



D 2022

# MODELAÇÃO NUMÉRICA DE SISTEMAS PERIÓDICOS: AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VIAS FÉRREAS E MEDIDAS DE MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES

ALEXANDRE MANUEL GONÇALVES CASTANHEIRA PINTO  
TESE DE DOUTORAMENTO APRESENTADA  
À FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO EM  
ENGENHARIA CIVIL





**FEUP** FACULDADE DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE DO PORTO

# **MODELAÇÃO NUMÉRICA DE SISTEMAS PERIÓDICOS: AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VIAS FÉRREAS E MEDIDAS DE MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES**

Alexandre Manuel Gonçalves Castanheira Pinto

Dissertação apresentada na Faculdade de Engenharia da Universidade do porto para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Pedro Alves Costa (Professor Associado - FEUP)

Coorientador: Luís Godinho (Professor Associado - FCTUC)

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**

Tese de Doutoramento – Programa Doutoral em Engenharia Civil (PRODEC)

© Alexandre Manuel Gonçalves Castanheira Pinto & FEUP, 2022



Ciência, Tecnologia  
e Engenharia Superior



NORTE2020



UNIÃO EUROPEIA  
Fundo Social Europeu

Aos meus pais e avós,



## RESUMO

O transporte ferroviário integra o grupo dos transportes de massa uma vez que permite a deslocação de um número considerável de pessoas numa só viagem. Apesar das vantagens que lhe são intrínsecas (de índole ambiental, económica e social) a sua implementação e operação acarreta diversas preocupações associadas a vibrações e ruído refletindo-se negativamente no conforto e vida dos habitantes na vizinhança da infraestrutura. Neste contexto, a presente dissertação contempla diversas metodologias, de foro numérico e analítico, que permite, de uma forma versátil e abrangente, a simulação de todo o meio de interesse, desde a fonte de vibração (interação veículo-via) até ao recetor (edifício).

Após um breve enquadramento geral do tema, onde se expõe os aspetos basilares do problema em apreço, apresentam-se dois métodos numéricos capazes de lidar com a generalidades dos cenários possíveis. Neste sentido, apresenta-se inicialmente um modelo numérico puramente 3D, alicerçado no método dos elementos finitos e utilizando a técnica do PML para absorção da energia nos limites do modelo. Por fim, um modelo numérico capaz de tirar proveito das condições de periodicidade do cenário analisado como forma de otimizar a eficiência computacional de modelos 3D MEF é apresentado.

Este último alavancou o desenvolvimento dos estudos seguintes, onde se avaliou o comportamento mecânico de uma metaestrutura como medida de mitigação de vibrações induzidas. Neste contexto, identificaram-se dois mecanismos de atenuação distintos: i) um, previamente identificado, associado ao guiamento das ondas incidentes ao longo do desenvolvimento das inclusões; ii) outro, associado ao efeito de grupo, designado por efeito de cristal sónico. São propostas equações capazes de prever a gama de frequências para a qual é expectável o desenvolvimento do efeito de cristal sónico. Posteriormente, apresenta-se uma metodologia distinta para avaliar o comportamento mecânico de metaestruturas baseada numa análise dispersiva. Além disso, e uma vez que a fiabilidade da informação só é garantida para análises de cenários simplistas, o autor desenvolveu uma análise alternativa que permite não só obter a informação específica para uma dada direção como preservar a eficiência desta tipologia de análises.

Por último, analisa-se o comportamento de uma metaestrutura no aumento da velocidade crítica, desenvolvendo-se um extenso estudo paramétrico para aferir quais as características geométricas que maior impactam na eficácia da estrutura. sendo proposto uma metodologia analítica que permite prever com elevado grau de aproximação a velocidade crítica para cenários reforçados.





## **ABSTRACT**

Rail transport is part of the mass transport group as it allows the movement of a considerable number of people in a single trip. Despite the intrinsic advantages (environmental, economic and social), its implementation and operation entails several concerns associated with vibrations and noise, which negatively reflects on the comfort of the inhabitants in the vicinity of the infrastructure. In this context, the present document has several methodologies, of numerical and analytical nature, which allows, in a versatile and comprehensive way, the simulation of the entire medium of interest, from the vibration source (vehicle-road interaction) to the receiver (building).

After a brief overview of the topic, where the basic aspects of the problem under consideration are explained, two numerical methods capable of dealing with the generalities of possible scenarios are presented. In this sense, a purely 3D numerical model is initially presented, based on the finite element method and using the PML technique to absorb the energy at the limits of the model. Finally, a numerical model capable of taking advantage of the periodicity conditions of the analysed scenario as a way of optimizing the computational efficiency of 3D MEF models is presented, more accurately model the longitudinal direction and the moving character of the loading.

The latter leveraged the development of the following studies, where the mechanical behaviour of a metastructure was evaluated as a mitigation measure of ground-borne vibrations. In this context, two distinct attenuation mechanisms were identified: i) one, already documented, associated with the wave guidance throughout the development of inclusions; ii) another, associated with a group interaction, called the sonic crystal effect. Equations capable of predicting the frequency range for which the sonic crystal effect is expected are proposed. Subsequently, a different methodology is presented to evaluate the mechanical behaviour of metastructures based on a dispersive analysis. However, and since the reliability of the information is only guaranteed for analysis of simplistic scenarios, the author developed a variant analysis that allows not only to obtain specific information for a given direction, but also to preserve the efficiency of this type of analysis.

Finally, the behaviour of a metastructure in enhancing the critical velocity is analysed. In this way, an extensive parametric study to assess which geometric characteristics have the greatest impact on the effectiveness of the structure is developed. Furthermore, an analytical methodology is proposed that allows to predict, with a high degree of approximation, the critical speed for reinforced scenarios.



## AGRADECIMENTOS

Findo este longo e árduo trabalho, não poderia deixar de expressar o seu sincero e profundo agradecimento a todas as pessoas e entidades que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a sua concretização. Pela relevância dos respetivos contributos, endereço com especial estima e amizade os seguintes agradecimentos:

- Ao orientador deste trabalho, Professor Pedro Alves Costa, gostaria de expressar toda a gratidão e um sincero agradecimento por todo o acompanhamento prestado no decorrer destes anos, pelas oportunidades conferidas, pela constante transmissão de conhecimento e interesse por este trabalho, e acima de tudo, pela boa amizade demonstrada. O seu contributo foi, indubitavelmente, decisivo para atingir este feito;
- Ao coorientador deste trabalho, Professores Luís Godinho, quero apresentar o meu sentido agradecimento pelo constante apoio, transmissão de conhecimento e motivação na elaboração da presente dissertação, não esquecendo a amizade demonstrada;
- Aos colegas e amigos Ana Ramos e Aires Colaço, quero expressar o meu profundo agradecimento por toda a ajuda prestada, o vosso otimismo e motivação foram indispensáveis para ultrapassar diversos obstáculos na elaboração do presente trabalho. Agradeço concomitantemente aos colegas e amigos João Lázaro, Paulo Soares, Jesús Fernandez Ruiz e Robert Arcos pelo apoio prestado no desenvolvimento de diversas tarefas.
- Não posso deixar de efetuar uma referência a todos amigos com os quais tive o privilégio de conviver ao longo deste percurso, partilhar momentos e criar histórias inesquecíveis e amizades, que perdurarão para além desta etapa. O meu sincero agradecimento a todos vocês: André Furtado, Cláudio Horas, João Lázaro, João Pacheco, Paulo Soares, Rodrigo Falcão Moreira, Rui Valente, e Sérgio Pereira;
- Ao CONSTRUCT, ao LESE e à Secretaria de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil, na pessoa de Marta Poinhas, agradeço toda o apoio institucional prestado ao longo destes últimos quatro anos;
- À Fundação para a Ciência e a Tecnologia agradeço o suporte financeiro conferido através da Bolsa de Doutoramento PD/BD/143004. Este trabalho foi ainda financiado por: CONSTRUCT - Instituto de I&D em Estruturas e Construções - financiado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER), através do COMPETE2020 – Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI) e por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia I.P.; projeto PTDC/ECM-COM/1364/2014 - POCI-01-0145-FEDER-

016783 e pelo projecto Project PTDC/ECI-EGC/3352/2021. Este trabalho foi ainda financiado por fundos nacionais através da FCT/MCTES (PIDDAC), no âmbito do projeto PTDC/ECI-EGC/3352/2021.

Finalmente, queria deixar a minha profunda gratidão e estima aos meus pais por todo o apoio, ensinamentos e incentivo que me inculcaram ao longo dos anos, fulcrais para tornar este trabalho numa realidade. A todos eles um grande Bem-haja.

## ÍNDICE

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA.....	1
1.2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS .....	5
1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE .....	6
<b>VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO: ANÁLISE, MODELAÇÃO E MITIGAÇÃO .....</b>	<b>9</b>
2.1. INTRODUÇÃO.....	9
2.2. GERAÇÃO DE VIBRAÇÕES POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO .....	10
2.2.1. <i>Considerações iniciais</i> .....	10
2.2.1. <i>Excitação quasi-estática</i> .....	11
2.2.2. <i>Excitação dinâmica</i> .....	11
2.2.3. <i>Excitação paramétrica</i> .....	13
2.3. FENOMENOLOGIA INERENTE À PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS ELÁSTICOS .....	14
2.3.1. <i>Propagação de ondas elásticas</i> .....	14
2.3.2. <i>Amortecimento geométrico</i> .....	17
2.3.3. <i>Amortecimento material</i> .....	18
2.3.4. <i>Equação de propagação de onda</i> .....	20
2.3.4.1. Caso unidimensional .....	20
2.3.4.2. Caso tridimensional .....	22
2.4. MODELAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA VIA-MACIÇO .....	26
2.4.1. <i>Generalidades</i> .....	26
2.4.2. <i>Métodos analíticos ou semianalíticos</i> .....	26
2.4.3. <i>Métodos numéricos</i> .....	29
2.4.3.1. Métodos desenvolvidos no domínio da frequência .....	29
2.4.3.2. Métodos desenvolvidos no domínio do tempo .....	33

2.4.4. Métodos híbridos.....	34
2.5. MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO DINÂMICA VEÍCULO-VIA.....	35
2.5.1. Considerações gerais.....	35
2.6. ENQUADRAMENTO NORMATIVO.....	38
2.6.1. Considerações iniciais.....	38
2.6.2. Normas existentes.....	38
2.6.3. Indicadores principais.....	39
2.6.4. Efeitos das vibrações sobre os ocupantes e equipamentos sensíveis .....	40
2.7. MEDIDAS DE MITIGAÇÃO.....	42
2.7.1. Considerações iniciais.....	42
2.7.2. Medidas de mitigação na fonte .....	42
2.7.3. Medidas de mitigação no trajeto de propagação.....	44
2.7.3.1. Medidas de mitigação convencionais.....	44
2.7.3.2. Medidas de mitigação periódicas.....	46
2.7.5. Medidas de mitigação no recetor (edifício).....	52
2.8. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	53
<b>MODELAÇÃO 3D DO SISTEMA VIA-MACIÇO .....</b>	<b>55</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	55
3.2 O MÉTODO 3D MEF-PML.....	56
3.2.1 Equações gerais de equilíbrio do método dos elementos finitos 3D.....	56
3.2.2 Formulação de elementos finitos volumétricos.....	58
3.2.3 Tratamento das fronteiras artificiais pela técnica do PML .....	64
3.2.3.1 Conceitos gerais .....	64
3.2.3.2 Formulação matemática.....	65
3.2.4 Validação Numérica do método 3D MEF-PML.....	68
3.2.5 Estudo de sensibilidade referente à discretização de elementos lineares .....	78

3.3 O MÉTODO 3D MEF-PML PERIÓDICO.....	82
3.3.1 <i>Conceitos gerais</i> .....	82
3.3.2 <i>Formulação matemática</i> .....	83
3.3.3 <i>Validação numérica do método 3D MEF-PML periódico</i> .....	87
3.3.4 <i>Extensão do método para carregamentos móveis com velocidade constante</i> .....	96
3.3.4.1 Descrição da metodologia.....	96
3.3.4.2 Validação do método para carregamentos móveis.....	98
3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	101
<b>ESTUDO DE UMA METAESTRUTURA PARA MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS .....</b>	<b>105</b>
4.1. INTRODUÇÃO.....	105
4.2. COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA INCLUSÃO.....	107
4.2.1. <i>Caso de referência</i> .....	107
4.2.2. <i>Influência da rigidez da inclusão</i> .....	114
4.2.3. <i>Influência da simetria da solução</i> .....	116
4.3. COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM GRUPO DE INCLUSÕES .....	118
4.3.1. <i>Solução local de mitigação</i> .....	118
4.3.1.1. Caso de referência .....	118
4.3.1.2. Influência das propriedades geotécnicas .....	122
4.3.1.3. Influência da distância entre recetor-inclusões .....	124
4.3.1.4. Influência da profundidade enterrada das inclusões .....	126
4.3.1.5. Influência da orientação das inclusões .....	127
4.3.1.6. Influência da descontinuidade das inclusões .....	130
4.3.2. <i>Solução global de mitigação</i> .....	136
4.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA A MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO.....	139
4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	143
<b>ANÁLISE DISPERSIVA DE META-MATERIAIS EM CONTEXTO ELASTODINÂMICO .....</b>	<b>147</b>

5.1. PREAMBULO .....	147
5.2. DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE ANÁLISES DISPERSIVA EM CONTEXTO ELASTODINÂMICO .....	148
5.3. ANÁLISE 2D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS NUM MEIO INFINITO.....	150
5.3.1. <i>Cenário sem inclusões</i> .....	150
5.3.2. <i>Cenário com inclusões de baixa rigidez e massa</i> .....	153
5.3.3. <i>Exemplo de aplicação: inclusões de aço</i> .....	158
5.4. ANÁLISE 2.5D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS .....	161
5.4.1. <i>Meio infinito</i> .....	161
5.4.2. <i>Meio semi-infinito</i> .....	165
5.5. ANÁLISE 3D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS .....	173
5.5.1. <i>Considerações iniciais</i> .....	173
5.5.2. <i>Exemplo de validação</i> .....	174
5.5.3. <i>Estudo paramétrico</i> .....	178
5.5.3.1. <i>Influência da profundidade enterrada das inclusões</i> .....	178
5.5.3.2. <i>Influência das propriedades materiais das inclusões</i> .....	180
5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	182
<b>REFORÇO DO SISTEMA VIA-MACIÇO PARA AUMENTO DA VELOCIDADE CRÍTICA.....</b>	<b>185</b>
6.1. PREAMBULO .....	185
6.2 VELOCIDADE CRÍTICA DE UM MACIÇO GEOTÉCNICO .....	186
6.3. CASO DE ESTUDO .....	190
6.3.1. <i>Descrição</i> .....	190
6.3.2. <i>Validação da malha de elementos finitos</i> .....	191
6.3.2.1. <i>Influência da dimensão transversal da malha</i> .....	191
6.3.2.2. <i>Validação do caso não reforçado</i> .....	194
6.3.3. <i>Reforço de solo homogéneo</i> .....	196
6.3.4. <i>Reforço de um solo estratificado</i> .....	199



6.3.4.1. Influência da profundidade enterrada das colunas .....	199
6.3.4.2. Influência das propriedades mecânicas do reforço .....	203
6.3.4.3. Influência da taxa de substituição do reforço .....	206
6.3.4.4. Influência do padrão do reforço .....	207
6.4. METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA A PREVISÃO DA VELOCIDADE CRÍTICA DE CENÁRIOS GEOTÉCNICOS REFORÇADOS .....	208
6.4.1. Descrição da metodologia .....	208
6.4.2. Caso de aplicação.....	210
6.4.3. Síntese de resultados .....	212
6.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	215
<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>217</b>
7.1. CONCLUSÕES .....	217
7.2. PROPOSTAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....	220
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>223</b>



# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA

O desenvolvimento das sociedades modernas exige, inevitavelmente, a implementação de alternativas eficazes e eficientes de mobilidade. Aliado a este facto, a necessidade crescente de opções mais sustentáveis, tanto ao nível económico como ambiental, coloca uma pressão acrescida no setor dos transportes para atender à multiplicidade de requisitos impostos. Estimativas da ONU preveem que 66% da população mundial se estabeleça em cidades e centros metropolitanos em 2050, ampliando a necessidade de transportes de massa eficientes [1].

A mobilidade urbana de um elevado número de pessoas exige que os transportes de massa, como o ferroviário e metropolitano, sejam alternativas cada vez mais competitivas face ao transporte rodoviário. O cumprimento desta premissa implica que tanto a comunidade científica, como técnica, detenham um conhecimento aprofundado dos fenómenos dinâmicos inerentes à passagem de um comboio, desde a fonte indutora de vibração até à perceção sensitiva dos habitantes de edificações vizinhas a uma infraestrutura ferroviária. Com o intuito de suprimir a lacuna de conhecimento nesta temática, a União Europeia (UE) financiou projetos como o RIVAS [2] e o CargoVibes [3], e mais recente

o *Shift2Rail* que se incorpora no Programa-Quadro Horizonte 2020. A justificação dos avultados esforços financeiros alocados a esta temática deve-se à necessidade estratégica de incrementar o volume de tráfego ferroviário para cumprir a crescente necessidade nos próximos anos. Diversos autores, recorrendo aos dados da última década, perspetivam que a escolha pelo transporte ferroviário de longa duração aumente 21% [4-6]. Já no que diz respeito ao transporte ferroviário em meio urbano, quer por sistemas ferroviários quer por sistemas metropolitanos, perspetiva-se um evolução na procura da mesma ordem de grandeza que a anterior [7].

Pese embora o transporte ferroviário apresente benefícios claros (de índole económica, social e ambiental), a sua implementação e operação acarretam obstáculos através da geração de vibrações e os respetivos impactos no conforto e qualidade de vida dos habitantes. Estes problemas enquadram-se nas preocupações ambientais inerentes ao transporte ferroviário, sendo referido, por alguns organismos, como um dos sete principais problemas das sociedades modernas [8]. O desconforto associado à operação de uma linha ferroviária em ambiente urbano tem originado uma multiplicidade de queixas, totalizando, no Japão, 14% das queixas de incómodo por vibração e ruído re-radiado. A exposição alongada a vibrações pode, em casos extremos, levar à ocorrência de graves problemas de saúde como distúrbios cardiovasculares e de sono [9-11].

A passagem de um comboio despoleta a propagação de um campo de vibrações que solicitará as estruturas vizinhas. Apesar do problema consistir meramente na propagação de vibrações, é imperativo compreender a interação de três complexos sistemas: i) fonte indutora de vibração (interação comboio-via); ii) o meio de propagação (interação via-maciço); iii) receptor (interação maciço-edifício). Como facilmente se depreende, o campo de vibração é gerado no contacto roda-carril, sendo posteriormente propagado pelo maciço de fundação até ao instante em que interage com as fundações dos edifícios vizinhos. A Figura 1.1 apresenta uma ilustração esquemática do problema descrito. Ao longo das últimas décadas a comunidade científica investigou e desenvolveu diversas metodologias, tanto analíticas, numéricas, como empíricas, capazes de determinar com elevada acuidade o campo de vibrações induzido aquando da passagem de um comboio [12, 13].

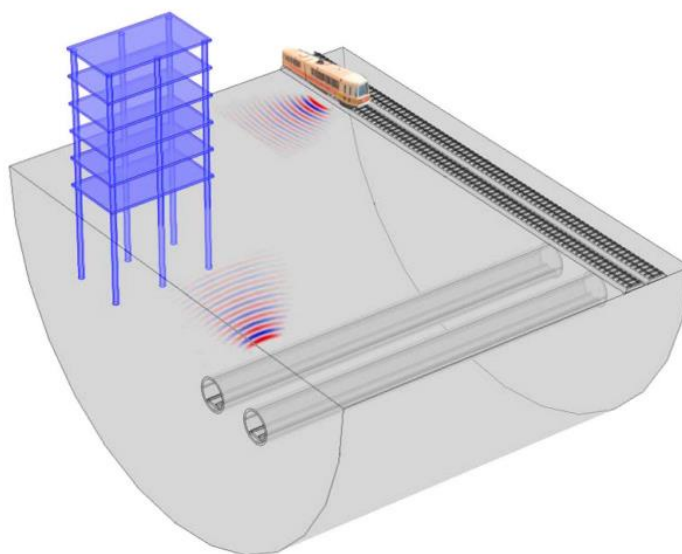


Figura 1.1 – Vibrações induzidas (adaptado de [12])

Se o problema da geração e propagação de vibrações pressupunha inicialmente a interação dos três sistemas previamente referidos, atualmente incorpora um novo, o sistema das medidas de mitigação. É comumente aceite na comunidade científica agrupar-se as soluções de atenuação em função da sua localização espacial: i) na fonte; ii) no caminho de propagação; iii) no recetor. Múltiplas medidas de mitigação foram já exploradas para cada um dos grupos anteriores, destacando-se as mantas resilientes aplicadas na via férrea, as trincheiras implementadas à superfície do meio propagante e os sistemas de isolamento de base introduzidos ao nível dos edifícios. Porém, um novo grupo de medidas adotadas no trajeto de propagação, designados por metamateriais sísmicos, ou meta-estruturas, têm captado uma atenção crescente da comunidade científica por apresentarem características de atenuação especiais. Estas encontram-se intrinsecamente relacionadas com a geometria periódica preconizada para a estrutura de mitigação. A Figura 1.2 apresenta uma ilustração esquemática de uma meta-estrutura sísmica que, como se pode observar, consiste num arranjo periódico de estruturas simples.

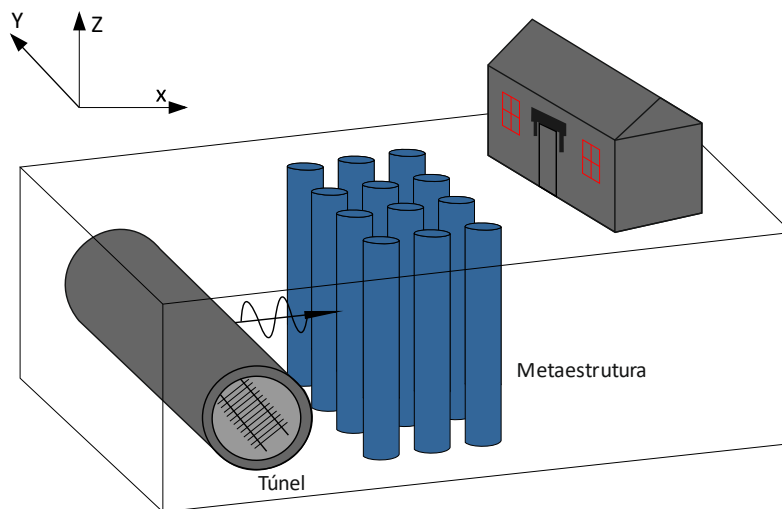


Figura 1.2 – Vibrações induzidas (adaptado de [12])

A necessidade de desenvolver modelos numéricos que traduzam corretamente a fenomenologia associada à passagem de um comboio, realistas, que permitam a consideração morfológica da estrutura a analisar, e eficientes é ainda um desafio para a comunidade científica. Neste contexto, e tendo em conta a iminência da expansão ferroviária, salienta-se a necessidade crescente de desenvolvimento de modelos mais abrangentes que permitam a simulação realista dos cenários, bem como a investigação em contexto elastodinâmico da eficácia dos metamateriais sísmicos como medidas de mitigação de vibrações induzidas.

Não obstante o apresentado, a atratividade do setor ferroviário passa, concomitantemente, pela redução do tempo de circulação através do desenvolvimento de comboios cada vez mais velozes [14]. Deste modo, e como será expectável, as exigências impostas às infraestruturas ferroviárias serão progressivamente crescentes, podendo induzir um acréscimo no estado deformacional incompatível com a segurança da linha [12]. Ao longo das últimas décadas a comunidade científica foi desenvolvendo modelos quer analíticos quer numéricos capazes de determinar o perfil de amplificação de deslocamentos para uma determinada via-férrea [14]. A velocidade para a qual se regista a maior amplificação da via-férrea denomina-se por velocidade crítica, e, ainda que já existam estudos em volta da temática a comunidade científica carece da avaliação de soluções de reforço para mitigar este fenómeno. Neste contexto, deve destacar-se os primeiros esforços onde se avaliou o impacto que um reforço contínuo (trincheiras) colocado de baixo da via-férrea produz na melhoria da velocidade crítica [15]. Não obstante, a consideração de um reforço contínuo não traduz integralmente as técnicas mais

comummente empregues na prática da engenharia geotécnica no que respeito o reforço de maciços. Neste sentido, estudar o comportamento das soluções convencionais de melhoramento de solos para acautelar problemas com velocidades críticas é ainda um tema por explorar.

## **1.2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS**

As sociedades desenvolvidas possuem padrões de qualidade de vida mais exigentes, sendo a tolerância a incómodos, como vibrações induzidas por tráfego ferroviário, progressivamente menor. Ademais, o carácter perene associado a problemas desta índole pode causar desvalorização patrimonial dos imóveis afetados, originando nos habitantes e proprietários um duplo efeito negativo.

Conjugando os fatores socioeconómicos com a motivação estratégica para o desenvolvimento do tecido ferroviário, facilmente se depreende a necessidade de estudos aprofundados sobre tema em apreço com o propósito de mitigar os impactos inerentes à operabilidade de uma linha ferroviária. Neste contexto, a necessidade de estudos abrangentes que determinem a eficácia real das medidas de mitigação apresenta-se como uma oportunidade para o contributo do autor. Aliado a este facto, a existência de um grupo de investigação da ferrovia na instituição onde o autor se insere é um fator de motivação adicional, possibilitando a aquisição de competências relevantes para o desenvolvimento do presente trabalho. Neste contexto, os trabalhos de doutoramento desenvolvidos por Alves Costa [16], Lopes [17], Barbosa [18], Santos [19] e Colaço [20] permitiram construir uma base de conhecimento sólida na fenomenologia inerente ao tema, e ainda ter acesso a ferramentas numéricas capazes de prever o comportamento dinâmico do sistema via-macizo. A herança dos conhecimentos adquiridos pelos autores enumerados permitiu que a presente dissertação atingisse um grau de inovação expressivo na conceptualização de medidas de mitigação baseadas em conceitos de meta-estruturas sísmicas com viabilidade técnico-económica.

Face ao exposto, e tendo em consideração o enquadramento do tema proposto, a presente dissertação teve como objetivo primordial o desenvolvimento de um modelo numérico tridimensional, eficaz e abrangente, capaz de simular a interação dinâmica desde a fonte indutora de vibração (comboio) ao recetor (edifício). Numa segunda instância, recorrendo ao modelo numérico previamente referido, pretendeu-se aprofundar o conhecimento inerente à adoção de um metamaterial sísmico como medida de mitigação de vibrações. Conhecendo os fenómenos de atenuação inerentes a uma meta-estrutura, foi implementada uma tipologia de análise vanguardista

que permite inferir sobre o comportamento energético de forma expedita. Por último, avaliou-se o impacto que uma meta-estrutura acarreta quando se adota como solução de reforço de uma via-férrea para o aumento da sua velocidade crítica. As diversas motivações associadas à presente dissertação podem ser sumariadas nos seguintes objetivos:

- Formulação, desenvolvimento, implementação e validação de uma metodologia numérica eficiente, tridimensional, capaz de avaliar a resposta dinâmica do sistema comboio-via-macizo-edifício;
- Formulação, desenvolvimento, implementação e validação de uma metodologia numérica eficiente tridimensional periódica capaz de determinar a resposta do sistema comboio-via-macizo-edifício, com maior eficiência computacional;
- Desenvolvimento e investigação de um caso de estudo com o objetivo de determinar o comportamento de atenuação produzido pela adoção de um metamaterial sísmico adjacente a uma via férrea;
- Formulação, desenvolvimento, implementação e validação de uma metodologia eficiente de análise de metamateriais sísmicos capaz de obter a resposta modal para todas as direções de incidência de ondas elásticas;
- Desenvolvimento e investigação de um caso de estudo com o objetivo de determinar a eficácia de medidas de reforço de solos convencionais no incremento da velocidade crítica de uma via férrea atendendo ao carácter periódico do sistema de reforço;
- Desenvolvimento, e implementação de uma metodologia analítica simplificada capaz de prever a velocidade crítica para cenários geotécnicos reforçados com soluções discretas.

### **1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE**

O presente documento compreende um total de sete capítulos, constituindo este o enquadramento introdutório do tema, onde se explora sucintamente a relevância socioeconómica que justifica o desenvolvimento dos trabalhos de doutoramento do autor.

O capítulo 2 apresenta uma extensa revisão bibliográfica dos fenómenos físicos que ocorrem com a passagem de um comboio e da sua modelação analítica ou numérica. O capítulo apresenta, concomitantemente, o enquadramento normativo da temática em questão e das medidas de mitigação mais usuais. Neste sentido, apresentam-se, inicialmente, os distintos mecanismos indutores



de um campo de vibrações. Seguidamente, o capítulo versa sobre a temática subjacente à propagação de ondas em meios elásticos e contínuos, enumerando, posteriormente, as metodologias analíticas, semi-analíticas, numéricas e híbridas capazes de prever o campo de vibrações induzido pela aplicação de um carregamento dinâmico. Por último, é apresentado o enquadramento normativo existente, cessando o capítulo com as medidas de mitigação existentes, com especial enfoque nos metamateriais sísmicos, estudados em capítulos subsequentes.

O capítulo 3 apresenta, inicialmente, o desenvolvimento de uma ferramenta numérica puramente tridimensional alicerçada no método dos elementos finitos, implementada no domínio da frequência, capaz de determinar o campo de vibrações induzido por um carregamento dinâmico. Tendo em consideração a exigência computacional inerente a uma formulação tridimensional de elementos finitos foram implementadas duas tipologias de elementos, lineares de 8 nós e quadráticos de 20 nós. Segue-se uma validação global do modelo numérico, onde a resposta obtida recorrendo à ferramenta numérica implementada pelo autor é comparada com a obtida através de um método 2.5D FEM-PML [21], desenvolvido no seio do grupo investigação. Posteriormente, apresenta-se um modelo numérico capaz de tirar proveito das características periódicas associadas às infraestruturas ferroviárias que permite reduzir a secção discretizada e, conseqüentemente, aumentar a eficiência computacional de uma formulação tridimensional. Seguindo uma estratégia de validação semelhante, o capítulo encerra com a validação do modelo periódico para um cenário de carregamento móvel. Dada a inexistência, no grupo de investigação, de modelos com as características, ou semelhantes, das ferramentas numéricas desenvolvidas pelo autor, este contributo constituiu um avanço considerável para o conhecimento do grupo de investigação no âmbito da modelação numérica de sistemas ferroviários.

O capítulo 4 versa sobre um caso de estudo onde se avalia a eficácia associada a um metamaterial sísmico, materializado pela adoção de inclusões periódicas paralelas à via-férrea, como medida de mitigação de vibrações. Numa primeira fase determina-se o comportamento mecânico induzido exclusivamente por uma inclusão, desenvolvendo-se a mesma análise para uma solução composta por três inclusões periódicas no qual se evidencia a ocorrência de novos mecanismos de atenuação. De seguida, apresenta-se um estudo paramétrico para a solução composta por três inclusões, onde a orientação, a proximidade à fonte de vibração, entre outros, se assumiram como variáveis a investigar. O capítulo encerra com um pequeno exemplo de aplicação no qual se pretende evidenciar o efeito de mitigação de uma solução composta por seis inclusões à passagem de um comboio.

O capítulo 5 apresenta uma tipologia de análise inovadora de meta-estruturas onde se perspetiva o seu comportamento energético, e, portanto, a sua capacidade de mitigação, partindo de uma análise dispersiva. Tendo em conta a complexidade inerente quer à análise, quer aos meios contínuos, o capítulo segue uma apresentação passo a passo da análise, iniciando pelo caso mais simples, meio indefinido em estado plano de deformação. O capítulo vai evoluindo para casos progressivamente mais complexos, culminando na apresentação para um caso puramente tridimensional, onde a meta-estrutura se adota perpendicular à superfície livre do maciço. Como o leitor poderá depreender, esta situação corresponde ao caso com maior interesse para a prática da engenharia.

O capítulo 6, recorrendo ao modelo numérico periódico desenvolvido pelo autor, avalia a eficácia que uma solução de reforço discreto materializado produz na melhoria da velocidade crítica de uma via férrea. Desta forma, o capítulo apresenta um caso de estudo onde dois cenários geotécnicos, um homogéneo e um heterogéneo, são reforçados por uma solução com colunas de *jet-grouting*. Posteriormente, desenvolve-se um estudo paramétrico com o intuito de aferir o impacto que diversas variáveis assumem na melhoria da velocidade crítica encontrada. Importa ressaltar a preocupação do autor em aproximar o estudo paramétrico do contexto prático da engenharia na temática do melhoramento de solos. Sem embargo, a contabilização da velocidade crítica para horizontes geotécnicos reforçados ao obrigar à modelação numérica realista do cenário torna-se uma operação exigente do ponto de vista computacional e bastante demorada. Partindo desta premissa, o autor desenvolveu uma metodologia analítica capaz de prever a velocidade crítica para cenários com reforços discretos baseada no método das curvas de dispersão. O capítulo finaliza com a apresentação desta metodologia e a conseqüente validação de todos os casos que constituíram o estudo paramétrico previamente discutido.

Por último, o capítulo 7 apresenta uma síntese das principais conclusões da dissertação, indicando-se posteriormente propostas de investigação futuras na área temática em apreço.

# 2

## VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO: ANÁLISE, MODELAÇÃO E MITIGAÇÃO

### 2.1. INTRODUÇÃO

O transporte ferroviário, como se referiu no capítulo anterior, apresenta diversas vantagens de natureza económica e social, tornando-o num meio de transporte apelativo em zonas densamente povoadas. Porém, a introdução de uma linha ferroviária neste ambiente é acompanhada por problemas associados a vibrações gerados pela operação da infraestrutura que se propagam até aos edifícios vizinhos causando desconforto nos ocupantes. Em casos extremos, a exposição continuada às vibrações induzidas por tráfego ferroviário é apontado como um dos fatores de risco para doenças do foro cardiovascular [22, 23]. Por este facto, a temática das vibrações geradas pela passagem de comboios constitui atualmente um problema de saúde pública.

Face ao exposto, determinar eficazmente o impacto ambiental das vibrações geradas pelo tráfego ferroviário apresenta-se como uma questão fulcral para o desenvolvimento sustentável das cidades atuais. A mitigação do impacto negativo causado pela construção de uma linha férrea em ambiente urbano obriga à compreensão integral de um problema deveras complexo. Esta deriva não só da complexidade inerente à fenomenologia física e ao seu formalismo analítico, mas também do facto de interligar diversos sistemas, como se ilustra ao longo do presente capítulo.

Considerando o supra enunciado, o presente capítulo apresenta uma sucinta revisão dos aspetos basilares que caracterizam o tema de vibrações induzidas por tráfego ferroviário.

O capítulo encontra-se organizado seguindo a cronologia de eventos que ocorrem aquando da passagem de um comboio. Inicialmente apresentam-se os mecanismos responsáveis pela geração do campo de vibrações, seguindo-se a tradução deste num conjunto de ondas elásticas propagadas através do maciço de fundação. Posteriormente, o capítulo versa sobre métodos existentes para prever a resposta do maciço ao campo de vibrações incidente, bem como um método para incorporar a interação com o veículo. Segue-se o enquadramento normativo do tema e as medidas de mitigação mais usuais a adotar para dar cumprimento às normas existentes. Sobre este aspeto, especial atenção é dada à apresentação de medidas baseadas num conceito distinto do tradicional, a adoção de metamateriais ou de arranjos periódicos que se traduzem numa alteração comportamental de uma banda de frequência devidamente definida.

## **2.2. GERAÇÃO DE VIBRAÇÕES POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO**

### **2.2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Perceber as diversas ações a que uma estrutura ferroviária está sujeita constitui o aspeto basilar para uma análise mecanicista dos fenómenos envolvidos. A passagem de um comboio ao longo de uma via-férrea representa uma solicitação complexa uma vez que induz distintos efeitos. Os mecanismos de excitação induzidos pelo material circulante dividem-se, habitualmente, em ações quasi-estáticas e dinâmicas, traduzindo-se em forças verticais, longitudinais e transversais [24]. No âmbito da presente dissertação, são considerados exclusivamente os mecanismos indutores de forças verticais. Estes, como previamente enunciado, podem ser distinguidos em função da constância ou variação temporal da magnitude das forças de interação veículo-via. É amplamente aceite a divisão dos mecanismos de

excitação em [25-27]: i) excitação quasi-estática; ii) excitação dinâmica; iii) excitação paramétrica. Pese embora o facto de os dois últimos induzirem uma variação temporal na magnitude das forças de interação, ao contrário da excitação quasi-estática, distinguem-se por se associarem a fenómenos distintos, como se explana de seguida.

### 2.2.1. EXCITAÇÃO QUASI-ESTÁTICA

A excitação quasi-estática, como a própria designação refere, está associada ao movimento de cargas pontuais, correspondentes ao peso por eixo do comboio, ao longo da via-férrea. Esta pode ser idealizada como um conjunto de cargas pontuais móveis, correspondendo a magnitude das mesmas ao peso por eixo que caracteriza o material circulante, tal como se ilustra na Figura 2.1.

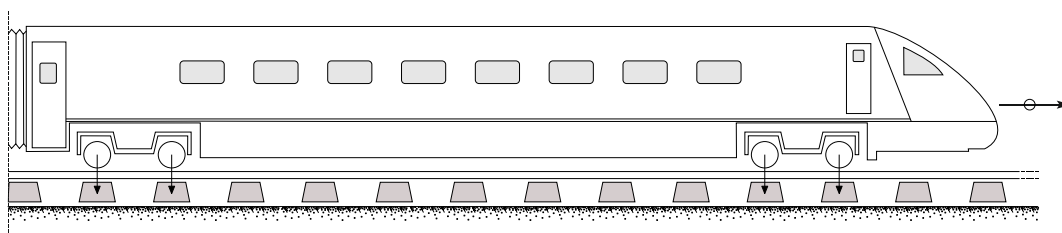


Figura 2.1 - Ilustração esquemática do mecanismo de excitação quasi-estático.

Atendendo a que esta fonte de excitação se associa exclusivamente à componente estática do comboio, não compreendendo a geração de forças de inércia no mesmo, condiciona, regra geral, gamas de frequências mais baixas. Este mecanismo é determinante para a resposta da via-férrea e da zona adjacente, esvanecendo a sua relevância com o afastamento à via [28-32]. Importa referir ainda que a resposta à excitação quasi-estática depende, em grande medida, da geometria e velocidade de circulação do material circulante.

### 2.2.2. EXCITAÇÃO DINÂMICA

A excitação dinâmica deriva da interação entre o veículo e a via. A sua génese está relacionada com múltiplos fenómenos, destacando-se não só as irregularidades geométricas da via férrea (Figura 2.2 a) e das rodas do comboio, bem como as habitualmente designadas por excitações de impacto (Figura 2.2 b), associadas às descontinuidades pontuais da via. Como facilmente se compreende a alternância

dessincronizada dos deslocamentos das massas é responsável pela variação da magnitude das forças de interação e, conseqüentemente, pela geração de excitação dinâmica. Uma analogia semelhante justifica a geração de vibrações para o caso de ocorrência de imperfeições geométricas nas rodas do veículo. Neste contexto, diversos autores encontraram uma relação de proporcionalidade entre a amplitude das forças dinâmicas e a velocidade de circulação do comboio [29, 30, 33].

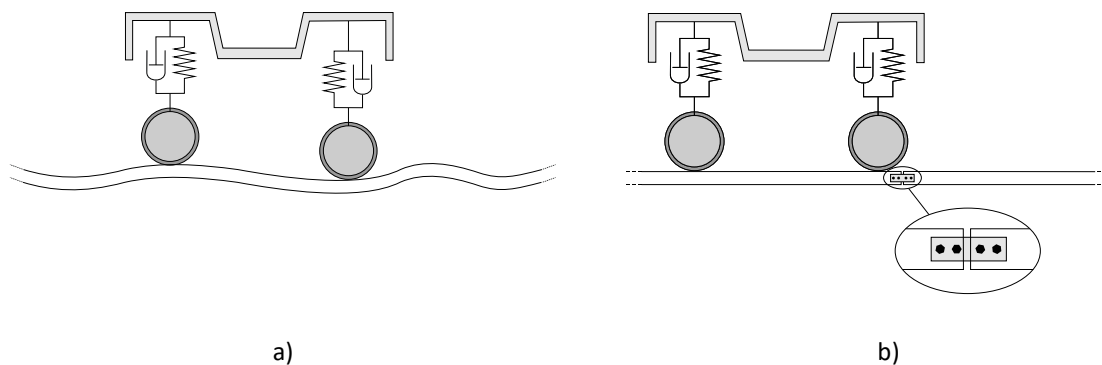


Figura 2.2 – Ilustração esquemática de: a) excitação dinâmica proveniente de uma via com irregularidades geométricas; b) excitação de impacto.

Componentes obrigatórios de uma linha ferroviária, como zonas de mudança de via, cruzamentos e zonas de transição, representam variações de rigidez, ou de geometria, no sistema, correspondendo, inevitavelmente, a mecanismos indutores de excitação dinâmica. Zonas de transição caracterizam áreas onde se compatibilizam os dois sistemas de vias-férreas (balastradas e em laje), passagem entre tráfego em túnel para aterro, entre outros. Pese embora o facto de a via balastrada ser o sistema mais utilizado, a via em laje é amplamente empregue em pontes, túneis e estações devido ao seu elevado desempenho estrutural e vantagem operacional [34, 35]. Tendo em consideração que ambos os sistemas de via apresentam uma rigidez claramente distinta, a passagem de um comboio por uma transição entre estes será acompanhada por uma excitação dinâmica expressiva.

A excitação dinâmica pode ainda dever-se a causas não intencionais de variações de rigidez, como a variação espacial da rigidez da camada de balastro ou do terreno de fundação. Oscarsson, através de uma campanha de medições *in situ*, comprovou a variação significativa da rigidez vertical das travessas ao longo do desenvolvimento da via [36]. A variabilidade das propriedades de deformação não só contribui para a geração de excitação de carácter dinâmico [37] como promove o desenvolvimento de assentamentos diferenciais, incrementando a irregularidade do carril e, por conseguinte, a magnitude da excitação dinâmica [38, 39]. Importa realçar que tanto o conteúdo em frequência como a amplitude

são condicionados por diversos fatores, como as características do mecanismo indutor da excitação, a morfologia do comboio e a respetiva velocidade de circulação [31, 40].

Tendo em consideração o suprarreferido, num cenário hipotético onde sejam suprimidas as imperfeições geométricas associadas à via e às rodas do veículo não ocorre a geração de forças de interação dinâmicas veículo-via. Este facto por si só não é integralmente válido, atendendo a que a excitação paramétrica pode justificar o desenvolvimento de forças de interação dinâmicas, como se explica na secção seguinte. Importa referir que a excitação dinâmica, ao contrário da excitação quasi-estática, condiciona o campo de deslocamento observado para pontos afastados da via, quando origina a propagação de ondas elásticas como forma de transporte de energia gerada no mecanismo de interação veículo-via.

### 2.2.3. EXCITAÇÃO PARAMÉTRICA

As excitações paramétricas surgem quando se observa uma variação periódica da rigidez ao longo do desenvolvimento da via, como a promovida pela periodicidade das travessas ou de outra componente de apoio do carril (Figura 2.3).

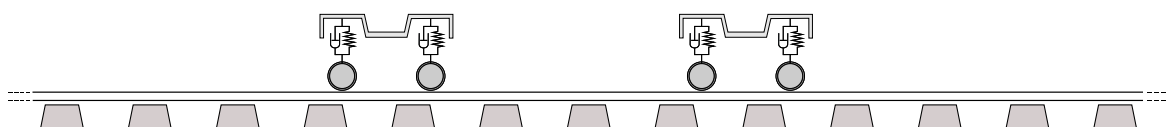


Figura 2.3 - Ilustração esquemática do mecanismo de excitação quasi-estático.

Como facilmente se entende, um comboio em circulação experiencia variações periódicas de rigidez da via com um valor máximo diretamente acima da travessa e um valor mínimo a meio vão entre travessas. Tal variação origina uma excitação dinâmica com uma frequência igual à velocidade de circulação dividida pelo afastamento entre os suportes do carril.

## **2.3. FENOMENOLOGIA INERENTE À PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS ELÁSTICOS**

### **2.3.1. PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELÁSTICAS**

Os mecanismos de excitação geram um campo de vibrações na interface roda-carril, propagando-se ao longo da via-férrea e do maciço de fundação. Para a modelação da resposta dinâmica deste, urge a compreensão do problema de propagação de vibrações em meios contínuos.

A aplicação de uma solicitação dinâmica num maciço geotécnico induz um campo de vibrações que se propaga ao longo deste sob a forma de diversos tipos de ondas. A tipologia de ondas geradas é, no entanto, dependente do cenário geotécnico em apreço. Meios indefinidos, como o interior de um maciço terroso, hipoteticamente, homogéneo e isotrópico, apenas admite a propagação de ondas do tipo P e S. Estas constituem o grupo designado por ondas volúmicas, propagando-se, neste caso, sob forma totalmente desacoplada. Importa referir que a idealização prática de um meio indefinido retrata, habitualmente, o cenário de análise para tráfego ferroviário em túneis. Em contrapartida, meios semi-indefinidos, como próprio nome indica, exibem uma fronteira correspondente à superfície livre onde se observa a condição de tensões nulas. Nestes cenários, o acoplamento entre as ondas P e S é passível de ocorrer, havendo possibilidade de ondas P se transformarem em ondas S e vice-versa. Adicionalmente às ondas P e S, a existência de uma superfície livre induz o desenvolvimento de ondas que se propagam quase confinadas à superfície, designadas por ondas superficiais, entre as quais se destacam as ondas de Rayleigh [41].

A distinção em diferentes tipologias de onda deve-se, como facilmente se entende, ao facto de as configurações de vibração induzidas serem distintas. As diferenças entre as ondas P, S e R não se observam somente na morfologia da vibração, mas concomitantemente na velocidade de propagação das mesmas. Este facto encontra-se ilustrado na história temporal do deslocamento horizontal de um ponto à superfície, presente na Figura 2.4, onde se observa a chegada em distintos momentos das diversas ondas referidas. Importa referir que este é o registo típico que se obtêm num ponto a uma dada distância de uma fonte de vibração.



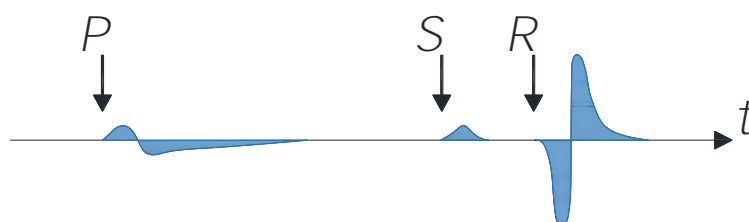


Figura 2.4 – Deslocamento horizontal de um ponto à superfície.

As ondas P, ou ondas de compressão, contemplam a maior velocidade de propagação (aqui designada por  $C_p$ ) de todas as ondas sísmicas, sendo a primeira tipologia de onda registada na Figura 2.4. Por este facto, podem também ser designadas por ondas primárias, integrando o grupo das ondas volúmicas, por induzirem um movimento contrativo e dilatativo do meio, como se ilustra na Figura 2.5. As ondas P possuem ainda a particularidade de se propagarem em todas as direções do meio.

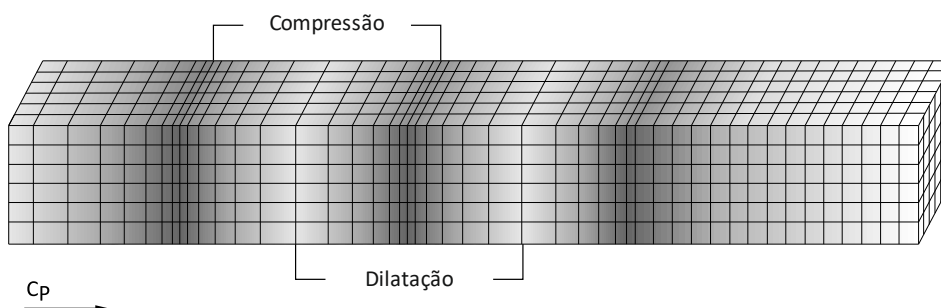


Figura 2.5 - Ilustração esquemática da Onda P.

Seguidamente percecionam-se as ondas S, ou distorcionais, que se propagam com uma velocidade de fase descrita por  $C_s$ , induzindo a deformação ilustrada na Figura 2.6. Ainda que a deformação induzida pelas ondas S não acarrete uma variação de volume, estas são inseridas, à semelhança das ondas P, no grupo das ondas volúmicas. É corrente proceder-se à decomposição da onda S em SV para caracterizar o movimento paralelo ao plano onde se insere a direção de propagação (Figura 2.6) e SH para o movimento normal a esse plano.

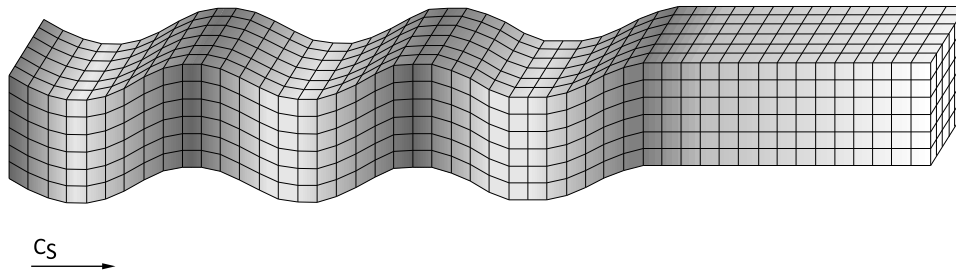


Figura 2.6 - Ilustração esquemática da Onda S.

Por último, e com uma velocidade de propagação inferior à das ondas S, propagam-se as ondas de Rayleigh, ou ondas R. Estas são o resultado da interação de ondas P e ondas SV com a condição de fronteira livre. Desta forma, o campo de deformação imposto pelas ondas R origina simultaneamente deformação volumétrica e distorcional, como se pode observar na Figura 2.7.

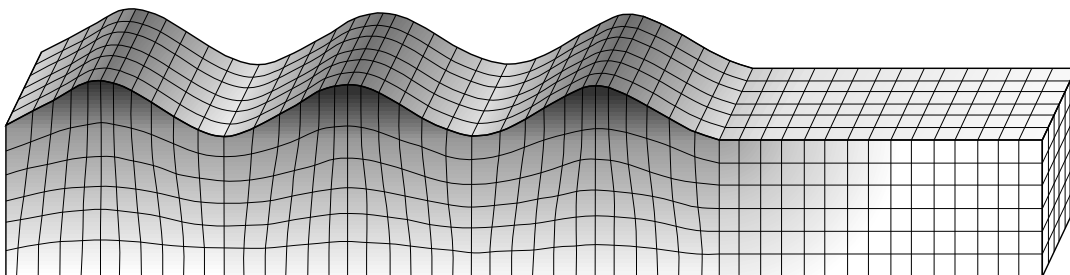


Figura 2.7 - Ilustração esquemática da Onda R.

Ao contrário das ondas volúmicas, estas só se propagam numa espessura confinada à superfície, decaindo a sua magnitude exponencialmente com a profundidade.

Ao contrário das ondas volúmicas, onde a velocidade de propagação depende exclusivamente das propriedades elásticas do meio, as ondas R podem ainda exibir diferentes velocidades em função da frequência de excitação. No caso de maciços homogêneos semi-indefinidos tal dependência não se verifica, podendo afirmar-se que a propagação das ondas R é não dispersiva. Em contrapartida, maciços estratificados, correspondendo à generalidade dos perfis de foro prático, dão origem a ondas

superficiais dispersivas, evidenciando uma relação entre a frequência de excitação e a velocidade de fase.

Ressalva-se ainda a existências de outras tipologias de onda, como as ondas de Love, que por não condicionarem as respostas dos sistemas estudados nos seguintes capítulos o autor remete à consulta dos seguintes documentos para um conhecimento detalhado das mesmas [16, 20].

### 2.3.2. AMORTECIMENTO GEOMÉTRICO

A atenuação geométrica de uma onda, designada correntemente por amortecimento geométrico, consiste na diminuição progressiva da amplitude da onda à medida que esta se propaga no meio. Este efeito resulta, exclusivamente, do espalhamento de energia por um volume progressivamente superior à medida que a energia se afasta da fonte. O amortecimento geométrico encontra-se dissociado do fenómeno de dissipação energética, ocorrendo mesmo para um cenário hipotético sem dissipação material. Diferentes tipologias de onda experimentam distintos graus de amortecimento geométrico, estando dependentes da geometria da frente de onda, isto é, da forma como se espalha a energia nas três dimensões espaciais. Este fato encontra-se bem representado na Figura 2.8 onde se verifica as distintas morfologias da frente de onda em função do tipo de onda. Deste modo, as ondas elásticas possuem atenuações geométricas distintas consoante se analise a propagação no interior de um maciço ou na superfície.

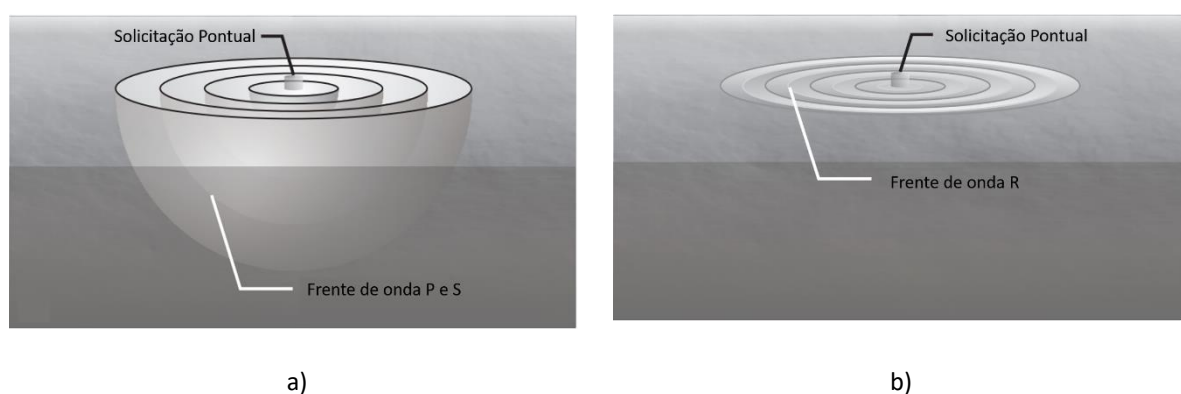


Figura 2.8 - Configuração geométrica da frente de onda em maciços homogêneos semi-indefinidos: a) ondas P e S; b) ondas R (adaptado de [42]).

Importa referir, por uma perspetiva histórica, que o primeiro estudo a investigar o amortecimento geométrico deve-se a Lamb [41]. Neste foram considerados dois casos com interesse prático: o caso

de aplicação de uma carga pontual e de uma carga linear com desenvolvimento infinito. Lamb verificou, para o primeiro caso, que as ondas volúmicas no interior do maciço atenuavam a uma razão de  $1/r$ , e na razão de  $1/r^2$  à superfície. Como facilmente se percebe, a aplicação de uma carga pontual à superfície constitui um problema claramente tridimensional, dando origem à propagação das três tipologias de onda, previamente mencionadas. Neste contexto, observa-se a propagação das ondas volúmicas em todas as direções, apresentando frentes de onda com configuração esférica. Posto isto, e sabendo que a quantidade de energia presente na frente de onda permanece constante, a diferença de atenuação das ondas volúmicas fica justificada. As ondas superficiais, ondas R, por apresentarem uma frente de onda com configuração cilíndrica atenuam na razão de  $1/r^{0.5}$ , exibindo um amortecimento geométrico substancialmente inferior ao das ondas volúmicas.

Para o carregamento linear infinito surgem frentes de onda com configurações distintas das anteriores, originando, por sua vez, razões de atenuação diferentes. As ondas volúmicas atenuam à superfície do maciço segundo a razão  $1/r$ , e no interior do mesmo segundo  $1/r^2$ . As características bidimensionais do cenário em apreço permitem, exclusivamente, a propagação das ondas R numa só direção, não permitindo o espalhamento de energia, o que resulta num amortecimento geométrico nulo.

### 2.3.3. AMORTECIMENTO MATERIAL

A propagação de uma onda é sempre acompanhada por dissipação energética, observando-se a saída de parte do conteúdo energético transportado pela onda elástica para fora do sistema mecânico considerado. Este processo de dissipação de energia é designado por amortecimento material e encontra-se relacionado com comportamento não linear de índole microscópica bem como com fenómenos friccionais interparticulares que transformam parte da energia mecânica em energia térmica, sendo esta dissipada sob a forma de calor [43-48].

Diversos são os modelos existentes para atender ao amortecimento material, destacando-se, pela sua simplicidade, o modelo viscoelástico proposto por Kevin-Voight. A idealização deste modelo, como se verifica pela Figura 2.9, passa pela conjugação em paralelo de uma mola, representando a componente elástica, e de um amortecedor, que traduz o caráter dissipativo do sistema.

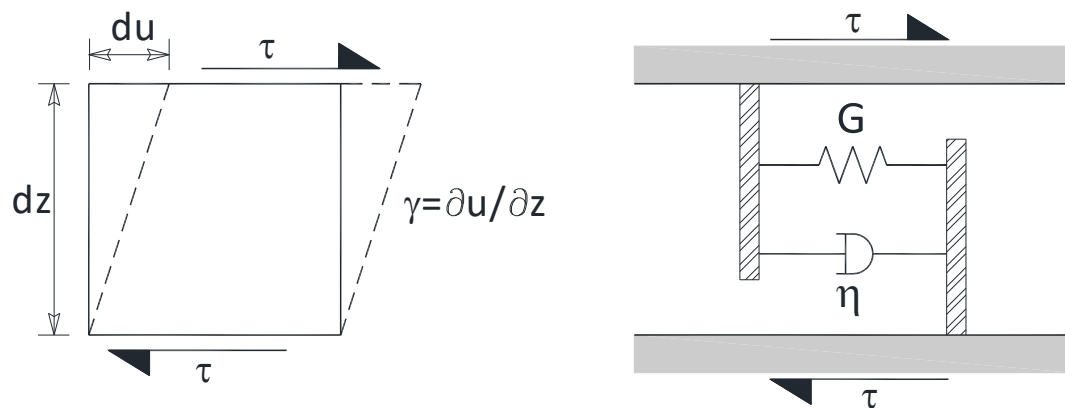


Figura 2.9 – Ilustração esquemática do modelo de Kevin-Voigt.

As relações tensão-deformação do corpo de Kevin-Voigt sob ação de um carregamento de corte cíclico expressa-se por:

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (2.1)$$

em que  $\tau$  representa a tensão de corte,  $G$  o módulo de distorção,  $\eta$  o coeficiente de viscosidade,  $\gamma$  a distorção e  $\dot{\gamma}$  a derivada em ordem ao tempo.

A passagem da equação (2.1) para o domínio da frequência permite identificar uma dependência entre a energia dissipada e a frequência de excitação. Ainda que diversos materiais apresentem uma clara relação entre a energia dissipada e a frequência a que são excitados, no caso dos solos, tal fenômeno não se identifica. Diversos estudos concluíram que o amortecimento natural dos solos não é de natureza viscosa, mas sim histerética, ou seja, não dependente da frequência de excitação [47, 49-51]. Neste contexto, Hardin [49, 52] inferiu que o modelo viscoso de Kevin-Voigt só traduzirá o comportamento constitutivo dos solos no domínio das pequenas deformações caso a viscosidade sofra um decréscimo proporcional com o aumento da frequência de excitação, tal que:

$$G^* = G + 2i\xi G = G(1 + 2i\xi) \quad (2.2)$$

$$\xi = \frac{\eta\omega}{2G}$$

em que  $\xi$  representa o coeficiente de amortecimento histerético do solo e  $\omega$  a frequência angular.

Como se constata, modelar o comportamento reológico do solo através de um modelo de amortecimento histerético requer exclusivamente a adoção de parâmetros de rigidez complexos. Esta simplicidade torna o modelo de amortecimento deveras atraente no contexto de análises elastodinâmicas resolvidas no domínio da frequência, uma vez que a formulação do modelo histerético adota parâmetros complexos [51, 53, 54].

Um modelo de amortecimento deve verificar duas premissas fundamentais: i) o modelo deve ser causal, isto é, a resposta deve ser exclusivamente causa da excitação; ii) não conduzir a amortecimentos negativos. Contudo, o modelo de amortecimento histerético cumpre apenas a segunda premissa [55], podendo evidenciar-se a relação de não causalidade em [16]. Alves Costa [16] inferiu, concomitantemente, que, para a gama de amortecimentos usuais em matérias terrosos, os efeitos da não causalidade do modelo histerético são minimizados, o que justifica a ampla utilização do modelo em contexto de análise de vibrações induzidas [56, 57].

#### 2.3.4. EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO DE ONDA

##### 2.3.4.1. *Caso unidimensional*

Analisar os efeitos produzidos pela aplicação de uma excitação dinâmica à superfície de um maciço geotécnico é, como se evidenciou anteriormente, um problema claramente tridimensional. Apesar da tridimensionalidade do problema em apreço, o autor optou por apresentar o formalismo matemático intrínseco à equação de propagação de onda para um caso unidimensional, generalizando-se posteriormente para o caso tridimensional.

A Figura 2.10 apresenta uma barra homogénea de secção constante solicitada dinamicamente na direção axial. A equação de propagação de onda deriva-se através do equilíbrio de forças para o infinitésimo representado.

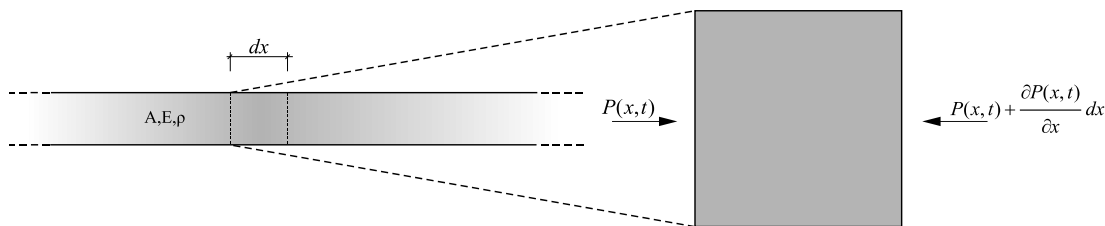


Figura 2.10 – Ilustração esquemática de um problema elastodinâmico unidimensional.

Recorrendo à segunda lei de Newton, o equilíbrio de forças é dado por:

$$-P(x,t) + P(x,t) + \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} dx = \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (2.3)$$

em que  $P(x,t)$  representa a força atuante na faceta,  $\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} dx$ , o acréscimo de força provocado pela onda propagante,  $\rho$ , o peso volúmico do material,  $A$ , a área da secção transversal e  $u(x,t)$ , o deslocamento axial experimentado aquando da propagação.

Tendo em consideração que a força pode ser obtida através da multiplicação da tensão normal pela área da secção transversal, a equação (2.3) pode ser simplificada, dando origem:

$$A \frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x} dx = \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (2.4)$$

representando  $\sigma(x,t)$  a tensão normal na barra.

O campo de deformação induzida pela passagem de um comboio não apresenta, na maioria dos casos, magnitude suficiente para a indução de comportamentos não lineares do solo. Neste contexto, o comportamento linear elástico pode ser assumido, estabelecendo-se a relação entre tensões e extensões preconizado pela lei de Hooke:

$$\sigma(x,t) = \varepsilon(x,t)E = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} E \quad (2.5)$$

onde  $E$  representa o módulo de deformabilidade da barra.

Para que a relação (2.5) possa ser introduzida na equação de propagação de onda (equação (2.4)) deve-se proceder à derivação da mesma:

$$\frac{\partial \sigma(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} E \quad (2.6)$$

Introduzindo a equação (2.6) na equação (2.4) dá origem à seguinte equação simplificada:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} dx = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (2.7)$$

A equação (2.7) pode, uma vez mais, ser simplificada caso se atenda à seguinte relação:

$$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.8)$$

em que  $C_p$  corresponde à velocidade de propagação da onda P logo:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} dx = \frac{1}{C_p^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (2.9)$$

Um raciocínio semelhante aplicado a uma excitação de corte permite estabelecer uma relação entre a velocidade de propagação das ondas S e o módulo de distorção:

$$C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.10)$$

#### 2.3.4.2. Caso tridimensional

As equações de propagação de onda para o caso tridimensional estabelecem-se seguindo o mesmo formalismo matemático descrito para o caso anterior. Neste contexto, considerando as forças atuantes no infinitésimo de volume presente na Figura 2.11, é possível estabelecer o equilíbrio das forças para as três dimensões espaciais.



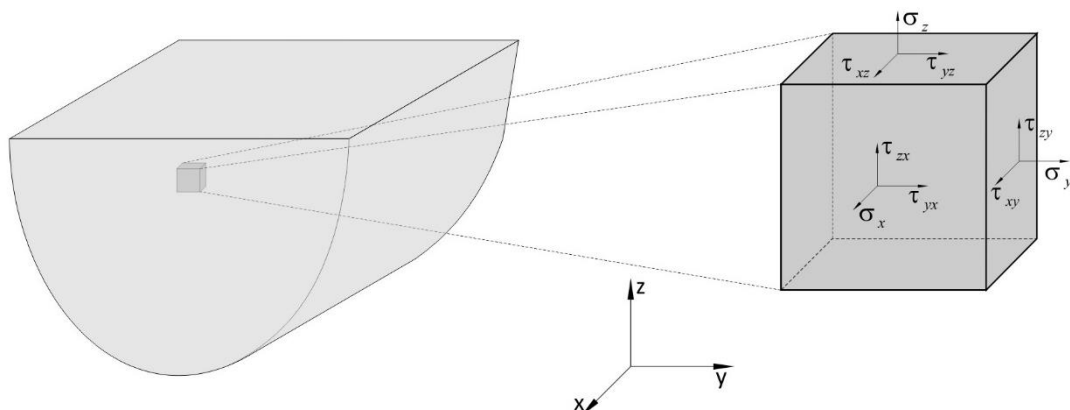


Figura 2.11 – Infinitésimo de volume sujeito a um conjunto de forças.

Considerando o elemento infinitesimal indicado na Figura 2.11 e desprezando as forças de massa nas três direções, o somatório das forças atuantes segundo x, y e z origina:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \rho \ddot{u} &= 0 \\
 \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \rho \ddot{v} &= 0 \\
 \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \rho \ddot{w} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

em que  $u$ ,  $v$  e  $w$  representam as componentes do deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respetivamente,  $\sigma$  as tensões normais e  $\tau$  as tensões tangenciais.

A equação (2.11) pode ser escrita segundo a notação matricial dando origem a:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\
 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\
 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \sigma_x \\
 \sigma_y \\
 \sigma_z \\
 \tau_{yz} \\
 \tau_{xz} \\
 \tau_{xy}
 \end{pmatrix}
 - \rho
 \begin{pmatrix}
 \ddot{u} \\
 \ddot{v} \\
 \ddot{w}
 \end{pmatrix}
 = 0
 \tag{2.12}$$

A matriz com os operadores diferenciais é usualmente designada pelo operador  $\mathbf{L}$ , podendo a equação anterior ser reescrita sob a forma de:

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} - \rho \ddot{\mathbf{u}} = 0
 \tag{2.13}$$

Recorde-se que no caso anterior foi introduzida nesta etapa a lei constitutiva do material. Contudo, no cenário tridimensional é benéfico, para efeitos elucidativos, apresentar inicialmente as relações entre deslocamentos e extensões, conhecidas como equações cinemáticas. Face ao exposto, as extensões volumétricas e distorcionais são dadas por:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.14)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

As equações cinemáticas podem ser reescritas na forma matricial com recurso ao operador  $\mathbf{L}$  :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \mathbf{L} u \quad (2.15)$$

Assumindo, novamente, um comportamento material linear elástico e isotrópico, pode estabelecer-se as equações constitutivas para cada componente da tensão:

$$\sigma_x = \lambda \varepsilon_x + 2G \varepsilon_x; \quad \sigma_y = \lambda \varepsilon_y + 2G \varepsilon_y; \quad \sigma_z = \lambda \varepsilon_z + 2G \varepsilon_z \quad (2.16)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}; \quad \tau_{xz} = G \gamma_{xz}; \quad \tau_{yz} = G \gamma_{yz}$$

onde  $\lambda$  é a primeira constante elástica de Lamé, dada por:

$$\lambda = \frac{G(E - 2G)}{3G - E} \quad (2.17)$$

Reescrevendo a equação (2.16) sob a forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{DL}u \quad (2.18)$$

A introdução da equação (2.18) na equação (2.13) permite estabelecer a equação de propagação da onda:

$$\mathbf{L}^T \mathbf{DL}u - \rho \ddot{u} = 0 \quad (2.19)$$

A equação (2.19), designada por equação de Navier, representa as equações de propagação para duas ondas distintas num meio infinito. A primeira diz respeito à onda de deformação volumétrica, onda P, que viaja com uma velocidade  $C_P$ , e a segunda, à onda de corte, onda S, propagando-se com uma velocidade aqui descrita por  $C_S$ . As velocidades de propagação de ambas as ondas podem ser determinadas recorrendo à seguinte equação:

$$C_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (2.20)$$

$$C_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

O formalismo matemático desta dedução implica uma decomposição de Helmholtz e pode ser encontrado em [16].

Importa realçar que a equação para determinar a velocidade de propagação das ondas P num meio tridimensional é diferente da equação para um meio unidimensional. Tal diferença deve-se ao facto de as ondas P, no caso unidimensional, estarem restringidas, não se verificando essa condicionante no caso tridimensional.

Atendendo a que a velocidade de propagação das ondas volúmicas depende exclusivamente da massa e de parâmetros de rigidez do solo, a velocidade de propagação das ondas P pode ser relacionada com a velocidade de propagação das ondas S através do coeficiente de Poisson,  $\nu$ , :

$$\frac{C_P}{C_S} = \sqrt{\frac{2-2\nu}{1-2\nu}} \quad (2.21)$$

## 2.4. MODELAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA VIA-MACIÇO

### 2.4.1. GENERALIDADES

As secções anteriores apresentaram a fenomenologia, quer ao nível dos mecanismos de excitação, quer ao nível da propagação de ondas elásticas em meios contínuos, imperativa a uma análise de vibrações induzidas. Assim, a secção que agora se inicia apresenta as metodologias alicerçadas nos conceitos previamente explicados, disponíveis para se levar a cabo uma análise dinâmica. A resposta dinâmica do complexo sistema veículo-via-macício é correntemente determinada com recurso ao acoplamento de submodelos para o veículo, via e maciço geotécnico. Habitualmente, estes modelos podem ser agrupados em função da sua natureza em: i) métodos analíticos, ou semianalíticos; ii) métodos numéricos; iii) e métodos semiempíricos. Apresenta-se de seguida uma breve resenha das metodologias que integram cada um dos grupos referidos.

### 2.4.2. MÉTODOS ANALÍTICOS OU SEMIANALÍTICOS

Assumindo, como referido anteriormente, que o maciço se comporta como um meio elástico linear e isotrópico, foram desenvolvidos modelos tridimensionais no domínio da frequência-número de onda através da aplicação de uma dupla transformada de Fourier em relação a duas coordenadas espaciais, adotadas aqui como  $x$  e  $y$ . A aplicação de transformação do domínio permite estabelecer a seguinte igualdade entre deslocamentos transformados e o deslocamento no domínio espacial:

$$\tilde{u}(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(x, y, z, \omega) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.22)$$

fazendo  $\tilde{u}$  referência ao deslocamento no domínio frequência-número de onda,  $\tilde{u}$ , ao deslocamento no domínio da frequência-espaco,  $k_x$  e  $k_y$ , às imagens de Fourier das respectivas coordenadas espaciais  $x$  e  $y$ , e  $\omega$ , a frequência angular (imagem de Fourier do tempo).

Estabelecer transformadas de Fourier para uma determinada coordenada espacial implica que as propriedades geométricas e materiais para essa direção sejam invariantes. Os métodos alicerçados neste conceito assumem imperativamente, quer a via, quer o maciço de fundação, como estruturas invariantes ao longo do seu desenvolvimento. O campo tridimensional dos deslocamentos no domínio espacial pode ser obtido aplicando uma transformada inversa de Fourier, expressa da seguinte forma:

$$\tilde{u}(x, y, z, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(k_x, k_y, z, \omega) e^{+i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.23)$$

Os primeiros métodos desenvolvidos com este conceito permitem apenas prever a componente quasi-estática da resposta para um meio semi-indefinido homogêneo [58], e estratificado [27, 59, 60]. A excitação dinâmica é incorporada nos modelos anos mais tarde, destacando-se os trabalhos de Sheng [61, 62]. A consideração das excitações quasi-estática e dinâmica da solitação permitiu determinar o campo de vibração total para a passagem de um comboio [29, 63-65].

Pese embora a presente dissertação não se debruchar na análise de vibrações induzidas por tráfego ferroviário em túneis, é interessante apresentar uma referência aos métodos analíticos desenvolvidos como uma retrospectiva histórica. O primeiro modelo deve-se ao trabalho de Forrest [66], onde apresentou um método capaz de prever o campo de vibrações induzido por um túnel no meio indefinido. A Figura 2.12 apresenta uma ilustração do método, onde se pode verificar que o túnel, bem como o solo circundante, foram modelados como dois tubos concêntricos, dando origem ao nome do método de Pipe-in-Pipe.

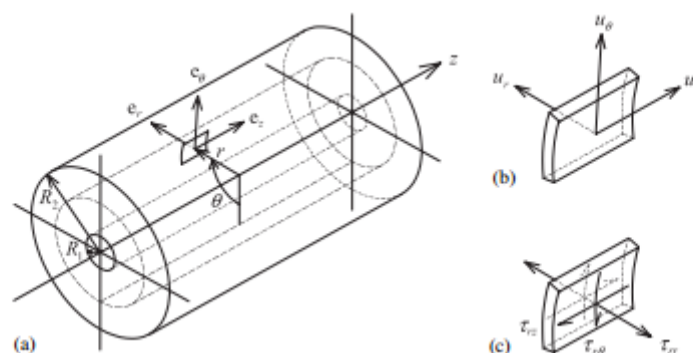


Figura 2.12 – ilustração esquemático do modelo proposto por Forrest (adaptado de [66]).

Este foi posteriormente desenvolvido para incorporar o comportamento de uma laje flutuante [67] e de um duplo deck [68]. Apesar do esforço feito recentemente no sentido de estender o modelo para acautelar a resposta de um meio semi-indefinido estratificado [69], as forças de interação do túnel-solo continuam a ser determinadas com a suposição que o sistema está localizado num meio indefinido. Esta assunção penaliza a precisão do modelo quando a distância entre o túnel e a superfície livre é inferior ao dobro do diâmetro do túnel [66]. Recentemente, He [70] propôs um método 3D analítico para a previsão do campo de vibrações induzido a partir de um túnel, modelando o túnel como um cilindro elástico oco, embebido num estrato de um meio semi-indefinido estratificado.

As soluções fundamentais das equações de Navier, designadas por funções de Green, desenvolvidas no domínio da frequência e do número de onda para meios indefinidos e meios semi-indefinidos homogêneos fazem com que estes métodos sejam altamente eficientes do ponto de vista computacional. As funções de Green podem ser determinadas para meios semi-indefinidos e estratificados aplicando o método da matriz de flexibilidade [47,48] ou o método da rigidez dinâmica [49]. Importa ainda referir que a consideração do carácter móvel do carregamento [62, 71] neste tipo de metodologias inclui o efeito de Doppler, bem como os efeitos associados ao fenómeno de velocidades críticas.

O processo de transformação do campo de deslocamento para o domínio de origem é realizado numericamente por intermédio de uma transformada inversa. Geralmente é obtida usando algoritmos computacionais altamente eficientes, como a transformada rápida de Fourier [12]. Esta implementação numérica na abordagem é a razão pela qual esta família de modelos de previsão são também conhecidos como modelos semianalíticos.

A invariância longitudinal apresenta-se como a principal desvantagem dos modelos analíticos, uma vez que não são flexíveis a variações geométricas, como um perfil transversal em aterro ou até mesmo em trincheira. Além disso, não permitem que seja levado em consideração o suporte discreto da via-férrea, observado nas vias balastradas e em vias em laje convencionais. Como se pode depreender, a distribuição de tensões sob os travessas ou sob laje não é integralmente captada pelos modelos analíticos. Tal debilidade toma proporções significativas na gama das altas frequências uma vez que os comprimentos de onda propagantes se aproximam do comprimento de onda associado à periodicidade das travessas. Pela mesma razão, os modelos analíticos não podem considerar a excitação paramétrica, ainda que possa ser incluída usando uma irregularidade geométrica equivalente [29].

### 2.4.3. MÉTODOS NUMÉRICOS

#### 2.4.3.1. Métodos desenvolvidos no domínio da frequência

A consideração de geometrias mais complexas obriga, imperativamente, à adoção de abordagens numéricas como o método dos elementos finitos (MEF), o método das diferenças finitas, o método de elementos de contorno (MEC) ou o método das soluções fundamentais (MFS), entre outros. Para elucidar o leitor da clara diferença entre o MEF e MEC apresenta-se na Figura 2.13 uma ilustração do processo de discretização de um sólido genérico para cada um dos métodos.

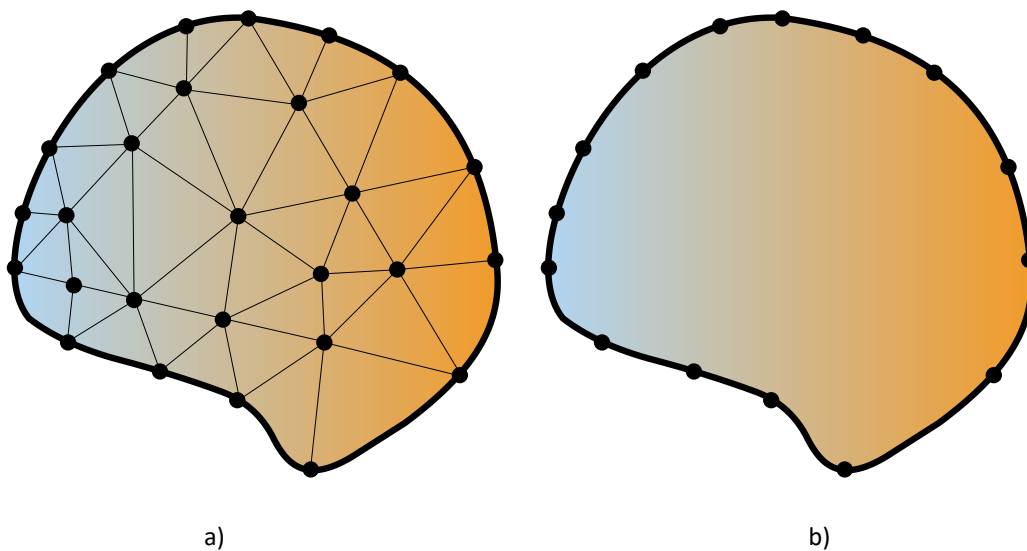


Figura 2.13 – Discretização de um sólido através: a) elementos finitos; b) elementos de contorno.

Apesar do método dos elementos finitos apresentar uma ampla versatilidade, quando aplicado a análises dinâmicas a meios contínuos acarreta um desafio no que toca à discretização adotada. Para que a propagação de ondas elásticas seja corretamente traduzida pelo modelo é comumente aceite que o comprimento de onda seja dividido por, pelo menos, seis elementos [16, 72], quer para o MEF, como para o MEC. Tendo em consideração que o comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência, observa-se a necessidade de malhas mais refinadas com o aumento da frequência analisada. Não obstante os métodos MEF e MEC sofrerem com a máxima frequência requerida na análise, é, na verdade, o MEF o mais penalizado, uma vez que a necessidade de discretização total do meio acarreta malhas de dimensões superiores às necessárias pelo MEC. Assim, a versatilidade do método 3D MEF é conseguida à custa de uma ineficiência computacional que, por vezes, e não para modelos excessivamente expressivos, se tornam proibitiva a sua aplicação do ponto de vista

computacional. Ademais, quando métodos discretizados, como o método dos elementos finitos ou o método das diferenças finitas, são utilizados para modelar o comportamento dos solos, deparam-se com a problemática do carácter infinito do meio face à dimensão do modelo discretizado. Estes estão vocacionados para lidar com análise de meios nos quais se conheçam integralmente as condições de fronteira [73], havendo a necessidade de adoção de técnicas para cumprir a condição de radiação de Sommerfeld [74]. Para elucidar o leitor da problemática aqui discutida considere-se o exemplo apresentado na Figura 2.14. Imagine-se que o domínio requerido para a análise contempla o alinhamento AB (Figura 2.14 a) de um meio com características infinitas. A discretização deste alinhamento implica a adoção de condições fronteira de Dirichelet ou Neumann, impondo deslocamentos nulos na fronteira B' (Figura 2.14 b) numa formulação exclusiva de elementos finitos. Deste modo, e para que a energia radiada não retorne ao domínio de análise, são aplicadas técnicas de tratamento local para a absorção da energia.

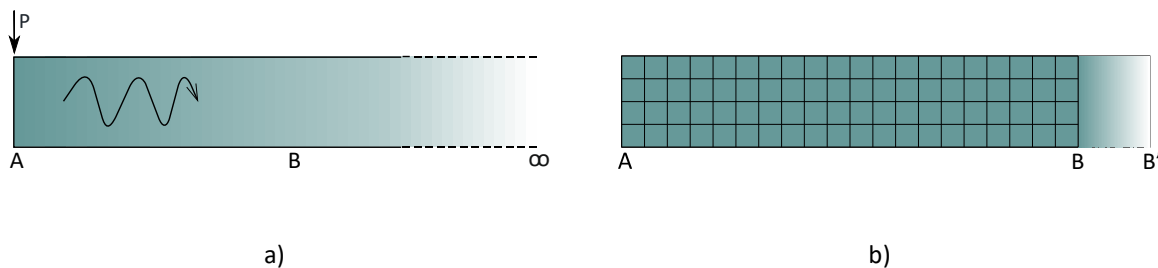


Figura 2.14 – Esquema ilustrativo: a) meio unidirecional infinito; b) detalhe de uma zona para absorção de energia.

