

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Electrónica

Control de fuerza y análisis cinemático de un manipulador robótico

Facultad de ciencia y tecnología
Universidad del País Vasco, Leioa



Autor: Javier Alvarez Diaz

Directores: Ibon Sagastabeitia Buruaga, Josu Jugo García.

2020

Abstract

La robótica es un tema que está a la orden del día. Desde robots con inteligencia artificial hasta los robots industriales, hay una gama increíble de posibilidades. En este trabajo se presenta un robot, *Tinkerkít Braccio*, implementado con *Arduino Uno*, el cual tendrá un sensor de fuerza en su pinza para poder agarrar piezas tanto duras como otras más delicadas. Además, esa pinza será modificada, diseñando e integrando una pieza con una impresora 3D, de forma que se pueda adaptar un sensor de fuerza piezorresistivo a ella. Se estudiará y discutirá el comportamiento de los motores del manipulador, valorando si es necesario incorporar un control de posición sobre los servomotores. Y, finalmente, se diseñarán distintos controladores para 3 materiales con elasticidades diferentes.

Tabla de Contenidos

Abstract	iii
1. Introducción	1
2. Descripción y objetivos	3
3. Análisis de la cinemática del manipulador robótico	4
3.1. Cálculo de la cinemática directa.....	4
3.2. Cálculo de la cinemática inversa.....	9
4. Control de posición de los servomotores	14
4.1. Servomotores.....	14
4.2. Precisión de movimiento del robot.....	16
4.3. Controlador PID.....	18
4.4. Control PID de posición sobre el servomotor de la pinza.....	21
5. Control de fuerza y lazo de control	24
5.1. Estudio del sensor de fuerza.....	24
5.2. Pieza de sujeción del sensor de fuerza.....	28
5.3. Modelo matemático del motor de la pinza.....	29
5.3.1. Obtención de datos de la respuesta del motor.....	29
5.3.2. Modelo matemático.....	32
5.3.3. Validación del modelo matemático.....	33
5.4. Relación ángulo-fuerza.....	35
5.4.1. Aplicación de la ley de Hooke y módulo de Young.....	35
5.4.2. Estudio de los materiales.....	36
5.4.2.1. Acero.....	37

5.4.2.2. Caucho.....	38
5.4.2.3. Látex.....	39
5.4.3. Conversión ángulo-fuerza.....	40
5.5. Controlador.....	42
6. Conclusiones.....	49

Anexo

A. Medidas y plano del robot.....	51
B. Programa de <i>Arduino</i> para la cinemática directa.....	52
C. Programa de <i>Arduino</i> para la cinemática inversa.....	55
D. Bibliografía.....	59

Lista de figuras

Figura 1. Representación de los ejes tomados para aplicar el método D-H.....	6
Figura 2. Parámetro de D-H para el robot.....	7
Figura 3. Matrices de transformación de la cinemática directa. Donde $A = {}^0_1T_{rot\ base}$, $B = {}^0_1T$, $C = {}^1_2T$, $D = {}^2_3T$, $E = {}^3_4T$ y $F = {}^4_5T$	8
Figura 4. Matriz final que relaciona los sistemas de referencia del manipulador robótico. $T = {}^B_T$	8
Figura 5. Foto del posicionamiento final del manipulador robótico para los cálculos de la cinemática directa.....	9
Figura 6. Representación de los ángulos tomados para el cálculo de la cinemática inversa. En rosa se representa el ángulo del movimiento y el negro el ángulo perpendicular a la articulación anterior. [5].....	10
Figura 7. Resultado de las operaciones matemáticas para la cinemática inversa en <i>Arduino</i> . A la izquierda están los ángulos para C1 y a la derecha para C2.....	11
Figura 8. Foto del posicionamiento final del manipulador robótico para los cálculos de la cinemática inversa. En la parte de arriba se tiene el C1 y C2.....	12
Figura 9. Señal PWM, distintos ciclos de trabajo para el cual el motor se mueve a 0, 90 y 180 grados. [7].....	15
Figura 10. Esquema del lazo de control del servomotor. [8].....	15
Figura 11. Voltaje de salida frente al porcentaje del ciclo de trabajo de la señal de entrada PWM de <i>Arduino</i>	16
Figura 12. Medida de la posición angular para un rango de pesos comprendido entre 14.8g hasta 104g.....	18
Figura 13. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante proporcional. [9].....	19
Figura 14. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante integral. [9].....	19
Figura 15. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante derivativo. [9].....	20

Figura 16. Lazo de realimentación de un sistema con un controlador PID. [10].....	20
Figura 17. Sistema en lazo cerrado utilizado para controlar la posición del motor con un controlador PID.....	21
Figura 18. Salida del motor, posición angular, con control PID de valores de $K_p = 50$, $K_i = 3$ y $K_d = 0.5$. Eje x tiempo en ms y eje y voltaje.....	22
Figura 19. Salida del motor, posición angular, con control PID de valores de $K_p = 1$, $K_d = 20$. Eje x tiempo en ms y eje y voltaje.....	22
Figura 20. Esquema de un sensor de fuerza (las medidas no son las del sensor estudiado).....	25
Figura 21. Cambio de la resistencia medido del sensor de fuerza para distintos pesos, de 7.5kG hasta un máximo de 60Kg.....	26
Figura 22. Circuito de acondicionamiento de señal utilizado para medir los cambios de voltaje del sensor de fuerza. [11].....	27
Figura 23. Voltaje de salida del circuito acondicionador medido de señal del sensor y su función de transferencia lineal en mV.....	27
Figura 24. Vista superior e inferior de la pieza en <i>AutoDesk Fusion 360</i>	29
Figura 25. Voltaje de salida del potenciómetro, sensor de posición del motor, para su rango de movimiento.....	30
Figura 26. Respuesta del motor para la orden de ir primero a 180 grados y seguido a 0 grados....	31
Figura 27. Respuesta del motor para pasar del ángulo de 180 grados a 0 grados, zoom de la figura 26.....	31
Figura 28. Método de obtención de los parámetros KLT del sistema a controlar. [12].....	32
Figura 29. Esquema de control en lazo abierto de la planta del servomotor en <i>Simulink</i>	33
Figura 30. Simulación de la figura 30, del modelo matemático del servomotor señalizando los puntos $y_{t=0.55}$ y y_f	33
Figura 31. Respuesta del motor para el movimiento de 0 a 180 grados y después, seguido, de 180 a 0 grados.....	34

Figura 32. Representación de la pinza con un mismo ángulo de referencia y dos objetos distintos. El rojo es la referencia y el negro es la posición actual de la pinza.....	36
Figura 33. Deformación del acero en función del estrés sometido. [13].....	37
Figura 34. Deformación unitaria en m/m del acero para distintos esfuerzos. [14]	38
Figura 35. Deformación unitaria en mm/mm para dos cauchos y distintos esfuerzos. [17].....	39
Figura 36. Deformación unitaria en m/m del látex de los preservativos sometidos a un esfuerzo mecánico medido en N/m^2 . [16].....	39
Figura 37. Esfuerzo que hay que aplicar a los materiales para conseguir una deformación. A la izquierda se tienen las tres y a la derecha únicamente el látex y caucho ya que no se ve la diferencia en el que está el acero.....	40
Figura 38. Esquema del Lazo de control final para el control de fuerza del manipulador robótico...41	
Figura 39. Representación de los datos cogidos para calcular la recta que une dos puntos de la circunferencia en un segmento de un grado de amplitud.....	41
Figura 40. Lugar de las raíces del sistema en lazo abierto para el látex, evolución del polo en lazo cerrado.....	43
Figura 41. Lazo de control utilizado para la resolución del control de los 3 materiales.....	44
Figura 42. Lugar de las raíces de la función de transferencia en lazo abierto del sistema con el controlador PI(s).....	44
Figura 43. Simulación del lazo de control de la figura 41 para el látex, se tiene el eje X en segundos y el eje Y en unidades de fuerza (N).	46
Figura 44. Señales de control para el lazo, señal $u'(V)$. Arriba a la izquierda el látex, a la derecha caucho y acero debajo. El eje Y en voltios (V) y el X en segundos (s).....	47
Figura 45. Deformación del material, señal $x(m)$. Arriba a la izquierda el látex, a la derecha caucho y acero debajo. El eje Y en voltios (m) y el X en segundos (s).	48
Figura 46. Imagen y medidas del robot.....	51

1. Introducción

Como es bien sabido, la robótica y la automatización son unas herramientas muy útiles y valoradas en los últimos años. Las empresas más modernas, hoy en día, están dotadas de las máquinas más modernas y tecnológicamente punteras para poder realizar trabajos de la forma más rápida, autónoma, barata y precisa posible. Con sus pros y sus contras, se han conseguido integrar en la industria. Siendo, ahora mismo, lo que todas las grandes fábricas buscan para ser más competentes.

Desde el primer robot industrial creado en 1948 por George Devol [1], hasta uno de los más sorprendentes de los últimos años creado por Hanson Robotics, Sophia [2], un robot humanoide, han sido partícipes del avance de este sector. Esto sirve de inspiración para hacer este TFG y poder, en un futuro, contribuir a este avance tecnológico.

En este proyecto se trabajará con un manipulador robótico, el cual es un tipo de brazo robótico programable que se asemeja al brazo humano. Hay distintos tipos de manipuladores robóticos: robot cartesiano, cilíndrico y esférico, robot SCARA, robot paralelo, etc. El manipulador que se usará tiene un movimiento que abarca, aproximadamente, una esfera y se asemeja al brazo humano, tiene: hombro, brazo y antebrazo. Además, está dotado de una muñeca que le permite rotar la pinza. Entonces, se tiene un robot antropomórfico de 3 articulaciones con muñeca esférica.

El manipulador robótico que se usará es un robot de Arduino prefabricado llamado *Tinkerkit Braccio*. Este es un brazo robótico de bajo coste que viene en piezas, listo para montar y que es programable con el microcontrolador de Arduino. Su montaje es sencillo ya que las instrucciones y tutoriales son muy fáciles de entender y seguir. En el interior del kit viene todo lo necesario para su montaje (tornillos, servomotores, destornillador, etc.).

En cuanto a Arduino, es un microcontrolador de lenguaje de medio nivel basado en el lenguaje C++ y que tiene una amplia gama de librerías y comandos específicos para el uso de los pines. Estas librerías hacen que el programado sea más fácil y que, además, facilitan comandos para el uso de periféricos. Por ejemplo, para el caso del *Braccio*, tiene su propia librería llamada como él propio robot, facilitando su programación de movimientos.

Además, se utilizará un sensor de fuerza resistivo para hacer un lazo de control. Estos sensores son dispositivos que permiten obtener una tensión eléctrica proporcional a la fuerza que se les ejerce. Hay diversos tipos y para muchas aplicaciones, pero 3 son los más comunes: las células de carga, dinamómetros y transductores de par. Estos son sistemas más complejos que se basan en medir la deformación que se les causa por la fuerza aplicada con unas galgas. El sensor de fuerza que se utilizará en este trabajo, será una simple galga. Es decir, se medirá la fuerza mediante un sensor piezorresistivo, el cual varía su resistencia dependiendo de la fuerza que se le aplique.

Por lo tanto, este robot tendrá dos controles, los llamados lazos en cascada: de posición y de fuerza. Se evaluará la precisión y si la situación lo requiriese, se añadiría un control de posición sobre los

servomotores. El otro será un control de fuerza sobre la pinza, que se creará de forma que se pueda agarrar un objeto de forma cuidadosa cuando sea blando y fuerte cuando se tenga un objeto más duro. Todo esto se hará gracias a un control el cual irá midiendo con el sensor de fuerza e irá añadiendo o quitando presión sobre la pieza. Esto se quiere para un fin simple: que no se dañen los objetos que se quieran coger y, que si son pesados, se haga la suficiente fuerza como para que no se caigan.

En un principio este trabajo de fin de grado iba a implementar el lazo de control de fuerza en la garra del manipulador. Sin embargo, debido al estado de alarma por el COVID-19, se ha tenido que tomar la decisión de realizar el proyecto de una forma más teórica ya que era imposible ir al laboratorio. Así que, el capítulo 5 por completo podrá ser llevado a un modelo real en un futuro trabajo si la situación lo permite.

2. Descripción y objetivos

En este trabajo de fin de grado se tratará y solucionará el problema de control de fuerza en una articulación robótica. Para ello, se abordarán dos problemas a solucionar: el control sobre el servomotor de la pinza del robot y la incorporación del lazo de control y el sensor al sistema. Además, se hará un estudio de la cinemática del brazo robótico y se probará su validez.

Entonces, en un primer bloque se calculará la cinemática directa e inversa del manipulador. Además, se pondrá un ejemplo práctico con datos experimentales y fotos reales, donde se demostrará que las cinemáticas calculadas son correctas con *Arduino*.

Se montará el robot y como se verá en el segundo bloque, se hará un estudio de la precisión del movimiento de este. El microcontrolador o entorno de desarrollo utilizado para el movimiento de los motores será *Arduino*. Si fuera necesario, se crearía un sistema para controlar su movimiento y conseguir una buena precisión.

En el tercer bloque, una vez medido y controlado el movimiento del robot se comenzará a preparar el sensor de la pinza. Se calibrará y caracterizará el sensor de fuerza utilizado para poder controlar la fuerza que haga la pinza dependiendo del objeto que tenga que agarrar. Además, se creará una pieza mediante *AutoDesk Fusion 360* para poder poner el sensor y se incorporará este diseño al robot.

Además, se tratará de conseguir el modelo matemático del motor a controlar. Mediante una tarea de adquisición en *LabVIEW* se obtendrá la salida del potenciómetro del motor, es decir, la posición angular del motor. Con esto se podrá ver la como es la respuesta del motor para su rango de movimiento completo de 180 grados. Con esto, se va a conseguir el modelo matemático del servomotor, para el diseño del lazo de control en el siguiente capítulo.

Una vez obtenida la función de transferencia del motor que da movimiento a la pinza, se procederá a diseñar y estudiar el lazo control que controlará la fuerza que se ejerce sobre 3 materiales distintos acero, caucho y látex. El control, cuando el material sea duro llegará rápidamente a la fuerza de referencia ya que no lo deforma, teniendo así un sistema más rápido. Sin embargo, cuando el material sea blando o elástico, como se deforma, el sistema tardará más en llegar a la referencia, de forma que se necesitará un control más agresivo. Además, se verá cuánto se deforma cada material que se vaya a poner en la pinza.

3. Análisis de la cinemática del manipulador robótico

Se va a realizar una descripción cinemática del brazo robótico, luego se tendrá que entender en que consiste y los métodos que existen para obtener esta descripción. Se conseguirá así una mayor comprensión del movimiento del brazo y de su trayectoria.

Se verá teórica y prácticamente el problema de la cinemática, tanto la directa como la inversa. Como es sabido, un robot puede ser analizado como un conjunto de n sólidos o brazos rígidos encadenados por articulaciones que se mueven con motores acoplados a las mismas. Se define a continuación los dos tipos, más utilizados, de cinemáticas para posteriormente analizarlas:

- Cinemática directa: trata de determinar la posición hasta el extremo final del robot dados los ángulos de las articulaciones y parámetros geométricos. Es decir, encontrar la “putna de la pinza” del robot respecto a un sistema de referencia fijo en la base.
- Cinemática inversa: se buscan los valores de los ángulos de las articulaciones del robot dada la posición y orientación final de la pinza. En otras palabras, determinar la configuración a la que tienen que llegar el robot para una posición del extremo que se conoce.

Además, se puede pasar de una a otra simplemente con un cambio de variables. Entonces, dependiendo del dato que se tenga o de la cantidad de información que se quiera obtener, se elegirá una cinemática u otra. Si se quiere más de una posible solución, se elegirá el método inverso. Si no, si se quiere una solución de una única posibilidad y certera, se escogerá la directa.

Esta descripción del movimiento dará una comprensión mayor de la parte mecánica del robot, permitiendo una mejor comprensión de la trayectoria.

3.1. Cálculo de la cinemática directa:

Para estudiar el movimiento del robot, se va a analizar la cinemática directa e inversa del robot. Primeramente, se explicarán las transformaciones en el espacio según el método de Denavit – Hartenberg [3].¹

Como es bien sabido, para describir dónde se encuentra un sólido hay que asignarle un sistema de referencia completo y una matriz de rotación ${}^A_B R$ para la orientación del triedro si es capaz de rotar. Así, se podrá describir cualquier punto o sólido respecto a este sistema de referencia y un vector de traslación P_{AB} hasta la siguiente articulación o sólido.

¹ la nomenclatura ${}^A_B R$ se refiere a la matriz de rotación del sólido B respecto del A.

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} XX & YX & ZX \\ XY & YY & ZY \\ XZ & YZ & ZZ \end{bmatrix} \quad Y \quad P_{AB} = \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix}$$

De esta forma, el álgebra de Denavit–Hartenberg permite obtener y agrupar esta información de rotación y translación en una sola matriz, en la matriz de transformaciones compuestas ${}^A_B T$. Se define de la siguiente forma:

$${}^A_B T = \begin{bmatrix} & & & & \vdots & \\ & & & & \vdots & P_{AB} \\ & & & & \vdots & \\ & & & & \vdots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Para el cálculo de la cinemática directa será imprescindible tener en cuenta esta matriz, ya que facilita la visualización y el cálculo del movimiento dándole toda la información sobre la posición final de la pinza. Además, como se ha explicado, una vez obtenida la cinemática directa, se puede relacionar con la cinemática inversa. Aun así, para el cálculo de la inversa, se utilizará la geometría para hacer la descripción del movimiento como se verá en el apartado 3.2.

Utilizando la notación descrita, se sitúa primero el eje de referencia $\{1\}^2$ y con él el de rotación en la base del brazo robótico $\{0\}$, hay que añadir este último debido a que la base rota en el plano horizontal, q_1 , ver figura 1. De esta forma, se toman nuevos ejes en cada articulación. En el eje $\{3\}$ se tiene, como en la base, una rotación del robot a través de eje X, es decir, tiene una “muñeca” que le da un grado de libertad extra, $\{4\}$. En cambio, las articulaciones, como se ve, rotan a través del eje Z.

Con esto, se van a conseguir las matrices de movimiento con el método de D-H (Denavit – Hartenberg). La elección de los ejes [4] da como resultado unas matrices que relacionan los sucesivos sistemas de referencia. Entonces, se consiguen, para cada sistema, su propia matriz parcial de movimiento ${}^a_b T$.

Así, se tiene que la primera matriz será únicamente de rotación en el eje X de la base en el plano horizontal, q_1 . Luego está q_2 , que es una rotación pura en el eje Z, es decir, es una rotación en el plano vertical. Los demás serán igual excepto el quinto sistema de referencia $\{5\}$, que es de translación puro ya que es la pinza y esta solo se abre y se cierra.

² $\{x\}$ hace referencia al eje de coordenadas x de la figura 1.

