(p_z) = \frac{1}{\sigma_s \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \frac{1}{C \cdot y} \sqrt{\left(\frac{z}{C}\right)^{1-y}} \cdot e^{-\frac{(\sqrt{z/C-\bar{s}})^2}{2 \cdot \sigma_s^2}} \quad (5)$$

З урахуванням центральної граничної теореми теорії ймовірностей за формулюванням Ляпунова та використавши критерій Колмогорова встановили можливість заміни отриманих функції (5) щільністю ймовірностей нормального закону з параметрами $M[P_z] = \bar{P}_z$ та $D[P_z]$. Для використання критерію Колмогорова визначали λ – максимальне значення модуля різниці між розрахунковою функцією розподілу $G * (P_z)$ і відповідною теоретичною функцією $G(P_z)$ та ймовірність $P(\lambda)$ [8]:

$$\lambda = \max |G * (P_z) - G(P_z)| \cdot \sqrt{n} \text{ і } P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda^2}.$$

Враховавши, що $P(\lambda) \geq 0.05$, отриману розрахункову функцію (5) замінили щільністю ймовірностей усіченого (ліворуч) нормального закону у вигляді

$$h(P_z) = \frac{1}{D(P_z) \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(P_z - \bar{P}_z)^2}{2 \cdot D(P_z)}}, \quad (6)$$

Результати проведених розрахунків для реальних значень розсіювання подач [9] встановлено, що відношення $P_z \bar{P}_z_{max}$ становить 1,05-1,093, тобто максимальна тангенціальна сила різання перевищує середню до 9.3%, а відносна похибка розсіювання значення тангенціальної сили різання від середньої становить 9,9-18,7%, що є суттєвим і повинне враховуватись при проектуванні верстатно-інструментальних систем.

Література

1. Bohdanova, L.M., Vasilyeva, L.V., Guzenko, D.E. et al. A Software System to Solve the Multi-Criteria Optimization Problem with Stochastic Constraints. *Cybern Syst Anal* 54, 1013–1018 (2018). <https://doi.org/10.1007/s10559-018-0104-2>
2. Alexandre F. Torres, Franco B. Rocha, Fabrício A. Almeida, José H. F. Gomes, Anderson P. Paiva, Pedro Paulo Balestrassi, "Multivariate Stochastic Optimization Approach Applied in a Flux-Cored Arc Welding Process", *Access IEEE*, vol. 8, pp. 61267-61276, 2020.
3. Torres, A.F., de Almeida, F.A., de Paiva, A.P. et al. Impact of stochastic industrial variables on the cost optimization of AISI 52100 hardened-steel turning process. *Int J Adv Manuf Technol* 104, 4331–4340 (2019). <https://doi.org/10.1007/s00170-019-04273-1>
4. Fodor, G., Sykora, H.T. & Bachrathy, D. Stochastic modeling of the cutting force in turning processes. *Int J Adv Manuf Technol* 111, 213–226 (2020). <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05877-8>
5. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Ji Zhao. An analytical approach on stochastic model for cutting force prediction in milling ceramic matrix composites. *International Journal of Mechanical Sciences*, 168, 105314 (2020) <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.105314>
6. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Pengfei Xu, Ji Zhao. In-process stochastic tool wear identification and its application to the improved cutting force modeling of micro milling. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 164, 108233 (2022) <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.108233>
7. Справочник технолога-машиностроителя: в 2 т. / под. ред. А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова. – М.: Машиностроение, 1985.– Т2. –1985. – 496с.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятности. — М.: Наука, 1969. — 576 с
9. Вплив випадковості подачі на висоту мікронерівностей поверхні при її точінні або розточуванні / [П. Кривий, Н. Тимошенко, М. Шарик, В. Крупа] // Львів: Машинознавство, 2013. – №9-10 (195-196). – С. 76-83