Do universo das técnicas que lidam com a absorção de energia, destacam-se, pela sua relevância, as fronteiras absorventes [75-77], o método dos elementos infinitos [78-82] e o método baseado nas camadas de correspondência perfeita, usualmente designado pela sigla inglesa *PML* – *Perfectly Matched Layers* [21, 83-86]. Uma ilustração esquemática das técnicas referidas pode encontrar-se na Figura 2.15. No caso das fronteiras absorventes, é possível verificar que esta técnica permite a discretização exclusiva do alinhamento AB. Já a adoção de elementos infinitos, bem com de camadas de *PML*, obrigam à consideração de uma parcela após o domínio de interesse, estabelecendo-se as condições fronteira de Dirichelet para B'. Enquanto a técnica dos elementos infinitos consiste na alteração das funções de forma dos elementos, a técnica do *PML* transforma a coordenada geométrica num valor complexo, permitindo o decaimento da resposta sem perturbação do meio modelado.



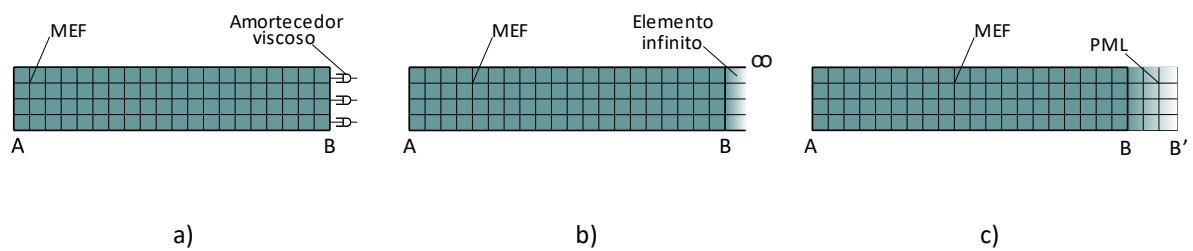


Figura 2.15 – Ilustração esquemática do tratamento local da absorção recorrendo: a) fronteiras viscosas; b) elementos infinitos; c) camadas *PML*.

O método dos elementos de contorno não apresenta a dificuldade discutida, estando implícita a condição de radiação da energia. Atendendo a que o MEC só discretiza a fronteira do problema, pode ser utilizado isoladamente ou acoplado com o método dos elementos finitos. Num método acoplado MEF-MEC, a via e outras estruturas, como túneis, são simulados com recurso a elementos finitos, e o maciço de fundação, recorrendo a elementos de contorno. Com o objetivo de estudar o campo de vibrações induzido por tráfego ferroviário em túneis, Jones et al. [87] desenvolveu um modelo 2D MEF-MEC, posteriormente utilizado por Garcia-Bennett [88] no estudo de trincheiras colocadas na vizinhança da via férrea. A precisão dos modelos 2D foi avaliada comparando com modelos 3D MEF-MEC, onde se identificou que, apesar de observar corretamente a tendência de resposta, não conseguem replicar com exatidão a magnitude da mesma [89].

Caso se assuma a geometria e as propriedades do material como invariantes ao longo da direção de desenvolvimento da via, é possível recorrer a uma abordagem designada por 2.5D. Nesta, a solução 3D do campo de deslocamentos é obtida por aplicação de uma transformada inversa de Fourier, como se ilustrou na secção anterior. Uma grande vantagem dos modelos alicerçados no conceito 2.5D prende-se com a eficiência computacional que exibem, uma vez que os cenários são discretizados por elementos bidimensionais, estando a terceira dimensão representada por um intervalo de números de onda. Um esquema ilustrativo do conceito 2.5D pode ser observado na Figura 2.16.

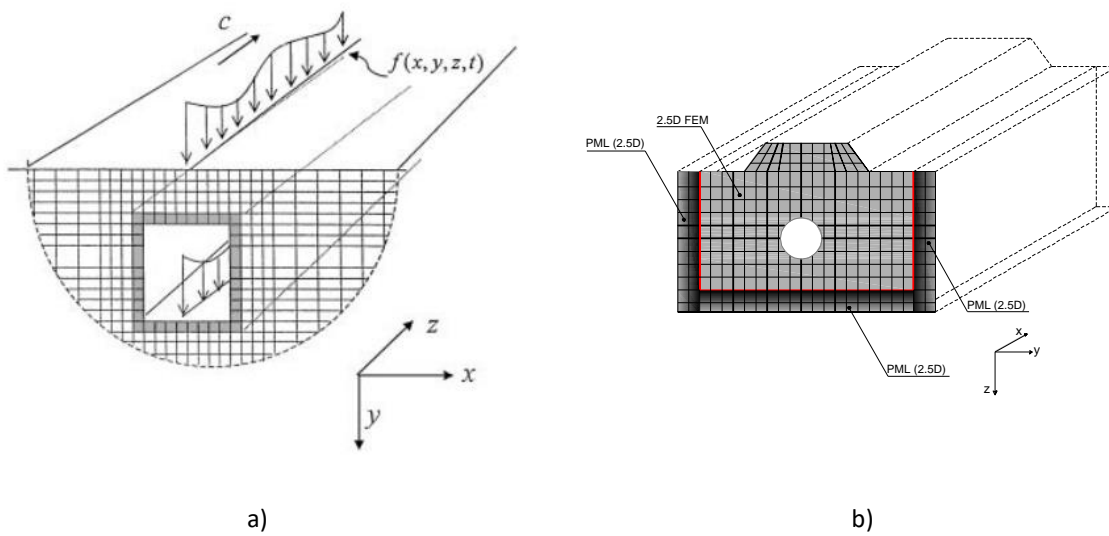


Figura 2.16 – Esquema ilustrativo do conceito 2.5D: a) modelo proposto em [90]; b) modelo proposto em [21].

Os primeiros trabalhos a aplicarem o conceito 2.5D à análise elastodinâmica devem-se a Yang e Hung [90-93] com o desenvolvimento de um modelo baseado no método dos elementos finitos, recorrendo aos elementos infinitos para tratamento das fronteiras do domínio. O conceito 2.5D foi igualmente aplicado a formulações baseadas no método dos elementos de contorno, destacando-se, o modelo desenvolvido por Jean et al. [94], que anos mais tarde evoluiu para um modelo acoplado 2.5 MEF-MEC [95]. O conceito 2.5D MEF-MEC tem sido amplamente explorado pela comunidade científica, surgindo a publicação de diversos modelos 2.5D MEF-MEC [96, 97] aplicados tanto para tráfego subterrâneo [97, 98], como para tráfego à superfície [30, 31, 99, 100]. Recentemente surgiram novas estratégias de modelos acoplados, destacando-se o modelo que combina a formulação do método das soluções fundamentais com o método dos elementos finitos, 2.5D MEF-MSF [101].

Apesar disso, a premissa de invariância ao longo do desenvolvimento não é integralmente cumprida nas estruturas de via-férrea convencionais. Conforme se observa na prática, uma via-férrea consiste na repetição de segmentos afirmando-se como uma estrutura periódica. Neste contexto, uma nova classe de métodos numéricos emergiu integrando a periodicidade do sistema com recurso a uma transformada de Floquet [102, 103]. Assim, para analisar integralmente uma via-férrea 3D basta discretizar um segmento, designado por célula elementar, como se ilustra na Figura 2.17.

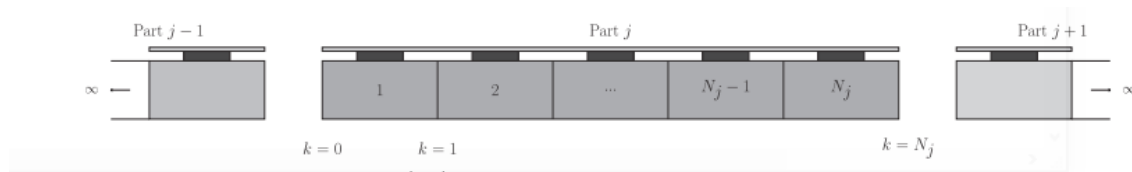


Figura 2.17 – Conceito subjacente aos modelos periódicos (adaptado de [103])

Ao invés dos métodos baseados em conceitos 2.5D, os métodos periódicos discretizam as três dimensões espaciais levando, conseqüentemente, a uma perda de eficiência computacional. No entanto, pelo facto de estes atenderem à periodicidade da célula, permitem reduzir substancialmente a malha de elementos finitos em comparação com métodos puramente 3D, sem que alguma simplificação seja imposta, como ocorrem nos métodos 2.5D.

Às metodologias previamente apresentadas, pode ainda ser adicionado um edifício no sentido de identificar a sua resposta a um campo de vibrações incidente. Face ao exposto, o método dos elementos finitos numa formulação puramente 3D é a estratégia mais simples para a concretização desse desiderato. Porém, e como referido anteriormente, a dimensão do problema em apreço origina uma demanda computacional expressiva no que respeito ao tempo de cálculo [104]. Para ultrapassar esta debilidade, Lopes et al. [21] apresenta um abordagem por etapas, sendo determinado inicialmente o campo de deslocamento com recurso a um método 2.5 MEF-PML. O edifício 3D é posteriormente acoplado ao modelo tendo em consideração a interação solo-estrutura. Metodologias semelhantes mas com maior nível de acuidade são propostas por Colaço et al. [105].

#### 2.4.3.2. Métodos desenvolvidos no domínio do tempo

Os métodos numéricos previamente apresentados, como o método dos elementos finitos e o método dos elementos de contorno, podem igualmente ser implementados no domínio do tempo. Modelos puramente tridimensionais baseados no método dos elementos finitos foram desenvolvidos para determinar o campo de deslocamentos induzido pela passagem de um comboio [106]. Com o intuito de investigar problemas de velocidades críticas, Shih et al. [107] desenvolveram um modelo semelhante, incluindo leis constitutivas não lineares.

Os modelos apresentados, conforme se referiu anteriormente, originam facilmente malhas com um número elevado de elementos conduzindo a expressivos tempos de cálculo para a resolução do sistema de equações. Com o intuito de ultrapassar a ineficiência que caracteriza o método dos

elementos finitos 3D, desenvolveram-se modelos acoplados. Galvin et al. [108] apresentou um modelo acoplado entre o método dos elementos finitos, para discretizar a interação veículo-via e o método dos elementos de contorno para simular o solo envolvente, como se ilustra pela Figura 2.18.

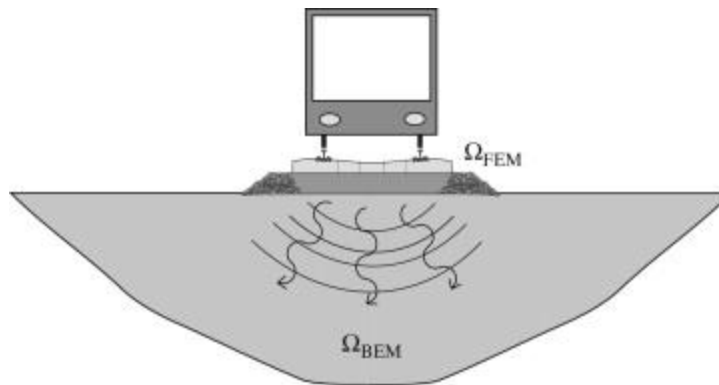


Figura 2.18 – Interação entre os métodos adotados por Galvin (adaptado de [108]).

Triepaischajonsak e Thompson [109] para prever o campo de vibrações induzido num maciço por uma solicitação dinâmica propuseram a resolução desacoplada dos diversos subsistemas (veículo-via-macício), resolvendo inicialmente a interação veículo-via e consecutivamente a interação via-macício. Recorreram a um modelo baseado no método dos elementos finitos para discretizar a via, estando o solo simulado por intermédio de um sistema de amortecedores. Após resolver a interação veículo-via, transformaram as forças atuantes nas travessas para o domínio da frequência, sendo impostas num modelo analítico baseado em funções de Green. Desta forma, conseguiram obter o campo dos deslocamentos para pontos afastados da via. A estratégia de combinar diferentes domínios para as duas interações, veículo-via e via-macício, tem sido utilizada em diversos trabalhos.

#### 2.4.4. MÉTODOS HÍBRIDOS

Recentemente tem-se observado a tendência em combinar métodos empíricos com métodos numéricos desenvolvendo modelos de previsão semi-empíricos. Estes modelos híbridos recorrem a campanhas experimentais para melhorar a precisão dos modelos numéricos, mantendo a flexibilidade destes em avaliar o impacto para diversos cenários de veículos, de via e mesmo do maciço de fundação. Um modelo semi-empírico foi utilizado por Kuo et al. [110] para avaliar o impacto de diversas tipologias de via, bem como para determinar a eficiência obtida pela adoção de medidas de mitigação entre a fonte e o recetor. Seguindo um conceito semelhante, foi desenvolvida uma proposta alternativa ao

método preconizado pela Federal Railroad Administration [111] com o objetivo de prever o impacto provocado por defeitos no carril e ainda prever o nível de vibrações no maciço de fundação. Atualmente, o grupo de investigação onde o autor se insere encontra-se a desenvolver uma metodologia híbrida capaz de combinar medições experimentais com a modelação numérica [112, 113].

## **2.5. MODELAÇÃO DA INTERAÇÃO DINÂMICA VEÍCULO-VIA**

### **2.5.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS**

A secção anterior apresentou de forma sucinta as diversas estratégias existentes para atender à interação via-maciço. Com o intuito de completar o modelo de previsão com a interação do veículo, urge a necessidade de se traduzir o seu comportamento analiticamente.

O modelo de interação veículo-via aqui descrito encontra-se dissociado da estratégia de modelação do sistema via-maciço, sendo, porém, integralmente acoplado. Deste modo, e como se ilustra na Figura 2.19, o modelo global de previsão de vibrações constitui, na verdade, uma abordagem subestruturada ao problema. Numa primeira etapa, é determinado o deslocamento da via para uma solicitação unitária, designada esta operação por receptância da via. Seguidamente, impondo o deslocamento da via obtido no modelo de interação veículo-via, apresentado nesta secção, determinam-se as forças dinâmicas que a passagem do comboio irá impor. Por último, os deslocamentos obtidos para um carregamento unitário são escalados pelas forças de interação, obtendo-se o campo de deslocamentos provocado pela passagem de um comboio. Atendendo a que o formalismo matemático inerente ao modelo de interação é extenso, o autor apresentará somente os traços gerais do mesmo, remetendo o leitor para a leitura do trabalho [16] caso procure um conhecimento mais aprofundado.

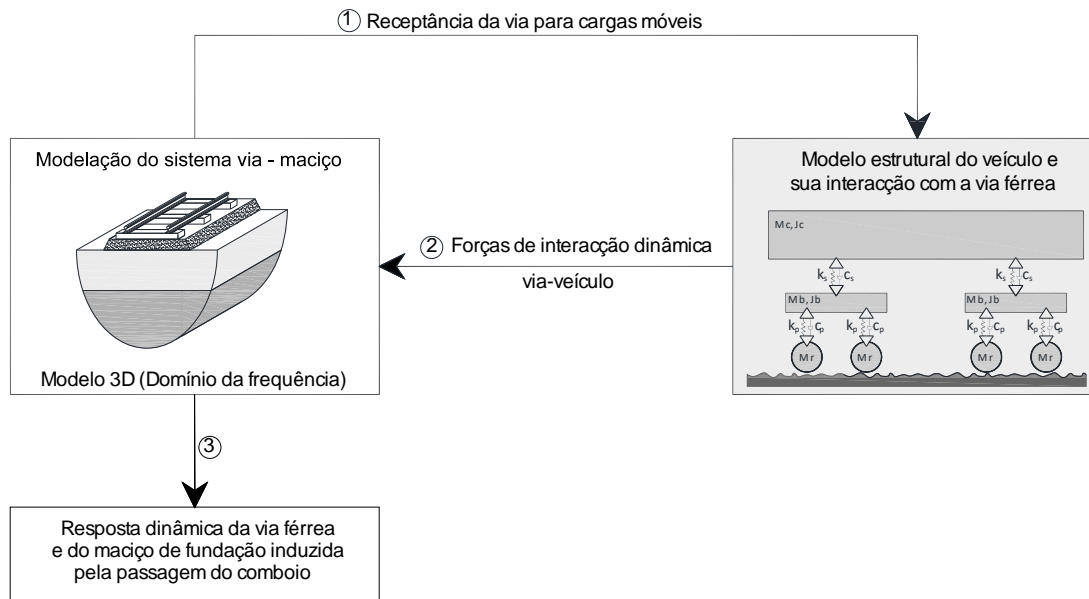


Figura 2.19 – Fluxograma representativo entre os vários módulos do modelo de previsão desenvolvido na presente dissertação.

O modelo assume que a interação veículo-via se descreve como um problema linear, não sendo admissível a perda de contacto entre o veículo e a via, bem como elementos com comportamento não linear. Importa referir que estas simplificações permitem que o modelo de interação veículo-via seja resolvido no domínio da frequência [30, 33, 114-116].

O modelo de interação deve atender a distintas componentes da deformação roda-carril impostas para todos os pontos de contacto do comboio com a via. Face ao exposto, cada ponto tem imperativamente de obedecer à seguinte equação de compatibilidade:

$$u_{roda,i}(t) = u_c(x = a_i + ct) + \Delta y_i(t) + \Delta u(x = a_i + ct), \forall i = 1 \dots n \quad (2.24)$$

em que  $n$  representa o total de eixos existentes no comboio,  $u_c$ , a deformação do carril,  $\Delta y$ , o deslocamento devido à deformação do contacto roda-carril e  $\Delta u$ , o contributo das imperfeições geométricas da via. A equação (2.24) rege a compatibilização dos deslocamentos do sistema veículo-via e discrimina o contributo de três parcelas detalhadas de seguida.

O modelo de interação veículo-via tem, imperativamente, de atender tanto a uma condição de compatibilização de deslocamentos como a uma condição de equilíbrio dinâmico do sistema. A

simulação de um comboio por intermédio de metodologias mais simples, recorrendo a um conjunto de massas discretas conectadas por molas-amortecedores, é comumente aceite pela comunidade científica como suficiente para análises de vibrações induzidas [28, 117]. Discretizando o comboio exclusivamente pelas massas não suspensas, é possível estabelecer-se o equilíbrio dinâmico na frequência aproximando o comboio a um oscilador de um grau de liberdade:

$$u_{roda}(\Omega) = -\Omega^2 \mathbf{M}N(\Omega) = -\mathbf{F}(\Omega)N(\Omega) \quad (2.25)$$

em que  $\mathbf{F}(\Omega)$  representa a matriz flexibilidade,  $u_{roda}$ , o deslocamento da massa e  $N(\Omega)$ , as forças de dinâmicas atentes na massa.

Como se observar, a equação compatibiliza os deslocamentos da via partilha uma incógnita comum com a equação de equilíbrio dinâmico do comboio ( $u_{roda}$ ). A associação destas permite estabelecer a equação para o cálculo das forças de interação dinâmicas:

$$N(\Omega) = -(\mathbf{F} + \mathbf{F}^H + \mathbf{A})^{-1} \Delta u(\Omega) \quad (2.26)$$

onde  $\mathbf{F}$  representa a matriz flexibilidade do veículo,  $\mathbf{F}^H$ , a matriz flexibilidade do contacto,  $\mathbf{A}$ , a matriz associada à receptância da via e  $\Delta u$ , a amplitude da irregularidade geométrica.

Determinadas as forças de interação dinâmicas veículo-via é possível obter-se a resposta para qualquer ponto domínio. Para isso basta recorrer à sobreposição de efeitos como se expressa de seguida:

$$u(x - ct, y, z, t) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} u_c^G(k_1, y, z, \Omega - k_1 c) \cdot \tilde{P}(k_1, \Omega_j) e^{ik_1(x-ct)} dk_1 \right) \cdot e^{i\Omega_j t} \quad (2.27)$$

representando  $u_c^G$  a função de transferência obtida na com o modelo de interação via-macifo.

Importa ainda referir que a excitação quasi-estática corresponde, simplesmente, à aplicação dos pesos do comboio não oscilantes, isto é, sem frequência.

## 2.6. ENQUADRAMENTO NORMATIVO

### 2.6.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O campo de vibrações induzido com a passagem de um comboio propaga-se através do maciço de fundação afetando, inevitavelmente, os edifícios nas vizinhanças. O campo de vibrações propagado aquando da passagem do comboio exerce uma solitação dinâmica no sistema de fundações, originando, por conseguinte, uma perturbação transiente do campo de deslocamentos do edifício. Esta, habitualmente designada por vibração estrutural, não está associada a danos que comprometam a integridade do edifício. Porém, são responsáveis, quer por avarias de equipamentos sensíveis (ou impedimentos de operação), quer por situações de desconforto nos habitantes, que em casos extremos provocam graves problemas de saúde [111]. Nesta conformidade, para mitigar tais impactos, criaram-se diversas normas que estabelecem valores limites para determinados indicadores de vibração.

### 2.6.2. NORMAS EXISTENTES

A complexidade inerente à problemática das vibrações induzidas conduziu à criação de várias normas com o objetivo de quantificar os efeitos causados, tanto nos ocupantes, como no edifício. A abordagem mais usual prescreve os limites para a perceção humana, ou seja, conforto, sob a forma de iso-curvas estabelecidas no domínio da frequência.

Um ocupante do edifício pode percecionar o campo de vibrações segundo dois fenómenos distintos. Por um lado, para uma gama de frequências compreendida entre 1-80Hz, os ocupantes percecionam o efeito sob a forma de vibração mecânica. Por outro lado, a vibração estrutural induzida desenvolve um fenómeno designado por ruído re-radiado, sendo escutada pelos ocupantes como um ruído de fundo. Neste caso o conteúdo de frequências responsável encontra-se situado entre 1-250Hz. Habitualmente as manifestações anteriores não se dissociam, sendo percecionadas em simultâneo, o que se entende pelo facto de existir sobreposição dos intervalos de frequências dos dois fenómenos.

O conforto dos ocupantes encontra-se revisto em diversas normas, destacando-se a ISO 2631 [118], como o documento de referência. Porém, as normas britânicas BS 6841[119], BS 6472-1[120], a norueguesa NS 8176 [121] e a alemã DIN 4150-2[122] apresentam igualmente limites para o conforto dos ocupantes. Neste contexto devem ainda ser realçadas as normas americanas FTA [126] e FRA [111]



que contemplam recomendações para os limites a preconizar para o incómodo, e ainda metodologias expeditas para avaliar o impacto inerente à construção de uma linha ferroviária. Na vertente dos efeitos provocados nas estruturas, destacam-se os documentos normativos ISO 4866 [123] e ainda a norma DIN 4150-3 [124], onde se indica o processo de medição e processamento dos resultados para avaliar o efeito no edifício. Ao nível do dano deve ainda destacar-se o documento normativo NP2074 [125] porém estabelecido para ações impulsivas.

### 2.6.3. INDICADORES PRINCIPAIS

A perceção humana às vibrações é condicionada por fatores mensuráveis, como a amplitude, a duração e o conteúdo em frequência da excitação, mas também por fatores subjetivos inerentes ao indivíduo, não mensuráveis [118]. A subjetividade do indivíduo pode ser ultrapassada recorrendo a uma abordagem estatística do problema baseada em curvas exposição-efeito, onde se avalia a percentagem de indivíduos que sente desconforto face a um nível de excitação. Os indicadores medidos, ou prospetivados, são comparados com estas curvas limites para se avaliar a exposição dos habitantes ao campo de vibrações incidente.

Tendo em consideração a morfologia complexa de um sinal de vibração, quer sob a forma de velocidades, quer sob a forma de acelerações, é habitual recorrer-se a indicadores. As normas ISO 2631-2 e BS 6841 assumem que o corpo humano responde ao valor médio da amplitude experimentada. Assim, recomendam que o sinal seja convertido no valor médio da raiz quadrada (*rms*):

$$a_{w\text{mean}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T a_w^2(t) dt} \quad (2.28)$$

onde  $a_{w\text{mean}}$  representa o valor médio da raiz quadrada da aceleração,  $T$ , a duração do sinal e  $a_w$ , o espectro de acelerações corrigida segundo uma função de ponderação.

Importa referir que a norma DIN 4150-2, por sua vez, sugere a adoção do valor médio da raiz quadrada móvel para a discretização de um sinal de velocidades.

Atendendo a que um perfil de vibração é extremamente volátil, oscilando rapidamente, é usual adotar-se a escala de decibel:

$$V_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V}{V_{ref}} \quad (2.29)$$

onde  $V_{dB}$  representa o sinal de velocidades na escala decibel,  $V$ , o espectro de velocidades e  $V_{ref}$ , o valor de referencial da velocidade, habitualmente considerado  $10^{-8}$  m/s.

A norma britânica BS 6472-1 propõe um indicador que, contrariamente ao valor do *rms*, é sensível tanto à duração do evento como ao número de eventos. O valor da dose de vibração, em inglês *vibration dose value* (VDV), é definido segundo a seguinte expressão:

$$VDV = \left( \int_0^T a_w^4(t) dt \right)^{0,25} \quad (2.30)$$

onde  $a_w$  representa o espectro de acelerações ponderado por um filtro definido na BS 6472.

O VDV ponderado por todos os eventos ocorridos num determinado período é obtido através:

$$VDV_{Total} = \left( \sum_i^N VDV_i^4 \right)^{0,25} \quad (2.31)$$

Este valor é posteriormente comparado com os valores limites para o conforto dos ocupantes prescrito pela norma. Conforme se depreende, a determinação do VDV implica a medição de todos os eventos ocorridos no período de análise. É comum dividir o dia em dois períodos distintos, um período diurno de 16h e um período noturno de 8h onde os valores limites são mais restritivos. Os indicadores até aqui enumerados apresentam um carácter muito simplista uma vez que não têm em consideração o conteúdo em frequência do sinal, limitando a avaliação de um caso prático.

#### 2.6.4. EFEITOS DAS VIBRAÇÕES SOBRE OS OCUPANTES E EQUIPAMENTOS SENSÍVEIS

O efeito das vibrações nos ocupantes, como referido anteriormente, depende não só da magnitude da excitação, mas também dos limites de percepção pessoais. Segundo a norma BS 6472-1 [120], metade dos indivíduos é sensível a uma magnitude da aceleração vertical ponderada de  $0,015 \text{m/s}^2$  ( $rms=0,01 \text{m/s}^2$ ). A subjetividade na percepção do indivíduo levou a que as normas, após tratamento estatístico, desenvolvessem limites para os indicadores anteriores considerando uma diversidade de cenários.

Neste contexto, FTA [126] e FRA [111] apresentam diversas curvas, previamente apresentadas pela norma ISO 2631-2 e BS 6472, estabelecidas na escala de decibel com uma velocidade de referência de  $10^{-8}\text{m/s}$ . O espectro de vibração medido, ou previsto, deve ser comparado diretamente com as curvas apresentadas na Figura 2.20. As curvas com o prefixo VC- pretendem restringir a vibração experimentada por equipamento sensíveis, como microscópios, entre outros.

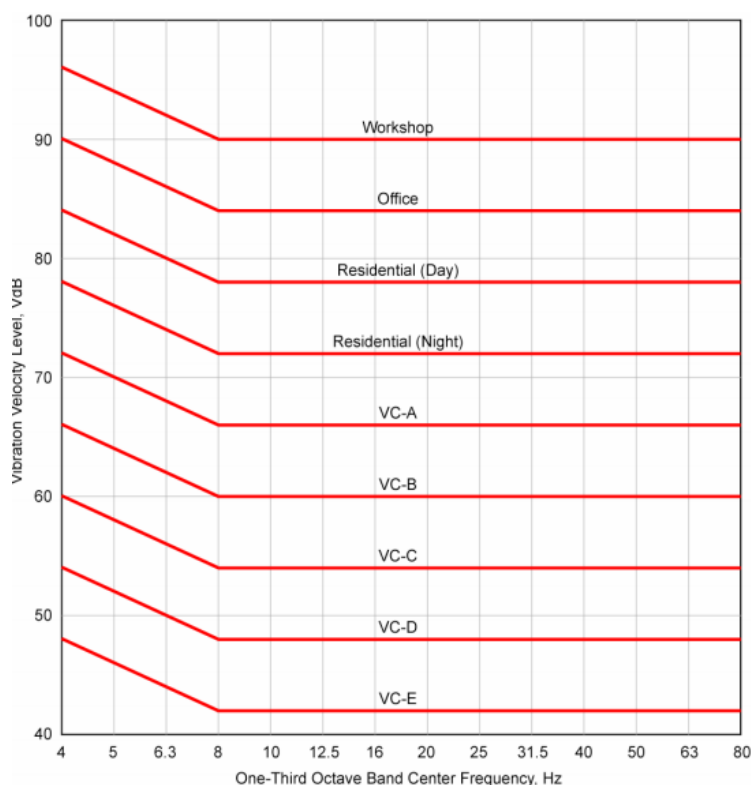


Figura 2.20 – Curvas limites de exposição a vibrações induzidas (adaptado de [111]).

A norma alemã DIN 4150-2 propõe um procedimento alternativo para vibrações de curta duração onde o maior valor da média da raiz quadrada móvel é comparado com dois limites  $A_u$  e  $A_0$ . Importa referir que a presente norma pode ser aplicada para moradias, ou estruturas similares, sendo os limites definidos em função do cariz da zona de implantação.

## **2.7. MEDIDAS DE MITIGAÇÃO**

### **2.7.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Como anteriormente referido, as vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário têm um impacto nefasto no conforto dos ocupantes dos edifícios na vizinhança de linhas ferroviárias, bem como no bom funcionamento de equipamento sensíveis. Face ao exposto, facilmente se depreende a necessidade de medidas capazes de mitigar, ou mesmo corrigir, os efeitos causados pelas vibrações.

Prever a resposta dinâmica dos edifícios adjacentes às vias-férreas obriga, como já mencionado, à compatibilização de três sistemas distintos: i) veículo-via, interação que origina a propagação de vibrações; ii) via-macizo de fundação, que representa o meio condutor do campo de deformação e iii) interação macizo-edifício. Seguindo esta linha de pensamento é usual agrupar as medidas de mitigação em função do sistema onde atuam, configurando-se em três categorias: i) medidas de mitigação na fonte; ii) medidas de mitigação na o trajeto e iii) medidas de mitigação no recetor (edifício). As secções subsequentes apresentam as medidas de mitigação mais utilizadas para cada uma das categorias.

### **2.7.2. MEDIDAS DE MITIGAÇÃO NA FONTE**

Uma alternativa para minimizar o impacto das vibrações nos edifícios passa por reduzir a energia que é transferida da via para o macizo geotécnico aquando da passagem do comboio, ou seja, intervindo ao nível da fonte. Para melhor se entender a génese dos métodos que integram a presente categoria é necessário reforçar que o designado por fonte representa uma interação entre duas estruturas distintas, o veículo e a via-férrea. Assim, atuar, quer no comboio, ao nível das suspensões e distribuição de massas, como na via implica mitigar a fonte responsável pela geração de vibrações [40].

As medidas de mitigação ao nível da via, bem como no comboio, podem passar por implementar um plano de manutenção mais restrito, ou pela introdução de elementos resilientes, promovendo o isolamento da via. Incluir elementos resilientes implica a alteração da frequência ressonante da via, desfasando-a para gamas onde o conteúdo energético da ação é reduzido. Se a via-férrea amplifica um conteúdo de frequência para o qual a resposta do macizo exibe uma reduzida expressão, o impacto da passagem do comboio é minimizado, como se pode verificar no esquema ilustrativo presente na Figura 2.21.

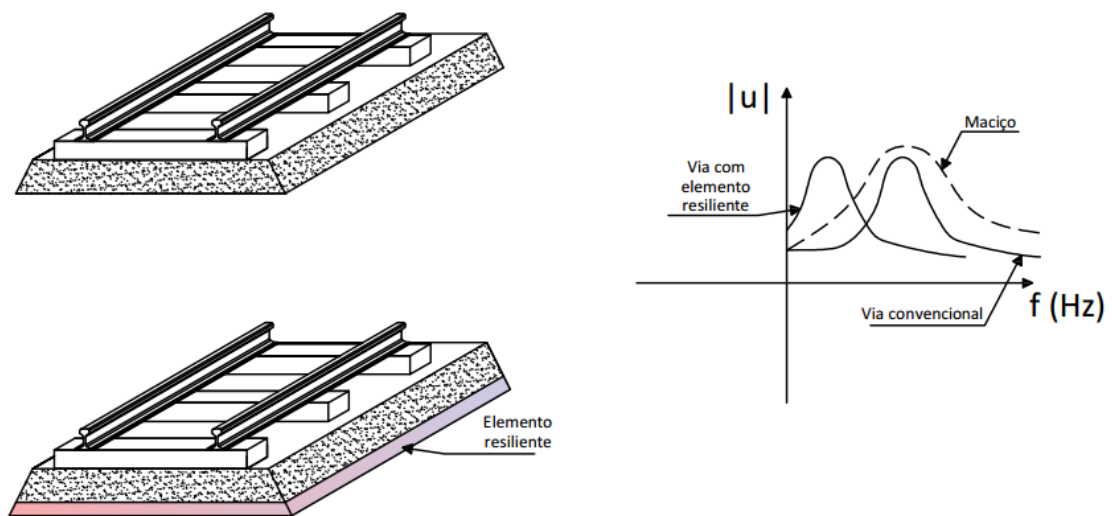


Figura 2.21 – Ilustração do impacto produzido pela adoção de elementos resiliente na via.

Porém, compatibilizar um sistema de via mais flexível, que responda numa gama de frequências mais baixas, muitas vezes é inviável por conduzir a uma deformação da via incompatível com critérios de estabilidade. Neste contexto, a estratégia adotada representa uma solução de compromisso entre a eficiência da medida de mitigação e o comportamento da via-férrea [21, 127].

Partindo deste conceito, múltiplas soluções foram desenvolvidas, como a adoção de palmilhas sob o carril, ou no caso de vias em laje, um apoio contínuo do carril em elementos elastoméricos [13]. Esta estratégia provou mitigar até 4dB o campo de vibração. No entanto, a introdução de elementos elásticos sob o carril permite uma maior vibração deste, culminando no aumento do ruído gerado pela passagem de um comboio.

Porém, a introdução de elementos resilientes pode ocorrer num plano inferior, inserindo-se palmilhas sob a travessa. Esta medida apresenta um melhor desempenho na capacidade de isolamento, permitindo mitigar uma importante gama de frequências compreendidas entre 31,5 e 125 Hz [127]. Como se pode constatar, apesar das medidas de mitigação serem idênticas, o local onde se introduz o elemento resiliente condiciona a gama de frequência mitigada, o que facilmente se compreende recorrendo à equação da frequência natural de um oscilador de um grau de liberdade.

Seguindo o princípio que a redução da gama de frequência mitigada está associada ao aumento da massa acima do elemento resiliente, surgiram novas medidas de mitigação onde o mesmo foi aplicado:

sob a camada de balastro, nas vias convencionais, ou sob a laje (designada por laje flutuante), no caso das vias em laje. A adoção destes sistemas de isolamento representa, habitualmente, uma redução na gama de frequências entre 20 e 50Hz, constituindo uma medida de mitigação interessante para a temática de vibrações induzidas por tráfego ferroviário. Alves Costa et al. [127] apresenta uma variante para as vias balastradas, introduzindo o elemento resiliente sob a camada de sub-balastro, aumentando a eficácia da medida de mitigação.

Uma vertente distinta de mitigar o conteúdo energético gerada na fonte é conseguida através da mitigação do mecanismo de excitação dinâmica mais expressivo, as irregularidades geométricas da via. Como se pode deduzir, existe uma relação de proporcionalidade direta entre a degradação das vias e das rodas do comboio, e o campo de vibrações induzido. Assim, reduzir o nível de imperfeições, tanto da via como das rodas, através de um plano de manutenção rigoroso, acarreta, conseqüentemente, uma redução da energia gerada.

### 2.7.3. MEDIDAS DE MITIGAÇÃO NO TRAJETO DE PROPAGAÇÃO

#### 2.7.3.1. Medidas de mitigação convencionais

O maciço de fundação representa o meio condutor das vibrações até aos edifícios implantados na vizinhança de uma estrutura ferroviária. Como tal, pode ser alvo de soluções que filtrem a energia gerada aquando da passagem de um comboio. Como facilmente se compreende, interromper a propagação de vibrações carece da adoção de barreiras que atuem como obstáculos. A materialização mais comum destas ocorre sob a forma de trincheiras, preenchidas ou não, ou de cortina de estacas [128-130]. Uma ilustração esquemática de duas tipologias distintas de trincheiras pode ser encontrada na Figura 2.22.

Ao contrário das medidas de mitigação anteriores, a tecnologia construtiva inerente à construção de barreiras torna-as mais apelativas para aplicações de tráfego superficial, estando consideravelmente limitada no caso de tráfego em túneis. Registe-se que, independentemente do tipo de solução adotada, esta terá de ser construída a partir da superfície, exibindo, desde logo, uma maior eficácia em mitigar a propagação de ondas superficiais, que por sua vez se apresentam como as mais energéticas. No entanto, a eficácia das barreiras encontra-se intrinsecamente relacionada com a gama de frequências a mitigar, uma vez que frequências mais baixas necessitam de barreiras mais profundas,

e vice-versa. Assim, mitigar frequências mais baixas com recurso a trincheiros pode não constituiu uma opção válida uma vez que a profundidade necessária é elevada.

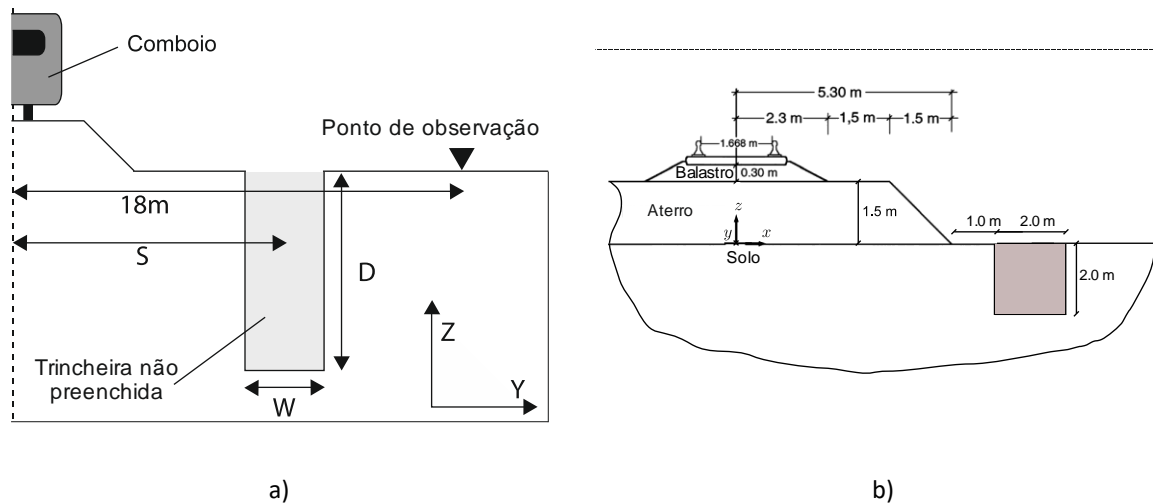


Figura 2.22 – Exemplos de trincheiras utilizadas no: a) estudo publicado em [131]; b) estudo publicado em [132].

Importa referir que o princípio de funcionamento das medidas de mitigação aqui discutidas se baseia num contraste de rigidez entre o material da barreira e o solo que a circunscreve. Por um lado, o contraste de rigidez origina reflexão de parte da energia transportada e, por outro, a rigidez flexional da barreira permite o guiamento da energia através do seu desenvolvimento longitudinal, como ocorre na acústica de edifícios [128, 132, 133]. Neste contexto, barreiras com materiais de enchimento menos rígidos que o solo provaram exibir uma eficácia menor, comparativamente com barreiras com enchimentos mais rígidos [133, 134]. A eficiência das barreiras rígidas depende do contraste de rigidez verificado, conseguindo, para frequências superiores à frequência crítica, impedir por completo a passagem de vibrações. Um estudo recente levado a cabo por Van Hoorickx et al. [135] verificou uma melhoria de desempenho quando a medida de mitigação se materializa por duas barreiras ao invés de uma. No entanto, fenómenos de ressonâncias entre as barreiras, designados por ressonâncias de cavidade, justificam a perda de eficácia em determinadas gamas de frequências.

Uma medida ligeiramente distinta foi apresentada por Dijckmans et al. [136], onde blocos de alta densidade foram adotados na vizinhança da via férrea. O funcionamento deste tipo de medidas de mitigação assemelha-se ao funcionamento de um sistema de um grau de liberdade, consistindo o bloco de alta densidade na massa do oscilador e o solo circundante no mola do sistema [137].

### 2.7.3.2. Medidas de mitigação periódicas

Recentemente, tem-se verificado uma tendência em combinar as medidas de mitigação anteriormente referidas com novos conceitos de metamateriais com o propósito de desenvolver propriedades inexistentes na natureza. Do universo dos metamateriais, destacam-se, pelo interesse de aplicação prática às temáticas debruçadas na presente dissertação, as estruturas periódicas, geralmente designadas por cristais sónicos. Estas possuem a capacidade de não propagar energia numa determinada gama de frequência, designado na literatura inglesa por *band-gap*, devido ao efeito de *Bragg*. Este efeito, como o próprio nome indica, foi encontrado por William Lawrence Bragg e William Henry Bragg [138] através do estudo da propagação de raios X ao longo de malhas regulares de cristais. Inferiram que para determinados comprimentos de onda as estruturas periódicas permitem a sobreposição do campo incidente com as ondas refletidas entre os cristais resultando numa interferência capaz de mitigar a propagação de energia. Os autores propuseram no seu artigo publicado em 1913 [138] a seguinte equação para a previsão da gama de comprimentos de onda onde será expectável o efeito de cristal sónico:

$$d = \frac{\lambda}{2 \times \cos(\theta)} \quad (2.32)$$

onde  $d$  representa a distância entre estruturas,  $\lambda$  o comprimento da onda propagante e  $\theta$  o ângulo de incidência.

Pese embora a aplicação de cristais sónicos se encontre por explorar no contexto elastodinâmico, o mesmo não acontece no universo da acústica, onde tal conceito é estudado e aplicado há já algum tempo [139-142]. Transpor a aplicação de cristais sónicos para o contexto elastodinâmico tem como objetivo combinar as vantagens associadas às medidas da subsecção anterior com os benefícios proporcionados pela adoção de geometrias periódicas, como as ilustradas na Figura 2.23.



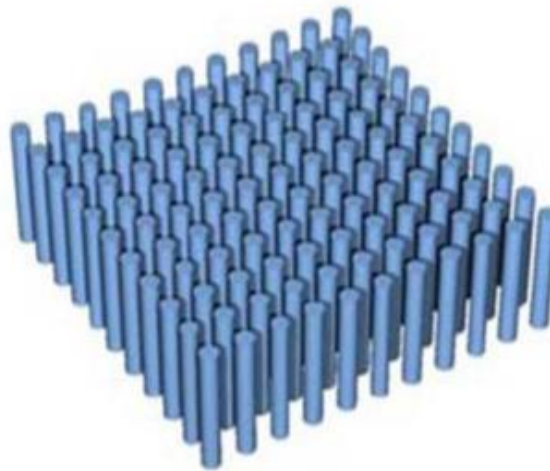


Figura 2.23 – Exemplo de uma solução com cristais sónicos.

Alagoz et al. [143] desenvolveu o primeiro estudo onde avaliou a eficácia de uma estrutura periódica, designada pelos autores por “cristais sísmicos”, à incidência de ondas elásticas. Com o intuito de alcançar uma solução otimizada das barreiras, os autores avaliaram a eficácia de três geometrias distintas, tal como ilustrado na Figura 2.24. Com o estudo levado a cabo comprovaram então a eficácia dos cristais sónicos em atenuar a gama de frequências mais elevadas, nomeadamente os comprimentos de onda entre 1500 m e 3000 m, do espectro de vibração provocado por um sismo.

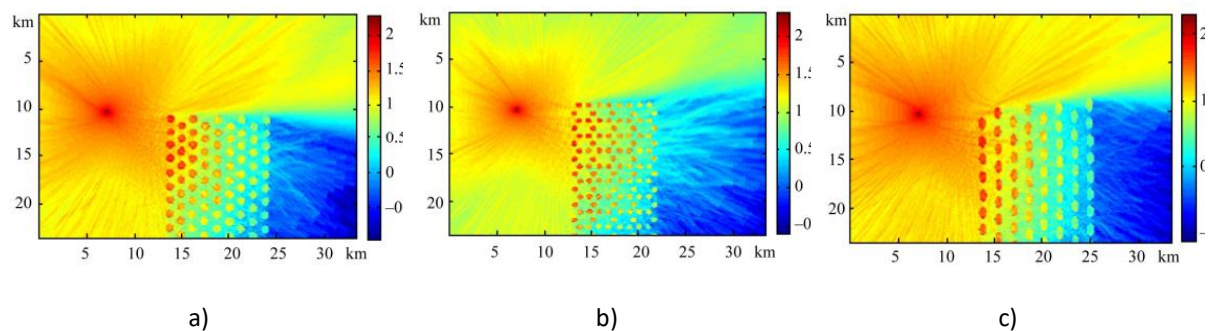


Figura 2.24 – Resultados alcançados em [143] para a geometria : a) triangular refinada barreiras circulares; b) hexagonal; c) triangular com barreiras elíptica.

Um estudo semelhante foi levado a cabo por Kim and Das [144], onde os autores compararam a eficácia entre uma barreira convencional e uma meta-barreira para a proteção sísmica de edifícios. Os resultados alcançados com a modelação numérica encontram-se expressos na Figura 2.25, estando bem patente o efeito benéfico inerente à adoção de uma barreira constituída por cristais sónicos.

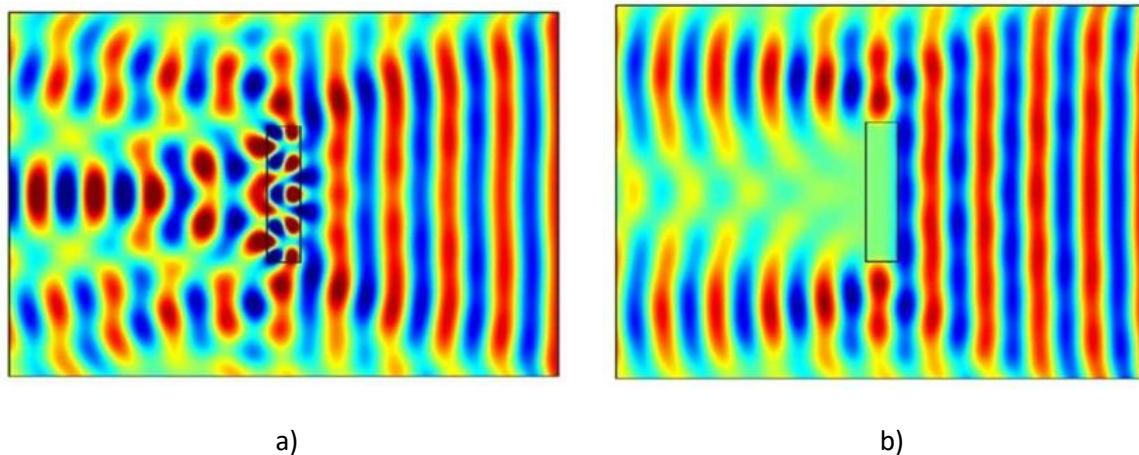


Figura 2.25 – Resultados alcançados por Kim and Das [144] para: a) barreira convencional; b) meta-barreira.

Neste contexto, realça-se o estudo desenvolvido por Castanheira-Pinto et al. [145], onde os autores determinaram o comportamento mecânico de um solução composta por três inclusões, paralelas à via férrea, face a uma solicitação dinâmica. O diagrama de dispersão resultante para a solução composta foi comparado com o proveniente de um cenário constituído por uma barreira convencional. A comparação entre os diagramas permitiu identificar um novo mecanismo de mitigação para a solução proposta, responsável pela atenuação de uma gama de frequências na vizinhança dos 60 Hz. Este efeito depende da combinação de parâmetros geométricos da solução adotada, nomeadamente a distância entre centros das inclusões, e das propriedades elastodinâmicas do maciço de fundação. As equações que permitem estimar a gama de frequências onde é expectável desenvolver o efeito de Bragg (gama para a qual não se observa propagação de energia) são apresentadas pelos autores. No âmbito desta tipologia de soluções, deve ainda ser destacado o estudo desenvolvido por Albino et al. [146] que avaliou a eficácia na atenuação de vibrações induzidas para diferentes alternativas de inclusões verticais periódicas. No estudo, o autor avaliou o impacto de três variáveis: i) profundidade de penetração da inclusão; ii) a rigidez do material constituintes; iii) a dimensão da inclusão. A título de exemplo, expressam-se na Figura 2.26 os resultados da simulação numérica para diferentes espessuras da inclusão. Como se pode constatar, superiores são mais eficazes na atenuação do campo de vibrações induzido. Atendendo a que cada configuração se associa uma gama de frequência atenuadas, o autor comprovou que a solução otimizada (geometria espacial e material constituinte) é fortemente condicionada quer pelas propriedades elásticas do maciço de fundação, quer pela gama de frequência a mitigar.

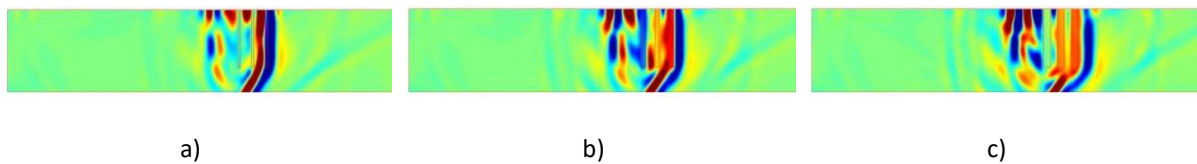


Figura 2.26 – Deslocamentos verticais alcançados em [146] para inclusões com 5 m de profundidade enterrada e diferentes espessuras: a) 0,2 m; b) 0,4 m; c) 0,6 m.

A primeira evidência experimental da eficácia deste tipo de soluções deve-se ao trabalho de Brûle [147]. Neste, o autor avaliou experimentalmente o desempenho de um conjunto de inclusões dimensionadas para uma frequência de corte próxima dos 50 Hz a uma ação vibratória com a mesma frequência. Para isso, implementou o *setup* apresentado na Figura 2.27 a), obtendo o resultado apresentado na Figura 2.27 b). Para a interpretação do ensaio, importa referir que a coloração vermelha faz referência a uma amplificação da resposta e a tonalidade azul a uma atenuação. Posto isto, facilmente se observa a eficácia inerente à adoção de cristais sónicos na atenuação de uma gama de frequências.

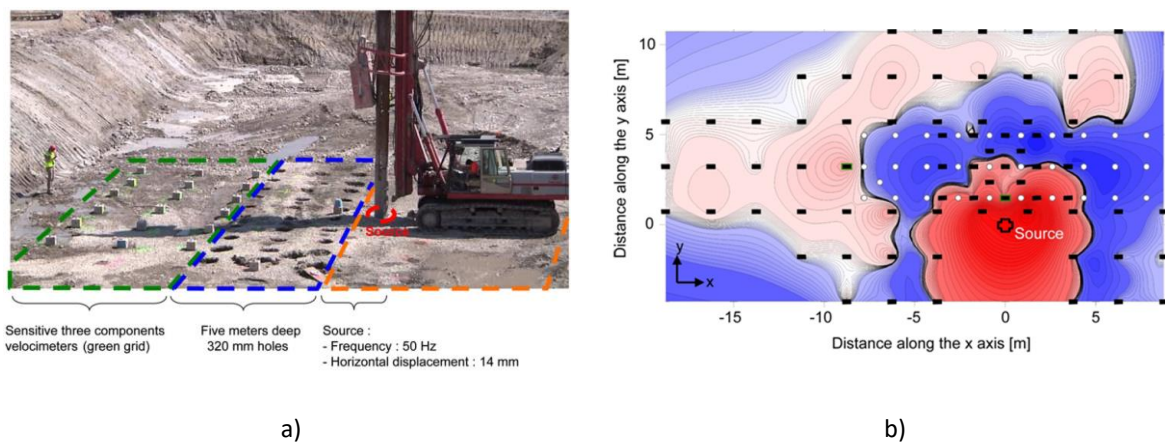


Figura 2.27 – Campanha experimental desenvolvida por Brûle [147]: a) visão geral do ensaio; b) atenuação identificada.

Outra medida de mitigação, amplamente explorada na acústica, mas por investigar no universo elastodinâmico, são os ressoadores. Estes consistem em estruturas simples com um funcionamento muito próximo de um oscilador de um grau de liberdade capazes de mitigar vibrações com comprimentos de onda superiores à sua dimensão. São dimensionados para filtrar uma frequência específica não conseguindo atenuar uma gama de frequências como as barreiras. No entanto, o processo de dimensionamento dos ressoadores ainda se encontra em investigação, não havendo de

momento uma metodologia clara e inequívoca. Neste contexto, Krödel [148] apresenta uma metodologia de dimensionamento para um ressoador conceptualizado como a associação de duas massas cilíndricas preenchidas por um material flexível, ilustrado na Figura 2.28.

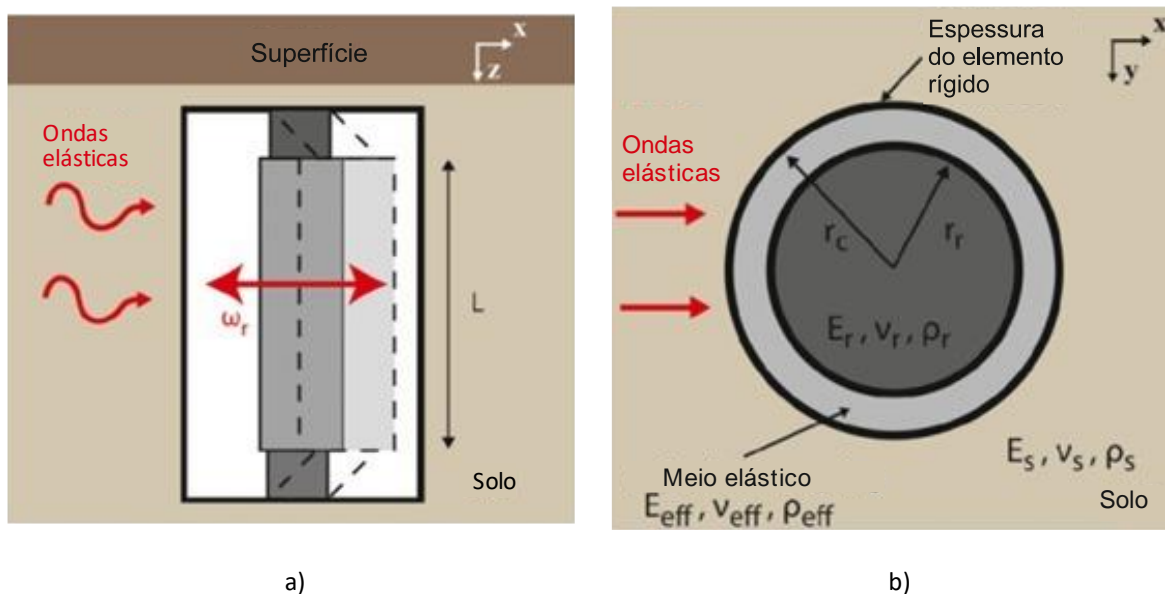


Figura 2.28 – Conceptualização do ressoador proposto por Krödel [148]: a) alçado; b) secção transversal.

O processo de dimensionamento tem como objetivo determinar o módulo de deformabilidade do material de preenchimento em função da frequência angular, propondo Krödel a seguinte expressão:

$$E_{eff} = \omega_c^2 \frac{r_r^2 \rho_r R^2 (1 - R^2 + 9(1 + R^2) \ln(R))}{12\pi(1 + R^2)} \quad (2.33)$$

onde  $E_{eff}$  representa o módulo de deformabilidade do material de preenchimento,  $\omega_c$  a frequência angular,  $r_r$  o raio do cilindro interior,  $r_c$  o raio do cilindro exterior e  $R = \frac{r_r}{r_c}$ .

Como se infere pela equação (2.33), um determinado ressoador está associado a uma frequência específica ao contrário das soluções que compunham a secção anterior. Esta particularidade aliada à difícil materialização dos ressoadores apresentam-se como as maiores desvantagens na escolha como medidas de mitigação [148]. Para ultrapassar esta dificuldade Krödel adotou uma multiplicidade de ressoadores com diferentes frequências naturais [148], dispondos alinhados como se apresenta na Figura 2.29.

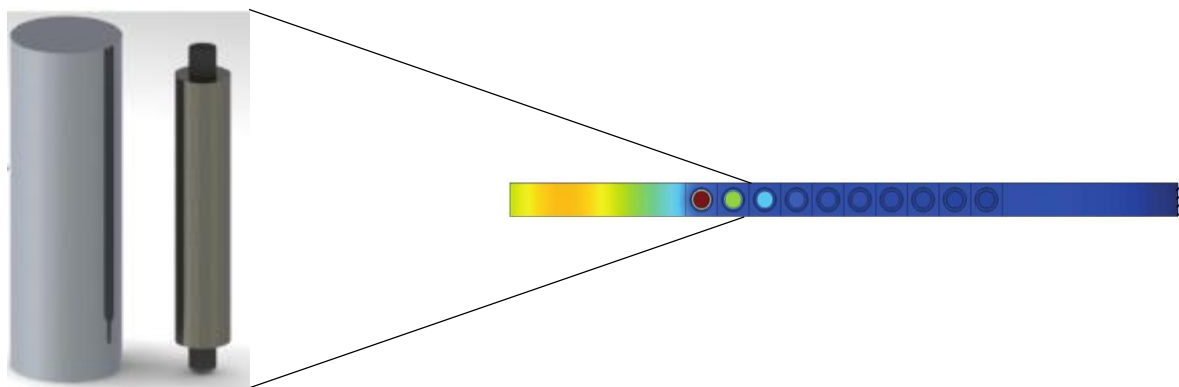


Figura 2.29 – Ressorador utilizado por Krödel e respetiva malha de ressoadores utilizada (adaptado [148]).

Assim, adotando no mínimo 15 ressoadores, conseguiu mitigar com expressiva eficácia uma gama de frequências entre 4 e 7 Hz. Num contexto semelhante, Dertimanis [149] avaliou a eficácia que sistemas periódicos do tipo “*mass-in-mass*” exibem na atenuação de vibrações induzidas entre 0,5 Hz e 5 Hz. A conceptualização de um sistema “*mass-in-mass*” do autor apresenta-se na Figura 2.30 a), estando a materialização deste presente na Figura 2.30 b).

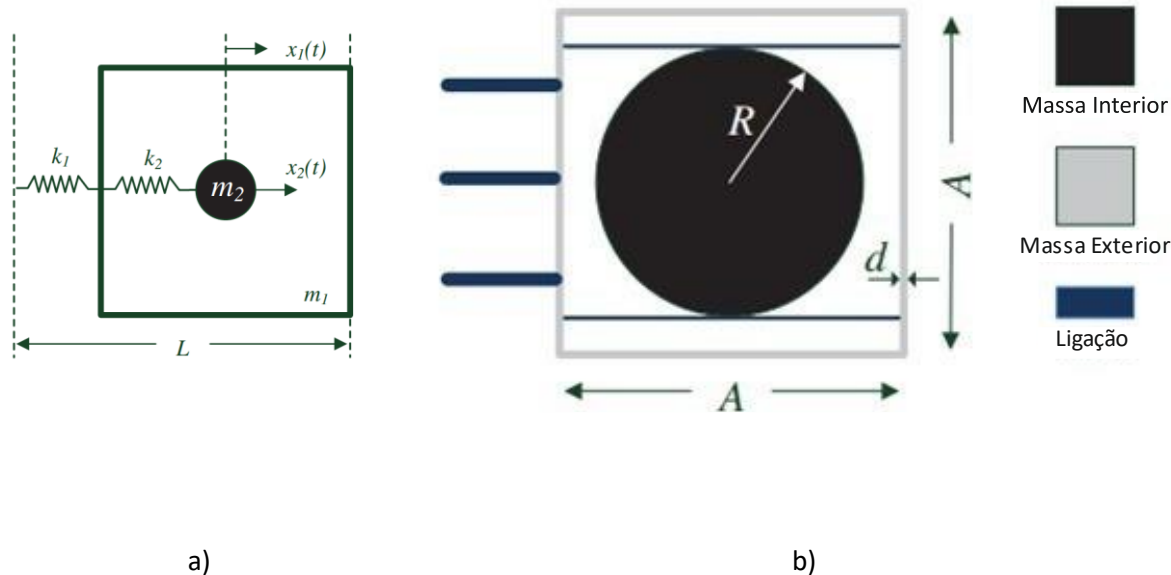


Figura 2.30 – Sistemas *mass-in-mass* propostos por [149]: a) conceptualização do sistema; b) características geométricas provenientes do dimensionamento do ressoador.

Baseado na teoria de Bloch, o autor apresenta o processo de dimensionamento das características geométricas e materiais dos ressoadores em função dos limites da banda de frequência a mitigar e do espaçamento entre ressoadores. Os autores desenvolveram ainda um estudo paramétrico com distintas associações de ressoadores, fazendo variar a composição da solução de mitigação entre 2, 5 e 10 ressoadores. Por um lado, verificaram uma independência entre o número de ressoadores associados em série e o *band-gap* alcançado. Por outro, e como facilmente se percebe, constataram que a magnitude da atenuação é proporcional ao número de ressoadores que constitui a medida de mitigação.

#### 2.7.5. MEDIDAS DE MITIGAÇÃO NO RECETOR (EDIFÍCIO)

Por último, a mitigação do campo de vibrações incidentes pode ser efetuada ao nível do edifício, sendo interessante quando o número de casos afetados é reduzido. Usualmente, atuar no recetor é conseguido através do isolamento das estruturas de fundação ou, em casos mais específicos, isolando exclusivamente compartimentos. De forma análoga às medidas aplicadas na fonte, os sistemas de isolamento nos edifícios consistem na introdução de elementos resilientes ou molas de aço. Importa salientar que apesar destas soluções mitigarem as vibrações induzidas pela passagem de tráfego ferroviário, muitas vezes são adotadas como proteção sísmica. O funcionamento do sistema baseia-se no desfasamento entre a frequência natural do edifício e o conteúdo de frequência da excitação. Talbot e Hunt [150] observaram que os níveis de vibração nos edifícios onde soluções de isolamento das fundações foram adotadas são influenciados pela frequência natural do próprio sistema de isolamento. Nos casos onde exclusivamente um compartimento, ou um número reduzido, necessitam de isolamento, uma alternativa local de mitigação é mais vantajosa em detrimento da anterior. Compartimentos como salas de concerto, estúdios de música, laboratório com equipamentos sensíveis, entre outros, representam bons exemplos para a utilização de soluções de mitigação locais. Estas consistem em isolar o compartimento em causa para que este exiba um comportamento dinâmico dissociado da restante estrutura. Neste contexto, destacam-se duas soluções construtivas, expressas na Figura 2.31, onde se realça a estrutura do tipo *box-in-box*.



Figura 2.31 – Sistema de isolamento a adotar no recetor: a) isolamento das fundações; b) sistema *box-in-box*.

Atendendo a que este tipo de medidas de mitigação originam um padrão de comportamento modal completamente distinto da estrutura, a sua adoção deve ser cautelosa e prudente já que a modificação das condições de apoio pode comprometer a integridade estrutural.

## 2.8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo que agora encerra foi dedicado à apresentação dos conceitos inerentes à temática das vibrações induzidas por tráfego ferroviário.

Inicialmente são apresentados os mecanismos responsáveis pela geração de um campo de vibrações de onde se destacam a excitação quasi-estática, dinâmica e paramétrica. Como se referiu a excitação quasi-estática condiciona a resposta numa zona adjacente à via, excitação dinâmica a zona mais afastada e a excitação paramétrica frequências específicas associadas à periodicidade de um determinado fator.

Após a identificação dos mecanismos responsáveis pela indução de um campo de vibrações seguiu-se a apresentação de como este campo se traduz no interior de maciço. Como referido, o campo de vibrações é propagado pelo maciço geotécnico sob a forma de diversas tipologias de onda, destacando-se para o efeito as ondas P, S e R. Apesar da propagação das ondas R estar restrita à superfície livre do maciço, são as ondas que transportam mais energia assumindo uma importância superior a qualquer outra para análises à superfície.

A necessidade de avaliar e mitigar os efeitos prejudiciais associados ao campo de vibrações geradas a cada passagem do comboio, levou ao desenvolvimento de metodologias capazes de prever a resposta do maciço para uma solicitação dinâmica. Neste contexto, a secção posterior enumerou as diversas metodologias existentes para análise da interação dinâmica via-macício desenvolvidas pela comunidade científica. De entre a panóplia de métodos, o autor destaca os métodos numéricos por constituírem ferramentas de análise robustas, e realistas, cada vez mais empregues no universo da engenharia prática. No entanto para que estes sejam modelos de previsão fiáveis é imperativo caracterizar corretamente a interação entre o veículo-via.

Ao longo da secção seguinte descreveu-se, de forma sucinta, o enquadramento normativo do tema, onde se apresentaram os diversos indicadores passíveis de ser avaliadas numa análise de vibrações induzidas por ações humanas. Só desta forma é possível avaliar a necessidade, ou não, de medidas para reduzir os impactos inerentes à operabilidade de uma estrutura ferroviária/metropolitana.

O capítulo termina com a apresentação das diversas tipologias de medidas de mitigação em função da sua localização espacial. Como se ilustrou as medidas podem ser setORIZADAS entre: i) medidas na fonte de excitação; ii) medidas no caminho de propagação; iii) medidas no recetor. Um destaque deve ser atribuído a uma nova tipologia de medidas adotadas no caminho de propagação denominadas por meta-estruturas, capazes de atenuarem gamas de frequências específicas. Neste contexto, importa ainda referir que a presente dissertação visa o estudo de sistemas periódicos, nomeadamente das meta-estruturas, na atenuação de vibrações induzidas por tráfego ferroviário, como se ilustra nos capítulos seguintes.



# 3

## MODELAÇÃO 3D DO SISTEMA VIA-MACIÇO

### 3.1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo versa sobre o desenvolvimento e validação de dois métodos numéricos tridimensionais, alicerçados no método dos elementos finitos, que visam permitir a determinação da resposta do sistema ferroviário face a solicitações dinâmicas.

O capítulo inicia-se com a apresentação dos conceitos gerais subjacentes ao método dos elementos finitos tridimensional, seguindo-se a apresentação dos elementos volumétricos considerados. Posteriormente, procede-se à apresentação da técnica adotada para o tratamento das fronteiras artificiais, o método dos *Perfectly Matched Layers*, onde, através da transformação das coordenadas espaciais, se impõe uma atenuação à resposta com vista ao cumprimento da condição de Sommerfeld. A primeira secção termina com a validação numérica do método 3D FEM-PML, cujos resultados são comparados com os provenientes de um método desenvolvido no seio do grupo de investigação no qual o autor se insere [151]. No final, a dicotomia, elementos lineares versus elementos quadráticos, é avaliada por intermédio de pequeno estudo de sensibilidade.

A segunda, e última, secção deste capítulo apresenta uma inovação ao método numérico descrito na secção anterior, no qual as condições de periodicidade são tidas em consideração, visando alcançar uma maior eficiência computacional. Começa por fazer-se a explanação dos aspetos relativos à formulação matemática que permite considerar a periodicidade das células modeladas, seguindo-se a apresentação de um exemplo de validação semelhante ao exposto na secção anterior. Por último, exhibe-se a formulação que permite expandir o método numérico para acautelar solicitações móveis, encerrando-se o capítulo com a validação do método numérico proposto.

Os métodos numéricos apresentados foram implementados na plataforma Matlab, tirando partido das suas potencialidades para o desenvolvimento de esquemas de computação paralela.

## 3.2 O MÉTODO 3D MEF-PML

### 3.2.1 EQUAÇÕES GERAIS DE EQUILÍBRIO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS 3D

Para a formulação matemática de um problema elastodinâmico através do método dos elementos finitos, é, regra geral, útil recorrer à aplicação do princípio dos trabalhos virtuais sobre as equações fundamentais da elastodinâmica.

A combinação de uma lei cinemática com o princípio d'Alembert origina o princípio de Hamilton, no qual se alicerça o método aqui exposto. Este afirma que, para sistemas dissipativos e amortecidos, se verifica a igualdade entre o trabalho produzido pelas forças externas e inerciais sobre um campo de deslocamentos virtuais admissível e o trabalho realizado pelas forças internas sobre o mesmo campo de deslocamentos virtuais somado da energia dissipada [51]. Assim, aplicando o princípio dos trabalhos virtuais às equações que regem o equilíbrio elastodinâmico, equações de Navier, e assumindo, concomitantemente, a inexistência de forças exteriores de massa e a materialização do amortecimento do sistema por intermédio de constantes elásticas complexas, surge a seguinte igualdade para qualquer infinitésimo de volume de um domínio tridimensional:

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV + \int_V \delta u^T \rho \ddot{u} dV = \int_S \delta u^T p dS \quad (3.1)$$

onde  $\delta \varepsilon$  e  $\delta u$  representam, respetivamente, o campo de extensões e deslocamentos virtuais,  $\sigma$  o campo de tensões,  $\rho$  a massa volúmica do meio,  $u$  o campo de deslocamentos e, por fim,  $p$  o campo de tensões externas que solicitam a superfície  $S$ .

Assumindo solicitações sinusoidais ao longo do tempo, caracterizadas pela frequência  $\omega$ , torna-se possível o desenvolvimento da análise no domínio da frequência. Para isto, e como se referiu no capítulo anterior, recorre-se à transformada de Fourier, passando a variável tempo a ser descrita pela sua imagem de Fourier, frequência. Desta forma, a determinação da aceleração do sistema, expressa pela variável  $\ddot{u}$  na equação(3.1), passa a ser explícita já que no domínio transformado não se observa dependência entre frequências analisadas:

$$\ddot{u}(x, y, z) = \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial t^2} = -\omega^2 u(x, y, z) \quad (3.2)$$

Introduzindo a equação (3.2) na equação (3.1) estabelece-se a equação de equilíbrio do sistema no domínio da frequência:

$$\int_V (\delta \varepsilon^T \sigma) dV - \omega^2 \int_V (\delta u^T \rho u) dV = \int_s (\delta u^T p) dS \quad (3.3)$$

Assumindo o método aqui exposto os deslocamentos como variáveis base, torna-se imperativo estabelecer relações entre deslocamentos-deformações, que facilmente se derivam recorrendo ao operador [L]:

$$\left\{ \varepsilon \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = [L]^T \{u\} \quad (3.4)$$

Adicionalmente à relação apresentada, o método necessita que se estabeleça a correspondência entre deformações e tensões. Tal relação é alcançada com a adoção de uma lei constitutiva, conseguida pela introdução da matriz [D], de tal modo que:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][L]\{u\} \quad (3.5)$$

onde  $\sigma$  representa o vetor das tensões, anteriormente referido.

Atendendo a que o modelo numérico aqui exposto foi desenvolvido com o intuito de determinar o campo de deslocamentos para cenários com uma baixa deformação associada, os materiais podem assumir-se como exibindo um comportamento elástico e linear. Assim, a matriz  $[D]$  toma a seguinte configuração:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde  $E$  corresponde ao módulo de deformabilidade e  $\nu$  ao coeficiente de Poisson.

Ressalva-se que para incorporar o amortecimento material basta considerar o módulo de deformabilidade ( $\bar{E}$ ) sob a forma de uma variável complexa, conforme se enuncia na equação (2.2).

Introduzindo as equações (3.4) e (3.5) na equação (3.3), alcança-se a equação de equilíbrio (3.7), onde todas as incógnitas correspondem ao campo de deslocamentos.

$$\int_V (\delta u^T \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} u) dV - \omega^2 \int_V (\delta u^T \rho u) dV = \int_s (\delta u^T p) dS \quad (3.7)$$

De seguida urge a necessidade de discretização do meio em diversas parcelas de pequenas dimensões, designados por elementos finitos, sendo aplicado a cada um destes a relação de equilíbrio definida pela equação (3.7).

### 3.2.2 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS VOLUMÉTRICOS

O campo de deslocamentos de um elemento finito, como os ilustrados na Figura 3.1, pode ser aproximado a partir dos deslocamentos nodais através de funções de forma, como se expressa na seguinte equação:

$$\{\mathbf{u}\} = [N]\{u_n\} \quad (3.8)$$

representando  $[N]$  a matriz das funções de forma e  $\{u_n\}$  o vetor com os deslocamentos nodais. Tendo em conta que cada nó do elemento finito apresenta três incógnitas (3 graus de liberdade) referentes aos deslocamentos segundo as três dimensões espaciais, a matriz  $[N]$  apresenta a seguinte configuração:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & \dots & N_{ne} & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & \dots & 0 & N_{ne} & 0 \\ 0 & 0 & N_i & \dots & 0 & 0 & N_{ne} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde o índice  $i$  faz referência à função de forma associada ao nó  $i$ , e  $ne$  ao número total de nós que caracterizam o elemento.

Combinando elementos isoparamétricos com o procedimento de Galerkin é possível aproximar, quer as coordenadas de quaisquer pontos do domínio, quer o campo de deslocamentos, segundo a fundamentação subjacente à equação (3.8).

Foram implementados, no modelo numérico, dois tipos de elementos finitos isoparamétricos, um composto por 8 nós da família de Lagrange e um de ordem superior caracterizado por 20 nós, ilustrados na Figura 3.1. Desta forma, o campo de deslocamentos globais pode ser aproximado segundo funções de forma lineares no caso dos elementos finitos de 8 nós, e funções quadráticas nos elementos de 20 nós. A necessidade de considerar dois tipos de elementos volumétricos será abordada numa secção seguinte do presente capítulo. Informação detalhada do procedimento recorrendo a coordenadas locais, bem como das funções de forma, associadas a cada um dos elementos, pode ser encontrada em [152, 153].

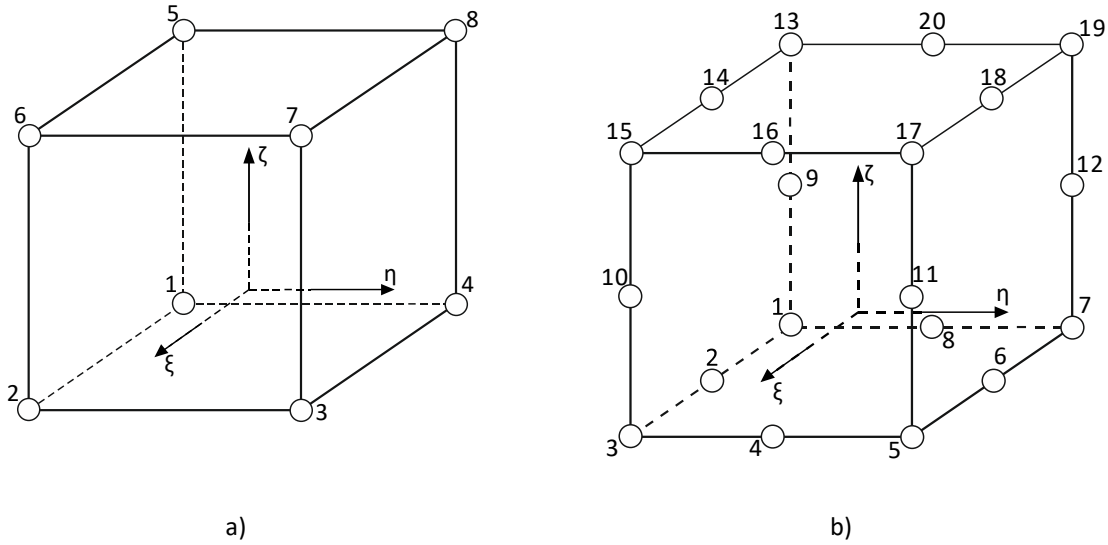


Figura 3.1 – Elementos finitos adotados: a) 8 nós; b) 20 nós.

Introduzindo a equação (3.8) na (3.4), é possível estabelecer a relação entre o campo de deformações e os deslocamentos nodais, como se ilustra na seguinte equação:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} = [L][N]\{u_n\} = [B]\{u_n\} \quad (3.10)$$

onde  $[B]$  representa a matriz de deformação do elemento:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Atendendo a que as derivadas parciais presentes na matriz  $[B]$  se associam ao sistema de coordenadas global, ao contrário das funções de forma que se encontram expressas no sistema de coordenadas local, é imperativo definir uma transformação de referencial que permita relacionar ambos os sistemas

de coordenadas. Esta estabelece-se com recurso à matriz Jacobiana do elemento, tal como se observa na equação (3.12).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

onde,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

em que  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  representam as coordenadas cartesianas do nó  $i$  para um dado elemento finito e,  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  o referencial cartesiano de um elemento finito genérico.

O equilíbrio dinâmico de um elemento finito fica então definido ao introduzir-se a equação (3.10) na equação dos trabalhos virtuais, expressa na equação (3.7), resultando na seguinte igualdade:

$$\int_V (\delta u_n^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} u_n) dV - \omega^2 \int_V (\delta u_n^T \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} u_n) dV = \int_s (\delta u_n^T \mathbf{N}^T p) dS \quad (3.14)$$

A equação anterior pode ainda ser reescrita expandindo o integral de volume, dando origem:

$$\int \int \int (\delta u_n^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} u_n) dx dy dz - \omega^2 \int \int \int (\delta u_n^T \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} u_n) dx dy dz = \int_s (\delta u_n^T \mathbf{N}^T p) dS \quad (3.15)$$

Atendendo a que os deslocamentos nodais não dependem de  $x$ ,  $y$  ou  $z$ , e sendo a equação (3.15) aplicável para qualquer deslocamento virtual, a equação de equilíbrio dinâmico pode ser rearranjada, dando origem a:

$$\delta u_n^T \int \int \int (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} u) dx dy dz - \omega^2 \delta u_n^T \int \int \int (\mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} u_n) dx dy dz = \delta u_n^T \int_s (\mathbf{N}^T p) dS \quad (3.16)$$

Reagrupando a equação anterior, facilmente se chega à seguinte relação:

$$([K] - \omega^2 [M])\{u_n\} = \{p_n\} \quad (3.17)$$

fazendo  $[K]$  e  $[M]$  referência à matriz de rigidez e massa, respetivamente, sendo obtidas da seguinte forma:

$$[K] = \int \int \int_{x y z} ([B]^T [D] [B]) dx dy dz \quad (3.18)$$

$$[M] = \int \int \int_{x y z} ([N]^T \rho [N]) dx dy dz \quad (3.19)$$

Apesar de tanto a matriz  $[B]$  como a matriz  $[N]$  estarem estabelecidas no referencial local  $(\xi, \eta, \zeta)$ , os integrais (3.18) e (3.19) estão definidos para o sistema de coordenadas cartesianas. Esta mudança de referenciais colmata-se recorrendo à seguinte relação:

$$dx dy dz = |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (3.20)$$

onde  $|J|$  representa o determinante da matriz Jacobiana.

Introduzindo a equação (3.20) nos integrais (3.18) e (3.19), é possível reescrever os integrais no sistema de coordenadas locais:

$$[K] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} ([B]^T [D] [B] |J|) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.21)$$

$$[M] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} ([N]^T \rho [N] |J|) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.22)$$

Os limites de integração que anteriormente se estendiam a todo o domínio discretizado passam a limitar-se às dimensões de um elemento finito normalizado, expresso na Figura 3.2.

Atendendo a que os integrais presentes no método dos elementos finitos não apresentam soluções triviais, como os expressos nas equações (3.21) e (3.22), a sua resolução passa pela adoção de técnicas de integração numérica, nomeadamente a quadratura de Gauss. Esta preconiza que um integral definido pode ser aproximado pelo somatório com pesos dos valores assumidos pela função em pontos



específicos no domínio de integração. Assim, os integrais (3.21) e (3.22) podem ser reescritos sob a forma de um triplo somatório, como se ilustra de seguida:

$$[K] = \sum_{\xi_i}^{n_\xi} \sum_{\eta_i}^{n_\eta} \sum_{\zeta_i}^{n_\zeta} \left( [B^T] [D] [B] |J| \right)_{\xi_i, \eta_i, \zeta_i} W_{\xi_i} W_{\eta_i} W_{\zeta_i} \quad (3.23)$$

$$[M] = \sum_{\xi_i}^{n_\xi} \sum_{\eta_i}^{n_\eta} \sum_{\zeta_i}^{n_\zeta} \left( [N^T] \rho [N] |J| \right)_{\xi_i, \eta_i, \zeta_i} W_{\xi_i} W_{\eta_i} W_{\zeta_i} \quad (3.24)$$

onde  $W_{\xi_i}, W_{\eta_i}, W_{\zeta_i}$  correspondem aos pesos associados ao  $i$  ponto de Gauss, localizado em  $\xi = \xi_i$ ,  $\eta = \eta_i$  e  $\zeta = \zeta_i$ , e  $n_\xi, n_\eta, n_\zeta$  o número de pontos de gauss considerados para cada uma das dimensões. O modelo numérico aqui exposto apenas considerou 8 pontos de Gauss, estando na Figura 3.2 ilustrado o seu posicionamento e no Quadro 3.1 as coordenadas dos mesmos e respetivos pesos associados.

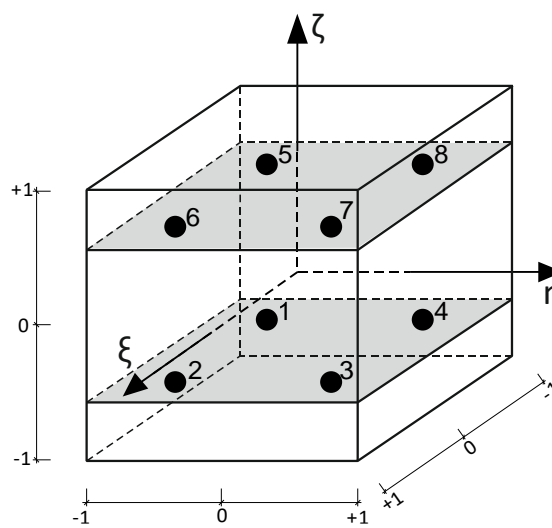


Figura 3.2- Localização dos pontos de Gauss num elemento finito normalizado.

Quadro 3.1 – Coordenadas e pesos dos pontos de Gauss.