Estas matrices, que tienen la estructura de (3.1), pueden multiplicarse entre si para conseguir la matriz de transformación del sistema completo, ${}^B_T T^3$:

$${}^B_T T^3 = {}^0_T{}^{rot\ base} \cdot {}^1_T{}^1 \cdot {}^2_T{}^2 \cdot {}^3_T{}^3 \cdot {}^4_T{}^4 \cdot {}^5_T{}^5$$

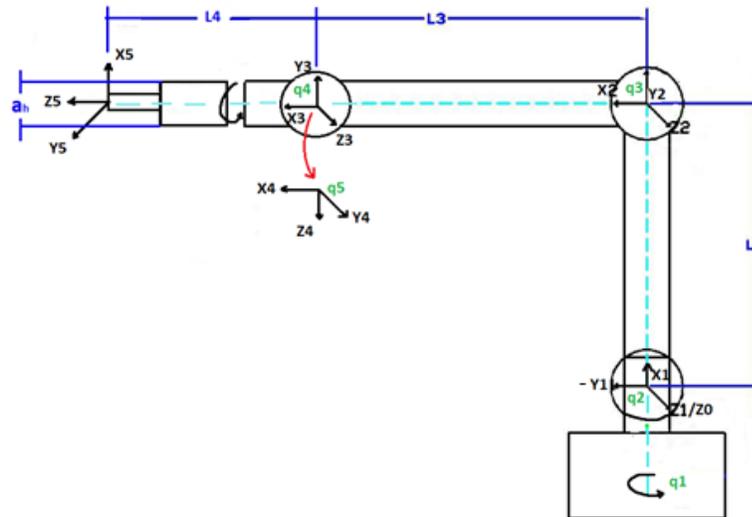


Figura 1. Representación de los ejes tomados para aplicar el método D-H.

Se entiende que, con estos sistemas de referencia, cada articulación de 180 grados de movimiento, va de 0° hasta 180° , siendo 90° la posición donde están verticales respecto al suelo o base.

Así, se calculan los parámetros D-H, que dan como resultado la figura 2. Los valores de L_2 , L_3 y L_4 se hallan en el anexo A donde están todas las medidas importantes identificadas.

³ ${}^B_T T^3$ da el nombre al sistema de referencia que va desde la base, B, hasta la herramienta, T (*tool*) en inglés.

i	θ_i	d_i	α_{i-1}	a_{i-1}
1	$q_1 = \theta_1$	0	0	0
2	$q_2 = \theta_2$	0	L_2	0
3	$q_3 = \theta_3$	0	L_3	0
4	$q_4 = \theta_4$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
5	$q_5 = \theta_5$	L_4	0	$\frac{\pi}{2}$

Figura 2. Parámetro de D-H para el robot.

Estos parámetros se han obtenido teniendo en cuenta las siguientes condiciones que han de cumplirse [3]:

- Se asigna el origen del sistema de referencia $\{i\}$ en el punto de intersección de los ejes i e $i + 1$.
- Se asigna el versor Z_i sobre el eje de rotación i .
- El versor X_i se asigna en la dirección perpendicular al plano i e $i + 1$.
- Se asigna el versor Y_i de forma que se completa un triedro directo.
- Y, el sistema de referencia $\{0\}$ cuando no hay rotación cumple que coincide con el sistema $\{1\}$.

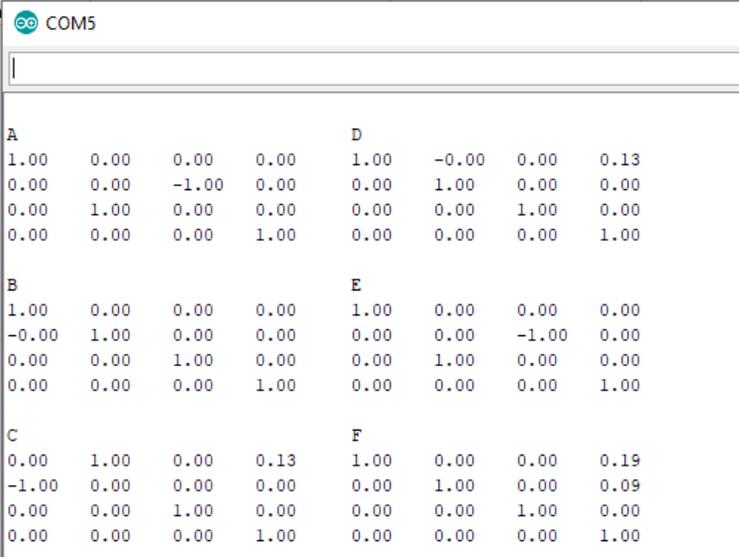
De forma que se obtiene cada matriz de transformación ${}_{i+1}^i T$.

$$\begin{aligned}
 {}_0^1 T_{rot\ base} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_0 & -\sin\theta_0 & 0 \\ 0 & \sin\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}_1^0 T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}_1^2 T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & \sin\theta_2 & 0 & L_2 \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}_2^3 T &= \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & \sin\theta_3 & 0 & L_3 \\ -\sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}_3^4 T &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 \\ 0 & \sin\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & {}_4^5 T &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_4 \\ 0 & 1 & 0 & a_h \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Se tiene entonces, un sistema de matrices, la cual se multiplica para conocer la matriz de movimiento completa, que como resultado da la posición de cada articulación para un punto fijo final de la pinza.

- Ejemplo de la cinemática directa mediante *Arduino*, ver anexo B:

El ejemplo que se va mostrar es la posición más simple para el robot. El robot estará completamente vertical, recto, es decir, $\theta_0 = \theta_2 = \theta_4 = 0^\circ$ y $\theta_1 = \theta_3 = 90^\circ$. El código para el cálculo de las matrices se puede encontrar en el Anexo B. Entonces, las matrices quedan de la siguiente manera:



```

COM5
|
|
|
A          D
1.00  0.00  0.00  0.00  1.00  -0.00  0.00  0.13
0.00  0.00  -1.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00
0.00  1.00  0.00  0.00  0.00  0.00  1.00  0.00
0.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  0.00  1.00

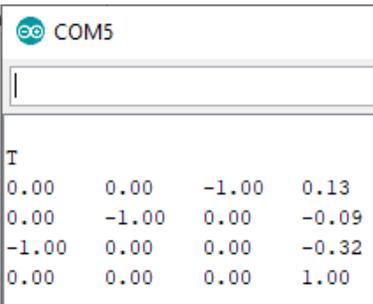
B          E
1.00  0.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  0.00
-0.00 1.00  0.00  0.00  0.00  0.00  -1.00  0.00
0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00
0.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  0.00  1.00

C          F
0.00  1.00  0.00  0.13  1.00  0.00  0.00  0.19
-1.00 0.00  0.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.09
0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  0.00  1.00  0.00
0.00  0.00  0.00  1.00  0.00  0.00  0.00  1.00

```

Figura 3. Matrices de transformación de la cinemática directa. Donde $A = {}^0T_1$, $B = {}^0T_1$, $C = {}^1T_2$, $D = {}^2T_3$, $E = {}^3T_4$ y $F = {}^4T_5$.

Luego, multiplicándolas, queda que la matriz que relaciona los sistemas de referencia de los elementos contiguos de la cadena cinemática, es:



```

COM5
|
|
|
T
0.00  0.00  -1.00  0.13
0.00  -1.00  0.00  -0.09
-1.00  0.00  0.00  -0.32
0.00  0.00  0.00  1.00

```

Figura 4. Matriz final que relaciona los sistemas de referencia del manipulador robótico. $T = {}^B_7T$.

La matriz que se obtiene define completamente dónde se encuentra el efector final del robot. La última columna dice cuando es su posición respecto al origen. Como se ve, está desplazado 13cm en el eje X el sistema de referencia que va de $\{1\}$ a $\{2\}$.

La anchura, como es una medida fija, será de 0.085cm (ahí indica 0.09cm, pero es porque el programa redondea a 2 decimales), en negativo, ya que el eje Y se desplaza hacia atrás.

En cuando al último valor del vector de desplazamiento va con el eje z, 0.32cm es justamente la suma de la distancia del sistema de referencia $\{2\}$ a $\{3\}$, 0.13 cm, sumando el $\{3\}$ al $\{5\}$, 0.195cm, todo en el eje X. Es negativo y está en P_z ya que el robot ha girado en el sistema de referencia de la base 90 grados, esto hace que el eje Z sea negativo y haciendo que el valor también lo sea.

Así, queda demostrado, que las matrices dan la orientación y da la posición del efector final, la pinza del robot, para cualquier ángulo de las articulaciones.

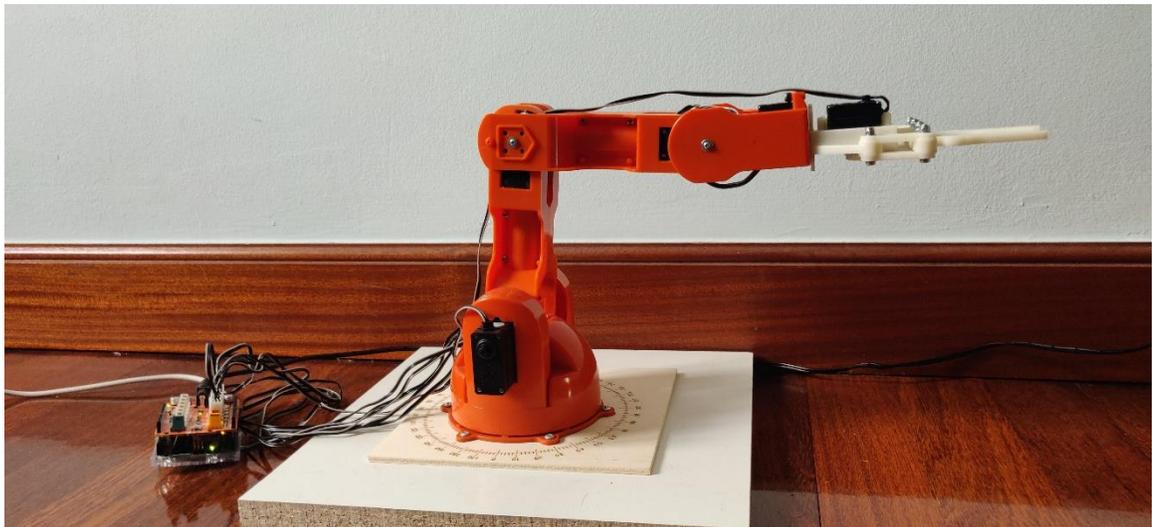


Figura 5. Foto del posicionamiento final del manipulador robótico para los cálculos de la cinemática directa.

3.2. Cálculo de la cinemática inversa:

En este apartado se verá la cinemática del robot desde otra perspectiva. Ahora, se tendrá como dato el punto final de la pinza y se tratará de conseguir la posición de las articulaciones para llegar a ese punto, es la cinemática inversa. El objetivo ahora será encontrar los valores de los ángulos de las articulaciones del robot para que la pinza esté dónde se desee.

Este método puede resultar mucho más complicado debido a que las ecuaciones a resolver pueden ser no lineales. Además, pueden tener múltiples soluciones (incluso infinitas) o puede que no haya solución alguna. Existen, además, diversos métodos para el cálculo:

1. Resolución a partir de matrices de transformación homogénea: que trata de despejar las variables en función de los componentes de los vectores.
2. Desacoplamiento cinemático: que trata en descomponer en distintas uniones y así simplificar el problema a resolver.
3. Técnica del jacobiano inverso: es un método algebraico que, usando variables como ángulos, longitudes del robot u otros valores conocidos, se puede conocer el posicionamiento. Mediante un mapeo e iteraciones con el método de Newton-Raphson, resulta dar, finalmente, un vector del posicionamiento del robot.
4. Métodos geométricos: es el que se utilizará para este trabajo. Con relaciones trigonométricas basadas en la resolución de triángulos, se consiguen los posibles ángulos para el posicionamiento. Se utiliza este método ya que una vez obtenidas las relaciones trigonométricas es muy fácil calcular los ángulos de cualquier posicionamiento del robot.

Entonces, resulta que, para resolver este problema, se puede simplificar un grado de libertad, teniendo así un robot con 4 grados de libertad. Con estos cuatro sería suficiente para conocer el movimiento completo del robot. Esto se debe a que los últimos dos grados de libertad están dedicados únicamente a orientar el extremo del robot, son giros sobre él mismo. Por ejemplo, la muñeca no tendrá efecto en el posicionamiento del brazo ya que gira en paralelo con la articulación y no afecta a la posición final de la pinza.

Así, en la figura 6, se pueden ver los ejes y ángulos tomados para el cálculo de las incógnitas buscadas.

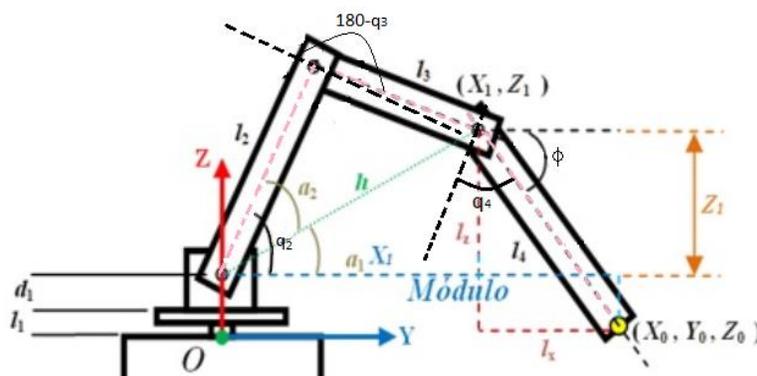


Figura 6. Representación de los ángulos tomados para el cálculo de la cinemática inversa. En rosa se representa el ángulo del movimiento y el negro el ángulo perpendicular a la articulación anterior. [5].

De esta forma, las ecuaciones de este sistema para resolver el problema de cinemática inversa del robot han sido calculadas mediante geometría, sin embargo, adaptando los ángulos y las ecuaciones para que concuerden con el rango de movimiento del robot.

$$q_1 = \theta_1 = \text{atan2}(Y_0, X_0)$$

$$q_2 = \theta_2 = \text{atan2}(Z_1, X_1) + \arccos(h/2L_2)$$

$$q_3 = \theta_3 = \arccos(-h/2L_2) - 90^\circ$$

$$\theta_4 = \phi - \theta_2 + \theta_3$$

Donde Y_0, X_0, Z_0 es la posición de la pinza que se desea y $\text{COS}(\phi) = l_x/l_4$.

- Ejemplo de la cinemática inversa mediante *Arduino*, ver anexo C:

Como ejemplo, se va a poner un caso donde el manipulador tenga más de una opción para llegar al punto final y demostrar lo que se ha dicho de múltiples soluciones en la cinemática inversa. Esta posición final será la que esquive un pequeño palo de forma horizontal a unos 20 centímetros de altura y alejado de la base 12 centímetros. Entonces, el robot llegará al punto por encima del palo y por debajo. Para ello, se ha utilizado el código de *Arduino* que está en el anexo C1 y C2, donde C1 corresponde a superar el obstáculo por encima y, C2, por debajo. Entonces, el punto deseado del efector final es:

$$P_{inversa} = (0, 0.26m, 0.36m)$$

El resultado de esos cálculos están en la figura 8, donde se tienen los grados a los que irá cada motor del brazo, llevándolo así al punto deseado.

 COM5

El ángulo q1 o theta1 es: 90.00 grados	El ángulo q1 o theta1 es: 90.00 grados
El ángulo q2 o theta2 es: 95.63 grados	El ángulo q2 o theta2 es: 33.87 grados
El ángulo q3 o theta3 es: 59.93 grados	El ángulo q3 o theta3 es: 78.75 grados
El último ángulo q4 o theta4 es: 39.44 grados	El último ángulo q4 o theta4 es: 128.98 grados

Figura 7. Resultado de las operaciones matemáticas para la cinemática inversa en *Arduino*. A la izquierda están los ángulos para C1 y a la derecha para C2.

Luego se tiene el resultado esperado, figura 8. Se demuestra así que la cinemática inversa también sirve para describir el movimiento del brazo robótico con unas simples ecuaciones trigonométricas. Además, se ve que se pueden llegar a distintas soluciones para un mismo punto, toda una ventaja si hay un obstáculo delante. El punto final de efector para cada uno de los movimientos, es:

$$P_{C1} = (0, 0.37m, 0.27m)$$

$$P_{C2} = (0, 0.38m, 0.26m)$$

Esta pequeña diferencia es debido a que cuando se cogen las medidas de las constantes para calcular los correspondientes ángulos, se ha hecho con una cinta métrica, creando así un error humano considerable.

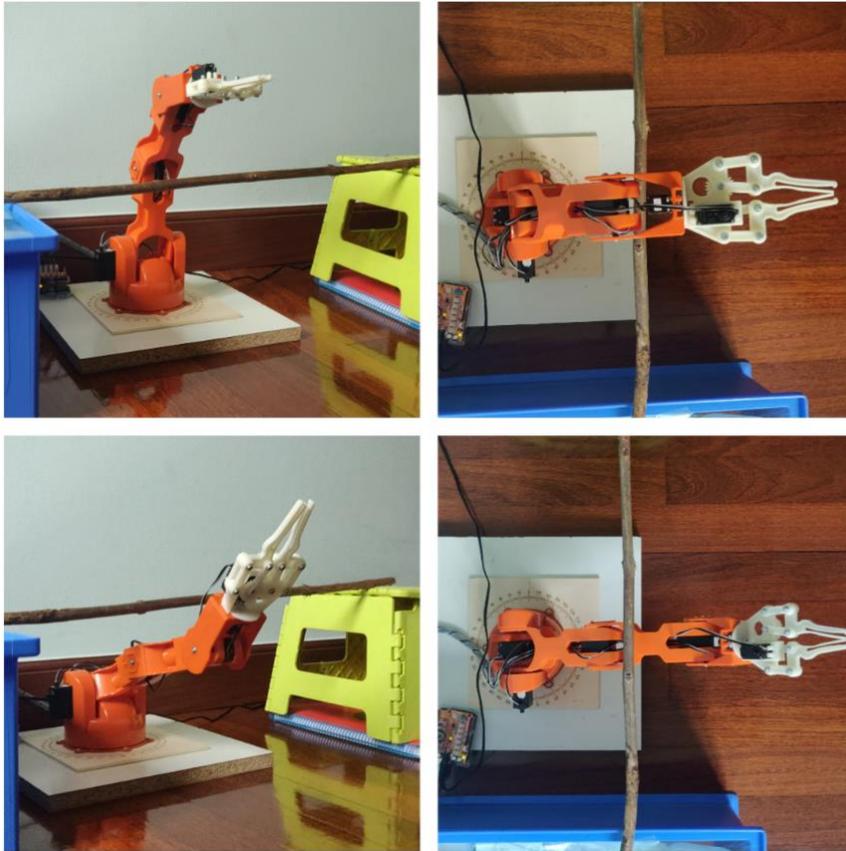


Figura 8. Foto del posicionamiento final del manipulador robótico para los cálculos de la cinemática inversa. En la parte de arriba se tiene el C1 y C2.

