

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Física

# El Rayo Verde: realidad o ilusión

Autora:  
Ainhoa Dorronsoro González  
Director:  
José Ángel García Martínez

## El artículo del Morning Post

*He aquí lo que los aficionados a las curiosidades científicas habían podido leer en el Morning Post de aquel día:*

*"¿Habéis observado alguna vez el sol cuando se pone en el horizonte del mar? Sí, sin duda alguna. ¿Lo habéis seguido hasta el momento en que la parte superior del disco desaparece rozando la línea de agua del horizonte? Es muy posible. Pero ¿os habéis dado cuenta del fenómeno que se produce en el preciso instante en que el astro radiante lanza su último rayo, si el cielo, limpio de nubes, es entonces de una perfecta pureza? ¡No, seguramente no! Pues bien, la primera vez que tengáis ocasión -¡se presenta tan raramente!- de hacer esta observación, no será, como podría presumirse, un rayo rojo lo que herirá la retina de vuestros ojos, sino que será un rayo verde, pero un verde maravilloso, un verde que ningún pintor puede obtener en su paleta. Un verde cuya naturaleza no se encuentra ni en los variados verdes de los vegetales, ni en las tonalidades de las aguas más límpidas. Si existe el verde en el paraíso, no puede ser más que este verde, que es, sin duda, el verdadero verde de la Esperanza."*

*Éste era el artículo publicado en el Morning Post, el periódico que la señorita Campbell tenía en la mano cuando entró en la habitación. La lectura de aquella nota la había sencillamente entusiasmado. Por esto, con apasionada voz, leyó a sus tíos las líneas antedichas, que celebraban en forma lírica las bellezas del rayo verde.*

*Pero lo que la señorita Campbell no dijo, era que precisamente este rayo verde se refería a una vieja leyenda, cuyo íntimo sentido le había escapado hasta entonces, una leyenda inexplicable entre tantas otras, originarias del país de los Highlands, y que cuenta lo siguiente: Este rayo tiene la virtud de hacer que aquel que lo ha visto no pueda jamás equivocarse en las cosas del corazón; su aparición destruye las ilusiones y las mentiras; y el que ha tenido la dicha de verlo sólo una vez, ya puede ver claro en su corazón, y en el de los demás.*

*Podemos perdonar a una joven escocesa de las Tierras Altas la poética credulidad que acababa de avivar en su imaginación la lectura de aquel artículo del Morning Post [1].*

# Índice general

<b>1. Introducción y Objetivos</b>	<b>1</b>
<b>2. Descripción de la atmósfera terrestre</b>	<b>2</b>
2.1. Estructura vertical. Medio estratificado . . . . .	2
2.1.1. Estructura de capas . . . . .	2
2.1.2. Gradiente de temperatura . . . . .	3
2.1.3. Gradiente de presión. Fórmula barométrica . . . . .	3
2.1.4. Gradiente de índice de refracción . . . . .	4
2.1.4.1. Distribución de capas esféricas . . . . .	7
2.1.4.2. Inversión de capas. Espejismos . . . . .	9
2.2. Composición de la atmósfera . . . . .	11
2.2.1. Moléculas . . . . .	11
2.2.2. Partículas: aerosoles e hidrómetros . . . . .	11
2.3. Análisis del espectro solar . . . . .	12
2.3.1. Espectro refractado por la atmósfera . . . . .	13
2.3.2. Absorción por gases atmosféricos . . . . .	13
<b>3. Fenómenos de dispersión</b>	<b>14</b>
3.1. Fenómenos de dispersión de la luz . . . . .	14
3.1.1. La dispersión cromática normal . . . . .	14
3.2. Fenómenos de scattering en la atmósfera . . . . .	15
3.2.1. Scattering de Rayleigh . . . . .	15
<b>4. Variación de la trayectoria de los rayos en medios estratificados</b>	<b>18</b>
4.1. Principio de Fermat . . . . .	18
4.2. Medios estratificados planos . . . . .	19
4.2.1. Ecuación eikonal . . . . .	19
4.3. Medios estratificados esféricos . . . . .	21
4.3.1. El rayo verde . . . . .	21
4.3.1.1. Descripción física . . . . .	21
4.3.1.2. Observación . . . . .	25
<b>5. Reproducción del rayo verde</b>	<b>27</b>
5.1. Resultados experimentales . . . . .	27
<b>6. Conclusiones</b>	<b>34</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>35</b>

---

# Capítulo 1

## Introducción y Objetivos

El objetivo de este trabajo consiste en el estudio del fenómeno atmosférico conocido como Rayo Verde o Green Flash. Si bien para algunos resultará familiar, para muchos otros puede pasar desapercibido o incluso presentarse más como una leyenda urbana que como un fenómeno óptico. De ahí, parte de su gran misterio o interés que suscita, no sólo entre la comunidad científica, sino también entre los amantes de los fenómenos bellos de la naturaleza.

A pesar de tratarse de un fenómeno real, su rara aparición es lo que genera un poco ese halo de misterio que rodea al fenómeno óptico. Son varias las referencias a él en la cultura: “El Rayo verde” de Julio Verne con la leyenda de las Highlands, la alusión de Sofía Ellar en su canción “El Rayo Verde” o películas como “Piratas del Caribe. En el fin del mundo” que fantasea con que se trata de la señal de que el alma ha vuelto a este mundo desde el reino de los muertos.

Sin embargo, más allá de las fantasías, y en lo que a los físicos nos atañe, la esencia del rayo verde radica en el comportamiento de la luz al incidir sobre un medio tan complejo como la atmósfera. Como explicaré en profundidad a lo largo de este trabajo, la atmósfera es un medio inhomogéneo estratificado, es decir, con características diversas en función de la altura tanto en composición como en propiedades físicas de presión, temperatura y densidad. En consecuencia, la propagación de los haces da lugar a fenómenos como el rayo verde o los espejismos. Mi trabajo radicará básicamente en analizar la composición de la atmósfera, los fenómenos de dispersión presentes en ella y el papel que juegan éstos en la aparición del rayo verde. Como parte de este análisis, se intentará predecir la trayectoria que siguen los haces al incidir en un medio con un gradiente de índice.

El trabajo consta, en primer lugar, de una revisión bibliográfica y, en segundo lugar, de una reproducción experimental [2] del rayo verde en el laboratorio de Óptica de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la UPV. Por último, se han comparado los resultados obtenidos en el experimento con el modelo atmosférico propuesto con el fin de establecer un paralelismo entre ambos y determinar las posibles diferencias.

Algunas fuentes hacen distinción entre varios fenómenos que involucran luz verde (el rayo verde, el destello verde, el segmento verde, el borde verde...), todos ellos variaciones del mismo efecto, por lo que, ampliamente me referiré a ellos a lo largo del texto como rayo verde [3].

Para los que todavía resulten escépticos o no hayan tenido la oportunidad de verlo, les recomiendo que tras leer este trabajo intenten buscar la oportunidad por sí mismos y, mientras lo consiguen, se deleiten con algunos vídeos de este hermoso fenómeno [1,2,3,4].