Ponto de Gauss	$\xi_i$	$\eta_i$	$\zeta_i$	$W_i$
1	-0,5773502692	-0,5773502692	-0,5773502692	1,0
2	+0,5773502692	-0,5773502692	-0,5773502692	1,0
3	+0,5773502692	+0,5773502692	-0,5773502692	1,0
4	-0,5773502692	+0,5773502692	-0,5773502692	1,0
5	-0,5773502692	-0,5773502692	+0,5773502692	1,0
6	+0,5773502692	-0,5773502692	+0,5773502692	1,0
7	+0,5773502692	+0,5773502692	+0,5773502692	1,0
8	-0,5773502692	+0,5773502692	+0,5773502692	1,0

A determinação dos deslocamentos nodais para todo o domínio exige a determinação prévia das matrizes de rigidez e massa para todos os elementos. Estas são assembladas em matrizes globais, como se expressa na equação (3.25), estabelecendo o sistema de equações do domínio, que será resolvido após a aplicação das condições fronteira em questão.

$$\left( [K]^{global} - \omega^2 [M]^{global} \right) \{u_n\} = \{p_n\} \quad (3.25)$$

### 3.2.3 TRATAMENTO DAS FRONTEIRAS ARTIFICIAIS PELA TÉCNICA DO PML

#### 3.2.3.1 Conceitos gerais

A análise de meios contínuos e indefinidos, como o caso de maciços geotécnicos, com recurso ao método dos elementos finitos apresenta diversas dificuldades. A obrigatoriedade da truncatura do domínio a simular impede que a condição de radiação de Sommerfeld seja verificada, exigindo, deste modo, o de tratamento das reflexões espúrias nos limites do domínio. Esta condição é conseguida

recorrendo ao método das camadas de absorção perfeita, vulgarmente conhecido pela sua nomenclatura inglesa como o método PML (*Perfectly Matched Layers*).

O princípio de funcionamento intrínseco à formulação PML é relativamente simples, caracterizando-se por uma camada exterior ao domínio simulado com propriedades não refletivas e de absorção de energia incidente. Esta camada não implica qualquer reflexão, quer no limite do domínio do PML, quer na interface entre o domínio de interesse e o domínio PML. A camada PML deverá, deste modo, cumprir o requisito de não reflexão, bem como a condição de absorção ou decaimento da resposta. A primeira condição, como se depreende, obriga à continuidade da solução alcançada, conseguindo-se a partir da extensão da equação governativa do problema ao domínio do PML. Desta forma, qualquer reflexão espúria na interface entre domínios fica acautelada. Já a condição de atenuação é garantida introduzindo uma função de decaimento na formulação do método dos elementos finitos original, não sendo hipotecada a lei constitutiva do material [154]. Importa referir que a consideração de coordenadas complexas no domínio PML dá cumprimento a ambos os aspetos previamente enunciados [85, 154, 155].

### 3.2.3.2 Formulação matemática

Como referido na secção anterior, é imperativo estabelecer a mudança de referencial geométrico do domínio descrito pelo PML para o domínio complexo [155]. Esta transformação é possível através das seguintes funções de mudança de referencial, aplicadas às três dimensões espaciais:

$$\tilde{x} = \int_0^x \lambda_x(x) dx \quad (3.26)$$

$$\tilde{y} = \int_0^y \lambda_y(y) dy \quad (3.27)$$

$$\tilde{z} = \int_0^z \lambda_z(z) dz \quad (3.28)$$

em que  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  e  $\lambda_z$ , representam as funções de transformação nas respetivas direções, e  $x$ ,  $y$  e  $z$  as dimensões da camada referente ao PML.

À semelhança das coordenadas, verifica-se a necessidade de se estabelecer igualmente uma relação entre as derivadas nodais em ambos os espaços, físico e complexo traduzidas nas seguintes relações:

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} = \frac{1}{\lambda_x(x)} \frac{\partial}{\partial x} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\lambda_y(y)} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} = \frac{1}{\lambda_z(z)} \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.31)$$

dando origem a um novo operador diferencial  $[L_{PML}]$  e a uma matriz  $[B_{PML}]$ , que resulta do produto do operador  $[L_{PML}]$  pela matriz  $[N]$ :

$$[L_{PML}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_x(x)} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_y(y)} \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_z(z)} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{\lambda_y(y)} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{1}{\lambda_x(x)} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda_z(z)} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{\lambda_y(y)} \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{1}{\lambda_z(z)} \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{1}{\lambda_x(x)} \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

A solução no interior do domínio PML, como já se referiu, satisfaz a mesma equação diferencial que no domínio interesse. Assim, a equação de equilíbrio que resulta da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais às equações de Navier no domínio da frequência (equação (3.3)) permanece válida no interior do domínio PML. Considerando ainda que as condições de equilíbrio se descrevem através de variáveis nodais, sendo a variável primária o campo de deslocamentos, a abordagem PML pode ser definida com o mesmo procedimento inerente ao MEF, desde que as relações de mudança de

coordenadas sejam salvaguardadas. Partindo deste pressuposto, e fazendo uso do procedimento de Galerkin, é possível estabelecer as matrizes de rigidez,  $[K_{PML}]$ , e de massa,  $[M_{PML}]$ , para o domínio afeto ao PML:

$$[K_{PML}] = \iiint_{xyz} \left( [B_{PML}]^T [D] [B_{PML}] \lambda_x(x) \lambda_y(y) \lambda_z(z) \right) dx dy dz \quad (3.33)$$

$$[M_{PML}] = \iiint_{xyz} \left( [N]^T \rho [N] \lambda_x(x) \lambda_y(y) \lambda_z(z) \right) dx dy dz \quad (3.34)$$

Um aspeto a salientar prende-se com a flexibilidade que a região do PML exhibe para absorver energia nas três dimensões espaciais, ou até mesmo não absorver qualquer energia. Como se depreende, na eventualidade das funções de transformação  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  e  $\lambda_z$  assumirem valor unitário, as equações (3.33) e (3.34) redundam nas equações (3.18) e (3.19), não apresentando o elemento finito capacidades absorventes.

Tendo em conta o exposto, é possível verificar que a incorporação de uma formulação PML 3D num método numérico alicerçado no MEF 3D não apresenta consideráveis obstáculos quando definidas as funções de transformação de referencial. Estas podem ser derivadas através da continuidade da solução para além do domínio de interesse, tendo o cuidado de corresponderem a soluções suaves de atenuação, a fim de se evitarem reflexões espúrias no interior da região do PML [154]. Neste contexto, e tendo em conta todas as exigências supra enunciadas, as funções de transformação podem ser obtidas com recurso às seguintes equações:

$$\lambda_x(x) = \frac{2\pi}{abs(k)} \frac{x}{H_x} - i \left( \frac{x}{H_x} \right)^2 \frac{k_0}{k} \quad (3.35)$$

$$\lambda_y(y) = \frac{2\pi}{abs(k)} \frac{y}{H_y} - i \left( \frac{y}{H_y} \right)^2 \frac{k_0}{k} \quad (3.36)$$

$$\lambda_z(z) = \frac{2\pi}{\text{abs}(k)} \frac{z}{H_z} - i \left( \frac{z}{H_z} \right)^2 \frac{k_0}{k} \quad (3.37)$$

onde  $k_0$  representa uma constante de valor adequado (no presente estudo adotou-se o valor sugerido por Basu e Chopra em [85],  $k_0 = 20$ ),  $H_x$ ,  $H_y$  e  $H_z$  representam a espessura da camada absorvente nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respetivamente, e  $k$  o número de onda correspondente ao comprimento de onda propagante, determinado através da equação (3.38).

$$k = \frac{\omega}{C_s} \quad (3.38)$$

em que  $C_s$  é a velocidade de propagação das ondas de corte do maciço geotécnico.

Ao contrário de soluções propostas por outros autores, as funções de mudança de referencial apresentam parte real não unitária [84, 154], dependendo esta do número de onda propagante. A componente real das funções de mudança de referencial é introduzida a fim de permitir que a malha de elementos finitos se ajuste ao comprimento de onda propagante [156]. Desta forma, a malha de PML, no método proposto, é forçosamente gerada com 1 metro de espessura, dividindo-se em 6 sub-camadas. Esta divisão, inicialmente discutida por Yang & Hung [81], e validada mais tarde por Alves Costa et al. [156], corresponde ao número otimizado de divisões para o qual a acuidade dos resultados não é comprometida.

Por último, e como referido na secção anterior, a determinação do campo de deslocamentos nodais é possível após a assemblagem das matrizes de rigidez e massa, quer dos elementos finitos, quer dos elementos PML, bem como da introdução de condições fronteira de Neumann e de Dirichlet. Nesta conformidade, o sistema de equações global pode ser enunciado da seguinte forma:

$$\left( [K_{PML}^{global}(\omega)] + [K_{MEF}^{global}] - \omega^2 \left( [M_{PML}^{global}(\omega)] + [M_{MEF}^{global}] \right) \right) \{u_n(\omega)\} = \{p_n(\omega)\} \quad (3.39)$$

### 3.2.4 VALIDAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO 3D MEF-PML

Concluída a apresentação formal do modelo numérico, baseado no método dos elementos finitos, impõe-se a necessidade de validação do mesmo, sendo apresentados, no decorrer da presente secção

alguns exemplos. Desenvolveu-se, ainda, uma discussão referente à exigência computacional inerente a uma análise tridimensional de um meio contínuo, como os maciços geotécnicos, submetido a solicitações dinâmicas. A comprovação da acuidade dos resultados advindos dos métodos numéricos estabeleceu-se pela comparação direta com os homólogos obtidos através do modelo numérico 2.5D MEF-PML com elementos quadráticos [151], desenvolvido no seio do grupo de investigação onde o autor se insere. Atendendo a que foram implementados dois tipos de elementos volumétricos, paralelepípedos lineares e quadráticos, é ainda desenvolvido um estudo que visa a quantificação do impacto subjacente à adoção de elementos finitos de ordem superior.

A fim de alcançar os objetivos previamente enunciados, foi idealizado um caso de estudo transversal a todas as validações que se apresentam de seguida. O cenário escolhido, como ilustrado na Figura 3.3, corresponde a um maciço semi-indefinido de carácter homogéneo, solicitado por uma carga distribuída harmónica de posição fixa. Importa referir que o presente caso de estudo foi idealizado com o intuito exclusivo da validação numérica, estando o autor ciente da sua desadequação em traduzir a realidade de um maciço geotécnico.

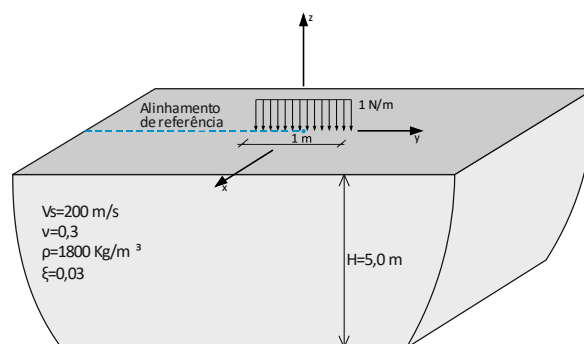


Figura 3.3 – Características gerais do caso de estudo.

Dadas as condições de simetria geométrica e de carregamento do caso de estudo, apenas metade do domínio será simulado no modelo 2.5D MEF-PML e um quarto no modelo 3D MEF-PML. As malhas de elementos finitos adotadas para ambos os modelos foram dimensionadas de modo a que a truncatura do domínio não influenciasse o estado de deformação determinado. Deste modo, adotou-se para a dimensão vertical, como se ilustra na Figura 3.3, 5 metros e para a dimensão horizontal 10 metros. A dimensão longitudinal, somente requerida no modelo 3D, uma vez que o modelo 2.5D a incorpora por via analítica, foi adotada, igualmente, com 10 metros de extensão. As malhas de elementos finitos produzidas para cada um dos modelos encontram-se ilustradas na Figura 3.4, onde se encontra bem

patente a característica diferenciadora entre os modelos numéricos considerados, no que diz respeito à discretização na direção longitudinal. O número em que as direções horizontal e vertical se dividiram foram tomados como igual, havendo assim, o mesmo número de nós no plano  $x=0$  metros para a malha do modelo 2.5D e a malha 3D MEF-PML com elementos quadráticos. Assumindo a mesma premissa para a discretização da malha 3D de elementos lineares, é gerada uma secção com o mesmo número de elementos que a malha de elementos quadráticos, havendo, no entanto, uma redução massiva no número dos nós, e, consequentemente, nos graus de liberdade a determinar.

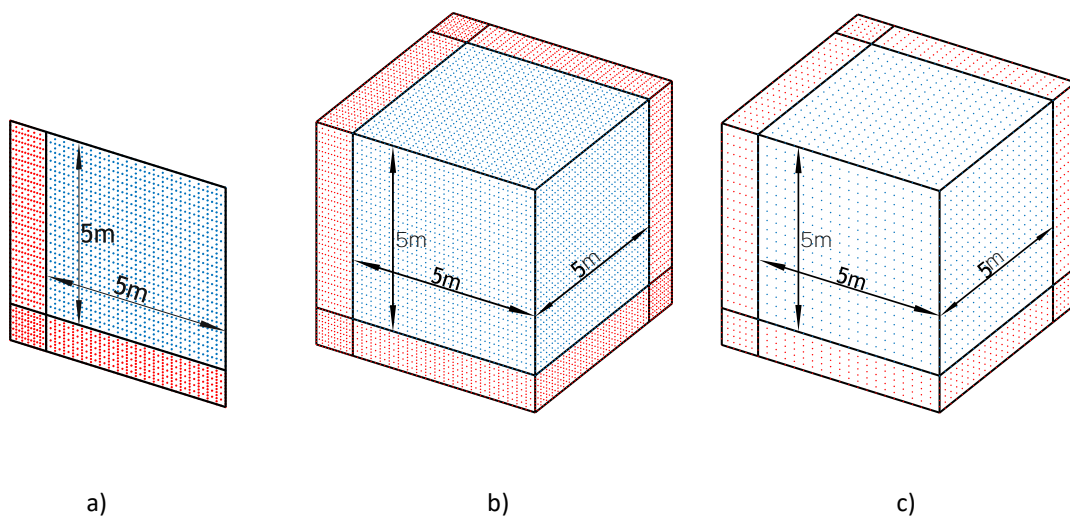


Figura 3.4 – Malhas de elementos finitos geradas para os modelos numéricos: a) 2.5D (2133 nós); b) 3D com elementos quadráticos (76545 nós); c) 3D com elementos lineares (19683 nós).

Como se pode observar através da Figura 3.4, a malha de elementos finitos utilizada pelo modelo numérico 2.5D apresenta o menor número de nós do conjunto das três malhas geradas, traduzindo-se numa maior eficiência de cálculo. Não obstante este facto, importa referir que pese embora os modelos 2.5D necessitem de malhas consideravelmente inferiores exigem a resolução do sistema de equações para diversos números de onda podendo levar à perda de eficiência computacional destes modelos. Outro aspeto a salientar prende-se com a acentuada redução de nós quando se simplifica a ordem do elemento volumétrico utilizado na discretização das malhas 3D, tendo-se passado de 76545 para 19683. Face ao exposto, percebe-se a eficiência inerente aos modelos numéricos 2.5D, atendendo a que obrigam à discretização de malhas com um menor número de nós, tornando-os, indiscutivelmente, mais céleres. No entanto, estes assumem uma invariância da secção transversal ao



longo da direção de desenvolvimento, constituindo grande parte das vezes uma simplificação ao cenário real.

Para avaliar a acuidade do modelo 3D MEF-PML em traduzir o campo de deformações a que um meio contínuo está sujeito quando atuado por uma solicitação harmónica, foram considerados três casos de estudo. Estes correspondem à aplicação de três frequências de oscilação distintas, 25Hz, 50Hz e 75Hz, ficando assim caracterizado o intervalo de frequências habitualmente considerado em análises de vibrações induzidas por tráfego ferroviário [111].

Iniciando a análise pela frequência de 25Hz, pode observar-se na Figura 3.5 as componentes real e a imaginária do deslocamento vertical para o alinhamento de referência ilustrado na Figura 3.3. Importa referir que o eixo das abcissas caracteriza, como se depreende, a distância ao ponto de aplicação da carga ( $y=5$  m), representando o valor 0 o início da camada absorvente. A concordância entre resultados provenientes dos modelos numéricos com elementos quadráticos é praticamente perfeita para ambas as componentes do deslocamento.

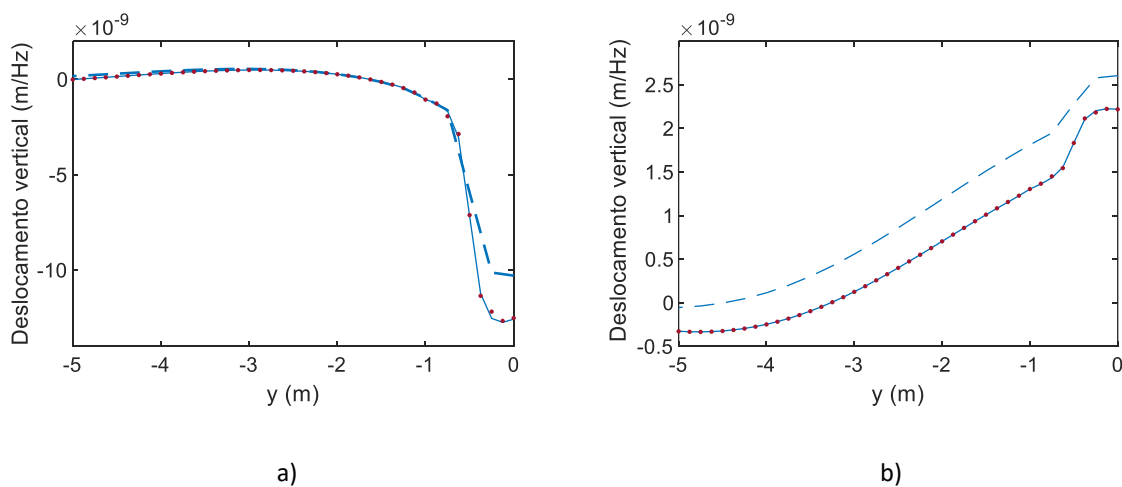


Figura 3.5 – Deslocamento vertical do alinhamento de referencia: a) Componente real; b) Componente imaginária (2.5D – ponteadado vermelho; 3D com elementos quadráticos – linha azul; 3D com elementos lineares – linha azul interrompida).

Contudo, a resposta obtida com a malha constituída por elementos lineares apresenta duas características a realçar. Como se consegue verificar, existe uma grosseira aproximação do deslocamento adjacente à zona carregada, perpetuando-se em todo a superfície nas componentes imaginárias. No entanto, a morfologia da resposta quer na componente real, como na imaginária é bem captada.

A análise de um alinhamento à superfície permite constatar a adequabilidade do modelo numérico em traduzir, com acuidade, o campo de deslocamentos sob atuação de uma carga harmónica. Contudo, apresenta a desvantagem de representar exclusivamente um troço da secção simulada. Assim, e com o intuito de ilustrar uma validação global, o autor optou por representar o valor do deslocamento de cada nó segundo uma escala de cores, apresentando-se na Figura 3.6 o deslocamento vertical para ambas as componentes obtidas segundo os diversos métodos numéricos considerados.

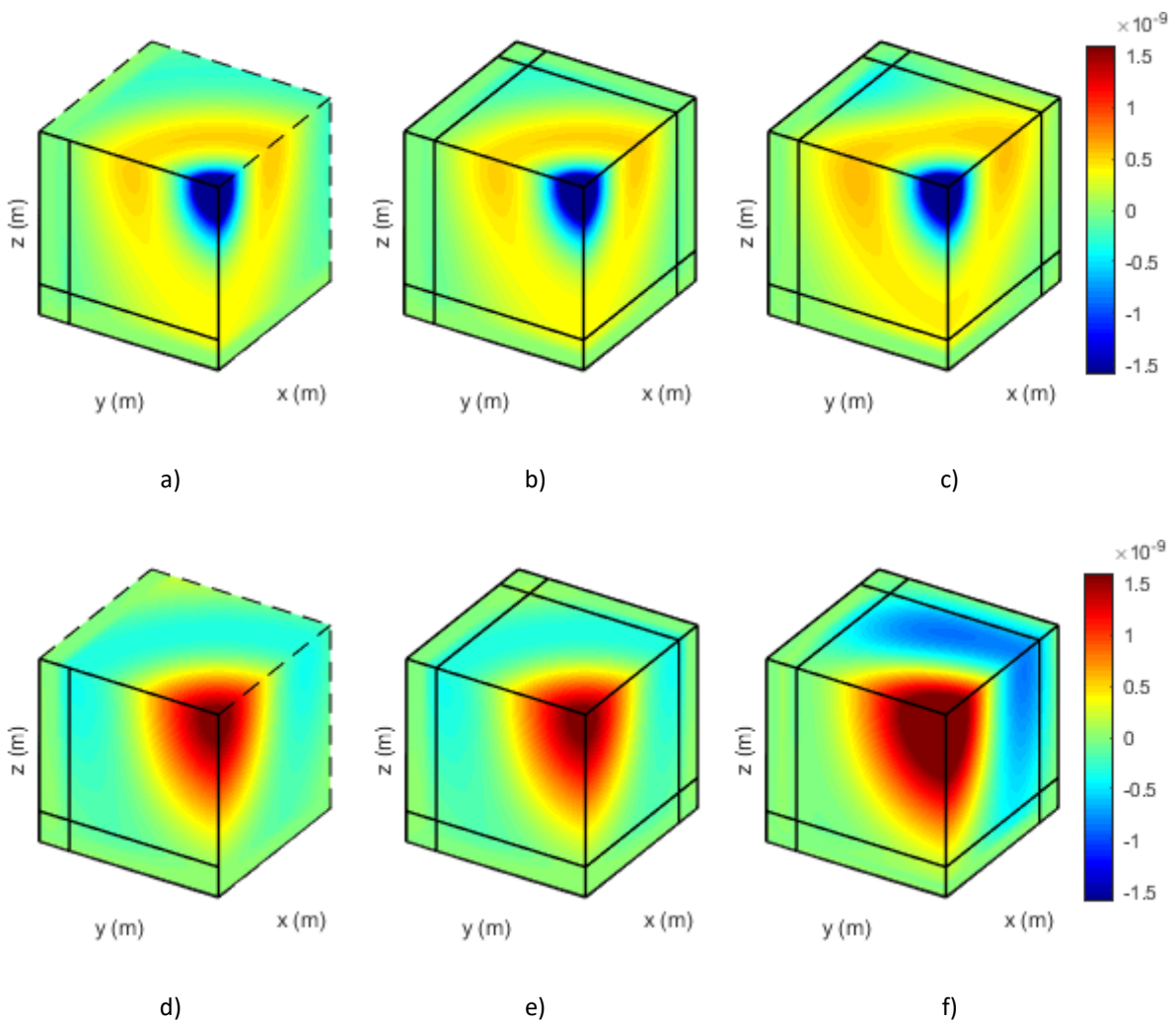


Figura 3.6 – Deslocamentos verticais para 25 Hz: a) componente real 2.5D; b) componente real 3D com elementos quadráticos, c) componente real 3D com elementos lineares, d) componente imaginária 2.5D; e) componente imaginária 3D com elementos quadráticos, f) componente imaginária 3D com elementos lineares.

Mais uma vez se pode comprovar a adequabilidade do modelo 3D com elementos quadráticos em traduzir corretamente o campo de deslocamentos em todo o domínio. O mesmo não se verifica para o caso do modelo com elementos lineares, onde se observa uma diferença generalizada dos resultados obtidos quando comparado com o caso de referência.

A interpretação da componente imaginária produz conclusões análogas às anteriormente referidas, sendo evidente a semelhança entre os modelos 2.5D e 3D com elementos quadráticos, bem como a débil adequabilidade manifestado pelo modelo 3D com elementos lineares em simular a resposta.

A mesma estratégia de análise foi seguida na interpretação dos resultados para as frequências de 50 Hz e 75 Hz. Importa referir que, por semelhante que seja a análise dos resultados, é recomendável a sua interpretação a fim de se verificar a inexistência de perturbações locais, tendo em conta que frequências mais altas representam menores comprimentos de onda e, conseqüentemente, mais sensíveis aos parâmetros locais da malha.

Posto isto, na Figura 3.7, é apresentado o mesmo alinhamento à superfície para as frequências de 50Hz e 75 Hz, sendo as conclusões semelhantes às anteriores. A robustez dos elementos quadráticos 3D provaram, novamente, ser capazes de traduzir corretamente, tanto nos 50 Hz como nos 75 Hz, o campo de deformação imposto por uma solicitação de carácter harmónico. Pelo contrário, e corroborando o esperado, os elementos lineares produzem uma aproximação grosseira dos resultados, captando com alguma razoabilidade, a morfologia da resposta. Salienta-se que a maior discrepância entre resultados observados para os elementos lineares ocorre numa zona adjacente à aplicação do carregamento, dissipando-se esta diferença à medida que se afasta da zona carregada.

Encontra-se sumariada na Figura 3.8 uma perspetiva geral do campo de deformação obtido para a frequência de 50 Hz. Mais uma vez a concordância entre resultados provenientes dos modelos constituídos por elementos quadráticos é evidente, corroborando as conclusões retiradas da Figura 3.7. Contrariamente, o campo de deslocamentos obtido pelo modelo alicerçado em elementos lineares apresenta um erro transversal a todas as frequências analisadas, justificado pela adoção de um elemento de ordem inferior.

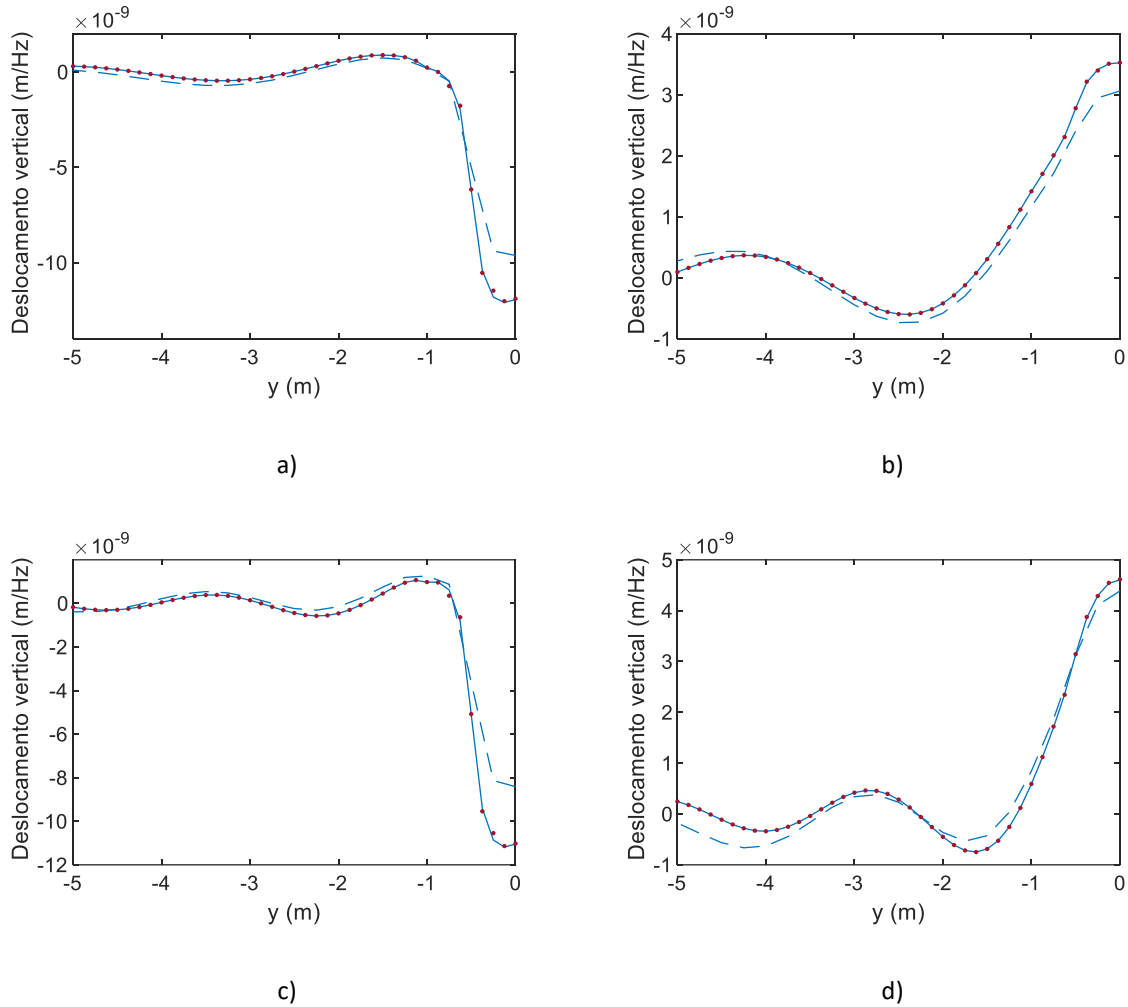


Figura 3.7 – Deslocamento vertical do alinhamento à superfície no plano de carregamento: a) 50 Hz componente real; b) 50 Hz componente imaginária, c) 75 Hz componente real; d) 75 Hz componente imaginária.

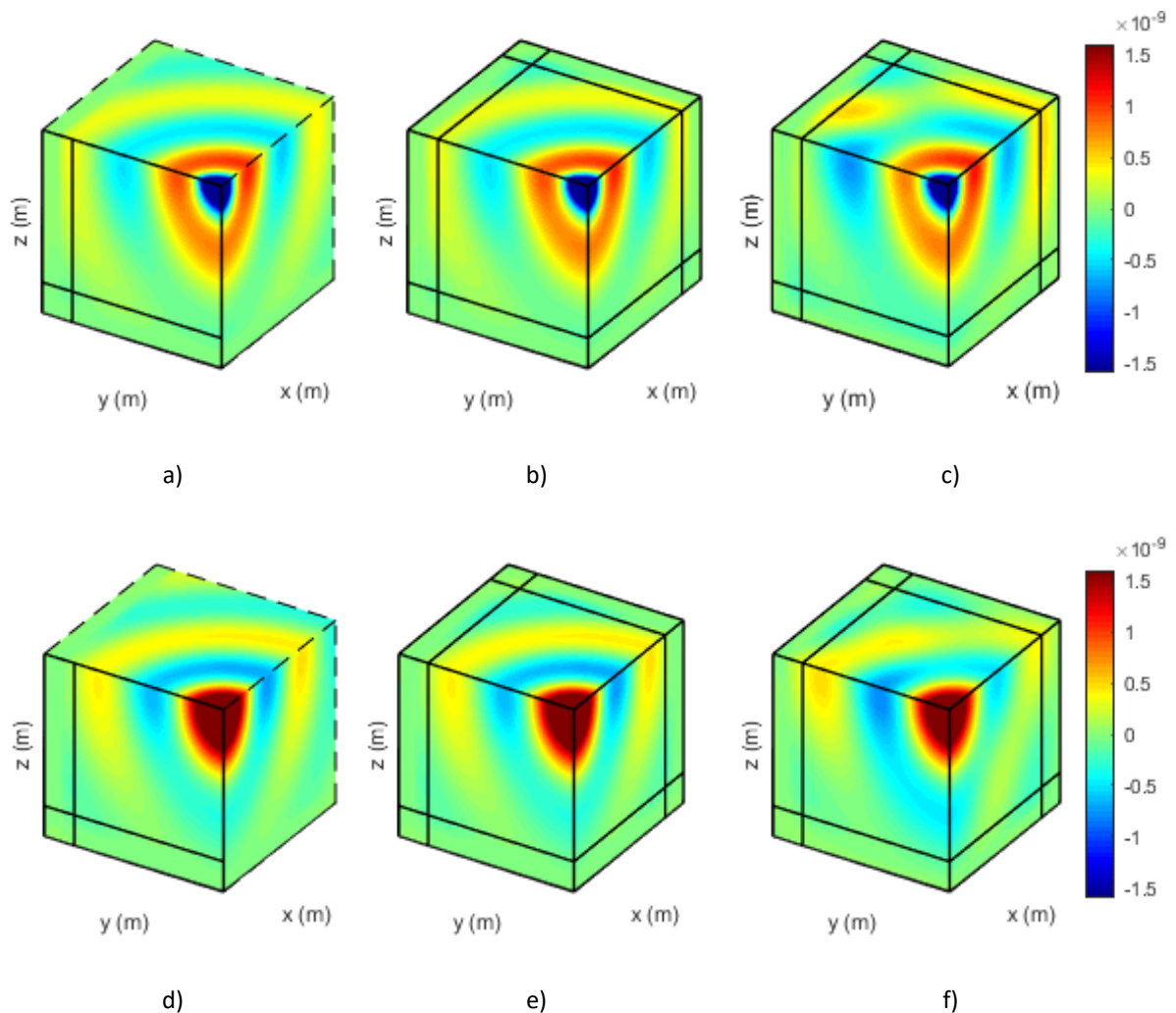


Figura 3.8 – Deslocamento vertical para 50 Hz: componente real: a) modelo 2.5D; b) modelo 3D com elementos quadráticos, c) modelo 3D com elementos lineares; componente imaginária: d) modelo 2.5D; e) modelo 3D com elementos quadráticos; f) modelo 3D com elementos lineares.

Concluído o escrutínio do campo de deslocamentos para a frequência de excitação de 50 Hz, apresenta-se na Figura 3.9 a perspectiva geral dos resultados obtidos para uma solicitação harmónica com 75 Hz. Conclusões semelhantes podem ser retiradas para o campo de deslocamentos alcançado, predominando a excelente aproximação entre o modelo 3D com elementos quadráticos e o modelo numérico de referência bem como a débil tradução do campo de deformação por parte do modelo 3D com elementos lineares. Contudo, a convergência da resposta no método dos elementos finitos para solicitações lineares é mais instável quando comparada com solicitações planares. Assim, no sentido de evidenciar a maior discrepância entre as respostas o autor optou por uma solicitação mais instável.

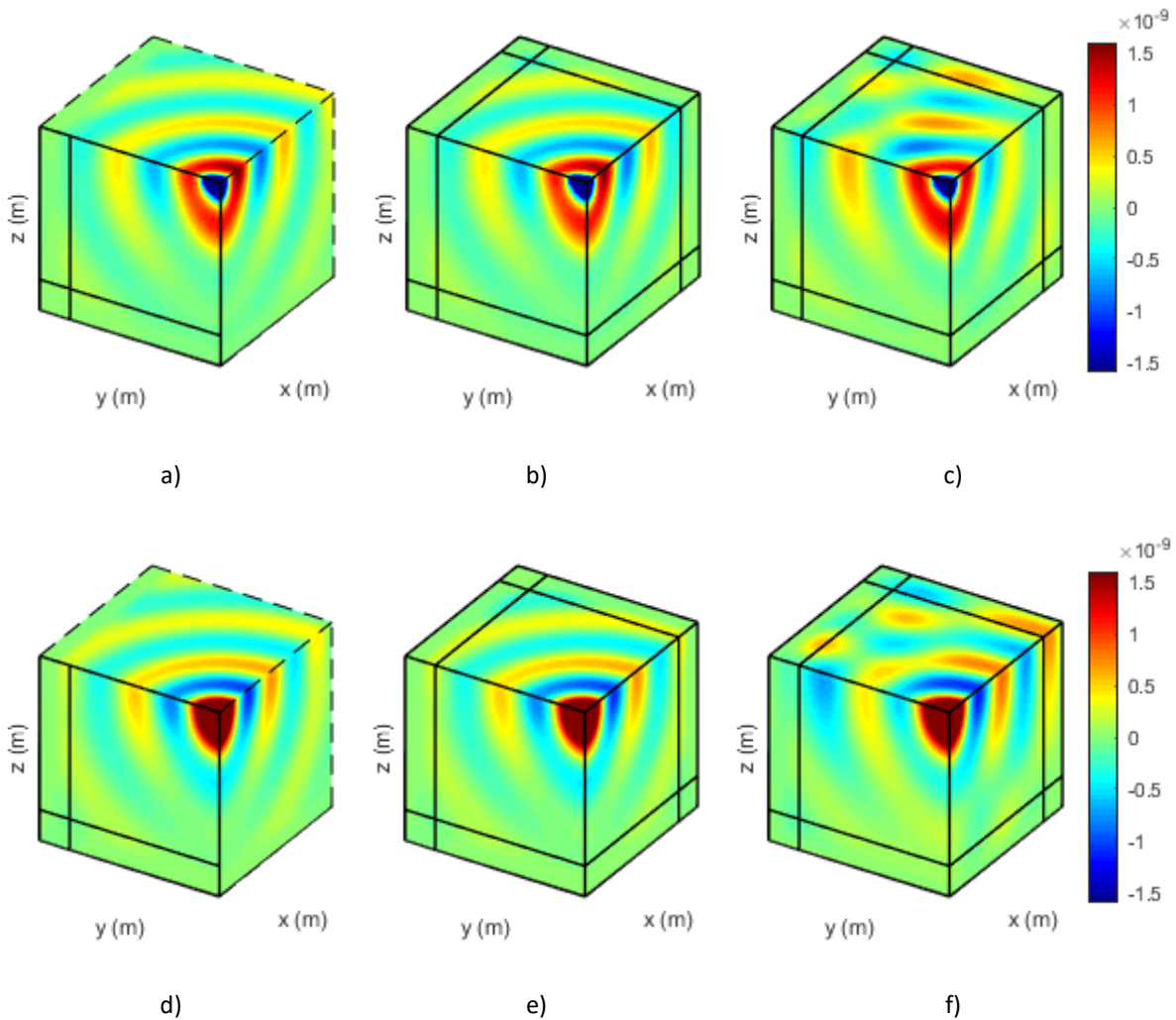


Figura 3.9 – Deslocamento vertical para 75 Hz: componente real: a) modelo 2.5D; b) modelo 3D com elementos quadráticos, c) modelo 3D com elementos lineares; componente imaginária: d) modelo 2.5D; e) modelo 3D com elementos quadráticos; f) modelo 3D com elementos lineares.

Importa reforçar que o presente caso de estudo assumiu como condição transversal a todas as malhas conter o mesmo número de divisões, tanto transversais como longitudinais, para os modelos 3D, resultando, conseqüentemente, no mesmo número de elementos finitos para um dado plano. No entanto, preconizar o mesmo número de divisões origina um desequilíbrio ao nível dos nós gerados entre as malhas 3D quadráticas e lineares, já que elementos quadráticos contemplam 12 nós adicionais comparativamente com elementos lineares.

Assumindo o mesmo número de elementos finitos por plano, é possível avaliar a eficiência computacional intrínseca a cada modelo, característica indispensável quando se aborda modelação

numérica. Para este efeito, o cálculo de cada uma das frequências previamente apresentadas foi cronometrado, apresentando-se o tempo médio de cálculo para os diversos modelos enunciados na Figura 3.10. Este tempo representa a média aritmética dos tempos registados para as três frequências analisadas.

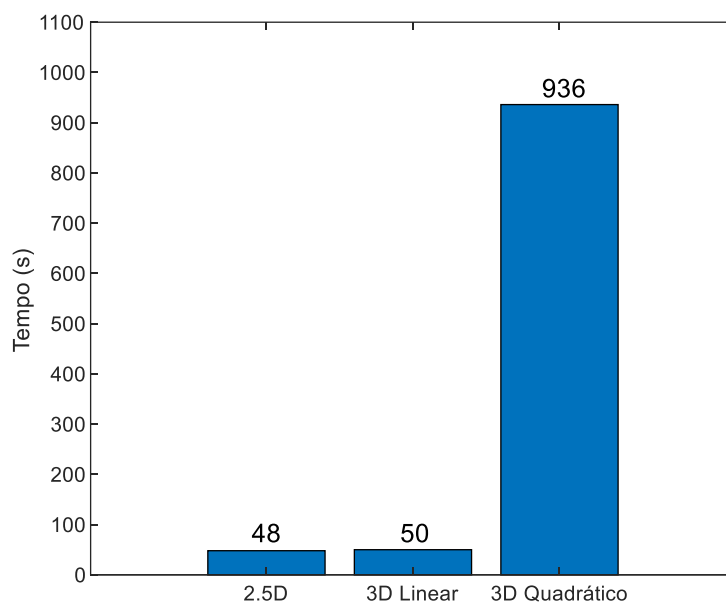


Figura 3.10 – Tempo médio de cálculo registado para os diversos modelos numéricos.

Como previsível, o modelo numérico de referência, 2.5D, apresenta-se como o mais eficaz do ponto de vista computacional, sendo esta característica uma das suas maiores vantagens. No que diz respeito aos modelos 3D, e iniciando a discussão pelo modelo 3D quadrático, facilmente se comprova a maior desvantagem que métodos tridimensionais acarretam, o tempo de processamento. A discretização da direção longitudinal nos modelos 3D ocorre, no presente estudo, à custa de um agravamento no tempo de processamento de praticamente 2000%, sendo facilmente justificado por dois motivos. O mais perceptível está relacionado com o incremento do número de nós da malha, que no presente caso de estudo aumentou de 2133 para 76545. Tal aumento traduz-se em matrizes com dimensões superiores e, conseqüentemente, em tempos de cálculo amplificados. Adicionalmente, a largura de banda das matrizes justifica a dupla penalização no tempo de cálculo, já que a conexão de cada elemento aos elementos vizinhos, no modelo 3D quadrático, é realizada à custa da compatibilização de um maior número de nós, como ilustra pela Figura 3.11.

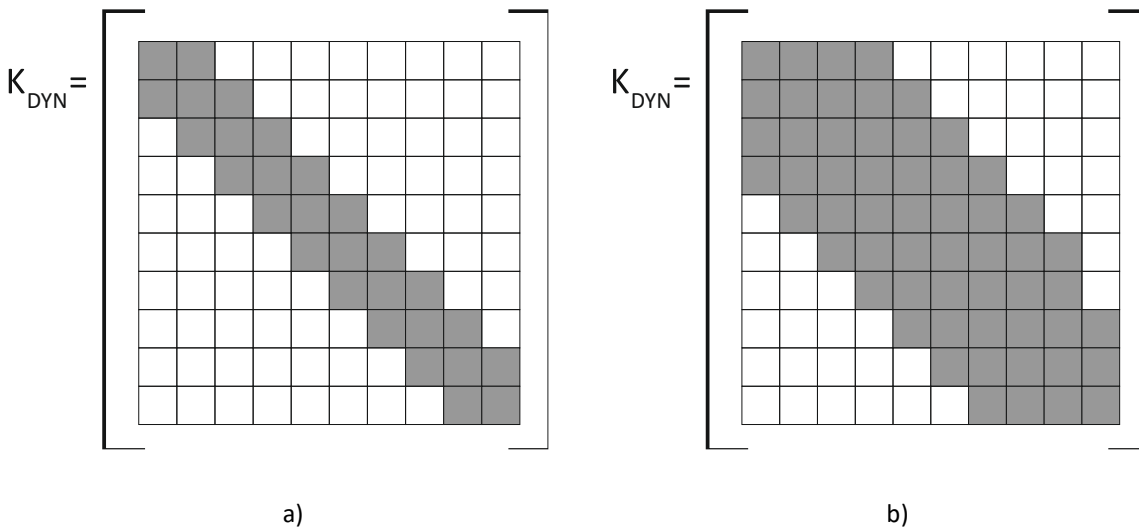


Figura 3.11 – Ilustração da largura de banda da matriz dinâmica para: a) elementos finitos lineares; b) elementos finitos quadráticos.

Tendo em consideração o acima referido, facilmente se compreende o aumento exponencial no tempo de cálculo requerido pelo modelo 3D quadrático. Sem embargo, o modelo 3D linear é resolvido num tempo semelhante ao obtido pelo modelo de referência, traduzindo-se a redução da ordem do elemento finito numa clara eficiência numérica. Atendendo a que o modelo 3D linear produz uma discretização com um número inferior de nós, e, concomitantemente, uma conexão entre elementos finitos adjacentes através de um menor número de nós, a otimização temporal fica inevitavelmente fundamentada.

### 3.2.5 ESTUDO DE SENSIBILIDADE REFERENTE À DISCRETIZAÇÃO DE ELEMENTOS LINEARES

Face ao anteriormente apresentado, conclui-se que modelos numéricos 3D semelhantes podem exibir desempenhos, quer ao nível da acuidade dos resultados quer ao nível da eficiência numérica, claramente distintos. Ficou patente, ainda, a relação de compromisso entre acuidade de resultados e tempo de cálculo na adoção de modelos 3D em detrimento de modelos 2.5D, bem como na consideração de elementos quadráticos ao invés de lineares. Importa referir que, por muito sugestiva que seja a adoção do modelo 3D linear pela eficiência numérica que lhe é intrínseca, o erro que este acarreta pode inviabilizar a sua escolha quando imperam análises mais precisas.



Deste modo, o autor optou por estudar uma nova premissa no processo de discretização da malha linear com o intuito de diminuir o erro produzido pela adoção de elementos mais simples, não hipotecando a eficiência do cálculo. Tendo em conta que a diferença de elementos impossibilita a semelhança da malha, privilegiou-se a aproximação do número de nós entre mesmas em detrimento da igualdade entre o número de elementos. O processo de discretização teve o cuidado de não distorcer a morfologia da malha de elementos finitos, previamente desenvolvida, chegando-se à malha ilustrada na Figura 3.12 c), caracterizada por 81733 nós. Esta, como se pode observar, possui um acréscimo de nós de 6,7% comparativamente à malha de elementos quadráticos. Atendendo a que o estudo aqui desenvolvido visa ilustrar o impacto que o processo de discretização acarreta, o autor optou por comparar os resultados provenientes da nova malha de elementos lineares com os da malha de elementos quadráticos da secção anterior. Para balizar a variação provocada com o processo de discretização, são apresentados em simultâneo os resultados que a malha de elementos lineares anterior produziu.

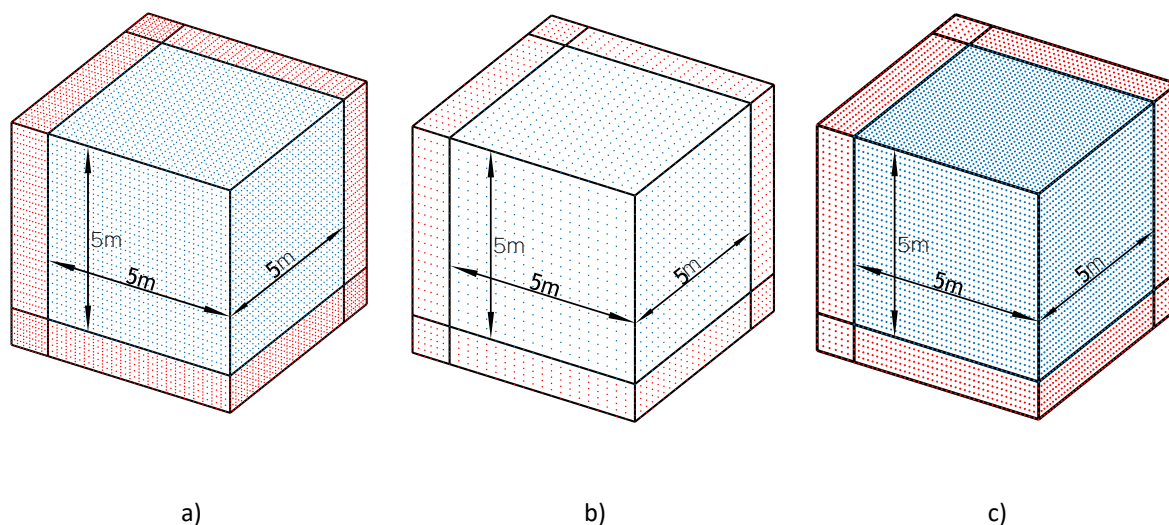


Figura 3.12 – Malhas de elementos finitos: a) Elementos quadráticos (76545 nós); b) Elementos lineares (19683 nós); c) Elementos lineares (81733 nós).

O processo de análise desenvolveu-se de forma análoga à secção anterior, sendo a nova malha submetida a uma solicitação harmónica não móvel com as mesmas frequências de oscilação adotadas para o estudo de validação do modelo numérico, 25 Hz, 50 Hz e 75Hz. Os resultados obtidos em termos de deslocamentos verticais, quer para as componentes reais, quer para as imaginárias, encontram-se expressos na Figura 3.13. É notório a aproximação entre a componente real dos resultados da nova

malha de elementos lineares com os resultados obtidos adotando elementos quadráticos. Este facto corrobora a intuição empírica que discretizações mais refinadas produzirão, obrigatoriamente, resultados mais precisos. Contudo, tal regra não se expressa tão acentuadamente nas componentes imaginárias, não sendo observado, por vezes, ganho algum com a malha mais refinada.

Tendo como intuito verificar a possibilidade em aproximar o resultado obtido entre elementos quadráticos e lineares sem que a eficiência do cálculo seja hipotecada, o presente exemplo carece de análise relativa ao tempo que cada modelo numérico leva a completar uma análise. Desta forma, a Figura 3.14 expressa os tempos de processamento relativos às malhas adotadas no presente estudo.

É possível constatar que o modelo com elementos quadráticos permanece como o modelo mais exigente do ponto de vista computacional. Relativamente ao tempo de cálculo para a nova malha de elementos lineares, é possível verificar que o crescimento no tempo de processamento não acompanha de forma linear o aumento do número de graus de liberdade do modelo. Partindo da malha inicial de elementos lineares, cada cálculo gastava 50 segundos para determinar o deslocamento de 19683 nós, representando 2,5 milissegundos por nó, aproximadamente. Já a nova malha, 81733 nós, eram determinados ao fim de 650 segundos de cálculo, levando 8 milissegundos por nó. Um outro aspeto a salientar é o facto de 81733 nós de uma malha linear serem determinados mais rapidamente que os 76545 nós de uma malha quadrática, evidenciando o previamente referido. O tempo de cálculo depende, obrigatoriamente, do número de graus de liberdade que compõe a malha de elementos finitos bem como da largura de banda da matriz, entenda-se, do número de nós que compatibilizam elementos vizinhos.

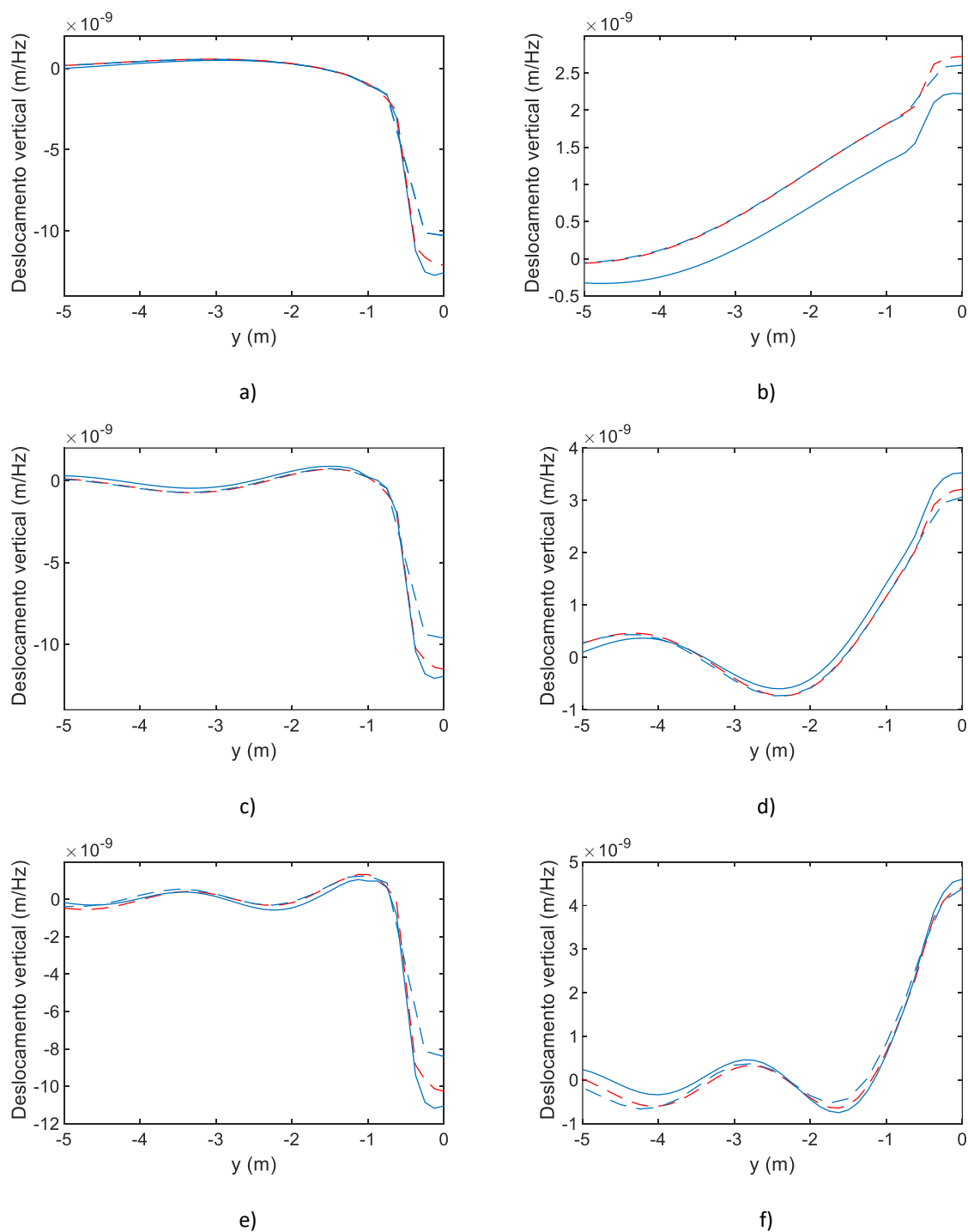


Figura 3.13 – Deslocamentos verticais para o alinhamento à superfície: a) componente real 25Hz; b) componente imaginária 25Hz; c) componente real 50Hz; d) componente imaginária 50Hz; e) componente real 75Hz; f) componente imaginária 75Hz. (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 3D elementos lineares malha mais refinada – linha interrompida vermelho).

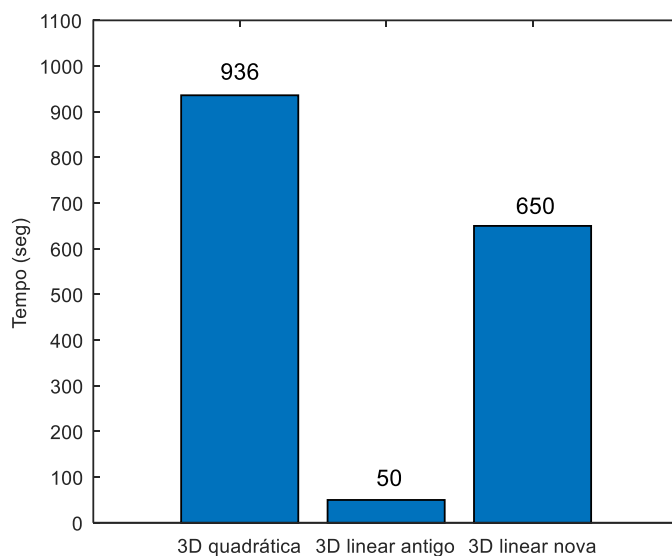


Figura 3.14 – Tempo de processamento para as malhas ilustradas na Figura 3.12.

### 3.3 O MÉTODO 3D MEF-PML PERIÓDICO

#### 3.3.1 CONCEITOS GERAIS

Um dos objetivos da presente dissertação pressupõe o desenvolvimento de um modelo numérico tridimensional capaz de tirar proveito do carácter periódico das estruturas ferroviárias a fim de desenvolver análises realistas e, simultaneamente, eficientes. Como se pode comprovar pelo tópico anterior, estender a secção de estudo em mais uma dimensão acarreta uma penalização considerável na eficiência numérica. Pese embora o desenvolvimento tecnológico verificado nos últimos anos permita um processamento de informação superior, realizar análises com elementos finitos tridimensionais de forma expedita apresenta-se, ainda, como uma dificuldade ou mesmo uma impossibilidade. Este facto condiciona, na maioria dos casos, a escolha de análises mais robustas, tridimensionais, havendo a obrigatoriedade de adotar análises mais expeditas e, inevitavelmente, simplificadas. Assim, e numa tentativa de conjugar eficiência de cálculo e robustez da análise, aperfeiçoou-se o método, previamente apresentado, para que tirasse proveito do carácter periódico que caracteriza as estruturas ferroviárias, bem como o conceito de cristais sónicos.

### 3.3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considerar o carácter periódico numa análise alicerçada em elementos finitos acarreta uma redução massiva na malha requerida comparativamente com a necessária para uma análise puramente tridimensional, aspecto esse analisado a jusante. Esta redução no domínio modelado, sem que a acuidade do resultado seja posta em causa, é possível com a introdução de dois novos conceitos. O primeiro prende-se com a aplicação de uma nova transformada de Fourier relativamente à variável espacial  $x$  ( $x \rightarrow k_1$ ), estabelecendo-se o sistema no domínio  $(k_1, y, z, \omega)$ . À semelhança do método numérico anterior, onde o domínio do tempo se determinava a partir da transformada inversa de Fourier relativamente à frequência, o presente método calcula o deslocamento no espaço  $(x, y, z, \omega)$  através da transformada inversa de Fourier em relação a  $k_1$ :

$$u(x, y, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{u}(k_1, y, z, \omega) e^{ik_1 x} dk_1 \quad (3.40)$$

Esta transformação permite que o campo de deslocamentos 3D para uma carga pontual seja alcançado através da combinação da resposta obtida para um conjunto de ondas planas, apresentando-se na Figura 3.15 um esquema elucidativo do conceito. A configuração de cada onda plana é ditada pelo número de onda associado, podendo observar-se na Figura 3.15 duas configurações distintas. Face ao exposto, para traduzir corretamente o campo de deslocamentos 3D deve considerar-se o contributo dos números de onda com conteúdo energético relevante. Habitualmente, a convergência da resposta fica garantida para um intervalo de ondas entre -20 rad/m e 20 rad/m.

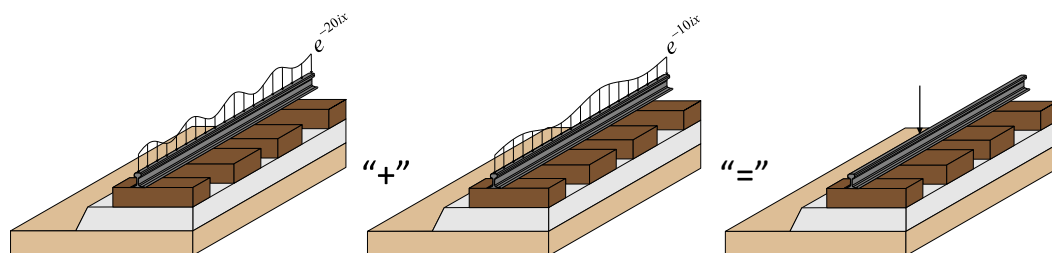


Figura 3.15 – Esquema ilustrativo da decomposição de uma solicitação pontual em ondas planas.

O segundo conceito está relacionado com a prescrição de condições fronteiras alicerçadas na teoria Bloch-Floquet. Esta fornece uma estratégia para se determinar a solução de um sistema de equações lineares ordinárias para um cenário onde se verifiquem condições periódicas na célula [149]. A

estrutura de uma via-férrea é um bom exemplo do carácter periódico de uma estrutura, já que o sistema consiste numa repetição sucessiva de células, como se ilustra Figura 3.16.

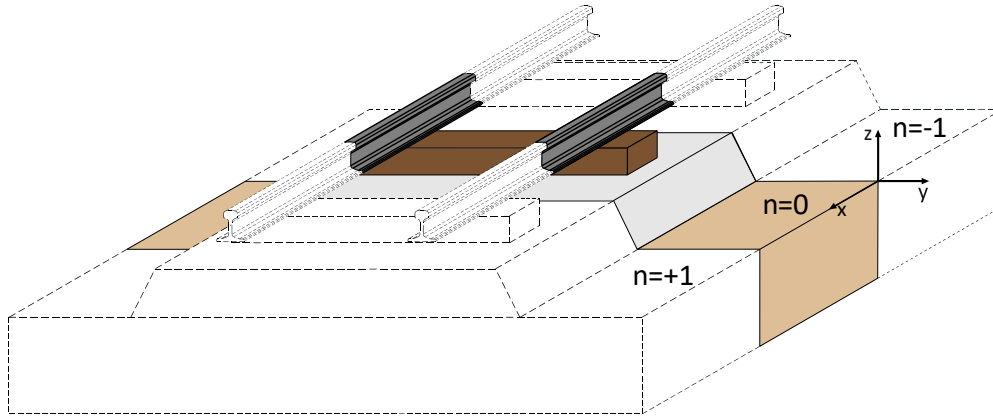


Figura 3.16 – Decomposição de um via-férrea em células periódicas.

Floquet [149] estabeleceu uma relação simples entre o comportamento da solução encontrada para a célula discretizada e o restante meio, a qual se expressa na seguinte igualdade:

$$u_{célula\ n}(k_1, y, z, \omega) = u_{célula\ referência}(k_1, y, z, \omega) e^{n i k_1 d} \tag{3.41}$$

onde  $n$  representa o número da célula que se pretende determinar, correspondendo  $n=1$  e  $n=-1$  à primeira célula a jusante e a montante da célula de referência, respetivamente,  $u_{célula\ n}$  o deslocamento da célula  $n$ ,  $k_1$  ao número de onda e  $d$  à espessura da célula discretizada.

Face ao exposto, facilmente se percebe que inicialmente são calculados os deslocamentos nodais para a célula de referência (célula a cor) com recurso ao método dos elementos finitos, determinando-se de seguida a resposta para as células desejadas (células a tracejado) analiticamente (equação (3.41)). Importa ainda realçar que a variável  $n$  representa o número da célula que se pretende determinar, correspondendo valores positivos a células a jusante da célula de referência e negativos a células a montante. Para que a relação precedente seja válida é necessária a prescrição das condições fronteira na célula de referência, indicadas na Figura 3.17. Nesta, relaciona-se o deslocamento da fronteira anterior com o deslocamento da fronteira posterior, tal que:

$$u_{anterior} = u_{posterior} e^{i k_1 d} \tag{3.42}$$

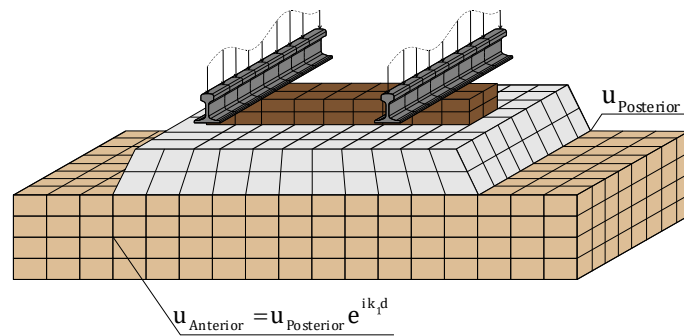


Figura 3.17 – Esquema ilustrativo de uma célula discretizada por elementos finitos com as condições fronteiras de Bloch-Floquet.

Contudo, os nós pertencentes à fronteira posterior são partilhados entre a célula de referência discretizada e a primeira célula a montante não discretizada ( $n = -1$ ), como se observa pela Figura 3.18.

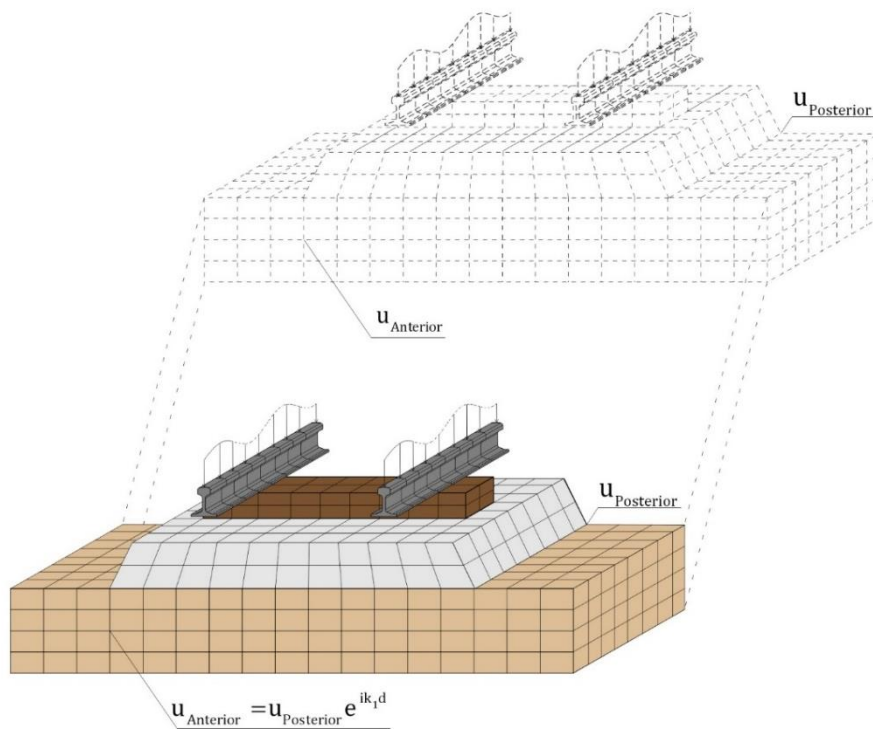


Figura 3.18 – Ilustração da conexão entre a célula de referência e a célula imediatamente anterior.

Assim, para que os nós constituintes da fronteira posterior traduzam a contribuição da célula a imediatamente atrás, logo, não discretizada, é necessário a correção da rigidez e massa recorrendo à equação (3.43).

$$K_{Posterior}(k_1) = K_{Posterior}(k_1) + K_{Anterior}(k_1) \cdot e^{-ik_1 d} \quad (3.43)$$

$$M_{Posterior}(k_1) = M_{Posterior}(k_1) + M_{Anterior}(k_1) \cdot e^{-ik_1 d}$$

A multiplicação da rigidez e massa dos nós pertencentes à fronteira anterior pelo termo  $e^{-ik_1 d}$  traduz a replicação da fronteira anterior da célula  $n = -1$ . Importa referir que, para o sistema de equações ficar corretamente condicionado, a mesma compatibilização tem de ser aplicada ao carregamento, tal que:

$$F_{Posterior}^{Planocarga}(k_1) = F_{Posterior}^{Planocarga}(k_1) + F_{Anterior}^{Planocarga}(k_1) \cdot e^{-ik_1 d} \quad (3.44)$$

Por fim, após a determinação da resposta para o intervalo de números de onda considerado, todo o domínio é invertido com recurso à transformada inversa de Fourier (equação (3.42)), migrando os deslocamentos nodais para o domínio do espaço.

A equação de equilíbrio geral, que para o método anterior dependia exclusivamente da frequência aplicada, no presente método numérico, passa a ser função, quer da frequência de excitação, quer do número de onda selecionado:

$$\left( [K_{PML}^{global}(k_1, \omega)] + [K_{MEF}^{global}] - \omega^2 \left( [M_{PML}^{global}(k_1, \omega)] + [M_{MEF}^{global}] \right) \right) \{u_n(k_1, \omega)\} = \{p_n(k_1, \omega)\} \quad (3.45)$$

Como se pode identificar, as matrizes associadas aos elementos PML dependem da frequência aplicada bem como do número de onda considerado. Tal dependência estabelece-se num coeficiente que integra as funções de transformação, o número de onda propagante  $k$ , passando a equação (3.38) à seguinte:

$$k = \sqrt{\left( \frac{\omega}{C_s} \right)^2 - k_1^2} \quad (3.46)$$



### 3.3.3 VALIDAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO 3D MEF-PML PERIÓDICO

De forma análoga à validação numérica previamente apresentada, foi adotado um caso de estudo semelhante ao anterior, encontrando-se as características geométricas bem como as propriedades mecânicas ilustradas na Figura 3.19, sendo a secção submetida à solicitação harmónica parada com as frequências 25 Hz, 50 Hz e 75 Hz.

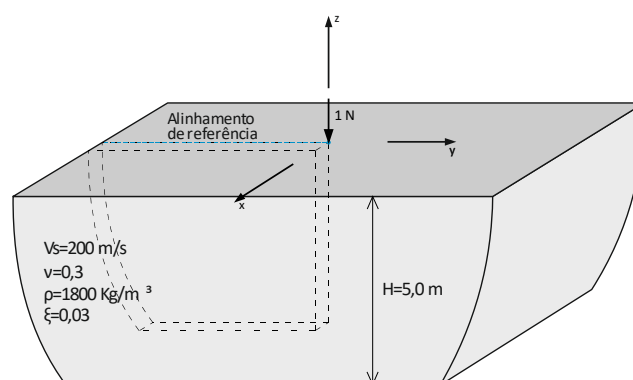


Figura 3.19 – Características gerais do caso de estudo para a validação dos métodos periódicos.

A validação do presente método numérico decorreu, tal como adotado no caso anterior, através da comparação direta entre resultados provenientes do método 2.5D MEF-PML [151], e os obtidos pelo 3D MEF-PML periódico. Desta forma, a estratégia de discretização aqui imposta desenvolveu-se de forma análoga à anterior, gerando malhas precisamente idênticas, com a particularidade de a dimensão longitudinal corresponder à espessura de um elemento finito, como se pode verificar pela Figura 3.20. Importa referir que a dimensão longitudinal a discretizar, i.e., a periodicidade, é ditada pelas condições, quer geométricas quer geotécnicas observadas no sentido longitudinal. Representando o caso de estudo um cenário homogéneo, tanto ao nível da geometria como ao nível das propriedades materiais, é apenas necessário modelar uma célula de elementos finitos, uma vez que a dimensão do elemento finito representa a periodicidade do modelo.

Comparando a Figura 3.4 e Figura 3.20, fica evidente a redução abrupta nas malhas de elementos finitos causada pelo facto das condições de periodicidade terem sido consideradas nas análises. Apesar das condições simuladas serem ligeiramente diferentes, uma vez que a primeira contempla o domínio no sentido longitudinal truncado, o exemplo é elucidativo da redução inerente à consideração de um modelo com características periódicas. Como se pode observar, a malha requerida para a análise 3D

com elementos quadráticos sofreu uma diminuição de 76545 nós para 4995 nós, e a malha com elementos lineares 19683 nós para 1458. Sem embargo ao previamente referido, importa realçar que a presente análise obriga à resolução do sistema de equações para um intervalo de números de onda estabelecidos (-20 a 20r ad/m), ao invés do método anterior.

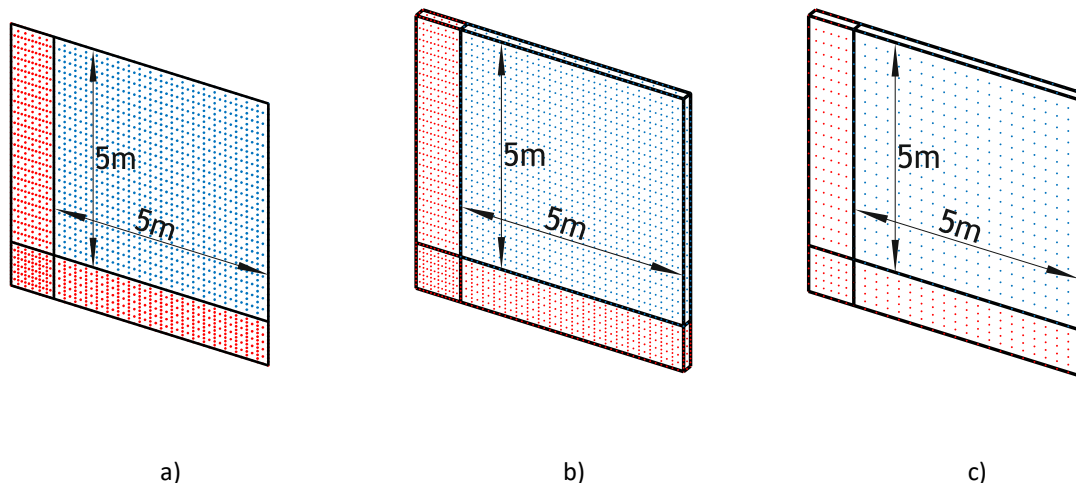


Figura 3.20 – Malha de elementos finitos para: a) modelo 2.5D (2133 nós); b) modelo 3D periódico com elementos quadráticos (4995 nós); c) modelo 3D periódico com elementos lineares (1458 nós).

A validação numérica inicia-se, como anteriormente, pela comparação da deformada à superfície para o alinhamento transversal que contém o ponto da aplicação da carga, ilustrado na Figura 3.19. Assim, compilaram-se na Figura 3.21 os deslocamentos verticais, quer para a componente real como para a imaginária, para as três frequências seleccionadas no estudo. Numa perspetiva global, é visível a concordância praticamente perfeita entre os métodos numéricos 2.5D e 3D periódico com elementos quadráticos. Já o recurso a elementos lineares conduziu a resultados deveras satisfatórios, verificando-se, somente, um ligeiro desfasamento na componente imaginária dos resultados obtidos para a maior frequência de oscilação aplicada (Figura 3.21 f). Contudo, a zona do alinhamento próxima do carregamento, mais especificamente o ponto de aplicação da carga, apresenta algumas incongruências. É possível verificar que ambos os modelos 3D apresentam um valor do deslocamento distinto do alcançado pelo método 2.5D.

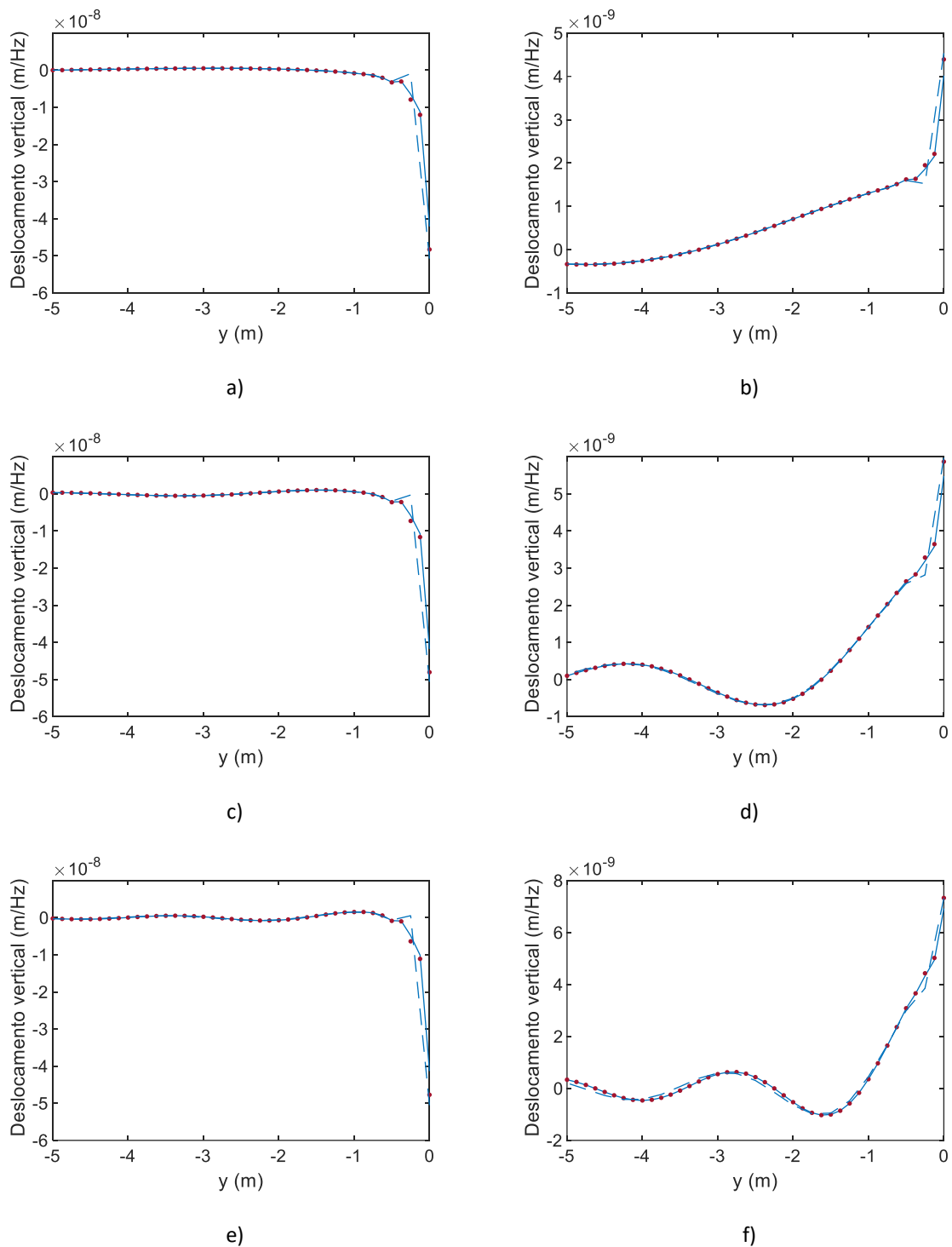


Figura 3.21 – Deslocamento vertical: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária; c) 50 Hz componente real; d) 50 Hz componente imaginária; e) 75 Hz componente real; f) 75 Hz componente imaginária (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 3D elementos lineares malha mais refinada – ponteados vermelhos).

Sendo os resultados expressos na Figura 3.21 obtidos por intermédio de processo de transformação inversa, é imperativo escrutinar os mesmos no domínio transformado a fim de se identificar o motivo da discrepância observada.

Neste contexto, apresenta-se na Figura 3.22 o deslocamento vertical para o ponto de aplicação da carga no domínio transformado e para a frequência de oscilação de 25 Hz. Importa reforçar que o autor optou por ilustrar o deslocamento para uma só frequência, pelo facto da justificação ser extensível às restantes, estando, exclusivamente, ilustrado metade do intervalo de número de onda considerado, por efeitos de simetria do mesmo. Servindo o resultado do método 2.5D como referência, comprova-se que os métodos periódicos apresentam consideráveis diferenças, sendo mais pronunciadas na componente real do deslocamento transformado. Tais diferenças justificam as desigualdades no valor do deslocamento para o ponto de aplicação da carga, já que o mesmo deriva da combinação das diversas magnitudes obtidas no domínio transformado.

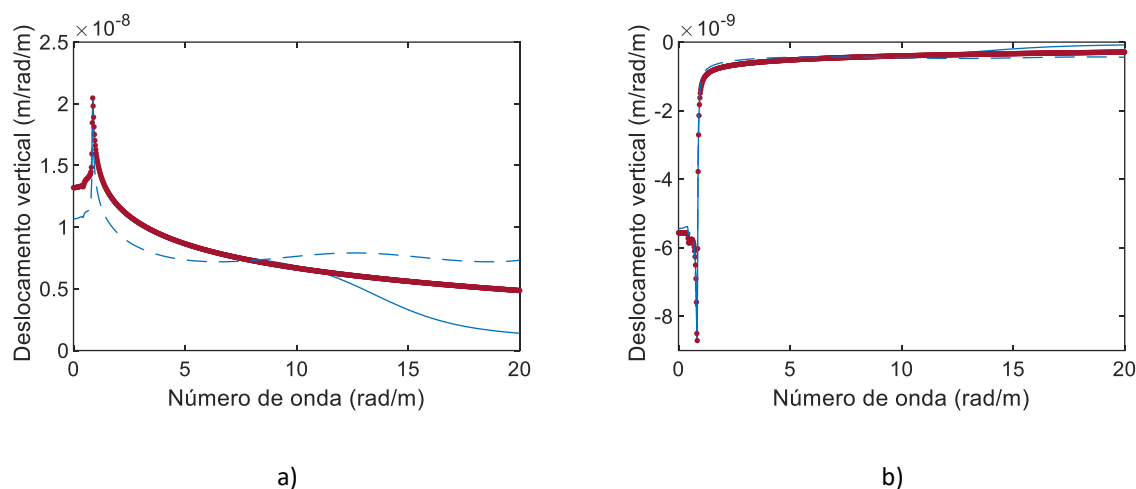


Figura 3.22 – Deslocamento vertical transformado para o ponto de aplicação da carga: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 2.5D – ponteadado vermelho).

Atendendo a que o intervalo de números de onda considerado não permite inferir que fenómeno potencia a perturbação dos resultados no método periódico, optou-se por estender o intervalo em análise. A Figura 3.23 ilustra o deslocamento vertical, previamente apresentado na Figura 3.22, porém, para um intervalo de números de onda superior. Verifica-se que as respostas de ambos os métodos periódicos apresentam uma perturbação vincada, face ao método de referência, na vizinhança dos 25,13 rad/m.

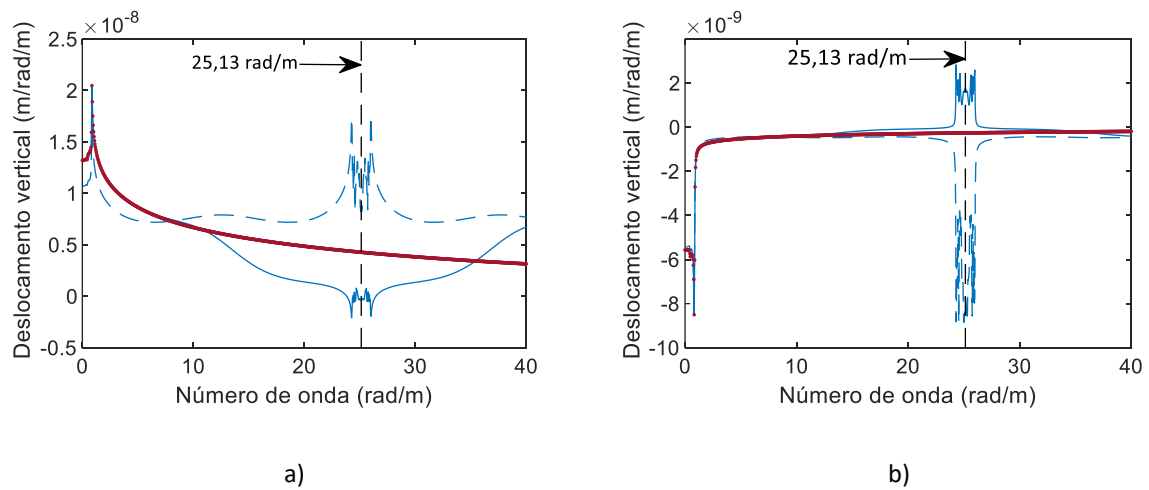


Figura 3.23 - Deslocamento vertical transformado para o ponto de aplicação da carga: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 2.5D – ponteadado vermelho).