Así queda descritas las dos cinemáticas elegidas para el posicionamiento de un robot de 3 articulaciones. Como conclusión, se pueden destacar, entre otras, varias diferencias entre ambas:

Directa	Inversa
Determinar la posición y orientación del extremo final del robot respecto a un sistema de referencia.	Determinar la configuración que debe tener el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.
Encontrar una matriz de transformación que relaciona posición y orientación	Minimiza los movimientos desde la posición actual.
Se puede establecer un sistema de referencia y describir cada movimiento respecto a él.	Más de una posible solución para un solo problema.
	Permite considerar y evitar obstáculos.

Entonces, en resumen, la cinemática inversa es más versátil que la directa, aunque en el ejemplo que se haya puesto solo haya una solución posible. Se pueden obtener más soluciones con menos movimientos y variables. Además, al tener más de una solución, estas permiten evitar posibles obstáculos que haya en su trayectoria. Estos pros se pagan teniendo que realizar operaciones más complicadas y teniendo que utilizar relaciones trigonométricas que a veces pueden resultar difíciles de obtener debido a las relaciones trigonométricas que hay que resolver.

4. Control de posición de los servomotores

Este brazo robótico se mueve gracias a 6 servomotores de 180 grados de movimiento máximo distribuidos a lo largo del brazo. Esto le da una versatilidad increíble, ya que posee un amplio rango de movimientos dentro de una semiesfera de infinitas posibilidades. Cada motor, además, internamente tiene un lazo cerrado, el cual permitirá un mejor control individual y/o grupal y una precisión de movimiento excelente.

Para demostrar esta precisión, se estudiará el movimiento del brazo en conjunto, es decir, se verá la precisión del movimiento de todo el manipulador robótico para distintos pesos. Se comprobará así si es necesario crear algún tipo de controlador de movimiento para alguno de los motores del manipulador.

Se va a estudiar a fondo el controlador PID ya que es uno de los objetivos principales del proyecto. Se va a ver qué es, qué tipo de parámetros hay y para qué sirve cada uno de ellos. Puesto que en la pinza se quiere diseñar un lazo de control también, se explicará la teoría necesaria para la comprensión de este lazo en el siguiente apartado.

Además, se hará un análisis del motor de la pinza con diferentes PIDs para ver su comportamiento ante estos, se comprobará su estabilidad antes controladores de distinto tipo (suaves y agresivos). Después, se decidirá si es apropiado o no, añadir un controlador este motor.

4.1. Servomotores

Para el movimiento del robot se utilizan 6 servomotores. Estos son motores con un rango limitado de movimiento, de 0 a 180 grados. Hay dos tamaños de motor, pero ambos funcionan igual, la diferencia está en el par del motor y la velocidad de giro de cada uno de ellos [6]:

- Grande: SpringRC SR431: 12.2kg/cm, 0.2s en recorrer 60 grados.
- Pequeño SpringRC SR311: 3.1kg/cm, 0.14s en recorrer 60 grados.

Para el movimiento de este, se utiliza una señal PWM (pulse width modulation). Esta señal, como se ve en la figura 9, es una señal con un ciclo de trabajo determinado. Entonces, dependiendo de este ciclo, el motor se moverá al ángulo de referencia que se le haya dicho. Como regla general, el rango del ciclo de trabajo de las señales PWM que gobiernan los servomotores están entre [2.5 – 12]% del periodo de la señal.

Estos motores tienen tres pines: uno a tierra, otro a 5 voltios y un tercero a la señal de entrada PWM. Además, ver figura 10, por dentro se compone de dos elementos importantes: Un potenciómetro (sensor) y un circuito de control. Es decir, se tiene un lazo cerrado de control.

El potenciómetro es un sensor de posición angular. Es decir, marca en que posición se encuentra el motor a cada instante. Entonces, cuando se manda la señal de referencia PWM, esta se traduce a

voltaje y se manda al motor. Luego, cuando el motor ya se ha movido y el valor del potenciómetro ha cambiado, se compara con el voltaje de referencia, es decir, se asegura de que esté donde se le ha mandado.

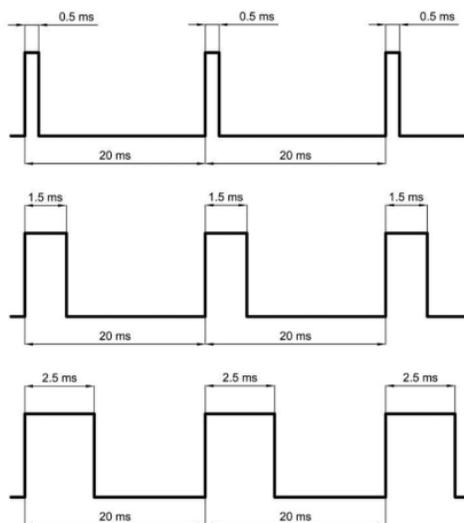


Figura 9. Señal PWM, distintos ciclos de trabajo para el cual el motor se mueve a 0, 90 y 180 grados. [7].

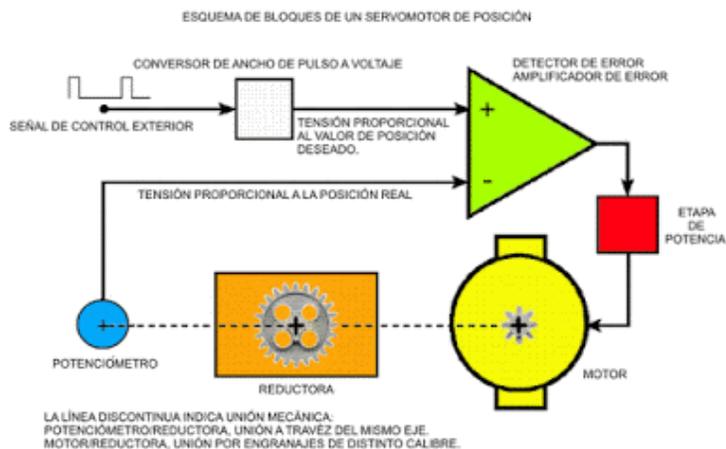


Figura 10. Esquema del lazo de control del servomotor. [8].

La fuerza que ejercen estos motores se mide en *oz-in*, *Kg-cm* o en el sistema internacional *N-m*. Luego, mirando en la hoja de datos del *Braccio* [6], se tiene que el motor de la pinza (el que va a ser controlado, SR311), tiene un torque o par de motor de

$$\tau = 3.2Kg \cdot cm = 0.3Nm$$

Este dato será útil en el capítulo del sensor de fuerza, donde se intentará diseñar un control de fuerza.

Además, sabiendo la velocidad del motor la cual incida cuanto tarda el motor en recorrer 60 grados, es decir, cuando tarda en recorrer un tercio de su rango total de movimiento.

$$T = 0.14s/60^\circ$$

Entonces, se tiene que tarda $2.33ms$ en recorrer cada grado.

Asimismo, el servomotor tiene un convertidor de señal *PWM* a voltaje. Este da un voltaje que depende del ciclo de trabajo que se le mande. Se tiene, figura 10, que para 0° el ciclo de trabajo de 2.5% y para 180° que el ciclo de trabajo es de 12.5%. Luego se obtiene la figura 11.

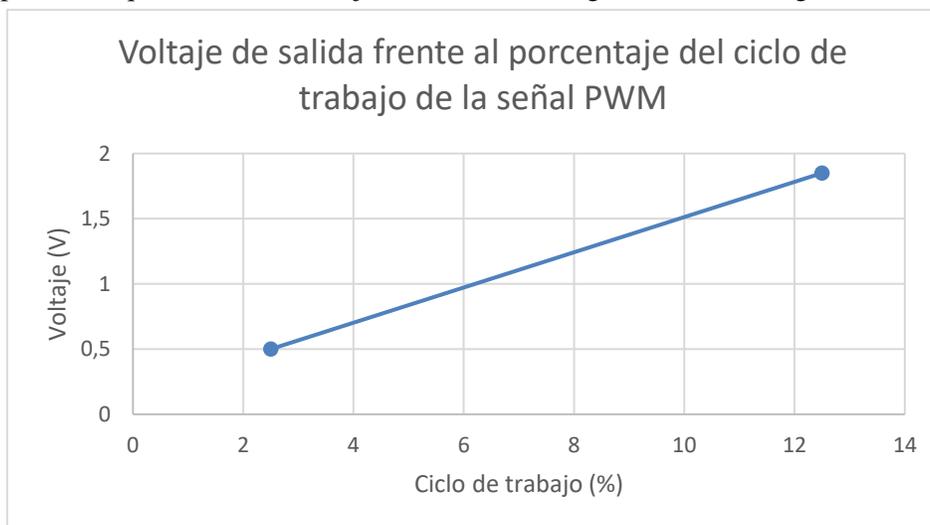


Figura 11. Voltaje de salida frente al porcentaje del ciclo de trabajo de la señal de entrada PWM de Arduino.

Se tiene entonces:

$$K_{PWM-v} = \frac{1.85 - 0.5}{12.5 - 2.5} = 0.135 \quad (4.1)$$

4.2. Precisión del movimiento del manipulador robótico

Como el robot es comprado, no hay una ficha o análisis de la precisión de su movimiento. Entonces, si fuera necesario, habría que implantarle un control de movimiento si su precisión no fuera lo suficientemente buena. En esta sección se discutirá la decisión de ponerle o no dicho control.

Se van a tomar 5 medidas con diferentes pesos para los ángulos de 0° , 90° , y 180° . Es decir, se cogerá una caja con peso dentro y se mandará al robot que la lleve a dichos ángulos, se repetirá 5 veces para cada peso y ángulo. Ahí se medirá la posición de la caja con unas marcas y también se medirá la desviación entre las propias medidas de la caja tomadas para ese mismo ángulo.

Los pesos han sido medidos en una báscula de precisión que da un error de medida para cada peso de $0.0001g$. Se han utilizado 7 pesos de unos 15 gramos cada uno. Entonces, se han cogido los pesos y se han ido metiendo en la caja uno a uno aumentando el peso a cada medida.

Tras unas medidas de prueba, se ve como la precisión es muy buena. Sin embargo, se observa como el robot tiene un pequeño desfase angular en los motores, siempre el mismo. Por ejemplo, se envía a 180 grados, este se para en 184° , tomando como referencia la plantilla de la base. Por eso, se ha modificado la librería propia del robot para añadirle los siguientes *offsets*: La base -4 grados, el hombro $+9$ grados, el codo -5 grados y la muñeca 1 grado.

Tras un exhaustivo estudio, todos estos *offsets* han sido necesarios para que el brazo robótico esté bien calibrado y sea lo más preciso posible.

Se han cogido las medidas, 5 por cada peso, siendo los pesos son los siguientes, con un error de $\pm 0.001 g$: $p_1 = 14.789$, $p_2 = 14.804$, $p_3 = 14.867$, $p_4 = 14.875$, $p_5 = 14.939$, $p_6 = 14.860$ y $p_7 = 14.863$.

Ahora que está calibrado de forma correcta, se tomarán medidas de la posición angular con los distintos pesos que se irán añadiendo.

De esta forma, se empieza a coger medidas cuando la caja pesa p_1 , considerando el peso de la caja nula ya que en comparación con los pesos no afecta al resultado, y se hacen 5 medidas. Luego se añade p_2 , y se vuelve a medir con un nuevo peso de $p_t = p_1 + p_2$. Se procede así hasta el peso máximo en el que el robot no puede con el peso de la caja, a partir de $105g$. En este punto los servomotores de las articulaciones no son capaces de realizar el movimiento correctamente, el error es demasiado grande.

Después de la calibración de los servomotores, se espera una precisión buena ya que estos, como se ha dicho, tienen un lazo de control en su interior que les permite ser precisos en cada movimiento. Se obtiene la figura 12.

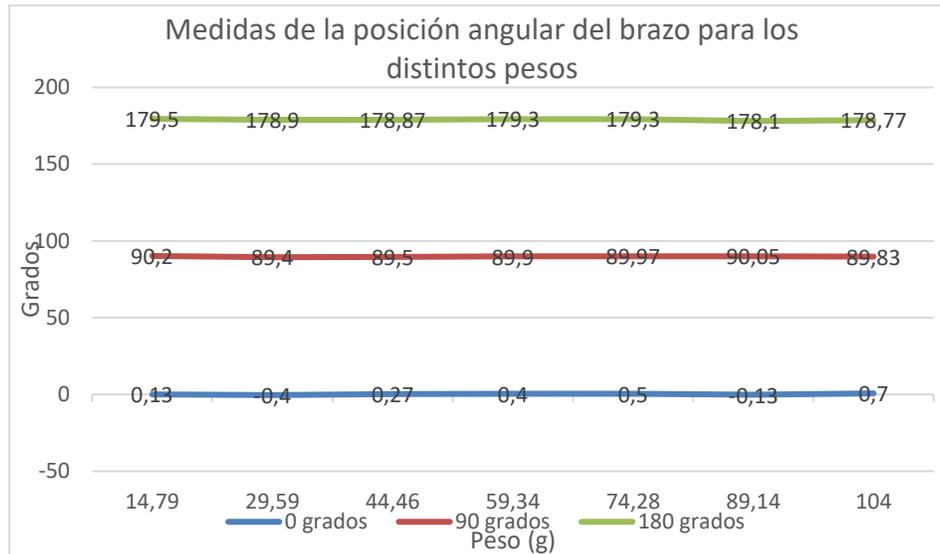


Figura 12. Medida de la posición angular para un rango de pesos comprendido entre 14.8g hasta 104g.

Como se esperaba, se tiene una curva prácticamente lineal. Lo poco que se desvía, es más bien fallo del agarre de la propia pinza. Esta es de bastante baja calidad y aunque se le haya puesto un poco de silicona para mejorar el agarre, sigue siendo un factor importante de error.

Se demuestra que la precisión de los servomotores no es un problema a trabajar, el movimiento del manipulador es excelente. Una vez puestos los *offsets*, se puede olvidar la idea de crear o modificar el propio controlador para la posición. Se tiene de media una desviación máxima de

$$\Delta^\circ = \pm 0.23^\circ$$

La cual es muy pequeña y es, a ojos del humano, casi indistinguible.

4.3. Controlador PID

Como se va a añadir un control PID, proporcional, integral y derivativo, al servomotor de la pinza para ver su comportamiento, es necesario entender y tener una base de lo que son estos controladores.

Para el control de la variable se va a utilizar un controlador PID ampliamente utilizado en sistemas de control industrial. Este es un algoritmo de control de sistemas por realimentación que calcula continuamente el error entre el punto deseado y la medida actual de la variable a controlar. Este control tiene 3 parámetros: control proporcional, integral y derivativo. Dichos parámetros hay que sintonizar de forma que se ajusten al comportamiento deseado, ya sea una respuesta rápida, lenta pero estable, etc.

- 4.3.1. Control proporcional, K_p : Esta parte del control multiplica la señal de error por una constante para que, en estado estacionario, el error se reduzca y se aproxime a cero. Cuanto mayor es esta constante más rápida es la respuesta del sistema, ver figura 13. No obstante, hay un valor límite para esta constante, que si se supera puede estropear el sistema por completo, haciéndolo oscilatorio e incontrolable. No ayuda a reducir el error el permanente, de ahí que haya que hablar de los otros dos parámetros K_i y K_d .

$$P = K_p e(t) \quad (4.2)$$

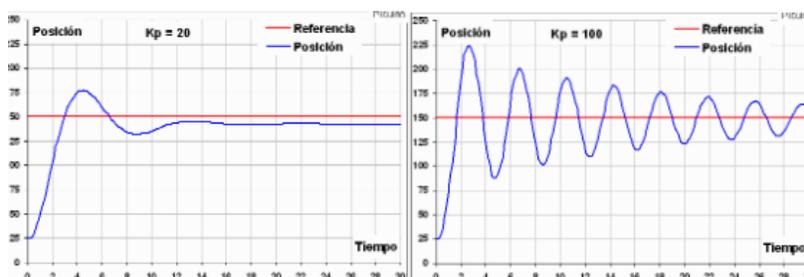


Figura 13. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante proporcional. [9].

- 4.3.2. Control integral, K_i : Este control trata de eliminar el error en estado estacionario. Además, aumenta un poco la velocidad de respuesta del sistema. Sin embargo, aumenta la inestabilidad dando lugar a más oscilaciones, ver figura 14. Al ser una integral, suma y acumula la señal de error, consiguiendo así una señal de salida que, a la larga, acaba en la señal de referencia.

$$I = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.3)$$

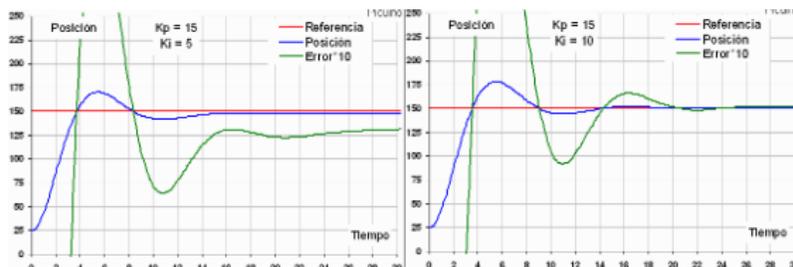


Figura 14. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante integral. [9].

- 4.3.3. Control derivativo, K_d : el derivativo únicamente aparece si cambia el error en valor absoluto, es decir, cuando el error no es constante. Lo corrige proporcionalmente de forma que sea mínimo para evitar que crezca más y se desestabilice el sistema. Se consigue así una mayor estabilidad del sistema, hace

al sistema menos oscilatorio, como se ve en la figura 15. Aplicar este control es útil cuando hay retrasos entre el elemento final del control y la variable a controlar.

$$D = K_d \frac{de}{dt} \quad (4.4)$$

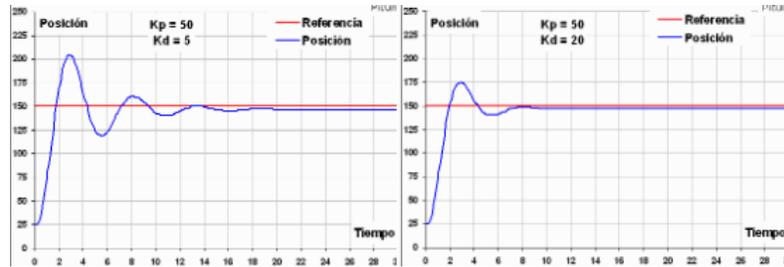


Figura 15. Salida de un sistema con diferentes valores de la constante derivativo. [9].