---

# Capítulo 2

## Descripción de la atmósfera terrestre

### 2.1. Estructura vertical. Medio estratificado

#### 2.1.1. Estructura de capas

La atmósfera se puede describir como un manto gaseoso que rodea y protege la superficie de la Tierra conservando las condiciones propicias para el desarrollo de la vida en el planeta. Su dinámica determina la meteorología y sus propiedades dan lugar a fenómenos ópticos consecuencia de la propagación de la luz a través de ella [4-6]. En función de las características de los gases que la componen y la presencia de partículas, se distinguen varias capas:

- **Troposfera.** Se extiende desde la superficie hasta una altura de entre 8 y 14.5km aproximadamente. La presión en esta capa va desde  $1atm$  a nivel del mar hasta unas pocas décimas de atmósfera en su cota superior y, por norma general, la temperatura desciende con la altura, aunque se pueden producir variaciones. La mayoría de atenuantes se encuentran en esta capa:  $H_2O$ ,  $CO_2$ , nubes, niebla, aerosoles... De hecho, el 80 % de la masa de la atmósfera y el 99 % del vapor de agua se encuentran en esta capa. Por lo que, la mayor dispersión producida por moléculas tiene lugar en esta región.
- **Estratosfera.** Llega hasta una altura de 50km. Los procesos radiativos influyen en la estructura vertical de temperaturas. A unos 25km sobre la superficie, se encuentra una capa de ozono que absorbe la radiación ultravioleta, propiciando el ascenso de la temperatura.
- **Mesosfera.** Comprende la región desde 50km hasta 85km. Los modelos que estudian la propagación óptica no consideran más allá de esta capa, pues, las demás son ópticamente transparentes<sup>1</sup>.
- **Termosfera.** Alcanza hasta los 600km desde la superficie terrestre y es la capa en la que se forman las auroras y se encuentran los satélites.
- **Ionosfera.** Se superpone con otras de las capas, ya que, va desde los 48km hasta los 965km. En esta capa se encuentran presentes las partículas ionizadas y electrones.
- **Exosfera.** Es el límite superior de la atmósfera, desde 650km hasta 10000km.

---

<sup>1</sup>transparente: que permite el paso de la radiación sin dispersión o absorción significativa.

Más allá de la diferencia entre las capas de la atmósfera, cada una de ellas tiene, a su vez, variaciones en composición y propiedades en función de la altura. Es decir, es un medio estratificado en sí mismo. Partiendo de que nos ocupa el estudio del rayo verde, se considerarán fundamentalmente las características de las 2-3 primeras capas de la atmósfera.

### 2.1.2. Gradiente de temperatura

La atmósfera presenta un gradiente de temperatura [5, 7], que obedece la ley

$$\boxed{T(z) = T_0 - \beta z.} \quad (2.1)$$

En la troposfera,  $T_0 = 288K$  y  $\beta = 6,5K/km$ , la temperatura decrece con la altura, principalmente, debido al hecho de que el aire se calienta al estar en contacto con la superficie del planeta. En la estratosfera, en cambio,  $\beta = -1K/km$ , es decir, la temperatura aumenta con la altura (Figura 2.1a) como consecuencia de la gran concentración de ozono que interactúa con la radiación ultravioleta.

En general, la dependencia de la temperatura con la altura no es lineal. Si bien en la troposfera la disminución de la temperatura se produce a un paso más o menos constante, en el intervalo  $z \in [0, 100]km$  la temperatura varía su comportamiento con una desviación del 20 % respecto a su media de  $235K$ .

### 2.1.3. Gradiente de presión. Fórmula barométrica

La variación de la presión  $dP$  con el incremento de altura  $dz$  se debe a la acción del campo gravitatorio

$$dP = -\rho_m(z)gdz \quad (2.2)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad de masa media y  $g$  la aceleración de la gravedad [5, 7]. Teniendo en cuenta la ley de los gases ideales, se puede obtener una expresión para la densidad  $\rho_m(z) = m\rho(z) = \frac{mP(z)}{k_B T(z)}$  que combinada con (2.2) lleva a la ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dP}{P(z)} = -\frac{m(z)g}{k_B T(z)}dz \rightarrow P(z) = P(0) \exp\left(-\frac{mg}{k_B} \int_0^z \frac{dz'}{T(z')}\right). \quad (2.3)$$

Utilizando la dependencia de la temperatura con la altura (2.1) en la troposfera, se obtiene lo que se conoce con el nombre de **fórmula barométrica** (2.4) que da la relación de presiones con la altura  $z$  para un gas ideal de masa molecular  $m$  y temperatura  $T$ .

$$\boxed{P(z) = P(0) \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^{\frac{mg}{k_B \beta}}.} \quad (2.4)$$

## 2.1. Estructura vertical. Medio estratificado

El exponente de la ecuación anterior (2.4) toma el valor 5,255 si  $z < 10km$ . En cambio, el comportamiento de la temperatura a partir de la troposfera no es lineal y en el rango  $z \in [0, 100km]$  varía en torno a un valor medio  $T_m = 235K$ , por lo que, en el límite isotérmico ( $T(z) = T_m$ ), la ecuación (2.3) se simplifica dando lugar a

$$P(z) = P(0)e^{-\frac{mgz}{k_B T_m}} = P(0)e^{-\frac{34,16z}{T_m}} \quad (2.5)$$

donde  $P(0) = 1013mb$ ,  $T_m$  está expresada en  $K$ ,  $z$  en  $km$  y  $P(z)$  resulta una función lineal decreciente con la altura como se puede ver en la Figura 2.1b.

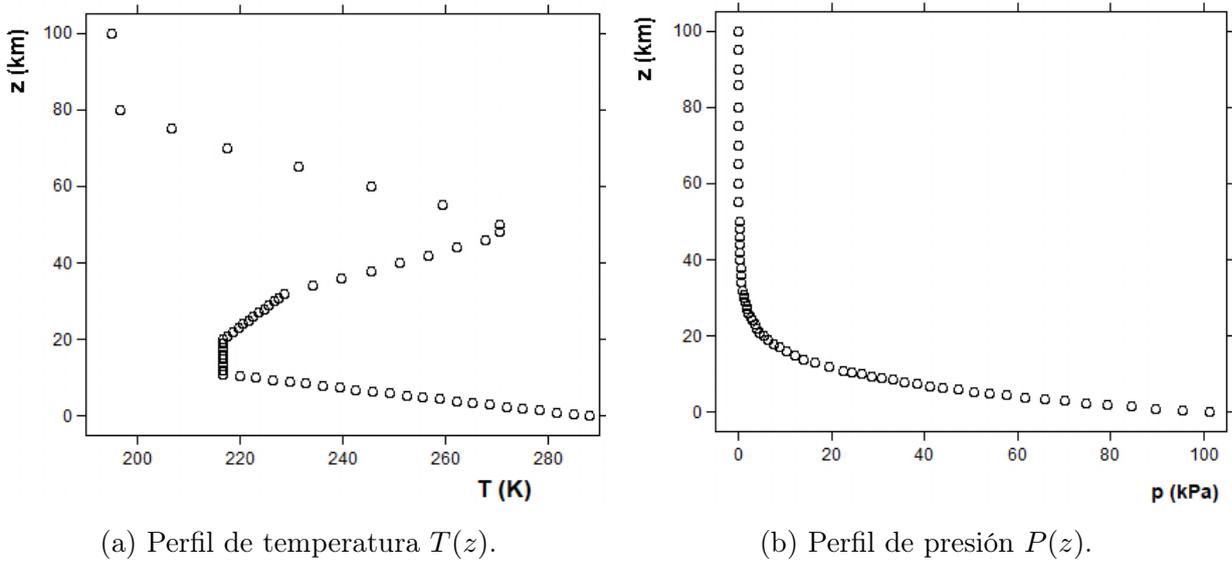


Figura 2.1: Magnitudes atmosféricas a partir de los datos de la US Standard Atmosphere de 1976 [8].