Tal perturbação encontra-se dissociada de qualquer fenómeno físico, visto que é identificada somente nos métodos periódicos, constituindo, indubitavelmente, um aspeto espúrio. Deste modo, e numa tentativa de identificar a sua génese, estudou-se o comprimento de onda associado ao número de onda onde a perturbação se fazia sentir, como se ilustra na equação (3.47).

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{25,13} = 0,25m \tag{3.47}$$

Um comprimento de onda de 0,25 metros é deveras interessante, porque representa a dimensão adotada para os elementos finitos. Importa reforçar que este fenómeno surge, exclusivamente, na zona de aplicação da carga, manifestando-se com maior expressão para solicitações pontuais. É possível concluir, portanto, que os métodos periódicos aqui apresentados contemplam a particularidade de desenvolverem resposta espúria quando o comprimento de onda imposto se aproxima do tamanho dos elementos finitos que compõe a malha.

Facilmente se depreende que a acuidade dos métodos periódicos pode ser melhorada controlando a dimensão dos elementos finitos que caracterizam a zona envolvente à solicitação estrutural. Neste seguimento, e com o intuito de verificar a validade da inferência anterior, foram desenvolvidas novas malhas, adotando-se elementos finitos com metade da dimensão dos anteriores, ou seja, com 0,125 metros. Assim, reescrevendo a equação (3.47) em ordem ao número de onda, é possível perspetivar o

aparecimento do modo espúrio em torno dos 50,27 rad/m, sendo mitigada a perturbação no intervalo adotado para a análise de -20 e 20 rad/m.

A Figura 3.24 apresenta o deslocamento vertical, no domínio transformado, para o ponto de aplicação da carga obtido para as novas malhas de elementos finitos. O impacto produzido pela discretização é bastante notório para ambas as componentes do deslocamento, destacando-se na componente real, tanto no método com elementos quadráticos como no método com elementos lineares.

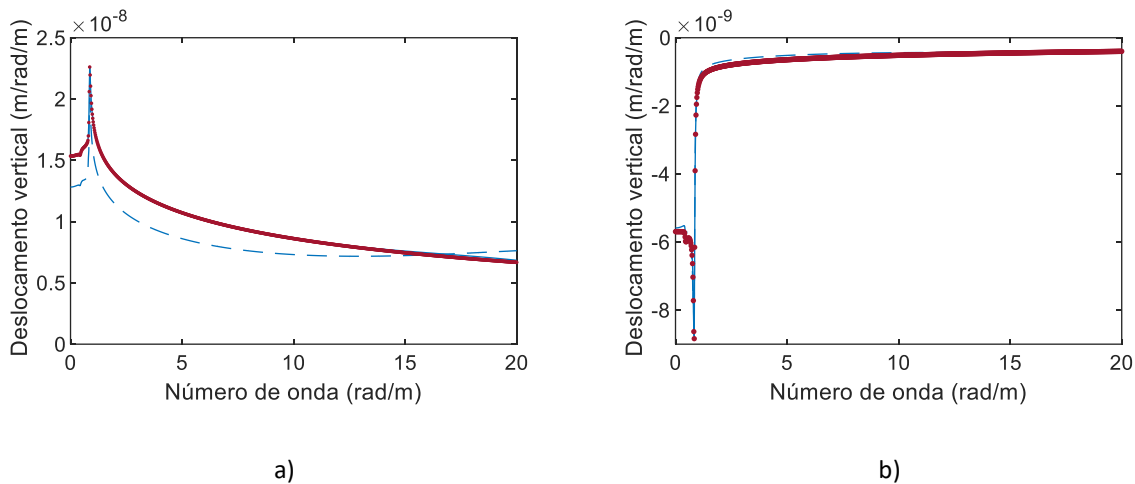


Figura 3.24 - Deslocamento vertical transformado para o ponto de aplicação da carga: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária. (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 2.5D – ponteados vermelhos).

Como se observa na Figura 3.24, o método com elementos quadráticos deixou de exibir qualquer perturbação no intervalo analisado, manifestando uma excelente aproximação aos resultados obtidos com recurso ao método de referência. Já o deslocamento alcançado pelo método com elementos lineares apresenta ligeiras diferenças comparativamente ao resultado de referência. Neste caso, tais diferenças, previamente associadas ao modo espúrio dos 25,13 rad/m, derivam exclusivamente do facto de se comparar elementos de ordens distintas. Importa reforçar que o autor optou por ilustrar os resultados exclusivamente para a frequência de oscilação de 25 Hz, estendendo-se a explicação para o restante intervalo de frequências.

O estudo previamente apresentado pretendeu elucidar o leitor da discrepância observada numa zona particular da malha, a zona de aplicação da carga, não havendo qualquer diferença para o restante alinhamento analisado. Para verificar o impacto na zona do carregamento que acarreta a nova

discretização imposta, apresenta-se na Figura 3.25 o deslocamento no domínio de origem para o alinhamento de referência.

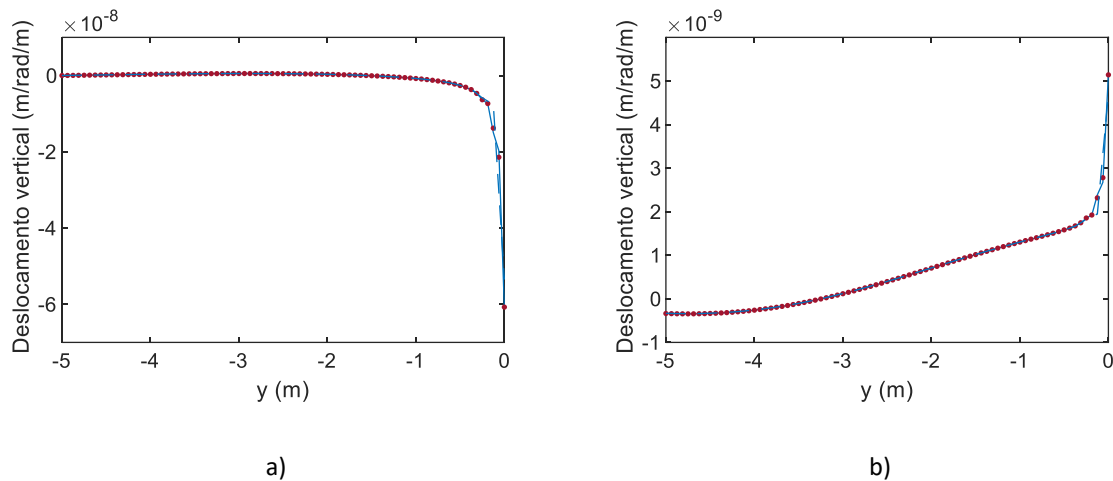


Figura 3.25 - Deslocamento vertical para o alinhamento de referência: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária. (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 3D elementos lineares malha mais refinada –ponteados vermelho).

A perturbação observada nos deslocamentos adjacentes ao nó solicitado deixa de se verificar, resultando num perfeito ajuste entre os modelos com elementos quadráticos. No entanto, o resultado obtido com recurso aos elementos lineares apresenta uma diferença, desde logo expectável, uma vez que os elementos não apresentam a robustez dos anteriores.

O processo de validação previamente apresentado debruçou-se exclusivamente em resultados obtidos pelos métodos numéricos, permitindo a comparação dos deslocamentos alcançados para as malhas de elementos finitos. No entanto, a resposta na direção longitudinal, que será determinada analiticamente com recurso à equação (3.41) para o caso dos métodos numéricos periódicos, carece de validação. Assim, considerem-se os dois alinhamentos longitudinais, ilustrados na Figura 3.26 a). Importa referir que o método 3D periódico permite, recorrendo à equação (3.42), obter os resultados longitudinais até à distância desejada sem incorrer num custo computacional acrescido. A Figura 3.26 b) e Figura 3.26 c) apresentam a componente real e imaginária do deslocamento, respetivamente, encontrando-se o conteúdo numérico separado do analítico pelo segmento de reta vertical cinzenta. Escrutinando inicialmente a componente real do deslocamento, é inegável o perfeito ajuste entre os resultados obtidos pelo método 2.5D e 3D periódico para ambos os alinhamentos. O padrão de deslocamento obtido pelo método 3D linear apresenta uma ligeira diferença no alinhamento dos 4m,

não se verificando no alinhamento dos 2m. Este facto pode ser justificado recorrendo aos resultados expressos na Figura 3.25, onde se identificou uma residual diferença na vizinhança da aplicação da carga. Assim, estando o alinhamento dos 4m mais próximo do plano de carregamento, maior influência esta diferença terá nos resultados obtidos, não se fazendo sentir esta perturbação no alinhamento do 2m.

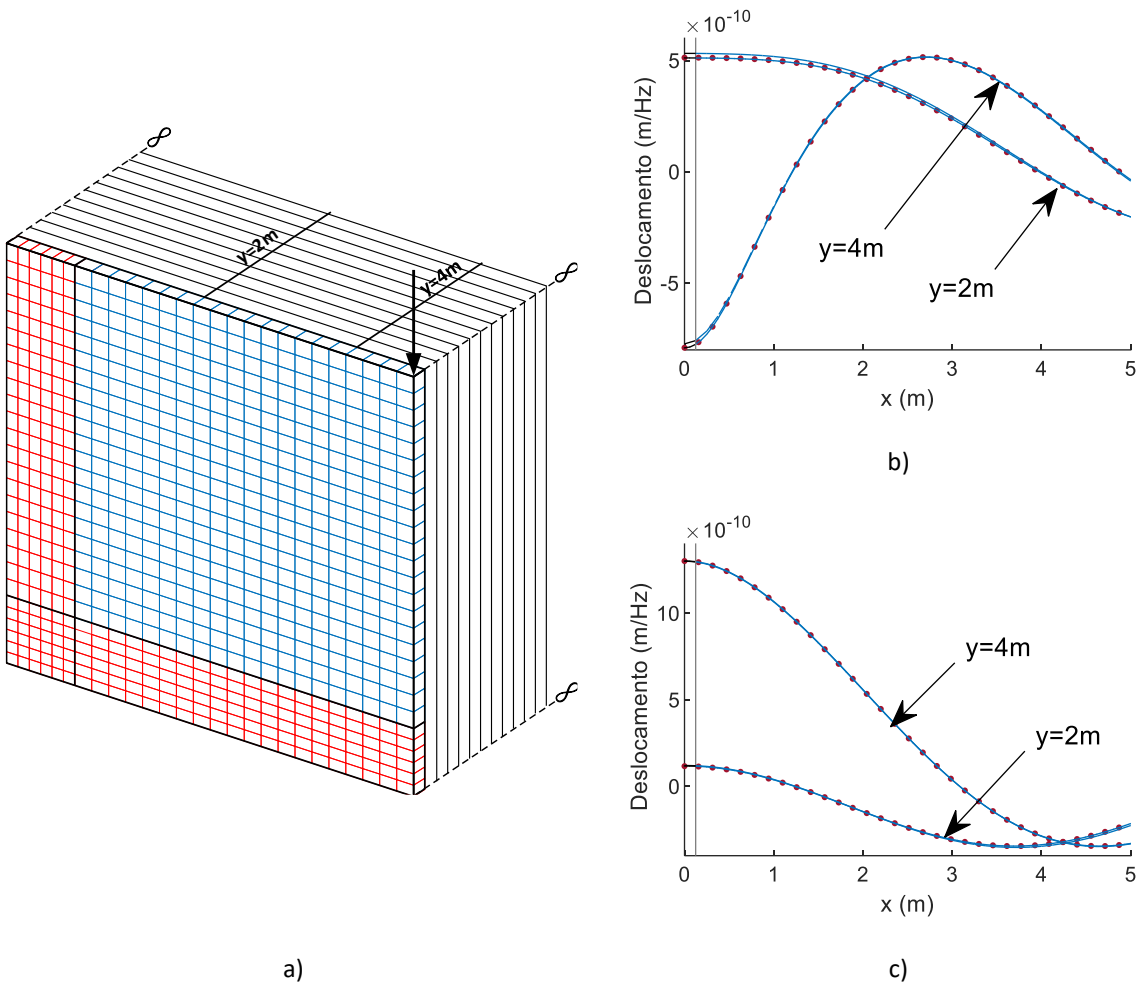


Figura 3.26 - Deslocamento vertical para os alinhamentos longitudinais: a) Ilustração dos alinhamentos longitudinais; b) componente real para 25 Hz; c) componente imaginária para 25 Hz. (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares malha menos refinada - linha interrompida azul; 3D elementos lineares malha mais refinada – ponteados vermelhos).

Importa referir que a ligeira diferença verificada não apresenta qualquer expressão em contexto de uma análise dinâmica. Podem ser retiradas conclusões análogas relativamente à componente imaginária do deslocamento, observando-se um ajuste perfeito entre os diversos métodos numéricos



considerados. Estas observações podem ser reforçadas com a visualização global do campo de deslocamentos presente na Figura 3.27. A acuidade do modelo com elementos quadrático é, mais uma vez, comprovada para ambas as componentes. Porém, o bom desempenho dos elementos lineares deve ser realçado. Ao contrário do identificado no método 3D MEF-PML, a inexistência de truncatura do domínio no sentido longitudinal permite que os elementos lineares traduzam maior fiabilidade do campo de deslocamentos.

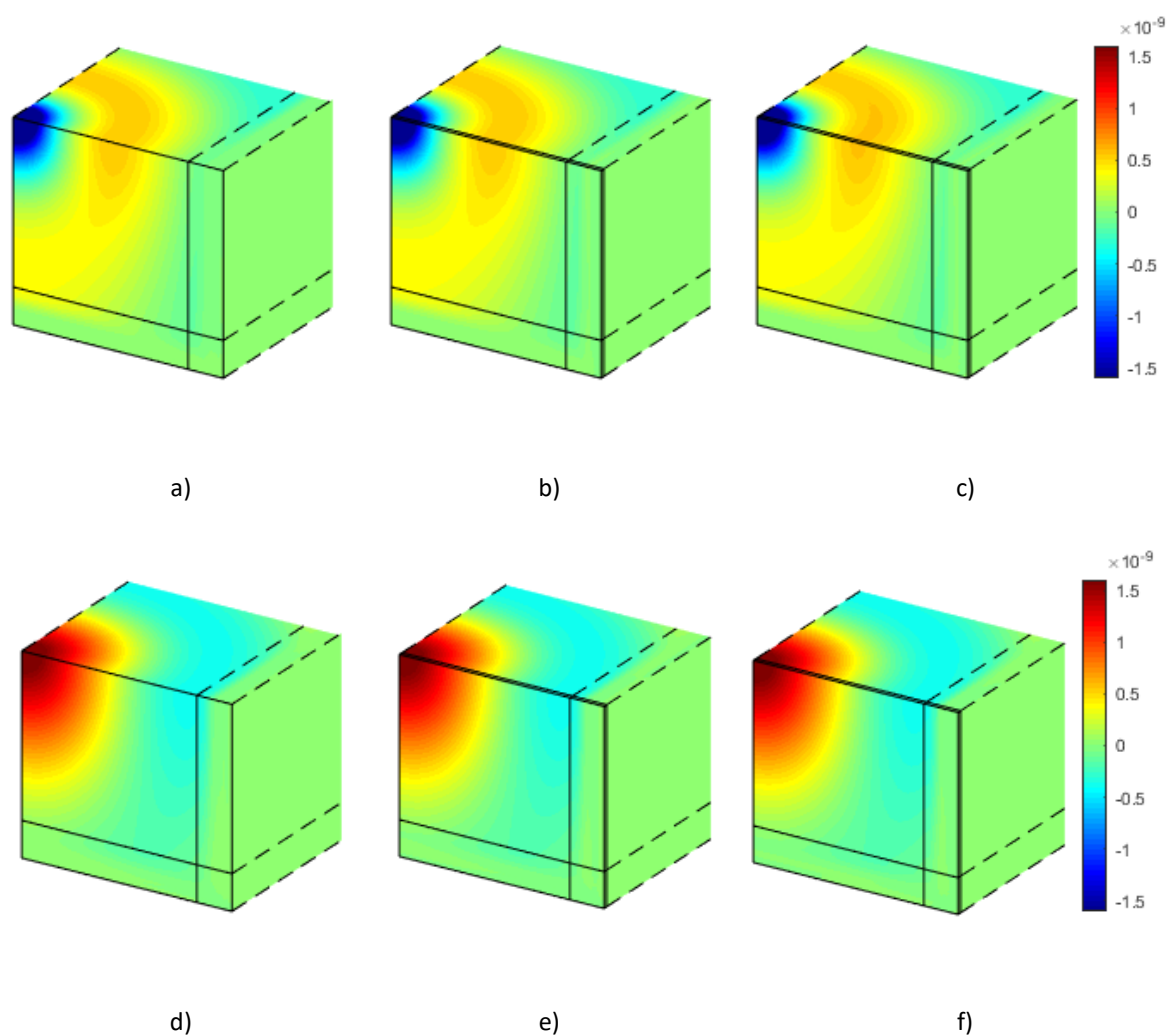


Figura 3.27 – Deslocamentos verticais para a frequência de 25 Hz: a) componente real 2.5D; b) componente real 3D com elementos quadráticos, c) componente real 3D com elementos lineares, d) componente imaginária 2.5D; e) componente imaginária 3D com elementos quadráticos, f) componente imaginária 3D com elementos lineares.

### 3.3.4 EXTENSÃO DO MÉTODO PARA CARREGAMENTOS MÓVEIS COM VELOCIDADE CONSTANTE

#### 3.3.4.1 Descrição da metodologia

Os métodos numéricos desenvolvidos até ao momento apenas atendem a solicitações com posição espacial fixa. Apesar do inegável interesse prático na resolução de problemas, quer geotécnicos, quer estruturais, não estão capacitados para realizar análises dinâmicas onde a solicitação se materializa pela passagem de tráfego ferroviário. Abordar estes fenómenos dinâmicos exige o desenvolvimento de um método numérico no qual solicitações com posição espacial variável ao longo do tempo sejam acauteladas. Tendo em conta esta particularidade dos problemas em apreço, a presente secção apresenta a extensão do método previamente exposto, o método 3D FEM-PML periódico, para atender a situações de carregamentos móveis com velocidade constante.

Pese embora a existência de diversos procedimentos para a consideração de carregamentos móveis tanto em métodos desenvolvidos no domínio espaço-tempo como em formulações desenvolvidas no domínio do número de onda-frequência, a presente secção fará referência somente às últimas. Caso o leitor pretenda um conhecimento mais detalhado das metodologias para considerar carregamentos móveis em formulações no domínio do espaço-tempo, remete-se para a consulta dos seguintes trabalhos [73, 157, 158].

A consideração de carregamentos móveis no domínio do número de onda-frequência pode ser efetuada alterando o referencial onde se estabelecem as equações do movimento e de equilíbrio. Esta abordagem obriga à reformulação do método anteriormente apresentado para que o referencial, previamente tido com posição geométrica fixa, se comece a movimentar conjuntamente com a solicitação [158-160]. Porém, existe uma abordagem consideravelmente mais elegante do ponto de vista de formulação que passa por tirar partido das propriedades da transformada de Fourier [62, 117, 161-163]. Seguindo esta abordagem, considere-se uma carga harmónica, com determinada frequência angular  $\Omega$ , a deslocar-se positivamente ao longo do eixo  $x$ . Esta pode ser descrita matematicamente recorrendo à seguinte equação:

$$P(x, y, z, t) = P_0(x, y, z)\delta(x - vt)e^{i\Omega t} \quad (3.48)$$

onde  $\delta$  representa o operador delta de Dirac e  $v$  a velocidade de circulação da solicitação.

A aplicação da transformada de Fourier à equação anterior em ordem à variável espacial  $x$ , que corresponde à dimensão longitudinal, e tirando partido da propriedade de translação da respetiva transformada, origina:

$$\tilde{P}(k_1, y, z, t) = \tilde{P}_0(k_1, y, z)e^{i(\Omega - k_1 v)t} \quad (3.49)$$

Tendo em consideração que o método numérico apresentado se encontra formulado no domínio do número de onda-frequência, a equação (3.49) requer mais uma transformação, para que o domínio do tempo seja convertido no domínio da frequência, resultando na seguinte igualdade:

$$\tilde{P}(k_1, y, z, \omega) = 2\pi\tilde{P}_0(k_1, y, z)\delta(\omega - (\Omega - k_1 v)) \quad (3.50)$$

Importa referir que o operador delta de Dirac, expresso na equação anterior, indica que a função de carga só apresentará valor não nulo quando a seguinte igualdade for respeitada:

$$\omega = \Omega - k_1 v \quad (3.51)$$

Assim, a consideração do carácter móvel do carregamento no domínio transformado do número de onda-frequência acarreta uma interdependência entre o número de onda e a frequência. Esta interdependência deixa de se verificar caso a velocidade de circulação seja nula, reduzindo-se a análise a uma situação de solicitação com posição geométrica fixa, anteriormente ilustrada.

A determinação dos deslocamentos para carregamentos móveis não exige que a formulação do método 3D FEM-PML periódico sofra alterações, sendo necessário substituir a frequência angular pela nova frequência, determinada com recurso à equação (3.51).

Pese embora a consideração do carácter móvel do carregamento não representar uma complexidade acrescida, o esforço computacional requerido aumenta significativamente, uma vez que a simetria e a antissimetria da resposta obtida em torno da origem de  $k_1$  se perdem (no caso de carga móvel oscilante).

Determinar os deslocamentos no domínio transformado obtidos para uma solicitação móvel não representa qualquer tipo de dificuldade acrescida. Contudo, deve fazer-se uma referência ao processo de inversão destes do domínio transformado para o domínio de origem. Como referido anteriormente, o método numérico permite determinar exclusivamente a amplitude estacionária dos deslocamentos, que no caso de um carregamento móvel assumem a seguinte forma:

$$\tilde{u}_i(k_1, y, z, t) = \tilde{u}_i(k_1, y, z)e^{i(\Omega - k_1 v)t} \quad (3.52)$$

onde  $\tilde{u}_i(k_1, y, z)$  representa a amplitude dos deslocamentos no domínio transformado. Estes podem converter-se no domínio do espaço recorrendo a um processo de transformação inversa, dando origem ao seguinte resultado:

$$\tilde{u}_i(k_1, y, z, t) \rightarrow u_i(x - vt, y, z)e^{i\Omega t} \quad (3.53)$$

Como se pode verificar pela equação anterior, a transformação inversa acarreta uma mudança do referencial fixo para o referencial móvel que acompanha o movimento da ação. Desta forma, a determinação do deslocamento para um determinado ponto espacial fixo ao longo do tempo é conseguida através da consideração da amplitude estacionária dos deslocamentos,  $\tilde{u}_i(k_1, y, z)$ , em distintas posições no referencial móvel.

Uma das vantagens inerentes a formulações no domínio do número de onda reside na facilidade que os métodos apresentam em ser adaptados para a análise de carregamentos móveis com amplitude constante ou variável no tempo, sem que haja necessidade de recorrer a complexos, e por vezes instáveis, esquemas de integração no tempo ou espaço que caracterizam os métodos com formulações no domínio real, espaço-tempo.

#### 3.3.4.2 Validação do método para carregamentos móveis

A validação dos métodos periódicos para solicitações móveis é meramente uma extensão do caso de estudo previamente apresentado. Todas as características geométricas e mecânicas mantiveram-se inalteradas, porém, considerou-se uma solicitação a mover-se no sentido positivo do eixo dos  $x$  com uma velocidade de 25 m/s.

A estratégia de validação passou, novamente, pela comparação direta dos deslocamentos obtidos pelos métodos periódicos com o método de referência, o método 2.5D. Tendo em conta que a presente validação constitui uma extensão à validação anterior, as malhas de elementos finitos adotadas para o estudo permaneceram inalteradas. Seguindo uma cronologia de apresentação dos resultados análoga ao exemplo anterior, apresentam-se os deslocamentos para o alinhamento de referência para as frequências de oscilação da carga de 25, 50 e 75 Hz na Figura 3.28.

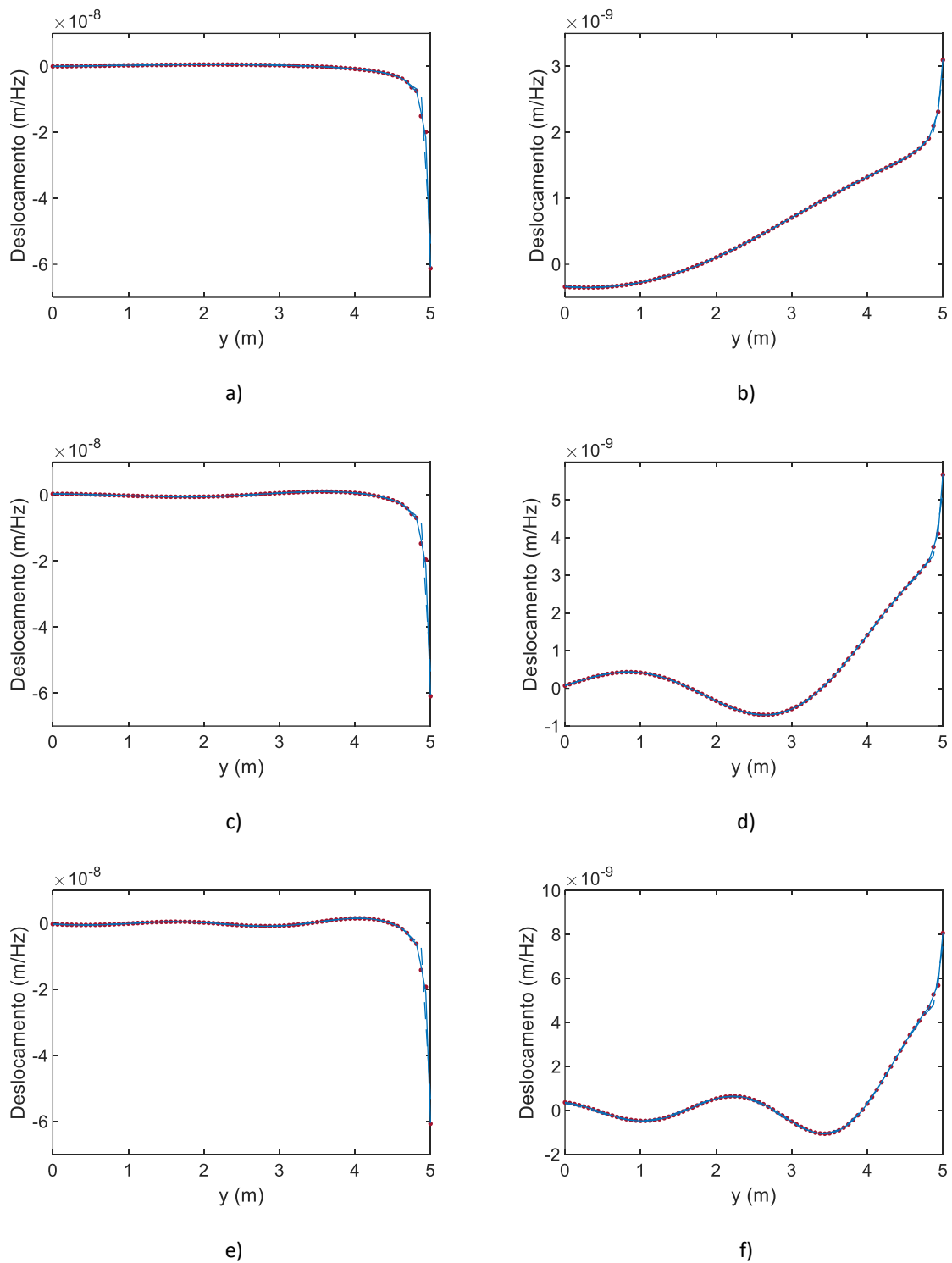


Figura 3.28 – Deslocamento vertical: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária; c) 50 Hz componente real; d) 50 Hz componente imaginária; e) 75 Hz componente real; f) 75 Hz componente imaginária. (3D elementos quadráticos – linha azul, 3D elementos lineares - linha descontínua azul; 2.5D – pontado vermelho).

Como seria de esperar, a consideração do carácter móvel do carregamento não acarreta perturbação alguma no ajuste entre os resultados anteriormente ilustrados. Importa referir que tanto os elementos quadráticos como os lineares conseguem aproximar com elevada precisão o campo de deslocamentos obtido para as baixas, médias e altas frequências.

O deslocamento obtido para os alinhamentos longitudinais, identificados previamente na Figura 3.26 a), encontram-se expressos na Figura 3.29. É possível verificar um perfeito ajuste entre os métodos numéricos para os dois alinhamentos longitudinais considerados, tanto na componente real como na componente imaginária. Um aspeto a salientar prende-se com a melhoria do ajuste obtido pelo método com elementos lineares, não se identificando, ao contrário do exemplo anterior, diferenças entre o resultado alcançado por elementos de ordem distinta.

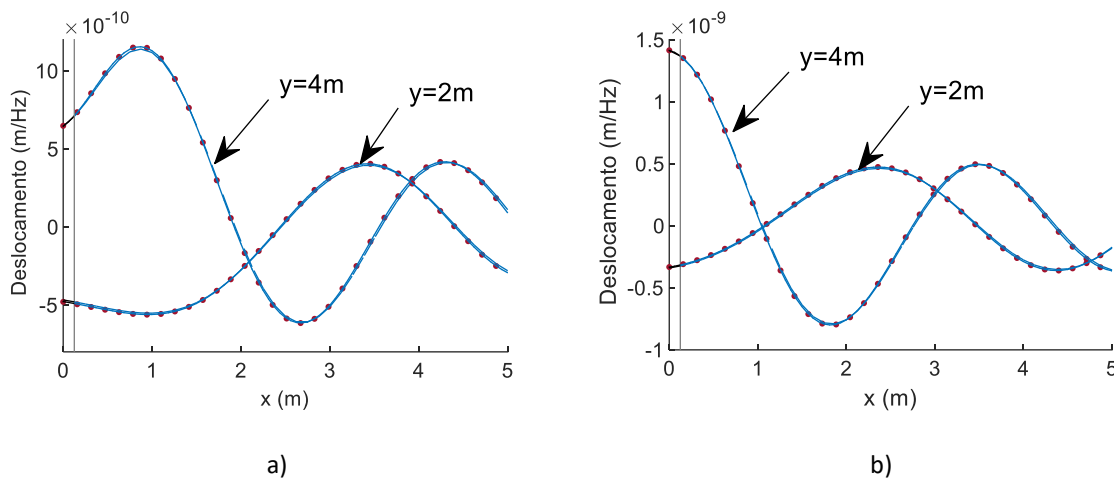


Figura 3.29 - Deslocamento vertical para os alinhamentos longitudinais identificados na Figura 3.26: a) 25 Hz componente real; b) 25 Hz componente imaginária.

A Figura 3.30 apresenta uma perspetiva global da componente real e imaginária do campo de deslocamentos obtido para uma solicitação móvel oscilando com uma frequência de 25 Hz. As conclusões anteriormente retiradas para os dois alinhamentos longitudinais são corroboradas pela perspetiva global dos resultados. Importa reforçar o bom desempenho alcançado pelos elementos lineares, que evidenciaram uma elevada acuidade em traduzir o campo de deslocamentos.

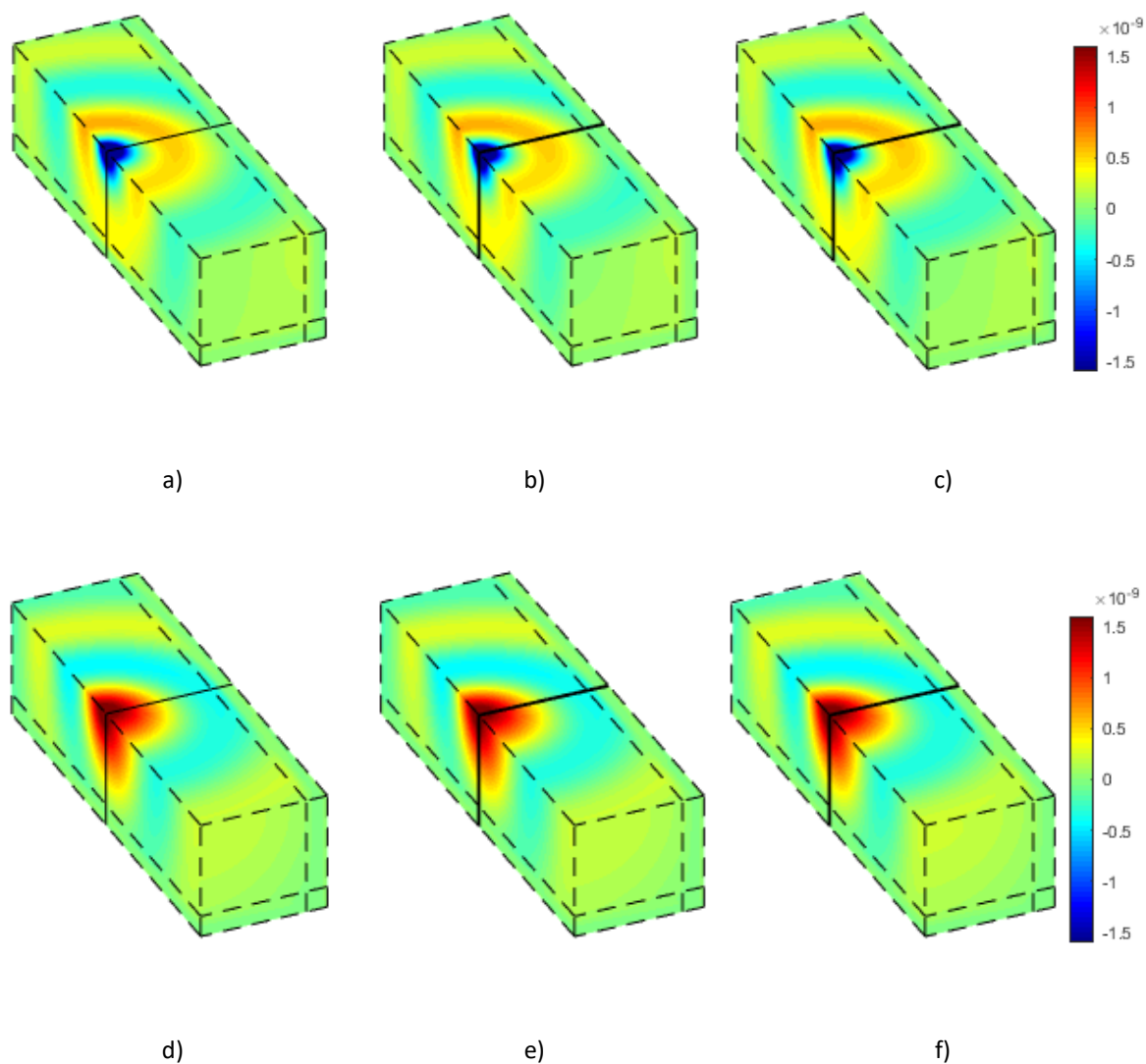


Figura 3.30 – Deslocamentos verticais para 25 Hz e 25 m/s: a) componente real 2.5D; b) componente real 3D com elementos quadráticos, c) componente real 3D com elementos lineares, d) componente imaginária 2.5D; e) componente imaginária 3D com elementos quadráticos, f) componente imaginária 3D com elementos lineares.

### 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No capítulo que agora termina apresentaram-se dois métodos numéricos distintos para a avaliação da resposta dinâmica face a ações dinâmicas, com carácter fixo ou móvel. Por um lado, o método 3D MEF-PML permite a consideração de heterogeneidade nas três dimensões espaciais. Por outro lado, o

método 3D MEF-PML periódico permite que seja considerada heterogeneidade em duas dimensões espaciais e periodicidade na terceira conduzindo a análises mais eficientes do ponto de vista computacional. Para além da facilidade com que se obtém a resposta na direção longitudinal no método periódico, constatou-se a simplicidade em considerar solicitações móveis sem a necessidade de elaborar novos algoritmos, especialmente concebidos para o efeito.

Adicionalmente à exposição dos fundamentos teóricos inerentes aos métodos numéricos implementados na plataforma Matlab, diversos exemplos de validação foram apresentados, nos quais os resultados dos métodos desenvolvidos na presente dissertação são confrontados com os homólogos provenientes do método 2.5D FEM-PML, desenvolvido no seio do grupo de investigação onde o autor se insere. Em todos os exemplos de validação relativos ao método numérico puramente tridimensional verificaram-se concordâncias perfeitas entre os resultados alcançados com os elementos quadráticos e os de referência. Já os elementos lineares provaram ser extremamente eficientes do ponto de vista computacional, produzindo, no entanto, uma aproximação ao campo de deslocamentos nodais com algumas diferenças. Destaca-se um estudo de sensibilidade que visou apurar o impacto produzido por uma discretização mais refinada da malha com elementos lineares sem que a eficiência computacional fosse hipotecada. Neste, verificou-se a debilidade que elementos de menor ordem acarretam, não conseguindo aproximar com exatidão o campo de deslocamentos ao alcançado com os elementos quadráticos. Daqui se infere que, em análises onde a determinação rigorosa da resposta não seja imperativa, o método numérico com elementos lineares é, incomparavelmente, mais eficiente do ponto de vista computacional, mesmo com uma discretização mais refinada.

Seguiu-se a validação do método 3D MEF-PML periódico, desenvolvendo uma estratégia semelhante à imposta na validação do método previamente discutido. O primeiro exemplo de validação considerou um caso de estudo praticamente equivalente ao adotado para o método 3D FEM-PML. Dos resultados obtidos comprovou-se, de imediato, a existência de uma concordância perfeita entre resultados de todos os métodos considerados, obtendo os elementos lineares um melhor desempenho no caso do método numérico periódico. Sem embargo, identifica-se uma ligeira discrepância dos deslocamentos nodais numa zona vizinha à aplicação da carga que provou estar associada à existência de modos espúrios próximos do intervalo de números de onda considerados para a análise. O alargamento do intervalo do número de onda permitiu encontrar uma relação entre o modo espúrio



e o tamanho do elemento finito, sendo a discrepância entre resultados resolvida adotando malhas mais refinadas.

Por último, o método numérico foi estendido para acautelar solicitações móveis com velocidade constante, apresentando-se posteriormente o respectivo exemplo de validação. Foram apresentadas considerações relativas ao tempo de cálculo associado a cada método numérico no decorrer dos diversos exemplos de validações, realçando-se a inovação do modelo numérico periódico no qual a determinação do campo de deslocamento no sentido longitudinal ocorre de forma praticamente instantânea. O desenvolvimento do método numérico periódico foi imprescindível para o estudo de sistemas periódicos, quer para atenuação de vibrações como para o aumento da velocidade crítica de vias-férreas, apresentado nos capítulos seguintes.



# 4

## **ESTUDO DE UMA METAESTRUTURA PARA MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS**

### **4.1. INTRODUÇÃO**

As vibrações induzidas por atividades humanas, como a construção ou o tráfego, tornaram-se uma preocupação atual das sociedades modernas. Apesar de este tipo de vibrações normalmente não colocar em risco a integridade estrutural dos edifícios, a exposição contínua às vibrações é hoje reconhecida como um problema de saúde pública [10, 11]. Neste sentido, a mitigação de vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário tem recebido grande atenção por parte da comunidade técnico-científica nas últimas décadas, culminando na análise e proposta de diferentes soluções. É usual distinguir as medidas de mitigação em função da sua localização relativa: i) na, ou perto, da fonte, como por exemplo a introdução de elementos resilientes ao nível da via, como a adoção de palmilhas sob as travessas, a introdução de mantas resilientes sob a camada de balastro, entre outras [127, 164]; ii) no recetor, através da alteração do comportamento dinâmico do edifício, recorrendo a soluções de isolamento de base de edifícios, propostas por Talbot et al. [165, 166]. Contudo, as medidas de

mitigação podem ainda ser aplicadas no trajeto de propagação, procurando minimizar ou perturbar a energia incidente nos edifícios vizinhos. Conforme se mencionou anteriormente, o estudo de trincheiras, preenchidas ou não, já se encontra amplamente estudado pela comunidade científica [128, 132]. Porém, apesar dos recentes avanços na temática das medidas de mitigação, são poucas as análises em contexto elastodinâmico sobre potencial oferecido pelas meta-estruturas, amplamente estudados na acústica, na atenuação de vibrações induzidas. Entre as propriedades mais fascinantes de tais estruturas, está o seu efeito de atenuação para bandas de frequências específicas, designados por *band-gaps*, nos quais se verifica o total impedimento da propagação de ondas, independentemente da direção. Esta propriedade encontra-se associada à periodicidade da solução projetada, estabelecendo-se uma dependência entre a morfologia da meta-estrutura e a banda de frequência mitigada. Alguns autores propuseram a aplicação deste conceito na proteção sísmica de edifícios. Kim e Das [144] analisaram o efeito inerente à adoção de estrutura periódica no desenvolvimento de uma zona onde não se regista propagação de ondas sísmica. Brûle et al. [167] relataram possivelmente a primeira evidência experimental da eficácia das meta-estruturas na atenuação de ondas sísmicas. Importa referir que esta temática tem fomentado um crescente interesse por parte da comunidade científica constituindo atualmente uma das áreas de investigação no universo das medidas de mitigação de vibrações induzidas por ações humanas mais atrativas [148, 168, 169].

A atualidade do tópico em apreço justifica a escassez de informação publicada acerca da vantagens e desvantagens ao nível da resposta dinâmica resultantes da adoção deste tipo de estruturas de mitigação em contexto real, carecendo ainda de estudos científicos. O presente capítulo pretende contribuir para a compreensão, em contexto elastodinâmico, do comportamento mecânico de uma metaestrutura materializada por inclusões circulares paralelas à via-férrea. Estas, quando adotadas com determinado espaçamento, conseguem atuar como medidas de mitigação eficazes de vibrações induzidas. Neste sentido, um estudo paramétrico foi desenvolvido onde se avaliou a influência da distância ao recetor, da rigidez flexional das inclusões, da orientação da metaestrutura, da profundidade enterrada, da descontinuidade das inclusões e da adoção de uma solução global. Face ao exposto, o capítulo, seguindo uma abordagem passo a passo, apresenta uma extensa análise dos fenómenos observados no domínio do número de onda-frequência e no domínio do espaço-frequência. Adicionalmente, são apresentadas relações analíticas que auxiliam o dimensionamento da metaestrutura em função da gama de frequências a mitigar. Por último, a eficácia de um conjunto de

inclusões é avaliada à passagem de um comboio com o intuito de evidenciar o potencial de atenuação inerente à medida de mitigação.

## 4.2. COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA INCLUSÃO

### 4.2.1. CASO DE REFERÊNCIA

A introdução de inclusões no solo altera o padrão de propagação das ondas, levando a que possa ser encarada como medida de mitigação. Quando são instaladas com uma determinada geometria periódica, originam uma meta-estrutura com capacidades atenuadoras numa determinada gama de frequências. Nestes casos, verifica-se um duplo benefício. Por um lado, a presença de uma inclusão mais rígida que o solo envolvente perturba a propagação de vibrações, por outro, o afastamento periódico das inclusões origina um efeito de absorção semelhante ao suscitado por cristais sónicos [140].

Face ao exposto, a secção inicial do presente capítulo considera exclusivamente uma inclusão isolada (Figura 4.1) com o intuito de aprofundar o conhecimento no primeiro efeito identificado. Importa referir que o comportamento dinâmico de uma inclusão rígida já foi avaliado por Coulier et al. [132].

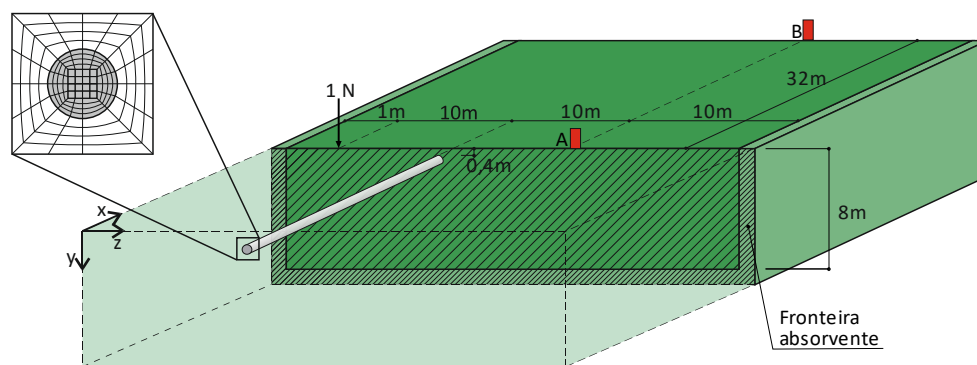


Figura 4.1 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de uma inclusão.

Como se pode comprovar, assumiu-se para o caso de estudo um horizonte geotécnico homogéneo com uma inclusão circular com 0,6 metros de diâmetro enterrada a 0,4 metros da superfície e com desenvolvimento infinito na direção longitudinal, com as propriedades materiais descritas no Quadro

4.1. A invariância da secção transversal permite que o estudo seja levado a cabo com uma metodologia 2.5D MEF-PML [21].

Quadro 4.1– Propriedades mecânicas dos materiais assumidos para o estudo

Material	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	E (MPa)	$\nu$ (-)	$\zeta$ (-)	Cs (m/s)
Solo	1700	116	0.33	0.001	160
Inclusão	2700	4416	0.2	0.001	825,5

onde  $\nu$  e  $\zeta$  representam o coeficiente de Poisson e de amortecimento histerético, respetivamente,  $\rho$  o peso volúmico do material e E o módulo de deformabilidade.

O valor assumido para o amortecimento histerético é bastante reduzido para evidenciar os efeitos de atenuação da vibração potenciados exclusivamente pela presença da inclusão. O cenário apresentado na Figura 4.1 foi submetida a uma carga harmónica pontual com três frequências de oscilação, estando a parte real dos deslocamentos apresentada na Figura 4.2 para o cenário sem inclusão (à esquerda) e com inclusão (à direita). Escrutinando a Figura 4.2, comprova-se a dependência entre a magnitude da perturbação induzida e a frequência de excitação da carga. Aliás, para a menor frequência de excitação adotada (25 Hz), a presença de uma inclusão é indiferente, uma vez que o campo de deslocamentos permanece inalterado. Para clarificar o impacto criado pela adoção de uma inclusão rígida, o autor optou por representar os resultados anteriores recorrendo ao conceito de *insertion loss* (Figura 4.3), definido por:

$$IL = 20 \log_{10} \left( \frac{|u_{s/inclusão}(x, y, z, \omega)|}{|u_{c/inclusão}(x, y, z, \omega)|} \right) \quad (4.1)$$

Da equação (4.1), depreende-se que valores positivos de *IL* correspondem a atenuações e, contrariamente, valores negativos, a amplificações da resposta.

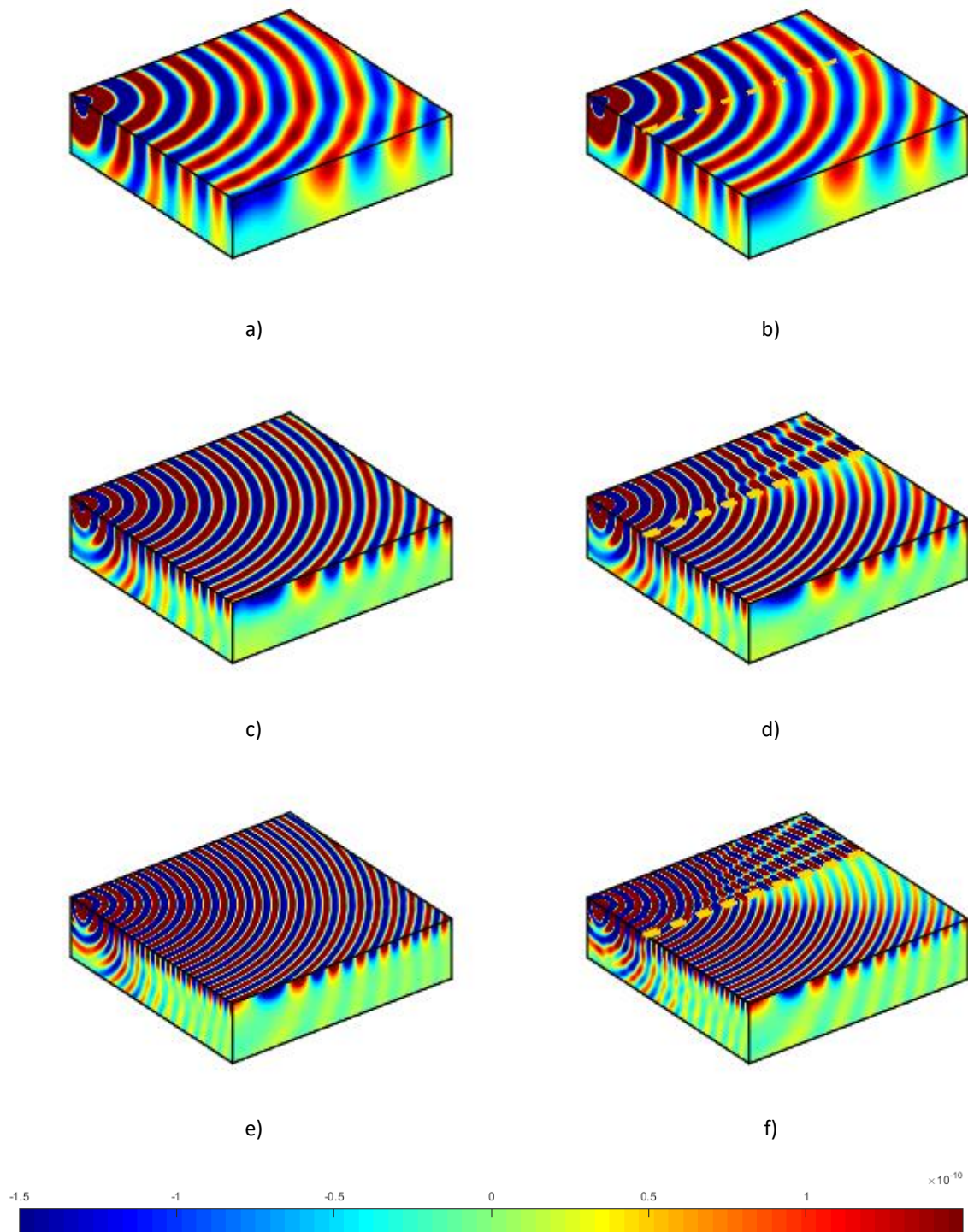


Figura 4.2 – Deslocamento vertical para o cenário sem inclusão: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz; Deslocamento vertical para cenário com inclusão: b) 25 Hz ; d) 50 Hz; f) 75 Hz.

A ineficácia da inclusão para a baixa frequência pode ser facilmente comprovada pela Figura 4.3 a), onde se torna evidente que vibrações associadas a maiores comprimentos de onda não são afetados pela presença da inclusão. No entanto, o  $IL$  obtido para as restantes frequências ilustra o efeito benéfico da presença da inclusão, assinalando com considerável magnitude a atenuação provocada. É possível ainda comprovar a dependência entre a área mitigada com a frequência de excitação, sendo visível a formação de um cone com um ângulo de abertura distinto mediante a frequência de excitação. Este, designado por ângulo crítico, divide a área atenuada da área não perturbada sendo menor para frequências de excitação superiores. O ângulo crítico, previamente explicado por Coulier et al. [132], surge como consequência de um efeito de guiamento das ondas ao longo da inclusão sempre que o comprimento da onda propagada na direção longitudinal é menor que o comprimento da onda de flexão na inclusão numa condição de vibração livre.

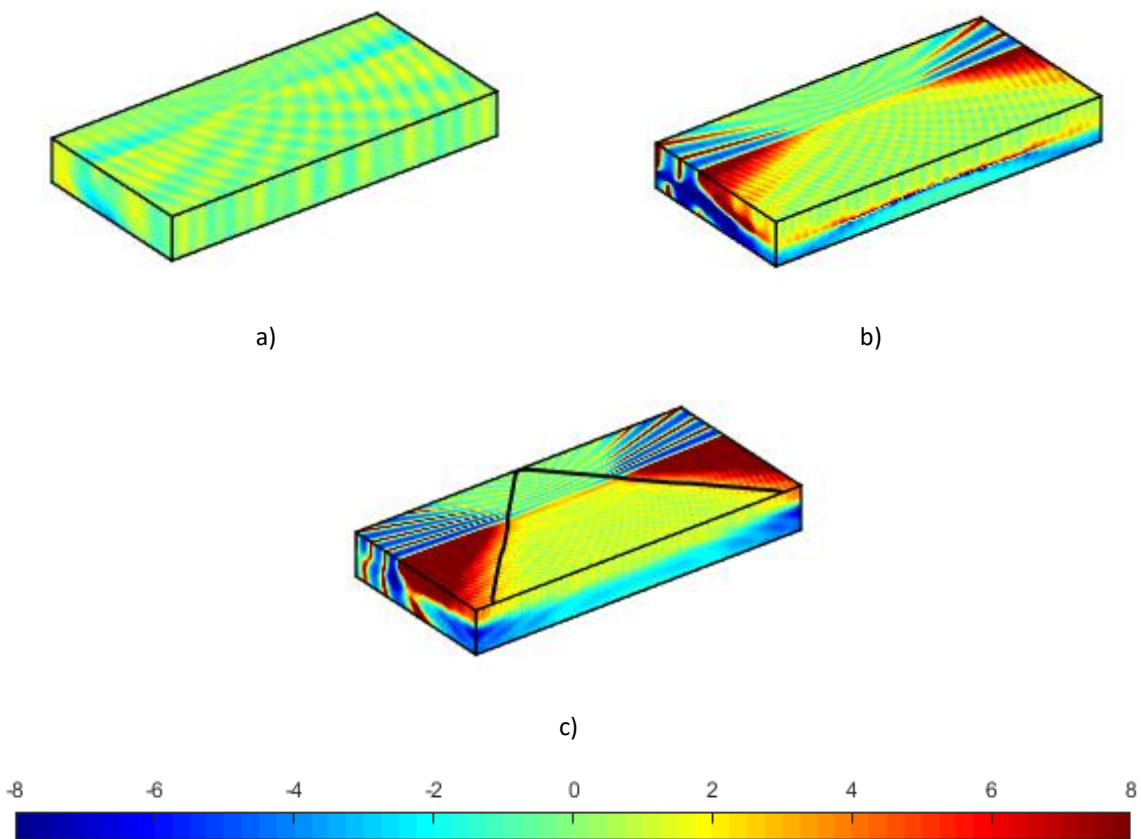


Figura 4.3 – *Insertion loss* (dB) no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.



Com o intuito de clarificar o leitor para este efeito, apresenta-se na Figura 4.4 o *insertion loss* no domínio do número de onda-frequência para um alinhamento longitudinal que passa pelo ponto de avaliação identificado na Figura 4.1. O número de onda encontra-se adimensionalizado pelo número de onda referente a ondas de corte:

$$K_1 = k_1 \frac{C_s}{\omega} \quad (4.2)$$

onde  $K_1$  representa o número de onda adimensional,  $k_1$  o número de onda longitudinal,  $C_s$  a velocidade de propagação das ondas S e  $\omega$  à frequência da resposta.

Tendo em consideração que números de onda superiores ao número de onda referente à onda de Rayleigh representam ondas evanescentes, a Figura 4.4 foi limitada superiormente à região propagante. Sobreposto na Figura 4.4, encontra-se a relação de dispersão da inclusão em condições de vibração livre (linha a preto), que facilmente se pode obter assumindo a inclusão como uma viga de Bernoulli-Euler:

$$\overline{K}_1 = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 M}{EI}} \frac{C_s}{\omega} \quad (4.3)$$

em que  $M$  representa a massa por metro linear da inclusão e  $EI$  a rigidez flexional.

Conforme se comprova o efeito de atenuação, representado pela coloração vermelha, só é atingido para valores do número de onda adimensionalizado ( $K_1$ ) superiores aos preconizados pela relação de dispersão da inclusão. No entanto, a análise pormenorizada da Figura 4.4 permite estabelecer três diferentes zonas de comportamento. A primeira caracteriza as frequências inferiores à intersecção da relação de dispersão das ondas P-SV do maciço e da inclusão em vibração livre. Esta frequência pode facilmente ser determinada impondo à equação de Bernoulli-Euler a velocidade de propagação das ondas de Rayleigh, como ilustrou Coulier et al. [132], dando origem a:

$$\omega_c = C_R^2 \sqrt{\frac{M}{EI}} \quad (4.4)$$

onde  $\omega_c$  faz referência à frequência crítica e  $C_R$  à velocidade de propagação das ondas R.

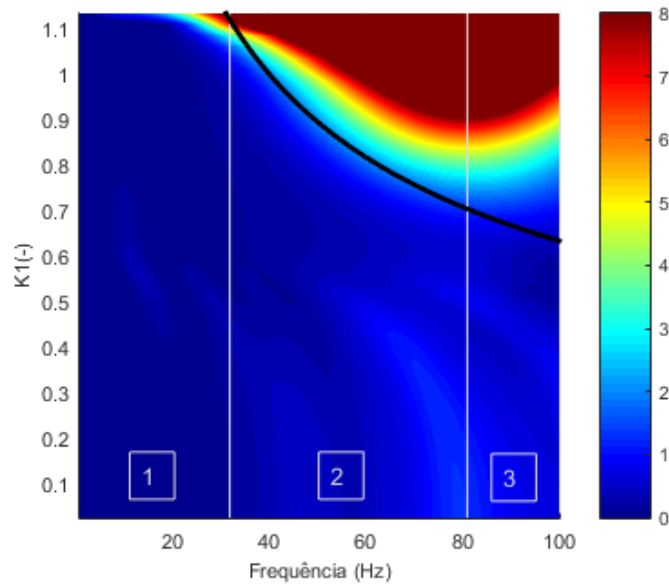


Figura 4.4 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento.

Face ao exposto facilmente se depreende que a inclusão não apresenta qualquer benefício quando a frequência de excitação é inferior à crítica. No entanto, quando a frequência de excitação ultrapassa a crítica, observa-se um efeito de atenuação para os números de onda  $K_1$  superiores ao número de onda  $\overline{K}_1$ , evidenciando o efeito de perturbação à propagação de vibrações provocado pela inclusão. Como referido, o efeito de mitigação ocorre quando o comprimento de onda no solo é menor que o comprimento de onda que ativa o modo de flexão na inclusão. A eficácia da inclusão depende da frequência de excitação aplicada, podendo ser descrita, no domínio do número de onda-frequência, em função do ângulo crítico gerado:

$$\theta_c = \sin^{-1} \left( \sqrt[4]{\frac{\omega^2 M}{EI} \frac{C_R}{\omega}} \right) \quad (4.5)$$

onde  $\theta_c$  representa o ângulo crítico para uma dada frequência de excitação.

A definição da área mitigada através do ângulo crítico é facilmente alcançada através da decomposição do número de onda propagante  $k_R$  em  $k_1$  e  $k_2$ , que representam a propagação de ondas na direção longitudinal e transversal, respetivamente.

Por último, identifica-se ainda uma terceira zona na Figura 4.4, para frequências superiores a 80Hz, com um comportamento distinto das anteriores. Neste intervalo é possível verificar que os valores da atenuação não surgem imediatamente quando o número de onda  $K_1$  supera o número de onda  $\overline{K_1}$ , mas só para valores superiores a estes. Esta perda de eficácia da inclusão não foi identificada nos estudos desenvolvidos por Coulier et al. [132] nem por Barbosa et al [170], uma vez que estes assumiram que a medida de mitigação se desenvolveria até à superfície livre. Note-se que à frequência de excitação de 80 Hz se associam comprimentos de onda de 2 metros para as ondas de Rayleigh, correspondendo sensivelmente ao dobro da distância compreendida entre o topo da inclusão e a superfície livre. Tendo em consideração a relação de proporcionalidade inversa entre a frequência e o comprimento de onda, facilmente se alcança que o aumento da frequência se acompanha com menor penetração em profundidade das ondas R e, conseqüentemente, uma perda da eficácia da inclusão.

Como se comprova, a relação de dispersão entre as ondas P-SV do solo e da inclusão em condições de vibração livre determina a eficiência da medida de mitigação. Tendo em consideração o carácter tridimensional dos fenómenos em apreço, o autor desenvolveu uma comparação entre a resposta obtida para um ponto A (Figura 4.1) com um modelo 2D e 3D, compilando-se os resultados na Figura 4.5.

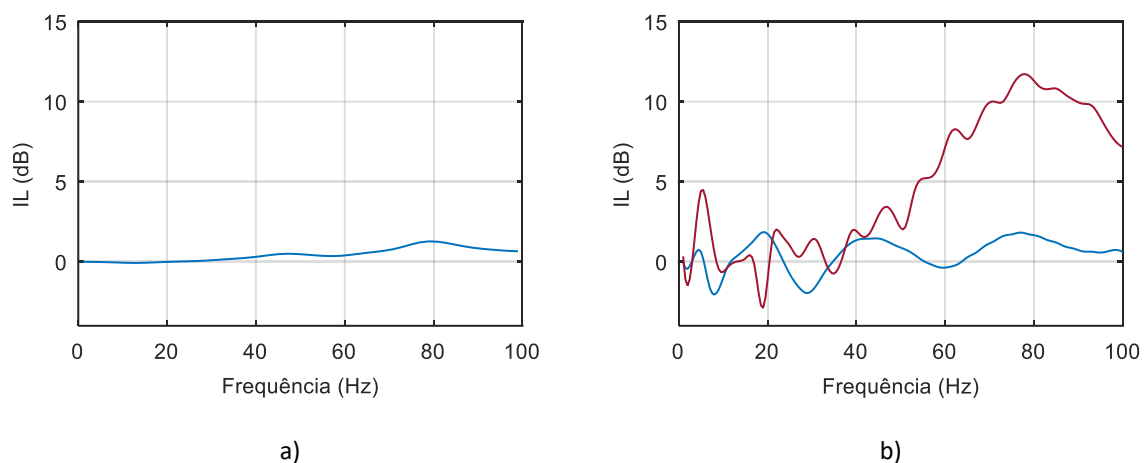


Figura 4.5 – *Insertion loss* (dB) do deslocamento vertical para :a) modelo 2D; b) modelo 3D (linha azul ponto de avaliação A ilustrado na Figura 4.1; linha vermelha - ponto de avaliação B ilustrado na Figura 4.1

Iniciando por analisar a resposta no caso 2D (Figura 4.5 a), é possível observar que o benefício provocado pela inclusão é praticamente negligenciável. Tal ineficiência deve-se ao facto de uma análise em estado plano de deformação inibir o modo de flexão longitudinal da inclusão. Em

contrapartida, a Figura 4.5 b) sobrepõe o resultado obtido com um modelo 3D para o ponto A e para o ponto B afastado 32 metros do plano de aplicação da carga que se localiza no interior da área mitigada. Como perspectivado, a eficácia da inclusão na secção transversal do carregamento (ponto A) é limitada, originando, ainda, amplificações da resposta em determinadas frequências. Por oposição, o ponto B a partir da frequência crítica apresenta uma clara, e crescente, atenuação da resposta, invertendo-se esta tendência para frequências superiores a 80 Hz, como se mencionou anteriormente.

#### 4.2.2. INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DA INCLUSÃO

Com o intuito de avaliar a influência que a rigidez flexional da inclusão exibe no processo de mitigação, desenvolveu-se um novo cenário de estudo. Nesta variante, todas as propriedades geométricas e materiais permaneceram inalteradas, com a exceção do módulo de deformabilidade da inclusão, que sofreu um aumento de 10 vezes. Desenvolveu-se uma análise semelhante à anterior, podendo encontrar-se na Figura 4.6 o  $IL$  no domínio transformado para o alinhamento a 20 metros do carregamento. Adicionalmente, representaram-se as relações de dispersão para a inclusão de referência (linha descontinua) e para a inclusão mais rígida (linha contínua).

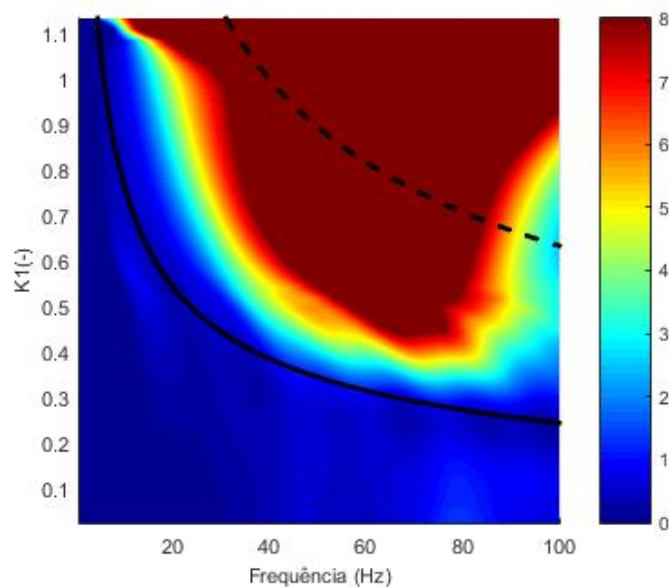


Figura 4.6 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (linha cinzenta - inclusão mais rígida; linha pontilhado – inclusão de referência).

Tendo em conta a equação (4.3), era expectável que a relação de dispersão da inclusão surgisse para valores de  $\overline{K}_1$  inferiores aos do caso de referência, o que se comprovou pela análise. Esta particularidade permite desenvolver áreas de atenuação superiores às do caso de referência. Atendendo a que o comprimento de onda gerado nas baixas frequências é consideravelmente superior ao diâmetro da inclusão, os efeitos locais, como a presença de uma inclusão, não assumem expressão relevante. Este facto justifica a melhoria residual registada na gama das baixas frequências. Num extremo oposto, nas altas frequências geram-se comprimentos de onda menores que conseguem passar pelo topo da inclusão, destruindo a atenuação benéfica propiciada pela inclusão.

De forma análoga, as representações apresentadas na Figura 4.3 foram levadas a cabo para a presente variante originando o *insertion loss* expresso na Figura 4.7.

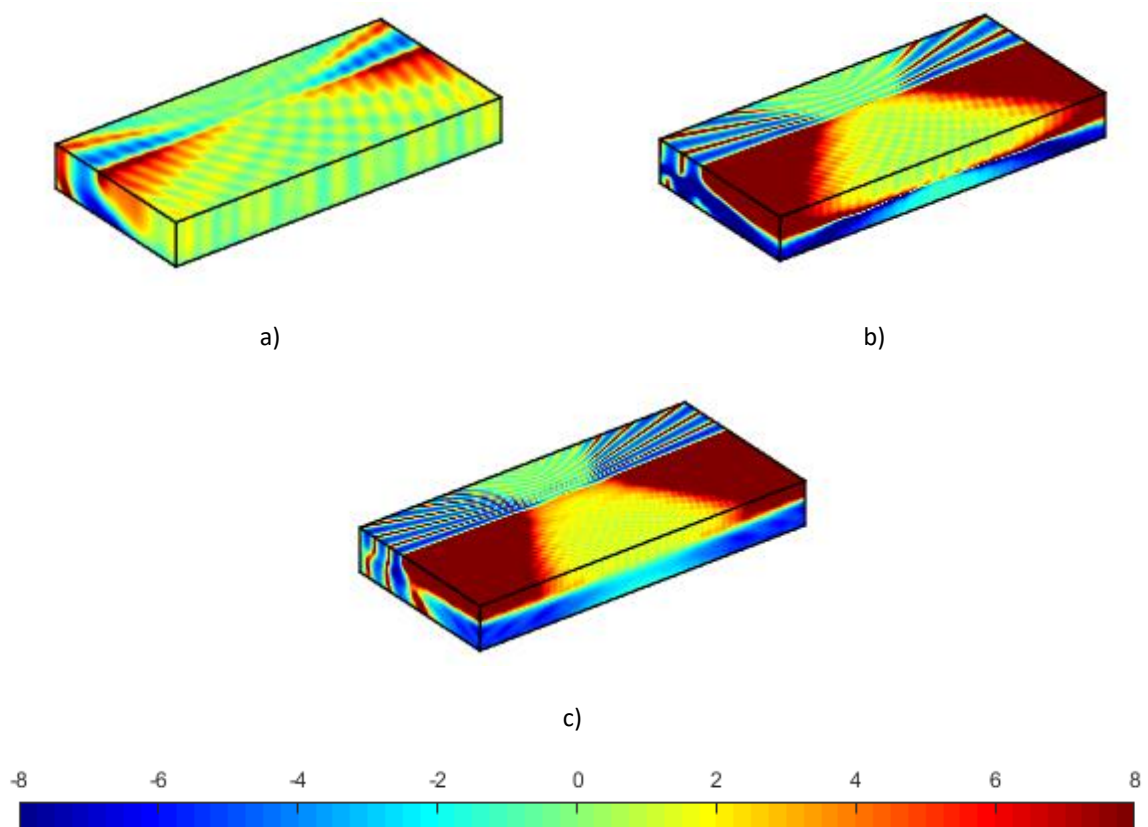


Figura 4.7 – *Insertion loss* (dB) no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical provocado por uma inclusão mais rígida para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

Comparando a Figura 4.3 com a Figura 4.7, é facilmente perceptível que os ângulos que delimitam o início das regiões atenuadas são menores para a mesma frequência, corroborando os factos enumerados previamente na análise no domínio do número de onda-frequência.

#### 4.2.3. INFLUÊNCIA DA SIMETRIA DA SOLUÇÃO

A valorização patrimonial conseguida pela proximidade a um meio de transporte de massas, como o ferroviário e metropolitano, justifica a implantação de estruturas de ambos os lados das linhas férreas, e consequentemente necessitam de medidas de mitigação simétricas. Apesar da fenomenologia física inerente à adoção de inclusões rígidas como medidas mitigação ser facilmente identificada estudando uma inclusão isolada, a afirmação anterior justifica a necessidade de avaliar o impacto que uma solução simétrica acarreta no padrão de atenuação previamente identificado. Neste contexto, a presente secção adotou um cenário onde uma inclusão é colocada de ambos os lados a 10 metros de distância do ponto de aplicação da carga, como se pode comprovar pela Figura 4.8.

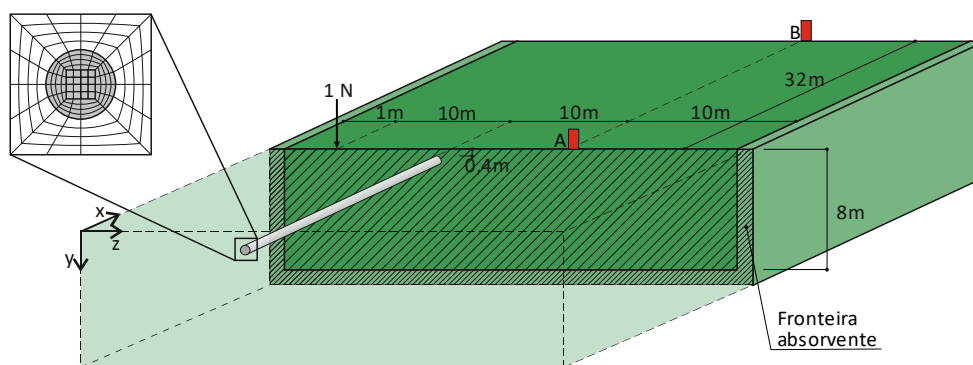


Figura 4.8 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de uma inclusão simétrica.

O diagrama de  $IL$  no domínio do número de onda-frequência pode ser encontrado na Figura 4.9, onde se pode inferir que a adoção de uma solução de mitigação simétrica induz uma perturbação no padrão de atenuação previamente identificado. Tal perturbação deriva de um fenómeno amplamente conhecido em acústica designado por ressonância de cavidade. Este representa uma amplificação da resposta sempre que o comprimento de onda propagante iguale a distância compreendida entre duas estruturas (inclusões rígidas), ou seja um múltiplo desta. O número de onda para qual é expectável o

desenvolvimento do fenômeno de ressonância de cavidade pode facilmente ser determinado através da equação (4.6).

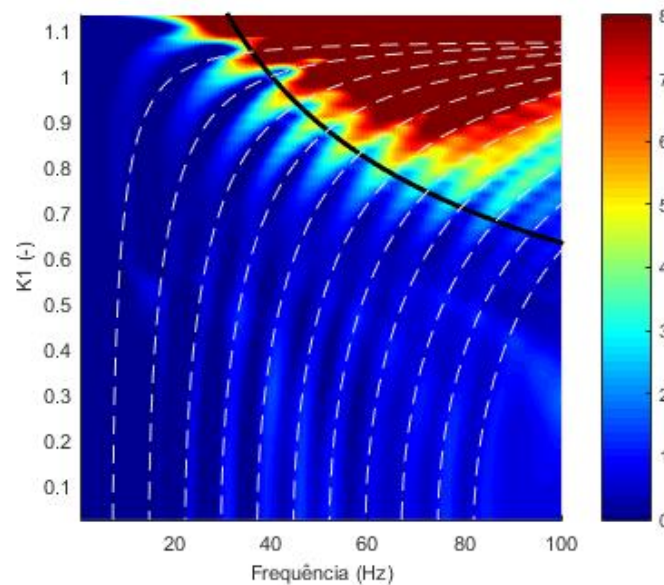


Figura 4.9 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento – cenário com solução simétrica (linha preta– curva de dispersão da inclusão; linhas descontinua – modos de ressonância de cavidade).

$$K_1 = \frac{C_S}{C_R} \sqrt{1 - \left( \frac{n \cdot C_R}{2l \cdot f} \right)^2} \quad (4.6)$$

onde  $C_S$  representa a velocidade de propagação das ondas S no solo,  $C_R$  a velocidade de propagação das ondas R no solo,  $l$  a distância entre as inclusões e  $f$  a frequência hertziana. Os modos de ressonância de cavidade sobrepostos na Figura 4.9 foram determinados assumindo  $C_S = 160$  m/s,  $C_R = 148$  m/s e  $l = 20$  metros. Como se pode comprovar, a adoção de uma solução simétrica acarreta o desenvolvimento de ressonâncias de cavidade que resulta em perdas parciais de eficácia da solução comparativamente com uma solução assimétrica. Apesar das perdas identificadas, o mecanismo de atenuação de guiamento de onda sofre uma perturbação residual, praticamente negligenciável, não comprometendo a eficácia da inclusão rígida em mitigar o campo de vibrações induzido.

### 4.3. COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM GRUPO DE INCLUSÕES

#### 4.3.1. SOLUÇÃO LOCAL DE MITIGAÇÃO

##### 4.3.1.1. Caso de referência

Como referido, a consideração de múltiplas inclusões permite tirar proveito do comportamento de uma meta-estrutura. Este é adicionado ao efeito de mitigação provocado pela presença de uma inclusão mais rígida, discutido na secção anterior. Neste contexto, e com o intuito de avaliar o efeito de mitigação associado a uma meta-estrutura, foram adicionadas duas novas inclusões, afastadas de 1,2 metros entre si, ao cenário de referência anterior (Figura 4.1). Um esquema ilustrativo do cenário que se considera como referência na presente secção pode ser encontrado na Figura 4.10.

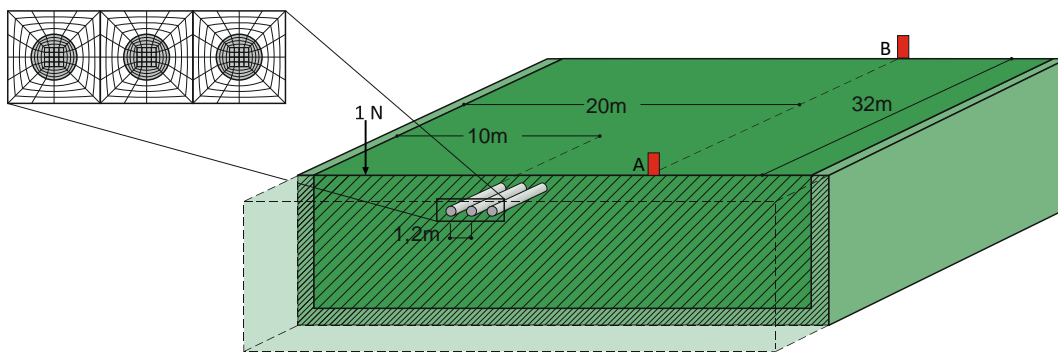


Figura 4.10 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de três inclusões.

À semelhança da secção anterior, a análise iniciou-se pelo estudo do *insertion loss* no domínio do espaço-frequência, encontrando-se retratados na Figura 4.11 os resultados obtidos para as frequências de excitação 25 Hz, 50 Hz e 75Hz. Estabelecendo uma comparação entre os resultados obtidos nas frequências de 25 Hz e 50 Hz (Figura 4.11 a e b) com os alcançados no caso de inclusão única (Figura 4.3 a e Figura 4.3 b), infere-se um padrão semelhante de comportamento: i) a presença das inclusões não afeta o comportamento dinâmico do sistema para a frequência de 25 Hz; ii) a frequência de 50 Hz é caracterizada pelo efeito de guiamento das ondas, surgindo uma zona atenuada após o ângulo crítico, e uma zona onde a presença das inclusões é, praticamente, negligenciável. Apesar das semelhanças do comportamento dinâmico entre o caso de inclusão única e o presente caso para a frequência de 50 Hz, adotar uma solução composta permite atingir valores de *insertion loss*



superiores, evidenciando um ganho de eficácia com a adição de mais inclusões. Não obstante, o resultado que revela maior interesse é o alcançado para a frequência de excitação mais elevada. Comparando Figura 4.11 c) com Figura 4.3 c), é possível observar que o cenário de inclusão única não apresenta mitigação da resposta vertical na área compreendida entre os limites do ângulo crítico. Contrariamente, a adoção de múltiplas inclusões permite que a área delimitada pelo ângulo crítica exiba, concomitantemente, atenuação. Este efeito adicional de mitigação encontra-se relacionado com um comportamento de grupo, estando a sua ativação dependente do número de inclusões que constitui a medida de mitigação.

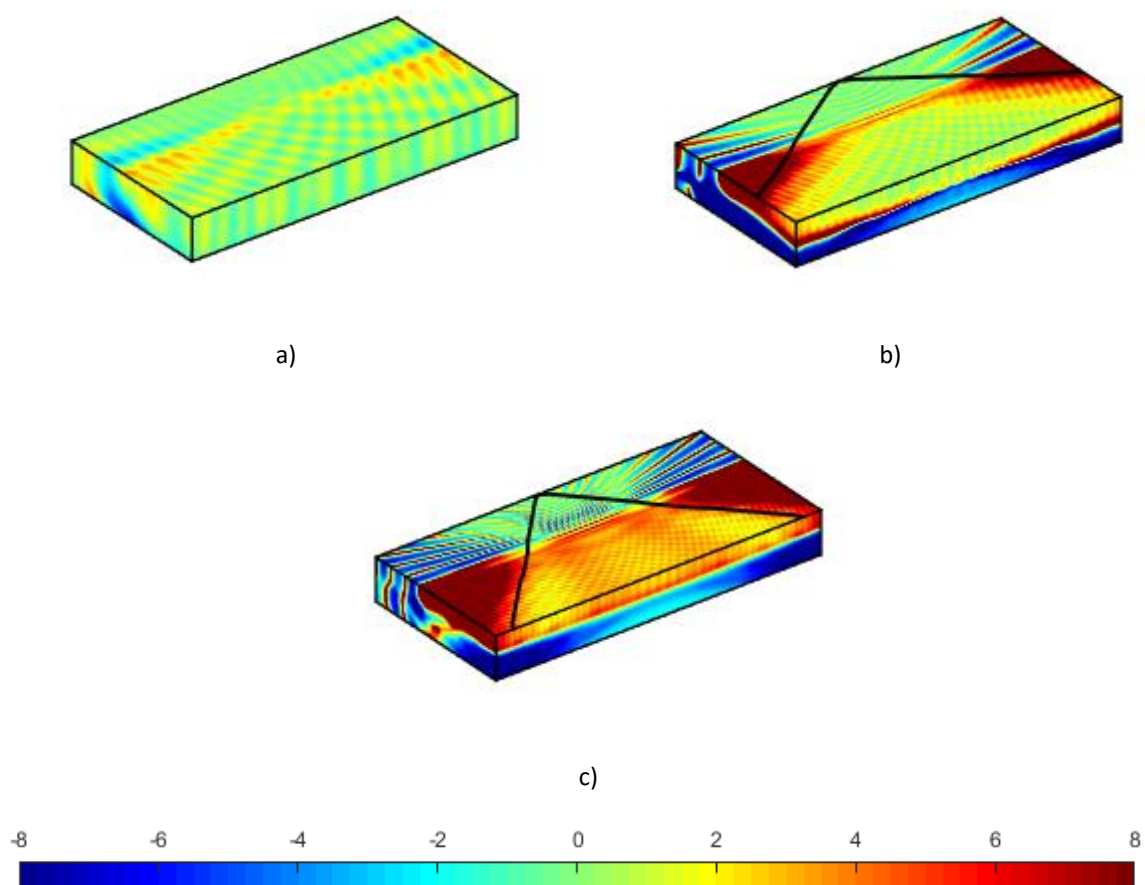


Figura 4.11 – *Insertion loss* (dB) para um conjunto de três inclusões no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

Para clarificar o efeito de grupo previamente identificado, desenvolveu-se uma análise no domínio do número de onda-frequência, sendo apresentado o *insertion loss* do deslocamento vertical para o alinhamento que contém o ponto A (Figura 4.10) na Figura 4.12. As primeiras zonas descritas na Figura

4.12 correspondem às mesmas identificadas no caso de inclusão única (Figura 4.4): i) para frequências de excitação inferiores à crítica não se identifica o efeito benéfico da adoção do grupo de inclusões; ii) a segunda região é caracterizada pelo guiamento das ondas ao longo das inclusões. Contudo, na terceira região da Figura 4.12 surge uma nova zona onde se identifica um ganho considerável de *insertion loss*, ou seja, uma atenuação da resposta, mesmo para a condição de estado plano de deformação ( $K_1 = 0$ ). Esta zona evidencia um novo efeito de mitigação, associado a uma interação de grupo, inexistente no caso de inclusão única. Tendo em consideração que valores de  $K_1$  superiores aos de  $\overline{K}_1$  remetem a pontos à superfície localizado após o limite do ângulo crítico, fica patente que o efeito de grupo é o responsável pela atenuação da área previamente não mitigada.