Este controlador, teniendo en cuenta los tres parámetros de sintonización de PID explicados previamente (4.2), (4.3) y (4.4), se obtiene la ecuación general, (4.5), de los controladores PID:

$$c(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de}{dt} \quad (4.5)$$

Así, un lazo de control típico es el de la figura 16. Se tiene una referencia, la cual es el destino final del sistema y esta es restada con la actual salida para ver cual es el error. Esta señal es la diferencia que hay entre el valor final y el valor actual. Luego, esta señal entra en el controlador PID, el cual cambia la señal dependiendo de los valores de los parámetros descritos previamente. Esta se aplica en la planta, el sistema a controlar, llevándolo al lugar deseado, la referencia.

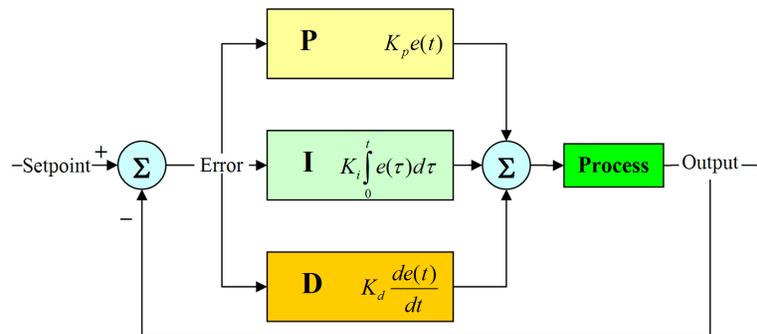


Figura 16. Lazo de realimentación de un sistema con un controlador PID. [10].

Cabe destacar que los controladores no tienen que tener necesariamente los tres parámetros. Puede haber controles igualmente válidos solo con dos parámetros, estos son controles PI y PD que dejan

uno a parte ya que no son necesarios. También es posible un control únicamente proporcional, pero generalmente hay que meter alguna ayuda.

4.4. Control PID de posición sobre el servomotor de la pinza

Entonces, se procede a estudiar el control de posición del servomotor. Se hará que el motor vaya de 180 a 0 grados para distintos valores de K_p , K_i , K_d . Para ello se realiza un pequeño circuito con el motor como se ve en la figura 17. La referencia es el ángulo que se quiere que vaya el motor y el controlador está implementado con *Arduino*.

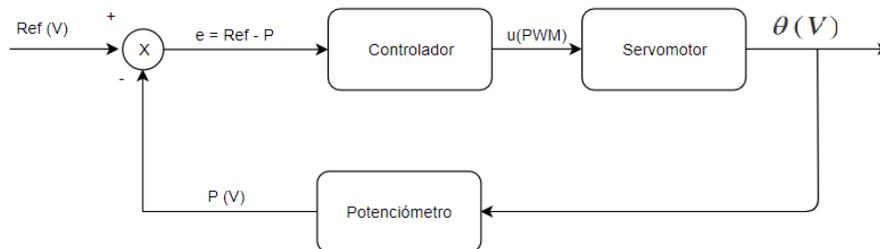


Figura 17. Sistema en lazo cerrado utilizado para controlar la posición del motor con un controlador PID.

El servomotor, como se ha explicado anteriormente, tiene en su interior un potenciómetro el cual da la posición angular actual del motor en voltios. Se ha cogido esa señal del interior del motor para crear la realimentación. Entonces, se compara con la referencia, de forma que el error será la diferencia entre la posición a la que se quiere llegar y la posición en la que está actualmente, es decir, el error es lo que falta para llegar al punto de referencia. Este error se lleva a un controlador implementado en *Arduino* el cual actúa dependiendo de los parámetros que se le pongan de forma que directamente mete la salida al servomotor llevándolo a la posición deseada.

Los valores de las figuras 18 y 19 se corresponden al tiempo en milisegundos, en el eje X y al voltaje en el eje Y. Sin embargo, el voltaje está en forma de entrada analógica del *Arduino*. Es decir, el microcontrolador tiene 1024 niveles digitales para hacer una medición analógica de 5 voltios como máximo. Entonces, por cada nivel digital se tienen 4.88mV. Así, por ejemplo, se demuestra que, como en las figuras 27 y 28, donde se está haciendo que el motor vaya de 180 grados, su voltaje mínimo, a 0 grados, voltaje máximo, cuando llega a 0° este tiene un voltaje de salida en el potenciómetro de 1.85V. Si se calcula la conversión, se tiene que

$$380 \cdot 4.88mV \cong 1.85V$$

Donde 380 es el nivel analógico de voltaje en términos de *Arduino*, como se ve en las figuras 18 y 19.

Se prueba la estabilidad del motor. Para ello se le configura un controlador con unos valores agresivos. Los valores de los parámetros del controlador son $K_p = 50$, $K_i = 3$ y $K_d = 0.5$. En la figura 18, se ve como esto llega sin problema a su posición. Únicamente se ve un pequeño rebose de unos pocos grados.

Se ha probado también con valores de los parámetros mucho más agresivos. Incluso con valores de $K_p = 2000$ el servomotor llega a su posición sin desestabilizarse.



Figura 18. Salida del motor, posición angular, con control PID de valores de $K_p = 50$, $K_i = 3$ y $K_d = 0.5$. Eje x tiempo en ms y eje y voltaje.

Para conseguir descontrolar el servomotor, ver figura 19, habría que ponerle únicamente control PD y con un valor del derivativo extremadamente alto: $K_p = 1$, $K_d = 20$. Pero esto es obvio ya que el control derivativo, cuando es excesivamente grande, añade problemas de causalidad estropeando por completo el sistema.

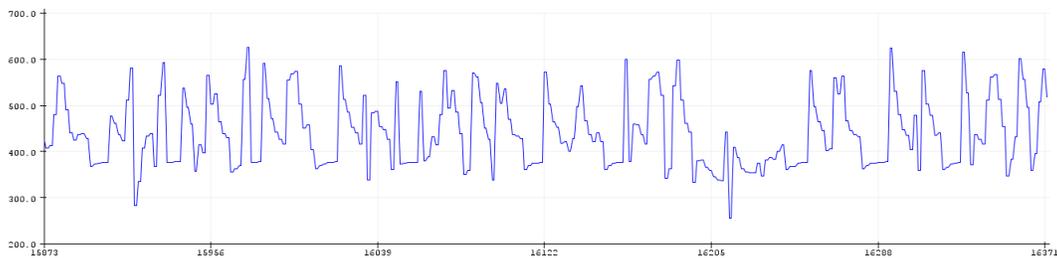


Figura 19. Salida del motor, posición angular, con control PID de valores de $K_p = 1$, $K_d = 20$. Eje x tiempo en ms y eje y voltaje.

Entonces, viendo los resultados obtenidos, no sería necesario hacer un control de posición ya que estos servomotores son muy precisos y estables. Para poder desestabilizarlos hace falta un controlador que en una situación de control real no sería lógico diseñar, figura 19. Se concluye entonces que el único control que se diseñará es el de fuerza, que se verá en el siguiente apartado.

De forma similar, después de haber tomado las medidas necesarias del manipulador completo para ver si su movimiento es preciso para distintos pesos, se ve que el error del manipulador es tan pequeño, $\Delta^\circ = \pm 0.23^\circ$ de media respecto al ángulo de referencia, que tampoco será necesario intentar mejorar el movimiento de estos.

Luego se concluye que los controladores internos de los servomotores son suficientemente buenos como para olvidarse de ellos. Cuando se les manda que vayan a un punto específico estos lo hacen sin problema alguno, figura 12. Tanto su precisión, como su programación es muy notable ya que con un solo comando se puede hacer que vaya a donde se quiera gracias a la librería de *Arduino*. Este comando es: *Braccio.ServoMovement (rapidez movimiento, motor1, motor2, motor3, motor4, motor5, motor6)*.

5. Control de fuerza y lazo de control

En este último bloque del proyecto se estudiará todo lo relativo al control de fuerza, el sensor, el modelo matemático del motor a controlar y el lazo de control que se utilizará.

Se explicará al detalle el sensor de fuerza resistivo utilizado, de forma que se verá también la curva característica de este. Además, con un circuito acondicionador de señal, se graficará el rango útil de fuerzas que se van a aplicar en la pinza. Es decir, se medirán los voltajes para unas determinadas fuerzas dentro del rango de trabajo del manipulador, obteniendo la sensibilidad del sensor. Para luego calcular la función que se encargará de convertir la posición angular del motor a fuerza se hará un pequeño cálculo trigonométrico.

En cuanto al lazo de control, será un lazo cerrado que tendrá como entrada una fuerza inicial de referencia y la fuerza controlada para distintos materiales como salida. Entonces, el lazo tratará de controlar la fuerza que se le ejerce a los distintos materiales. Cuando se tenga un objeto duro entre la pinza, la fuerza será prácticamente de inmediato la de referencia ya que el material no se deforma. Cuando el objeto es blando, ocurre lo contrario, como lo deforma aplastándolo, la fuerza que le hace tardará más en ser la de referencia. Para saber cuánto se deforma cada material, se hará un estudio de la elasticidad de diferentes materiales y así evaluar se deformación para distintas fuerzas.

Para poder hacer esto, se calculará el modelo matemático del motor que hace que se abra y cierre la pinza. De ahí, con técnicas de sintonía de controladores se probará y simulará el comportamiento del sistema.

Cabe destacar que en el trabajo original se iba a implementar el lazo de control en el manipulador robótico. Sin embargo, debido al estado de alarma impuesto y que se hayan cerrado las universidades se ha llevado este trabajo a realizarlo más teóricamente.

5.1. Estudio del sensor de fuerza

Se va a explicar, caracterizar, calibrar y definir el rango de uso del sensor de fuerza para el posterior acople al robot. Estos sensores, generalmente, tiene una resistencia muy alta. Por eso, se necesitará un circuito acondicionador, con él se conseguirá una salida lo suficientemente grande para medir con precisión los cambios de tensión producidos por el cambio de resistencia del sensor. Así, se podrán obtener tanto la representación de la resistencia frente a la presión o fuerza que se le haga, sin necesidad del circuito acondicionador en este caso. Y, ya con el circuito, la curva de voltaje de salida para distintas fuerzas que se le apliquen.

El sensor es resistivo, es decir, cambia su valor de resistencia nominal según la fuerza que se le aplique en su área sensible. En esta área será donde interesa que se ejerza la fuerza o presión ya que es la zona que actúa como una galga, zona piezorresistiva. Como es sabido, la resistencia de un material tiene como fórmula

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Dónde ρ es la resistividad, l la longitud y S la sección.

Cuando se aplica una fuerza sobre el área sensible, esta se aplasta dando lugar a una mayor sección, S . Al aumentar el área por la deformación del estrés producido, se consigue disminuir la resistencia del sensor.

El esquema de la figura 20 muestra como sería un sensor como el que se ha utilizado en este proyecto, *Flexiforce Standard Model A201* [11]. El área sensible del sensor tiene un diámetro de:

$$\varnothing = 9.53mm$$

Entonces, se tiene que cuando el sensor está libre de carga, o sea, no haya ninguna fuerza actuando sobre él, este tiene una resistencia tan alta, un circuito abierto para la corriente. Luego, según se va aumentando la fuerza ejercida sobre él, su resistencia va disminuyendo, dejando así paso a la corriente. Se verá como cuando la fuerza es pequeña, el cambio de resistencia es muy grande. Sin embargo, cuando ya se llega a ciertos valores de fuerza, el cambio de la resistencia es muy pequeña en comparación.

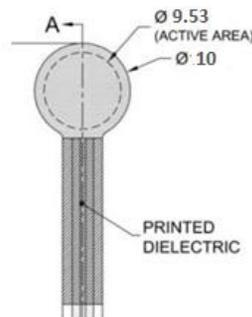


Figura 20. Esquema de un sensor de fuerza *Flexiforce A201*.

El proceso de medir la resistencia respecto la presión o fuerza que se le ha hecho es muy sencillo. Se han cogido distintos pesos y se han ido poniendo sobre la zona sensible del sensor con el mayor cuidado posible, es decir, que la pesa esté apoyando su peso sobre esta área y no se apoye en ningún sitio por fuera. Teniendo conectados ambos pines metálicos del sensor a un multímetro se ha medido la resistencia.

Se muestra en la figura 21 la respuesta del sensor para los distintos pesos. Se han elegido estos pesos ya que se abarca un amplio rango de fuerza y así poder ver bien la curva que caracteriza al sensor. Al principio, la resistencia disminuye notablemente, pero hay un momento, a partir de los 20Kg que la resistencia ya varía menos.

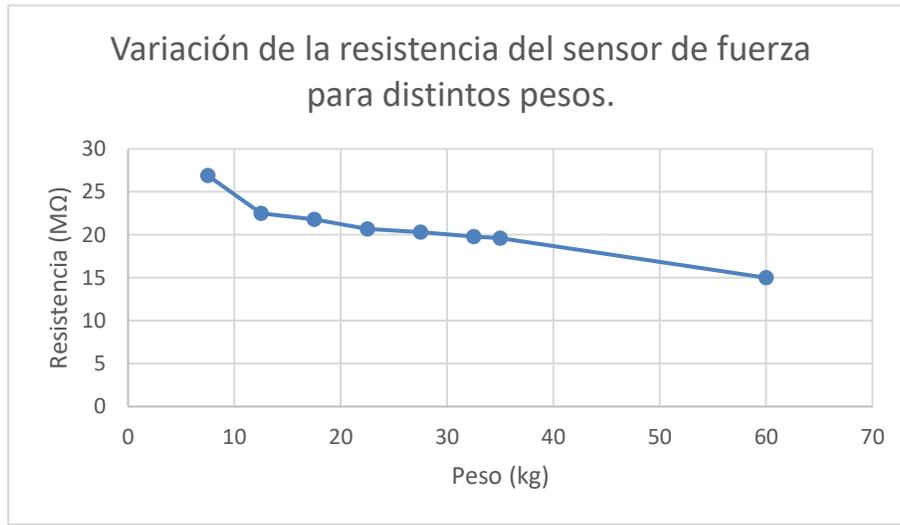


Figura 21. Cambio de la resistencia del sensor de fuerza sin ningún tipo de circuito acondicionador, de 7.5kG hasta un máximo de 60Kg.

Su resistencia es inversamente proporcional a la fuerza. La gráfica se asemeja a la función $f(x) = \frac{K}{x}$. Esto tiene sentido ya que como se ha dicho, la resistencia varía en función de su sección, siendo la resistividad y la longitud una constante K. A partir de 20Kg, la sección no se puede expandir tanto como al principio, de ahí que la resistencia disminuya cada vez menos.

En esta gráfica, debido a la baja resolución del multímetro, el peso más pequeño que es capaz de medir es de 7.5Kg. Debido a esta falta de resolución, la figura 21 no es muy precisa, pero se aprecia esa tendencia descrita.

Luego, su conductancia, la facilidad que da el material al paso de la corriente, ha de ser lineal.

$$G = \frac{1}{R}$$

Si se hace un análisis de la salida para la calibración, se va a ver como cuando aumenta la fuerza, mayor voltaje de salida dará ya que se opondrá menos al paso de la corriente.

Se monta el circuito de acondicionamiento de señal de la figura 22 tal y como se indica en la hoja de datos del sensor [11]. El objetivo de este circuito será medir el cambio de voltaje que se produce con distintas fuerzas. Se irán midiendo los valores de voltaje para distintos pesos dentro de un rango muy inferior al utilizado en la figura 21. Esos pesos estarán en un rango entre [0, 4]Kg o [0, 40] N ya que será la fuerza a la que la pinza del robot trabajará aproximadamente.

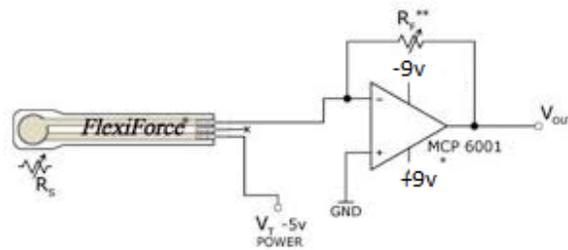


Figura 22. Circuito de acondicionamiento de señal utilizado para medir los cambios de voltaje del sensor de fuerza. [11].

Idealmente, la curva debería ser lineal, ya que para un voltaje cuando aumenta o disminuye la resistencia, el voltaje es proporcional a esa resistencia, la ley de Ohm.

$$V = R \cdot I$$

El amplificador operacional amplificará el voltaje medido en el sensor gracias en un factor que depende de sus resistencias:

$$V_{out} = -V_t \left(\frac{R_f}{R_s} \right)$$

Se obtiene así, la figura 23, donde se representa el voltaje de salida del circuito de la figura 22 respecto al rango de fuerza que se ha especificado.

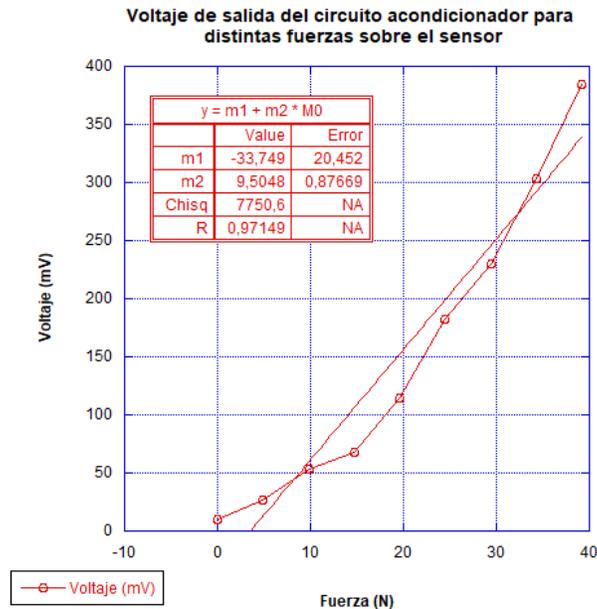


Figura 23. Tensión de salida del circuito acondicionador de señal de la figura 22 para distintas fuerzas y su función de transferencia lineal en mV.

Como se esperaba, se tiene un aumento de voltaje según se aplica más fuerza sobre el sensor. La forma ideal sería una recta que empieza desde cero y aumenta con una pendiente constante. No obstante, aquí se ve que los puntos varían un poco y se ha utilizado el método de los mínimos cuadrados para obtener la función de transferencia lineal del sensor.

Los valores de voltaje de este sensor varían en el multímetro, en torno a 20mV en cada medida, introduciendo así un error bastante alto. Se ve en la figura 23 que cuando no hay ninguna fuerza actuando sobre él, la salida es prácticamente nula (circuito abierto) y según aumenta la fuerza, mayor cantidad de voltaje se tiene. Para la aplicación de este trabajo, se utilizará relación lineal, que es:

$$y = 9.5 \text{ mV}/N - 33.75$$

Esto permitirá hacer un buen control de la pinza del robot a controlar dado que se tiene una respuesta bastante lineal del sensor.