### 2.1.4. Gradiente de índice de refracción

Otra de las propiedades que convierte a la atmósfera en un medio estratificado es su índice de refracción [8-12]. La atmósfera está formada por un conjunto de capas cuyo índice de refracción varía en función de la altura de acuerdo con el gradiente vertical (2.6).

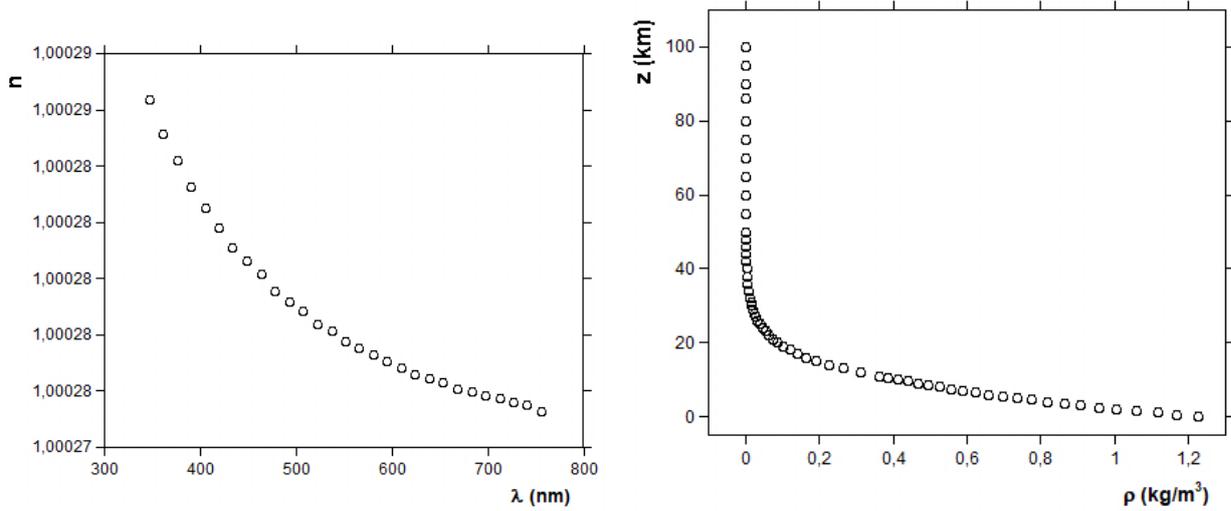
$$\boxed{\frac{d}{dz} \ln(n - 1) = \frac{1}{P} \frac{dP}{dz} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dz}} \quad (2.6)$$

El comportamiento del índice de refracción está principalmente dominado por el efecto del gradiente de presión y la variación en la temperatura produce cambios bastante sutiles. Salvo en superficies con presión constante, en cuyo caso predomina la influencia de la temperatura en el gradiente y la variación de índice da lugar a fenómenos ópticos como los espejismos (véase el apartado 2.1.4.2).

## 2.1. Estructura vertical. Medio estratificado

La relación entre el índice de refracción y cada longitud de onda viene dada por la **fórmula de Cauchy** (2.7), donde  $a$  y  $b$  son constantes que dependen del medio [10, 11, 13]. En el caso del aire, esta relación se representa en la Figura 2.2a a la que se le realiza un ajuste para el caso del aire, donde  $a = 28,79 \cdot 10^{-5}$ ,  $b = 5,67 \cdot 10^{-5}$ .

$$n(\lambda) = a \cdot \left( 1 + \frac{b}{\lambda^2} \right) + 1 \quad (2.7)$$



(a) Dispersión cromática  $n(\lambda)$  a partir de [13].

(b) Densidad  $\rho(z)$  a partir de [8].

Figura 2.2: Más magnitudes atmosféricas.

Por otro lado, a partir de un conjunto discreto de valores de presión y temperatura en función de la altura ( $P(z), T(z)$ ), se puede llevar a cabo una interpolación y calcular combinada con la Ley de los Gases Ideales la densidad en función de la altura

$$\rho(z) = \frac{P(z)M}{RT(z)} \quad (2.8)$$

donde  $M = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol}$  es la masa molecular media de la atmósfera y  $R = 8,31 \text{J/mol} \cdot \text{K}$  la constante de los gases ideales. La densidad atmosférica en función de la altura  $z$  se ha representado en la Figura 2.2b.

De acuerdo con el **principio de Gladstone-Dale** (2.9) [14], la refractividad es proporcional a la densidad, por lo que, deberá presentar un comportamiento similar al de la Figura 2.2b. Realizando un ajuste, se ha llegado a que la dependencia del índice con la densidad viene dada por (2.10).

## 2.1. Estructura vertical. Medio estratificado

---

$$n(\rho, \lambda) - 1 = \rho(z) \cdot (n(\lambda) - 1) \quad (2.9)$$

$$\boxed{n(\rho) = 1 + 0,00025055 \cdot \rho} \quad (2.10)$$

Combinando (2.9) con (2.7), llegamos a la relación del índice con la densidad y la longitud de onda (2.11). Por otro lado, sustituyendo (2.8) en (2.11) se obtiene la relación respecto a la presión y la temperatura (2.12).

$$\boxed{n(\rho, \lambda) = 1 + a \cdot \left(1 + \frac{b}{\lambda^2}\right) \cdot \rho(z)} \quad (2.11)$$

$$\boxed{n(P, T, \lambda) = 1 + \frac{Ma}{R} \cdot \left(1 + \frac{b}{\lambda^2}\right) \cdot \frac{P(z)}{T(z)}} \quad (2.12)$$

Un factor que no se ha considerado hasta ahora es la influencia de la presión de vapor de agua  $P_v(mb)$  sobre el índice de refracción (2.13) [12, 15]. Esta presión de vapor se puede definir como  $P_v = P_v(0) \cdot e^{-cz}$ , donde  $P_v(0) = 10,236mb$  y  $c = 0,3655$ . Y en la región atmosférica  $z \in [10, 50km]$  es nula. Sin embargo, en el tramo inicial  $z \in [0, 10km]$  como la temperatura decrecía linealmente con la altura (véase la Figura 2.1a) se pueden expresar la presión y temperatura como (2.14), donde  $a = 6,5K/km$ ,  $b = 5,255$ ,  $P_0 = 1013,25mb$  y  $T_0 = 288K$ .

$$n = 1 + 79 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\left(P + \frac{4800P_v}{T}\right)}{T} \quad (2.13)$$

$$P = P_0 \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^b \quad T = T_0 \left(1 - \frac{az}{T_0}\right) \quad (2.14)$$

La relación  $n(z)$  se puede definir en 2 tramos

$$\begin{aligned} n(z) &= 1 + A \cdot 10^{-6} \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^{b-1} + B \cdot 10^{-6} e^{-cz} \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^{-2} & z \in [0, 10km] \\ n(P, T) &= 1 + 79 \cdot 10^{-6} \left(\frac{P}{T}\right) & z \in [10, 50km] \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde  $A = 277,9$  y  $B = 46,8$ . Utilizando (2.15) y los datos de  $P, T$  [8], hemos llevado a cabo un ajuste del que se deduce que el **índice de refracción atmosférico** en el intervalo  $z \in [0, 50km]$  obedece una ley exponencial decreciente con la altura cuyo mejor resultado de ajuste obtenido es (2.16).

$$n(z) = 1 + 0,00026403 \cdot e^{-0,56605z} \quad \forall z \in [0, 50]km \quad (2.16)$$

No obstante, otros autores obtienen una relación exponencial decreciente diferente. Y es que los valores obtenidos en el ajuste (2.16) dependen de  $P, T$ , que no sólo son estacionales y dependientes de la posición en la tierra, sino que varían de un año a otro, viéndose influenciados también por las condiciones meteorológicas. Otros factores que influyen sobre el índice como la composición del aire (humedad,  $CO_2, \dots$ ), el scattering que estos componentes puedan producir y su variación con  $\lambda$  tampoco se han tenido en cuenta, por lo que, (2.16) no constituye una relación válida para cualquier momento, aunque sí da idea del comportamiento general del índice con la altura.