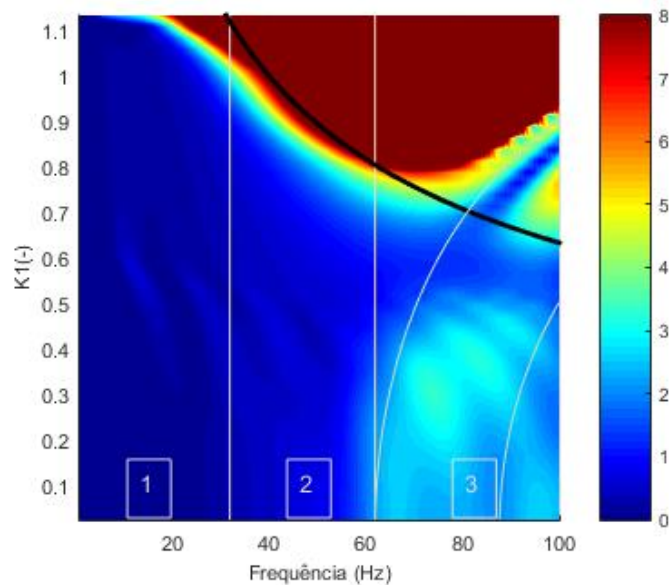


Figura 4.12 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (cenário com três inclusões).

Um paralelismo pode ser feito entre a interação de grupo das inclusões com um efeito amplamente observado em estruturas do tipo cristal sónico [145]. Seguindo a teoria de Bragg, é possível limitar o intervalo de frequências, usualmente designado por *band-gap*, para o qual se observa o efeito de mitigação recorrendo a [171, 172]:

$$f_{\min}(\alpha) = \frac{C_R}{2d \cos(\alpha)}$$

$$f_{\max}(\alpha) = \frac{C_R}{\sqrt{2}d \cos(\alpha)}$$
(4.7)

onde  $d$  representa a distância ao eixo entre duas inclusões, e  $\alpha$  o ângulo incidente da onda, tal que:

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - K_1^2}$$
(4.8)

As curvas cinza sobrepostas na Figura 4.12 foram determinadas com recurso às equações (4.7) assumindo  $d = 1,2$  m e  $C_R = 148,9$  m/s. Face ao exposto, facilmente se identifica que o *band-gap* é dependente tanto das propriedades elásticas do maciço geotécnico como da distância entre inclusões.

A adoção de um grupo de inclusões conduz, como identificado, ao desenvolvimento de um novo mecanismo de atenuação responsável por mitigar uma gama de frequências específica. Derivando este da interação do grupo de inclusões, carece a presente secção da avaliação do número mínimo de inclusões capaz de induzir tal fenómeno. Neste contexto, determinaram-se os diagramas de  $IL$  no domínio transformado desde o cenário de inclusão única até ao cenário com 4 inclusões, como se ilustra na pela Figura 4.13.

Como expectável, a adoção de um número crescente de inclusões induz um guiamento de onda com maior expressão e para valores de números de onda inferior, ou seja, para ângulos críticos menores, uma vez que o carácter global da solução ganha relevância. Quanto ao efeito de cristal sónico, apesar do caso com duas inclusões evidenciar uma ligeira atenuação na gama de frequências expectável é visível que só a adoção de três inclusões é capaz de induzir o efeito de forma expressiva e para uma maior gama de frequências.

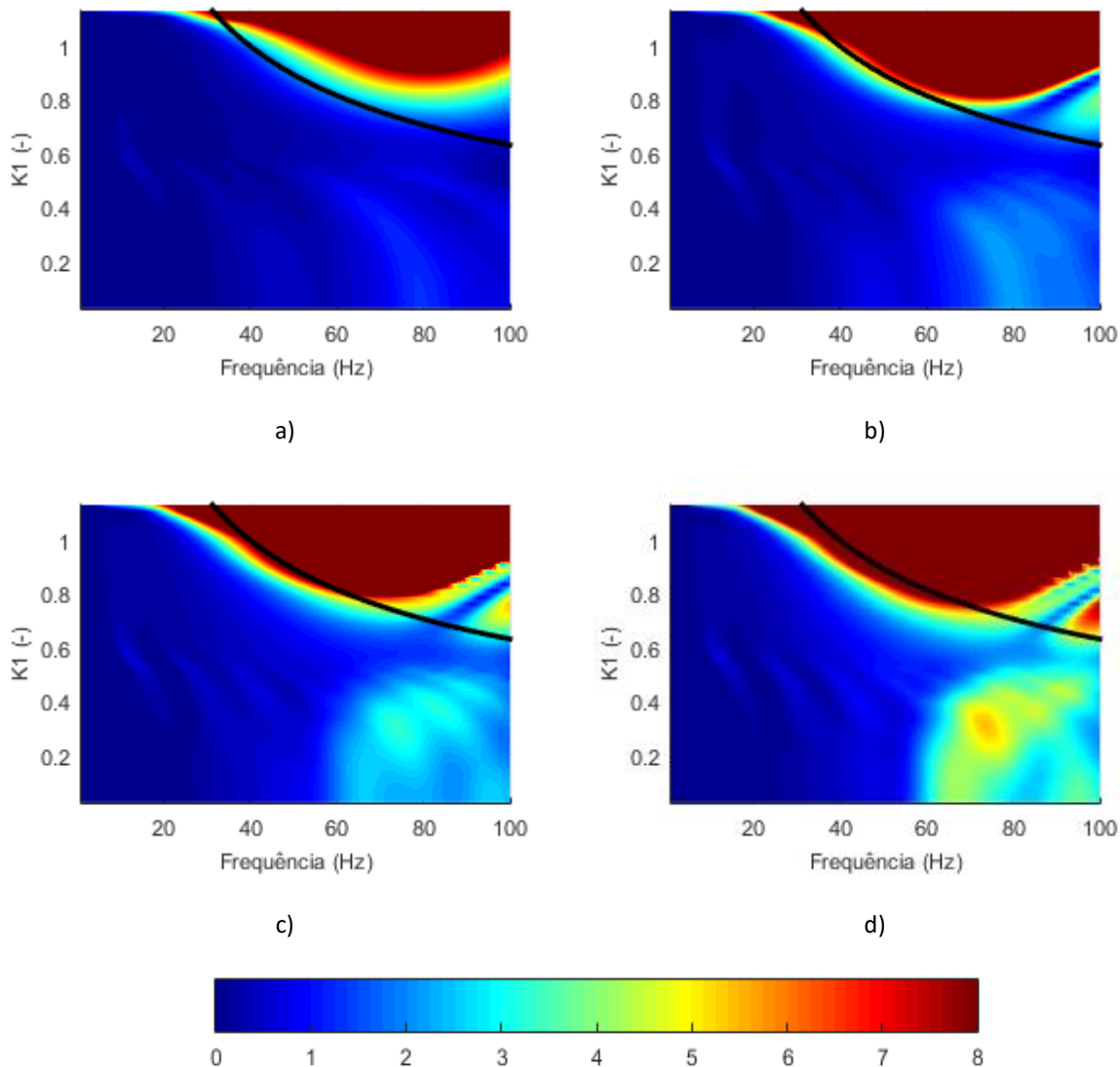


Figura 4.13 – *Insertion loss* (dB) no domínio número de onda - frequência do deslocamento vertical para: a) 1 inclusão; b) 2 inclusões; c) 3 inclusões; d) 4 inclusões.

#### 4.3.1.2. *Influência das propriedades geotécnicas*

O efeito de cristal sónico, como referido na secção anterior, encontra-se intrinsecamente relacionado com as propriedades elásticas do meio propagante. Neste contexto, adotar o cristal sónico anterior num horizonte geotécnico com características elásticas distintas surtirá atenuação para uma gama de frequências diferente. Para comprovar esta premissa, construiu-se um novo cenário onde se alteraram as propriedades mecânicas do maciço de fundação exclusivamente ao nível do módulo de

deformabilidade, dando a ondas R com uma velocidade de propagação na ordem dos 120 m/s. Neste contexto, recorrendo às equações propostas (4.7) para a delimitação da gama de frequências atenuada pelo cristal sónico, é expectável que esta ocorra entre os 48 Hz e os 71 Hz. À semelhança dos cenários anteriores, foi determinado o diagrama de dispersão para o alinhamento a 20 metros da carga, encontrando-se representado na Figura 4.14. Como se pode observar, os resultados corroboram a expectativa, passando o efeito de atenuação induzido pelo cristal sónico a ocorrer para uma gama de frequência inferior à do cenário anterior. Deve salientar-se ainda a perda de eficácia do mecanismo de guiamento de onda para frequências inferiores às verificadas na secção anterior. Como referido, a partir de uma determinada frequência a energia propagante fica confinada à superfície, atravessando o grupo de inclusões sem que estas se apresentem como um obstáculo. Atendendo a este facto, e uma vez que o perfil geotécnico do presente cenário exhibe uma menor rigidez que o anterior, facilmente se depreende a perda de mecanismo de guiamento de onda para uma frequência inferior que os 80 Hz.

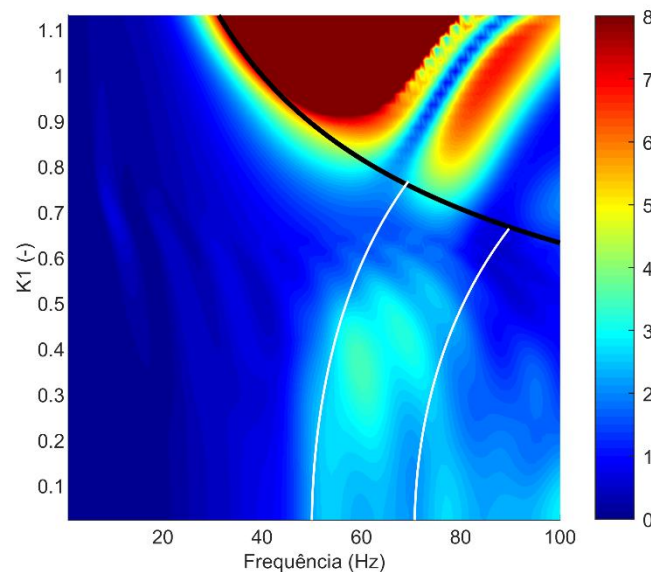


Figura 4.14 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (cenário com três inclusões).

#### 4.3.1.3. Influência da distância entre recetor-inclusões

A fim de investigar o impacto que a posição relativa da matriz de inclusões assume entre a fonte de vibração e o recetor, criou-se um novo cenário, onde o mesmo número de inclusões foi colocado a uma distância superior à fonte de excitação, conforme se verifica na Figura 4.15.

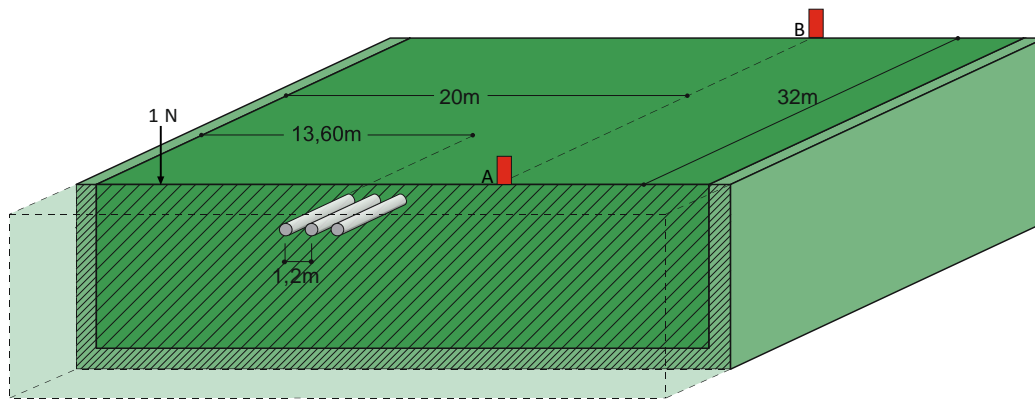


Figura 4.15 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de três inclusão localizadas a 13,6m da fonte de excitação.

A Figura 4.16 ilustra o diagrama de *insertion loss* no domínio do número de onda-frequência, para o alinhamento a 20 metros da fonte.

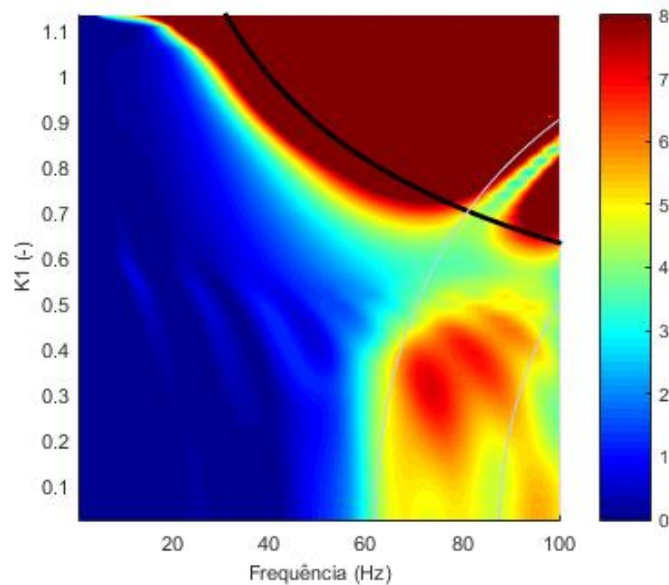


Figura 4.16 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (cenário com três inclusões mais próximas do recetor).

Comparando os resultados aqui expostos com os representados na Figura 4.12, é possível identificar-se uma semelhança nas tendências principais. No entanto, a magnitude do *insertion loss* observado na região 3, devido ao efeito de cristal sónico induzido pela presença das múltiplas inclusões, é mais acentuado para o caso em que se aproximam as inclusões do recetor.

Avaliando o *insertion loss* da resposta vertical no domínio do espaço-frequência (Figura 4.17) para as frequências 25 Hz, 50 Hz e 75 Hz, verifica-se, como esperado, resultados semelhantes aos apresentados na Figura 4.11. De realçar que, para a frequência de 25 Hz, onde o efeito benéfico das inclusões é negligenciável, se observa praticamente uma independência entre a posição assumida pelas inclusões e o campo de vibrações resultante. Relativamente à frequência de 75 Hz (Figura 4.17c), verifica-se um padrão de *insertion loss* do deslocamento vertical em tudo similar ao identificado na Figura 4.11 c).

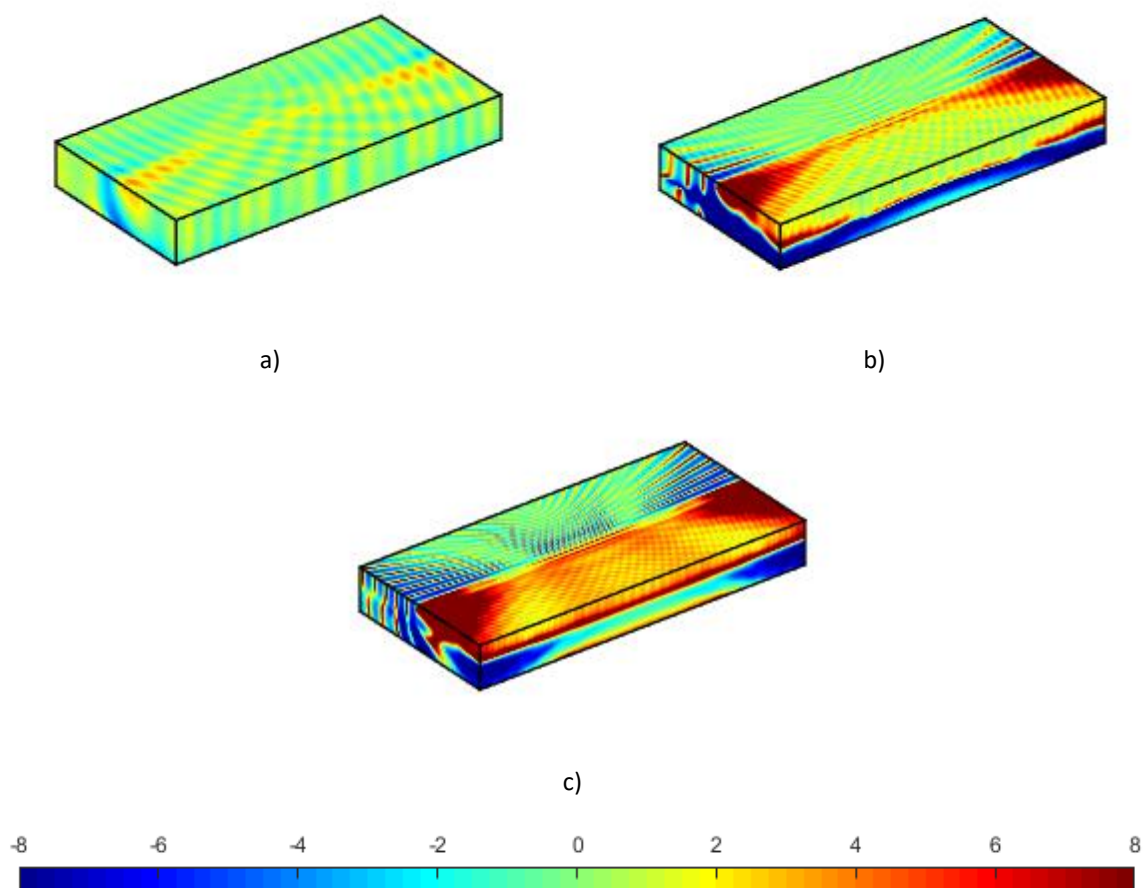


Figura 4.17 – *Insertion loss* (dB) para um conjunto de três inclusões mais próximas do recetor no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

#### 4.3.1.4. Influência da profundidade enterrada das inclusões

Quando uma ação vibratória é aplicada a meio semi-indefinido, seja esta à superfície ou em profundidade, surgem diversas tipologias de onda que transportam distintas percentagens da energia. Atendendo a que as ondas superficiais se apresentam como as mais energéticas estando confinadas a uma zona vizinha à superfície livre, facilmente se depreende que a profundidade enterrada das inclusões influencia diretamente a eficiência da medida de mitigação. Para avaliar o impacto da profundidade enterrada das inclusões, construiu-se um novo cenário onde se aumentou a distância entre o topo das inclusões e a superfície livre, tal com se ilustra na Figura 4.18.

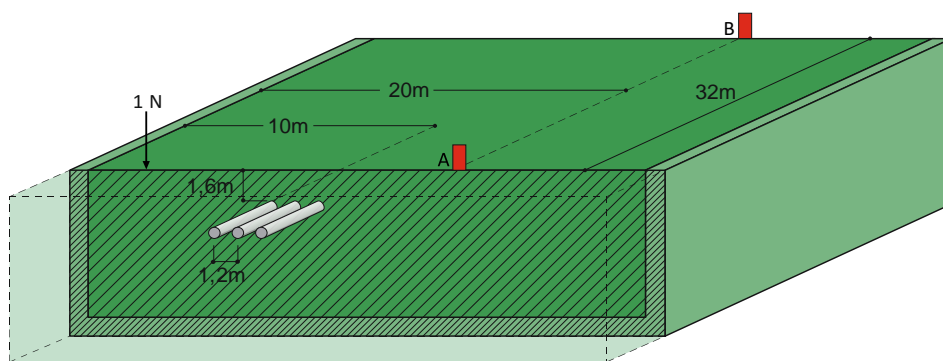


Figura 4.18 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de três inclusão enterradas a 1,6 metros da superfície do maciço.

A análise teórica da componente vertical do campo de deslocamento induzido pela propagação das ondas R permite concluir que a energia transportada se cinge a uma zona próxima da superfície livre, deixando de se fazer sentir para profundidades superiores a 60% do comprimento de onda em apreço. Atendendo a que no presente caso a velocidade de propagação das ondas R se aproxima dos 149 m/s é expectável que, para frequências superiores a 50 Hz, o efeito de mitigação provocado pelas inclusões deixe de se fazer sentir em pontos localizados à superfície. Este facto encontra-se bem patente na Figura 4.19, onde se apresenta o *insertion loss* no domínio do espaço-frequência para as três frequências consideradas na análise.

Tal como verificado nos cenários anteriores, a presença das inclusões não surte efeito para a frequência de 25 Hz, onde o comprimento de onda associado à onda R é demasiado elevado para ser perturbado pela medida de mitigação. No entanto, para as restantes frequências analisadas (50 Hz e



75 Hz) constata-se a perda de eficácia da solução composta por três inclusões na mitigação de vibrações à superfície. Como referido, isto justifica-se pelo facto da energia se propagar numa zona adjacente à superfície livre, passando por cima da linha de inclusões sem que estas interfiram.

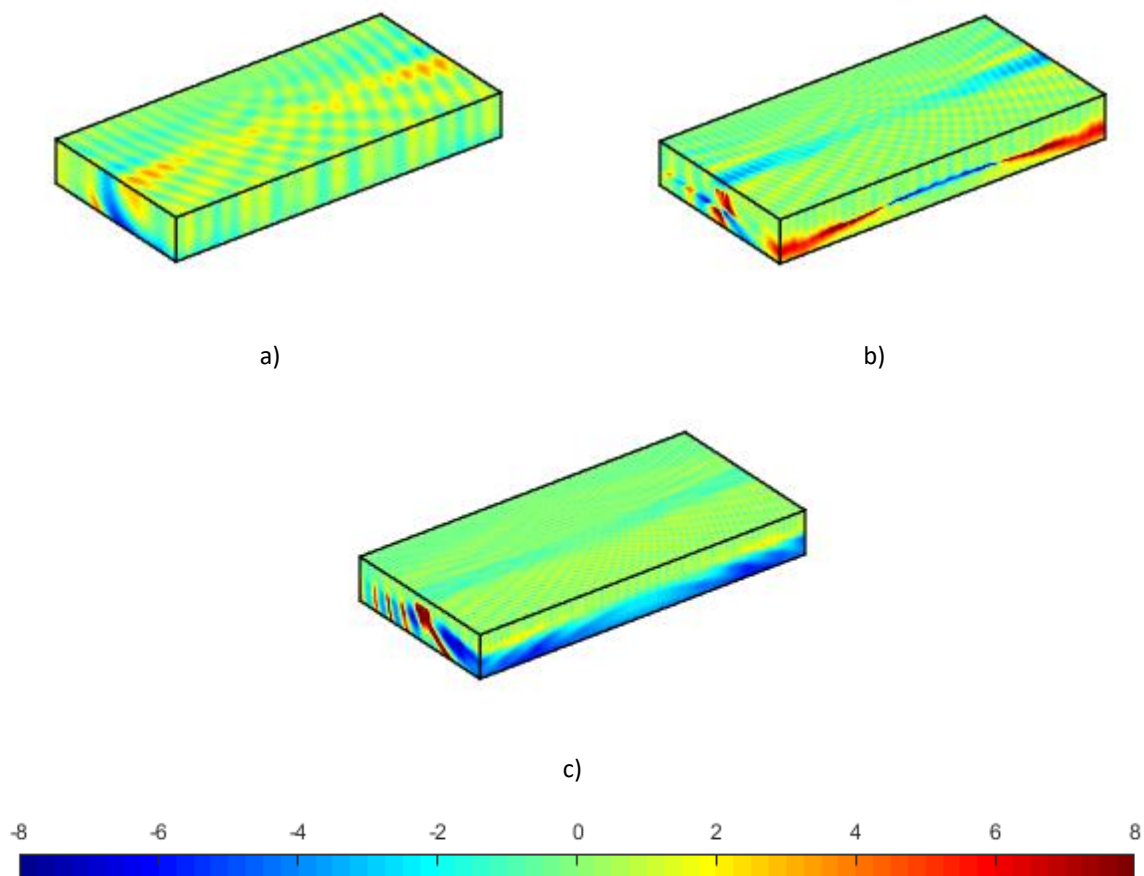


Figura 4.19 – *Insertion loss* (dB) para um conjunto de três inclusões enterradas a 1,6 metros da superfície no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

#### 4.3.1.5. *Influência da orientação das inclusões*

Além do aspeto geométrico previamente aferido, a orientação das inclusões relativamente à onda incidente é um aspeto que carece de avaliação. Face ao exposto, para identificar o impacto que uma orientação distinta produz, construiu-se um novo cenário onde o grupo de inclusões inicial (Figura 4.10) se dispôs na vertical, preservando o afastamento ao eixo entre inclusões. Um esquema ilustrativo deste cenário pode ser encontrado na Figura 4.20

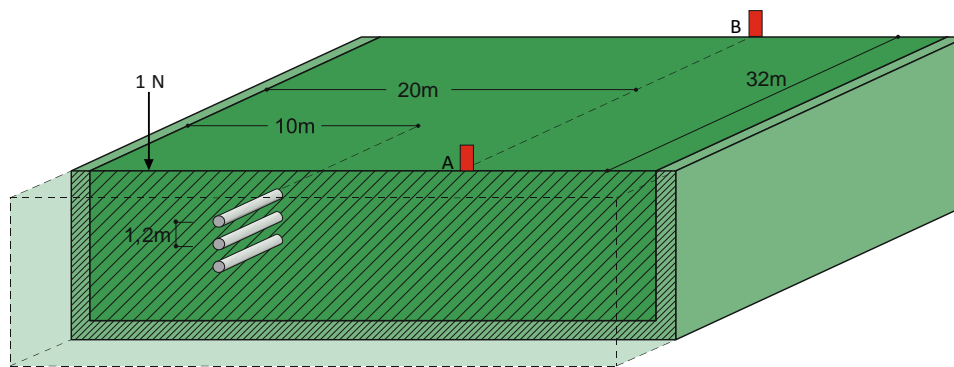


Figura 4.20 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de três inclusão orientadas na vertical.

Os resultados, em *insertion loss*, do campo de deslocamento obtido para as frequências 25 Hz, 50 Hz e 75 Hz para o cenário supra-ilustrado expressam-se na Figura 4.21.

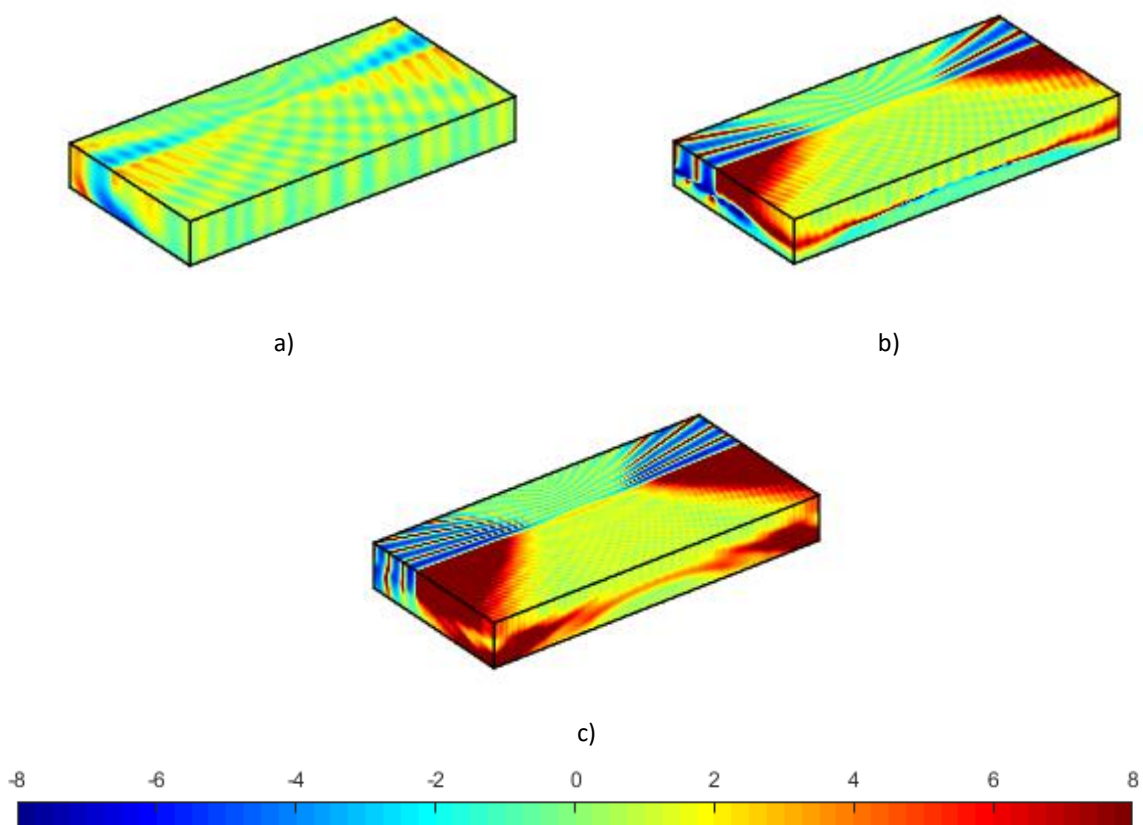


Figura 4.21 – *Insertion loss* (dB) para um conjunto de três inclusões orientadas na vertical no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

Como se constata, o comportamento dinâmico da resposta é em tudo similar ao identificado para o caso de inclusão única (Figura 4.3), havendo, exclusivamente, o aumento, quer da magnitude do *insertion loss*, quer da profundidade mitigada.

Apesar da adoção da solução em estudo ser composta por três inclusões, não se identifica o efeito de cristal sónico, o que pode ser justificado tendo em consideração que a geometria da frente de onda de Rayleigh é praticamente vertical. Por conseguinte, a interação de grupo é perdida, uma vez que o efeito de cristal sónico só é ativado quando se desenvolvem comprimentos de onda da ordem do dobro do afastamento entre inclusões consecutivas. Como facilmente se depreende, orientando as inclusões segundo um alinhamento vertical, impossibilita-se a ocorrência deste facto, uma vez que a frente de onda atinge todas as inclusões em simultâneo (Figura 4.22).

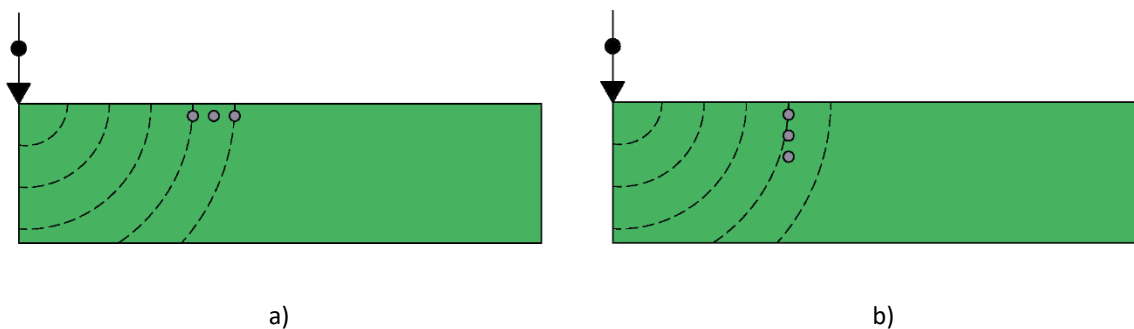


Figura 4.22 – Representação esquemática da frente de onda induzida para: a) linha de inclusões; b) coluna de inclusões.

A perda de eficácia da solução de mitigação pode ser comprovada através da Figura 4.23, na qual se representa o *insertion loss* no domínio transformado do deslocamento vertical para o alinhamento longitudinal que contém o ponto A. O padrão de atenuação resultante corrobora as conclusões previamente inferidas, constatando-se a semelhança entre o comportamento dinâmico com o obtido para o caso de inclusão única. Pode referir-se que adotar múltiplas inclusões alinhadas paralelamente à frente da onda é equivalente à consideração de apenas uma inclusão. Daqui se depreende que o efeito resultante da interação de grupo é extremamente sensível à orientação preconizada para a solução de mitigação.

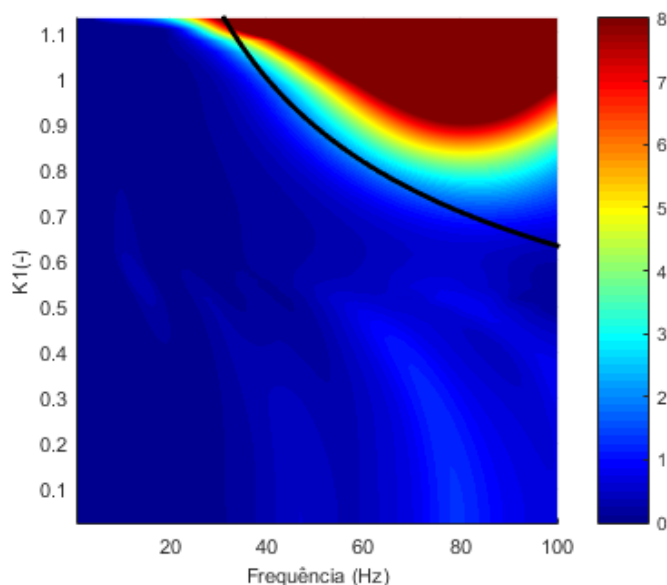


Figura 4.23 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (cenário com três inclusões verticais).

#### 4.3.1.6. *Influência da descontinuidade das inclusões*

As variantes estudadas até ao momento assumem as estruturas de mitigação como invariantes no sentido longitudinal, desfasando, em muitos casos, o estudo de uma aplicabilidade prática. Neste contexto, a presente secção tem como o intuito avaliar o impacto que uma descontinuidade longitudinal entre inclusões produz no padrão de mitigação previamente identificado.

Como facilmente se compreende, num cenário com inclusões descontínuas, existem duas variáveis potencialmente responsáveis pela eficácia da solução, por um lado o comprimento parcial da inclusão e, por outro, o afastamento longitudinal entre inclusões sucessivas. Tendo em consideração estes factos, o autor investigou inicialmente a primeira variante, onde, mantendo constante o afastamento longitudinal entre inclusões, fez variar o comprimento parcial da inclusão desde 3 metros até 5 metros. Assim, partindo de um caso com inclusão contínua, construíram-se os casos cujas plantas se expressam na Figura 4.24.

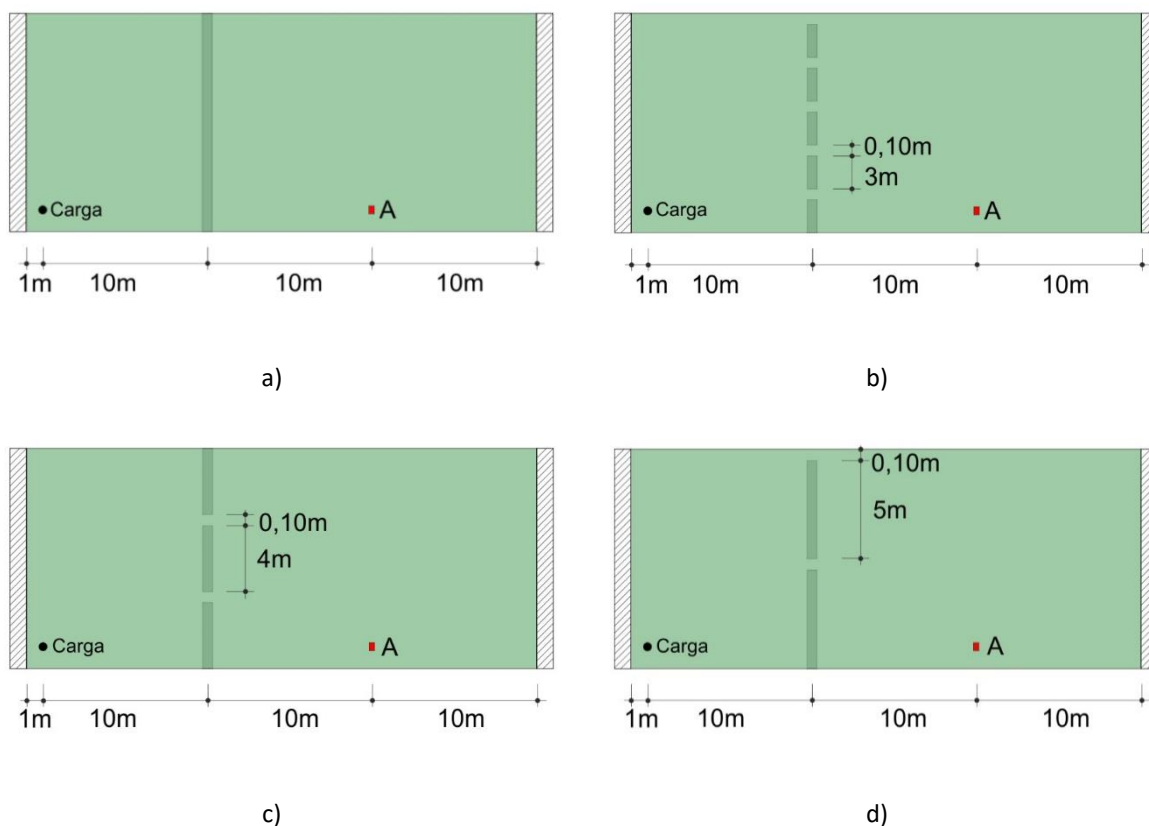


Figura 4.24 – Plantas esquemáticas das soluções de mitigação: a) inclusão contínua; b) inclusões com 3 metros; c) inclusões com 4 metros; d) inclusões com 5 metros.

Importa ressaltar que a presente secção, ao contrário do restante capítulo, obriga a uma modelação tridimensional, sendo esta levada a cabo com o modelo 3D MEF-PML periódico, apresentado no capítulo anterior. Uma figura ilustrativa da secção utilizada para o desenvolvimento do presente estudo pode ser observada na Figura 4.25.

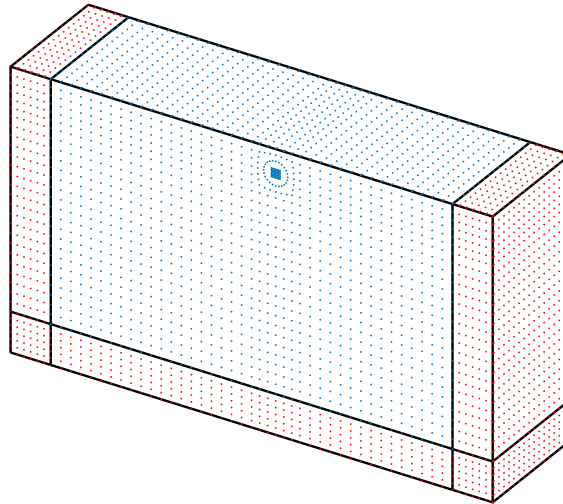


Figura 4.25 – Modelo de elementos finitos adotado para o estudo das inclusões descontínuas.

Seguindo a mesma filosofia de análise, para cada um dos casos, determinaram-se os diagramas de *insertion loss* no domínio transformado para um alinhamento a 20 metros do plano de carga, cujos resultados estão expressos na Figura 4.26. Sobreposto, pode encontrar-se a curva de dispersão para uma viga contínua em condição de vibração livre (linha a preto), como nos exemplos anteriormente apresentados. Por motivos de facilidade interpretativa, optou-se por apresentar o diagrama de comportamento obtido para uma solução contínua, uma vez que este constitui o cenário de referência. Dos resultados expostos, pode verificar-se que ambos os cenários variantes avaliados produzem um resultado praticamente semelhante ao de inclusão contínua no que diz respeito ao efeito de guiamento de onda evidenciado pela zona de forte *insertion loss*. Relativamente ao restante padrão de atenuação, observam-se algumas diferenças, fruto da distinta génese das soluções de mitigação, no entanto, de magnitude negligenciável. Neste sentido, pode concluir-se que o comprimento da inclusão não condiciona a eficácia do mecanismo de guiamento de onda.

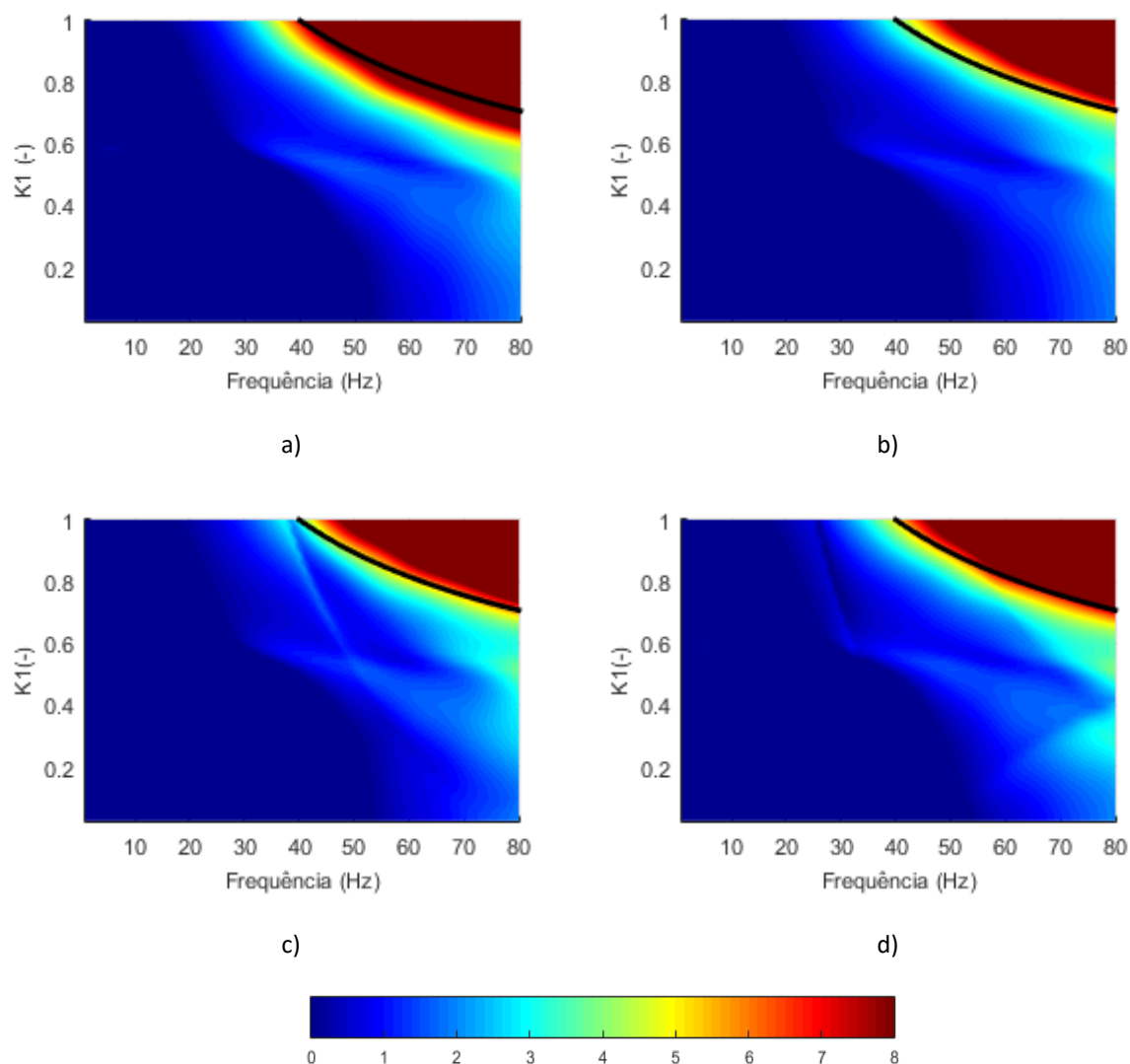


Figura 4.26 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento para : a) Inclusões contínuas; b) Inclusões de 3 metros afastadas 0,10 metros; c) Inclusões de 4 metros afastadas 0,10 metros; d) Inclusões de 5 metros afastadas 0,10 metros.

Posto isto, seguiu-se a avaliação do impacto que o afastamento longitudinal entre inclusões produz no mecanismo de atenuação inerente a uma inclusão rígida (guiamento de onda). Neste sentido, o autor criou novas variantes, nas quais, mantendo constante o comprimento da inclusão, se estabeleceram distintos afastamentos longitudinais, como se pode comprovar pela Figura 4.27.

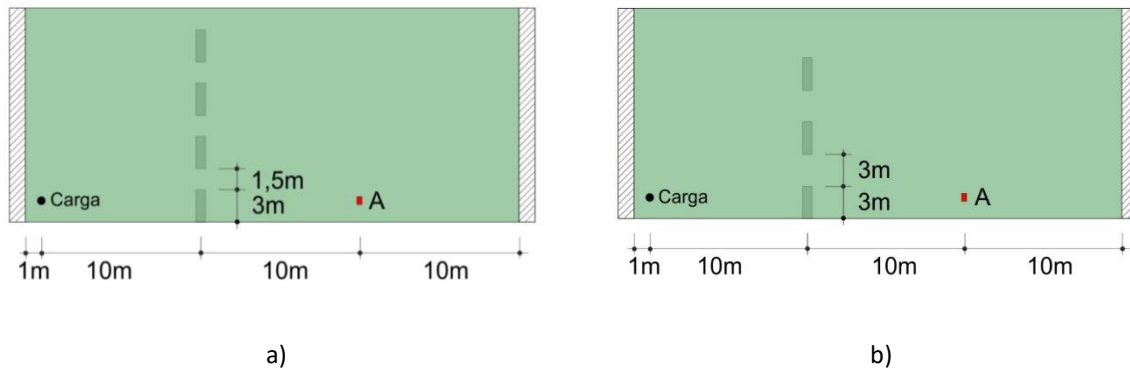


Figura 4.27 – Plantas esquemáticas das novas soluções consideradas: a) 3 metros de inclusão afastadas a 1,5 metros; b) 3 metros de inclusão afastadas a 3 metros.

De forma análoga, determinaram-se os *insertion loss* no domínio transformado para as duas novas variantes, que estão expressos na Figura 4.28.

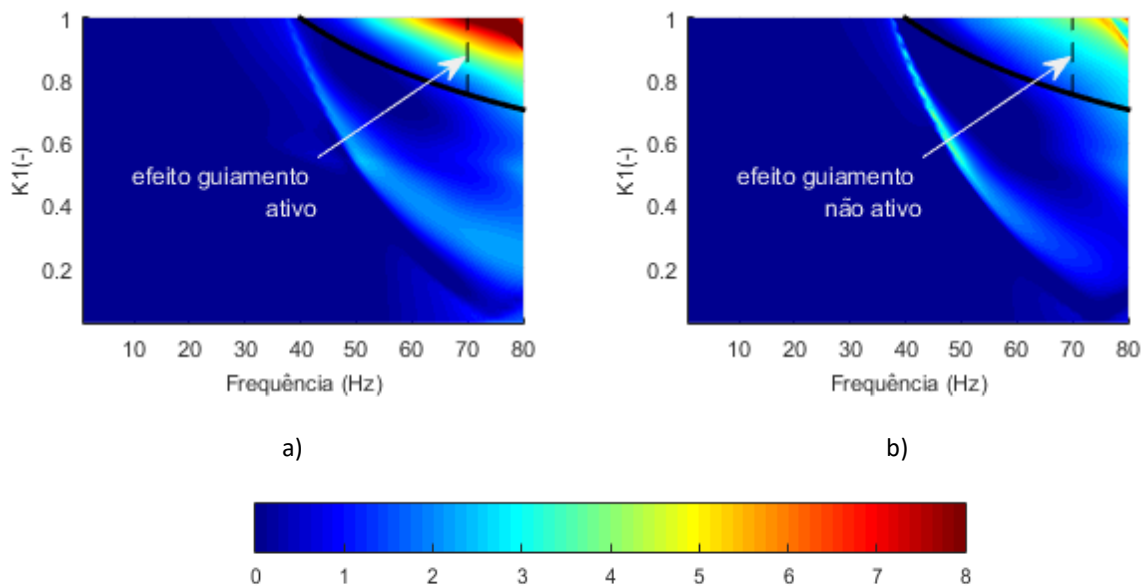


Figura 4.28 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento para : a) Inclusões de 3 metros afastadas 1,50 metros; b) Inclusões de 3 metros afastadas 3 metros.

Como se pode comprovar, aumentar o afastamento entre inclusões exibe uma influência considerável na eficácia do mecanismo de guiamento de onda, ao contrário do verificado anteriormente. No caso



do menor afastamento (Figura 4.28 a), é possível verificar que parte do efeito de guiamento de onda ainda se encontra presente, embora com magnitude inferior face ao cenário de inclusão contínua.

Porém, para o cenário com o maior afastamento entre inclusões, o efeito de atenuação potenciado pela inclusão rígida é completamente perdido. Este facto é facilmente explicado recorrendo ao comprimento de onda na direção longitudinal.

Para isto, considere-se o sucedido para a frequência de excitação de 70 Hz (linha vertical descontínua preta), na qual se observa o efeito de guiamento ativo, apesar de ter menor expressão, para o caso com um menor afastamento (Figura 4.28 a) e desativado para o caso com maior afastamento (Figura 4.28 b). Para esta frequência, é expectável que o efeito de guiamento de onda surja a partir do número de onda adimensionalizado de  $K_1 = 0,755$ , correspondendo a um comprimento de onda na direção longitudinal de 3m. Como facilmente se depreende, o comprimento de onda longitudinal corresponde ao maior afastamento preconizado para os cenários em estudo (Figura 4.27 b) e a metade do afastamento para o outro cenário (Figura 4.27 a). Neste sentido, o cenário que dispõe as inclusões longitudinalmente afastadas de 3 metros perde a eficácia do efeito de guiamento de onda, uma vez que, para a frequência de 70 Hz o comprimento de onda, não é afetado pela presença da inclusão. Contrariamente, para o cenário com um afastamento de 1,5 metros entre inclusões a onda continua a ser parcialmente perturbada, justificando a existência do mecanismo de guiamento de onda, porém com menor eficácia. Conclui-se, desta forma, que, num cenário com inclusões descontínuas, o afastamento longitudinal preconizado representa a variável que maior influência produz no efeito do guiamento de onda, e, conseqüentemente, a que carece de uma análise detalhada.

Após avaliar o efeito que a descontinuidade das inclusões produz no mecanismo de guiamento de onda urge a necessidade de avaliar o impacto no efeito de grupo, designado por efeito de cristal sónico. Neste sentido, um novo cenário foi desenvolvido onde um conjunto de três inclusões descontínuas se adotou como medida de mitigação. A Figura 4.29 a) reúne uma ilustração esquemática da morfologia do cenário adotado, estando o diagrama de *insertion loss* resultante expresso na Figura 4.29 b). Como se pode observar o efeito de cristal sónico permanece inalterado não sendo condicionado com a descontinuidade das inclusões. Ao contrário do mecanismo de guiamento de onda que é condicionado maioritariamente pelo afastamento das inclusões, o efeito de cristal sónico por estar relacionado com o afastamento entre as inclusões não sofrerá qualquer alteração.

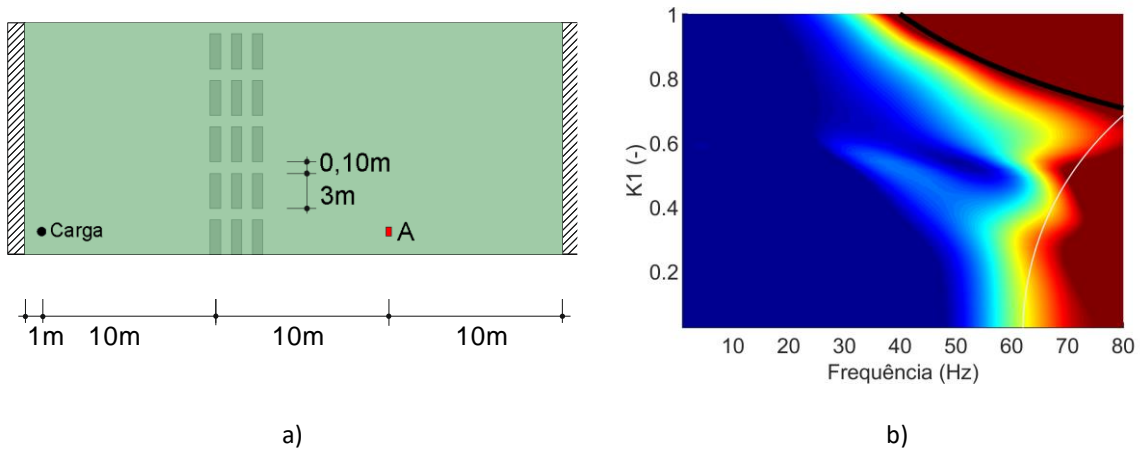


Figura 4.29 – Caso com 3 alinhamentos de inclusões descontínuas: a) ilustração esquemática do cenário; b) *insertion loss* para o deslocamento vertical no alinhamento longitudinal que contém o ponto A.

#### 4.3.2. SOLUÇÃO GLOBAL DE MITIGAÇÃO

Visto que, nas variantes modeladas anteriormente, a solução de inclusões adotadas só poderia criar impacto a nível local, a presente secção considera um cenário com dezoito inclusões, dispostas em três linhas horizontais e seis colunas verticais, conforme expresso na Figura 4.30. Esta secção tem como propósito avaliar o impacto global que a adoção de múltiplas inclusões pode surtir.

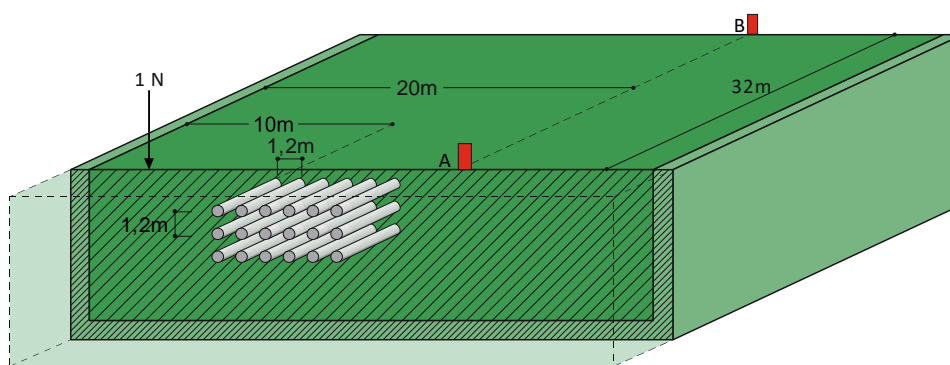


Figura 4.30 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o cenário de três inclusão orientadas na vertical.

A estratégia de análise decorreu segundo as etapas previamente apresentadas, determinando-se inicialmente o diagrama de *insertion loss* no domínio do espaço-frequência na Figura 4.31. Escrutinando os resultados, confirmam-se diversas tendências identificadas nos cenários anteriormente apresentados, havendo, em traços gerais, a redução dos níveis de vibração para frequências superiores à crítica. Apesar do caráter global da medida aqui estudada, constata-se que o padrão de atenuação é em tudo semelhante ao identificado quando se adotam exclusivamente três inclusões Figura 4.10. Pese embora a magnitude do *insertion loss* para a solução global ser, expressivamente, superior ao atingido com a solução local (Figura 4.10), este pode ser entendido como a sobreposição de diversas soluções locais.

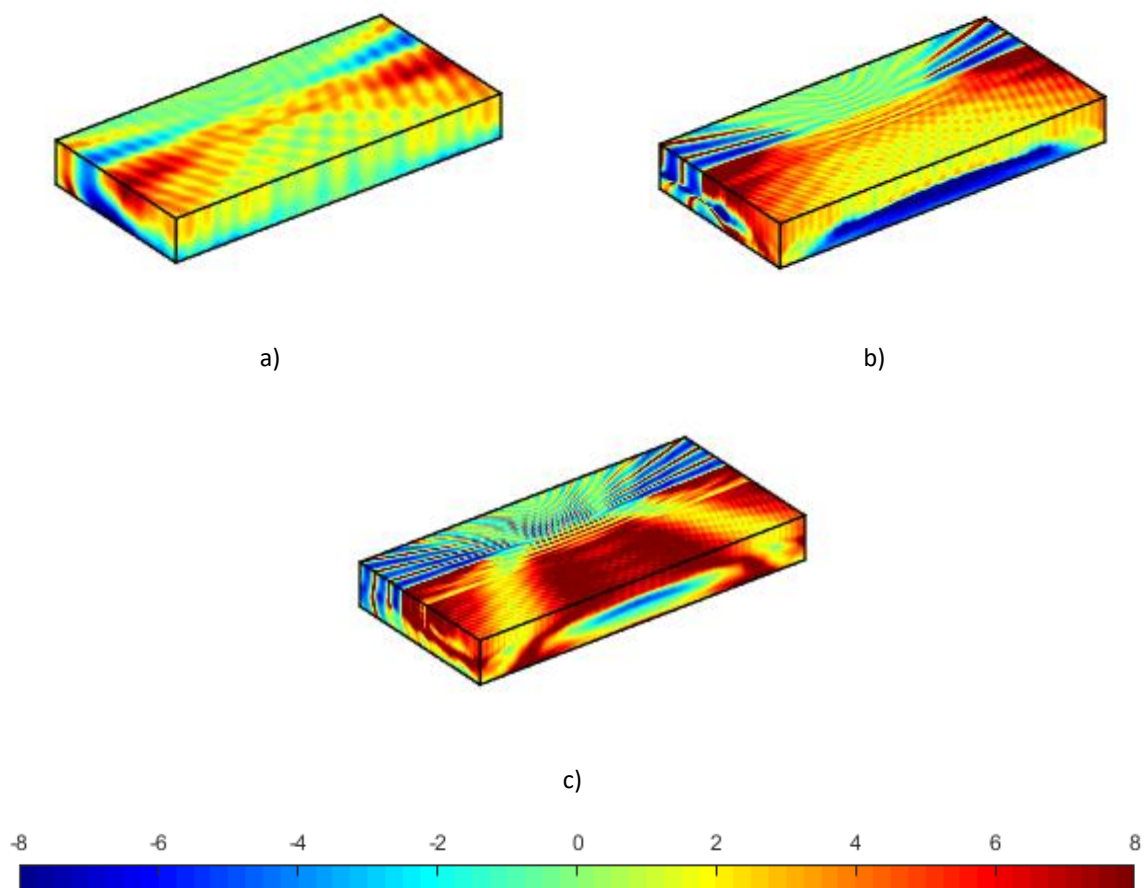


Figura 4.31 – *Insertion loss* (dB) para um conjunto de dezoito inclusões no domínio espaço-frequência do deslocamento vertical para: a) 25 Hz ; c) 50 Hz; e) 75 Hz.

Uma análise no domínio transformado permite clarificar o efeito global que caracteriza a medida de mitigação, encontrando-se na Figura 4.32 o mapa de *insertion loss* do deslocamento vertical para o

alinhamento longitudinal que dista 20 metros à fonte de excitação. Como se pode comprovar, a primeira região (frequências baixas) é caracterizada por um acréscimo substancial do *insertion loss* comparativamente aos casos anteriores. Este fenómeno por ser justificado tendo em consideração o efeito global alcançado pela adoção de um maior número de inclusões, que atua como um obstáculo à passagem de comprimentos de onda maiores, induzidos por baixas frequências. A expressiva atenuação no interior da região delimitada pelo ângulo crítico (Figura 4.31 c) é justificada pela magnitude substancial do *insertion loss* devido ao efeito de interação entre inclusões, expresso na região delimitada pelas duas curvas azuis da Figura 4.32.

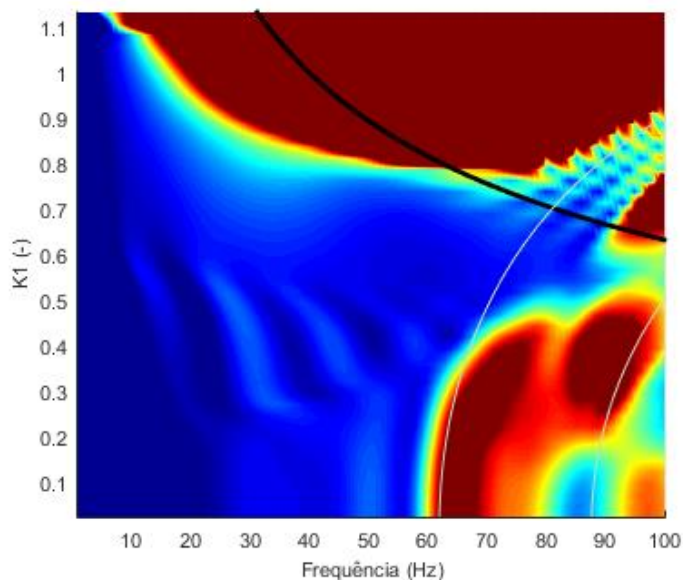


Figura 4.32 – *Insertion loss* (dB) no domínio do número de onda-frequência para o alinhamento a 20 metros do carregamento (cenário com dezoito inclusões).

À semelhança do cenário com inclusão única, o *insertion loss* da presente secção foi avaliado recorrendo a uma análise 2D e 3D, expressando-se os resultados na Figura 4.33. Novamente se comprova o carácter tridimensional dos efeitos estudados, não sendo adequada uma análise 2D para se avaliar o comportamento dinâmico desta tipologia de soluções. A Figura 4.33 b) ilustra o efeito de interação de grupo na região do *band-gap* entre 60 e 85 Hz, onde valores superiores de *insertion loss* são alcançados.

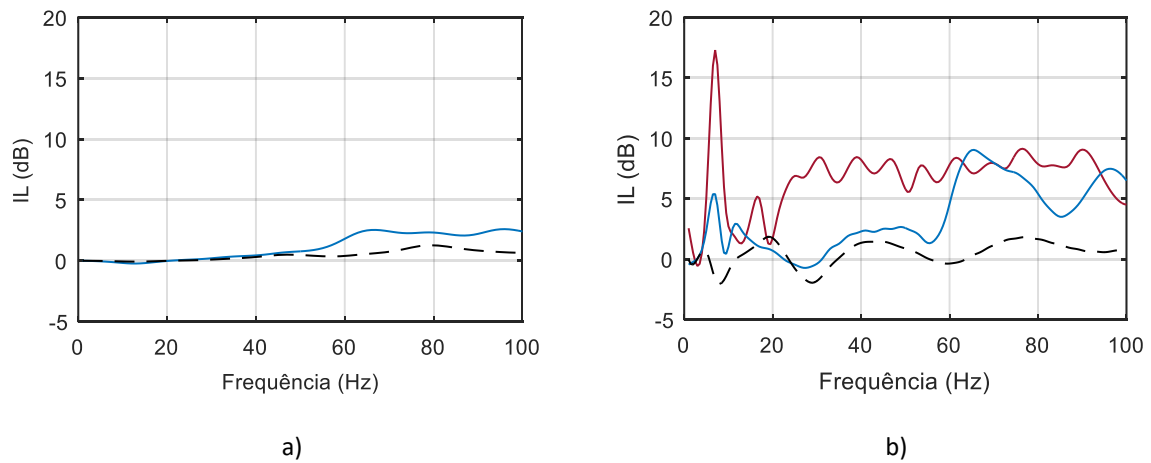


Figura 4.33 – *Insertion loss* (dB) do deslocamento vertical no domínio espaço-frequência para : a) modelo 2D ; b) modelo 3D. (linha azul – ponto A; linha vermelho– ponto B; linhas tracejada preto – ponto A da Figura 4.1).

#### 4.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO PARA A MITIGAÇÃO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR TRÁFEGO FERROVIÁRIO

Do ponto de vista da engenharia, as estruturas analisadas exibem potencial como medida de mitigação de vibrações induzidas por tráfego ferroviário. Neste contexto, a eficácia de uma solução de inclusões foi testada à passagem de um comboio. Para este efeito, adotou-se um novo cenário onde a medida de mitigação se materializou pela adoção de seis inclusões dispostas horizontalmente, mantendo-se inalterada a distância entre eixos de inclusões consecutivas. A morfologia da secção transversal contou exclusivamente com a adição de uma camada de balastro no plano de simetria, como se pode observar pela Figura 4.34. Tendo em conta a existência de um plano de simetria, importa realçar que a medida de mitigação foi aplicada a ambos os lados da via.

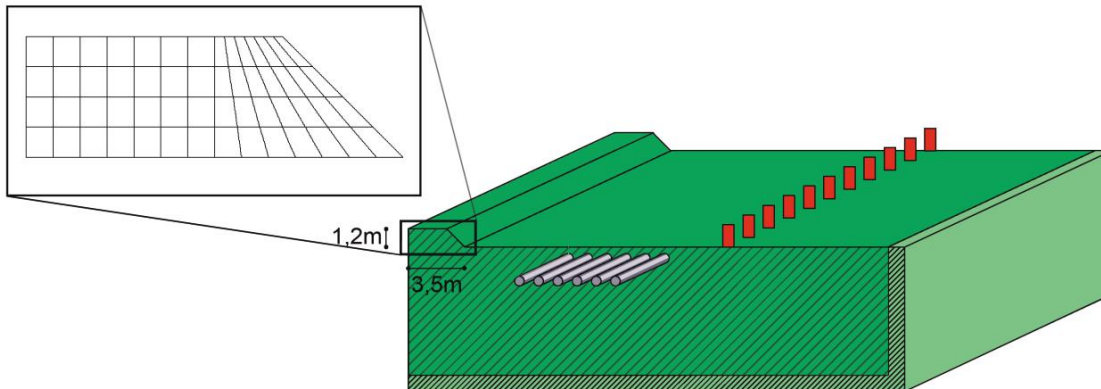


Figura 4.34 – Esquema ilustrativo da geometria modelada para o presente caso de estudo.

A solicitação consistiu, como referido, na passagem de um comboio, neste caso o Alfa-Pendular, com uma velocidade de 25 m/s. Uma ilustração esquemática da morfologia da distância entre eixos e respectivos pesos do comboio pode encontrar-se na Figura 4.35.

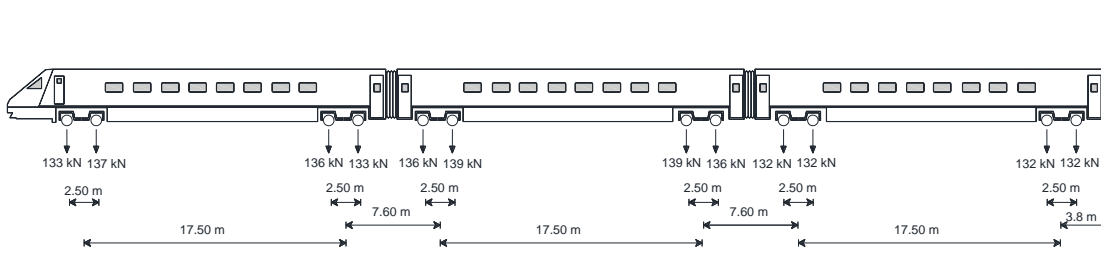


Figura 4.35 – Esquema ilustrativo da geometria do comboio Alfa-Pendular.

Como referido no capítulo 2, para modelar corretamente o campo vibrações induzido pela passagem de um comboio, é imperativo a consideração de dois mecanismos de excitação [28, 30, 40, 173]: i) a componente quasi-estática, que corresponde exclusivamente ao movimento dos pesos por eixo do comboio que se transmitem à via; ii) a componente dinâmica, na qual se verifica uma variação da magnitude das forças transmitidas à via, sendo induzida por diversos fatores, como as irregularidades geométricas do carril. No presente estudo, a consideração da excitação dinâmica é conseguida com a resolução de um problema de interação comboio-via. Considerando a irregularidade geométrica do carril como mecanismo indutor da excitação dinâmico, facilmente se depreende a obrigatoriedade de adotar um perfil de irregularidades. Este pode ser determinado de forma artificial recorrendo a uma função de densidade espectral (*PSD-power spectral density*), dada por [33, 174]:

$$S(k_1) = S(k_{1,0}) \left( \frac{k_1}{k_{1,0}} \right)^{-w} \quad (4.9)$$

onde  $k_{1,0} = 1$  rad/s,  $w = 3,5$  e  $S(k_{1,0}) = 10^{-8}$  m<sup>3</sup>.

Os comprimentos de onda que compõe o perfil de irregularidades foram selecionados para que o conteúdo em frequência da análise esteja situado entre 1 e 80 Hz, para uma velocidade de circulação do comboio de 25 m/s.

A formulação matemática que rege o problema de interação comboio-via encontra-se sumariamente descrita no capítulo 2, contudo pode ser encontrada em maior detalhe nos trabalhos dos seguintes autores [151, 173, 175].

Para avaliar a eficácia da solução de mitigação previamente apresentada, comparam-se os resultados, quer no domínio do tempo, quer no domínio da frequência, para os cenários sem, e com inclusões. A Figura 4.36 apresenta a velocidade vertical registado no ponto A para o cenário sem inclusões (vermelho) e para a variante quando a solução de inclusões é ativada (azul). Antes de partir para a análise comparativa dos resultados, é imperativo discutir a perturbação identificado no início do sinal do tempo no cenário homogéneo. A ausência de amortecimento material considerado na análise justifica esta perturbação, fazendo com que as ondas propagadas à frente do comboio sejam perfeccionadas. A adoção de um conjunto de seis inclusões permite mitigar esta perturbação, como resultado dos múltiplos obstáculos criados. Comparando os resultados obtidos no domínio do tempo (Figura 4.36), é possível comprovar o efeito benéfico das inclusões produzindo uma resposta atenuada face à obtida no caso homogéneo. Esta diminuição pode ser o resultado de múltiplos mecanismos previamente identificados no domínio da frequência, como o efeito de guiamento de ondas e o efeito de cristal sónico, ativados para gamas de frequências distintas.

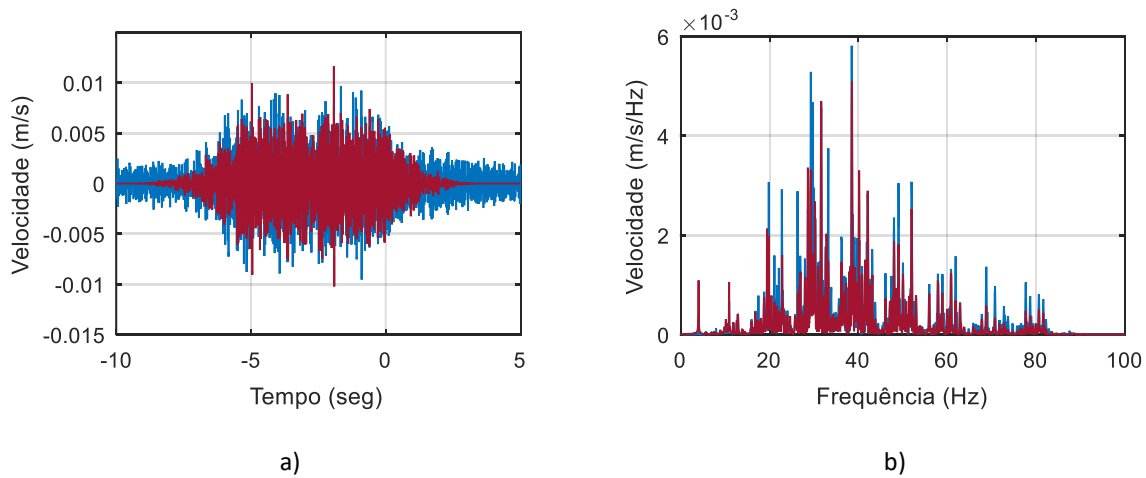


Figura 4.36 – Velocidade vertical para o ponto A : a) domínio do tempo; b) domínio da frequência. (linha azul – cenário homogêneo; linha vermelho– cenário com 6 inclusões).

Como se pode observar, o conteúdo em frequência da resposta à passagem de um comboio apresenta uma morfologia complexa (Figura 4.36 b), sendo o *insertion loss* dependente da secção analisada. Assim, e numa tentativa de ultrapassar tal dependência para se avaliar a eficácia global da medida de mitigação, determinou-se o *insertion loss* num troço longitudinal entre  $x = 0$  m e  $x = 20$  metros a cada 0,20 metros. Posteriormente, realizou-se a análise estatística destes, na qual se obteve a média e o desvio-padrão por frequência, estando apresentados segundo bandas de 1/3 de oitava na Figura 4.37. Aparentemente, a estrutura simulada parece atuar como uma medida de mitigação eficaz para as bandas de frequências mais baixas, onde se obtêm valores de *insertion loss* positivos. Relativamente à gama de frequências média, é notória a atenuação registada pela adoção de inclusões rígidas, estando relacionada com o fenómeno de guiamento de onda previamente discutido. Por último, o efeito de interação entre as múltiplas inclusões é observado na gama de frequências mais altas, resultando numa redução média de 40%, em torno de 4 dB, da velocidade vertical.



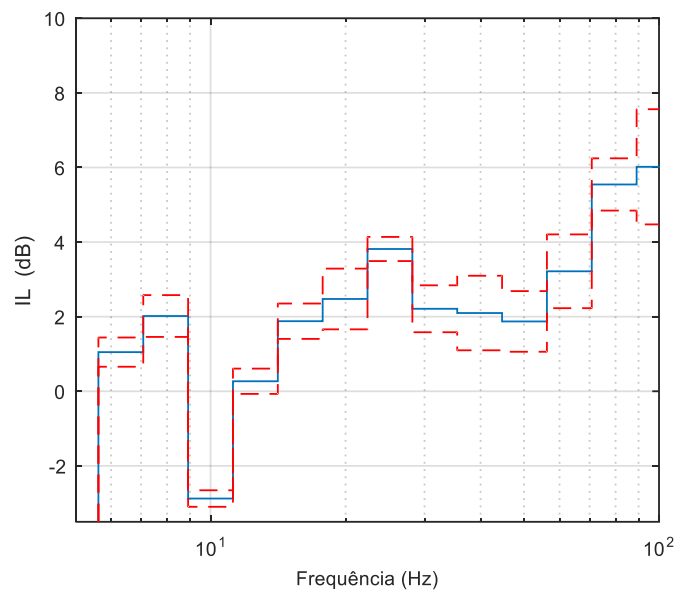


Figura 4.37 – *Insertion loss* (dB) da velocidade vertical em bandas de 1/3 de oitava. (linha azul – média; linha tracejado vermelho – E desvio padrão).

#### 4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo que aqui se encerra apresentou um estudo numérico de uma medida de mitigação materializada por um grupo de inclusões enterradas próximas da superfície livre do maciço. Uma vez que a solução de mitigação se assumiu como invariante no sentido do desenvolvimento longitudinal, foi possível determinar-se o comportamento dinâmico com um modelo 2.5D MEF-PML, preservando-se a eficiência computacional.

O capítulo inicia com a identificação do comportamento mecânico induzida pela adoção de uma única inclusão, como estrutura de mitigação. Escrutinando o padrão de atenuação foi possível comprovar a atenuação de frequências superiores à frequência crítica, pelo desenvolvimento de um mecanismo de guiamento de onda ao longo da inclusão. Este caracteriza-se por um ângulo crítico que divide a superfície em duas regiões, uma onde o campo de vibrações permanece inalterado e outra onde se observa uma expressiva redução da resposta. Encontrou-se uma relação inversamente proporcional entre a frequência de excitação e a abertura do ângulo crítico, resultando frequências de excitação superiores em maiores áreas mitigadas. No entanto, à medida que a frequência cresce o comprimento

de onda gerado decresce a um ponto em que a energia transportada pelas ondas superficiais atravessa a inclusão sem que esta se faça sentir. Verifica-se, então, uma perda de eficácia da inclusão na gama das frequências altas. Avaliou-se, concomitantemente, o impacto que a adoção de uma solução de mitigação simétrica, ou seja, adotar uma inclusão em cada lado da via férrea, produz no padrão de atenuação. Neste caso, foi observada uma perturbação no mecanismo de guiamento de onda provocada por um fenómeno de ressonância de cavidade, ainda que com pouca expressividade.

Um cenário alternativo foi considerado passando a medida de mitigação a ser composta por três inclusões orientadas horizontalmente. Para este cenário, verificou-se uma melhoria de eficiência considerável em comparação com o caso anterior. Ademais dos mecanismos de atenuação identificados, surge um novo, derivado da interação entre as diversas inclusões, responsável por mitigar a área compreendida entre os limites do ângulo crítico. Esta interação de grupo é normalmente designada por efeito de cristal sónico, sendo propostas expressões teóricas para localizar o *band-gap* no domínio transformado. Tomando o cenário com três inclusões como referência, procedeu-se à avaliação do efeito provocado por uma orientação do grupo de inclusão distinta, organizando as três inclusões verticalmente. Esta orientação provou ser ineficaz, uma vez que a frente da onda atinge todas as inclusões simultaneamente, não permitindo que o efeito do cristal sónico seja acionado.

A secção encerrou com o estudo das inclusões descontínuas onde se inferiu que o afastamento longitudinal entre inclusões sucessivas, ou contrário do comprimento adotado para as inclusões, condiciona a eficácia do mecanismo de guiamento de onda, podendo, em casos extremo, levar à perda total do fenómeno de atenuação.

Após se conhecer o comportamento dinâmico provocado pela adoção de uma inclusão, e de um grupo de inclusões, como medidas de mitigação, considerou-se uma nova secção com 18 inclusões. Esta teve como intuito a avaliação do efeito global nas baixas frequências, uma vez que os cenários anteriores ao considerarem medidas de mitigação, não conseguiam perturbar os comprimentos de onda maiores. Os fenómenos de atenuação previamente identificados, como o efeito cristal sónico e o guiamento de ondas, foram registados com magnitude consideravelmente superior pelo facto de um maior número de inclusões ter sido adotado. Não obstante este facto, a ineficácia para as baixas frequências em termos gerais permaneceu inalterada.

Por último, um exemplo prático foi desenvolvido, testando-se a eficácia de um grupo de seis inclusões orientadas horizontalmente à passagem de um comboio. Considerar como carregamento a passagem de um comboio, incrementou a complexidade da análise, uma vez que o *insertion loss* registado

depende da posição longitudinal. Para ultrapassar esta dependência, desenvolveu-se uma análise estatística a fim de ser determinada a média e o desvio padrão para cada frequência considerada. A representação dos valores obtidos em bandas de 1/3 de oitava permitiu comprovar o efeito benéfico da solução de mitigação, identificando-se de forma clara o mecanismo de guiamento de onda e o efeito de cristal sónico. A atenuação resultante da adoção das seis inclusões foi expressiva para o intervalo entre 0 Hz e 80 Hz, intervalo de interesse para o estudo de vibrações induzidas por tráfego ferroviário.

A partir do conjunto de resultados expostos ao longo do presente capítulo foi publicado o seguinte artigo científico em revista internacional (pese embora não contemple todos os estudos apresentados ao longo do capítulo):

A. Castanheira-Pinto, P. Alves-Costa, L. Godinho, and P. Amado-Mendes, "On the application of continuous buried periodic inclusions on the filtering of traffic vibrations: A numerical study," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Article vol. 113, pp. 391-405, 2018.



# 5

## ANÁLISE DISPERSIVA DE META-MATERIAIS EM CONTEXTO ELASTODINÂMICO

### 5.1. PREAMBULO

O desenvolvimento de um tecido ferroviário eficiente e competitivo obriga, entre outros aspetos, à imposição de velocidades de circulação progressivamente superiores [5, 26]. A evolução sem precedentes observada no setor tecnológico ao longo das últimas décadas tem permitido a criação de comboios cada vez mais velozes. No entanto, operar as linhas ferroviárias com uma velocidade superior ocorre à custa de uma maior solicitação à infraestrutura, e conseqüentemente da geração de um campo de vibrações amplificado. Importa lembrar que as vibrações induzidas por tráfego ferroviário perturbam o conforto dos habitantes vizinhos a uma via férrea, sendo esta temática descrita como um problema de saúde pública [5]. Conseqüentemente, para acautelar este obstáculo desenvolveram-se ao longo dos anos medidas de mitigação capazes de reduzir o campo de vibrações incidente, e, conseqüentemente, reduzir o impacto negativo que a operabilidade de uma linha provoca na sua vizinhança [176].

Recorda-se o leitor que o capítulo anterior ilustrou o mecanismo de atenuação produzido por uma meta-estrutura, denominado por efeito de cristal sónico, capaz de mitigar uma banda de frequências específica (band-gap). Contudo, a sua identificação foi possível através de uma modelação realista de diversos cenários, o que acarreta um esforço computacional avultado e um tempo de processamento de informação considerável. No entanto, uma vez que uma meta-estrutura representa um arranjo periódico de estruturas simples, é possível aferir o seu comportamento energético recorrendo a uma análise dispersiva. Esta carece exclusivamente da discretização de uma célula, sendo calculada posteriormente sob o ponto de vista de uma análise modal. O capítulo que aqui se inicia pretende apresentar os conceitos deste tipo de análise para meta-estruturas enquadrados num contexto elastodinâmico.

## 5.2. DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DE ANÁLISES DISPERSIVA EM CONTEXTO ELASTODINÂMICO

De um modo geral, as vibrações induzidas por tráfego ferroviário não geram níveis de deformação no solo elevados, sendo plausível a consideração do regime linear elástico como modelo constitutivo do mesmo. Tendo em conta tais assunções, a equação fundamental da propagação de onda, no domínio do espaço-frequência é a seguinte:

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot u(x, y, z, \omega)) - \mu \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot u(x, y, z, \omega) + \omega^2 \cdot \rho \cdot u(x, y, z, \omega) = 0 \quad (5.1)$$

onde  $u(x, y, z, \omega)$  representa o vetor de deslocamentos,  $\lambda$  e  $\mu$  as constantes de Lamé,  $\rho$  a massa volúmica do solo e  $\omega$  a frequência angular.

Existem diversas formas de resolver a equação fundamental de propagação de onda (equação (5.1)), sendo as abordagens numéricas amplamente utilizadas. Destaca-se o recurso ao método dos elementos finitos por permitir lidar com geometrias de seções transversais complexas. Assim, o equilíbrio global do sistema, no domínio transformado, fica escrito em função dos deslocamentos nodais e do carregamento exterior aplicado:

$$(\mathbf{K}(k_1, \omega) - \omega^2 \mathbf{M}(k_1, \omega)) \cdot u(k_1, \omega) = F_n(k_1, \omega) \quad (5.2)$$

onde  $F_n$  representa as forças nodais aplicadas, e  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  as matrizes de rigidez e massa globais, respetivamente.

Como já mencionado previamente, um cristal sónico representa um arranjo periódico de uma estrutura simples capaz de distorcer o campo de ondas propagante num intervalo de frequências específico, associado à sua periodicidade. Segundo a teoria de Floquet-Bloch [177], o comportamento mecânico de estruturas periódicas pode ser determinado recorrendo exclusivamente à análise de uma única célula, se condições periódicas nas fronteiras da secção forem preconizadas (Figura 5.1 a) [177]. Conforme se observa pela Figura 5.1 a, os deslocamentos das fronteiras assinaladas são escritos em função dos deslocamentos das fronteiras opostas, estando à fronteira vertical associado o número de onda  $k_y$  e a horizontal pelo  $k_z$ .