Pero no es de interés toda la curva, entonces, se puede calcular la pendiente real del sensor si se calcula la fuerza justo en el sensor de fuerza. Teniendo el Par del servomotor, sacado de la hoja de datos [6], se puede calcular que fuerza hace el punto donde está el sensor de fuerza. Sabiendo que el eje del motor está a 9cm del área sensible del sensor,

$$3.1\text{kg} \cdot \text{cm} = 9 \cdot F$$

$$F = \frac{3.1\text{kg} \cdot \text{cm}}{9\text{cm}} 9.8 \text{ m/s} = 3.38\text{N} \quad (5.1)$$

Entonces, solo es de interés la primera parte de la curva, la cual tiene una pendiente de

$$K_s = 4.4 \text{ mV}/N \quad (5.2)$$

Además, gracias a la ecuación (5.1), se puede obtener el peso máximo de un objeto que puede aguantar la garra con la fuerza que ejerce. Este cálculo es simple ya que, por definición, 1 N es equivalente al inverso de la gravedad terrestre, luego podrá aguantar pesos de 345g. Sin embargo, no se ha tenido en cuenta debido a que el proyecto ha pasado a ser más teórico.

5.2. Pieza de sujeción del sensor de fuerza

Como se ha visto, se va a implantar un sensor de fuerza a la pinza del robot para su posterior control. La problemática con esto, es que el sensor y su respectiva circuitería no entran en la pinza que viene en el kit del robot, es muy estrecha. Por esto, se tiene que crear una pieza personalizada y añadirse a la pinza.

Luego, para la realización de esta tarea se utiliza el *software AutoDesk Fusion 360*, el cual permite crear cualquier tipo de pieza con relativa facilidad.

La función de esta nueva pieza no es más que asegurar que la fuerza en el sensor se haga en el área sensible y que haya sitio para todo el circuito. Originalmente, esta pinza cogía los objetos solamente con la punta de la pinza y no era suficiente para que el sensor pueda detectar presión o fuerza.

Entonces, se procede al diseño de la pieza. En la figura 24 se puede ver la vista desde la parte superior e inferior.

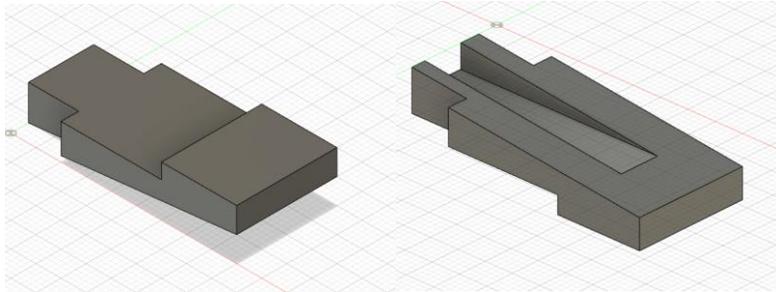


Figura 24. Vista superior e inferior de la pieza en *AutoDesk Fusion 360*.

Están creadas de forma que la parte que sobresale se pueda poner únicamente la parte sensible del sensor y que no se aplique fuerza en el resto del sensor (ver figura 20).

Esta pieza, al haber sido impresa en la impresora 3D, su masa no afecta apenas al movimiento del robot. La pieza de plástico tiene una altura y anchura máxima de 4.5 y 2 centímetros respectivamente, lo cual le da una masa despreciable comparativamente a la del robot.

5.3. Modelo matemático del motor de la pinza

Seguidamente se va a construir el modelo matemático del motor que gobierna la pinza a controlar. Para esto, se han utilizado distintos *softwares*, tanto de simulación como de instrumentación. Se tendrán que obtener señales analógicas del propio potenciómetro del servomotor para saber cómo se comporta el motor cuando se le envía una señal.

Modelar el motor matemáticamente permitirá hacer simulaciones del comportamiento de este sin miedo a que se pueda romper. Además, es mejor para coger datos ya que las herramientas con las que se simula dan datos específicos en gráficas, ayudando a la comprensión. El modelo matemático es un formulismo para expresar la relación de la salida con la entrada que permite estudiar el comportamiento de cualquier sistema complejo. En este caso concreto, el modelo matemático es la función de transferencia del sistema potenciómetro-motor, es decir, no se tiene en cuenta la ganancia del convertidor PWM-V, ecuación (4.1). Luego esta función relaciona directamente el voltaje que transforma el convertidor de entrada y da un ángulo de salida en función del voltaje.

5.3.1. Obtención de datos de la respuesta del motor

Como se ha explicado, los servomotores disponen de un potenciómetro para medir la posición del motor y saber la posición en todo momento. Entonces, se ha abierto el motor, el cual tiene una armadura de protección del circuito y se ha encontrado la salida del potenciómetro. Pinchando ese pin se ha medido el valor del voltaje, se obtiene la figura 25.

Como se trata de un potenciómetro, que es una resistencia variable, la salida ha de ser lineal. Tendrá un máximo y un mínimo para el rango completo de movimiento de 180 grados del servomotor. De esta forma, cubriendo el rango completo se observa cual es el rango de voltaje en el que trabaja el movimiento del motor. El rango de variación de voltaje va de 0.5 hasta 1.85 voltios para los ángulos de 180 y 0 grados, respectivamente.

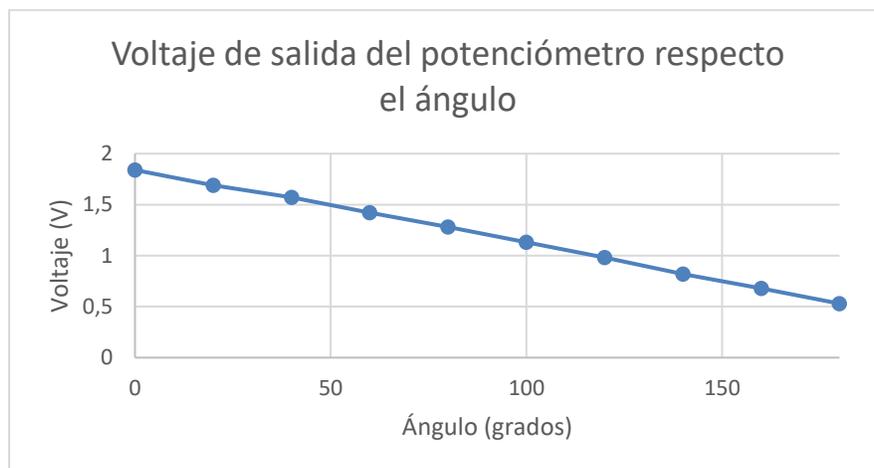


Figura 25. Voltaje de salida del potenciómetro, sensor de posición del motor, para su rango de movimiento.

Entonces, se demuestra que el potenciómetro da la posición angular traducida a voltaje. Saber esto es muy importante ya que ahora dependiendo el voltaje que se tenga de salida en el servomotor se podrá saber dónde se encuentra. Por lo tanto, se utilizará esta variable para analizar la respuesta del motor a una orden de movimiento y hacer un análisis de la función de transferencia del motor.

Para comenzar con el modelo matemático, se ha de hacer una tarea de adquisición de dos canales. Uno será para leer el valor del potenciómetro y el otro será una señal digital que ayude a ver los posibles retrasos de la respuesta del sistema. Creando un programa de adquisición de datos con la herramienta *LabVIEW*, se consigue obtener la respuesta del motor para una entrada *PWM* mandada desde *Arduino* para que vaya a un ángulo determinado, figura 26. Para la tarea de adquisición se utiliza una tarjeta de adquisición específica: *NI PCI-6024E*. Esta permite leer los datos que proporciona el potenciómetro y la señal digital que se crea con *Arduino* para detecta el flanco ascendente y comienzo de la señal del motor.

Se analiza la salida del potenciómetro y se ve la respuesta que tiene ante un cambio brusco en su rango completo de movimiento. Es decir, se empieza estando el motor en 180° y se desplaza hasta 0° con el flanco ascendente. Con el descendente, se irá de 180 a 0 grados. Esto se repetirá varias veces para ver que siempre se comporte igual o parecido.

Se obtiene la figura 26, en rojo la señal digital y en azul el voltaje del potenciómetro. El pulso digital de 5 voltios se usa para poder así calcular retardos y tiempos de reacción del motor.

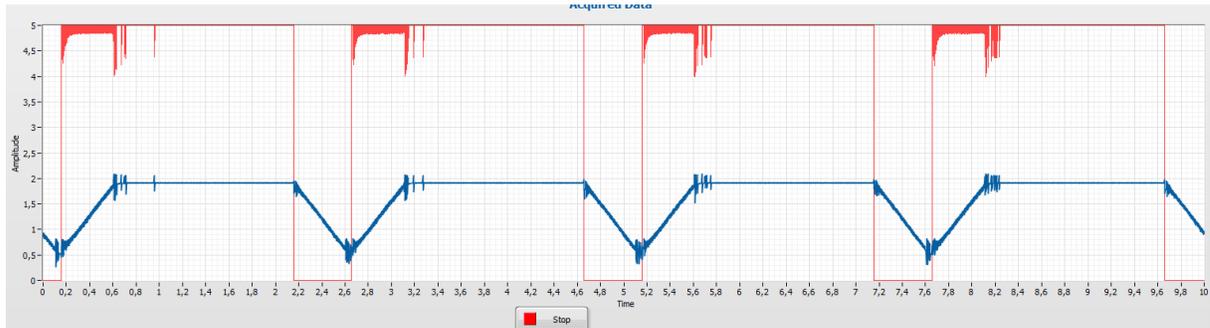


Figura 26. Respuesta del motor para la orden de ir primero a 180 grados y seguido a 0 grados.

Cuando se da el flanco ascendente el motor comienza a moverse hasta que llega a su valor de referencia y luego se mantiene hasta que haya otra orden. Este tiene un pequeño retraso que se ve en el zoom de la figura 27. El sistema es lineal, con ruido que le hace variar entorno al valor, hasta cierto punto. Lo que ocurre aquí, es que cuando se le manda la orden de ir a alguna posición, este da todo lo que tiene para llegar lo antes posible a su destino, luego se tiene una velocidad y pendiente constante. Esto es debido a que el motor cuando arranca satura la señal de control para dar el máximo de forma que llegue lo antes posible. Cuando está cerca del objetivo el sistema interno del motor da la orden para que vaya frenando, de ahí que al final haya una curva. Al principio ocurre lo mismo, pero en vez de frenando, acelerando. Se ha cogido una respuesta cualquiera ya que era todas iguales, únicamente diferían en el ruido que se crea en la recta. En cuanto al tiempo de respuesta y voltaje de salida, son completamente iguales. Es un sistema muy rápido, tarda 0.55 segundos en llegar al permanente sin reboses ni error en el permanente.

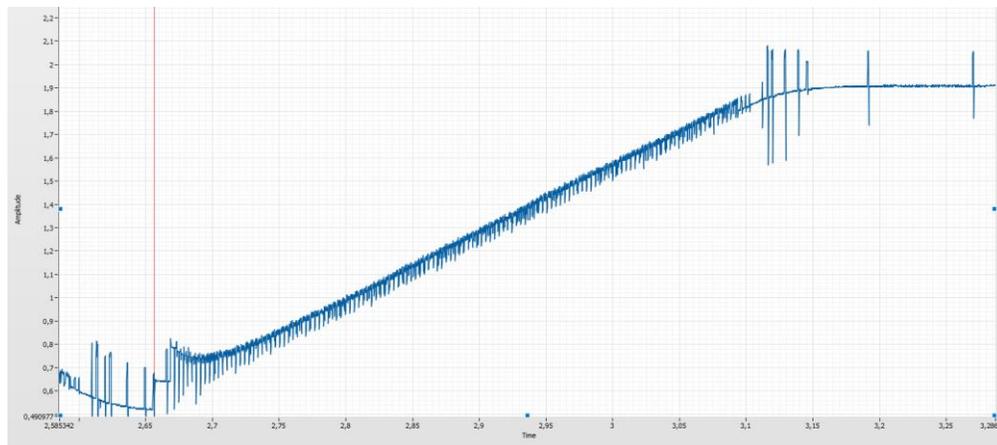


Figura 27. Respuesta del motor para pasar del ángulo de 180 grados a 0 grados, zoom de la figura 26.

5.3.2. Modelo matemático

Entonces, con estos datos y con la ayuda del material dado en la asignatura Control Automático II [12] se calcula el modelo. Se usan los datos de la figura 27 ya que es una versión más detallada de la figura 26, con la cual se podrán sacar los parámetros con más precisión. Estos métodos de sintonía no son siempre precisos, pero al menos nos permite tener un inicio para luego ajustar más finalmente. Son medidas basadas en medidas en tiempo o frecuencia del sistema a controlar y hay varios métodos de sintonía: Ziegler-Nichols, método relé, reglas MIGO y AMIGO, Tyreus-Luyben, etc. Todas estas técnicas de sintonía ajustan los valores del controlador PID, unos más agresivos y otros más suaves, pero con la misma finalidad de controlar el sistema con facilidad.

Utilizando el método de sintonía Ziegler-Nichols mejorado con parámetros KLT [12], se obtienen los siguientes como se ve en la figura 28.

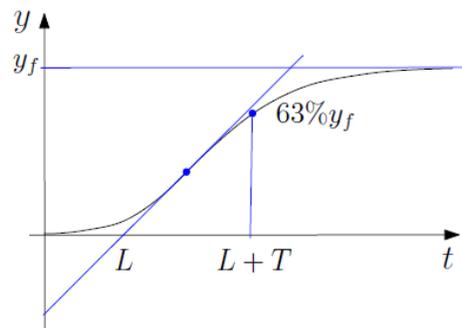


Figura 28. Método de obtención de los parámetros KLT del sistema a controlar. [12].

Cogiendo dos puntos de la adquisición se consigue la pendiente de la curva,

$$K_v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1.23047 - 1.22314}{1.39836 - 1.397027} = 5.4989$$

A partir de este valor de la pendiente, se obtiene que $L = 0.013$, $K = 1.43$ y $T = 0.14$.

Como se ha dicho, estos parámetros son una aproximación. Por esto, cuando se simula el modelo con estos parámetros de sintonía, el sistema no es exactamente el real, luego se ha modificado cuidadosamente hasta llegar a uno que sea más parecido. Finalmente, tras varias simulaciones de prueba se obtiene que los valores, son: $L = 0.013$, $K = 1.35$ y $T = 0.12$.

Dando así, el modelo matemático para el servomotor que va a controlar la pinza.

$$G(s) = \frac{1.35 V}{1 + 0.12s} e^{-0.013s} \quad (5.3)$$

Como se ha dicho, la entrada del sistema completo del servomotor será un ciclo de trabajo mandado desde *Arduino* y como salida será una posición angular en función de voltaje. En este caso (5.3), es la función que describe el lazo de control del servomotor compuesto por un potenciómetro, un comparador y el propio motor. Hay que tener cuidado, ya que esta planta, sus ejes de referencia está cogidos positivos cuando el motor va de 180 a 0 grados. Como se ve en la figura 26, cuando va de 0 a 180 grado, la señal disminuye su voltaje. La respuesta del motor es la misma pero el signo

contrario. Para esta planta no se ha tenido en cuenta el *offset* de 0.5 voltios, ya que es propio del potenciómetro y no afecta a la respuesta del motor a la estimulación de entrada.

5.3.3. Validación del modelo matemático

Entonces, simulamos este nuevo modelo con la herramienta *Simulink* de *MatLab*, figura 29. Para ello se genera una entrada escalón con un retardo de 0.013 segundos que se aplica a la planta del motor. La medida se hace en lazo abierto, luego se obtiene la respuesta inmediata a una estimulación.

La respuesta general del modelo se ve en la figura 29. Se tiene un modelo, (5.3), muy bueno y similar al real. Este, sin embargo, es un poco más lento. Aun así, es muy preciso y se ha elegido así ya que es el modelo más parecido que se puede conseguir. Se podrían elegir otros valores de *KLT*, pero estropearía el modelo ya que si se quisiera más rápido su valor final en el permanente sería mayor. O si lo se quisiera más preciso el valor final, el sistema tardaría más en llegar al valor final.



Figura 29. Esquema de control en lazo abierto de la planta del servomotor en *Simulink*.



Figura 30. Simulación de la figura 29, del modelo matemático del servomotor señalizando los puntos $y_{t=0.55}$ y y_f .

Si se analizan los puntos importantes, el valor final para un tiempo de 0.55s y el 63% del valor final, se tiene que, comparativamente a la respuesta real los siguientes valores:

$$0.63y_f = 0.855$$

$$y_{t=0.55} = 1.337$$

$$y_f = 1.35$$

Luego los valores son muy aproximados a los reales. Se da así por válido el modelo para realizar simulaciones del lazo de control de fuerza que ejercerá la pinza del robot. Los cálculos que se han hecho para este modelo han sido realizados con uno de los pulsos aleatorios de la figura 26, pero sirven para cualquiera de los pulsos que se puedan obtener ya que son siempre iguales o casi iguales. Solamente cambia algunos de los picos generados por el ruido.

Si se coge cualquier otra respuesta, figura 31⁴, se ve el mismo tiempo de respuesta, valor final y comportamiento.

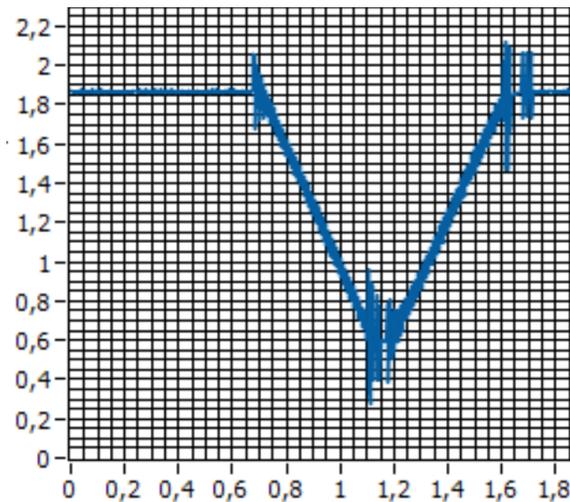


Figura 31. Respuesta del motor para el movimiento de 0 a 180 grados y después, seguido, de 180 a 0 grados.

Como se ve, el tiempo de respuesta es también de 0.55 segundos, valor final de 1.85 voltios y 0.5 voltios de mínimo.

⁴ La resolución de esta figura es peor debido a que no se ha podido volver al laboratorio y es lo que había guardado.

5.4. Relación ángulo-fuerza

La salida del servomotor es un ángulo en función del voltaje, ver figuras 26 y 27. No obstante, lo que se quiere controlar es la fuerza, así que se tiene que conseguir una función que relacione la posición angular del servomotor, con la fuerza aplicada sobre el objeto que esté en medio.