#### 2.1.4.1. Distribución de capas esféricas

Si estuviéramos ante la observación de objetos cercanos a la superficie, se podrían considerar las capas planas [12, 16]. En cuyo caso, la **variación del ángulo de refracción**, la diferencia entre el ángulo de observación y el de la posición real (véase la Figura 2.3), es

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0 = \left( \frac{n_0}{n} - 1 \right) \tan \vartheta_0. \quad (2.17)$$

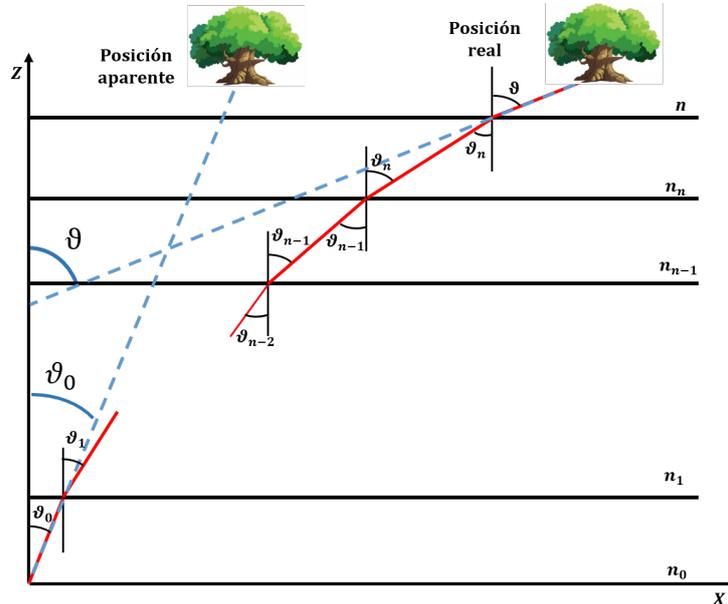


Figura 2.3: Posición real y aparente de los objetos para un conjunto de capas planas.

En cambio, en el caso de objetos más alejados, no se puede realizar la aproximación de capas planas y el problema se vuelve algo más complejo al ser necesario calcular la

## 2.1. Estructura vertical. Medio estratificado

refracción debida a una capa esférica. Comenzamos por estudiar la refracción debida a una única capa esférica de altura  $h$  e índice de refracción  $n$  (véase la Figura 2.4). En este caso, el ángulo de refracción viene dado por  $\Delta\vartheta = \Phi' - \Phi_0 = \vartheta - \alpha$ , donde  $\Phi'$  es el ángulo que forma la prolongación del rayo incidente con la dirección radial en  $CZ$  y  $\Phi_0$  el ángulo que forma el rayo con la dirección  $Z$  al llegar a la Tierra, su posición aparente. De las relaciones geométricas del problema, se llega a que la variación del ángulo de refracción es

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \alpha = \arcsin\left(n\frac{r_0\sin\Phi_0}{r}\right) - \arcsin\left(\frac{r_0\sin\Phi_0}{r}\right). \quad (2.18)$$

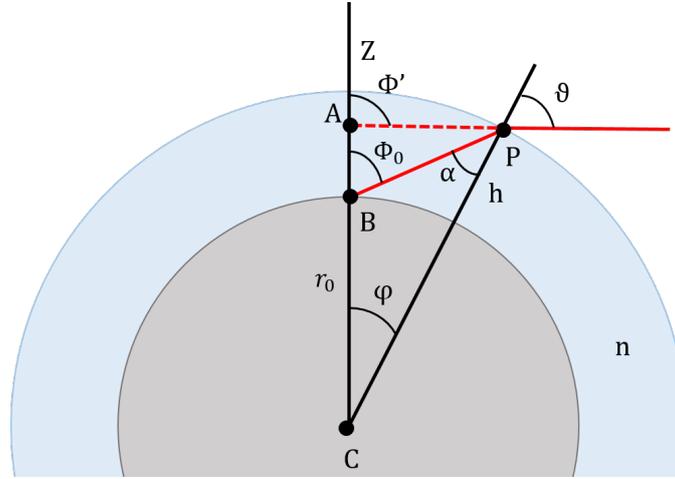


Figura 2.4: Refracción de un haz al atravesar una capa esférica de índice de refracción  $n$ .

Ampliando a una atmósfera formada por 2 capas esféricas de radios  $r_1, r_2$  con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  (véase la Figura 2.5) la desviación del ángulo de refracción pasa a ser

$$\Delta\vartheta = \Phi_1 - \Phi_3 = (\vartheta_1 - \alpha_1) + (\vartheta_2 - \alpha_2). \quad (2.19)$$

Considerando el triángulo formado por los puntos  $CP_2P_1$  de la Figura 2.5 y la ley de Snell, podemos obtener el **invariante de los medios estratificados de capas esféricas**

$$\boxed{\beta = n_1 r_1 \sin \vartheta_1 = n_2 r_2 \sin \vartheta_2.} \quad (2.20)$$

A partir de la relación entre (2.18) y (2.19), este resultado se puede extender a un conjunto de capas cuyo índice disminuye con la altura, que obedecen la relación (2.21) deducida en [16]. De este modo, el haz cambiará su trayectoria al atravesar cada una de las capas, produciendo la sensación de que la luz se curva al atravesar un medio con un gradiente de índice. Considerando  $\beta$ , el invariante de los medios estratificados esféricos (2.20), y que en la atmósfera el gradiente de índice varía desde su valor en la superficie

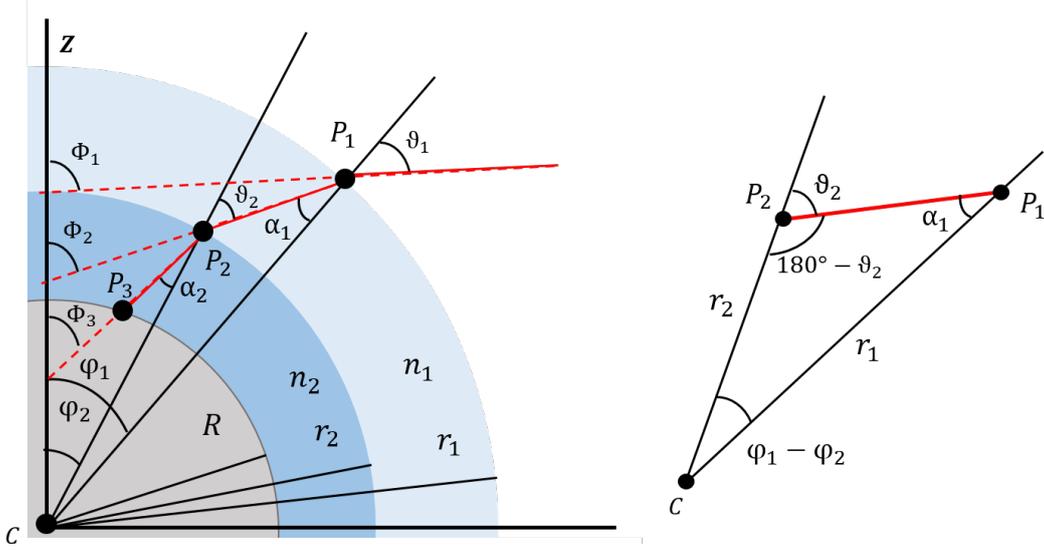


Figura 2.5: Refracción de un haz en un medio con 2 capas esféricas.

de la Tierra,  $n_0$ , hasta  $n$  en la posición del objeto observado, la variación del ángulo de refracción debido a todas las capas esféricas con un gradiente de índice decreciente con la altura será el resultado de la integral (2.22), donde se ha tomado el valor de  $\beta = r_0 n_0 \sin \Phi_0$ , siendo  $r_0$  el radio de la Tierra,  $n_0$  el índice en la superficie y  $\Phi_0$  el ángulo que forma la posición aparente con el eje  $z$ .