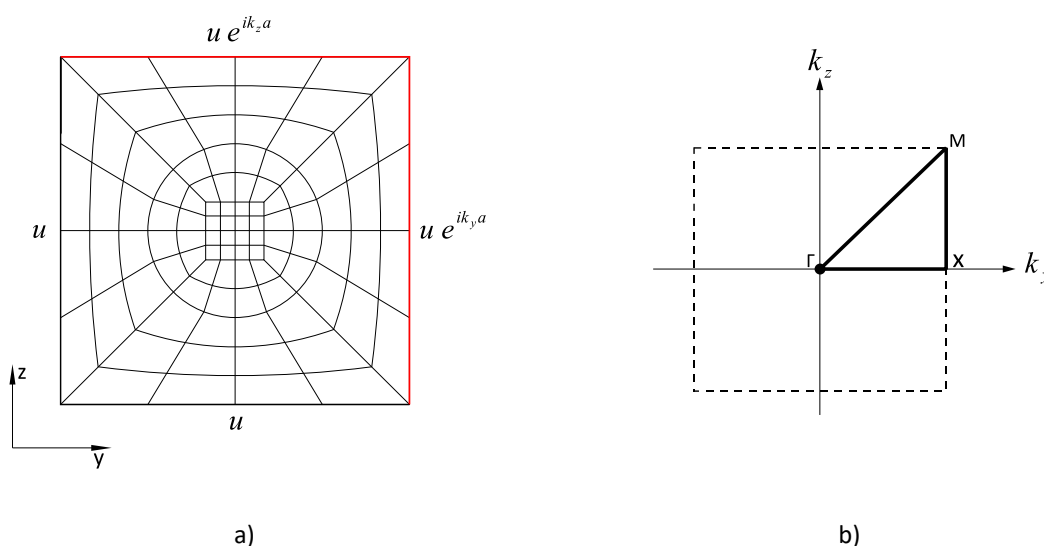


Figura 5.1 – Ilustração esquemática de uma célula: a) condições de fronteiras periódicas do tipo Floquet-Bloch; b) Primeira zona irredutível Brillouin.

Neste sentido, uma determinada análise pressupõe a prescrição de dois números de ondas distintos,  $k_y$  e  $k_z$ . A Figura 5.1 b) apresenta esquematicamente a discretização de ambos números de onda, sendo apenas necessário, por questões de simetria, o cálculo dos pares pertencentes às fronteiras exteriores da primeira zona irredutível de Brillouin (matematicamente definida como a primeira célula numa estrutura periódica) [178]. Prescrevendo tais condições de fronteira ao modelo de elementos finitos, torna-se possível obter o diagrama dispersivo para a meta-estrutura através da determinação dos valores próprios (para cada combinação de  $k_y$  e  $k_z$  da equação (5.3).

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \cdot u = 0 \quad (5.3)$$

Importa referir que a consideração de diversos pares  $k_y$  e  $k_z$  permite simular todas as combinações, e orientação, de ondas passíveis de serem propagadas através da secção discretizada [178]. Uma explicação detalhada sobre como o diagrama de dispersão é calculado pode ser encontrada na secção seguinte.

### 5.3. ANÁLISE 2D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS NUM MEIO INFINITO

#### 5.3.1. CENÁRIO SEM INCLUSÕES

Tirar proveito de curvas de dispersão em problemas elastodinâmicos pode ser extremamente útil, uma vez que o comportamento energético fica completamente caracterizado. Como mencionado anteriormente, os diagramas de dispersão determinam, para cada orientação de propagação, quais as frequências energéticas. Assim, o comportamento mecânico perspectivado num cenário real para uma dada frequência é a combinação dos resultados obtidos para todas as direções de propagação.

Pese embora problemas elastodinâmicos, como vibrações induzidas por tráfego ferroviário, sejam claramente problemas tridimensionais, inicia-se a exposição por um cenário simplificado, consistindo neste caso num meio indefinido bidimensional. Como facilmente se depreende, considerar um meio indefinido representa assumir uma meta-estrutura infinita em ambas as direções, conforme ilustrado na Figura 5.2 a). Para a determinação do comportamento dispersivo usando a teoria de Floquet-Bloch basta a discretização de uma célula unitária (Figura 5.2 a), uma vez que as condições de fronteira periódicas permitem simular a repetição infinita da estrutura em ambas as direções. Importa realçar que a análise dispersiva não só é interessante pelo conhecimento do comportamento mecânico gerado, mas também pela eficiência computacional, uma vez que requer a consideração de uma malha muito mais compacta que a requerida numa modelação convencional.



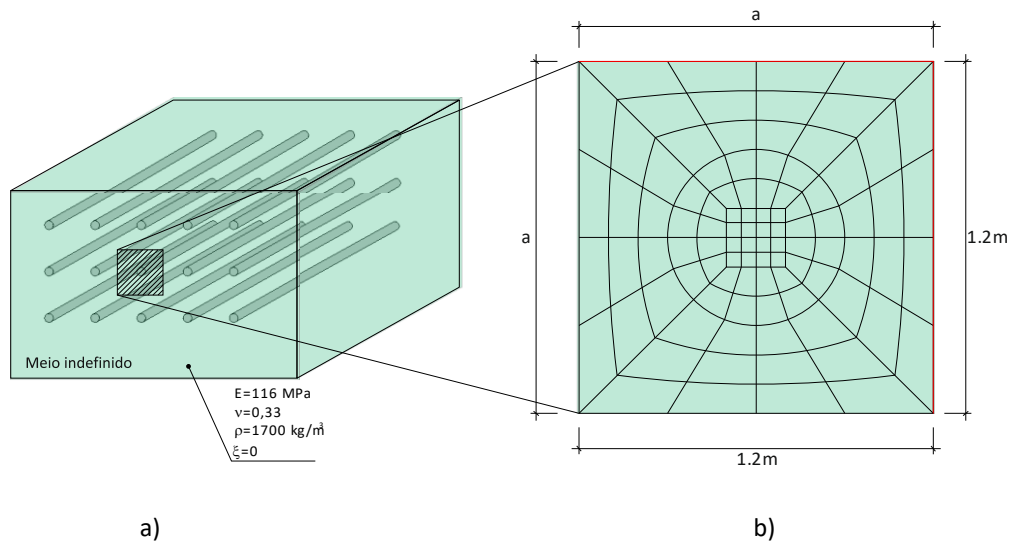


Figura 5.2 – Esquema ilustrativo de um cristal sónico num meio indefinido: a) características materiais adotadas para o caso de estudo; b) malha de elementos finitos adotada para a célula unitária.

Como previamente referido o diagrama de dispersão é obtido calculando os valores próprios, neste caso as frequências de vibração, para cada combinação  $k_y$  e  $k_z$ . Normalmente, o diagrama é dividido em três áreas distintas,  $\Gamma X$ ,  $XM$  e  $M\Gamma$ , fazendo referência cada uma a um dos lados do primeiro triângulo irreduzível de Brillouin (Figura 5.1 b). Esta setorização do diagrama advém do facto de cada área apresentar características de propagação específicas. Para elucidar o leitor das diferenças entre as três zonas identificadas é interessante avaliar os pares de números de onda para as direções extremas ( $\Gamma$ ,  $X$  e  $M$ ). A direção  $\Gamma$  representa a aplicação de ambos os números de onda igual a 0, o que origina a propagação exclusiva de ondas planas nas direções  $y$  e  $z$ . Por sua vez, a direção  $X$  faz referência ao par de números de onda  $k_y = \frac{\pi}{a}$  rad/m e  $k_z = 0$ . Como se depreende a região  $\Gamma X$  irá combinar a propagação de ondas planas na direção  $z$  com diferentes configurações de ondas na direção  $y$  até o máximo de  $k_y = \frac{\pi}{a}$ . Uma vez que a direção  $M$  é obtida pela aplicação  $k_y = k_z = \frac{\pi}{a}$ , pode-se observar que a região  $XM$  compreende a inclinação da onda resultante. Finalmente,  $M\Gamma$  descreve a propagação de ondas com inclinação de  $45^\circ$  para várias configurações de ondas. Combinando os resultados das três regiões enunciadas é possível conhecer o comportamento mecânico total da meta-estrutura para uma determinada frequência. A Figura 5.3 apresenta o diagrama de dispersão considerando os dez primeiros modos de vibrações para um cenário homogéneo, sem a presença da meta-estrutura. Como

seria expectável, para o caso homogéneo observa-se conteúdo energético em todo o intervalo de frequências considerado.

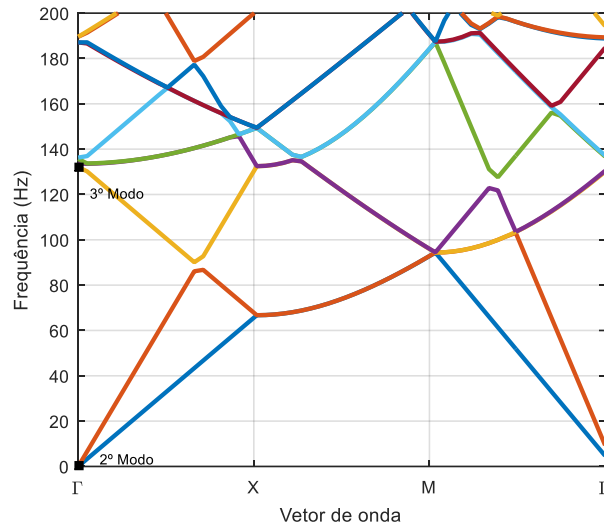


Figura 5.3 - Dispersion diagram for the homogeneous section.

No contexto elastodinâmicos diversas ondas sísmicas são originadas quando o campo de deformação é suscitado por um carregamento dinâmico. Cada onda sísmica possui uma configuração específica e origina padrões de propagação distintos no solo. Neste sentido, a análise do diagrama de dispersão em meios elastodinâmicos não deve somente passar pela avaliação das frequências naturais, mas também pela morfologia dos modos de vibração. Com o intuito de clarificar o leitor para esta necessidade apresenta-se na Figura 5.4 a configuração modal do 2º e 3º modos de vibração para a direção de propagação  $\Gamma$  ( $k_y = k_z = 0$ ). A Figura 5.4 ilustra na perfeição a dependência entre a configuração modal e o tipo de onda que a originou. Como se observa o 2º modo de vibração representa um movimento de corpo rígido sendo induzido exclusivamente por uma onda do tipo P. Por outro lado, só uma onda do tipo S (corte) irá acionar o 3º modo representado.

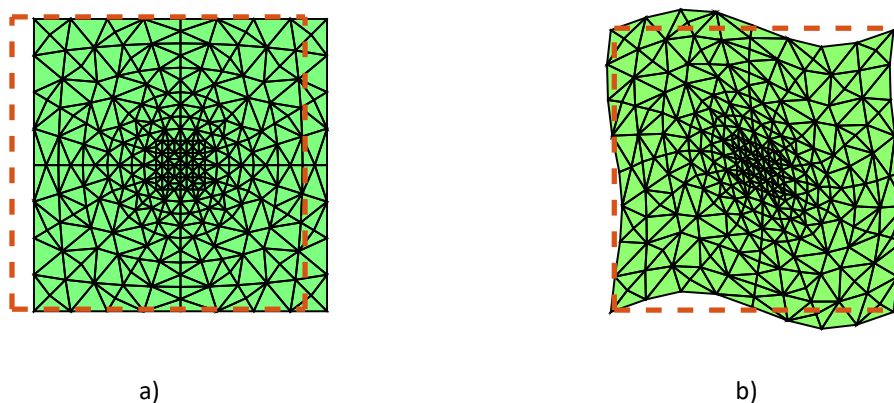


Figura 5.4- Configuração modal para a direção  $\Gamma$ : a) 2º modo de vibração; b) 3º modo de vibração.

### 5.3.2. CENÁRIO COM INCLUSÕES DE BAIXA RIGIDEZ E MASSA

Pese embora a adoção de uma meta-estrutura num contexto elastodinâmico compreenda a alteração pontual das características de rigidez e massa no solo, o autor optou por iniciar o estudo com um exemplo puramente conceptual onde se avalia o impacto dissociado de cada alteração. Desta forma, dois cenários foram modelados, considerando-se para as inclusões as características do solo aumentadas em 50%. Para cada um dos cenários determinou-se o seu diagrama de dispersão, sendo posteriormente comparado com o diagrama obtido para o cenário homogéneo (Figura 5.3). A Figura 5.5 apresenta os resultados obtidos para o cenário com inclusões mais rígidas que o solo e de igual massa. Como se pode comprovar pelo diagrama de dispersão identifica-se um aumento da frequência de cada modo de vibração, enfatizado para os modos de ordem superior. Tal fenómeno pode facilmente ser compreendido reduzindo o problema a um oscilador de um grau de liberdade, onde a frequência natural se obtém pela raiz quadrada do quociente entre a rigidez e a massa do sistema. Neste sentido, o aumento da rigidez global irá, inevitavelmente, aumentar o valor das frequências naturais. Todavia, o aumento do valor das frequências de vibração não foi igual para todos os modos de vibração considerados. Esta disparidade é justificada pelo facto de alguns modos explorarem o comportamento flexional da seção (Figura 5.5 b), tornando as variações locais das propriedades mais enfatizadas. Contrariamente, modos de vibração associados a um movimento de corpo rígido, como o 2º modo apresentado na Figura 5.4 a), não serão sensíveis à presença de uma inclusão de baixa rigidez. Um ponto interessante que deve ser destacado prende-se com a morfologia do 3º modo de vibração para a direção  $\Gamma$ , apresentada na Figura 5.5 b. Como o leitor pode observar, a adoção de um material

mais rígido produziu uma menor distorção no centro da malha comparativamente ao identificado no cenário homogéneo (Figura 5.4 b). Tendo em consideração este facto, é facilmente compreensível a alteração pronunciada das frequências de vibração para os modos que solicitarem o comportamento de flexão, ou torsão, da secção, ao contrário dos modos com movimento de corpo rígido.

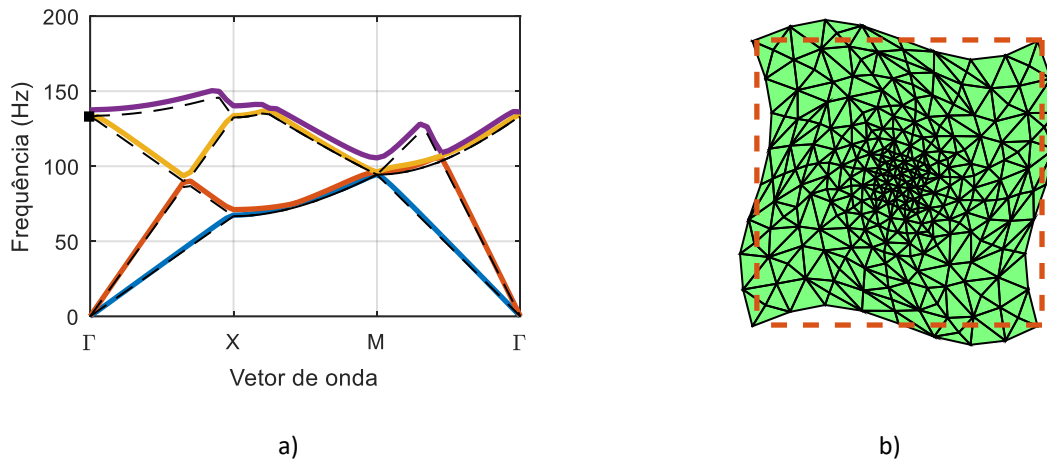


Figura 5.5- Resultados para o cenário com inclusões 50% mais rígidas que o solo: a) diagrama dispersivo para os primeiros 4 modos de vibração (linha descontínua – cenário homogéneo); b) configuração modal do 3º modo de vibração para a direção  $\Gamma$ .

Uma análise semelhante foi realizada para o cenário onde se adotou uma inclusão com maior densidade que o solo circundante, porém de igual rigidez. Posto isto, o diagrama de dispersão para os quatro primeiros modos de vibração encontra-se representado na Figura 5.6 a). O aumento da massa do sistema produz o resultado oposto ao identificado anteriormente, observando-se a redução das frequências de vibração. Embora o resultado seja a antítese do anterior, a justificação é baseada na mesma premissa, reduzindo o sistema a um oscilador de um grau de liberdade. Novamente se observa que a adoção de um material com maior massa produziu uma secção menos distorcida (Figura 5.6 b), aumentando a sensibilidade dos modos de vibração flexionais aos detalhes locais da malha.

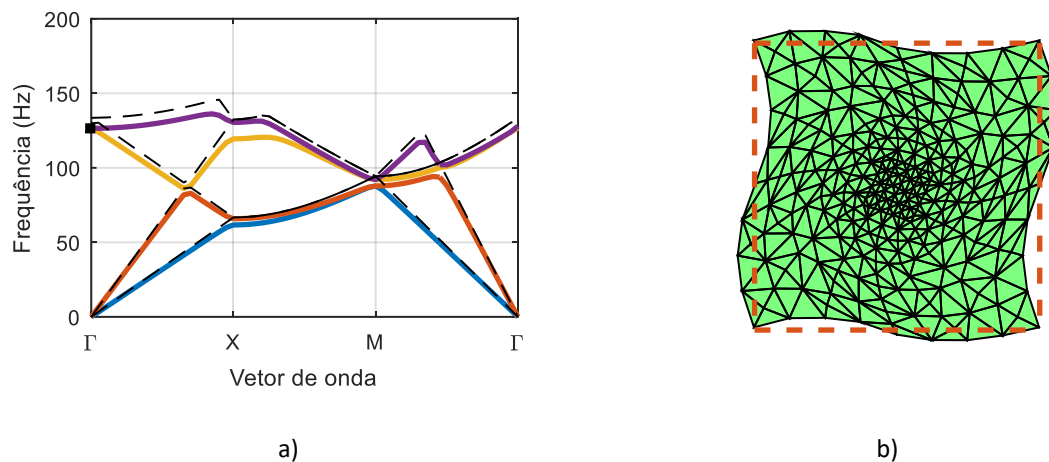


Figura 5.6- Resultados para o cenário com inclusões 50% mais densas que o solo: a) diagrama dispersivo para os primeiros 4 modos de vibração (linha descontínua – cenário homogéneo); b) configuração modal do 3º modo de vibração para a direção  $\Gamma$ .

Após explorar o impacto que cada variável (rigidez e massa) produz no comportamento dispersivo do sistema, ambas foram combinadas num novo cenário. Para este novo cenário com inclusões de massa e rigidez 50% superior à do solo determinou-se o seu diagrama de dispersão, sendo comparado na Figura 5.7 com o resultante para o cenário homogéneo.

Sobreposto em ambos os diagramas podem encontrar-se quatro pontos que fazem referência aos comumente designados por “pseudo-gaps”. Estes representam frequências para as quais é expectável a ausência de conteúdo energético, ou uma resposta atenuada, sendo determinados através da relação entre a frequência e a velocidade de propagação de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \tag{5.4}$$

onde  $f$  representa a frequência,  $c$  a velocidade de propagação de onda e  $\lambda$  o comprimento de onda.

A previsão das frequências associadas aos “pseudo-gaps” está relacionada com uma determinada direção de propagação. Tome o leitor o exemplo da direção X (que representa a aplicação de  $k_y = \frac{\pi}{a}$  rad/m e  $k_z = 0$  rad/m), substituindo na equação (5.4) pelo comprimento de onda resultante

$$\lambda = \frac{2\pi}{\pi/a} = 2a$$

podem ser calculadas as frequências associadas aos “pseudo-gaps”. De forma análoga,

para a direção M, uma vez que os números de onda aplicados são  $k_y = k_z = \frac{\pi}{a}$ , o comprimento de onda resultante será  $\lambda = \sqrt{2}a$ . Desta forma, desenvolvendo a equação (5.4) para as direção X e M irá resultar nas equações (5.5) e (5.6), respetivamente.

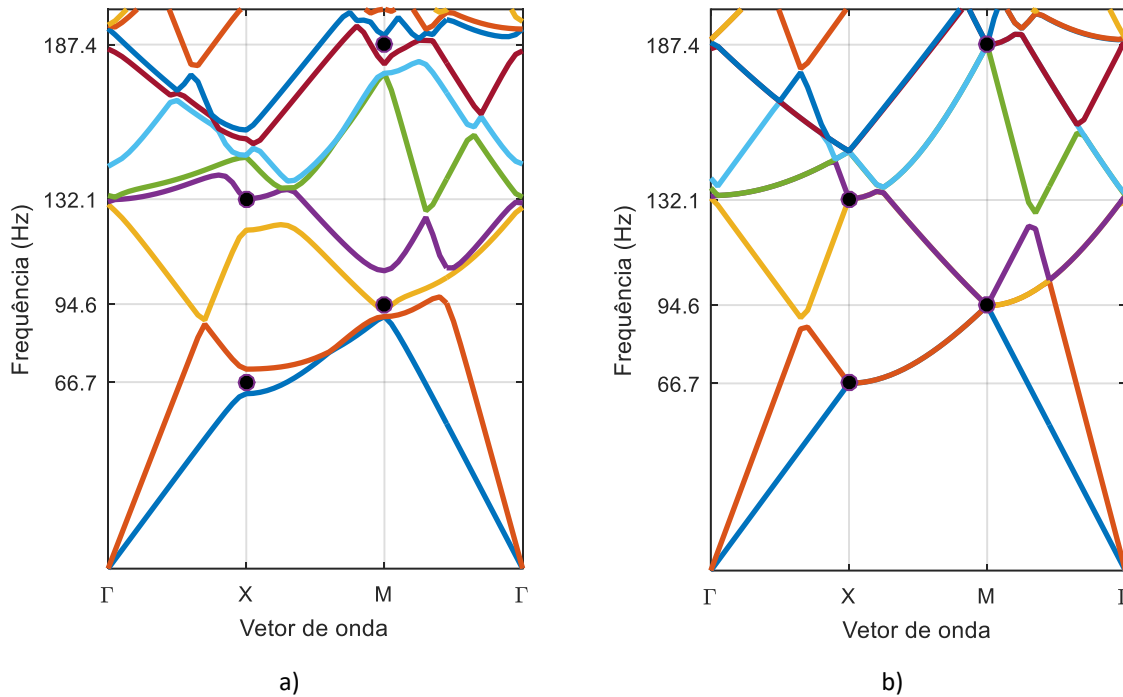


Figura 5.7 - Diagrama dispersivo com os pseudo-gaps sobrepostos para: a) cenário com inclusões; b) cenário homogéneo.

Contrariamente ao observado em problemas acusticos, onde só existe a propagação de ondas de compressão, nos meios elastodinâmicos observa-se a propagação de diversas tipologias com distintas configurações. Consequentemente, a equação para determinar as frequências dos “pseudo-gaps” para a direção X deve ser aplicada a cada uma das ondas propagadas, P e S, como se ilustra de seguida:

$$f_P = \frac{c_P}{2a} = 132.1 \text{ Hz} \tag{5.5}$$

$$f_S = \frac{c_S}{2a} = 66.7 \text{ Hz}$$

e para a direção M:

$$f_p = \frac{c_p}{\sqrt{2}a} = 187.4 \text{ Hz} \quad (5.6)$$

$$f_s = \frac{c_s}{\sqrt{2}a} = 94.6 \text{ Hz}$$

onde  $c_p$  e  $c_s$  representam a velocidade de propagação das ondas P e S, respetivamente.

Comparando os resultados entre o cenário com inclusões e o cenário homogéneo, constata-se a dissociação dos modos de vibração para as frequências associadas aos “*pseudo-gaps*”, evidenciando o efeito de atenuação inerente à adoção da meta-estrutura. A adoção de materiais mais rígidos irá desenvolver um efeito de dissociação mais expressivo, podendo levar, num caso extremo, ao desenvolvimento de um *band-gap* integral (onde não existe nenhum modo de vibração). Apesar da inclusão promover a heterogeneidade da secção analisada, é importante realçar que a morfologia dos modos de vibração observada no cenário homogéneo não se altera. No entanto, e como já explicado anteriormente, os modos de vibração irão ocorrer para gamas de frequência distintas. Com o intuito de clarificar o leitor, o 2º modo de vibração para a direção X foi determinado quer para o cenário homogéneo quer para o cenário com inclusões (Figura 5.8). Como se pode observar, a morfologia do modo de vibração permanece a mesma, porém ocorre para frequências diferentes.

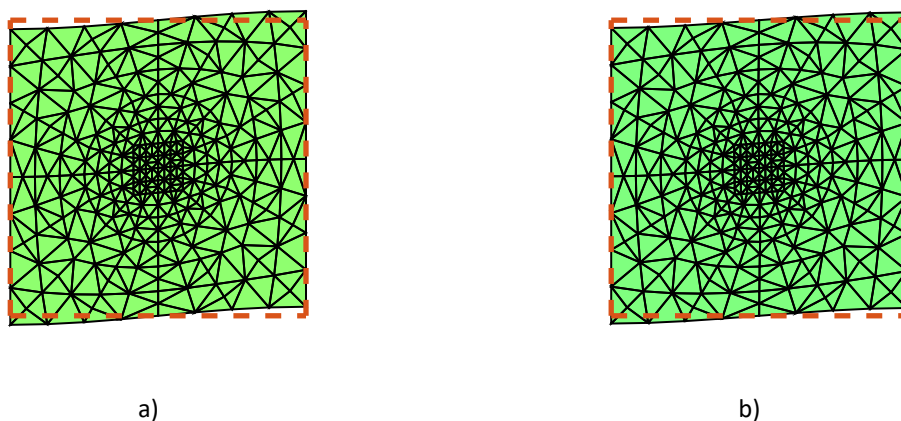


Figura 5.8- Configuração modal do 2º modo de vibração para a direção X: a) Cenário homogéneo (66.7 Hz);

b) Cenário com inclusões (71.3 Hz)

Deve ainda ressaltar-se que os “pseudo-gaps” estão intrinsecamente relacionados com uma tipologia de onda, o que justifica, por exemplo, a possibilidade de se desenvolver um modo de vibração associado a uma onda S para uma frequência do “pseudo-gap” das ondas P. A existência de um modo de vibração não é condição suficiente para se inferir sobre o conteúdo da resposta uma vez que pode estar associado a uma tipologia de onda pouco energética. Este facto ilustra o aumento da complexidade que representa elaborar análises dispersivas em contexto elastodinâmico face às desenvolvidas em acústica. Tal complexidade será explorada na próxima secção, onde o autor desenvolveu um exemplo de aplicação dos conceitos expostos até ao momento.

### 5.3.3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO: INCLUSÕES DE AÇO

Para evidenciar as potencialidades da análise dispersiva de meta-estruturas periódicas na previsão do seu comportamento mecânico o autor criou um exemplo conceptual onde o cristal sónico materializou-se por a adoção de inclusões de aço. Neste sentido, o resultado obtido por intermédio de uma análise dispersiva será comparado com o proveniente de uma modelação convencional de um tubo de ondas. Assim, o presente exemplo é semelhante ao analisado no ponto anterior, contudo a consideração de as inclusões de aço de 0,6 m de diâmetro (Figura 5.9 a) dá origem a uma maior expressão dos “pseudo-gaps” e, no presente caso, ao desenvolvimento de um band-gap integral.

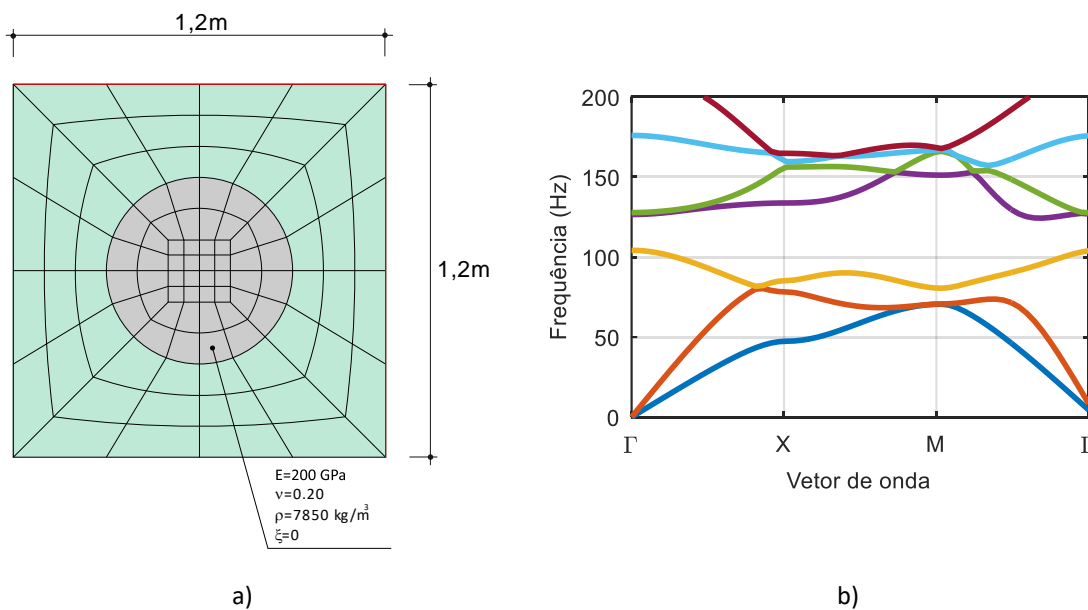


Figura 5.9 – Cenário com inclusões de aço: a) Malha de elementos finitos com as propriedades adotadas; b) diagrama dispersivo.



Este facto está patente no diagrama de dispersão da Figura 5.9 b) onde se pode observar um intervalo de frequências sem conteúdo energético. Assim, da interpretação do diagrama da Figura 5.9 b) é expectável que a adoção da meta-estrutura num contexto real produza a atenuação da resposta para a gama de frequência compreendida entre 100 – 130 Hz.

Posto isto, e com o intuito de avaliar a acuidade das conclusões retiradas da análise dispersiva, o autor modelou o sistema apresentado na Figura 5.10 considerando uma zona para a adoção de três inclusões de aço no seu interior. Tendo em conta que o diagrama de dispersão ilustra a propagação das ondas P e S, o autor optou, para simplificar a discussão dos resultados, por analisar separadamente duas variantes deste sistema, uma em que a excitação correspondeu a ondas P e outra a ondas S.

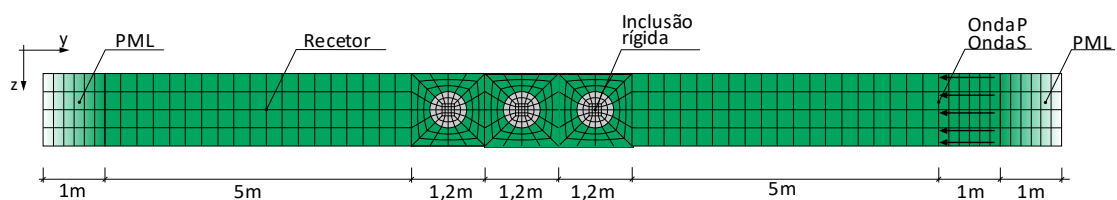


Figura 5.10 – Esquema ilustrativo do tubo de ondas considerado com a respetiva malha de elementos finitos.

Para cada onda incidente foram realizados dois modelos, um para o cenário com as três inclusões de aço e outro para um cenário homogéneo, com o intuito de se estabelecer a resposta de referência. Os resultados obtidos com a aplicação exclusiva de ondas P expressam-se na Figura 5.11 com o diagrama de dispersão apresentado previamente. Do ponto de vista da análise dispersiva, era expectável uma resposta atenuada para o intervalo de frequência compreendido entre 110 Hz e 130 Hz, sendo completamente corroborado pelo resultado do tudo de ondas. No entanto, há outro aspeto que merece ser destacado que se prende com o facto de se registar uma atenuação da resposta para a gama de frequência de 80 – 110 Hz, onde o diagrama de dispersão prevê um modo de vibração.

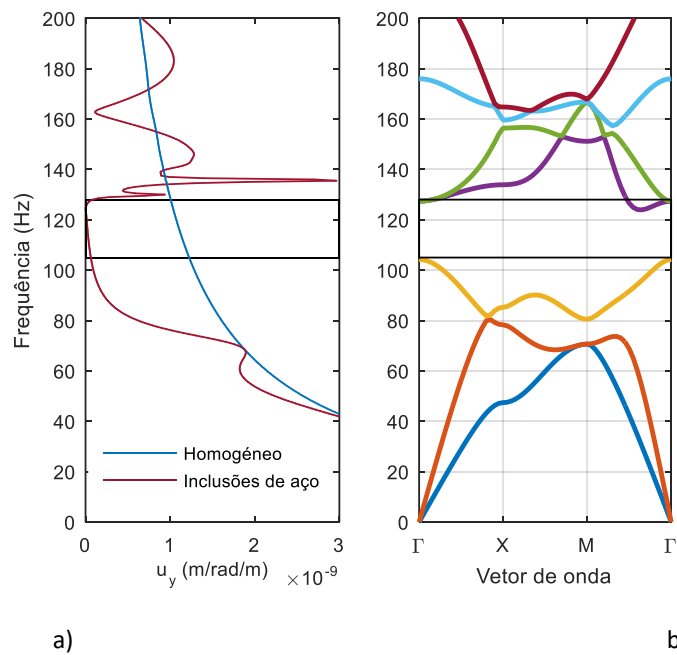


Figura 5.11 – Resultados alcançados em termos: a) deslocamentos horizontais; b) diagrama de dispersão.

Recorde-se que o terceiro modo de vibração do sistema está associado à propagação de ondas S conforme se expressa na Figura 5.12 e, portanto, não é excitado pela propagação de uma onda P. Tendo em consideração este facto facilmente se depreende a mitigação adicional para a gama de frequências entre 80 - 110 Hz.

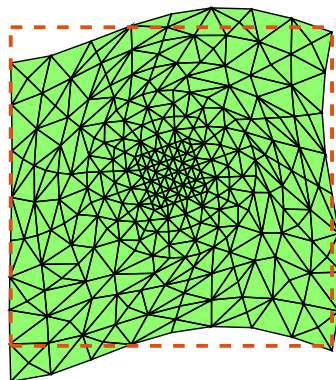


Figura 5.12 – Configuração modal do 3º modo de vibração para  $k_y = 1.309 \text{ rad/m}$  e  $k_z = 0 \text{ rad/m}$ .

Uma análise semelhante foi desenvolvida para a propagação exclusiva de ondas S, apresentando-se os resultados na Figura 5.13. Um aspeto que rapidamente se destaca é a existência de conteúdo

energético para a gama de frequência relacionada com o terceiro modo de vibração (80 – 100 Hz), ao contrário do resultado anterior. Uma vez que esse modo de vibração é ativado exclusivamente com a propagação das ondas S, o resultado é facilmente perceptível. Por outro lado, para a gama de frequência considerada na análise, os modos de vibração dependem principalmente da propagação das ondas P, e o conteúdo energético registado para a aplicação de ondas S é menos expressivo. No entanto, é importante destacar que a análise foi desenvolvida em condições de deformação plana, o que pode não representar adequadamente o comportamento mecânico para um contexto realista.

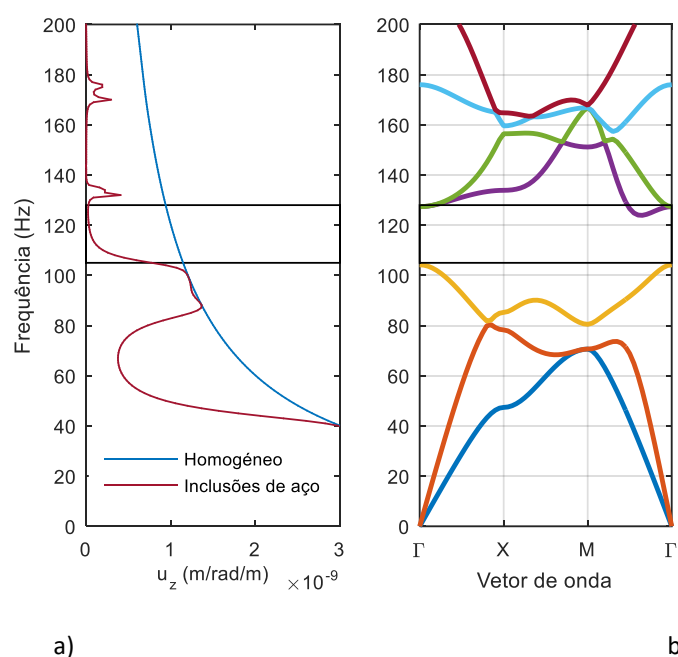


Figura 5.13 – Resultados alcançados em termos de: a) deslocamentos vertical; b) diagrama de dispersão.

## 5.4. ANÁLISE 2.5D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS

### 5.4.1. MEIO INFINITO

As estruturas ferroviárias, e por sua vez as medidas de mitigação, são muitas vezes assumidas como invariantes no sentido longitudinal permitindo adotar abordagens 2.5D para a avaliação do campo de vibrações induzido. Compreenda-se assim que, a meta-estrutura analisada no capítulo 4 é um claro exemplo de como uma medida de mitigação pode apresentar um desenvolvimento invariante. Assim, a presente secção pretende avaliar o comportamento dispersivo desta tipologia de meta-estruturas,

podendo o seu estudo ser desenvolvido recorrendo a uma formulação 2.5D FEM [179]. Neste sentido, a consideração do campo tridimensional numa abordagem 2.5D é alcançada considerando números de onda ( $k_1$ ) diferentes de zero. Com o intuito de clarificar esta particularidade apresenta-se na Figura 5.14 uma ilustração esquemática de duas ondas incidentes. Como se observa na Figura 5.14 a), para a condição de estado plano de deformação, ou seja,  $k_1 = 0$  rad/m, a onda incidente atinge todos os pontos da secção em simultâneo originando a mesma resposta em qualquer secção transversal. Contrariamente, a Figura 5.14 b) ilustra a aplicação ondas planas para um valor de  $k_1 \neq 0$  rad/m, onde facilmente se depreende que a inclinação da onda dará origem a um comportamento tridimensional.

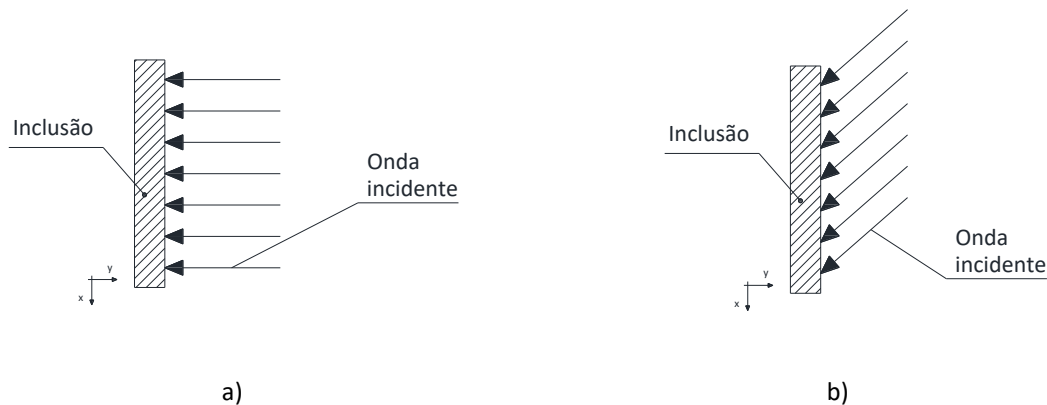


Figura 5.14 – Frente de onda para o caso: a)  $k_1 = 0$  (estado plano de deformação); b)  $k_1 \neq 0$ .

Assim, e para o caso das inclusões de aço apresentadas na secção anterior avaliou-se o impacto no diagrama de dispersão provocado pela consideração de  $k_1 \neq 0$ . Para destacar os modos de vibração relacionados com a análise tridimensional, sobrepõem-se ao diagrama de dispersão resultante apresentado na Figura 5.15 os modos de vibração identificados para o caso 2D (Figura 5.9 b). O primeiro aspeto a destacar prende-se com a redução da largura do *band-gap* comparativamente ao identificado para o caso anterior. Isto deve-se ao facto de surgirem novos modos de vibração relacionados com a propagação de energia ao longo da direção longitudinal da meta-estrutura e, portanto, não identificados na análise 2D.

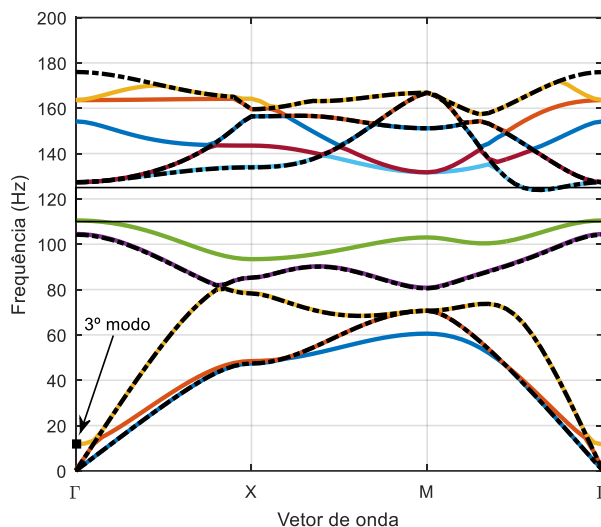


Figura 5.15 – Diagrama de dispersão para o caso  $k_1 = 0,02 \text{ rad/m}$  e  $k_1 = 0 \text{ rad/m}$  (tracejado a preto).

Para melhor esclarecer acerca dos novos modos de vibração, apresenta-se na Figura 5.16 três instantes do 3º modo de vibração para a direção  $\Gamma$ , que se desenvolve em torno de 11 Hz. Como pode ser identificado, este modo de vibração excita o movimento longitudinal da inclusão podendo somente ser ativado para o caso tridimensional.

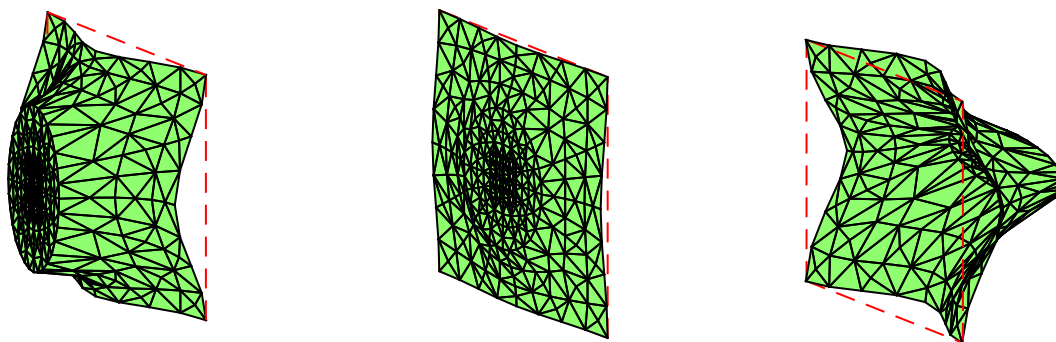


Figura 5.16 – 3º modo de vibração para a direção de propagação  $\Gamma$ .

No entanto, uma vez que a configuração modal compreende apenas movimentos longitudinais, facilmente se conclui que a sua contribuição para os componentes verticais e horizontais do deslocamento será residual. Uma vez mais, fica patente a complexidade inerente a uma análise

dispersiva de meios contínuos, já que a presença de conteúdo energético não é condição suficiente para inferir sobre a magnitude da resposta em todos os componentes do deslocamento.

Tendo em conta que  $k_1$  se relaciona com o ângulo de incidência da frente de onda em relação à seção modelada, é interessante avaliar o padrão de resposta para valores mais elevados, os quais refletem ondas com maior ângulo de incidência. Neste contexto, determinou-se o diagrama de dispersão considerando  $k_1 = 0,20$  rad/m, ilustrando-se na Figura 5.17 o diagrama de dispersão resultante. O padrão de resposta obtido é claramente distinto do identificado para o caso de  $k_1 = 0,02$  rad/m, com uma alteração evidente do conteúdo energético. Concomitantemente, há uma supressão completa do *band-gap*, provando a interdependência da eficácia do mecanismo de atenuação com o ângulo da onda incidente. Tal facto foi já mencionado por Castanheira-Pinto et al. [145], onde observou que para ângulos de incidência superiores o mecanismo de atenuação não é proporcionado por um efeito de grupo da meta-estrutura, mas sim pelo fenómeno de guiamento de onda. Este pode ser identificado através de um aumento das frequências de vibração para as gamas mais baixas. Neste sentido, comparando os diagramas de dispersão expressos nas Figura 5.15 e Figura 5.17 fica patente o surgimento do mecanismo de atenuação relativo ao guiamento de onda.

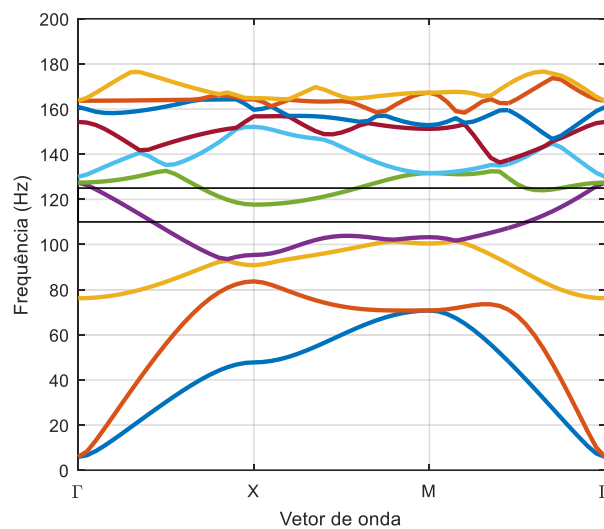


Figura 5.17 – Diagrama de dispersão para o caso  $k_1 = 0,20$  rad/m.

## 5.4.2. MEIO SEMI-INFINITO

Até ao momento as análises desenvolvidas simulam, exclusivamente, a propagação das ondas P e S, uma vez que o cenário considerado consiste num meio infinito. No entanto, estes não representam os casos onde a adoção de uma meta-estrutura como solução de mitigação é mais vantajosa. Do ponto de vista da engenharia, os cenários com tráfego à superfície são os mais adequados para a adoção de inclusões paralelas à via-férrea para reduzir o impacto da passagem de um comboio. Importa relembrar que a consideração de superfície livre origina a propagação de outras tipologias de ondas elásticas, como as ondas R, o que pode incrementar a complexidade de uma análise dispersiva em contexto elastodinâmico. Posto isto, o caso de estudo da presente secção consiste, como expectável, num meio semi-indefinido, escolhendo o autor avaliar do ponto de vista dispersivo um dos cenários avaliados no capítulo 4 (Figura 4.30). Com isto, as conclusões inferidas da análise dispersiva podem ser diretamente comparadas com os resultados provenientes de uma análise numérica convencional. A Figura 5.18 apresenta as características geométricas do caso de estudo, mostrando a fatia da secção que será simulada para a análise dispersiva.

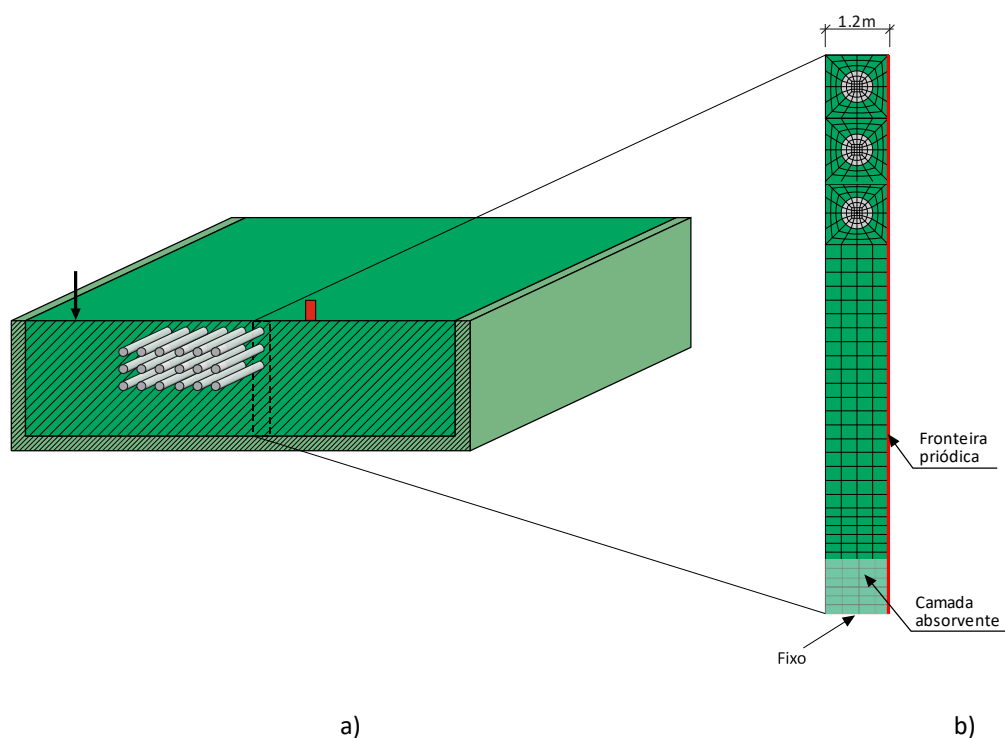


Figura 5.18 – Meio semi-infinito: a) Cenário representado em Figura 4.30 ; b) Malha de elementos finitos adotada para a análise dispersiva.

As propriedades materiais são idênticas às assumidas para o cenário do capítulo 4, estando resumido no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 – Propriedades materiais adotadas para o caso de estudo.

Material	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	E (MPa)	$\nu$ (-)	$\zeta$ (-)	Cs (m/s)
Solo	1700	116	0.33	0.001	160
Inclusões	2700	4416	0.2	0.001	825.5

Como é facilmente perceptível, um meio semi-indefinido requer apenas a prescrição de condições de fronteira periódicas numa direção, uma vez que a outra, neste caso a fronteira superior, representa a superfície livre. Ao contrário deste limite, que não possui condições de fronteira, o limite inferior carece da prescrição de condições do tipo Dirichlet para restringir os deslocamentos nodais. Desta forma, para determinar o diagrama de dispersão basta prescrever a variação de  $k_y$ , encontrando-se na Figura 5.19 o diagrama resultante para a condição de estado plano de deformação ( $k_1 = 0$ ). O resultado é claramente distinto do identificado para meios indefinidos, não sendo possível para o presente caso identificar algum intervalo de frequências onde seja expectável a atenuação da resposta. A complexidade do padrão observado deve-se a dois fatores: i) por um lado a seção modelada é substancialmente maior que as anteriores, possibilitando o desenvolvimento de um maior número de modos de vibração; ii) por outro lado, a superfície livre induz não apenas os modos de propagação associados às ondas P e S, mas também às ondas de Rayleigh.



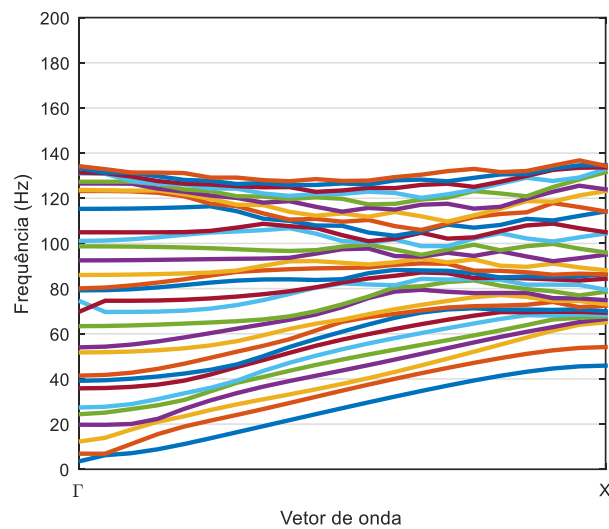


Figura 5.19 – Diagrama de dispersão para a condição de estado plano de deformação ( $k_1 = 0$  rad/m).

Como ficou patente pela Figura 5.19, a análise dispersiva de meios contínuos, sobretudo para cenários semi-indefinidos, pode originar resultados pouco conclusivos. No entanto, como demonstrado em secções anteriores a existência de conteúdo energético no diagrama de dispersão não é condição suficiente para se inferir sobre a resposta para uma determinada direção. Esta particularidade hipoteca a possibilidade de retirar informações totalmente conclusivas diretamente do diagrama de dispersão acerca do comportamento de atenuação de uma meta-estrutura, a não ser para casos muito simples. Não obstante a este facto, e numa tentativa de contornar esta debilidade, preservando a eficiência das análises dispersivas, o autor propõem um novo procedimento onde os deslocamentos nodais são calculados para a aplicação de uma carga pontual (Figura 5.20). Para este caso, o diagrama de dispersão é determinado resolvendo os sistemas de equações para pares de  $k_y$ -frequência. Finalmente, o diagrama de dispersão para uma dada direção do deslocamento é obtido ilustrando sob a forma de mapa de cores os resultados para cada  $k_y$ -frequência. Como se compreende, o intervalo de  $k_y$  é o mesmo discutido anteriormente, isto é, de 0 a  $\pi/a$  que fazem referência a direção  $\Gamma$  e X, respectivamente.

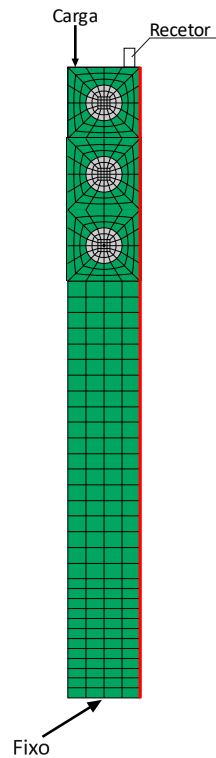


Figura 5.20 – Esquema ilustrativo da análise para uma carga pontual.

Posto isto, e para evidenciar a diferença entre as análises, a secção transversal representada na Figura 5.20 foi calculada para um cenário homogéneo segundo a análise dispersiva convencional e a análise proposta pelo autor, estando os resultados ilustrados na Figura 5.21. Uma vez que a análise dispersiva não é capaz de considerar o amortecimento material, visto que resulta de uma análise modal, dois casos foram avaliados com e sem camada *PML*. Pese embora o modo mais energético não se altere em função das condições absorção do fundo, é possível identificar a perturbação que a reflexão das ondas na parte inferior da malha acarreta. Como se comprova, quando a condição de radiação de Sommerfeld não é estabelecida surgem modos de vibração fictícios que podem comprometer as conclusões retiradas. É importante ainda reforçar que enquanto o mapa de cores faz referência a uma direção do deslocamento, as análises dispersivas convencionais determinam todos os modos energéticos passíveis de serem propagados, independentemente da direção excitada. Desta forma, a análise proposta pelo autor apresenta uma vantagem face à análise dispersiva clássica, uma vez que permite determinar o conteúdo energético condicionante para a direção de interesse, preservando a informação modal da análise.

Outro aspeto a destacar é a complexidade do padrão de resposta que se observa para um meio contínuo. Como se pode constatar, o primeiro modo de vibração possui uma elevada participação na direção vertical até uma frequência próxima de 60 Hz. Para frequências superiores não identifica a predominância de um modo de vibração, mas sim da combinação de vários. Uma vez que o presente caso se refere a um cenário homogéneo, não será expectável o desenvolvimento de *band-gaps*, o que se comprova visto que todo o intervalo de frequência possui um determinado valor energético (tonalidade amarela).

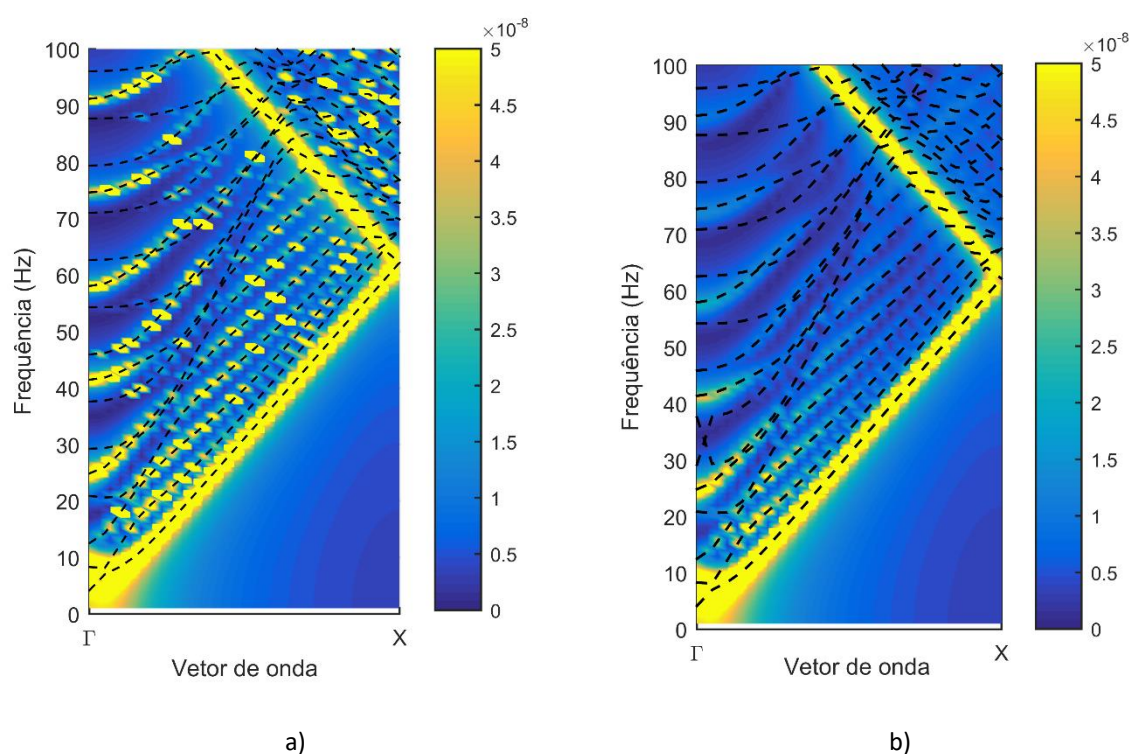


Figura 5.21 – Mapa de cores do deslocamento vertical para o recetor assumindo  $k_1 = 0$  rad/m (diagrama de dispersão – linhas descontínuas) para : a) sem camada absorvente; b) com camada absorvente.

Posto isto, e recorrendo à análise proposta pelo autor, determinou-se o comportamento energético para o cenário com três inclusões em profundidade ilustrado na Figura 5.20. A Figura 5.22 apresenta o deslocamento vertical sob a forma de mapa de cores obtido no cenário homogéneo e com inclusões rígidas para uma condição de estado plano de deformação. Como se observa, a eficácia da medida de mitigação pode ser avaliada por comparação direta entre os diagramas de dispersão obtidos. Neste sentido, adotar o meta-material do capítulo 4 não acarreta meramente uma diminuição da magnitude energética dos modos de vibração, como também a inibição da propagação de energia em certas

bandas de frequência. Como mencionado previamente, estas bandas sem energia denominam-se *band-gaps*, ocorrendo no presente cenário entre 60 Hz e 70 Hz. Pode constatar-se ainda uma redução do espectro energético entre os 70 Hz e 100 Hz. Como se constata, a análise proposta pelo autor não só permite o conhecimento pormenorizado dos fenómenos de atenuação de vibrações, e para que gamas de frequência são expectáveis, como também identificar a magnitude relativa dos modos de vibrações ativos. Assim, inferências sobre a atenuação de um modo com determinado conteúdo energético também são passíveis de ser retiradas com a metodologia proposta, ao contrário da análise convencional.

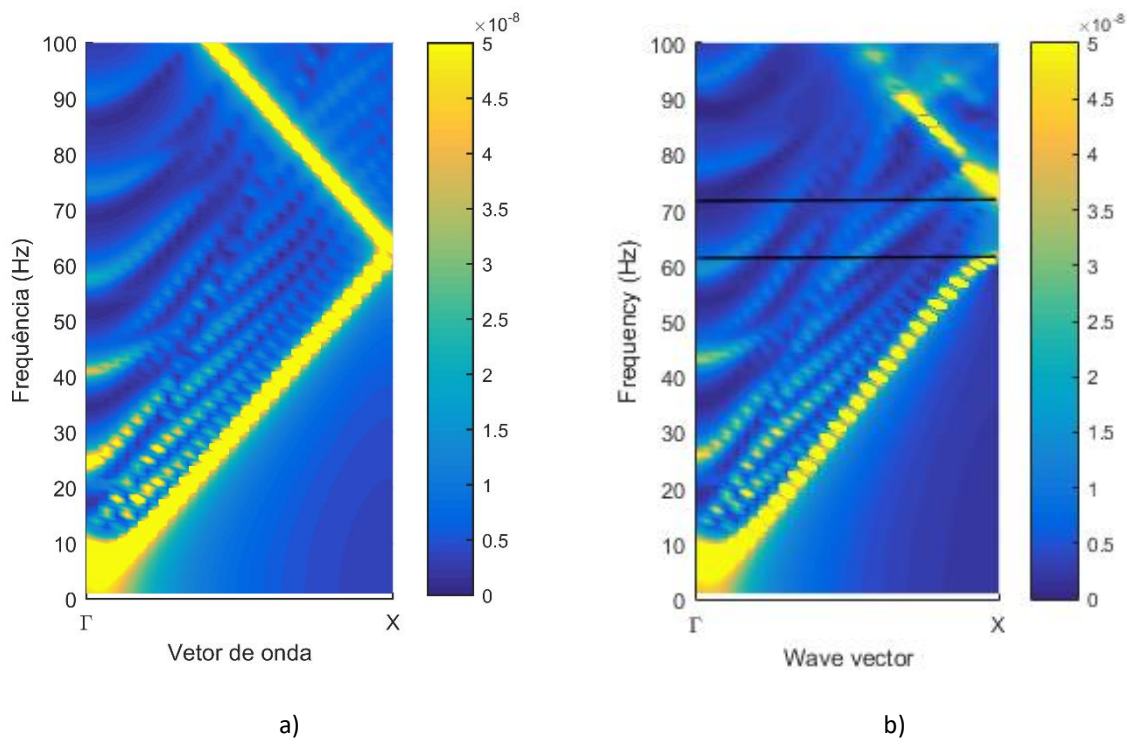


Figura 5.22 – Mapa de cores do deslocamento vertical para o recetor assumindo  $k_1 = 0$  rad/m para: a) cenário homogéneo; b) cenário com inclusões.

Tendo em consideração que o caso de estudo adotado na presente secção correspondeu a um cenário modelado, realisticamente, no capítulo 4, é possível comparar os resultados obtidos com a análise dispersiva proposta pelo autor com os presentes no capítulo 4. Relembre-se o leitor que ao longo do capítulo 4 os resultados foram apresentados sob a forma de *insertion loss* para um intervalo de números de onda adimensionalizados da seguinte forma:

$$K1(-) = \frac{c_s}{\omega} k_1 \quad (5.7)$$

onde  $K1$  representa o número de onda adimensional.

O *insertion loss* do deslocamento vertical apresentado no capítulo 4 (Figura 4.30) encontra-se representado na Figura 5.23, lembrando-se que as colorações vermelhas referenciam atenuação da resposta e as azuis regiões onde a presença da meta-estrutura não produz efeito significativo. Uma vez que o resultado se expressa em termos do número de onda adimensional é necessário encontrar no diagrama de *insertion loss* da Figura 5.23 os valores referentes ao número de onda aplicado à análise dispersiva ( $k_1 = 0$  no caso da Figura 5.22 b). Neste sentido, aplicando a equação (5.7) para determinar o número de onda adimensional associado à condição de estado plano de deformação, facilmente se depreende que corresponderá à aplicação de  $K1 = 0$ , ou seja, à primeira linha horizontal da Figura 5.23.

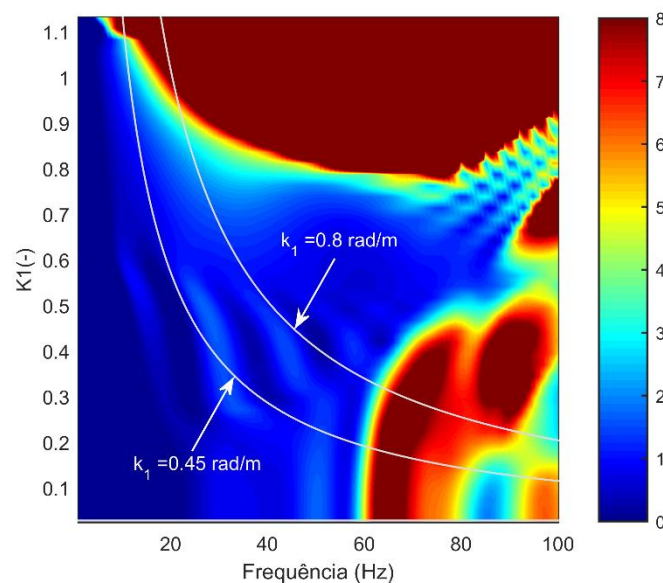


Figura 5.23 – *Insertion loss* (db) no domínio da frequência – número de onda obtido no alinhamento a 20 metros do plano de carga para o cenário com três filas verticais de inclusões.

Posto isto, como se pode identificar pelo diagrama de *insertion loss* obteve-se uma atenuação expressiva da resposta para a gama de frequências entre 60 Hz e 70 Hz, corroborando as conclusões inferidas da análise dispersiva. Pode constatar-se ainda uma ligeira redução da resposta no intervalo de frequências entre 70 Hz e 90 Hz, e uma atenuação considerável próxima de 100 Hz. Todas as

tendências de comportamento identificadas na análise dispersiva foram suportadas pela modelação realista do cenário, evidenciando a potencialidade da análise proposta pelo autor.

No diagrama de *insertion loss* da Figura 5.23 encontram-se duas curvas sobrepostas associadas aos  $k_1 = 0,45$  rad/m e  $k_1 = 0,8$  rad/m. Os respetivos diagramas de dispersão para o deslocamento vertical apresentam-se na Figura 5.24.

Escrutinando a Figura 5.24, o primeiro aspeto a destacar é a deslocação para frequências mais altas do primeiro modo de vibração. Como se observa existe uma relação proporcional entre a frequência para a qual o primeiro modo de vibração é ativado e o número de onda aplicado. Este fenómeno é facilmente justificado recorrendo ao diagrama de *insertion loss* apresentado na Figura 5.23. Como se pode verificar para a gama de frequência mais baixa as curvas sobrepostas encontram-se tanto na região evanescente quanto na zona onde se desencadeia o fenómeno de guiamento de onda, previamente discutido. Para caso da aplicação de  $k_1 = 0,8$  rad/m, só é expectável a existência de conteúdo energético para frequências superiores a 25 Hz, o que se pode comprovar pelo diagrama de dispersão resultante (Figura 5.24 b).

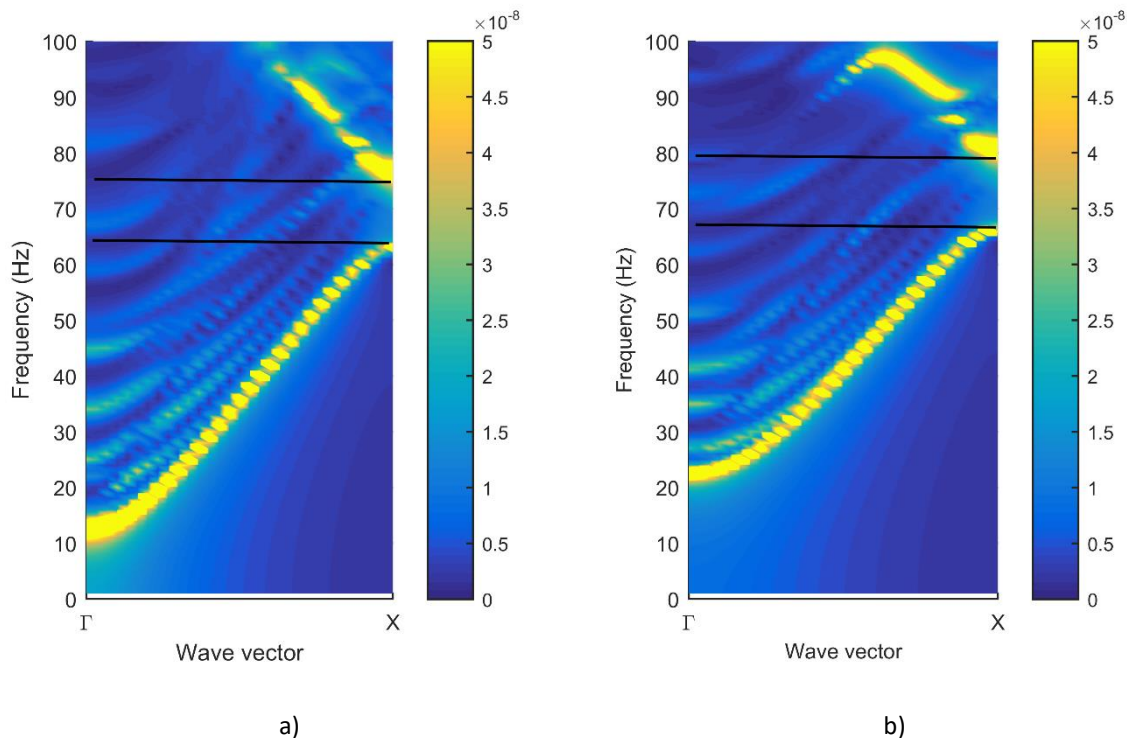


Figura 5.24 – Mapa de cores do deslocamento vertical no recetor para o cenário com três inclusões em profundidades para: a)  $k_1 = 0,45$  rad/m; b)  $k_1 = 0,8$  rad/m.

---

Outro aspeto a salientar-se diz respeito à variação da banda de frequências onde se perspectiva o *band-gap*, previamente identificado entre 60 Hz e 70 Hz. Para os casos expressos na Figura 5.24, comprova-se um aumento residual da banda de frequências associadas ao *band-gap*, sendo este detalhe totalmente corroborado pelo diagrama de *insertion loss*. Uma vez mais, é possível constatar-se que a análise dispersiva traduz corretamente o comportamento de atenuação produzido por uma meta-estrutura.

## 5.5. ANÁLISE 3D DISPERSIVA DE META-ESTRUTURAS

### 5.5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com as secções anteriores ficou evidente a vantagem subjacente às análises dispersivas de meta-estruturas, uma vez que possibilita o conhecimento preciso do comportamento de mitigação com um baixo custo computacional. No entanto, todas as meta-estruturas avaliadas até ao momento estavam dispostas paralelamente à via férrea, não constituindo a solução mais atrativa para a prática da engenharia. De facto, tendo em conta as tecnologias construtivas existentes, a adoção de meta-estruturas compostas por inclusões verticais constitui a medida de mitigação com maior aplicabilidade prática.

Alterar a orientação das inclusões obriga à escolha de uma metodologia numérica distinta para se efetuar a análise dispersiva. Repare-se que ao assumir-se, nas secções anteriores, a disposição da meta-estrutura paralela à via-férrea possibilitou a adoção de metodologias 2.5D para a descrição do comportamento da mesma. Assunção essa que perde a validade na presente secção, tendo o autor que recorrer a metodologias 3D para a simulação do comportamento dispersivo de meta-estruturas perpendiculares à via-férrea. Neste sentido, o método 3D MEF-PML desenvolvido pelo autor, e apresentado no capítulo 3, constitui a ferramenta ideal para a análise em questão, tendo sido ajustado para incluir as condições de Floquet-Bloch descritas na Figura 5.1. Um esquema ilustrativo do funcionamento da análise dispersiva 3D de meta-estruturas pode ser encontrado na Figura 5.25.

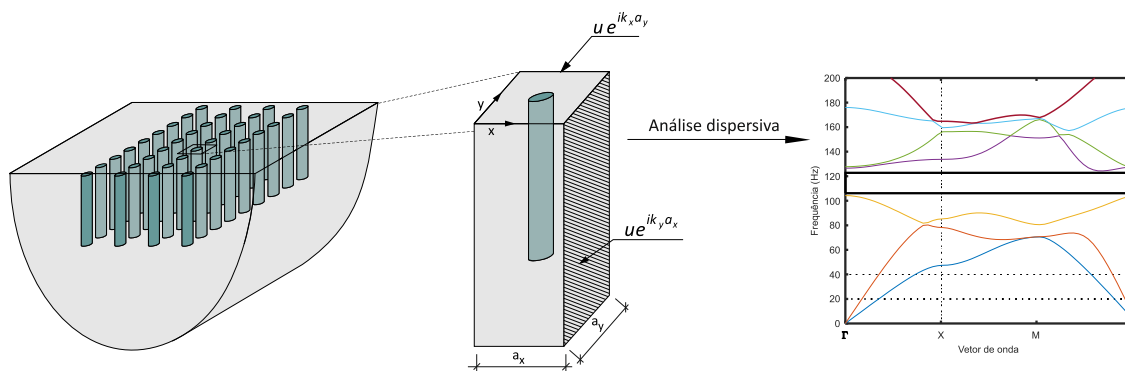


Figura 5.25 – Esquema ilustrativo da análise 3D de meta-estruturas

Como pode observar-se a morfologia da análise é em tudo semelhante à apresentada na subsecção anterior, no entanto considerando agora uma geometria 3D. À semelhança das secções anteriores, um exemplo de validação será desenvolvido para avaliar a acuidade da análise dispersiva em prever a mitigação da meta-estrutura.

### 5.5.2. EXEMPLO DE VALIDAÇÃO

A motivação do autor em avaliar cenários com elevada aplicabilidade prática culminou no desenvolvimento do presente exemplo de validação. Neste sentido, optou-se por avaliar o comportamento energético de uma solução comumente empregue para a melhoria dos solos na engenharia geotécnica (colunas de *jet-grouting*). Como se constata, apesar desta solução não ser, habitualmente, adotada para a mitigação de vibrações é na sua essência uma metaestrutura com capacidades de mitigação. Neste contexto, apresenta-se na Figura 5.26 um esquema global, bem como um detalhado, da meta-estrutura onde o leitor pode consultar quer as características geométricas, quer materiais das inclusões rígidas.

A estratégia de análise foi em tudo semelhante às apresentadas ao longo do presente capítulo, iniciando-se o estudo pela análise dispersiva, corroborando-se, posteriormente, as inferências com um exemplo numérico convencional. Importa realçar que a análise dispersiva é realizada para a secção apresentada na Figura 5.26 b), sendo somente aplicada a metodologia proposta do autor. Tendo em consideração o suprarreferido, pode encontrar-se o diagrama de dispersão para o deslocamento



vertical do recetor tanto para o cenário homogéneo, como para o cenário com 3 m de inclusão na Figura 5.27

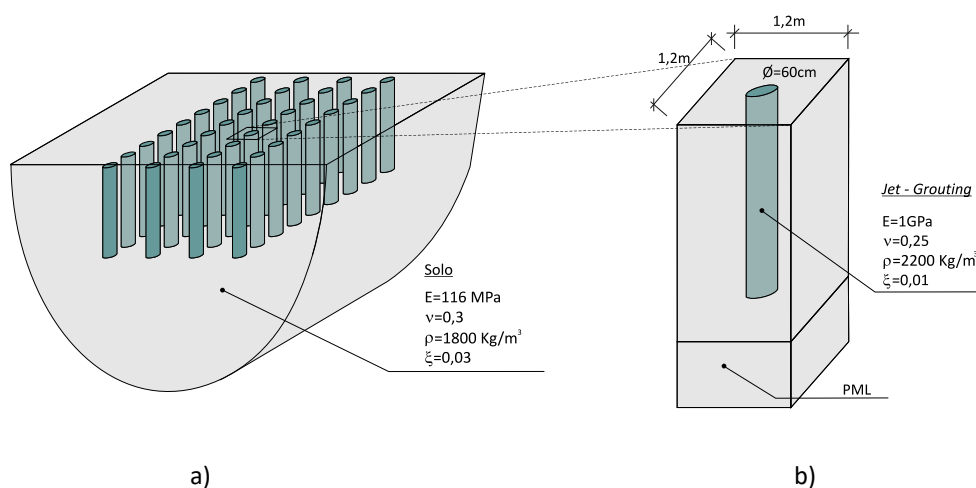


Figura 5.26 – Esquema ilustrativo da meta-estrutura adotada para o estudo: a) visão global; b) célula admitida.

Como seria expectável, o cenário homogéneo exhibe conteúdo energético em todo o intervalo de frequências considerado. Contrariamente, a introdução de uma meta-estrutura materializada por inclusões de *jet-grouting* com 3 metros de profundidade permite atenuar, com alguma expressão, a resposta para um dado intervalo de frequências. Como se observa o modo observado no cenário homogéneo em torno de 60 Hz é completamente suprimido com a adoção da meta-estrutura. Tal é facilmente perceptível aplicando as equações para prever a gama de frequências onde será expectável o desenvolvimento do efeito de cristal sónico. Importa referir que no presente caso são as ondas de Rayleigh as condicionantes da direção do deslocamento analisado, perspetivando-se um *band-gap* entre 58 Hz e 82 Hz. Sem embargo, observa-se, também, uma redução do conteúdo energético após os 30 Hz até ao limite superior do intervalo de frequências adotado. Apesar da complexidade inerente aos meios elastodinâmicos, os resultados corroboram com uma elevada precisão as inferências teóricas. Outro aspeto a salientar prende-se com a ausência de perturbação na gama das baixas frequências. Esta deriva do facto de baixas frequências estarem associadas a comprimentos de onda maiores, e, portanto, com menor sensibilidade para detalhes pontuais como os ditados por inclusões com 3m de altura. Por último, uma referência deve ser feita ao facto da presente meta-estrutura não desenvolver o efeito de guiamento de onda, patente no exemplo anterior. Este iria originar uma subida

na frequência do primeiro modo de vibração (Figura 5.24), não sendo visível para a meta-estrutura perpendicular à via-férrea.

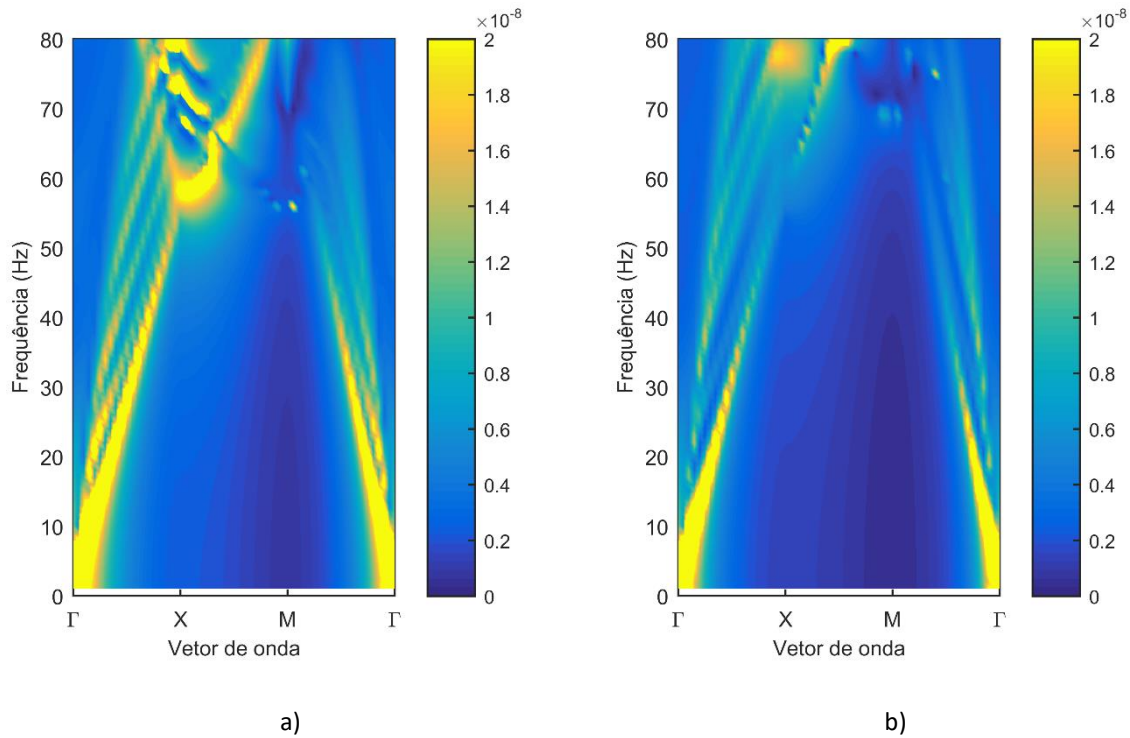


Figura 5.27 – Mapa de cores do deslocamento vertical no recetor para: a) cenário homogéneo; b) cenário com inclusão.

À semelhança das secções anteriores, desenvolveu-se um exemplo conceptual para validar as inferências retiradas a partir da análise dispersiva. O esquema ilustrativo do exemplo considerado apresenta-se na Figura 5.28, onde se pode observar que recorrendo ao modelo 3D MEF-PML periódico, apresentado no capítulo 3, o caso de estudo se reduz à discretização de um alinhamento transversal de inclusões.

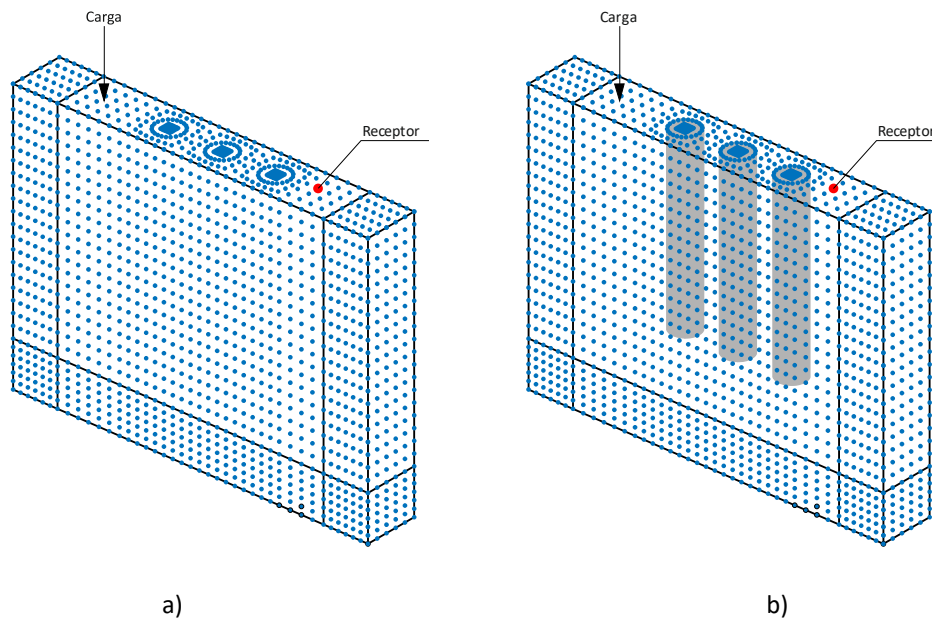


Figura 5.28 – Malhas de elementos finitos utilizadas para o exemplo conceptual: a) sem inclusões; b) com inclusões.