Se estudiarán 3 materiales distintos: uno blando, otro intermedio y uno que sea duro. Así, el blando tendrá una deformación mayor y, los materiales más duros, se deformarán menos y la pinza se cerrará menos llegando rápidamente a la fuerza de referencia. Se verá la elasticidad de estos materiales y se determinará una constante elástica para cada uno gracias a la ley de Hooke y a la elasticidad, módulo de Young, de cada material, que relaciona la deformación con la fuerza que se le aplica.

5.4.1. Aplicación de la ley de Hooke y módulo de Young

La ley de elasticidad de Hooke dice que el alargamiento, x , que experimenta un cuerpo que es elástico es directamente proporcional a la fuerza que se le aplica, F , dividido por una constante de elasticidad propia de cada material. Se tiene así la ley de Hooke:

$$F = kx$$

El servomotor, cuando se está moviendo ejerce una fuerza constante hasta la posición que se desea, la referencia. Si no se encuentra nada de por medio, llega a su referencia sin problema alguno y se para, deja de hacer fuerza a menos que haya una fuerza inversa para intentar oponer el movimiento. Si hay un objeto en medio cuando se manda cerrar la pinza, este no llega a su posición final, de forma que cuando se encuentra con el objeto, aplica un poco más de fuerza para intentar llegar a su referencia. Si no lo consigue, cede y se queda quieto en el punto más cercano a la posición, es decir, hace la fuerza máxima sobre el objeto y si no puede se mantiene en la posición más cercana a la referencia.

De esta forma, si se tiene un objeto blando, la posición angular final de la pinza está más cerca de la referencia, es decir, está más cerrada. Así que la diferencia angular es menor que cuando se coloca un objeto duro. Como se ve en la figura 32, el objeto blando es aplastado y si diferencia angular respecto de la referencia (color rojo) es menor.

$$\Delta\theta_1 < \Delta\theta_2$$

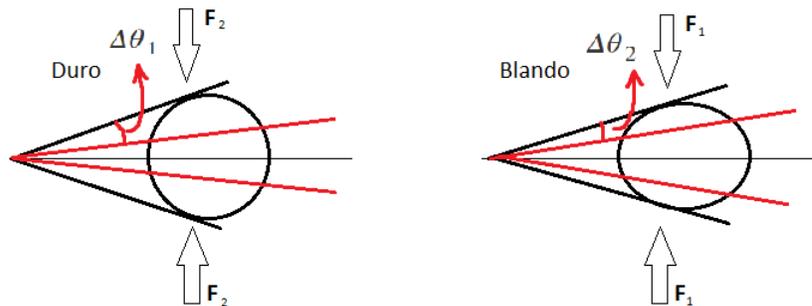


Figura 32. Representación de la pinza con un mismo ángulo de referencia y dos objetos distintos. El rojo es la referencia y el negro es la posición actual de la pinza.

Esto es igual que aplicar la ley de Hooke sobre un muelle, pero sobre un material, se le aplica una fuerza y, el objeto, se aplasta o deforma. Esta ley tiene una variante para ver la deformación que sufre el material dependiendo del esfuerzo que se le haga. A esto se le llama módulo de elasticidad o módulo de Young y tiene la siguiente forma:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Donde E es el módulo de Young, σ es el estrés o fuerza por unidad de área y ε , la deformación. Además, se ve que

$$\sigma = \frac{F}{S} = E \cdot \varepsilon$$

Luego, $\varepsilon = x$ y $S \cdot E = k$:

$$F = S \cdot E \cdot \varepsilon = k \cdot x$$

La pinza se sabe que hará una fuerza en su extremo, donde está el sensor, de $F = 3.38N$ como ya se ha calculado. Si se añade a este cálculo el área sensible del sensor, se tiene una fuerza por unidad de área de

$$\sigma = \frac{3.38N}{(0.00468m)^2 \cdot \pi} = 4.74 \times 10^4 N/m^2 \quad (5.4)$$

Así, dependiendo del material que se ponga, lo deformará más o menos. Entonces, primero habrá que elegir los materiales.

5.4.2. Estudio de los materiales

Se van a estudiar los tres materiales que van a dar los parámetros para la conversión de ángulo-fuerza. Para caracterizar estos materiales se usa el módulo de Young. Este parámetro caracteriza el comportamiento elástico del material al que se le ha aplicado una fuerza o estrés y se conoce por la letra E y se mide en unidades de presión, Pa (pascal).

Los materiales a estudiar serán:

- Material duro: Acero, $E = 1.57GPa$. [14]
- Material intermedio: Caucho, $E = 5.2 Mpa$. [15]
- Material blando: Látex, $E = 706kPa$. [16]

Todos los materiales tienen un comportamiento parecido ante estrés aplicado. Es decir, tienen primero un comportamiento elástico, luego plástico y finalmente llegan al punto de ruptura y se rompen. En la figura 33, se ve muy bien este comportamiento de los materiales.

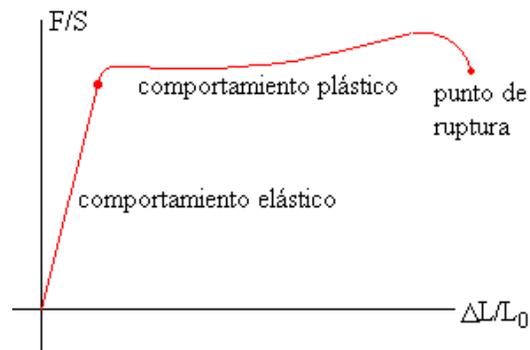


Figura 33. Deformación del acero en función del estrés sometido. [13].

Como se ve, cuando se le aplica una fuerza lo suficientemente grande, este tiene comportamiento elástico, luego si se deja de ejercer la fuerza este vuelve a su sitio. Hasta que llega a cierto punto donde esta elasticidad desaparece y obtiene un comportamiento plástico deformándose para siempre y no retornando a su forma inicial. Esto ocurre hasta que ya no puede más y se rompe. Todos los materiales tienen un límite elástico, que será cuando empiezan a comportarse plásticamente. En este trabajo interesa la parte elástica, no solo porque no se quiere estropear el objeto, sino porque el manipulador robótico no tiene tanta fuerza como para deformar los objetos.

5.4.2.1. Acero

Este material será el más duro de los tres. Su módulo de Young es tan grande que lo hace un material poco flexible y que tiene muy poca elasticidad. De hecho, es tan duro que la pinza no podrá ni deformarlo mínimamente. El módulo de Young para el acero aleado es de aproximadamente $E = 1.57GPa$, necesitando así una fuerza o estrés muy grande para deformarlo. En la figura 34 se ve como se necesita un esfuerzo demasiado grande en comparación a la que puede hacer el manipulador, (5.4).

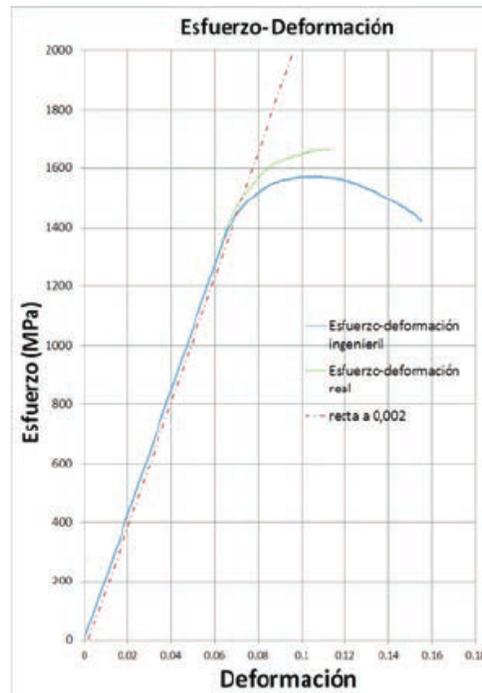


Figura 34. Deformación unitaria en m/m del acero para distintos esfuerzos. [14]

Como no conseguirá deformarlo, el sistema llegará a la fuerza deseada antes, aplicando una menor tensión de control. Con el acero, la diferencia angular respecto a la de referencia, pinza cerrada, será la mayor. En cambio, llegará el primero a la fuerza de referencia.

5.4.2.2. Caucho

En cuanto al material de elasticidad intermedia se tiene el caucho. Este no tiene un módulo de Young tan alto como el acero, que para el manipulador será imposible deformar. Este tiene un módulo de elasticidad menor, alrededor de

$$E = 5.2 \text{ Mpa}$$

La figura 35 muestra la deformación de dos tipos de cauchos, IAN 873 y FX 3864. Será el primero de los dos el que se use en este trabajo. Este se deformará más que el acero, pero no tanto como el látex que es muy elástico.

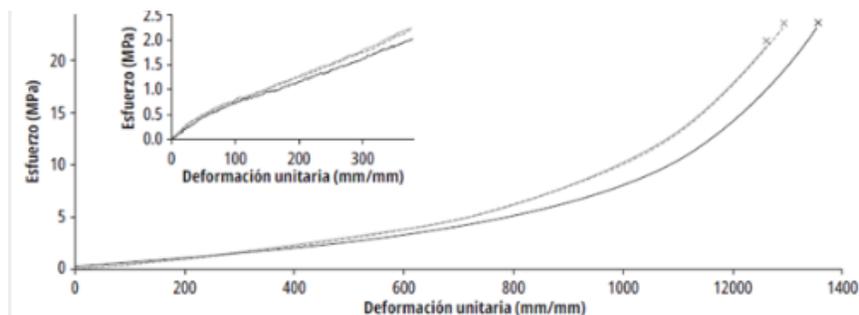


Figura 35. Deformación unitaria en mm/mm para dos cauchos y distintos esfuerzos. [17].

Entonces, la fuerza tardará más en llegar a la de referencia que el acero ya que primero ha de deformar un poco el material.

5.4.2.3. Látex

Por ejemplo, un material muy blando y maleable es el látex. Su módulo de Young es muy pequeño ya que este material se estira con mucha facilidad, es muy elástico. Luego, a pequeños esfuerzos sufrirá deformaciones considerables. El módulo de Young para el látex de los preservativos es obtenido de [16], y es:

$$E = (706.00 \pm 25.11)kPa$$

Además, se tiene la figura 36, donde se muestra la deformación que sufre este látex para un cierto esfuerzo. Se tiene que, para esfuerzos muy pequeños, unas deformaciones ya apreciables, de forma que el esfuerzo que hace el manipulador, calculado en (5.4), deforma considerablemente el material.

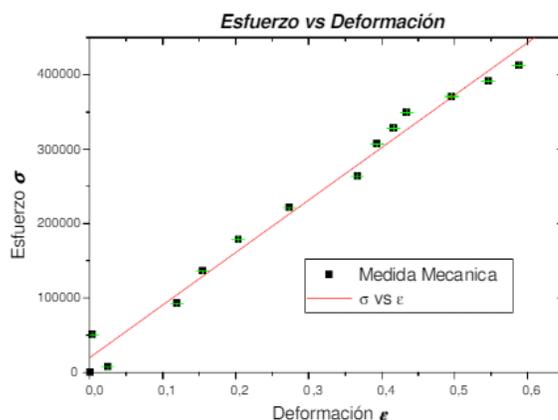


Figura 36. Deformación unitaria en m/m del látex de los preservativos sometidos a un esfuerzo mecánico medido en N/m^2 . [16].

Puesto que este es el material más elástico, la fuerza tarda más que ninguna otra en llegar a la referencia, haciendo así una señal de control mayor que todas las demás.

Así, una vez obtenida la elasticidad de cada material, se ponen en conjunto para poder comparar en la figura 37. Como se ve, para el acero se necesitan esfuerzos demasiado grades para para crearle una deformación apreciable y medible con las herramientas que se tienen. Sin embargo, para el caucho y para el látex la deformación es apreciable. Luego para estos materiales blandos, se tardará más en llegar a la fuerza de referencia, teniendo así que crear controladores más agresivos para ellos.

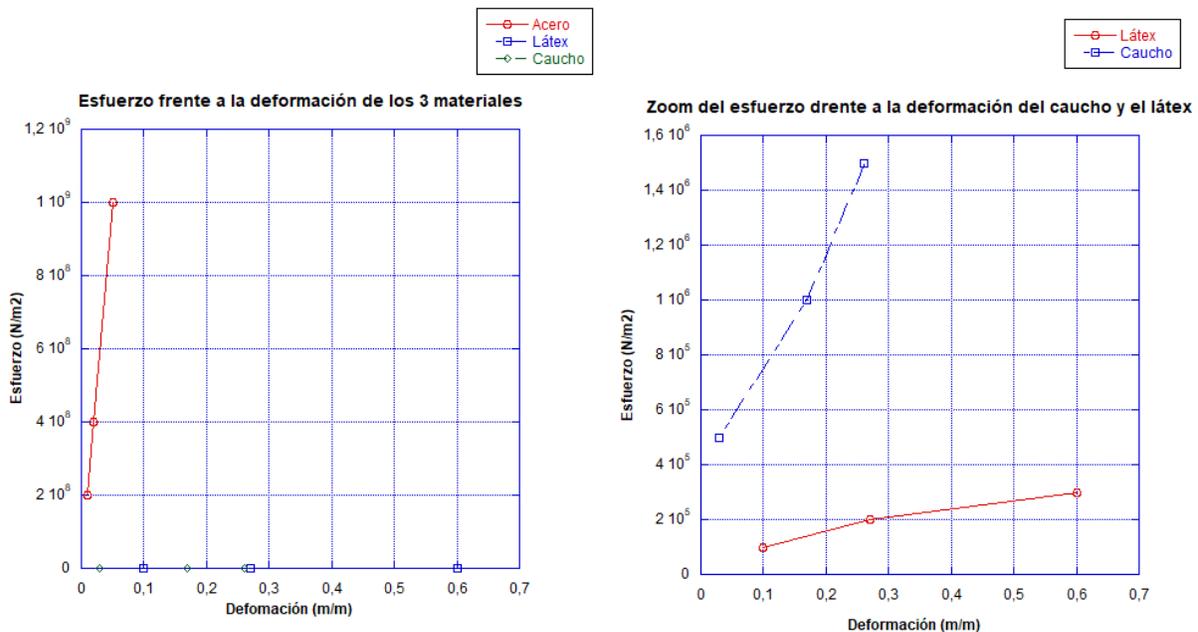


Figura 37. Esfuerzo que hay que aplicar a los materiales para conseguir una deformación. A la izquierda se tienen las tres y a la derecha únicamente el látex y caucho ya que no se ve la diferencia en el que está el acero.

5.4.3. Conversión ángulo-fuerza

Entonces, ahora se tiene que crear la función o funciones que conviertan la posición angular del servomotor en la variable a controlar, en fuerza. Para esto se usará la ley de Hooke y el módulo de Young que se ha estudiado previamente, definiendo con estos una recta de pendiente constante, la cual dará el cambio de posición a fuerza.

Se define entonces el lazo de control, figura 38. Donde ya se va a ver un esquema definitivo del lazo de control de fuerza. Como se ve, la referencia es la fuerza que va a ejercer la pinza de forma que se pasará a voltios para que esté en concordancia con la magnitud proporcionado por el sensor.

Se calculará el error, que irá directamente al controlador. Una vez pasado el controlador irá directamente al motor haciendo que se mueva hasta cerrarse o abrirse. La salida hay que convertirla de forma adecuada, entonces, para poder aplicar la ley de Hooke correctamente se debe convertir el movimiento angular de la pinza en el movimiento lineal del extremo de la misma que está en contacto con el material. El lazo de control se cerrará con el sensor, que medirá la fuerza aplicada sobre el objeto proporcionando una tensión proporcional a la misma.

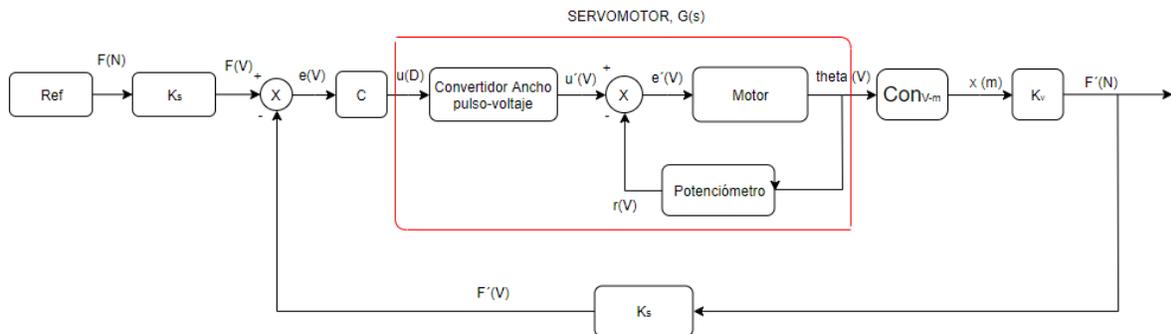


Figura 38. Esquema del Lazo de control final para el control de fuerza del manipulador robótico.

Se procede así, con trigonometría a calcular cuantos metros se deforma una pieza por cada grado recorrido por la pinza del manipulador. Con unos simples cálculos geométricos, ver figura 39, se calcula el lado de una porción de un círculo, es decir un segmento de 1 grado de la circunferencia que haría la pinza.

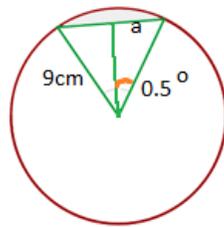


Figura 39. Representación de los datos cogidos para calcular la recta que une dos puntos de la circunferencia en un segmento de un grado de amplitud.

Queda entonces,

$$a = \sin(0.5) \cdot 0.09 \cong 0.0008m$$

Luego, por cada grado, el material se deformará

$$b = 2 \cdot a = 0.0016m/\circ$$

Pero aún se tiene que obtener cuantos metros se desplaza para cada voltio. Con unos simples cálculos se obtiene que para cada voltio el motor se mueve 133 grados, es decir,

$$con_{v-m} = 0.0016 \text{ m/}^\circ \cdot \frac{133^\circ}{1V} = 0.21m \quad (5.5)$$

Una vez obtenida esta relación, ya se puede empezar a calcular los distintos valores para convertir la deformación que se le ha hecho al material en fuerza. Como se tienen 3 materiales distintos, estos factores de conversión también serán tres. Asimismo, se sabe que la pinza para 10° está completamente abierta y 73° cuando está cerrada (valores fijados del *Braccio*), luego se tiene que como máximo la pinza tiene una apertura de 11cm.

Para esto, se utilizan los módulos de Young multiplicado por la sección del área sensible del sensor para cada material escogido. Se tiene que: $k_a = 1.1 \times 10^5 \text{ N/m}$, $k_c = 357.8 \text{ N/m}$ y $k_l = 48.6 \text{ N/m}$.

Estos valores son la pendiente de la recta de las figuras 34, 35 y 36 multiplicado por el área sensible. De esta forma, cuando ya se agarre la pieza y se tenga el ángulo de la pinza, será posible hacer la conversión de uno a otro sin problema alguno, simplemente multiplicando por este valor de k a la posición actual del motor.