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta n}{n} \tan \vartheta = \frac{\Delta n}{n} \cdot \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{1 - \sin^2 \vartheta}} \quad (2.21)$$

$$\Delta\vartheta = r_0 n_0 \sin \phi_0 \int_1^{n_0} \frac{dn}{n \sqrt{r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 \phi_0}} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\Delta\vartheta = \beta \int_1^{n_0} \frac{dn}{n \sqrt{r^2 n^2 - \beta^2}}} \quad (2.22)$$

Sin embargo, para poder hacer el cálculo de manera precisa, debe tenerse en cuenta que es necesario conocer la variación exacta de  $n = n(r)$ . De lo contrario, sólo podría resolverse utilizando métodos numéricos; por ejemplo, interpolando los valores de  $n(r)$  para toda la atmósfera a partir de un conjunto discreto de puntos.

#### 2.1.4.2. Inversión de capas. Espejismos

Los espejismos son efectos ópticos comunes resultado de la variación atípica del índice de refracción como consecuencia de gradientes de temperatura en puntos muy próximos a la superficie [9-11, 17-19]. Por ejemplo, en una situación con  $T = 300K$  y  $p = 1,02atm$  el índice de refracción que se tiene es de  $n \approx 1,000266$  y en una zona con un aumento de  $\Delta T = 40K$ , en cambio,  $n \approx 1,000235$ . Sin embargo, esta pequeña variación en el índice de refracción  $\Delta n \approx 3 \cdot 10^{-5}$  es responsable de todo tipo de espejismos. Distinguiremos entre:

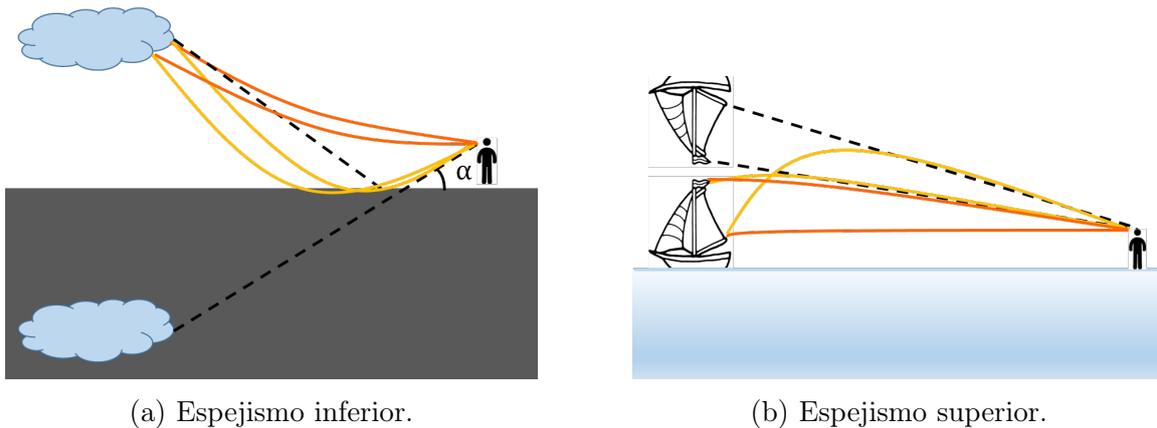


Figura 2.6: Esquema de formación de espejismos.

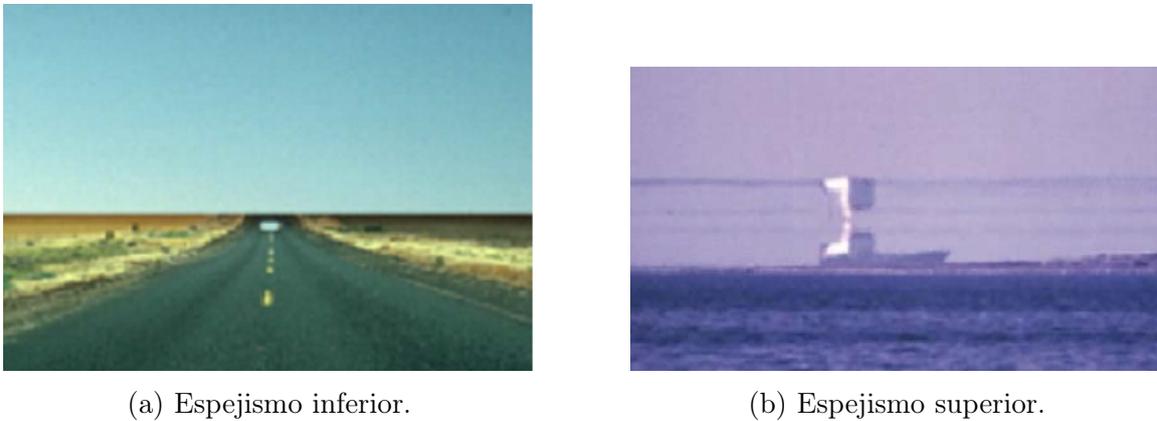


Figura 2.7: Imágenes reales de espejismos de [10, 18].

- Espejismo inferior.** Recibe este nombre porque el espejismo aparece debajo de la posición del objeto real. Como resultado del calentamiento del aire sobre la superficie,  $T$  disminuye con la altura, con lo que  $n$  crece con la altura, dando lugar a que los rayos que se aproximan a la superficie se curven hacia arriba y produzcan una imagen invertida del objeto en el suelo (véase la trayectoria de los rayos desviados de la Figura 2.6a en color amarillo). Es un fenómeno muy común en carreteras o dunas que se han calentado durante mucho tiempo por exposición solar (Figura 2.7a).
- Espejismo superior / falso espejismo.** Se produce al atravesar una capa de inversión<sup>2</sup>. En este caso, los rayos se curvan hacia abajo, hacia la región de índice mayor, y la imagen se forma por encima de la posición original del objeto (véase la trayectoria de los rayos desviados de la Figura 2.6b en color amarillo). Dependiendo del gradiente de la capa de inversión, la imagen puede ser derecha o invertida. Este

<sup>2</sup>**capa de inversión:** región de un medio en el que la temperatura crece con la altura.

tipo de espejismos suceden sobre todo a nivel del mar donde el agua está más fría que la masa de aire sobre ella (Figura 2.7b). Este fenómeno permitiría que elementos por debajo del horizonte puedan ser observados, de forma que, aunque se encuentren ocultos por la curvatura de la Tierra sus espejismos podrían ser vistos [20].