A eficiência da meta-estrutura foi avaliada comparando o resultado obtido para duas situações: i) cenário homogéneo, sem inclusões rígidas; ii) cenário com 3 filas de inclusões, com 3 metros de altura enterrada. O deslocamento vertical, no domínio da frequência, para ambas as variantes calculadas encontra-se expresso na Figura 5.29. Escrutinando inicialmente os resultados pela gama das baixas frequências (até 10 Hz) é possível verificar que a presença das inclusões em nada se faz sentir, estando os resultados praticamente sobrepostos. Este aspeto, já discutido na análise dispersiva, resultado facto de as baixas frequências se associarem elevados comprimentos de onda, insensíveis a características pontuais do maciço (inclusões). A partir dos 10 Hz já se observa o benefício inerente à adoção das inclusões rígidas, comprovando-se uma redução expressiva do conteúdo energético. Mais uma vez este comportamento corrobora a análise dispersiva, onde já tinha sido identificado uma redução do conteúdo energético nesta gama de frequências. O último aspeto a destacar prende-se com o desenvolvimento do efeito de cristal sónico, expectável entre 58 Hz e 82 Hz. Este justifica que a resposta do sistema com inclusões apresente um comportamento descendente ao contrário do verificado no cenário de referência. Como se comprova, o intervalo teórico apresenta uma largura superior ao observado quer no exemplo de validação, quer na análise dispersiva, evidenciando uma vez mais a complexidade intrínseca aos meios contínuos. Não obstante este facto, as equações teóricas conseguem uma previsão fiável da gama onde o efeito de cristal sónico será expectável de ocorrer.

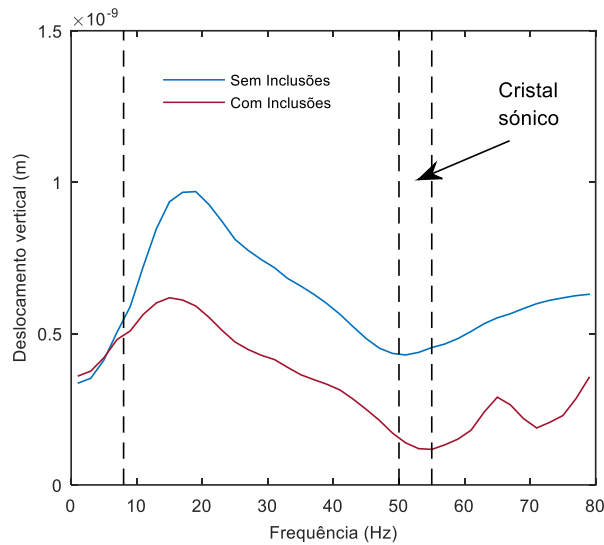


Figura 5.29 – Deslocamento vertical no recetor.

O exemplo de validação corrobora integralmente as conclusões retiradas a partir da análise dispersiva, demonstrando a potencialidade desta como uma ferramenta expedita para a análise de metaestruturas.

### 5.5.3. ESTUDO PARAMÉTRICO

#### 5.5.3.1. Influência da profundidade enterrada das inclusões

Uma vez validada a análise dispersiva 3D em meios elastodinâmicos, esta pode ser utilizada para desenvolver estudos paramétricos de forma expedita e aferir o impacto inerente a cada variável. Importa realçar que apesar das vantagens e acuidade associada à análise dispersiva esta não substitui a necessidade de modelação numérica convencional. No entanto, deve ser adotada como uma ferramenta de análise numa fase de estudo prévio com o intuito de refinar as soluções que serão estudadas extensivamente a jusante. Posto isto, o autor desenvolveu um pequeno estudo paramétrico, onde a profundidade enterrada das inclusões variou entre 1 metro, 3 metros (caso anterior) e 5 m, como se ilustra esquematicamente na Figura 5.30. Todos os cenários foram analisados segundo a metodologia dispersiva proposta pelo autor.

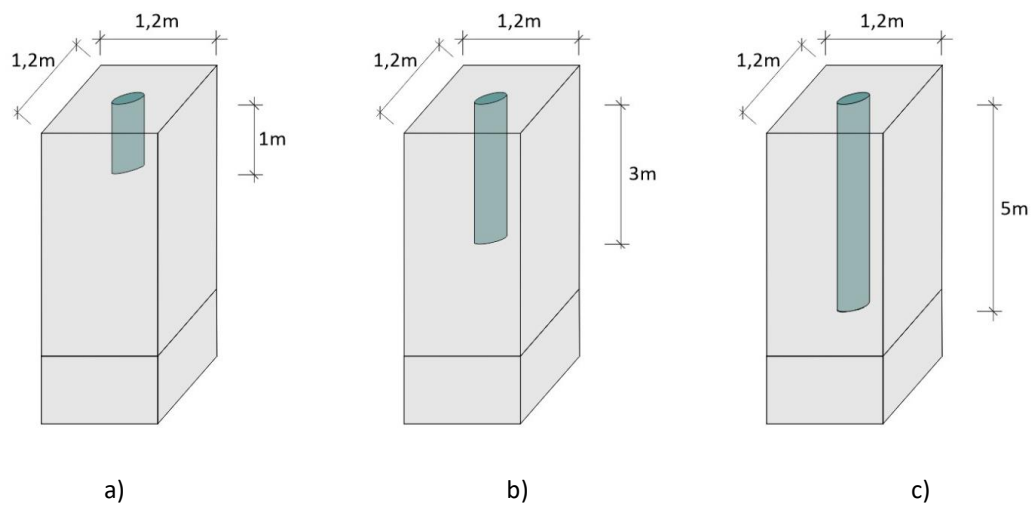


Figura 5.30 – Esquema ilustrativo da meta-estrutura adotada para avaliar o impacto da profundidade enterrada: a) 1 metro; b) 3 metros; c) 5 metros.

Os diagramas de dispersão para o deslocamento vertical no recetor podem encontrar-se na Figura 5.31 para todas as variantes consideradas. Como se pode observar, o *band-gap* previamente identificado para o cenário com inclusões de 3 metros já é passível de ser desenvolvido para o caso com inclusões de apenas 1 metro. Atendendo a que o fenómeno justificativo da atenuação neste intervalo de frequências (efeito do cristal sónico) não depende do desenvolvimento em profundidade da meta-estrutura, facilmente se compreende o resultado. Neste sentido, a escolha pela menor profundidade considerada já constitui uma solução próxima da ótima. No entanto, a extensão em profundidade da meta-estrutura permite obter magnitudes de atenuação mais expressivas, e mitigar gamas de frequências progressivamente mais baixas. Este facto é facilmente justificado através da relação inversamente proporcional entre a frequência e o comprimento de onda propagante. Desta forma, quanto maior for a altura enterrada da inclusão mais baixa será a frequência passível de ser mitigada. Pese embora esta constatação não acarrete um carácter inovador, permite, indiretamente, reforçar a validação da metodologia dispersiva desenvolvida pelo autor.

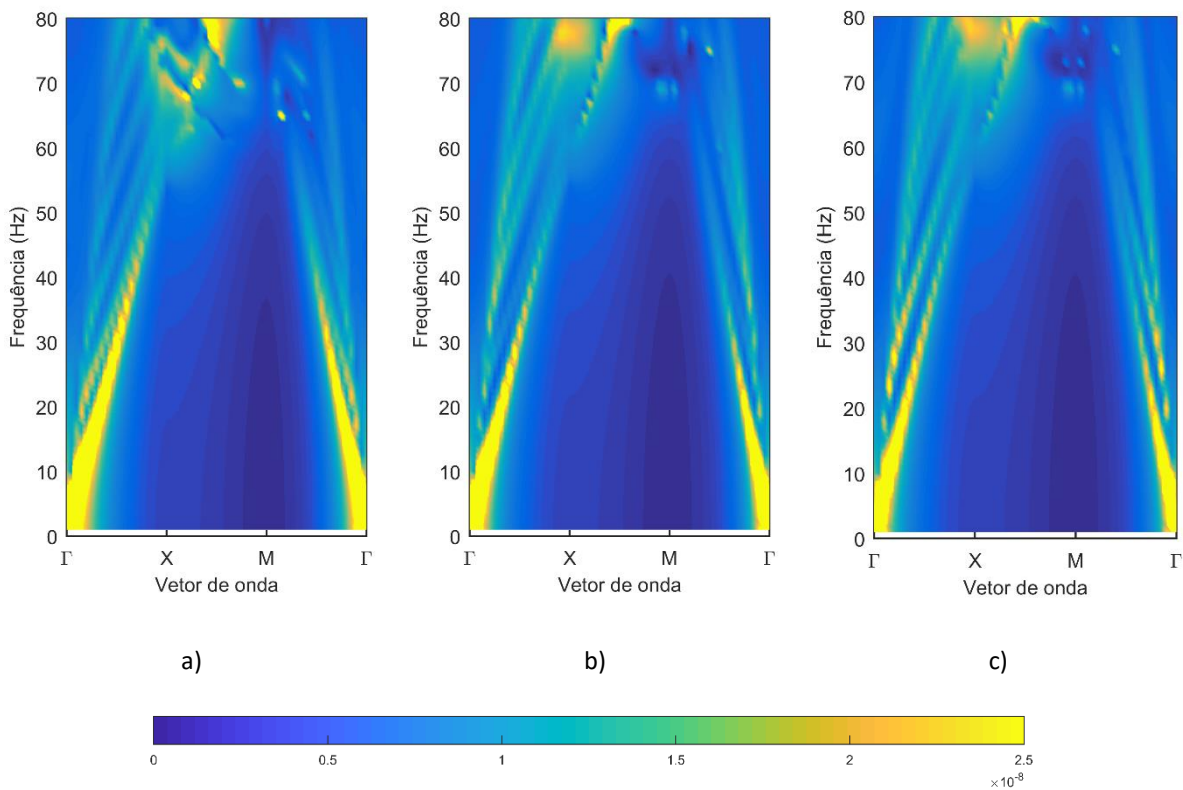


Figura 5.31 – Mapa de cores do deslocamento vertical no recetor para os cenários com inclusões de: a) 1 metro; b) 3 metros, c) 5 metros.

### 5.5.3.2. Influência das propriedades materiais das inclusões

O presente estudo paramétrico surgiu da motivação do autor em explorar de um ponto de vista prático a meta-estrutura preconizada na presente secção. Desta forma, e aproximando o estudo das tecnologias construtivas vigentes na indústria, carece a avaliação do impacto que as propriedades materiais das inclusões produzem. Neste contexto, sabendo que o melhoramento de solos é habitualmente conseguido recorrendo a três tipos de materiais, brita, *jet-grouting* e betão armado, o autor explorou duas novas variantes assumindo inclusões materializadas por colunas brita e estacas de betão armado. Partindo destes pressupostos e adotando-se propriedades materiais correntes para as soluções em causa, construíram-se os cenários expressos na Figura 5.32. Como o leitor poderá depreender, para evidenciar o impacto subjacente às propriedades materiais foi necessário fixar a profundidade enterrada das inclusões tendo o autor optado por inclusões com 3 m.

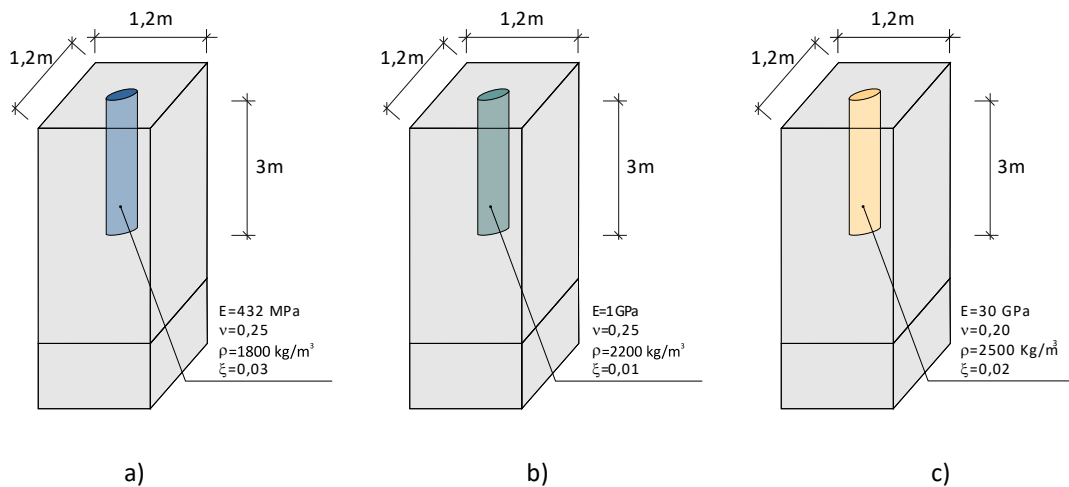


Figura 5.32 – Esquema ilustrativo da meta-estrutura com inclusões de: a) brita; b) *jet grouting* c) betão.

À semelhança do tópico anterior, ambos os cenários foram avaliados segundo a metodologia proposta estando os diagramas de dispersão para o deslocamento vertical no recetor expressos na Figura 5.33. Num esforço de facilitar a comparação entre cenários, o autor optou por apresentar novamente o diagrama de dispersão para o cenário com inclusões de *jet-grouting*. Como o leitor pode observar, ao contrário do pequeno impacto inerente à profundidade enterrada, variar o material constituinte das inclusões produz padrões de atenuação com maiores diferenças. Em traços gerais é possível constatar uma relação direta entre a rigidez do material e a magnitude de atenuação, i.e., materiais mais rígidos garantem atenuação mais expressivas. Este facto é facilmente observado comparando o diagrama de dispersão resultante entre a variante com colunas de brita (Figura 5.33 a) e a variante com estacas de betão armado (Figura 5.33 c). Esta última permite a mitigação dos modos energéticos intermédio (acima 30 Hz), visíveis nas outras variantes (colunas de brita e *jet-grouting*). Deve salientar-se, novamente, o impacto negligenciável que ambas as variantes de inclusões, aqui estudadas, produzem na gama das baixas frequências. Constata-se que até à frequência de 30 Hz a energia registada é semelhante para todos os casos, justificando-se pela relação inversa entre frequência de excitação e comprimento de onda gerado.

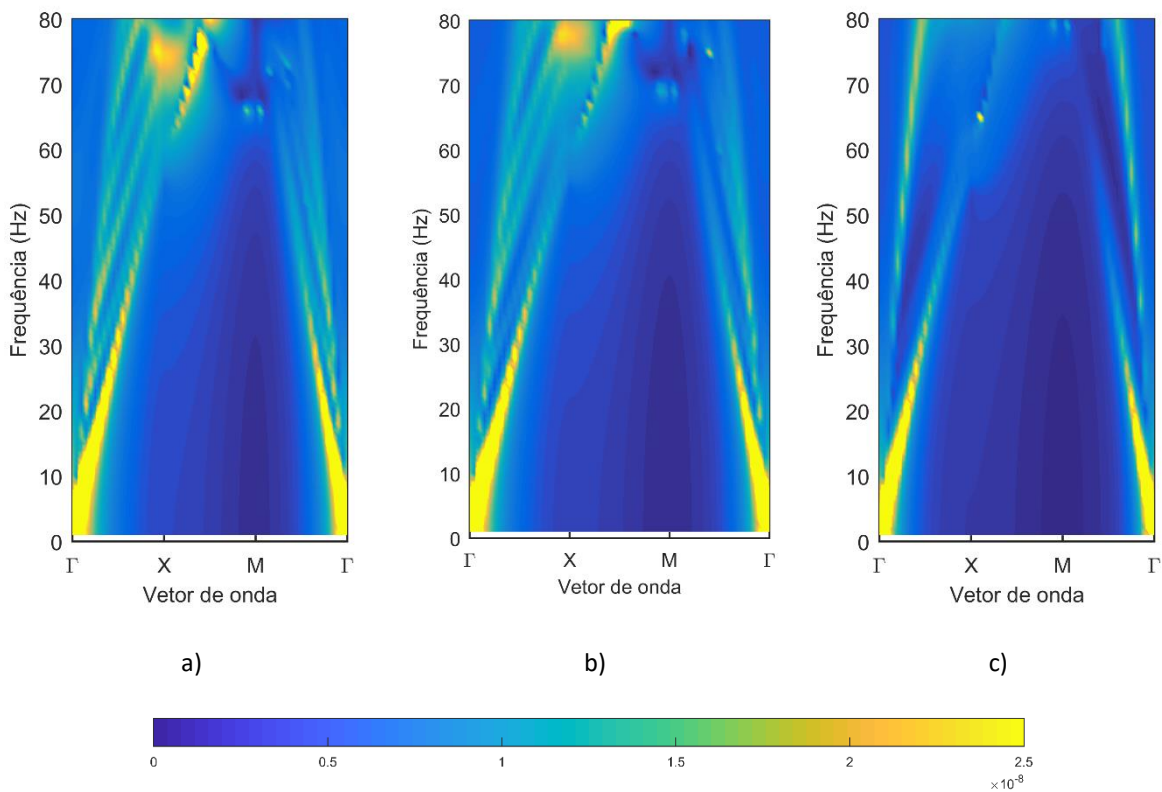


Figura 5.33 – Mapa de cores do deslocamento vertical no recetor para os cenários com inclusões de: a) brita; b) *jet-grouting*, c) betão armado.

## 5.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo que aqui se encerra versou sobre a análise dispersiva de meta-estruturas para, de forma expedita, inferir sobre o seu comportamento de atenuação. Apesar desta tipologia de análise já se encontrar explorada no universo da acústica, a sua aplicação em contexto elastodinâmico é ainda um tópico por desenvolver. Foi esta premissa que impulsionou o autor no desenvolvimento e implementação das análises dispersivas para meios contínuos. Posto isto, o capítulo inicia com uma breve apresentação teórica do processo matemático inerente às análises dispersivas.

Tendo em consideração que num meio contínuo se observa a propagação de diversas tipologias de ondas e este facto incrementa, inevitavelmente, a complexidade na interpretação dos resultados, o primeiro cenário analisado correspondeu a um meio infinito em estado plano de deformação. Para este, iniciou-se com avaliação do diagrama de dispersão para um cenário homogéneo onde se verificou



que todas as frequências exibem conteúdo energético para alguma orientação de onda. Após o escrutínio do resultado para um cenário homogêneo, o autor desenvolveu dois novos cenários onde analisou, separadamente, o efeito inerente à adoção de uma meta-estrutura (aumento de rigidez e aumento de massa). Ambos os cenários desenvolveram um comportamento expectável face ao observado para o cenário homogêneo, destacando-se o surgimento dos *pseudo-gaps*. Com o intuito de validar as análises dispersivas, o autor apresentou um exemplo puramente conceptual onde avaliou o comportamento de atenuação de uma meta-estrutura 2D materializada por inclusões de aço. Deste exemplo devem ressaltar-se dois tópicos: i) foi possível validar as análises dispersivas, uma vez que o todo de ondas traduziu integralmente o comportamento perspectivado da meta-estrutura; ii) a complexidade em analisar de um ponto dispersivo meios contínuos já que a existência de um modo de vibração não é condição suficiente para haver conteúdo da resposta.

Continuando num meio indefinido seguiu-se a generalização para uma análise 3D, onde se identificaram novos modos de vibração associadas à propagação de energia ao longo do desenvolvimento da inclusão. Uma vez que as frequências associadas aos modos de vibração da inclusão dependem do ângulo de incidência da frente de onda, a análise da meta-estrutura segundo uma análise dispersiva clássica torna-se mais complexa. Não obstante, foi possível identificar no diagrama de dispersão quer o efeito de cristal sónico (*band-gap*), quer o efeito de guiamento de onda, previamente enumerados no Capítulo 4.

Por último, e no sentido de aproximar a análise dispersiva à maioria dos cenários práticos que beneficiam da adoção de uma meta-estrutura, o autor considerou um novo cenário colocando a meta-estrutura num meio semi-indefinido. Ao contrário dos resultados anteriores a multiplicidade de modos de vibração gerada para um meio semi-indefinido inibe a possibilidade de se traçarem tendências de comportamento de atenuação recorrendo à análise dispersiva convencional. Posto isto, e para ultrapassar este obstáculo o autor propôs uma análise alternativa capaz de representar quais dos modos identificados transportam energia para uma dada direção do deslocamento, sem hipotecar a eficiência computacional da análise. Seguindo esta abordagem a análise permite conhecer de forma precisa qual o conteúdo energético que condiciona uma determinada direção, algo impossível na análise dispersiva convencional, e ainda preservar a eficiência computacional face às análises numéricas correntes.

Por último, o capítulo apresenta a aplicação da metodologia desenvolvida a meta-estruturas perpendiculares ao desenvolvimento da via-férrea. Posto isto, e numa tentativa de aproximar o estudo

desenvolvido das medidas mais usuais de melhoramento de solos, o autor criou um cenário onde a meta-estrutura se materializou pela inclusão de colunas de *jet-grouting*. Este cenário foi avaliado quer de um ponto de vista dispersivo, quer de um ponto de vista convencional, a fim de validar a metodologia do autor para estes cenários. O comportamento perspectivado pela análise dispersiva foi completamente corroborado pelo exemplo numérico, provando, novamente, a eficiência da metodologia em prever a atenuação subjacente à meta-estrutura. Por fim, um sucinto estudo paramétrico é desenvolvido recorrendo exclusivamente à análise dispersiva preconizado pelo autor com o intuito de avaliar duas variáveis com interesse prático: i) influência da profundidade enterrada; ii) influência das propriedades materiais. Em traços gerais comprovou-se o esperado, uma relação inversamente proporcional entre a profundidade enterrada e a gama de frequências mitigada e a maior mitigação para materiais com maior rigidez.

Como o leitor poderá facilmente depreender, este tipo de análises pode ser empregue numa fase de pré-dimensionamento da estrutura de mitigação possibilitando o estudo de diversas variáveis de forma expedita.

# 6

## REFORÇO DO SISTEMA VIA-MACIÇO PARA AUMENTO DA VELOCIDADE CRÍTICA

### 6.1. PREAMBULO

A temática da amplificação dinâmica de maciços geotécnicos face à solicitação de cargas móveis tem suscitado o interesse da comunidade científica há algum tempo. Neste contexto, identificou-se um fenómeno de amplificação que depende da velocidade da circulação da carga, designando-se a velocidade que conduz à maior amplificação por velocidade crítica. Se inicialmente os obstáculos se deviam à inexistência de metodologias capazes de traduzir tal fenómeno, atualmente os desafios devem-se à existência de poucos estudos sobre medidas de mitigação do mesmo [15]. Neste sentido, o presente capítulo tem como objetivo principal avaliar a eficácia que um reforço materializado por colunas discretas acarreta na velocidade crítica tanto para um cenário geotécnico homogéneo como para um cenário estratificado. Após a apresentação de um estudo paramétrico onde se avaliou a influência tanto de características geométricas como mecânicas apresenta-se uma metodologia simplificada desenvolvida pelo autor capaz de prever a velocidade crítica para cenários reforçados

recorrendo a curvas de dispersão. Por fim, todos os cenários que constituíram o estudo paramétrico foram avaliados segundo a metodologia analítica proposta pelo autor.

## 6.2 VELOCIDADE CRÍTICA DE UM MACÇO GEOTÉCNICO

A necessidade de aumentar a viabilidade económica do transporte ferroviário acarretou a constante procura por veículos mais velozes e com maior capacidade de carga. Neste contexto, verificou-se o desenvolvimento de comboios como o de alta velocidade na China, com uma velocidade de circulação de 400 km/h, e o TGV em França que circula sensivelmente a 320 km/h, entre outros [14]. Importa referir que este último, com os recentes desenvolvimentos tecnológicos do veículo, conseguiu atingir uma velocidade de 574,8 km/h, evidenciando que comboios ainda mais céleres surgirão no futuro. A introdução destes comboios no tecido ferroviário criou novos problemas à operacionalidade das linhas, já que a resposta da via sofreu uma expressiva amplificação [180-183]. Esta deve-se à aproximação entre a velocidade da circulação do comboio e a velocidade crítica do sistema via-férrea – macço. Por definição, a velocidade crítica corresponde à velocidade de uma carga móvel não oscilante que conduz à maior amplificação dinâmica da resposta da via. Diversos autores referem que a velocidade crítica é condicionada exclusivamente pelas características de propagação de ondas elásticas da superestrutura e de uma zona geotécnica vizinha [63, 184, 185], o que se verificou no conhecido caso de Ledsgard's [59, 186, 187].

A amplificação dinâmica de macços geotécnicos provocada por solicitações de carácter móvel é um tema amplamente explorado na comunidade científica. Inicialmente os esforços foram alocados ao desenvolvimento de metodologias capazes de traduzir esses efeitos, como os métodos analíticos e semi-analíticos referidos no capítulo 2, dos quais se destaca o proposto por Sheng et al. [63]. Inspirado nesta metodologia, Alves Costa et al. [188] estende o método para os cenários onde a altura do aterro que suporta a via não pode ser negligenciada. Neste método, a velocidade crítica é estimada através de intersecção entre a relação de dispersão das ondas P-SV do macço e a curva de dispersão da via-férrea como se expressa na Figura 6.1. O inverso do declive no ponto de intersecção representa a velocidade crítica para o cenário em apreço. Os autores apresentaram uma extensa validação da metodologia proposta, contemplando 32 cenários variantes, onde o maior erro encontrado foi de apenas 4,9%. O processo de validação passou pela comparação direta entre a velocidade crítica encontrada com a respetiva metodologia e a obtida com um método numérico 2.5D MEF-MEC.

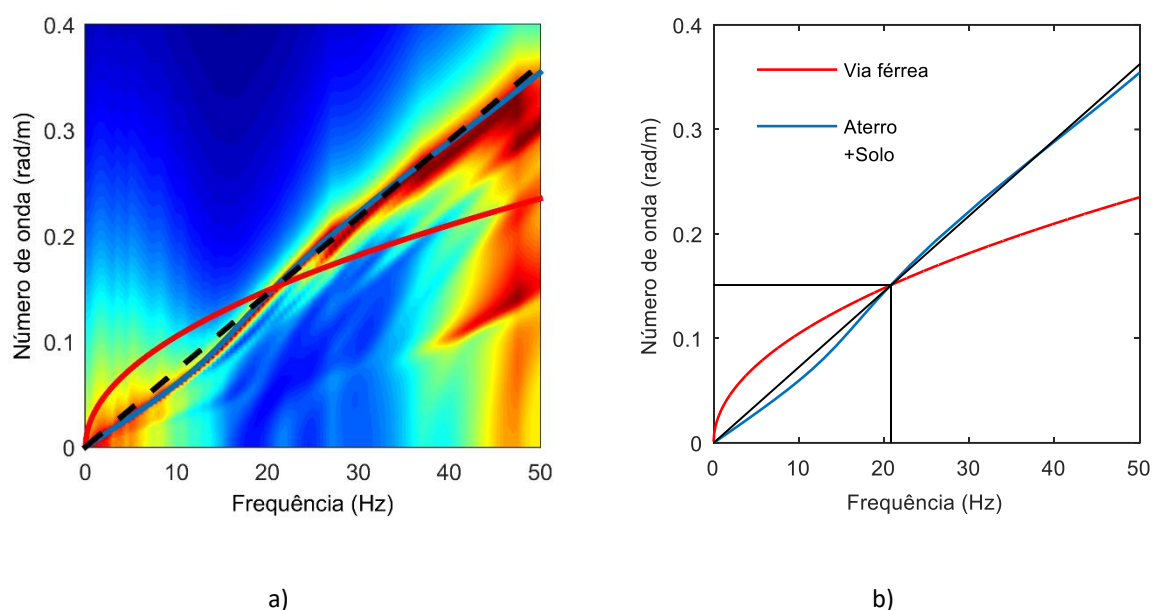


Figura 6.1– Curvas de dispersão para: a) Mapa de cor do deslocamento vertical do carril o domínio do número de onda-frequência; b) Ponto de intersecção entre a curva de dispersão da via e a relação de dispersão das ondas P-SV do maciço (adaptado de [188])

Esta metodologia foi posteriormente utilizada para avaliar a influência da possança do estrato superficial na velocidade crítica do maciço [189]. Aferir tal impacto é deveras interessante para prescrever, de forma informada, a profundidade mínima para a qual é necessário realizar prospeção geotécnica. Deste modo, os autores desenvolveram diversos cenários (Figura 6.2 a) onde fizeram variar a espessura do primeiro estrato entre 2 metros e 16 metros, obtendo os perfis de amplificação dinâmica encontradas na Figura 6.2 b). Aumentar a possança do primeiro estrato induz uma diminuição progressiva, até certo ponto, da velocidade crítica do maciço.

Este facto é facilmente perceptível, uma vez que o aumento da espessura do estrato superficial aproxima a estratificação geotécnica a um horizonte homogéneo, convergindo assim para uma velocidade crítica. Adicionalmente, os autores concluíram que a profundidade a investigar depende não só da possança do primeiro estrato como também da rigidez de flexão da via, no caso de via em laje. No mesmo artigo, tendo por base a metodologia apresentada em [188], os autores propuseram uma metodologia híbrida para a determinação da velocidade crítica, combinando resultados experimentais com numéricos.

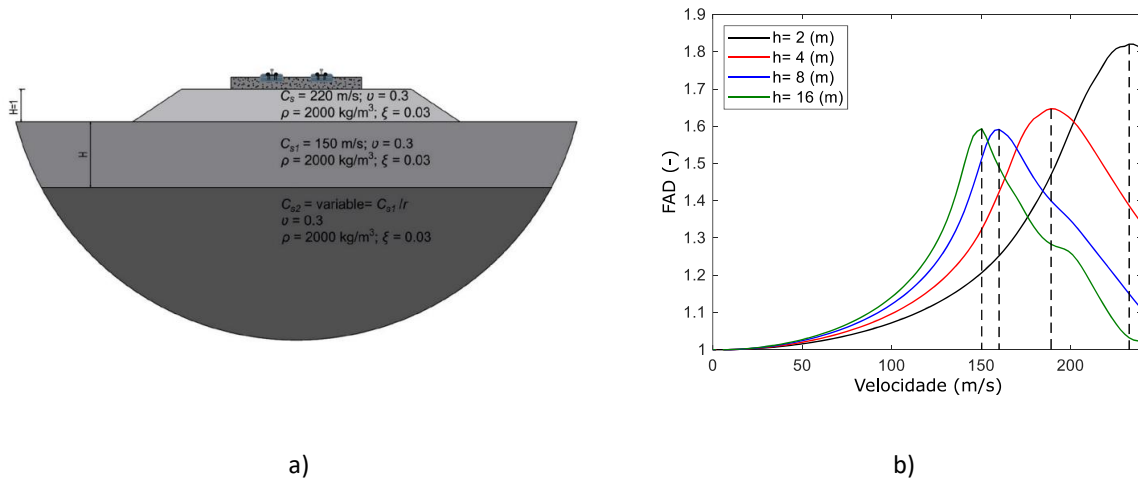


Figura 6.2 – Ilustração de: a) caso de estudo; b) perfis de amplificação dinâmica para diferentes espessuras do primeiro estrato (adaptado de[189]).

Nesta, a avaliação da relação de dispersão das ondas P-SV do maciço foi determinada com recurso a um ensaio SASW *in situ* e não através de metodologias simplificadas. Relativamente à curva de dispersão da via, esta foi obtida de forma semelhante à preconizada em [188], originando o resultado expresso na Figura 6.3.

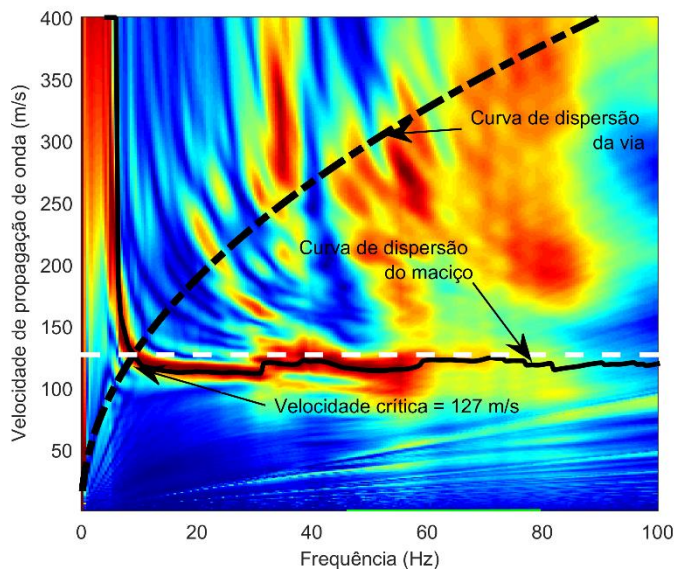


Figura 6.3 – Relação de dispersão experimental das ondas P-SV do maciço (adaptado de[189])

Esta abordagem é extremamente útil na fase de projeto de novas linhas ferroviárias de alta velocidade, uma vez que a determinação da velocidade crítica se encontra diretamente influenciada pelas

propriedades geotécnicas reais. Importa ainda referir que a determinação das propriedades geotécnicas com recurso ao ensaio SASW é um processo célebre com um elevado grau de fiabilidade. Como se referiu, desenvolver um setor ferroviário passa por, entre outros aspetos, impor velocidade de circulação superiores e, conseqüentemente, uma maior sollicitação às vias férreas. Surge, deste modo, a necessidade de desenvolver soluções de reforço que visem garantir um comportamento adequado face à velocidade de circulação imposta [190, 191]. Tais soluções materializam-se, na maioria dos casos, através da substituição do solo de fundação por um material mais competente, conduzindo a um cenário geotécnico reforçado [15]. Neste temática Fernandez-Ruiz et al [192] investigou a profundidade crítica de uma coluna de reforço, isto é, a profundidade a partir da qual não se observa um melhoria na velocidade crítica. Um esquema ilustrativo do cenário estudado pelo autor pode encontrar-se Figura 6.4 a), estando na Figura 6.4 b) um dos resultados apresentados ao longo do estudo.

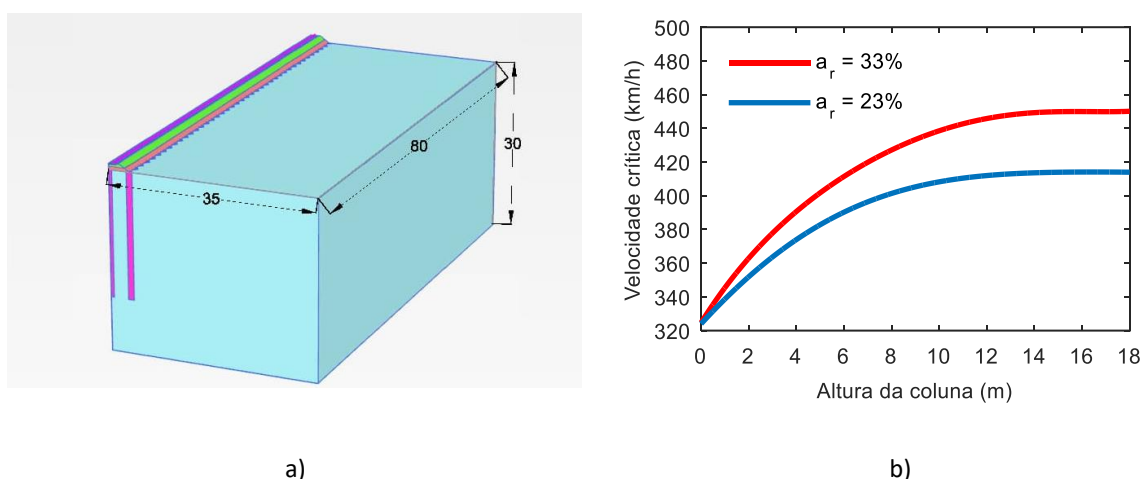


Figura 6.4 – Caso de estudo (adaptado de [192]): a) ilustração esquemática; b) velocidade crítica em função da profundidade da coluna

Como se pode observar pela Figura 6.4 b), a partir de 12 metros não se traduz num benefício acrescido continuar a aumentar o comprimento das colunas. Não obstante a este facto, importa referir que os cenários heterogéneos considerados pelos autores exibiam uma rigidez linearmente crescente em profundidade, o que não corresponde à generalidade das estratificações encontradas na prática da engenharia. Este facto pode limitar a transposição das conclusões para cenários geotécnicos com estratificações mais realistas.

### 6.3. CASO DE ESTUDO

#### 6.3.1. DESCRIÇÃO

Como mencionado previamente, o desenvolvimento do setor ferroviário acarreta, entre diversos aspetos, o aumento da velocidade de circulação do comboio, incrementando, por sua vez, a solicitação exercida à superestrutura. Assim, a necessidade de reforçar as vias férreas cujo traçado envolva a passagem por zonas menos competentes, do ponto de vista geotécnico, constituiu a premissa na qual o presente estudo se alicerça. Partindo deste pressuposto, a presente secção tem como principal objetivo avaliar a influência que uma solução de reforço produz na velocidade crítica, recorrendo ao método 3D MEF-PML periódico apresentado no capítulo 3. Desta forma, dois cenários geotécnicos foram considerados como casos de referência, apresentando-se na Figura 6.5 uma ilustração esquemática dos mesmos com as respetivas propriedades mecânicas adotadas. Como se pode observar, o cenário homogéneo considera um solo flexível, com uma velocidade de propagação das ondas S de 80 m/s, e o cenário estratificado assume o mesmo solo sobre um estrato mais rígido, com velocidade de propagação das ondas S de 200 m/s. Posteriormente, ambos os cenários serão reforçados com uma solução de colunas de *jet-grouting*, sendo avaliado o incremento da velocidade crítica alcançado.

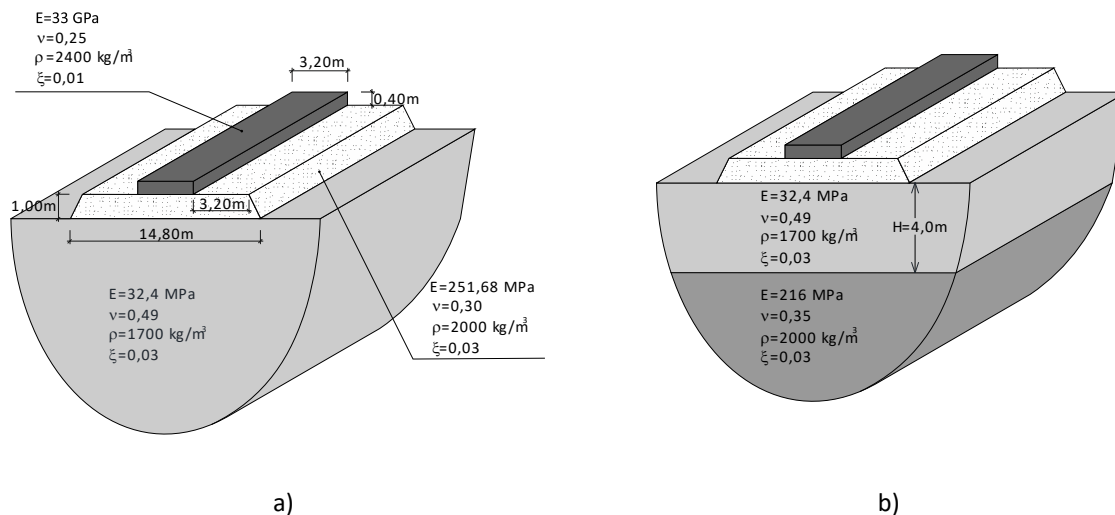


Figura 6.5 – Ilustração esquemática das variantes constituintes do caso de estudo para: a) cenário homogéneo; b) cenário heterogéneo.



Com o intuito de clarificar o leitor para a solução de reforço aqui estudada, pode encontrar-se na Figura 6.6 uma imagem ilustrativa da mesma, bem como as propriedades materiais constituintes do reforço. As colunas de *jet-grouting* apresentam um diâmetro de 0,8 metros estando afastadas 1,6 metros em ambas as direções, totalizando uma taxa de substituição próxima de 20%. Atendendo a que a solução do reforço se repete a cada 1,6 metros, no sentido longitudinal, esta espessura apresenta-se como a suficiente a ser discretizada para o método 3D MEF-PML periódico.

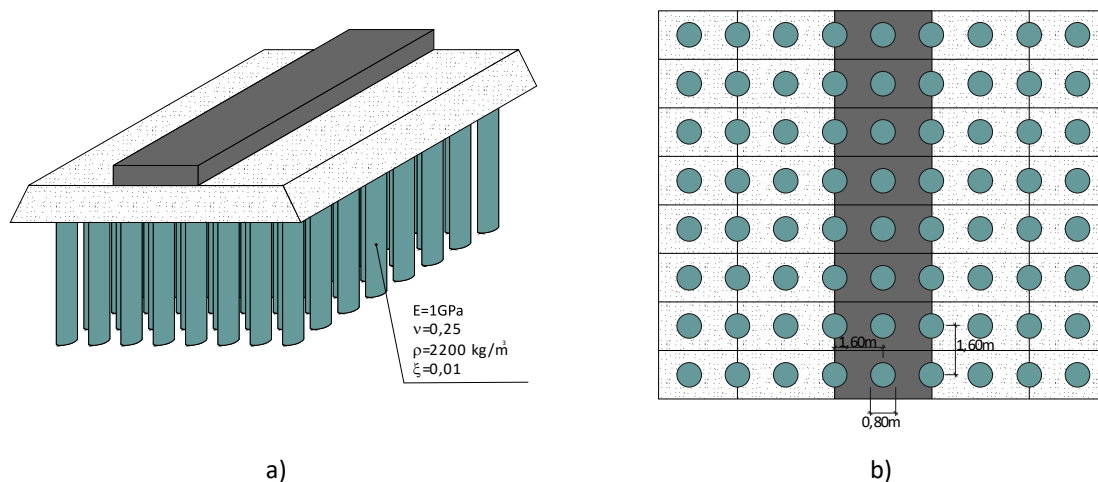


Figura 6.6 – Ilustração esquemática da solução de reforço: a) vista geral; b) vista em planta.

### 6.3.2. VALIDAÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

#### 6.3.2.1. Influência da dimensão transversal da malha

A eficácia do método dos elementos finitos, como já verificado em capítulos anteriores, está diretamente relacionada com a dimensão da discretização adotada. É amplamente conhecida pela comunidade científica a relação exponencial entre o número de graus de liberdade que constituem o sistema de equações e o tempo necessário para a resolução do mesmo [152]. Não obstante este facto, importa referir que a relação exponencial é observada quando se recorre a um método direto, como a eliminação de Gauss, para solucionar um problema elastodinâmico. Neste contexto, e atendendo a que todos os métodos numéricos utilizados na presente dissertação (2.5D MEF-PML, 3D MEF-PML, 3D MEF-PML periódico) recorrem a um método direto para a resolução do sistema matricial, foi considerada uma fase preliminar onde se procurou a otimização do tempo de cálculo. Este, como se

compreende, encontra-se diretamente associado ao tamanho da malha de elementos finitos escolhida, traduzindo malhas de maiores dimensões menor eficácia computacional.

Face ao exposto, para a escolha otimizada da malha de elementos finitos, foi levado a cabo um estudo de sensibilidade para três dimensões horizontais, representadas na Figura 6.7.

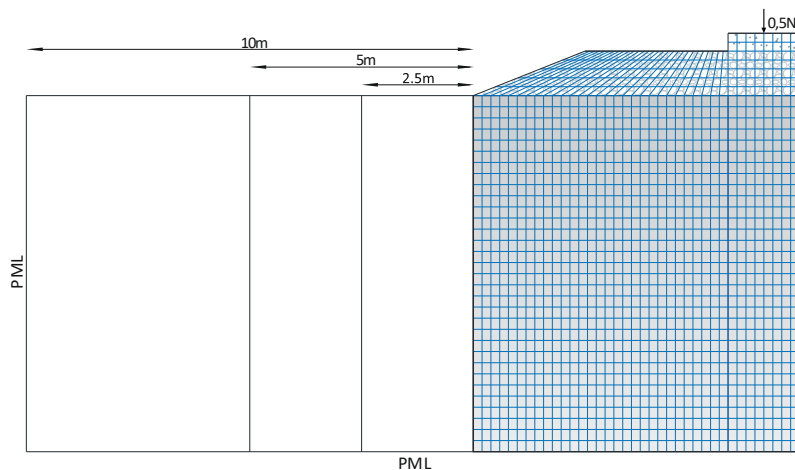


Figura 6.7 – Esquema ilustrativo da secção transversal modelada com as diferentes.

Como se pode verificar, a discretização relativa à via-férrea, bem como ao solo subjacente, manteve-se inalterada para as três malhas, modificando-se exclusivamente a dimensão livre do macizo. O tamanho dos elementos finitos adotado para a discretização da dimensão livre foi transversal às três variantes, sendo adotados elementos com 0,25 metros de lado. As malhas resultantes contemplam 6842 nós, 8002 nós e 10322 nós para as malhas com 2,5 metros, 5 metros e 10 metros, respetivamente. Neste contexto, importa referir que a discretização da secção referente à via-férrea, salientada na Figura 6.7, totaliza 4986 nós, correspondendo a 72,8% da discretização na malha com menor dimensão horizontal, 62,3% na malha com 5 metros e 48,3% na malha com 10 metros entre a camada PML e o início do aterro. Atendendo a este facto, e tendo em consideração que o perfil de amplificação dinâmica é influenciado por uma zona vizinha à via-férrea, facilmente se entende a relevância deste estudo preliminar. Para efeitos elucidativos, apresenta-se a malha de elementos finitos com menor dimensão horizontal na Figura 6.8. Por motivos de eficiência numérica, o estudo que aqui se apresenta foi desenvolvido com o método numérico 2.5D MEF-PML [21], já utilizado em capítulos anteriores.

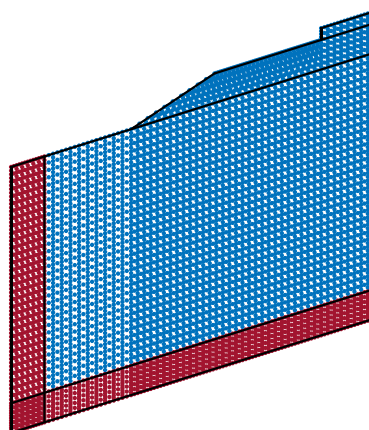


Figura 6.8 – Malha 2.5D adotada para o estudo (6842 nós).

O impacto da dimensão horizontal modelada foi avaliado para ambas as estratigrafias apresentadas na secção anterior, sendo as variantes discretizadas submetidas a uma carga estática móvel com velocidades compreendidas entre 1 e 100 m/s no caso homogéneo, e 1 e 200 m/s no caso heterogéneo. As curvas de amplificação dinâmica apresentados na Figura 6.9 foram obtidas para o ponto de aplicação da carga, encontrando-se adimensionalizados pelo valor do deslocamento obtido para a velocidade de propagação de 1 m/s.

Cenários homogéneos, como já é conhecido na comunidade científica, exibem uma velocidade crítica que corresponde à velocidade de propagação das ondas R. No presente caso, as ondas R propagam-se com uma velocidade de aproximadamente 77 m/s, correspondendo à velocidade crítica identificada na Figura 6.9 a). De referir que os deslocamentos obtidos para a velocidade crítica representam um acréscimo de 50% comparativamente com os obtidos para uma gama de velocidades mais baixas. Porém, o aspeto principal a destacar prende-se com a semelhança de resultados produzidos pelas diferentes malhas de elementos finitos, evidenciando-se a capacidade da malha com uma menor dimensão horizontal em produzir resultados com elevado grau de fiabilidade. Assim, escolher a malha com menor dimensão em detrimento das restantes implica, inevitavelmente, uma redução no tempo de processamento.

No caso de maciços geotécnicos estratificados, como o cenário representado na Figura 6.5 b), a velocidade crítica do sistema encontra-se compreendida entre a velocidade de propagação das ondas R do estrato superficial e a correspondente do estrato profundo. Este facto pode ser verificado pelo perfil de amplificação dinâmica (FAD – fator de amplificação dinâmica) representado na Figura 6.9 b), no qual se identifica uma velocidade crítica para aproximadamente 121m/s. A amplitude máxima

observada foi ligeiramente superior à identificada no caso homogéneo, havendo um incremento de 60% face aos deslocamentos obtidos para a gama de velocidades mais baixa. Tendo em consideração o âmbito do presente estudo preliminar, importa salientar a concordância perfeita entre resultados, evidenciando, uma vez mais, a capacidade da malha com menor dimensão em traduzir com acuidade o perfil de amplificação dinâmica.

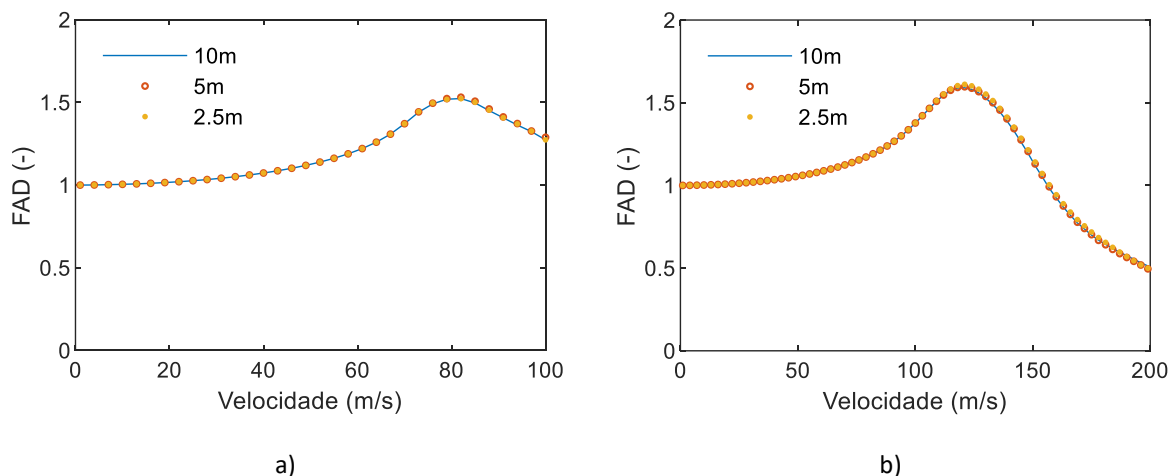


Figura 6.9 – Fator de amplificação dinâmica para: a) cenário homogéneo; b) cenário heterogéneo.

Pese embora o tempo de processamento associado às três variantes estudadas não constituir, em alguns casos, uma expressão considerável, importa realçar que no presente caso o estudo de sensibilidade permitiu a otimização da malha 3D periódica. Ao contrário das malhas até aqui apresentadas, recorrer a elementos finitos tridimensionais implica tempos de processamento exponencialmente superiores. Esta debilidade justificou a necessidade do estudo preliminar supra exposto, onde se identificou uma independência entre o perfil de amplificação obtido e as três variantes de malha consideradas.

### 6.3.2.2. Validação do caso não reforçado

Partindo do estudo paramétrico anterior, desenvolveu-se a malha de elementos finitos tridimensionais com a menor dimensão horizontal das variantes estudadas, ou seja, 2,5 metros de dimensão livre. No entanto, mesmo estando o processo de discretização alicerçado num estudo preliminar, a malha tridimensional resultante é expressiva no que toca ao número de elementos, tornando inviável a adoção de elementos quadráticos. Deste modo, estabeleceu-se a malha com recurso a elementos

lineares, encontrando-se na Figura 6.10 uma ilustração da mesma. A espessura da malha representa, como referido em capítulos anteriores, a periodicidade da secção que no presente caso diz respeito ao afastamento longitudinal entre colunas de reforço (1,6 metros).

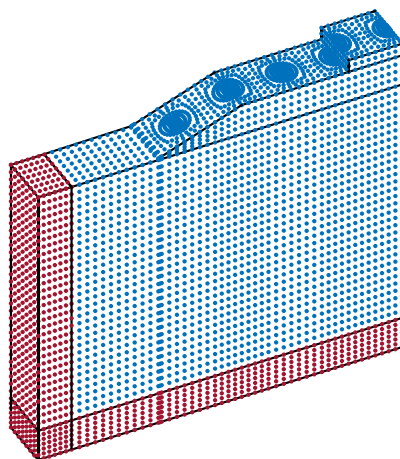


Figura 6.10 – Malha 3D periódica adotada para o estudo (46876 nós).

Como facilmente se depreende, a validação da malha 3D periódica é garantida pela comparação das curvas de amplificação dinâmicas obtidas pelo modelo 3D MEF-PML periódico e o modelo de referência, utilizado anteriormente, 2.5D MEF-PML [21]. Para o processo de validação escolheu-se o cenário geotécnico estratificado (Figura 6.5), apresentando-se os resultados obtidos para ambos os modelos numéricos utilizados na Figura 6.11.

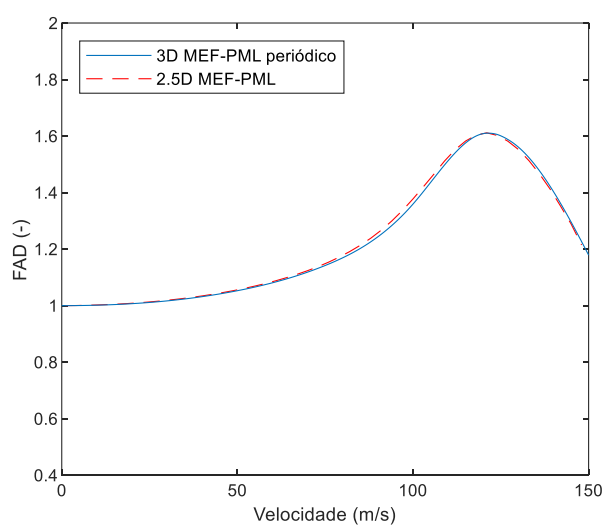


Figura 6.11 – Fator de amplificação dinâmico para o cenário heterogéneo.

Validar a acuidade entre as malhas de elementos finitos torna a análise fidedigna e robusta já que metodologias distintas apresentam resultados idênticos para as mesmas premissas. Tendo em conta que um dos objetivos do presente capítulo visa a comprovação da eficácia do processo de homogeneização necessária nos métodos 2.5D importa realçar a importância desta etapa de validação para se estabelecer um ponto de partida.

### 6.3.3. REFORÇO DE SOLO HOMOGÉNEO

Cenários homogêneos, como já referido, representam uma ínfima parte das estratificações encontradas em projetos de engenharia. Não obstante, a simplicidade do cenário permite que um menor número de variáveis condicione os resultados, facilitando a interpretação dos mesmos. Neste contexto, para avaliar o impacto produzido pela adoção de uma solução de reforço discreto, o cenário homogêneo (Figura 6.5 a) foi reforçado com colunas de *jet-grouting* com 4 metros de altura, como se pode verificar na Figura 6.12.

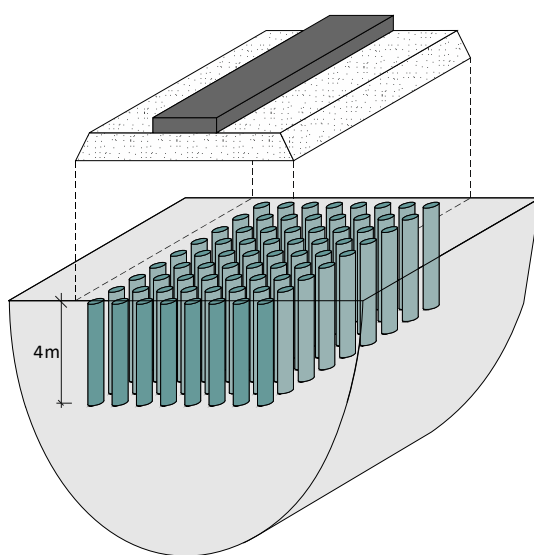


Figura 6.12 – Ilustração esquemática do cenário reforçado homogêneo.

A avaliação do impacto produzido pela solução de reforço apresentada pode facilmente ser analisada recorrendo às curvas de amplificação presentes na Figura 6.13. Antes de escrutinar os resultados, é importante salientar que o objetivo da adoção de reforço é aumentar a velocidade crítica da via férrea. Dos resultados expressos na Figura 6.13, é claro a ineficiência do reforço em cenários geotécnicos homogêneos, uma vez que a velocidade crítica obtida permanece inalterada. Sem embargo, o reforço

do solo resulta numa diminuição do campo de deslocamentos para velocidades diferentes da velocidade crítica, resultando num achatamento da curva de amplificação dinâmica. Assim, embora a velocidade crítica do sistema não beneficie do uso de uma solução de reforço, a amplificação da resposta da via-férrea para velocidades de circulação abaixo da velocidade crítica é reduzida.

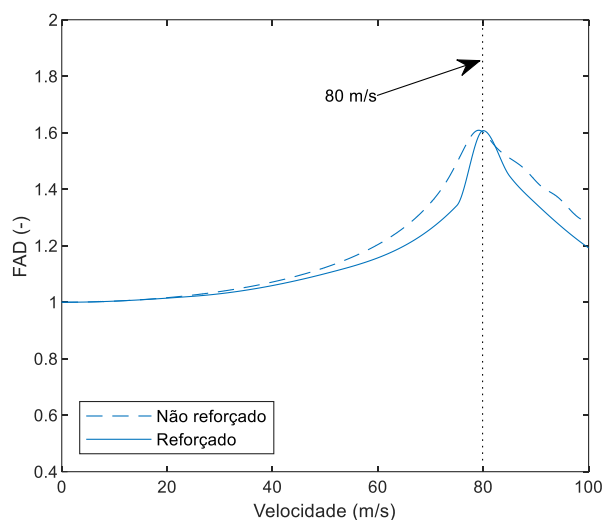


Figura 6.13 – Fator de amplificação dinâmica o cenário homogêneo reforçado.

Apesar de a curva de amplificação dinâmica ilustrar o desempenho quanto à velocidade crítica obtida, esta representação não permite uma comparação precisa do campo de deformações induzido pela passagem de carga móvel entre os cenários reforçado e não reforçado. Neste sentido, o campo de deslocamentos verticais induzido para uma carga estática com uma velocidade igual à velocidade crítica, ou seja, 80 m/s, é apresentado na Figura 6.14 para ambos os cenários. Conforme se observa, apesar da mesma velocidade crítica, o campo de vibração é distinto, desenvolvendo o cenário reforçado um campo de deslocamentos consideravelmente inferior.

Como referido por Alves Costa et al. [14], a velocidade crítica é condicionada pelas baixas frequências, sendo possível investigar a ineficácia do reforço de um cenário homogêneo por intermédio de uma análise no domínio do número de onda – frequência, como se ilustra na Figura 6.15. Importa enfatizar que uma análise no domínio transformado permite compreender integralmente o comportamento do sistema, uma vez que ilustra o conteúdo energético da resposta em função da frequência de excitação e do número de onda. Na Figura 6.15, pode encontra-se sobreposto o comportamento dispersivo do sistema via-macizo, depreenda-se a função que rege o comportamento mecânico do mesmo, e a função de carga para a velocidade crítica obtida, representada a tracejado.

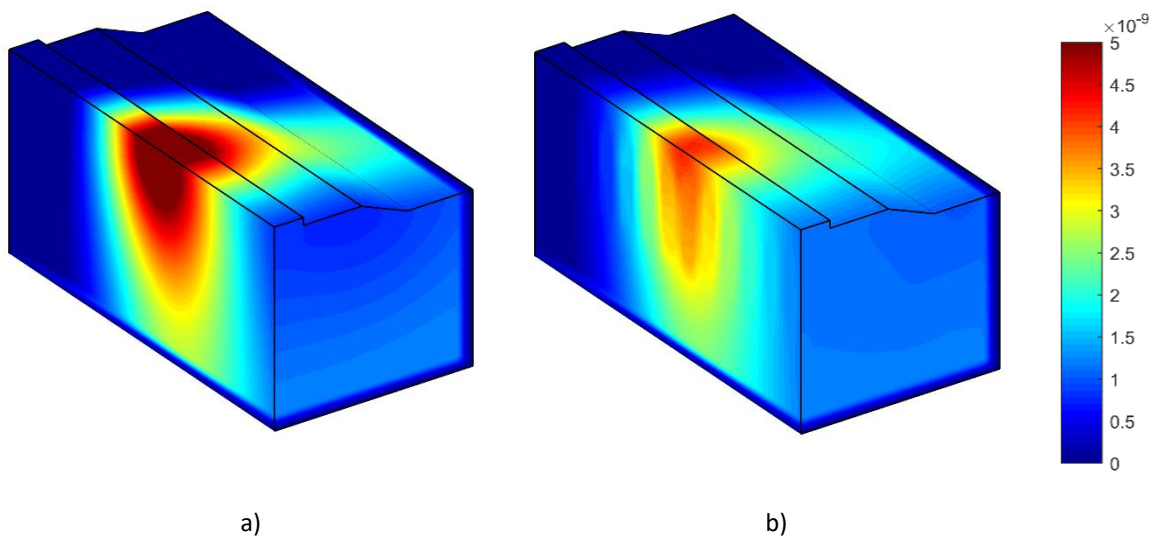


Figura 6.14 – Deslocamento vertical para a velocidade crítica – 80 m/s : a) cenário não reforçado; b) cenário reforçado.

Como se observa, a resposta mecânica de ambos os cenários considerados para a gama das baixas frequências (até 4 Hz) é praticamente equivalente, estando o conteúdo energético sobreposto à função de carga para a velocidade crítica. A ineficácia do reforço em horizontes homogêneos é evidenciada por esta particularidade. Tal detalhe pode ser facilmente explicado, sabendo que às baixas frequências se associam comprimentos de onda elevados, insensíveis às propriedades locais, como o reforço do solo. No entanto, deve realçar-se que o reforço influencia a resposta para frequências superiores a 11 Hz, conforme observado pela comparação entre a Figura 6.15 a) e a Figura 6.15 b).

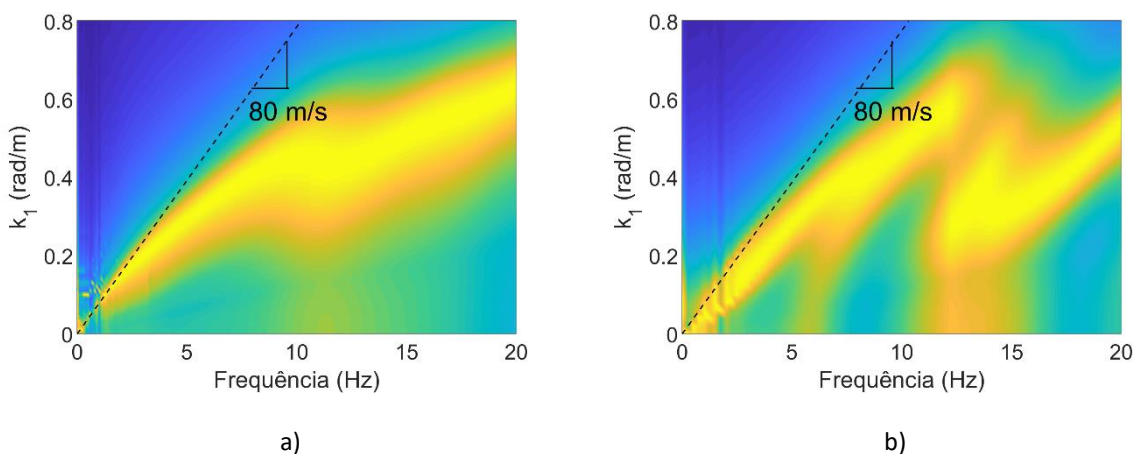


Figura 6.15 – Mapa de cores do deslocamento vertical no domínio transformado para: a) cenário não reforçado; b) cenário reforçado.



### 6.3.4. REFORÇO DE UM SOLO ESTRATIFICADO

#### 6.3.4.1. Influência da profundidade enterrada das colunas

A prática de engenharia encontra, na maioria dos casos, horizontes geotécnicos heterogêneos, havendo habitualmente um aumento da rigidez do maciço em profundidade. Este facto justifica uma motivação acrescida no estudo de reforço de estratificações heterogêneas, ao invés das anteriores. Face ao exposto, e seguindo uma metodologia análoga à anterior, o impacto de um reforço discreto foi avaliado para o cenário estratificado presente na Figura 6.5 b). Para tal, foram consideradas três distintas profundidades enterradas (3 metros, 4 metros e 5 metros), como se pode observar na Figura 6.16.

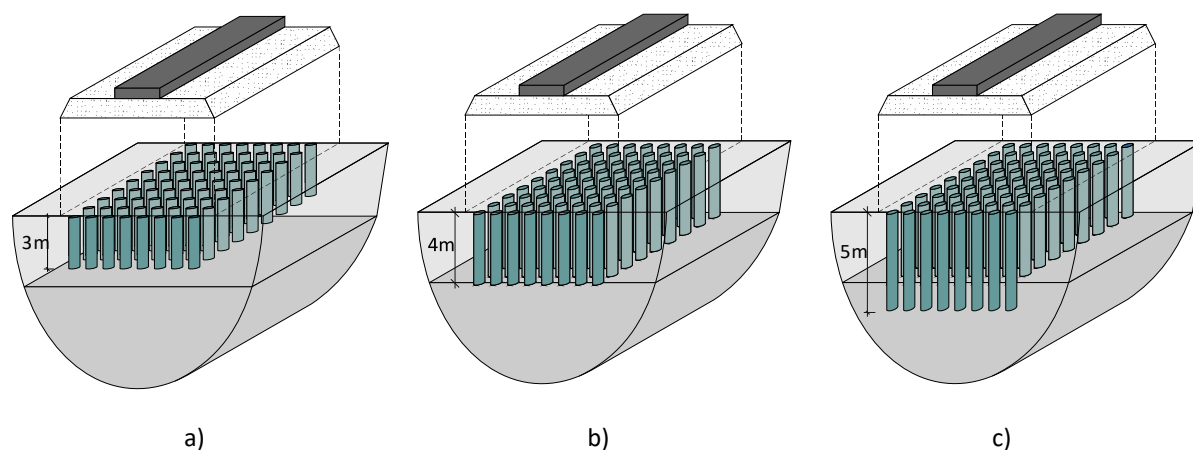


Figura 6.16 – Ilustração esquemática das soluções de reforço consideradas com colunas de: a) 3 metros; b) 4 metros, c) 5 metros.

As curvas de amplificação dinâmica obtidas para os três cenários adotados apresentam-se na Figura 6.17, sobrepondo-se a curva de amplificação dinâmica do caso não reforçado. Contrariando os resultados apresentados na secção anterior, para cenários estratificados identifica-se uma melhoria expressiva do comportamento mecânico do sistema, conseguindo o reforço garantir velocidades de circulação superiores. Não obstante este facto, a eficácia da solução de reforço encontra-se diretamente relacionada com a profundidade das colunas, variando o aumento da velocidade crítica de 25% (para uma profundidade de 3 metros) até 33%, quando os reforços atingem a camada mais rígida. Uma vez que a única diferença entre os cenários de reforço são as condições de suporte do pé do reforço, é possível concluir que fundar a coluna num solo mais flexível resultará numa perda de eficácia. Portanto, para maximizar o efeito benéfico produzido pelo reforço, a profundidade enterrada

necessária para atingir uma camada mais rígida deve ser considerada em fase de projeto, se possível. No entanto, comparando a solução de reforço com profundidades enterradas de 4 metros e 5 metros, é possível concluir que a penetração das colunas no estrato mais rígido tem um efeito desprezável em termos de aumento da velocidade crítica.

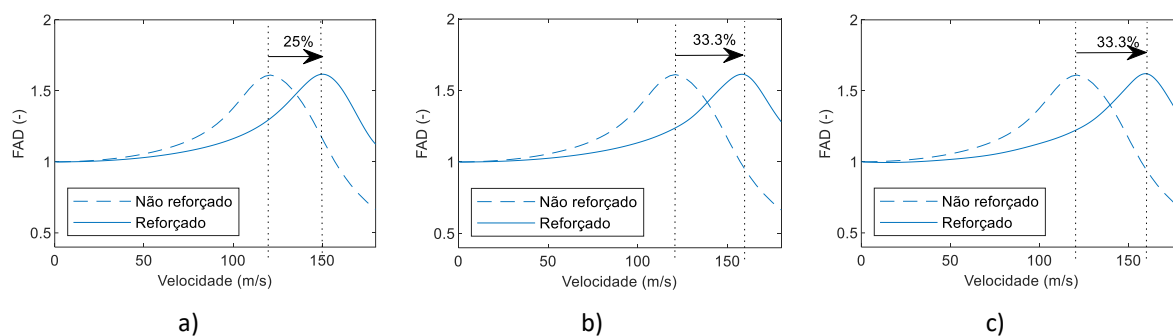


Figura 6.17 – Curvas de amplificação dinâmica para os cenários com colunas de: a) 3 metros; b) 4 metros, c) 5 metros.

Passando para a análise global do campo de deslocamentos, a Figura 6.18 compreende os deslocamentos verticais induzidas para a passagem de uma carga com uma velocidade de circulação de 120 m/s, que corresponde à velocidade crítica encontrada para o cenário não reforçado.

Contrariamente ao sucedido no caso homogêneo, onde o conteúdo energético se distribui em profundidade, para a presente estratificação observa-se uma concentração no estrato superficial. Esta particularidade explica a perda de eficácia que a penetração do reforço na camada mais rígida acarreta. Sem embargo, realça-se ainda que a adoção do reforço permite a redução dos níveis de vibração, proporcionando um melhor comportamento mecânico do sistema, como se evidencia na Figura 6.18.

Conforme se ilustrou anteriormente, a introdução de uma solução de reforço no solo altera o padrão de deslocamento observado para o cenário não reforçado. Para evidenciar este fato, o campo de deslocamento vertical obtido para a velocidade crítica de cada um dos cenários reforçados é apresentado na Figura 6.19.

Contrariamente ao caso não reforçado, onde o campo de deslocamentos se limita a profundidades pequenas, a presença de inclusões rígidas dá origem à mobilização das camadas de solo mais profundas. Conforme observado, quanto maior a profundidade da coluna, maior a distribuição em profundidade do campo de deslocamentos, e conseqüentemente, menor distribuição em planta.

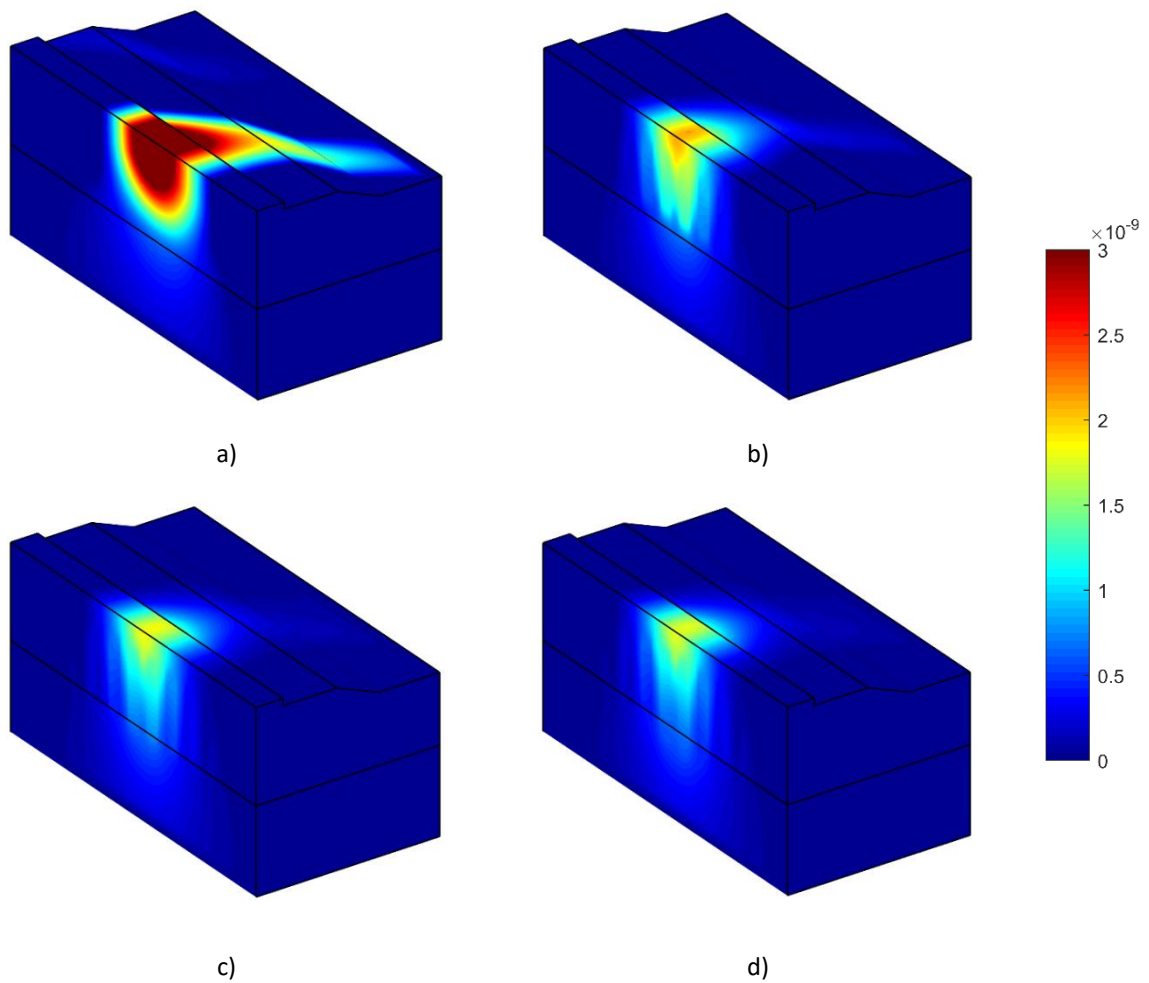


Figura 6.18 – Deslocamento vertical para uma velocidade da carga de 120 m/s (velocidade crítica do cenário não reforçado) para: a) cenário sem reforço; b) cenário com 3 metros de reforço; c) cenário com 4 metros de reforço, d) cenário com 5 metros de reforço.

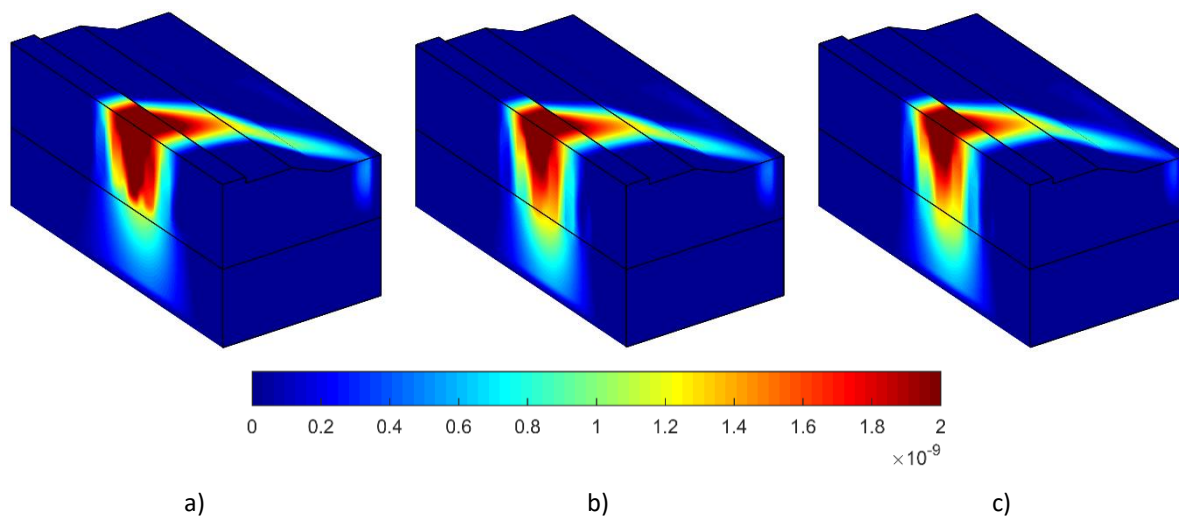


Figura 6.19 – Deslocamento vertical para a velocidade crítica: a) colunas com 3 metros - 150 m/s; b) colunas com 4 metros – 160 m/s; c) colunas com 5 metros – 160 m/s.

Seguindo uma estratégia semelhante à secção anterior, todos os cenários apresentados na Figura 6.16 foram submetidos a uma análise no domínio do número de onda - frequência. Na Figura 6.20, podem observar-se os resultados alcançados, estando sobreposto a função de carga para a velocidade crítica obtida no respetivo cenário. É conhecido que o comportamento energético de meio dispersivo é condicionado pelas propriedades de propagação do solo mais profundo na gama das baixas frequências, começando a ser influenciado pelas camadas superficiais com o aumento da frequência de excitação. Tendo este facto em consideração, o primeiro aspeto a destacar prende-se com o impacto produzido pela via-férrea. Conforme se ilustra na Figura 6.20 a), o modo energético exibe a morfologia esperada num meio dispersivo até 8 Hz. Nessa frequência, observa-se, por um lado, um comportamento disruptivo, desencadeado pela presença de uma via-férrea mais rígida. Por outro lado, e como se pode observar pelos resultados, a solução de reforço altera o modo de energia do sistema num intervalo de frequências inferior à condicionada pela via-férrea. Com efeito, a adoção de colunas de *jet-grouting* permite criar um cenário mais rígido, onde a influência da camada superficial é reduzida. É possível verificar, concomitantemente, que o cenário com 3 metros de reforço apresenta um modo energético com menor declive que os restantes cenários, originando em perda de eficiência da solução de reforço. Porém, aumentar a penetração no solo mais rígido (cenário com 5 m de reforço) não apresenta nenhum benefício uma vez que a inclinação do modo energético é semelhante ao cenário com 4 m de reforço.

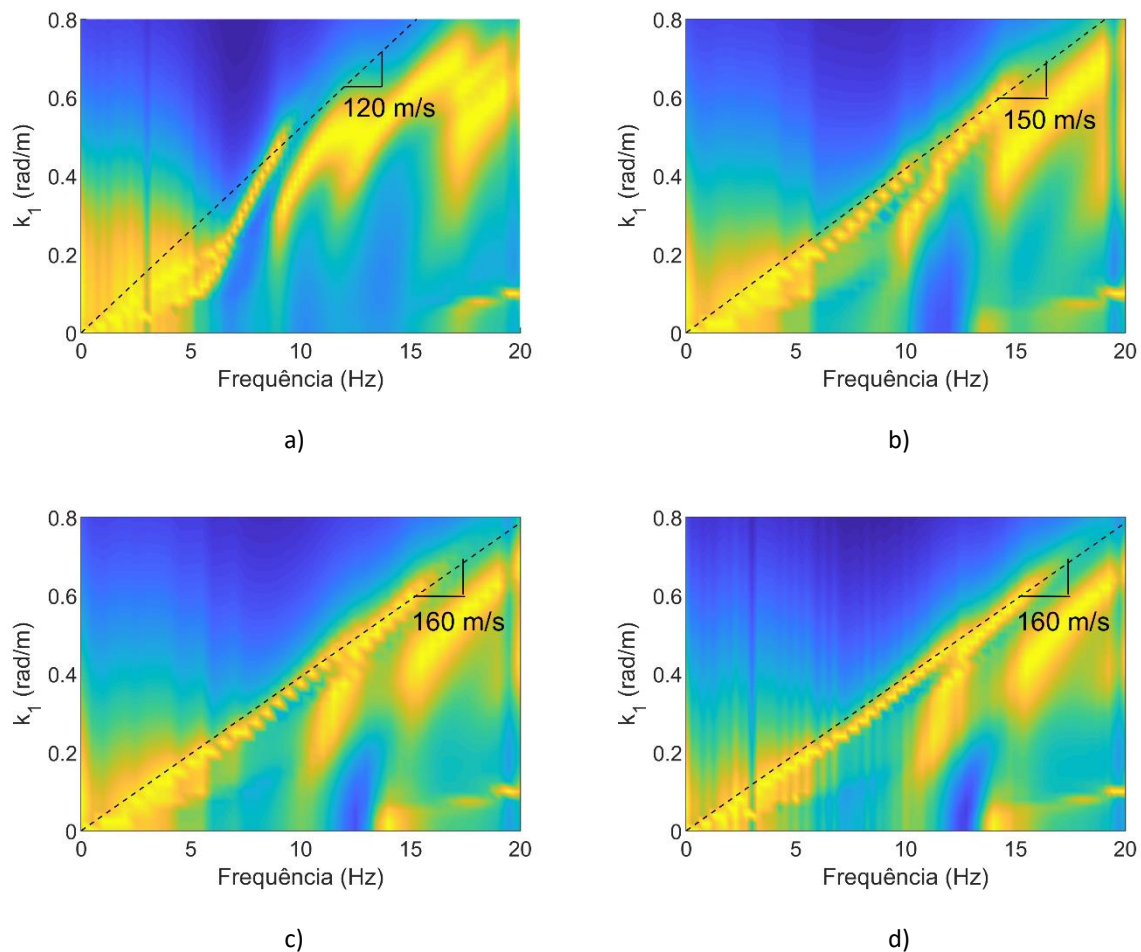


Figura 6.20 – Mapa de cores do deslocamento vertical no domínio transformado para: a) cenário sem reforço; b) cenário com 3 metros de reforço; c) cenário com 4 metros de reforço; d) cenário com 5 metros de reforço.

#### 6.3.4.2. Influência das propriedades mecânicas do reforço

Com o intuito de complementar as conclusões retiradas até ao momento, na presente seção avaliou-se a influência das propriedades mecânicas do reforço na velocidade crítica alcançada. Neste contexto, o *jet-grouting* foi substituído por outro material correntemente utilizado no melhoramento de solos, colunas de brita. Analisou-se a influência para duas alturas enterradas, 3 metros e 4 metros, uma vez que esta última corresponde à profundidade otimizada. Uma ilustração esquemática dos cenários descritos, bem como das propriedades mecânicas adotadas para as colunas de brita é apresentado na Figura 6.21.