Se procede ahora al punto final del diseño del lazo de control, el controlador.

5.5. Controlador:

Se van a estudiar 3 controladores distintos, uno para cada material. Sin embargo, primero se va a ver la estabilidad del lazo. Se va a obtener el lugar de las raíces del sistema, luego para ello se necesitan los polos de sistema en lazo abierto, ecuación (5.6). La función de transferencia en lazo abierto, es:

$$G_{LA}(s) = G(s) \cdot Con_{v-m} \cdot K_v \cdot H(s) = \frac{0.00017}{0.12s + 1} k_v \quad (5.6)$$

Siendo k_v , la constante del material. Esta función solamente tiene un poco real y negativo. Ese polo es, $s_1 = -8.33$.

Luego se tiene un sistema de primer orden con un polo real y negativo. Esto quiere decir que como no hay ningún cero, el sistema será estable para cualquier valor de la constante proporcional. Sin embargo, cuanto más lejos se esté del polo, más oscilatorio será la respuesta del sistema. Luego, por ejemplo, en la figura 40 se tiene el lugar de las raíces para el látex.

Cabe destacar que este sistema, debido a la saturación pasa a ser un sistema no lineal y cuando se aumenta mucho la constante proporcional tiende a la inestabilidad. Esto se debe a que la señal de control es tan grande que no llega al motor y llega como máximo a los niveles del saturador enviando una señal errónea que no corrige al sistema. Es como un sistema digital con un periodo de muestreo demasiado pequeño.

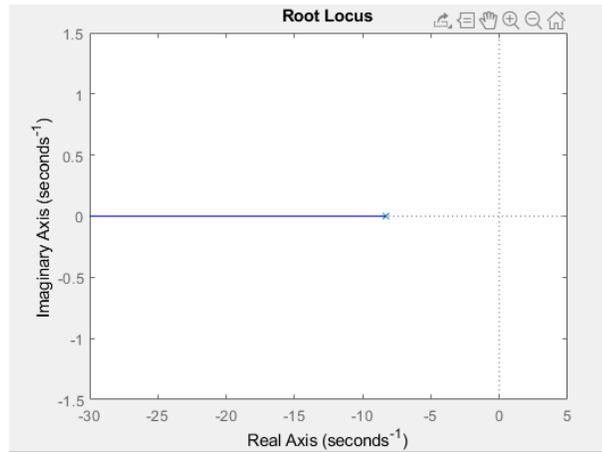


Figura 40. Lugar de las raíces del sistema en lazo abierto para el látex, evolución del polo en lazo cerrado.

Entonces, se procede ahora a la creación de un controlador PI, es decir, solamente se tendrá parte proporcional y parte integral, la suma de las ecuaciones (4.2) y (4.3). El sistema tiene muy buen transitorio, pero tarda mucho en llegar al permanente, así que se concluye que no es necesario añadirle parte derivativa. Se procede al ajuste de los parámetros del controlador. Para los tres materiales será el mismo proceso, solo que cambiarán los valores del controlador. Por eso, se realizarán los cálculos para el caso del látex y luego se presentan los demás controladores.

Para el diseño del controlador, escogemos un nuevo polo en el punto $s_1 = -12 + 11i$. Este punto se ha elegido aplicando los criterios de rebose de 5%, tiempo de pico de 0.1s y un tiempo de establecimiento de 0.3s. Entonces, para calcular los parámetros del controlador se utilizan las condiciones del argumento y el módulo de la función de transferencia en lazo abierto del sistema.

$$\text{Arg}(PI_l(s_1)G(s_1)H(s_1)) = \text{Arg}(\alpha + s_1) + \text{Arg}(G(s_1)H(s_1)/s_1) = 180^\circ$$

$$\text{Arg}(G_{LA}(s_1)) = \text{Arg}\left(\frac{0.0091}{s_1(1+0.12s_1)}\right) = 114^\circ = 1.99\text{rad} \rightarrow \text{Arg}(\alpha + s_1) = \pi - 1.99 = 1.15\text{rad}$$

Luego,

$$\alpha = \frac{\tan(1.15)}{\text{Im}(s_1) - \tan(1.15) \cdot \text{Re}(s_1)} = 0.059 \rightarrow c'(s) = \frac{1 + 0.059s}{s}$$

Se calcula con la condición del módulo la constante proporcional:

$$K_p = \frac{1}{|G_{La}(s_1) * c'(s_1)|} = 3464.9$$

Así, finalmente, se obtiene el siguiente controlador PI:

$$PI_l(s) = \frac{229.7s + 3885.5}{s} \quad (5.7)$$

Se crea con *Simulink* el lazo de control de la figura 41 y se ve la respuesta del sistema con el controlador diseñado.

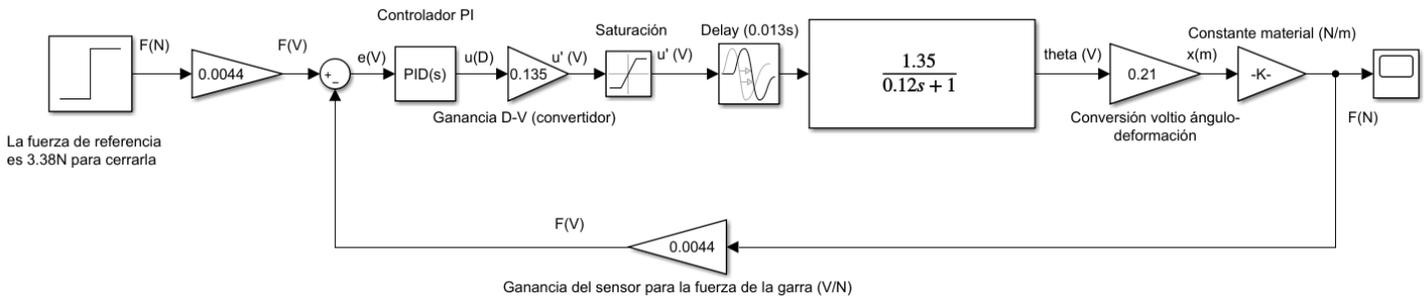


Figura 41. Lazo de control utilizado para la resolución del control de los 3 materiales.

Para el primer caso, se tiene el látex. Como ya se ha dicho, la constante de este material será $k_l = 48.6 \text{ N/m}$. La función de transferencia en lazo abierto, con el controlador $\text{PI}(s)$ para los tres materiales es:

$$G_{LAPI}(s) = \frac{31.8 + 1.88s}{s + 0.12s^2} \quad (5.8)$$

Como se ha metido un cero y un polo, el lugar de las raíces también ha cambiado. Ahora, como se ve en la figura 42, los polos en lazo cerrado irán por una rama que tiene polos complejos conjugados, cuanto más se acercan al cero, más rebose y oscilaciones tendrá el sistema. Si no existiese el cero introducido por el $\text{PI}(s)$ o estuviera muy alejado, para el polo s_1 , se tendría un rebose del 3.23% tal y como indica el lugar de las raíces.

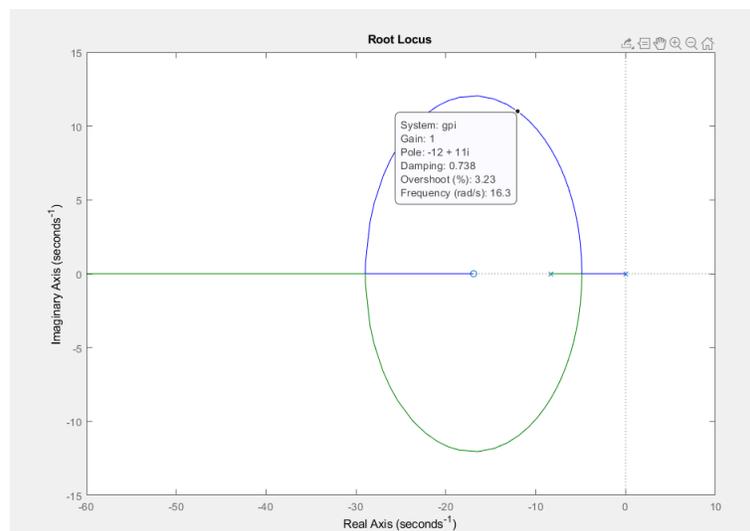


Figura 42. Lugar de las raíces de la función de transferencia en lazo abierto del sistema con el controlador $\text{PI}(s)$.

Se procede a crear el controlador PI(s) para el caucho. El lazo de control es el mismo que en la figura 41 y el método de diseño del controlador también. Entonces, ahora se calcula el módulo y argumento de la función de transferencia en lazo abierto con $k_c = 357.8 \text{ N/m}$. Esto da un controlador integral de la siguiente forma:

$$PI_c(s) = \frac{31.2s + 527.8}{s} \quad (5.9)$$

Finalmente, se calcula el control integral para el acero. Al igual que antes, se realiza el mismo proceso para el diseño cambiando la constante del material. Ahora será $k_a = 1.1 \times 10^5 \text{ N/m}$. Se tiene que el controlador, es:

$$PI_a(s) = \frac{0.1s + 1.71}{s} \quad (5.10)$$

Así, se tienen los tres controladores para el sistema. Con estos controladores, se consigue la función de transferencia de lazo abierto obtenida en (5.8) y la función de transferencia de lazo cerrado, que se necesitará para la simulación, queda de la siguiente forma:

$$G_{LC}(s) = \frac{235.56 + 13.93s}{235.56 + 14.93s + 0.12s^2} \quad (5.11)$$

Luego, si se calcula la respuesta del sistema para los tres materiales, se obtiene la figura 43. Donde aparecen marcados el tiempo de pico y el tiempo de establecimiento. Aclarar que, la simulación comienza cuando la pinza empieza a tocar el material, es decir, el $t=0$ es cuando la pinza empieza a apretar y ejercer fuerza sobre el material que tenga en medio.



Figura 43. Simulación del lazo de control de la figura 41 para el látex, se tiene el eje X en segundos y el eje Y en unidades de fuerza (N).

Esta respuesta tiene un rebose del 13%, un tiempo de pico de 0.16s y un tiempo de establecimiento de 0.29s. Los tiempos son los que se han exigido para realizar el diseño del controlador. Sin embargo, el rebose es un poco más del doble el doble. Como ya se ha dicho, al introducir un cero con el controlador el rebose se verá aumentado. Si se intentase conseguir un tiempo de pico menor, habría que aumentar la ganancia proporcional. Esto trae consigo un sistema bastante oscilatorio que en muchos casos puede llevar a la desestabilización del sistema (por el saturador tal y como se ha dicho anteriormente).

Entonces, se sacrifica algo de rebose consiguiendo un sistema muy rápido. Se elige así ya que no ocurrirá nada si la pinza se pasa un poco de fuerza o aprieta rápido, no es lo suficientemente fuerte como para llegar a romper o deformar los materiales elegidos. Sin embargo, esto no siempre va a ser así. Si por ejemplo se tiene un huevo, se necesitará un sistema sobreamortiguado, que vaya apretando poco a poco sin ningún tipo de rebose, luego se tendrá que diseñar el controlador con un rebose lo más pequeño posible y un tiempo de pico y establecimiento mucho mayores.

El lazo por completo está en tiempo continuo. No obstante, el *Arduino* es un sistema digital, luego lo apropiado sería discretizar el controlador para implementarlo. En este caso, como la dinámica del sistema no es excesivamente rápida, décimas de segundo, en comparación al periodo de muestreo del microcontrolador, milésimas de segundo, no habrá problema en la discretización. Así, como una posible línea futura, sería ver si la dinámica del sistema es mejor en el tiempo discreto.

Para concluir, se van a ver las señales de control de cada material. Esto es importante ya que indicará qué voltaje le mandará el controlador al servomotor para mover la pinza, se obtiene la figura 44. Aquí se ve como la pinza al principio se va cerrando, luego se pasa un poco y, finalmente, se abre hasta llegar al valor final.

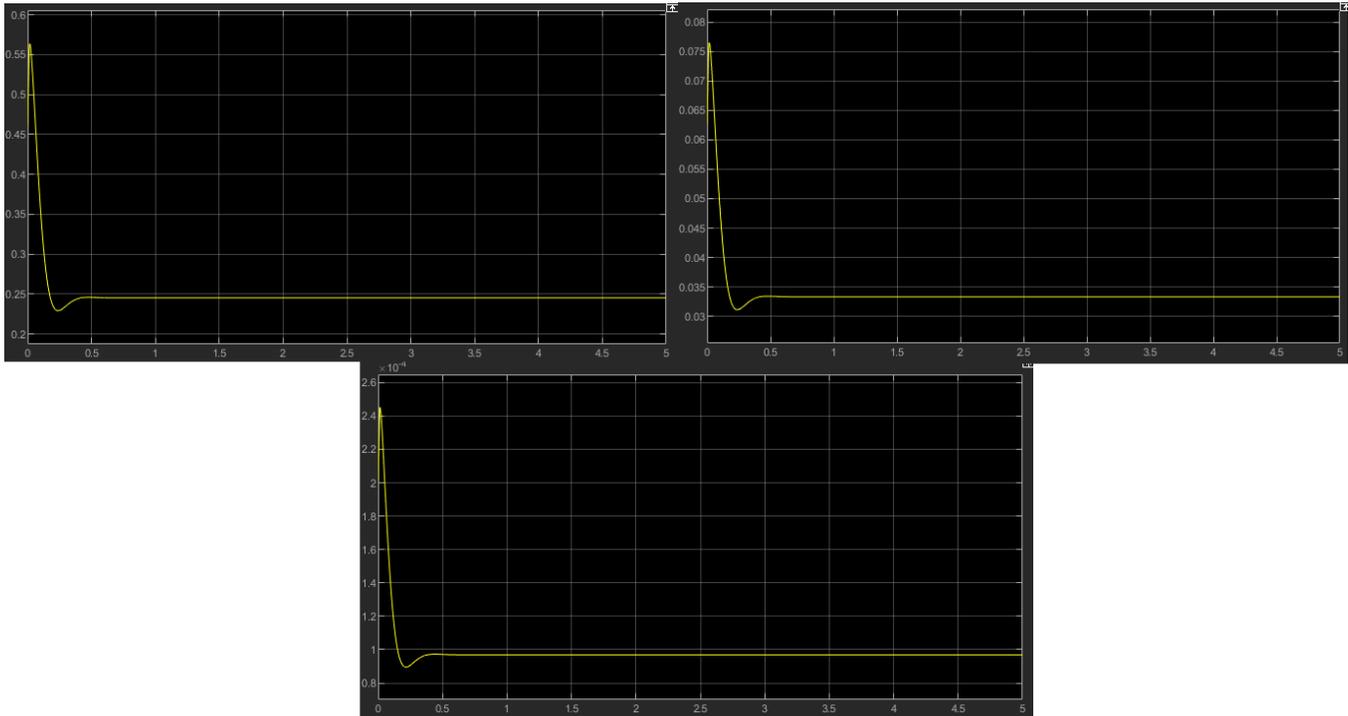


Figura 44. Señales de control para el lazo, señal $u'(V)$. Arriba a la izquierda el látex, a la derecha caucho y acero debajo. El eje Y en voltios (V) y el X en segundos (s).

Viendo la figura 44, se puede apreciar que cuando se tiene el acero entre las pinzas la señal de control es casi nula. Esto tiene todo el sentido ya que cuando agarra el acero, no importa que fuerza haga, que no podrá deformarlo ni un mínimo, luego llegará a la fuerza de referencia de inmediato. No obstante, ocurre que cuando el material es más blando, este es deformado, enviando así un voltaje mayor al servomotor ya que tardará más en llegar a la fuerza de referencia.

Se puede ir aún más lejos en el análisis del sistema. Se puede ver cuánto se deformará el material cuando se le aplique la fuerza. Si se observa la figura 45, se tienen unos valores de deformación que concuerdan con la realidad. Cuando esté el látex de por medio, la deformación que sufrirá este material será de 7cm que, en grados, la pinza se cerraría $0.07\text{m} \cdot 1^\circ / 0.0016\text{m} = 43.7^\circ$. Es decir, la pinza se cierra algo más de la mitad (totalmente cerrada, como ya que ha dicho es de 73°).

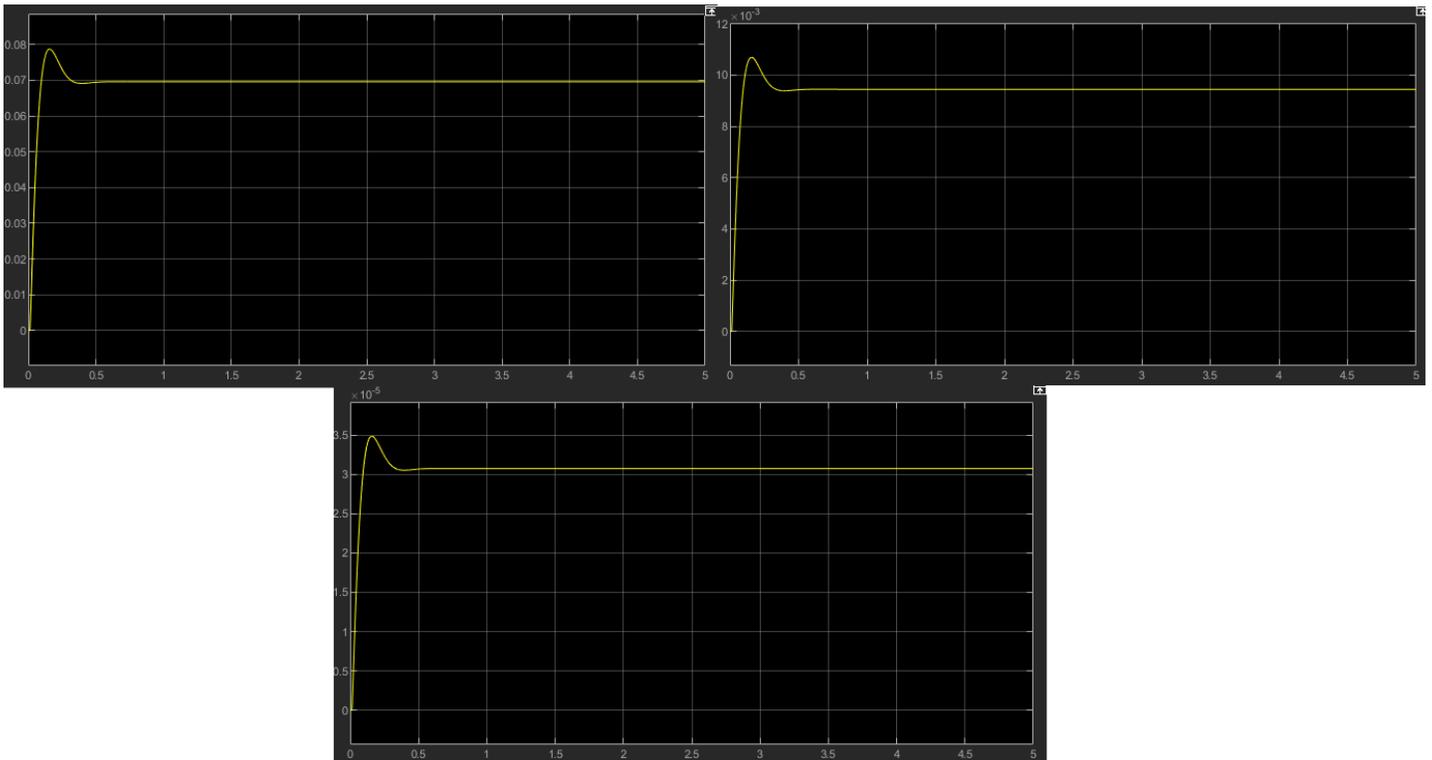


Figura 45. Deformación del material, señal x (m). Arriba a la izquierda el látex, a la derecha caucho y acero debajo. El eje Y en voltios (m) y el X en segundos (s).