La curvatura que sufren las trayectorias de los rayos se debe a que éstos viajan más rápido en las regiones con  $n$  menor. Sobre la superficie de la Tierra podrían existir zonas en las que la temperatura varía de un punto a otro, produciendo cambios en la refracción sobre una misma superficie. Este efecto, es el que da lugar a la aparición de pequeños charcos en la carretera en días calurosos o de agua en el desierto. Del mismo modo, las capas de aire caliente a una distancia de la superficie, si éstas no son homogéneas, forman espejismos superiores parciales de objetos.

## 2.2. Composición de la atmósfera

La refracción atmosférica es una consecuencia de la dispersión producida por los elementos presentes en ésta. Se pueden distinguir 2 componentes elementales: gases / moléculas y partículas suspendidas / aerosoles [5, 17, 21].

### 2.2.1. Moléculas

Existe una gran variedad de moléculas presentes en la atmósfera, pero las más abundantes son el nitrógeno y el oxígeno. Sin embargo, no todos los gases están igualmente distribuidos verticalmente. El oxígeno ( $O_2$ ), nitrógeno ( $N_2$ ) o dióxido de carbono ( $CO_2$ ) tienen una concentración prácticamente constante con la altura [5]. Por lo que, cuando tratemos el scattering de Rayleigh (apartado 3.2.1) producido por moléculas, nos estaremos refiriendo al del oxígeno y el nitrógeno, en general, y no haremos distinciones en función de la altura.

En cambio, otros gases como el metano ( $CH_4$ ), el ozono ( $O_3$ ), el dióxido de nitrógeno ( $NO_2$ ), el monóxido de carbono ( $CO$ ), el óxido nitroso ( $N_2O$ ) o el vapor de agua ( $H_2O$ ) presentan perfiles verticales de concentración [21]. El vapor de agua es más abundante en la parte baja de la troposfera, mientras que el  $O_3$  y el  $NO_2$  se concentran en la mitad de la estratosfera.

Por último, otros gases inertes, apenas contribuyen a los fenómenos ópticos de propagación, con lo que, no resultan de mayor interés en este estudio.

### 2.2.2. Partículas: aerosoles e hidrómetros

En lo que respecta a las partículas, éstas engloban un grupo muy heterogéneo [5]. No sólo varían en su composición química, si no también en su tamaño y forma. Por lo que, su estudio resulta mucho más complicado y se tiende a simplificar haciendo una serie de asunciones como considerarlas esféricas. Las partículas que influyen en la atenuación por

scattering en la atmósfera son:

- Aerosoles.** Son partículas muy pequeñas (con un radio inferior a  $1\mu m$ ) suspendidas en la atmósfera. La concentración varía con la altura, siendo máxima en la región cercana a la superficie. La atenuación producida por el scattering de aerosoles crece mucho comparada con la de las moléculas y se conoce como haze o neblina. Ésta depende del ángulo respecto al horizonte y es mayor en las zonas cercanas a éste. De ahí, que veamos el cielo azul, pero se torne más blanco en la zona cercana al horizonte, pues en esa región al haber una mayor concentración de partículas el camino óptico aumenta. El humo, el polvo cósmico, las nubes y la niebla pertenecen al grupo de aerosoles.
- Hidrómetros.** Son partículas de composición acuosa en fase diluida o sólida y con un tamaño superior a los aerosoles (mayor que  $1\mu m$ ). Por lo que, al ser más masivas, permanecen menos tiempo suspendidas. Los principales hidrómetros son la lluvia, la niebla, el granizo, la nieve, algunas nubes y la pulverización marina.

## 2.3. Análisis del espectro solar

El Sol es una estrella variable, de manera que, la radiación percibida en la Tierra no sólo depende de muchos factores como la época del año, la composición de la atmósfera etc., sino también de la propia emisión del astro [21].

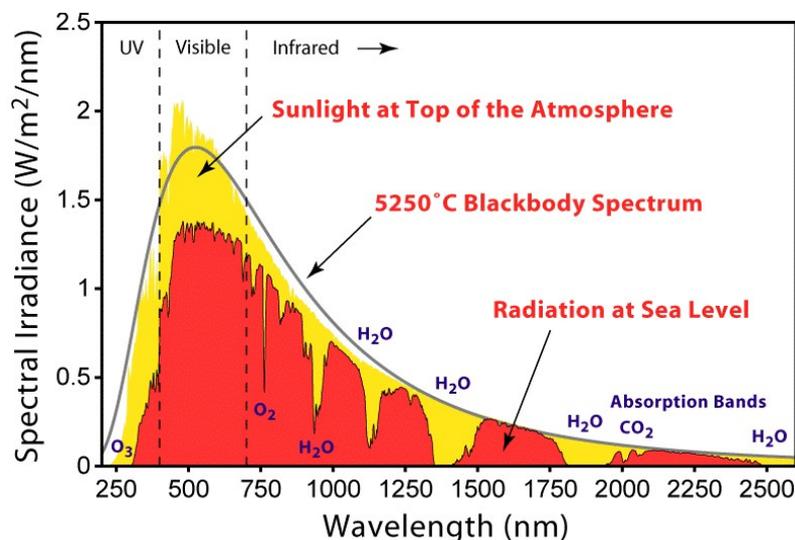


Figura 2.8: Espectro de radiación solar [5].

Su radiación se puede comparar con la de un cuerpo negro a  $5250^{\circ}C$  (véase la Figura 2.8). Sin embargo a medida, que la radiación emitida atraviesa la atmósfera, sufre una serie

de fenómenos que dan lugar a que el espectro varíe con respecto al emitido, atenuándose por scattering (detallado en 3.2.1) o porque es absorbida.

### 2.3.1. Espectro refractado por la atmósfera

De acuerdo con la **ley de Bouguer-Lambert-Beer**, si se supone un conjunto de  $n$  capas a través de las cuales la radiación es atenuada, la transmitancia de una cualquiera viene dada por  $T_{i\lambda} = e^{-k_\lambda s_i}$ , donde  $s_i$  es el camino del rayo a través de la capa  $i$ -ésima y  $k_\lambda$  el factor de atenuación total. Sin embargo, considerando que tiene que atravesar todas las capas que conforman la atmósfera, la transmisión de un haz con una cierta longitud de onda  $\lambda$  vendrá dado por el producto de todas transmitancias y se puede expresar como función de la masa óptica  $m$  y la profundidad óptica  $\tau_\lambda$  (2.23). La **irradiación espectral en la superficie** vendrá dada por (2.24), donde  $m$  depende de la geometría,  $E_{0\lambda}$  es la irradiación incidente y  $\tau_{i\lambda}$  es la profundidad óptica atmosférica total, que varía para los distintos constituyentes atmosféricos (gases absorbentes, procesos de scattering por moléculas y aerosoles).

$$T_\lambda = T_{1\lambda}T_{2\lambda}T_{3\lambda}\dots T_{n\lambda} = \prod_1^n T_{i\lambda} = e^{-k_\lambda s} = e^{-m\tau_\lambda} \quad (2.23)$$

$$\boxed{E_\lambda = E_{0\lambda}e^{-m\tau_{i\lambda}}} \quad (2.24)$$

Cuando la luz se propaga una distancia  $z$  a través de un medio difusor como la atmósfera, su intensidad se ve atenuada de acuerdo con una ley exponencial (2.25) donde  $k$  es el coeficiente de proporcionalidad o factor de atenuación, que depende del índice de refracción  $n$ , el número de moléculas por unidad de volumen  $N$  y la longitud de onda  $\lambda$  [22].