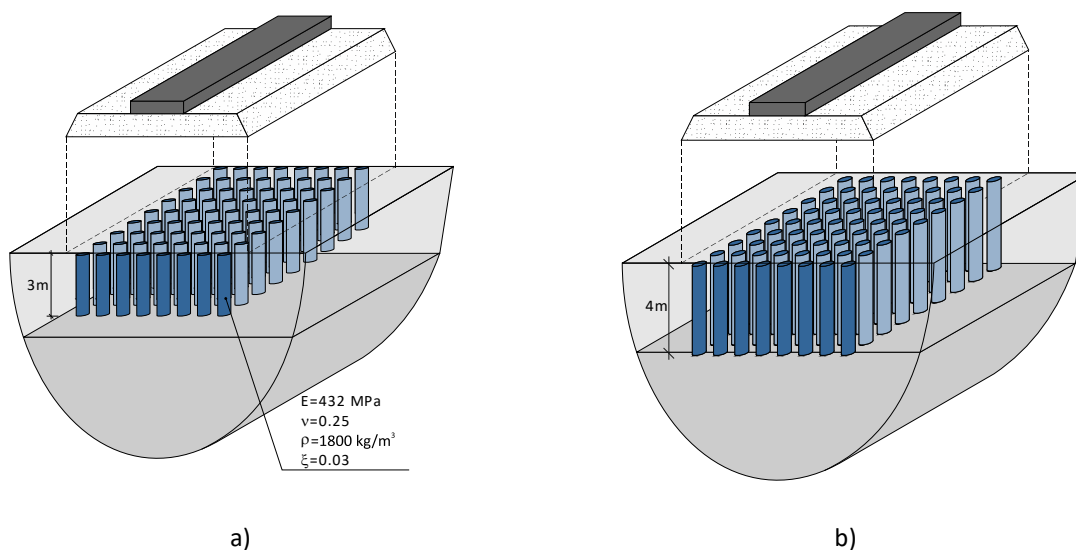


Figura 6.21 – Ilustração esquemática dos cenários adotados: a) cenário com 3 metros de reforço; b) cenário com 4 metros de reforço

As curvas de amplificação dinâmica obtidas para os cenários descritos na Figura 6.21 podem ser encontrados na Figura 6.22, estando sobrepostos os resultados para os casos homólogos com colunas de *jet-grouting*. Pelos resultados, é possível comprovar o impacto residual que uma alteração das propriedades materiais da solução de reforço acarreta, identificando-se uma redução de 3% na velocidade crítica face ao cenário com *jet-grouting*. Tal particularidade pode ser justificada pelo contraste de rigidez entre a camada de solo superficial e a do material de reforço. Embora as propriedades materiais das colunas de brita sejam claramente distintas das colunas de *jet-grouting*, a relação de rigidez coluna/solo permanece elevada. Para uma solução de reforço materializada com colunas de *jet-grouting* o contraste de rigidez é próximo de  $G_{Jet\ Grouting}/G_{Solo\ Superficial} = 36$ , enquanto que para colunas de brita será  $G_{Stone\ Columns}/G_{Solo\ Superficial} = 15$ , continuando a representar um contraste significativo. A adoção de colunas de brita origina concomitantemente, um ligeiro aumento valor do máximo fator de amplificação dinâmico, fruto da redução da rigidez do apoio da via férrea.

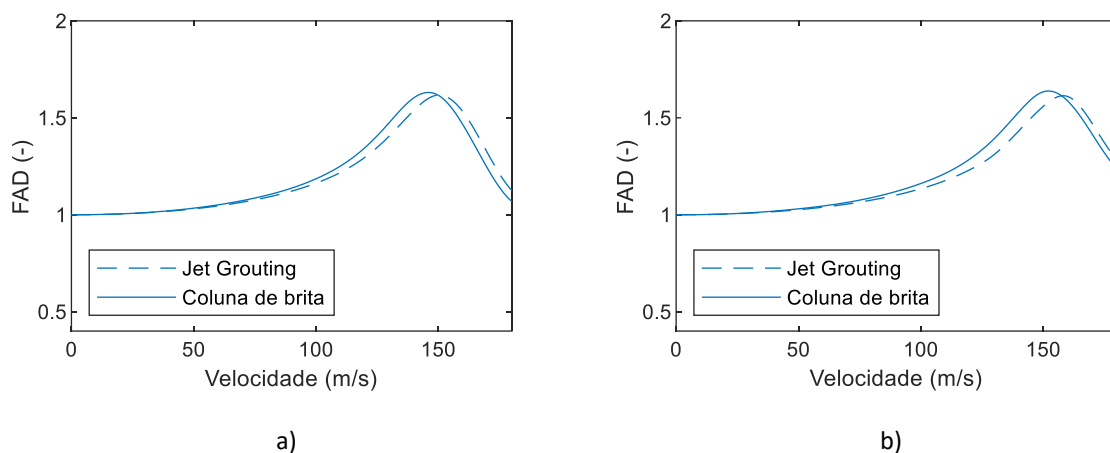


Figura 6.22 – Curva de amplificação dinâmica para: a) cenário com 3 metros de colunas de brita; b) cenário com 4 metros de colunas de brita.

De forma análoga às secções precedentes, uma análise no domínio do número de onda-frequência foi levada a cabo, ilustrando-se os resultados na Figura 6.23. Como expectável, o comportamento energético dos cenários atuais é, em todos os aspetos, semelhante aos anteriores uma vez que a velocidade crítica obtida era praticamente a mesma.

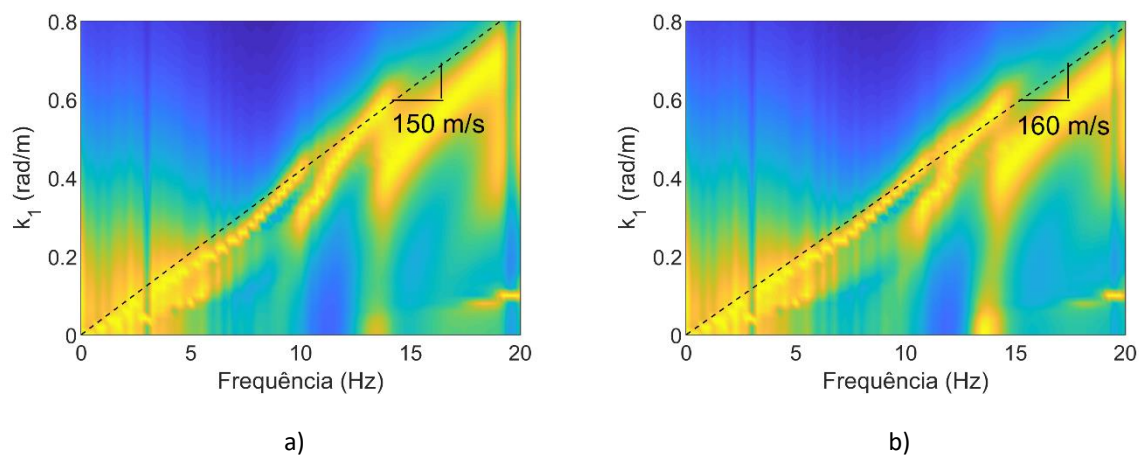


Figura 6.23 – Mapa de cores do deslocamento vertical no domínio transformado para a) cenário com 3 metros de colunas de brita; b) cenário com 4 metros de colunas de brita.

### 6.3.4.3. Influência da taxa de substituição do reforço

Com o intuito de aferir o impacto que a taxa de substituição do solo (a área de solo substituída por material mais competente) produz na eficácia da solução de reforço, construíram-se dois novos cenários, expressos na Figura 6.24. Para a construção do cenário ilustrado na Figura 6.24 a), partiu-se da premissa de simular uma solução morfologicamente distinta, porém com a mesma taxa de substituição que o cenário de referência (Figura 6.16 b). Desse modo, a solução consistiu na adoção de colunas com um diâmetro inferior (60 centímetros) e 1,20 metros de afastamento transversal e longitudinal (duas vezes o diâmetro das colunas). A taxa de substituição deste cenário é da ordem dos 19,6%, idêntica ao caso assumido como referência para a presente secção (Figura 6.16 b, solução com  $\varnothing 80//160$  centímetros). Em contrapartida, o cenário expresso na Figura 6.24 b) mantém inalterada a morfologia do cenário de referência, com a exceção do afastamento longitudinal. Como se pode comprovar, aproximaram-se as colunas na direção longitudinal para  $1,5 \varnothing$  (1,2 metros) atingindo uma taxa de substituição próxima dos 26,2% ( $\varnothing 80//120$  centímetros).

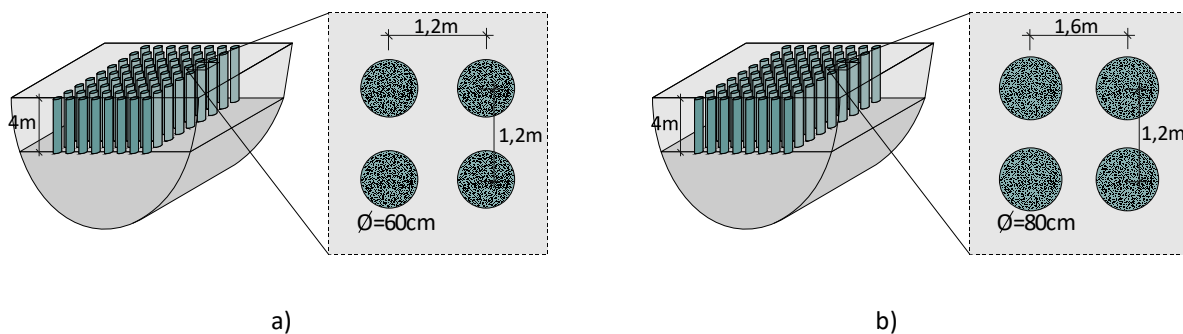


Figura 6.24 – Ilustração esquemática dos cenários adotados: a)  $\varnothing 60//120$  (19,6% de taxa de substituição); a)  $\varnothing 80//120$  (26,2% de taxa de substituição)

As curvas de amplificação dinâmica foram determinadas para ambos os cenários descritos na Figura 6.24, e apresentam-se os resultados na Figura 6.25, sobrepondo-se a curva FAD do cenário Figura 6.16 b). Como o leitor pode depreender, o resultado presente Figura 6.25 a) compila o desempenho de duas soluções morfologicamente diferentes, ainda que idênticas quanto à taxa de substituição.



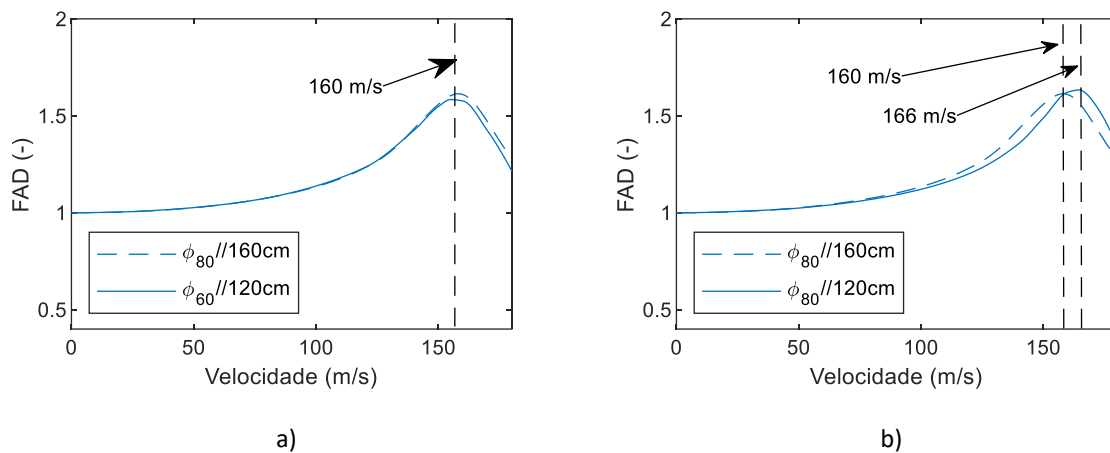


Figura 6.25 – Curva de amplificação dinâmica para: a) cenário com mesma taxa de substituição; b) cenário com uma taxa de substituição superior.

Tendo este facto em consideração e escrutinando o resultado, é possível concluir que a eficácia da solução de reforço não depende da morfologia da mesma, mas sim da taxa de substituição preconizada. A conclusão anterior é corroborada pelo resultado expresso na Figura 6.25 b), onde se compara a eficácia de soluções com taxas de substituição distintas. Como se pode observar, o cenário com  $1,5 \phi$  de afastamento longitudinal acarreta um incremento de 6 m/s da velocidade crítica face ao cenário de referência.

#### 6.3.4.4. Influência do padrão do reforço

O estudo paramétrico desenvolvido ao longo da presente secção cessa com a avaliação da influência que o padrão de disposição das colunas de reforço provoca no ganho da velocidade crítica. Como o leitor observou, até ao momento, todas as soluções de reforço analisadas dispunham as colunas de reforço segundo uma malha quadrangular. Contudo, na prática da engenharia é comumente preconizada a malha triangular em situações nas quais um melhoramento do solo urge. Neste contexto, o autor construiu um último cenário, dispondo as colunas de reforço segundo uma malha triangular, como se ilustra na Figura 6.26. Para este cenário determinou-se a curva de amplificação dinâmica, expressa na Figura 6.27, sobrepondo-se a curva resultante para o cenário apresentado em Figura 6.16 b).

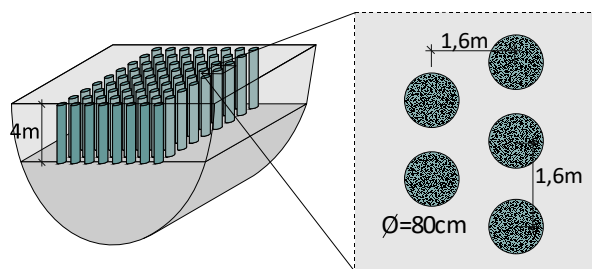


Figura 6.26 – Ilustração esquemática dos cenários com malha triangular.

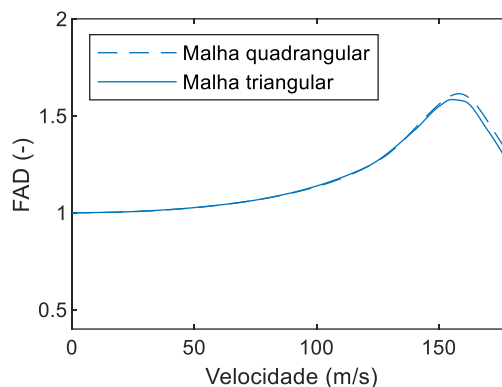


Figura 6.27 – Curva de amplificação dinâmica.

Como se pode comprovar, dispor as colunas segundo uma malha triangular não acarreta nenhuma alteração no perfil de amplificação dinâmico já identificado para o cenário expresso na Figura 6.16 b). Este facto é facilmente perceptível, uma vez que a taxa de substituição da solução permanece a mesma com a alteração da disposição geométrica.

## 6.4. METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA A PREVISÃO DA VELOCIDADE CRÍTICA DE CENÁRIOS GEOTÉCNICOS REFORÇADOS

### 6.4.1. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

Determinar numericamente a velocidade crítica de uma via-férrea requer a adoção de modelos numéricos robustos, que, na maioria dos casos, incorrem em tempos de cálculos elevados. Sem embargo, para cenários geotécnicos simples, é possível determinar a velocidade crítica, recorrendo a formulações puramente analíticas. Determinar a velocidade crítica de uma via férrea através de metodologias analíticas apresenta duas grandes vantagens: i) maior perceção física do problema, uma vez que a existência de equações bem estabelecidas permite inferir o impacto de cada variável; ii) eficiência computacional, uma vez que dispensa a resolução numérica de um sistema de equações expressivo. Estudos levados a cabo por Alves Costa et al. [14] permitiram desenvolver um método simplificado para a previsão da velocidade crítica baseado nas curvas de dispersão da via e do maciço. Porém, apesar do carácter inovador, o método proposto por Alves Costa et al. [14], ao considerar

camadas de solo invariantes nas direções longitudinal e transversal, não permite a simulação de reforços discretos do solo. Neste sentido, e uma vez que as soluções de reforço do solo são materializadas através da adoção de soluções discretas, como o exemplo da secção anterior, o autor desenvolveu uma generalização do método descrito em [14]. Para isso, um processo de homogeneização é proposto com o intuito de traduzir a presença do reforço na curva de dispersão do maciço. O processo de homogeneização baseia-se na determinação das velocidades médias de propagação das ondas S e P para um alinhamento longitudinal de colunas, como ilustrado na Figura 6.28 a). A secção utilizada para a homogeneização, como se observa pela Figura 6.28 b), compreende o espaçamento entre as colunas na direção longitudinal e o diâmetro das mesmas na direção transversal.

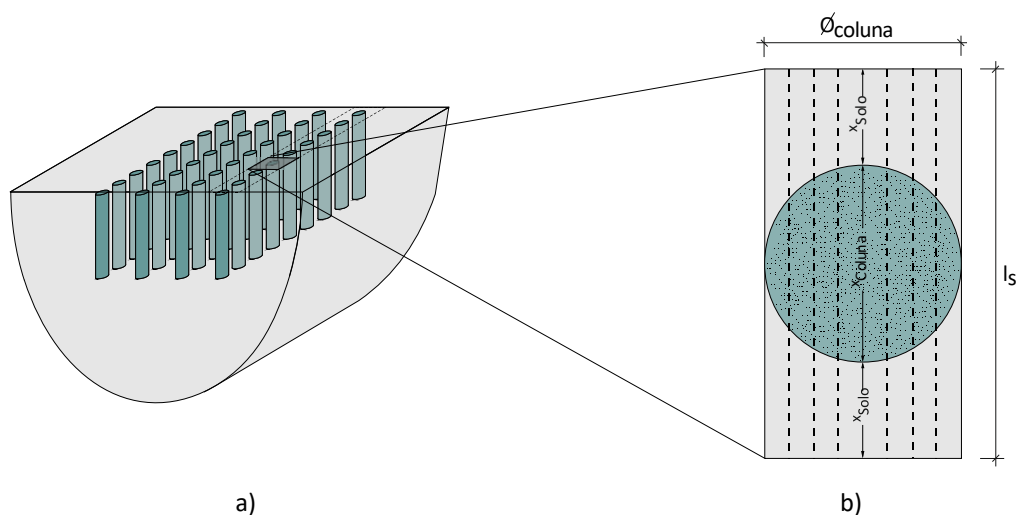


Figura 6.28 – Ilustração esquemática do reforço: a) perspectiva geral; b) secção utilizada para a homogeneização.

Tendo em consideração a geometria representada na Figura 6.28 b), é possível obter a velocidade média das ondas S e P através da espessura de solo e o coluna atravessado:

$$c^* = \frac{l_s}{\frac{2x_{solo}}{c_{solo}} + \frac{x_{coluna}}{c_{coluna}}} \quad (6.1)$$

onde  $c^*$  representa as propriedades homogeneizadas ( $C_s$ ,  $C_p$ );  $l_s$  o afastamento longitudinal entre colunas;  $x_{coluna}$  e  $x_{solo}$  a espessura de solo e coluna do subalinhamento considerado, respetivamente;  $c_{solo}$  e  $c_{coluna}$  a propriedade do solo e da coluna, respetivamente.

Dada a seção circular da coluna, o processo de homogeneização deve ser realizado para diversos subalinhamentos (esquemáticamente representados pelas linhas a tracejado) da célula solo-coluna apresentada na Figura 6.28 b). Para cada subalinhamento, diferentes pares de valor  $x_{coluna}$  e  $x_{solo}$  são encontrados, e, conseqüentemente, diferentes propriedades homogeneizadas. Por último, as propriedades homogeneizadas globais correspondem à média algébrica das propriedades obtidas para os diversos subalinhamentos considerados. Posto isto, a curva de dispersão do macço reforçado é obtida, substituindo a espessura do reforço por uma camada homogénea com as propriedades de propagação homogeneizadas. O procedimento detalhado do cálculo analítico da curva de dispersão do macço encontra-se apresentado no anexo A.

Conseqüentemente, a velocidade crítica pode ser obtida pelo ponto de intersecção entre as curvas de dispersão do macço e da via, como proposto inicialmente pelos autores [14]. Atendendo a que a via-férrea adotada no presente caso de estudo consiste exclusivamente numa de betão armado, a sua curva de dispersão pode facilmente ser obtida, resolvendo a equação de uma viga de Bernoulli-Euler, em condição de vibração livre:

$$k_1 = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m_{laje}}{EI_{laje}}} \quad (6.2)$$

onde  $k_1$  (rad/m) representa o número de onda,  $\omega$  (rad/s) a frequência angular de excitação,  $m_{laje}$  a massa linear de uma viga de betão e  $EI_{laje}$  a rigidez flexional.

#### 6.4.2. CASO DE APLICAÇÃO

Com o intuito de elucidar o leitor sobre o funcionamento da metodologia de previsão da velocidade crítica para um cenário geotécnico reforçado, o autor optou pela elaboração integral de um exemplo. Neste contexto, o objetivo principal é prever a velocidade crítica, já conhecida numericamente, para o cenário com colunas de *jet-grouting* com 3 metros de profundidade (Figura 6.16 a). Como referido, o reforço será substituído por uma camada de solo homogéneo com as propriedades de propagação determinadas segundo o processo descrito no ponto 5.4.1. Para clarificar o leitor, a Figura 6.29 ilustra como a secção realista do terreno reforçado e aterro é interpretada para calcular analiticamente a curva de dispersão do macço. Segundo o processo de homogeneização, a solução de reforço pode ser substituída por uma camada com uma velocidade de onda S de 119 m/s e P de 627 m s.

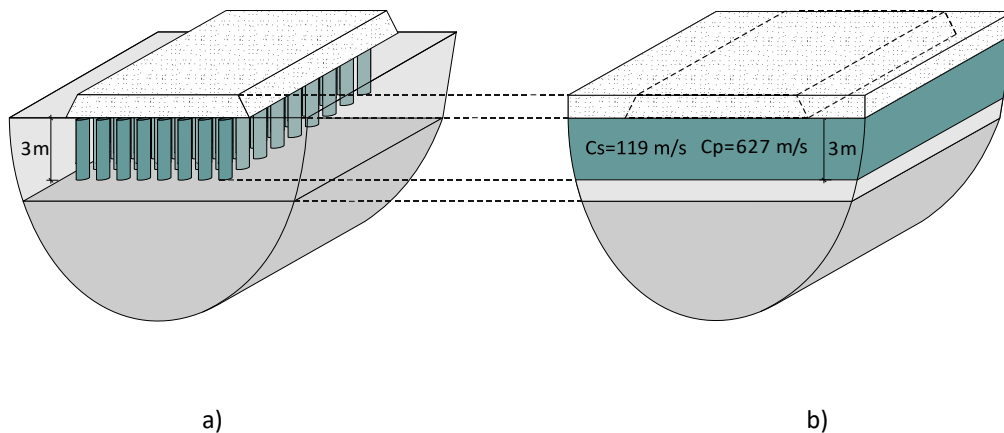


Figura 6.29 – Ilustração esquemática do: a) cenário reforçado com 3 metros de coluna; b) secção simplificada assumida para a análise analítica.

Para avaliar a eficácia da metodologia simplificada, é imperativo uma comparação com os diagramas de dispersão (domínio transformado) previamente definidos. Até ao momento, a análise numérica foi realizada considerando a secção real, depreenda-se, simulando o sistema via-macício. Porém, para tornar a presente exposição mais clara, é útil obter o diagrama de dispersão numérico sem a influência da via. Assim, a Figura 6.30 compara a relação de dispersão analítica do maciço homogeneizado (Figura 6.29 b) com o diagrama de dispersão numérico para o cenário sem via (Figura 6.29 a).

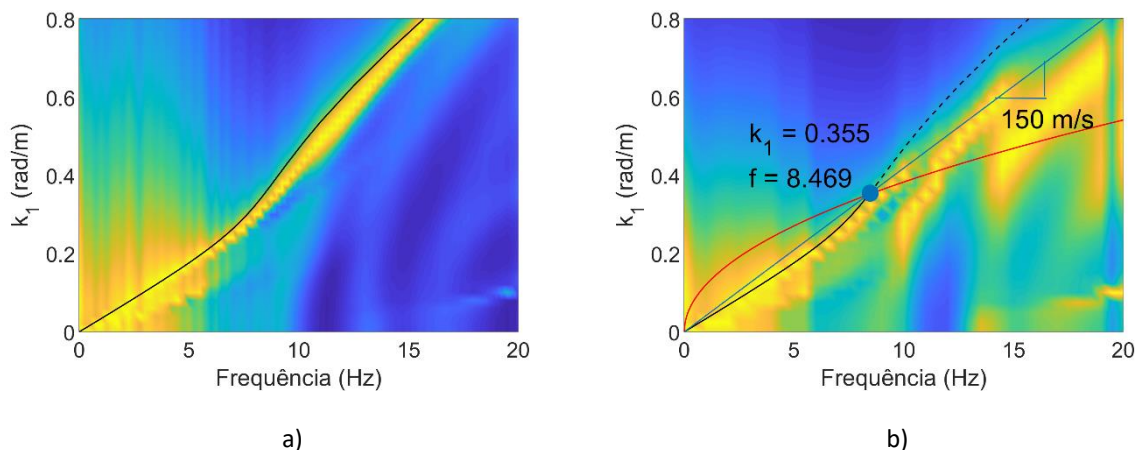


Figura 6.30 – Mapa de cores do deslocamento vertical no domínio transformado: a) Maciço reforçado sem via b) Maciço reforçado com via. (linha preto – curva de dispersão analítica do maciço; linha vermelho – curva de dispersão analítica da via).

Conforme se comprova, a curva de dispersão analítica com as propriedades fictícias do solo apresenta uma excelente concordância com o diagrama de dispersão numérico, sendo praticamente coincidente

na gama das baixas frequências. Esse resultado indica que o processo de homogeneização é capaz de traduzir as principais características do sistema reforçado.

Como se observa na Figura 6.30 b), a consideração da via-férrea permite inferir que o modo energético até ao ponto de interseção é controlado exclusivamente pelo solo. No entanto, a partir deste ponto, a via induz um aumento considerável da rigidez do sistema. Dos resultados, é possível verificar que a velocidade crítica prevista pela metodologia analítica, na qual a relação de dispersão do solo é obtida para um cenário reforçado homogeneizado, é praticamente igual à velocidade crítica determinada numericamente (Figura 6.17 a). Tendo em consideração o exposto, pode concluir-se que a utilização da metodologia analítica simplificada permite prever com precisão o comportamento de solos reforçados com soluções discretas e, conseqüentemente, sua velocidade crítica.

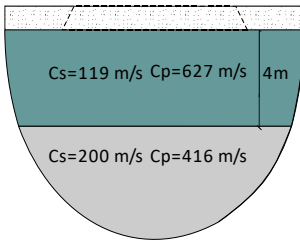
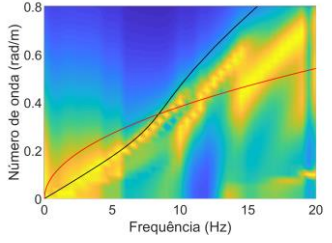
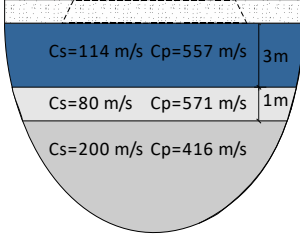
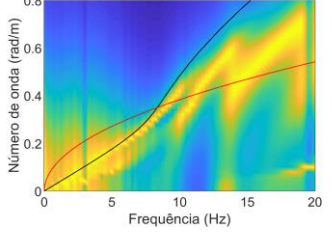
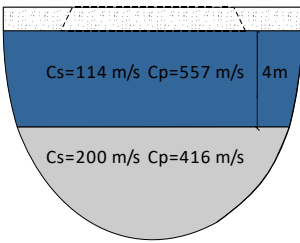
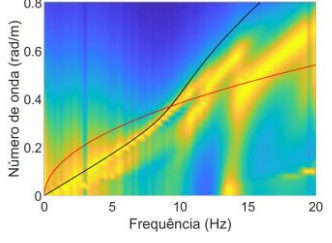
### 6.4.3. SÍNTESE DE RESULTADOS

Para validação da metodologia proposta, foi determinada a velocidade crítica para todos os casos que compuseram o estudo paramétrico, apresentado previamente. Neste sentido, a Quadro 6.1 resume a comparação entre a velocidade crítica obtida numericamente e com recurso à metodologia simplificada. Para cada caso avaliado previamente, determinou-se o estrato artificial em função da taxa de substituição e características materiais do reforço, estando as propriedades homogeneizadas sumariadas na coluna “Secção transversal assumida para a análise simplificada” do Quadro 6.1. Como é possível verificar, a previsão da velocidade crítica para cenários reforçados através da metodologia simplificada proposta pelo autor produz uma estimativa com elevada precisão, totalizando no pior caso um erro de 3,8%. De destacar concomitantemente que a estimativa da velocidade crítica pela metodologia simplificada prescinde da modelação numérica realista, o que torna a análise do ponto de vista computacional mais eficiente que o processo convencional (modelação numérica). Neste sentido, a metodologia simplificada pode ser entendida como uma ferramenta de dimensionamento de soluções de reforço para o aumento da velocidade crítica das vias férreas.

Quadro 6.1 – Comparação entre velocidade crítica numérica e simplificada.

Cenário	Secção transversal assumida para análise simplificada	Diagrama de dispersão numérico	Velocidade crítica (m/s)		
			3D MEF periódico	Análítico	Erro (%)
Cenário homogéneo reforçado com colunas <i>jet grouting</i> de 4 metros altura			80	83	3,8
Cenário estratificado reforçado com colunas <i>jet grouting</i> de 3 metros altura			150	150,3	0,2
Cenário estratificado reforçado com colunas <i>jet grouting</i> de 4 metros altura			160	160,3	0,2
Cenário estratificado reforçado com colunas <i>jet grouting</i> de 5 metros altura			160	162	1,3

Reforço do sistema via-macico para o aumento da velocidade critica

<p>Cenário estratificado reforçado com colunas <i>jet grouting</i> espaçadas a <math>1,5\phi</math></p>			<p>166</p>	<p>166,4</p>	<p>0,24</p>
<p>Cenário estratificado reforçado com colunas de brita de 3 metros altura</p>			<p>145</p>	<p>149</p>	<p>2,8</p>
<p>Cenário estratificado reforçado com colunas de brita de 4 metros altura</p>			<p>153</p>	<p>158</p>	<p>3,3</p>



## 6.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo que aqui se encerra apresentou um estudo paramétrico de um reforço de solo, materializado por colunas discretas, para o aumento da velocidade crítica do sistema via-férrea-macido. Numa fase preliminar, apresentou-se um estudo com o intuito de otimizar a dimensão horizontal a adotar para as malhas de elementos finitos, no sentido de alcançar tempos de processamentos inferiores. Atendendo a que, no contexto de análises de velocidades críticas, a resposta é condicionada por uma zona vizinha à via-férrea, verificou-se uma eficácia semelhante entre as malhas de elementos finitos consideradas. Desta forma, a malha com menor dimensão horizontal foi adotada, uma vez que conduz a um tempo de processamento inferior, sem comprometer a eficácia da análise.

Seguidamente, apresentou-se o estudo paramétrico no qual se avaliou a eficácia de reforçar um cenário homogéneo e um solo estratificado. Para o cenário homogéneo, considerou-se um reforço com colunas de *jet-grouting* de 4 metros de altura, originando uma velocidade crítica semelhante à condição não reforçada. Desta forma, concluiu-se que o reforço num cenário homogéneo é claramente dispensável, uma vez que não se traduz numa melhoria do comportamento mecânico do sistema via férrea – macido de fundação. Como referido, a eficácia de um reforço discreto foi concomitantemente avaliada num meio dispersivo (cenário estratificado). Uma vez que se assumiu uma espessura de 4 metros para a camada de solo superficial, o autor considerou três profundidades enterradas para as colunas (3 metros, 4 metros e 5 metros), a fim de avaliar a influência subjacente às condições de apoio do pé das colunas. Neste caso, observou-se um aumento significativo na velocidade crítica do sistema para todas as profundidades de enterradas. No entanto, penetrar as colunas na camada mais competente não se traduz num aumento contínuo da velocidade crítica do sistema, o que é justificado pelo contraste relativo entre a rigidez da solução de reforço e a camada mais rígida. Assim, a situação otimizada de um reforço em cenários heterogéneos é obtida considerando colunas até o topo da camada mais rígida. Numa tentativa de minimizar os custos inerentes a uma solução de reforço com colunas de *jet-grouting*, e concomitantemente aferir a influência das propriedades mecânicas do reforço, o autor criou um novo cenário, assumindo um reforço com colunas de brita. Foi encontrado uma diferença negligenciável entre as duas tipologias de reforço, exibindo as colunas de brita um desempenho semelhante às de *jet-grouting*. Tendo em consideração este facto, e sabendo que as colunas de brita constituem a solução menos dispendiosa, é facilmente perceptível a escolha destas em detrimento das colunas de *jet-grouting*. O estudo paramétrico cessa com a avaliação da influência

provocada pela taxa de substituição preconizado para a solução de reforço. Dos resultados obtidos, ficou patente que a taxa de substituição é a característica, como se esperava, que condiciona a eficiência da estrutura de mitigação. Esta conclusão foi corroborada com um cenário adicional onde o autor, mantendo constante a taxa de substituição, alterou o padrão da solução para uma disposição triangular. O resultado alcançado foi semelhante ao resultado com a malha quadrangular, comprovando, uma vez mais, que a taxa de substituição se apresenta como o parâmetro condicionante.

Por último, apresenta-se uma metodologia analítica para previsão da velocidade crítica em cenários geotécnicos reforçados. Neste contexto, para obter o comportamento dispersivo de macços reforçados é necessário converter-se a espessura do solo reforçado numa camada com propriedades de propagação fictícias, calculadas a partir do processo de homogeneização desenvolvido. Deste modo, a velocidade crítica pode ser estimada pela intersecção entre as curvas de dispersão do solo reforçado e da via férrea. A precisão da metodologia simplificada foi verificada para os diferentes cenários analisados numericamente, evidenciando uma excelente concordância entre as velocidades críticas analíticas e numéricas. A metodologia permitiu inferir ainda que, até à velocidade crítica, o sistema é controlado exclusivamente pelo macço e, a partir desta, pela superestrutura (via-férrea).

A partir dos resultados expostos foi publicado o seguinte artigo científico em revista internacional:

A. Castanheira-Pinto, A. Colaço, J. F. Ruiz, P. A. Costa, and L. Godinho, "Simplified approach for ground reinforcement design to enhance critical speed," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Article vol. 153, 2022, Art. no. 107078.

# 7

## CONCLUSÕES

### 7.1. CONCLUSÕES

A presente tese abordou, de uma forma sistemática e abrangente, o comportamento de sistemas periódicos em contexto ferroviário, quer do ponto de vista da atenuação de vibrações, quer do ponto de vista do reforço para velocidades críticas. As atividades desenvolvidas ao longo da dissertação tiveram como principal objetivo o desenvolvimento de ferramentas numéricas assentes em conceitos periódicos, que permitam estudar as meta-estruturas com uma maior eficiência computacional. Desenvolveram-se, concomitantemente, outras metodologias simplificadas com elevada aplicabilidade prática, pelo que no final do presente trabalho existe um conjunto de novas ferramentas validadas e aptas à aplicação na prática da engenharia.

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos principais, estruturados para responder aos objetivos elencados no capítulo introdutório. Ao longo destes o autor procurou apresentar os desenvolvimentos realizados de uma forma sucinta e direta. Em síntese podem apontar-se três componentes principais do trabalho desenvolvido: ao nível da modelação dinâmica do sistema via-maçico; ao nível dos efeitos de atenuação do campo incidente produzido por uma meta-estrutura e à

avaliação da melhoria na velocidade crítica das vias-férreas conseguida com a adoção de soluções discretas. A exposição dos fundamentos teóricos relacionados com os diferentes temas foi intercalada com a introdução de exemplos de validação, bem como casos de aplicação prática.

Em maior detalhe, o capítulo 2 foi dedicado à apresentação dos conceitos inerentes à temática das vibrações induzidas por tráfego ferroviário, contanto com uma extensa revisão bibliográfica. Esta resultou na divisão do capítulo em cinco diferentes tópicos, que abrangem um vasto leque de conhecimentos: i) geração de vibrações por tráfego ferroviário; ii) fenomenologia inerente à propagação de ondas em meios elásticos; iii) modelação dinâmica do sistema via-macizo; iv) a modelação da interação dinâmica do sistema veículo-via; v) enquadramento normativo e vi) medidas de mitigação. A extensa revisão bibliográfica desenvolvida permitiu encontrar lacunas no estado atual do conhecimento a partir dos quais se estabeleceu os objetivos preconizados para o presente trabalho.

O capítulo 3 apresentam, inicialmente, o formalismo matemático inerente ao método numérico 3D MEF-PML, implementado no domínio da frequência, para duas tipologias de elementos finitos de ordem distinta. Seguiu-se a validação do modelo desenvolvido através da comparação com os resultados provenientes de um modelo numérico 2.5D MEF-PML validado e desenvolvido no grupo de investigação onde o autor se insere. Avaliou-se a acuidade associada aos dois tipos de elementos finitos implementados, lineares de 8 nós e quadráticos de 20 nós, realçando-se a debilidade em traduzir corretamente o campo de vibrações por parte dos elementos de menor ordem. Não obstante este facto, a eficácia computacional intrínseca aos elementos lineares foi comprovada justificando-se a sua escolha sempre que as análises dispensem uma avaliação precisa da magnitude dos deslocamentos. De seguida foi apresentado o formalismo matemático para o desenvolvimento do método 3D MEF-PML periódico. Seguindo uma estratégia de validação análoga à do modelo anterior, procedeu-se à comparação dos resultados entre o modelo periódico e o 2.5D MEF-PML. Comprovou-se uma considerável melhoria nos resultados obtidos com os elementos lineares que deriva do carácter infinito do modelo periódico na dimensão longitudinal. O capítulo encerra com a extensão do modelo para carregamentos móveis e respetiva validação.

O capítulo 4 versou o comportamento mecânico produzido pela adoção de um metamaterial sísmico paralelo à via férrea constituído por inclusões circulares. Inicialmente foram avaliados os mecanismos de atenuação produzidos apenas por uma inclusão rígida, a partir do qual se identificou o efeito de guiamento das ondas elásticas através da estrutura de mitigação. Uma análise idêntica foi desenvolvida para uma solução composta por um grupo de três inclusões igualmente espaçadas, onde

se comprovou a existência de um novo mecanismo de atenuação. Este está associado a um comportamento de grupo, denominado por efeito de Bragg, sendo propostas equações que permitam determinar a gama de frequência expectável para o seu desenvolvimento. De seguida apresentou-se um estudo paramétrico onde se avaliou o impacto causado pela orientação do grupo de inclusões, a sua distância à fonte de excitação, profundidade enterrada, descontinuidade longitudinal e ainda pela adoção de uma solução global constituída por 18 inclusões. De realçar que a escolha errada para a orientação do cristal sónico pode resultar na perda completa do efeito de Bragg, comportando-se a solução como uma inclusão isolada. Importa, concomitantemente, referir que para o caso de inclusões descontínua a variável que condiciona a eficácia da atenuação se prende com o afastamento entre estruturas e não o comprimento do troço rígido. Por último, é apresentado um exemplo de aplicação de uma solução composta por 6 inclusões como medida de mitigação do campo de vibrações induzido pela passagem de um comboio.

O conhecimento gerado no capítulo 4 alavancou o capítulo 5, onde se apresentou uma nova metodologia para determinar o comportamento de atenuação de meta-estruturas sísmicas. Esta consistiu em análises dispersivas que permitem através de uma análise modal, aplicando condições de fronteira periódicas, determinar o comportamento de uma dada meta-estrutura. Ao contrário de uma modelação convencional, recorrer a uma análise dispersiva é extremamente eficiente do ponto de vista computacional visto só requerer a discretização de uma célula. O capítulo apresenta uma abordagem passo a passo da aplicação das análises dispersivas a exemplos progressivamente mais complexos, iniciando por um meio indefinido em estado plano de deformação. Todas as secções foram validadas quer por exemplos conceptuais, quer por comparação com resultados apresentados no capítulo anterior. Importa referir que a consideração da superfície livre torna a interpretação dos diagramas de dispersão impossível, pelo que o autor desenvolveu um novo procedimento para ultrapassar tal obstáculo. Esta consiste na realização de uma *wave scattering analysis* preservando a aplicação das condições fronteiras periódicas. Com esta metodologia é possível não só preservar a eficiência computacional, como conhecer o comportamento energético para uma dada direcção do deslocamento. O capítulo encerra como um sucinto estudo paramétrico para evidenciar a potencialidade da metodologia proposta pelo autor.

Por último, o capítulo 6 apresenta um estudo desenvolvido com o intuito de avaliar a eficácia que técnicas convencionais de reforço de solos acarretam na melhoria da velocidade crítica de um via-férrea. Numa fase preliminar foi desenvolvido um estudo para a otimização da malha de elementos

finitos visando alcançar a maior eficácia computacional no modelo 3D MEF-PML periódico. Neste ponto importa realçar que a velocidade crítica é condicionada por uma zona vizinha à via-férrea dispensando a discretização de grandes dimensões a partir desta. Seguiu-se a apresentação do caso de estudo, que considerou como ponto de partida um cenário homogéneo e um heterogéneo, reforçados por colunas de *jet grouting* com 4 m de altura. No caso de maciços homogéneos comprovou-se a ineficácia do reforço, não se observando qualquer melhoria da velocidade crítica do perfil, como já era expectável. Porém, no cenário heterogéneo foi observada uma melhoria considerável da velocidade crítica, totalizando um aumento próximo dos 30%. Este cenário foi o ponto de partida para um estudo paramétrico desenvolvido onde se avaliou a influência das propriedades materiais do reforço, a profundidade enterrada, a taxa de substituição e ainda o padrão geométrico do reforço. Importa realçar a motivação do autor em preservar o carácter prático do estudo paramétrico dotando-o de um elevado interesse para a prática da engenharia. Com o intuito de otimizar a avaliação do impacto que um determinado reforço acarreta na velocidade crítica de uma via-férrea, o autor desenvolveu uma metodologia analítica. Esta é capaz de prever a velocidade crítica para cenários geotécnicos reforçados com elementos discretos de forma imediata com elevada fiabilidade. Como o leitor poderá depreender esta metodologia constitui uma ferramenta com elevado interesse prático para a engenharia ferroviária.

## 7.2. PROPOSTAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A abrangência do trabalho desenvolvido ao longo da presente dissertação é, como se comprovou, consideravelmente elevada, contemplando formulação, desenvolvimento, implementação e validação de diferentes técnicas quer para análise de vibrações, quer para a análise de velocidades críticas. Como seria expectável, com o desenvolvimento dos trabalhos que compõe a tese surgiram outras perspectivas de investigação que por limitações temporais, ou de recursos, não puderam ser exploradas. Neste sentido, algumas linhas de investigação, na temática dos trabalhos desenvolvidos, são enumeradas de seguida:

- O modelo 3D periódico desenvolvido permite obter o campo de vibrações gerado pela passagem do comboio, bem como avaliar o comportamento mecânico dos diversos sistemas que compõe a análise. Atendendo a que o modelo 3D MEF-PML periódico permite a modelação realista de geometrias complexas, um estudo aprofundado com intuito de aferir o

---

comportamento mecânico de ambas as tipologias convencionais das vias-férreas (balastro ou em laje) deve ser levado a cabo. Com este será possível validar os modelos semi-analíticos, usualmente empregues para compatibilizar a infraestrutura ferroviária ao maciço geotécnico. Neste contexto, pode ser desenvolvido, concomitantemente, um extenso estudo paramétrico que visa a otimização do sistema.

- Como se ilustrou ao longo do capítulo 3 o desenvolvimento de um modelo realista é conseguido à custa de uma perda da eficiência computacional quando comparado com modelos alicerçados em conceitos 2.5D. Neste sentido, um esforço deveria ser empregue na implementação de um procedimento capaz de otimizar o tempo de processamento do método. Para tal, conceitos como condicionamento matricial e a resolução de largos sistemas de equações por métodos iterativos devem ser estudados, realçando, desde já, o obstáculo que a assimetria da matriz dinâmica acarreta.
- Ainda que tenha sido desenvolvida uma campanha experimental à escala com resultados claramente insatisfatórios fruto da reduzida dimensão da meta-estrutura preconizada, o autor ressalva a necessidade de uma campanha à escala real. A partir desta será possível comprovar *in situ* todos os fenómenos de atenuação extensivamente estudados ao longo da presente dissertação. O autor ressalva a necessidade de desenvolver a campanha à escala real, uma vez que o comportamento de meta-estruturas com escalas reduzidas pode ser expressivamente influenciado pelas características pontuais do maciço. Desta forma, o sucesso desta tarefa carece, inevitavelmente, de um investimento avultado e de um campo experimental bem caracterizado.
- As medidas de mitigação estudadas ao longo do trabalho integram o grupo que mais recentemente começou a suscitar interesse da comunidade científica por possuírem características especiais de atenuação. Apesar do autor ter estudado extensivamente as meta-estruturas, existe ainda espaço ao desenvolvimento de uma linha temática sobre ressoadores sísmicos. Estes permitem o seu dimensionamento para absorver uma determinada frequência específica com elevada eficácia, porém os processos de cálculo ainda se encontram pouco explorados, ou mesmo até inexistentes. Desta forma, o autor propõe como objetivo primordial para a tarefa em apreço o desenvolvimento de processos de dimensionamento expeditos. Conjugando estes processos com o conhecimento gerado pelo autor ao longo do presente trabalho é possível, à partida, desenvolver estruturas com capacidades de atenuação mais abrangentes do ponto de vista da gama de frequências mitigada.

- Como se provou ao longo do capítulo 6, a adoção de reforços discretos em maciços estratificados acarreta uma melhoria do desempenho da via férrea ao nível da velocidade crítica. Sem embargo, a importância do comportamento não linear do solo quando a velocidade de circulação do comboio se aproxima da velocidade crítica do sistema via-macizo já se encontra documentada na comunidade científica. Tendo por base estes factos, o autor propõe, por último, uma linha de investigação associada ao estudo de reforços em maciços estratificados assumindo comportamento não linear do solo, quer para vias balastradas quer para vias em laje.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. o. E. a. S. A. United Nations, Population Division "World Urbanization Prospects: The 2014 Revision, Highlights (ST/ESA/SER.A/352)," 2015.
- [2] [www.rivas-project.eu](http://www.rivas-project.eu). [Online].
- [3] [www.cargovibes.eu](http://www.cargovibes.eu).
- [4] "Amadeus Group, The Rail Journey to 2020: Facts, Figures and Trends that will Define the Future of European Passenger Rail. Amadeus Group S.A.," 2013.
- [5] D. P. Connolly, G. P. Marecki, G. Kouroussis, I. Thalassinakis, and P. K. Woodward, "The growth of railway ground vibration problems — A review," *Science of The Total Environment*, vol. 568, pp. 1276-1282, 2016/10/15/ 2016.
- [6] I. Barron de Angoiti, "High speed rail: development around the world," presented at the Noise and vibration on high-speed railways, Porto, 2-3 October, 2008.
- [7] ERRAC, "Light Rail and Metro Systems in Europe. The European Rail research Advisory Council, Brussels," 2012.
- [8] INCEJ, "The Regional Environmental Vibrations," Tokyo2001.
- [9] A. Gidlöf-Gunnarsson, M. Ögren, T. Jerson, and E. Öhrström, "Railway noise annoyance and the importance of number of trains, ground vibration, and building situational factors," *Noise Health*, vol. 14, no. 59, pp. 190-201, 2012.
- [10] I. Croy, M. G. Smith, and K. Waye, "Effects of train noise and vibration on human heart rate during sleep: an experimental study," *BMJ Open*, vol. doi:10.1136/bmjopen-2013-002655, 2013.
- [11] M. G. Smith, I. Croy, M. Ögren, and K. Persson Waye, "On the Influence of Freight Trains on Humans: A Laboratory Investigation of the Impact of Nocturnal Low Frequency Vibration and Noise on Sleep and Heart Rate," *PLoS ONE*, vol. 8, no. 2, p. e55829, 2013.
- [12] D. J. Thompson, G. Kouroussis, and E. Ntotsios, "Modelling, simulation and evaluation of ground vibration caused by rail vehicles\*," *Vehicle System Dynamics*, Article vol. 57, no. 7, pp. 936-983, 2019.
- [13] D. Thompson, *Railway Noise and Vibration. Mechanisms, Modelling and Means Control* Oxford: Elsevier, 2010.
- [14] P. Alves Costa, A. Colaço, R. Calçada, and A. S. Cardoso, "Critical speed of railway tracks. Detailed and simplified approaches," *Transportation Geotechnics*, vol. 2, no. 0, pp. 30-46, 3// 2015.
- [15] D. P. Connolly, K. Dong, P. Alves Costa, P. Soares, and P. K. Woodward, "High speed railway ground dynamics: a multi-model analysis," *International Journal of Rail Transportation*, pp. 1-23, 2020.

- [16] P. Alves Costa, "Vibrações do sistema via-macizo induzidas por tráfego ferroviário. Modelação numérica e validação experimental," Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2011.
- [17] P. Lopes, "Vibrações induzidas por tráfego ferroviário em tuneis," Doutoramento, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2015.
- [18] J. M. Barbosa, "Analysis and mitigation of vibrations induced by the passage of high-speed trains in nearby buildings," Department of Civil Engineering, University of Porto, Faculty of Engineering, 2015.
- [19] N. F. O. C. dos Santos, "Vibrações induzidas por tráfego na via e na envolvente de linhas ferroviárias: modelação numérica 3D e validação experimental," 2013.
- [20] A. M. S. Colaço, "Vibrações e ruído estrutural induzidos por tráfego ferroviário: modelação numérica integrada e validação experimental," Department of Civil Engineering, University of Porto, Faculty of Engineering, 2019.
- [21] P. Lopes, P. Alves Costa, M. Ferraz, R. Calçada, and A. Silva Cardoso, "Numerical modeling of vibrations induced by railway traffic in tunnels: From the source to the nearby buildings," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 61-62, pp. 269-285, 2014.
- [22] D. Vienneau, C. Schindler, L. Perez, N. Probst-Hensch, and M. Röösli, "The relationship between transportation noise exposure and ischemic heart disease: a meta-analysis," *Environmental research*, vol. 138, pp. 372-380, 2015.
- [23] A. M. Dzhambov and D. D. Dimitrova, "Heart disease attributed to occupational noise, vibration and other co-exposure: self-reported population-based survey among bulgarian workers," *Medycyna pracy*, vol. 67, no. 4, p. 435, 2016.
- [24] E. Selig and J. Waters, *Track Geotechnology and Substructure Management*. London: Thomas Telford, 2000.
- [25] L. Auersch, "Ground vibration due to railway traffic - The calculation of the effects of moving static loads and their experimental verification," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, pp. 599-610, 2006.
- [26] A. Remennikov and S. Kaewunruen, "A review of loading conditions for railway track structures due to train and track vertical interaction," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 15, pp. 207-234, 2007.
- [27] C. Jones and J. Block, "Prediction of ground vibration from freight trains," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, no. 1, pp. 205-213, 1996.
- [28] X. Sheng, C. Jones, and D. Thompson, "A comparison of a theoretical model for quasi-statically and dynamically induced environmental vibration from trains with measurements," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 267, no. 3, pp. 621-635, 2003.
- [29] L. Auersch, "The excitation of ground vibration by rail traffic: Theory of vehicle-track-soil interaction and measurements on high-speed lines," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 284, no. 1-2, pp. 103-132, 2005.

- 
- [30] G. Lombaert and G. Degrande, "Ground-borne vibration due to static and dynamic axle loads of InterCity and high-speed trains," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 319, no. 3-5, pp. 1036-1066, 2009.
- [31] P. Alves Costa, R. Calçada, and A. Silva Cardoso, "Track-ground vibrations induced by railway traffic: In-situ measurements and validation of a 2.5D FEM-BEM model," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 32, no. 1, pp. 111-128, // 2012.
- [32] L. Auersch, "The effect of critically moving loads on the vibrations of soft soils and isolated railway tracks," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 310, no. 3, pp. 587-607, 2008.
- [33] G. Lombaert, G. Degrande, J. Kogut, and S. François, "The experimental validation of a numerical model for the prediction of railway induced vibrations," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 297, pp. 512-535, 2006.
- [34] C. Esvelde, *Modern Railway Tracks*. Delft: MRT-Productions, 2001.
- [35] M. Steenbergen, A. Metrikine, and C. Esvelde, "Assessment of design parameters of a slab track railway system from a dynamic viewpoint," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 306, pp. 361-371, 2007.
- [36] J. Oscarsson, "Dynamic Train-Track Interaction: Linear and Non-linear Track Models with Property Scatter," PhD thesis, Department of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Goteborg, 2001.
- [37] J. Ribeiro, "Impact of Vertical Track Stiffness Variations in Railway Infrastructure Maintenance," *Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico*, 2014.
- [38] R. D. Frohling, "Deterioration of railway track due to dynamic vehicle loading and spatially varying track stiffness," University of Pretoria, 2009.
- [39] C. Charoenwong, D. Connolly, P. Woodward, P. Galvín, and P. A. Costa, "Analytical forecasting of long-term railway track settlement," *Computers and Geotechnics*, vol. 143, p. 104601, 2022.
- [40] A. Colaço, P. Alves Costa, and D. Connolly, "The influence of train properties on railway ground vibrations," *Structure and Infrastructure Engineering*, vol. doi: 10.1080/15732479.2015.1025291, 2015.
- [41] H. Lamb, "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid," *Philosophical Transaction of the Royal Society*, vol. 203, no. Serie A, pp. 1-42, 1904.
- [42] L. Andersen, *Linear elastodynamic analysis*. Aalborg: Aalborg University, 2007.
- [43] R. Faria, "Avaliação do Comportamento Sísmico de Barragens de Betão através de um Modelo de Dano Contínuo," PhD, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1994.
- [44] J. P. Wolf, *Dynamics soil-structure interaction*. New Jersey: Prentice Hall, 1985.
- [45] J. Hall and F. Richart, "Dissipation of elastic wave energy in granular soils," *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 89, no. 6, pp. 27-56, 1963.
- [46] K. Ishihara, *Soil behavior in earthquake geotechnics*. Oxford University Press, 1996.

- [47] J. Santos, "Caracterização de solos através de ensaios dinâmicos e cíclicos de torção. Aplicação ao estudo do comportamento sob acções horizontais estáticas e dinâmicas," Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 1999.
- [48] M. Heelis and A. Gomes Correia, "Transient response of soft soil to loading by high speed trains," Instituto Superior Técnico 1998.
- [49] B. Hardin, "The nature of damping in sands," *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 91, pp. 63-97, 1965.
- [50] A. Verruijt, "Dynamic of soils with hysteretic damping," presented at the Geotechnical Engineering for Transportation Infrastructure, 1999.
- [51] E. Kausel, "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media," in "Soils Publication No. 336; Structures Publication No. 384," MIT, Boston 1974.
- [52] B. Hardin and V. Drnevich, "Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects (Terzaghi Lecture)," *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, vol. 98, no. 6, pp. 603-624, 1972.
- [53] J. Wang, X. Zeng, and D. A. Gasparini, "Dynamic response of high-speed rail foundations using linear hysteretic damping and frequency domain substructuring," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* vol. 24, no. 4, pp. 258-276, 2008.
- [54] N. Nakamura, "Practical causal hysteretic damping," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 36, pp. 597-617, 2008.
- [55] H. Tsai and T. Lee, "Dynamic analysis of linear and bilinear oscillators with rate-independent damping," *Computers and Structures*, vol. 80, pp. 155-164, 2002.
- [56] A. Feriani and F. Perotti, "The formation of viscous damping matrices for the dynamic analysis of MDOF system," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, pp. 689-709, 1996.
- [57] X. Sheng, "Ground Vibrations Generated from Trains," PhD thesis PhD, Faculty of Engineering and Applied Science, University of Southampton, Southampton, 2001.
- [58] H. Dieterman and A. Metrikine, "Critical velocities of a harmonic load moving uniformly along an elastic layer," 1997.
- [59] C. Madshus and M. Kaynia, "High-speed railway lines on soft ground: dynamic behaviour at critical train speed," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231, no. 3, pp. 689-701, 2000.
- [60] H. Takemiya, "Simulation of track-ground vibrations due to a high-speed train: the case of X-2000 at Ledsgard," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 261, pp. 503-526, 2003.
- [61] X. Sheng, C. Jones, and M. Petyt, "Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 225, pp. 3-28, 1999.
- [62] X. Sheng, C. Jones, and M. Petyt, "Ground vibration generated by a load moving along a railway track," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 228, pp. 129-156, 1999.

- 
- [63] X. Sheng, C. Jones, and D. Thompson, "A theoretical study on the influence of the track on train-induced ground vibration," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, pp. 909-936, 2004.
- [64] E. Ntotsios, D. Thompson, and M. Hussein, "The effect of track load correlation on ground-borne vibration from railways," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 402, pp. 142-163, 2017.
- [65] A. Karlstrom and B. Bostrom, "An analytical model for train-induced ground vibrations from trains," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 292, pp. 221-241, 2006.
- [66] J. Forrest and H. Hunt, "A three-dimensional tunnel model for calculation of train-induced ground vibration," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 294, pp. 678-705, 2006.
- [67] M. F. M. Hussein and H. E. M. Hunt, "A numerical model for calculating vibration due to a harmonic moving load on a floating-slab track with discontinuous slabs in an underground railway tunnel," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 321, pp. 363-374, 2009.
- [68] A. Clot, R. Arcos, J. Romeu, and T. Pàmies, "Dynamic response of a double-deck circular tunnel embedded in a full-space," *Tunnelling and Underground Space Technology*, vol. 59, pp. 146-156, 2016.
- [69] M. F. M. Hussein, S. François, M. Schevenels, H. E. M. Hunt, J. P. Talbot, and G. Degrande, "The fictitious force method for efficient calculation of vibration from a tunnel embedded in a multi-layered half-space," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 25, pp. 6996-7018, 12/10/ 2014.
- [70] C. He, S. Zhou, H. Di, P. Guo, and J. Xiao, "Analytical method for calculation of ground vibration from a tunnel embedded in a multi-layered half-space," *Computers and Geotechnics*, vol. 99, pp. 149-164, 2018.
- [71] F. De Barros and J. Luco, "Response of a layered viscoelastic half-space to a moving point load," *Wave motion*, vol. 19, no. 2, pp. 189-210, 1994.
- [72] J. Domínguez, *Boundary Elements in Dynamics*. Elsevier Applied Science, 1993.
- [73] L. Andersen, S. Nielsen, and S. Krenk, "Numerical methods for analysis of structure and ground vibration from moving loads," *Computers and Structures*, vol. 85, pp. 43-58, 2007.
- [74] A. Sommerfeld, *Partial Differential Equations in Physics*. New York: Academic Press, 1949.
- [75] J. Lysmer and R. L. Kuhlemeyer, "Finite dynamic model for infinite media," *Journal of Engineering Mechanics Division*, vol. 95, pp. 859-877, 1969.
- [76] W. White, S. Valliappan, and I. Lee, "Unified boundary for finite dynamic models," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 103, pp. 949-964, 1977.
- [77] S. Kontoe, L. Zdravkovic, and D. Potts, "An assessment of the domain reduction method as an advanced boundary condition and some pitfalls in the use of conventional

- absorbing boundaries," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 33, no. 3, pp. 309-330, 2009.
- [78] C. B. Yun, D. K. Kim, and J. M. Kim, "Analytical frequency-dependent infinite elements for soil-structure interaction analysis in two-dimensional medium," *Engineering structures*, vol. 22, pp. 258-271, 2000.
- [79] P. Bettess, *Infinite Elements*. Phenshaw Press, 1992.
- [80] R. J. Astley, "Infinite elements for wave problems: a review of current formulations and an assessment of accuracy," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 49, pp. 951-976, 2000.
- [81] Y. Yang, S. Kuo, and H. Hung, "Frequency independent infinite elements for analyzing semi-infinite problems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 39, pp. 3553-3569, 1996.
- [82] C. B. Yun and J. M. Kim, "Dynamic Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis in a Layered Soil Medium," presented at the Computational Methods in Engineering and Science, Sanya, Hainan, 2006.
- [83] W. Chew and Q. Liu, "Perfectly matched layers for elastodynamics: a new absorbing boundary condition," *Journal of Computational Acoustics*, vol. 4, pp. 341-359, 1996.
- [84] D. Komatitsch and J. Tromp, "A perfectly matched layer absorbing boundary condition for the second-order seismic wave equation," *Geophysical Journal International*, vol. 154, no. 1, pp. 146-153, 2003.
- [85] U. Basu and A. K. Chopra, "Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains: theory and finite-element implementation," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 192, pp. 1337-1375, 2003.
- [86] J. Semblat, A. Gandomzadeh, and L. Lenti, "A simple numerical absorbing layer method in elastodynamic," *Comptes Rendus Mecanique*, vol. 338, pp. 24-32, 2010.
- [87] C. Jones, D. Thompson, and M. Petyt, "A model for ground vibration from railway tunnels," in *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Transport*, 2002, vol. 153, no. 2, pp. 121-129: Thomas Telford Ltd.
- [88] A. Garcia-Bennett, C. Jones, and D. Thompson, "A numerical investigation of railway ground vibration mitigation using a trench in a layered soil," in *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems*: Springer, 2012, pp. 315-322.
- [89] L. Andersen and C. Jones, "Coupled boundary and finite element analysis of vibration from railway tunnels - a comparison of two and three-dimensional models " *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, no. 3, pp. 611-625, 2006.
- [90] Y. B. Yang and H. H. Hung, "A 2.5D finite/infinite element approach for modelling visco-elastic body subjected to moving loads," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 51, pp. 1317-1336, 2001.
- [91] Y. Yang, H. Hung, and D. Chang, "Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 23, pp. 263-278, 2003.

- 
- [92] Y. Yang and H. Hung, "Soil Vibrations Caused by Underground Moving Trains," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 134, no. 11, pp. 1633-1644, 2008.
- [93] Y. B. Yang, X. Liang, H.-H. Hung, and Y. Wu, "Comparative study of 2D and 2.5D responses of long underground tunnels to moving train loads," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 97, pp. 86-100, 6// 2017.
- [94] P. Jean, C. Guigou, and M. Villot, "A 2.5 D BEM model for ground-structure interaction," *Building acoustics*, vol. 11, no. 3, pp. 157-173, 2004.
- [95] M. Villot, P. Ropars, P. Jean, E. Bongini, and F. Poisson, "Modeling the influence of structural modifications on the response of a building to railway vibration," *Noise control engineering journal*, vol. 59, no. 6, pp. 641-651, 2011.
- [96] X. Sheng, C. J. C. Jones, and D. J. Thompson, "Modelling ground vibration from railways using wavenumber finite- and boundary-element methods," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 461, no. 2059, pp. 2043-2070, 2005.
- [97] Q. Jin, D. J. Thompson, D. E. Lurcock, M. G. Toward, and E. Ntotsios, "A 2.5 D finite element and boundary element model for the ground vibration from trains in tunnels and validation using measurement data," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 422, pp. 373-389, 2018.
- [98] X. Sheng, C. Jones, and D. Thompson, "Prediction of ground vibration from trains using wavenumber finite and boundary element method," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, pp. 575-586, 2006.
- [99] P. Galvín, S. François, M. Schevenels, E. Bongini, G. Degrande, and G. Lombaert, "A 2.5D coupled FE-BE model for the prediction of railway induced vibrations," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, no. 12, pp. 1500-1512, 2010.
- [100] D. J. Thompson *et al.*, "Reducing railway-induced ground-borne vibration by using open trenches and soft-filled barriers," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Article vol. 88, pp. 45-59, 2016.
- [101] P. Amado Mendes, P. Alves Costa, L. Godinho, and P. Lopes, "2.5D MFS-FEM model for the prediction of vibrations due to underground railway traffic," *Engineering Structures*, vol. doi: 10.1016/j.engstruct.2015.09.013, 2015.
- [102] G. Degrande *et al.*, "A numerical model for ground-borne vibrations from underground railway traffic based on a periodic finite element–boundary element formulation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 293, no. 3-5, pp. 645-666, 2006.
- [103] M. Germonpré, G. Degrande, and G. Lombaert, "Periodic track model for the prediction of railway induced vibration due to parametric excitation," *Transportation Geotechnics*, vol. 17, pp. 98-108, 2018.
- [104] P. Ropars, X. Vuylsteke, and E. Augis, "Vibrations induced by metro in sensitive buildings; experimental and numerical comparisons," in *EURONOISE 2018 Conference. Heraklion, Greece*, 2018, pp. 1381-1386.

- [105] A. Colaço, D. Barbosa, and P. A. Costa, "Hybrid soil-structure interaction approach for the assessment of vibrations in buildings due to railway traffic," *Transportation Geotechnics*, vol. 32, p. 100691, 2022.
- [106] D. Connolly, A. Giannopoulos, and M. C. Forde, "Numerical modelling of ground vibrations from high speed rail lines on embankments," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 46, pp. 13-19, 2013.
- [107] J.-Y. Shih, D. Thompson, and A. Zervos, "The effect of boundary conditions, model size and damping models in the finite element modelling of a moving load on a track/ground system," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 89, pp. 12-27, 2016.
- [108] P. Galvín, A. Romero, and J. Domínguez, "Fully three-dimensional analysis of high-speed train-track-soil-structure dynamic interaction," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, no. 24, pp. 5147-5163, 11/22/ 2010.
- [109] N. Triepaischajonsak and D. J. Thompson, "A hybrid modelling approach for predicting ground vibration from trains," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 335, no. 0, pp. 147-173, 1/20/ 2015.
- [110] K. Kuo, H. Verbraken, G. Degrande, and G. Lombaert, "Hybrid predictions of railway induced ground vibration using a combination of experimental measurements and numerical modelling," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 373, pp. 263-284, 2016.
- [111] C. E. Hanson, J. C. Ross, and D. A. Towers, "High-speed ground transportation noise and vibration impact assessment," Federal Railroad Administration - Department of Transportation, Office of Railroad Policy and Development.2012.
- [112] R. Arcos, P. J. Soares, L. Godinho, and P. Alves Costa, "A hybrid methodology for the assessment of railway-induced ground-borne noise and vibration in buildings based on experimental measurement in the ground surface," in *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 2019, vol. 259, no. 4, pp. 5522-5533: Institute of Noise Control Engineering.
- [113] R. Arcos Villamarín, P. J. Soares, P. Alves Costa, and L. Godinho, "A hybrid methodology for the assessment of railway-induced ground-borne noise and vibration in buildings based on experimental measurement in the ground surface," 2019.
- [114] H. Kruse and K. Popp, "A modular algorithm for linear, periodic train-track models," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 71, pp. 473-486, 2001.
- [115] L. Andersen, S. Nielsen, and R. Iwankiewicz, "Vehicle moving along an infinite beam with random surface irregularities on a kelvin foundation," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 69, pp. 69-75, 2002.
- [116] S. Gupta, H. Berghe, G. Lombaert, and G. Degrande, "Numerical modelling of vibrations from a Thalys high speed train in the Groene Hart tunnel " *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, no. 3, pp. 82-97, 2010.
- [117] G. Lombaert, G. DeGrande, and D. Clouteau, "Numerical modelling of free field traffic-induced vibrations," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 19, pp. 473-488, 2000.



- 
- [118] I. P. d. Qualidade, "NP-ISO 2631-1 - Vibrações mecânicas e choque - Avaliação da exposição do corpo inteiro a vibrações - Parte 1: Requisitos gerais. ," ed, 2007.
- [119] G. M. E. Committee, "BS 6841, Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock," ed: British Standards Institution, 1987.
- [120] B. S. Institution, *Guide to Evaluation of Human Exposure to Vibration in Buildings: Vibration Sources Other Than Blasting*. British Standards Institution, 2008.
- [121] N. S. Institute, "NS 8176 - Vibration and shock - Measurement of vibration in buildings from landbased transport and guidance to evaluation of its effects on human beings. ," ed, 2005.
- [122] D. I. f. Normung, "DIN 4150-2 – Structural vibration – Part 2: Human exposure to vibration in buildings," ed, 1999.
- [123] I. O. f. Standardization, "ISO 4866 - Mechanical vibration and shock - Vibration of buildings - Guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings.," ed, 1990.
- [124] D. I. f. Normung, "DIN 4150-3 - Structural vibration - Part 3: Effects of vibration on structures.," ed, 1999.
- [125] P. A. M. Bernardo, C. A. J. V. D. d. Gama, and U. T. d. Lisboa, *Impactes ambientais do uso de explosivos na escavação de rochas, com ênfase nas vibrações*. 2004.
- [126] H. H. Miller, "High-Speed Ground Transportation Noise and Vibration Impact Assessment. ," Department of Transportation, Federal Railroad Administration, Office of Railroad Development 2005.
- [127] P. Alves Costa, R. Calçada, and A. Silva Cardoso, "Ballast mats for the reduction of railway traffic vibrations. Numerical study," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 42, no. 0, pp. 137-150, 2012.
- [128] J. Barbosa, P. Alves Costa, and R. Calçada, "Abatement of railway induced vibrations: Numerical comparison of trench solutions," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 55, no. 0, pp. 122-139, 6// 2015.
- [129] H. H. Hung, Y. B. Yang, and D. W. Chang, "Wave barriers for reduction of train-induced vibrations in soils," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 130, no. 12, pp. 1283-1291, 2004.
- [130] A. Karlström and A. Boström, "Efficiency of trenches along railways for trains moving at sub-or super sonic speeds.," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 27, no. 7, pp. 625-641, 2007.
- [131] D. Connolly, A. Giannopoulos, W. Fan, P. K. Woodward, and M. C. Forde, "Optimising low acoustic impedance back-fill material wave barrier dimensions to shield structures from ground borne high speed rail vibrations," *Construction and Building Materials*, vol. 44, pp. 557-564, // 2013.

- [132] P. Coulier, S. François, G. Degrande, and G. Lombaert, "Subgrade stiffening next to the track as a wave impeding barrier for railway induced vibrations," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 48, pp. 119-131, // 2013.
- [133] P. Coulier *et al.*, "Numerical and experimental study of stiff wave barriers for the mitigation of railway induced vibrations," presented at the In International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 15-17 September, 2014.
- [134] K. R. Massarsch, "Vibration isolation using gas-filled cushions," in *Soil dynamics symposium in honor of professor Richard D. Woods*, 2005, pp. 1-20.
- [135] C. Van hoorickx, M. Schevenels, and G. Lombaert, "Double wall barriers for the reduction of ground vibration transmission," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 97, pp. 1-13, 6// 2017.
- [136] A. Dijkmans *et al.*, "Mitigation of railway induced vibrations by using heavy masses next to the track," presented at the EURO DYN 2014 - 9th International Conference on Structural Dynamic, Porto, 2014.
- [137] P. Coulier *et al.*, "Scope of the parametric study on mitigation measures on the transmission path," *RIVAS project SCP0-GA-2010-265754, Deliverable D*, vol. 4, 2011.
- [138] W. H. Bragg and W. L. Bragg, "The reflection of X-rays by crystals," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 88, no. 605, pp. 428-438, 1913.
- [139] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, "Acoustic band structure of periodic elastic composites," *Physical review letters*, vol. 71, no. 13, p. 2022, 1993.
- [140] L. Godinho, D. Soares, and P. G. Santos, "Efficient analysis of sound propagation in sonic crystals using an ACA–MFS approach," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 69, pp. 72-85, 2016/08/01/ 2016.
- [141] R. Martínez-Sala, C. Rubio, L. M. García-Raffi, J. V. Sánchez-Pérez, E. A. Sánchez-Pérez, and J. Llinares, "Control of noise by trees arranged like sonic crystals," *Journal of sound and vibration*, vol. 291, no. 1-2, pp. 100-106, 2006.
- [142] O. Umnova, K. Attenborough, and C. M. Linton, "Effects of porous covering on sound attenuation by periodic arrays of cylinders," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 119, no. 1, pp. 278-284, 2006.
- [143] B. B. Alagoz and S. Alagoz, "Towards earthquake shields: A numerical investigation of earthquake shielding with seismic crystals," *Open Journal of Acoustics*, vol. 1, no. 3, pp. 63-69, 2011.
- [144] S. H. Kim and M. P. Das, "Artificial Seismic Shadow Zone by Acoustic Metamaterials," *Modern Physics Letters*, vol. 27, no. 20, 2013.
- [145] A. Castanheira-Pinto, P. Alves-Costa, L. Godinho, and P. Amado-Mendes, "On the application of continuous buried periodic inclusions on the filtering of traffic vibrations: A numerical study," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Article vol. 113, pp. 391-405, 2018.

- 
- [146] C. Albino, L. Godinho, P. Amado-Mendes, P. Alves-Costa, D. Dias-da-Costa, and D. Soares Jr, "3D FEM analysis of the effect of buried phononic crystal barriers on vibration mitigation," *Engineering Structures*, vol. 196, p. 109340, 2019.
- [147] S. Brûlé, E. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau, "Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves," *Physical review letters*, vol. 112, no. 13, p. 133901, 2014.
- [148] S. Krödel, N. Thomé, and C. Daraio, "Wide band-gap seismic metastructures," *Extreme Mechanics Letters*, vol. 4, pp. 111-117, 2015/09/01/ 2015.
- [149] V. K. Dertimanis, I. A. Antoniadis, and E. N. Chatzi, "Feasibility Analysis on the Attenuation of Strong Ground Motions Using Finite Periodic Lattices of Mass-in-Mass Barriers," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 142, no. 9, 2016.
- [150] J. Talbot and H. Hunt, "On the performance of base-isolated buildings," *Building Acoustics*, vol. 7, no. 3, pp. 163-178, 2001.
- [151] P. Lopes, J. F. Ruiz, P. Alves Costa, L. Medina Rodríguez, and A. S. Cardoso, "Vibrations inside buildings due to subway railway traffic. Experimental validation of a comprehensive prediction model," *Science of The Total Environment*, vol. 568, pp. 1333-1343, 10/15/ 2016.
- [152] E. Onate, *Structural Analysis with Finite Element Method. Linear Statics*. Springer, 2009.
- [153] O. C. Zienkiewicz and P. Morice, *The finite element method in engineering science*. McGraw-Hill London, 1971.
- [154] S. Johnson, "Notes on Perfectly Matched Layers (PMLs)," Massachusetts Institute of Technology 2010.
- [155] E. Kausel and J. M. de Oliveira Barbosa, "PMLs: A direct approach," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 90, no. 3, pp. 343-352, 2012.
- [156] P. Alves Costa, R. Calçada, J. Couto Marques, and A. Cardoso, "A 2.5D finite element model for simulation of unbounded domains under dynamic loading," presented at the 7th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Trondheim, 3-5 June, 2010.
- [157] C. G. Koh, G. H. Chiew, and C. C. Lim, "A numerical method for moving load on continuum," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 300, pp. 126-138, 2007.
- [158] W. Zhai and E. Song, "Three dimensional FEM of moving coordinates for the analysis of transient vibrations due to moving loads," *Computers and Geotechnics*, vol. 37, no. 164-174, 2010.
- [159] H. Grundmann, M. Lieb, and E. Trommer, "The response of a layered half-space to traffic loads moving along its surface " *Archive of Applied Mechanics*, vol. 69, pp. 55-67, 1999.
- [160] H. Grundmann and S. Lenz, "Nonlinear interaction between a moving SDOF system and a Timoshenko beam/halfspace support," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 72, pp. 830-842, 2003.

- [161] H. Takemiya, "Ground vibrations alongside tracks induced by high-speed trains: prediction and mitigation," in *Noise and Vibration from High-Speed Trains*, V. Krylov, Ed. Bhrighon: Thomas Telford Publishing, 2001.
- [162] A. Vostroukhov, "Three-dimensional Dynamic Models of a Railway Track for High-speed Trains," PhD thesis, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft, 2002.
- [163] G. Lombaert, "Development and Experimental Validation of a Numerical Model for the Free Field Vibrations Induced by Road Traffic," PhD thesis, Departement Burgerlijke Bouwkunde, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, 2001.
- [164] E. Bongini, G. Lombaert, S. François, and G. Degrande, "A parametric study of the impact of mitigation measures on ground borne vibration due to railway traffic," presented at the EURO DYN 2011, Leuven, 2011.
- [165] J. Talbot and H. Hunt, "On the Performance of Base-isolated Buildings and Isolation of Buildings from Rail-tunnel Vibration: a Review," in *Collected Papers in Building Acoustics: Sound Transmission*, B. Gibbs, J. Goodchild, C. Hopkins, and D. Oldham, Eds.: Multi-science, 2009.
- [166] J. Talbot, "Base-isolated buildings: Towards performancebased design," *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings*, vol. 169, no. 8, pp. 574-582, 2016.
- [167] S. Brûlé, E. H. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau, "Experiments on Seismic Metamaterials: Molding Surface Waves," *PHYSICAL REVIEW LETTER*, vol. 112, p. 133901, 214.
- [168] L. Godinho, P. Amado-Mendes, P. Alves-Costa, C. Albino, and R. Frias, "MFS analysis of the vibration filtering effect of periodic structures in elastic media," *Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods*, p. 149, 2018.
- [169] P. Amado-Mendes and L. Godinho, "Reduction of vibrations transmitted through the soil by multiple buried inclusions—numerical analysis," in *ICOVP–11th International Conference on Vibration Problems*, 2013.
- [170] J. Barbosa, P. Alves Costa, and R. Calçada, "Numerical study of trenches for the reduction of vibrations induced by traffic," presented at the Railways 2014, Ajaccio, Corsica, 2014.
- [171] H. Meyers and H. Myers, *Introductory solid state physics*. CRC press, 1997.
- [172] V. Romero García, "On the control of propagating acoustic waves in sonic crystals: analytical, numerical and optimization techniques," 2010.
- [173] P. Alves Costa, R. Calçada, and A. Cardoso, "Influence of train dynamic modelling strategy on the prediction of track-ground vibrations induced by railway traffic," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit* vol. 226, no. 4, pp. 434-450, 2012.
- [174] H. Braun and T. Hellenbroich, "Messergebnisse von strassenunebenheiten," *VDI Berichte*, vol. 877, pp. 47-80, 1991.

- 
- [175] P. Amado-Mendes, P. Alves Costa, L. M. C. Godinho, and P. Lopes, "2.5D MFS–FEM model for the prediction of vibrations due to underground railway traffic," *Engineering Structures*, vol. 104, pp. 141-154, 12/1/ 2015.
- [176] S. Kaewunruen and Z. Qin, "Sustainability of Vibration Mitigation Methods Using Meta-Materials/Structures along Railway Corridors Exposed to Adverse Weather Conditions," *Sustainability*, vol. 12, no. 24, p. 10236, 2020.
- [177] C. Lim and J. Reddy, "Built-up structural steel sections as seismic metamaterials for surface wave attenuation with low frequency wide bandgap in layered soil medium," *Engineering Structures*, vol. 188, pp. 440-451, 2019.
- [178] Z. Shi, Z. Cheng, and H. Xiang, "Periodic structures: theory and applications to seismic isolation and vibration reduction," ed: Beijing: Science Press Ltd, 2017.
- [179] P. Lopes, J. Fernández Ruiz, P. Alves Costa, L. Medina Rodríguez, and A. Silva Cardoso, "Vibrations inside buildings due to subway railway traffic. Experimental validation of a comprehensive prediction model," *Science of the Total Environment* vol. doi: 10.1016/j.scitotenv.2015, 2016.
- [180] M. Kaynia, C. Madshus, and P. Zackrisson, "Ground vibrations from high-speed trains: prediction and countermeasure," *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 126, no. 6, pp. 531-537, 2000.
- [181] C. Madshus, S. Lacasse, A. Kaynia, and L. Harvik, "Geodynamic challenges in high speed railway projects," presented at the GeoTrans 2004 - Geotechnical Engineering For Transportation Projects, Los Angeles, 2004.
- [182] R. Woldringh and B. New, "Embankment design for high speed trains on soft soils," presented at the XII ESCMGE - Geotechnical Engineering for Transportation Infrastructures, Amsterdam, 1999.
- [183] V. Krylov, "Generation of ground vibrations by superfast trains," *Applied Acoustics*, vol. 44 pp. 149-164, 1995.
- [184] H. A. Dieterman and A. Metrikine, "The equivalent stiffness of a half-space interacting with a beam. Critical velocities of a moving load along the beam," *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 15, no. 1, pp. 67-90, 1996.
- [185] H. A. Dieterman and A. Metrikine, "Steady-state displacements of a beam on an elastic half-space due to a uniformly moving constant load," *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 16, no. 2, pp. 295-306, 1997.
- [186] P. Alves Costa, R. Calçada, A. Silva Cardoso, and A. Bodare, "Influence of soil non-linearity on the dynamic response of high-speed railway tracks," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 30, no. 4, pp. 221-235, 2010.
- [187] L. Hall, "Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 23, pp. 403-413, 2003.
- [188] P. Alves Costa, A. Colaço, R. Calçada, and A. Silva Cardoso, "Critical speed of railway tracks. Detailed and simplified approaches.," *Transportation Geotechnics*, vol. 2, pp. 30-46, 2015.

- [189] P. A. Costa, P. Soares, A. Colaço, P. Lopes, and D. Connolly, "Railway critical speed assessment: A simple experimental-analytical approach," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 134, p. 106156, 2020.
- [190] K. Dong, D. P. Connolly, O. Laghrouche, P. K. Woodward, and P. A. Costa, "The stiffening of soft soils on railway lines," *Transportation Geotechnics*, vol. 17, pp. 178-191, 2018.
- [191] D. Connolly and P. A. Costa, "Geodynamics of very high speed transport systems," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 130, p. 105982, 2020.
- [192] J. Fernández-Ruiz, M. Miranda, J. Castro, and L. M. Rodríguez, "Improvement of the critical speed in high-speed ballasted railway tracks with stone columns: A numerical study on critical length," *Transportation Geotechnics*, vol. 30, p. 100628, 2021.