En cambio, cuando se meten los materiales más duros la deformación, lógicamente, es más pequeña. Cuando se aprieta el caucho su deformación es de 9 mm o 5.6° . Y, cuando se tiene el acero de por medio, la deformación es inapreciable al ojo humano, $31\mu\text{m}$ o 0.019° .

Así, se ha conseguido un sistema en lazo cerrado capaz de controlar la fuerza que aplica la pinza de un manipulador robótico para distintos materiales. Se han diseñado tres controladores que han dado una respuesta del sistema muy rápida. El rebose ha sido algo mayor de lo que se ha pedido para el diseño, pero en ninguno de los tres casos evaluará el material permanentemente. Además, las señales de control, es decir, la tensión que se envía al servo para que se cierre es bastante pequeña, no suponiendo así un gasto cuantioso de energía.

Otros métodos de diseño de controladores se han probado. Por ejemplo, utilizando el método de Ziegler-Nichols se conseguía un controlador con un rebose pequeño pero que no llegaba al permanente. Si se diseñaba un PID completo, se conseguía un resultado parecido al de la figura 43, algo más lento y con una señal de control mayor. También se ha probado a añadir un filtro, con una respuesta prácticamente igual.

6. Conclusiones

En este trabajo se han hecho diversos análisis del manipulador robótico. Se ha descrito la cinemática directa e inversa y se ha puesto un ejemplo con cada una. También se ha visto la precisión de movimiento y se ha estudiado si es necesario un control de posición de los servomotores. Y, finalmente, se han diseñado controladores diferentes para 3 materiales distintos en un lazo de control con un sensor de fuerza en la pinza final del manipulador.

Se ha visto cómo es posible describir el posicionamiento del manipulador robótico, tanto con la cinemática directa como con la inversa. La cinemática directa da la matriz de transición para llegar a la posición del efector final a través de las matrices que relacionan los distintos sistemas de referencia de la figura 1. Este resultado ha sido obtenido con el método de Denavit-Hartenberg y luego se ha puesto un ejemplo para demostrar su validez, figuras 3 y 4.

En cuanto a la cinemática inversa se han conseguido también unas ecuaciones válidas para conseguir el posicionamiento del robot. En este caso, se ha dado el punto final del efector y se han obtenido los valores de las articulaciones para llegar a ese punto. Tomando como referencia los ángulos como indica la figura 6, se han conseguido las ecuaciones que describen el ejemplo de las figuras 7 y 8.

En el capítulo 4 se ha discutido si será necesario crear un control de posición para los motores. Para ello se han hecho medidas de precisión del movimiento del servomotor en conjunto y por separado. En conjunto, se han tenido que aplicar unos *offsets* a la librería para que estuviera lo más calibrado posible. Se ve en la figura 12 como hasta cierto peso el manipulador tiene una precisión excelente. Apenas se desvía y tiene un error muy pequeño entre medida y medida. Cuando se ha estudiado el movimiento de un solo servomotor, concretamente, el de la pinza del robot, se ha visto que, aunque se le incluyan PIDs muy agresivos, no le afecta prácticamente a su movimiento. Demostrando así, que el manipulador no necesita ningún control de posición individual o grupal, el comportamiento es parecido se le añada o no un controlador externo.

En el capítulo último, se ha estudiado el control de fuerza sobre la pinza del manipulador. Se ha explicado qué sensor de fuerza se va a utilizar, figura 20, y se ha caracterizado la curva de sensibilidad del sensor que se va a usar, figura 23. Con esto se ha definido el rango de fuerza que puede llegar a ejercer el manipulador definiendo así la zona de trabajo del sensor. Además, debido a que la pinza es muy estrecha, se ha creado una pieza específica para poder adaptar tanto el sensor de fuerza como el circuito acondicionador de la figura 24.

Para las simulaciones, se han elegido 3 materiales diferentes, acero, caucho y látex. Se han elegido 3 materiales de diferente elasticidad para poder demostrar el correcto funcionamiento del lazo de control si se implementase en la realidad.

Una vez hecho esto, se ha procedido a conseguir el modelo matemático del servomotor. Tras un análisis de su respuesta frente a una entrada escalón, se ha obtenido que la función matemática que describe el sistema completo, añadiendo el conversor, es:

$$G(s) = \frac{0.182 V/D}{1 + 0.12s} e^{-0.013s}$$

Una vez obtenido el modelo matemático, se ha diseñado el controlador. Tras probar y simular distintos tipos de métodos de sintonía, método de Ziegler-Nichols, Skögestad, red de atraso/adelanto, filtros, etc. Se decide utilizar un controlador proporcional-integral, olvidando la parte derivativa. Para ello, se ha utilizado el método del lugar de las raíces, escogiendo un polo complejo conjugado y obteniendo los valores de los parámetros del controlador mediante las condiciones de módulo y argumento de la función de transferencia en lazo abierto. El resultado de este diseño queda reflejado en los PI(s) definidos en las ecuaciones (5.7), (5.9) y (5.10), los cuales dan un sistema en lazo cerrado con 2 polos y un único cero, ecuación (5.11).

Así, finalmente, se ha simulado el sistema para los distintos materiales, demostrando como los controladores diseñados hacen que el sistema sea rápido y eficaz, ver figura 43. Se ha conseguido una respuesta muy rápida con un rebose un poco superior al que se le exige en el diseño debido al cero que se ha introducido. Además, las señales de control son muy razonables, figura 44, ninguna supera la tensión máxima de 5 voltios y cuanto más duro es el material, menor es la señal de control ya que apenas cerrará la pinza, llega rápidamente a la fuerza de referencia.

Entonces, se concluye así un estudio completo de un manipulador robótico de tres articulaciones. Se ha estudiado el movimiento de forma matemática con la descripción de la cinemática con éxito. También se ha abordado un estudio de la precisión del movimiento por si fuera necesario el control de posición de los motores, siendo estos muy precisos y no siendo en un objetivo del proyecto. Y finalmente, han sido diseñados tres controladores para tener una misma respuesta para cualquier material y se han simulado su comportamiento con éxito, poniendo fin así a este trabajo de fin de grado.

Este proyecto permite una gran variante de líneas futuras en muchos sectores. Mejorar el control y la calidad de herramientas quirúrgicas, la ingeniería es muy importante para este sector ya que cuanto mejores seas las herramientas, mejor servicio pueden ofrecer. El sector de la industria también puede ser beneficioso el estudio de los manipuladores robóticos y la aplicación control de fuerza sobre ellos ya que el uso de robots se está masificando tanto en trabajos peligrosos como en las tareas más corrientes. Además, está claro que la parte del lazo de control es totalmente teórico debido al estado de alarma del país, y que, alguien en el futuro podría reciclar este trabajo para la implementación del controlador sobre un manipulador real. También sería posible varias mejoras del lazo de control: que sea capaz de modificar la fuerza de referencia según sea el objeto que esté cogiendo o añadir la capacidad de visión, es decir, que el manipulador sea capaz de reconocer un objeto en concreto y cogerlo gracias a un control de posición.

Anexo A.

Medidas y plano del robot.

En este último apartado, se van a ver las distintas medidas con cierta importancia del robot, en centímetros (cm). Obviamente, no son todas, pero para poder realizar la cinemática de este, son las útiles. Así, se tiene que sacado de la figura 46 los siguientes datos, entre otros:

$L_1 = 6 \text{ cm}$, $L_2 = 13 \text{ cm}$, $L_3 = 13 \text{ cm}$, $L_4 = 19.5 \text{ cm}$, $a_h = 8.5 \text{ cm}$, $h_{max} = 52 \text{ cm}$.

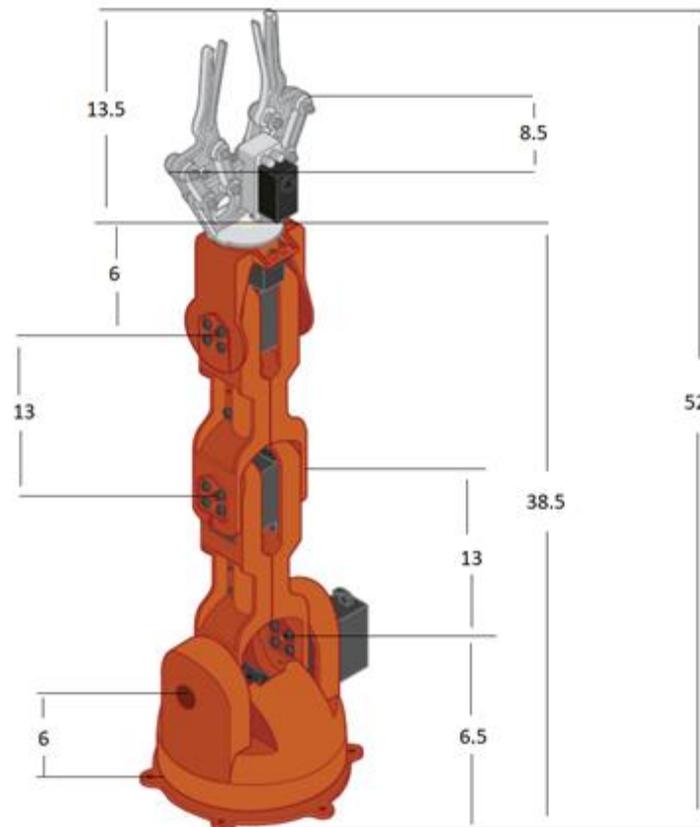


Figura 46. Imagen y medidas del robot.

Anexo B

Programa de *Arduino* para la cinemática directa

```
#include <Braccio.h>
```

```
#include <MatrixMath.h>
```

```
#include <Servo.h>
```

```
Servo base;
```

```
Servo shoulder;
```

```
Servo elbow;
```

```
Servo wrist_rot;
```

```
Servo wrist_ver;
```

```
Servo gripper;
```

```
double x_0 = 0;
```

```
double x_1 = PI/2;
```

```
double x_2 = 0;
```

```
double x_3 = PI/2;
```

```
double x_4 = 0;
```

```
mtx_type A[4][4] = {{1,0,0,0},{0,sin(x_0),-cos(x_0),0},{0,cos(x_0),sin(x_0),0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type B[4][4] = {{sin(x_1), cos(x_1),0,0},{cos(x_1),sin(x_1),0,0},{0,0,1,0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type C[4][4] = {{sin(x_2),cos(x_2),0,0.13},{-cos(x_2),sin(x_2),0,0},{0,0,1,0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type D[4][4] = {{sin(x_3),cos(x_3),0,0.13},{-cos(x_3),sin(x_3),0,0},{0,0,1,0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type E[4][4] = {{1,0,0,0},{0,sin(x_4),-cos(x_4),0},{0,cos(x_4),sin(x_4),0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type F[4][4] = {{1,0,0,0.195},{0,1,0,0.085},{0,0,1,0},{0,0,0,1}};
```

```
mtx_type T1[4][4];
```

```
mtx_type T2[4][4];
```

```
mtx_type T3[4][4];
```

```
mtx_type T4[4][4];
```

```
mtx_type T[4][4];
```

```
void setup() {
```

```
    Serial.begin(9600);
```

```
    Braccio.begin();
```

```
}
```

```
void loop() {
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)A, 4, 4, "A");
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)B, 4, 4, "B");
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)C, 4, 4, "C");
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)D, 4, 4, "D");
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)E, 4, 4, "E");
```

```
    Matrix.Print((mtx_type*)F, 4, 4, "F");
```

```
Matrix.Multiply((mtx_type*) A,(mtx_type*) B,4,4,4,(mtx_type*) T1);
Matrix.Multiply((mtx_type*) T1,(mtx_type*) C,4,4,4,(mtx_type*) T2);
Matrix.Multiply((mtx_type*) T2,(mtx_type*) D,4,4,4,(mtx_type*) T3);
Matrix.Multiply((mtx_type*) T3,(mtx_type*) E,4,4,4,(mtx_type*) T4);
Matrix.Multiply((mtx_type*) T4,(mtx_type*) F,4,4,4,(mtx_type*) T);

Matrix.Print((mtx_type*)T, 4, 4, "T");

    while(1);
}
```

Anexo C

Programa de *Arduino* para la cinemática inversa

C1:

```
#include <Braccio.h>

#include <math.h>

Servo base;

Servo shoulder;

Servo elbow;

Servo wrist_rot;

Servo wrist_ver;

Servo gripper;

//Declaramos las variables que se van a utilizar:

double q_1,q_2,q_3,q_4;

double x_0 = 0;

double y_0 = 0.26;

double z_0 = 0.33;

double x_1 = 0.1;

double h = 0.225;

double z_1 = 0.22;

double l_x = 0.05;

double L_4 = 0.195;
```

```
double phi=acos(l_x/L_4);

double L_2 = 0.13;

void setup() {

    Serial.begin(9600);

    Braccio.begin();

}

void loop() {

    //Se realizan las operaciones matemáticas de las fórmulas obtenidas:

    q_1 = atan2(y_0,x_0);
    q_2 = atan2(z_1,x_1)+(acos(h/(2*L_2)));
    q_3 = acos(-h/(2*L_2))-(PI/2);
    q_4 = phi-q_2+q_3;

    //Se pasa a grados:

    q_1 = q_1*(180/PI);
    q_2 = q_2*(180/PI);
    q_3 = q_3*(180/PI);
    q_4 = q_4*(180/PI);

    //Se imprimen los valores de los ángulos:

    Serial.print("El algulo q1 o theta1 es: ");
```

```
Serial.print(q_1);  
  
Serial.println(" grados");  
  
Serial.print("El ángulo q2 o theta2 es: ");  
  
Serial.print(q_2);  
  
Serial.println(" grados");  
  
Serial.print("El ángulo q3 o theta3 es: ");  
  
Serial.print(q_3);  
  
Serial.println(" grados");  
  
Serial.print("El último ángulo q4 o theta4 es: ");  
  
Serial.print(q_4);  
  
Serial.println(" grados");  
  
  
/*Se programa el movimiento del manipulador:  
  
Braccio.ServoMovement(step delay, M1:q1, M2:q2, M3:q3, M4:q4, M5(muñeca),  
M6(pinza));*/  
  
Braccio.ServoMovement(20,q_1,q_2,q_3,q_4,90,73);  
  
  
while(1);  
  
}
```

C2:

El programa es igual que C1, solo que cambian los valores de las constantes. Por eso no se copia todo el código más que lo que cambia.

```
//Declaramos las variables que se van a utilizar:
```

```
double q_1,q_2,q_3,q_4;
```

```
double x_0 = 0;
```

```
double y_0 = 0.26;
```

```
double z_0 = 0.33;
```

```
double x_1 = 0.24;
```

```
double h = 0.255;
```

```
double z_1 = 0.1;
```

```
double l_x = 0.02;
```

```
double L_4 = 0.195;
```

```
double phi=acos(l_x/L_4);
```

```
double L_2 = 0.13;
```

Bibliografía

- [1] George Devol. (12 feb 2020). En Wikipedia. Recuperado el 17 de marzo de 2020 de https://es.wikipedia.org/wiki/George_Devol
- [2] Sophia (robot). (12 mar 2020). En Wikipedia. Recuperado el 17 de marzo de 2020 de [https://es.wikipedia.org/wiki/Sophia_\(robot\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Sophia_(robot))
- [3] VICTOR ETXEARRIA, “Cinémática de manipuladores,” in Sistemas de control no lineal y robótica, Universidad del País Vasco, 1999, pp. 275-290.
- [4] L. SCIAVICCO AND B. SICILIANO, “Kinematics,” in Modeling and Control of Robot Manipulators,” 2nd Ed., London: Springer-verlag, 2000, pp. 21-73.
- [5] Daily Milanés Hermosilla, Alejandro Castilla Pérez. (2016). SciELO: Generación de trayectorias para brazo robótico (ArmX).
http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-59282016000300006
- [6] Arduino, Tinkerkit braccio robot datasheet. 2020.
- [7] Antony García Gonzalez. (2016). Panamahitek: ¿Qué es y cómo funciona un servomotor? <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>
- [8] Renato Hurtado. (2015). Beetlecraft: Tutorial – Servomotores analógicos y digitales. <http://beetlecraft.blogspot.com/2015/11/tutorial-servomotores-analogicos-y.html>
- [9] Carlos Pardo. (2020). Picuino: Controlador PID.
<https://www.picuino.com/es/arduprog/control-pid.html>
- [10] Iñigo Gútiérrez. (16 mar 2014). Programacionsiemens: PID en Step7. <https://programacionsiemens.com/pid-en-step7/>
- [11] Tekscan Inc., “Flexiforce Standard Model A201”, FLX-A201-F-Redesign datasheet, 2018.
- [12] Etxebarria, V. (2019). Parte I: control PID de sistemas Reales, sintonía de PIDs [Diapositivas]. Recuperado de <https://egela.ehu.eus/>
- [13] Ángel Franco Garcia (2010). Física con ordenador: medida del módulo de elasticidad. http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din_rotacion/alargamiento/alargamiento.htm
- [14] Andrés Felipe Naranjo Zúñiga, Rodolfo Rodríguez Baracaldo, José Manuel Arroyó Osorio, “Caracterización de la transformación inducida por deformación plástica en aceros 0,23% C-1,11% Mn-0,23% Ni-0,68% Cr,” Universidad Nacional de Colombia, Colombia. Agosto del 2013.
- [15] Susheel Kaila, “Applications of lignocellulosic fibers,” in Lignocellulosic composite Materials, 1st Ed., London, Springer, 2018, pp. 69.

[16] Freddy Narea, Angel Rivas, Aaron Muñoz, “Medición del Módulo de Young Mediante Interferometría de División de Amplitud,” presentado en la II conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, Colombia, CO, noviembre 2008.

[17] Natalia Cardona-Vásquez. Diego Hernán Giraldo-Vásquez, Sandra Milena Velásquez-Restrepo, “Caracterización, procesabilidad y viabilidad técnica de fondo de taza de caucho natural,” Ciencia e Ingeniería Neogranadina, vol. 29, núm.1, jun, 2019.