$$I(z) = I(0)e^{-kz} \quad k = \frac{32}{3}\pi^3 \frac{(n-1)}{N} \frac{1}{\lambda^4} \quad (2.25)$$

### 2.3.2. Absorción por gases atmosféricos

Como veíamos en la Figura 2.8, la mayor fuente de variación de la radiación al comienzo de la atmósfera y a nivel del mar se debe a procesos de extinción en la atmósfera por componentes presentes en ella (gases, partículas y nubes) que producen scattering. Sin embargo, las caídas abruptas que sufre el espectro en puntos muy concretos se deben a la absorción de líneas por el  $H_2O$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$  y  $O_3$ , dando lugar, a que ciertas longitudes de onda no alcancen la superficie terrestre [5, 23, 24]. La absorción constituye un importante mecanismo de atenuación de la troposfera y del sistema climático de la Tierra. Los principales procesos de absorción en la región del IR próximo y el visible se deben al  $H_2O$ ,  $O_3$  y  $CO_2$  (para ver los valores concretos de las longitudes de onda recurrir a HITRAN [6]).

---

# Capítulo 3

## Fenómenos de dispersión

En la interacción de la luz con los componentes de la atmósfera hay dos fenómenos especialmente relevantes: la dispersión cromática y el scattering o esparcimiento.

### 3.1. Fenómenos de dispersión de la luz

La dispersión óptica hace referencia a la variación que tiene el índice de refracción de un medio material, como por ejemplo la atmósfera, en función de la longitud de onda  $\lambda$  de la onda electromagnética que lo atraviesa. En el tratamiento clásico del problema, se analizará la contribución de cada rango de longitudes de onda a la polarización de las moléculas del medio [25]. A altas frecuencias ópticas ( $\sim 10^{15}$  Hz), sólo los electrones de valencia son capaces de oscilar guiados por el campo de la onda con la frecuencia de ésta. Un dieléctrico homogéneo e isotrópico, para las frecuencias ópticas, se comporta como una distribución uniforme de osciladores ligados a sus posiciones de equilibrio en la molécula por fuerzas isotrópicas.

Cada oscilador en este modelo clásico obedece a la ecuación diferencial  $m\ddot{\vec{r}} + m\gamma\dot{\vec{r}} + k\vec{r} = e\vec{E}'$  donde  $\vec{E}'$  es el campo efectivo sobre la molécula y  $\gamma$  el término de amortiguamiento. Proponiendo una solución del tipo de (3.1), donde  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  es la frecuencia propia de los osciladores o frecuencia de resonancia, la polarización  $\vec{P}$  vendrá dada por la suma de contribuciones  $\vec{P} = \sum_j N f_j \vec{p}_j$  de momento dipolar ( $\vec{p} = e \cdot \vec{r}$ ) de cada oscilador armónico. A partir de la relación entre la polarización y la polarizabilidad  $\alpha$ , se puede ligar el índice de refracción del medio con magnitudes microscópicas asociadas a los osciladores moleculares y a la densidad (3.2), considerando que  $N = \rho \frac{N_A}{M}$ , siendo  $\rho$  la densidad,  $N_A$  el número de Avogadro y  $M$  la masa molecular de la molécula que está oscilando.

$$\vec{r} = \frac{\frac{1}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} e\vec{E}' \quad (3.1)$$

$$n^2 = \epsilon' = 1 + N\alpha = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} = 1 + \rho \frac{N_A}{M} \alpha \quad (3.2)$$

#### 3.1.1. La dispersión cromática normal

Centrándonos en los gases, cuando la frecuencia de la onda electromagnética que avanza por el medio material es muy diferente de la frecuencia de resonancia más próxima del sistema, y despreciando  $\omega\gamma_i$  (equivale a asumir que no hay absorción), los osciladores

vibran en fase con el campo y se tiene que  $n$  es real

$$n^2 = \varepsilon' = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (3.3)$$

A partir de la relación entre frecuencia y longitud de onda  $\omega_j = \frac{2\pi c}{\lambda_j}$ , se llega a la **fórmula de Sellmeier** (3.4) que admite un desarrollo en serie de Cauchy previamente mencionado (2.7), caracterizando el índice para cada longitud de onda como veíamos en el caso del aire en la Figura 2.2a.

$$n^2 = 1 + \sum_j \frac{B_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2} \quad (3.4)$$

## 3.2. Fenómenos de scattering en la atmósfera

Muchos de los fenómenos en la atmósfera se deben al scattering o esparcimiento de la luz – del sol o en ocasiones de la luna– por los componentes de la atmósfera terrestre (átomos, moléculas y partículas mencionados en el apartado 2.2). Por scattering se entiende la eliminación parcial de energía de una onda electromagnética incidente en un medio dispersor, siendo dicha energía radiada en todas las direcciones [19, 25-28]. El modelo que se utiliza consiste en considerar al elemento básico que produce el scattering como una carga ligada a un núcleo (osciladores dipolares). En el estudio del rayo verde, el más relevante es el scattering de Rayleigh, un scattering elástico de la luz por parte de los electrones ligados a moléculas y átomos presentes en la atmósfera ( $N_2$ , el  $O_2$ , el  $CO_2$ , el  $H_2O$  y algunas trazas de  $Ar$ ) con diámetro  $< \frac{\lambda}{10}$ .

### 3.2.1. Scattering de Rayleigh

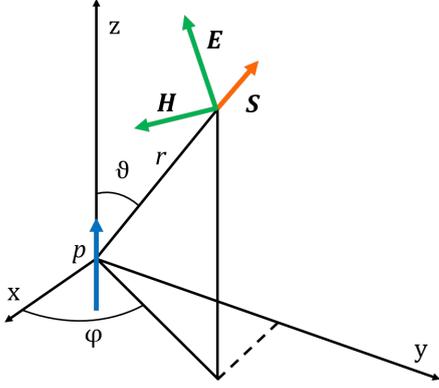
Al ser la atmósfera un gas, podemos considerar que  $\vec{E} = \vec{E}'$  y teniendo presente la ecuación (3.1), el **momento dipolar inducido** en los osciladores lejos de las bandas de absorción se puede definir como (3.5), donde el argumento complejo de  $\vec{E}$  es el retraso de la vibración de los osciladores con respecto a la fuerza y  $\tan \varphi = \frac{\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}$  [3, 9, 25-27, 29].

$$\vec{p} = e\vec{r} = \frac{e^2 \vec{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.5)$$

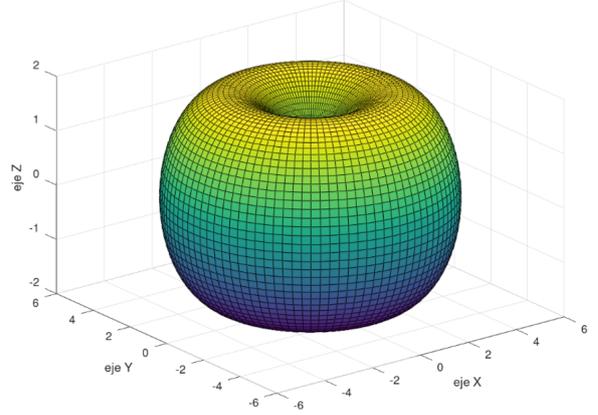
Lejos de la frecuencia de resonancia ( $\omega \ll \omega_0$ ) y siendo  $\varphi$  pequeño, los electrones vibran con pequeña amplitud y en fase con la fuerza; o lo que es lo mismo, la polarización vibra en fase con el campo eléctrico  $\vec{E}$ . La expresión (3.5) se puede reescribir como la ecuación de **radiación de un dipolo oscilante** en el eje  $z$

### 3.2. Fenómenos de scattering en la atmósfera

$$\vec{p} = p_0 e^{-i\omega t} \hat{z} \quad p_0 = \frac{e^2 E}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.6)$$



(a) Representación vectorial de  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{p}$ ,  $\vec{S}$ .



(b) Radiación para campo lejano.

Figura 3.1: Dipolo oscilante.

En puntos lejanos al dipolo ( $r \gg \lambda$ ), los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  se encuentran en la **zona de radiación**, decrecen como  $1/r$  y están en fase. Para conocer la energía radiada por el dipolo necesitamos calcular el promedio temporal del vector de Poynting

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{\omega k^3 p_0^2}{16\pi^2 \epsilon_0} (\sin^2 \theta) \frac{\cos^2(kr - \omega t)}{r^2} \hat{r} \quad \longrightarrow \quad \langle S \rangle = \frac{\omega k^3 p_0^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^2} \sin^2 \theta. \quad (3.7)$$

En la Figura 3.1a, se puede ver que no hay energía radiada a lo largo del eje z (la dirección de vibración del dipolo), pero es el eje de simetría del perfil de intensidad con forma de donut (Figura 3.1b). Integrando  $\langle S \rangle$  en una esfera de radio r, la potencia media radiada es

$$\bar{P} = \frac{\omega^4 p_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3}. \quad (3.8)$$

Las expresiones (3.7) y (3.8) son la base del fenómeno conocido como scattering (esparcimiento) de Rayleigh. En gases en los que el espacio intermolecular es grande comparado con la  $\lambda$  de la onda electromagnética incidente, se puede considerar que los osciladores dipolares radian de forma independiente y, por tanto, las intensidades radiadas se suman. En cuanto a los resultados que se desprenden, hay 2 a destacar:

- La luz del Sol que llega en forma de ondas electromagnéticas planas a la atmósfera de la Tierra hace oscilar a los dipolos moleculares en un plano perpendicular a la

### 3.2. Fenómenos de scattering en la atmósfera

dirección de propagación (dirección  $\hat{x}$  de la Figura 3.2). El campo eléctrico incidente se puede descomponer en dos componentes ortogonales según las direcciones  $\hat{y}$  e  $\hat{z}$ . Como la radiación emitida por dipolos oscilando según la dirección  $\hat{z}$  es nula, el observador bajo el punto  $O$  sobre la superficie de la Tierra recibirá radiación de los dipolos oscilando como luz **linealmente polarizada según la dirección  $\hat{y}$** .

- La **fuerte dependencia de la potencia radiada con  $\omega^4$**  explica que las frecuencias en el azul sean más esparcidas que las frecuencias en el rojo. Considerando los dos extremos del visible (azul-rojo), el cociente de las intensidades dispersadas de acuerdo con el fenómeno de Rayleigh  $\left(\frac{\omega_B}{\omega_R}\right)^4 \approx 15$ . De ahí, que el observador que mira al cielo bajo el punto  $O$  en la Figura 3.2 perciba luz azul, pues, las moléculas de aire dispersan la luz azul en mayor medida que la roja. En cambio, el otro observador ve el cielo rojizo precisamente porque gran parte de la luz azul se ha dispersado por el camino.

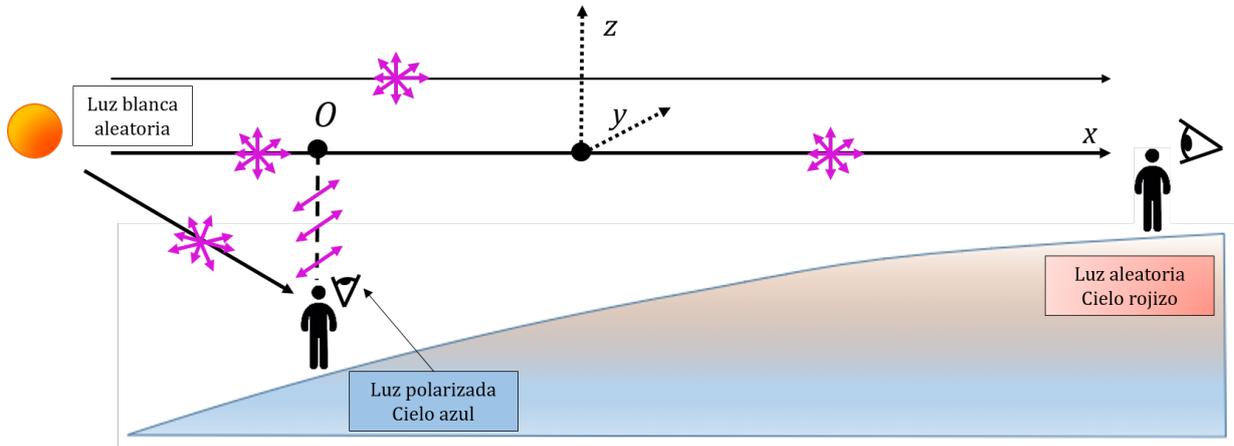


Figura 3.2: Efecto del scattering de Rayleigh sobre la luz que perciben los observadores.

Utilizando (3.8) y (3.6), la potencia media radiada por el dipolo oscilante viene dada por (3.9) y la potencia total radiada en la unidad de volumen es  $N\bar{P}$ .

$$\bar{P} = \frac{\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \frac{e^4 E_0^2}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (3.9)$$

Si la onda se propaga en la dirección  $\hat{x}$ , el cambio de intensidad debido al scattering de Rayleigh cuando avanza  $dx$  será  $dI = -N\bar{P}dx$  que también se puede escribir como  $\frac{dI}{I} = -\gamma dx$ . Por lo que, la intensidad (3.10) estará atenuada por el coeficiente  $\gamma$ , que depende del índice de refracción  $n$ ,  $\omega$  y  $N = 2,7 \cdot 10^{19}$  moléculas/ $cm^3$ .

$$I = I_0 e^{-\gamma x} \quad \gamma = \frac{N\omega^4}{6\pi\epsilon_0^2 c^4} \frac{e^4}{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} = \frac{2}{3\pi N} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 (n-1)^2 \quad (3.10)$$

---

# Capítulo 4

## Variación de la trayectoria de los rayos en medios estratificados

En este capítulo, intentaremos determinar cuál es el camino que sigue un rayo en un medio inhomogéneo estratificado, pues la luz sólo viaja en línea recta entre dos puntos en un medio homogéneo. Además, los resultados obtenidos en este capítulo serán aplicados, posteriormente, en el Capítulo 5.

### 4.1. Principio de Fermat

El Principio de Fermat, de camino óptico más breve o de tiempo mínimo viene a decir que un rayo que viaja entre dos puntos atraviesa el medio siguiendo el camino que posee una menor longitud de camino óptico  $L$ ; o lo que es lo mismo, el que implica un tiempo menor [5, 9, 11, 22, 25, 28, 30-33]. Usando como ejemplo la construcción de la Figura 4.1 el rayo pretende llegar del punto  $A$  al  $B$  por el camino más breve. Si el índice  $n$  fuera constante a lo largo de la trayectoria el rayo avanzaría siguiendo la dirección punteada en azul. En cambio, al propagarse por un medio de índice mayor la trayectoria se curva.

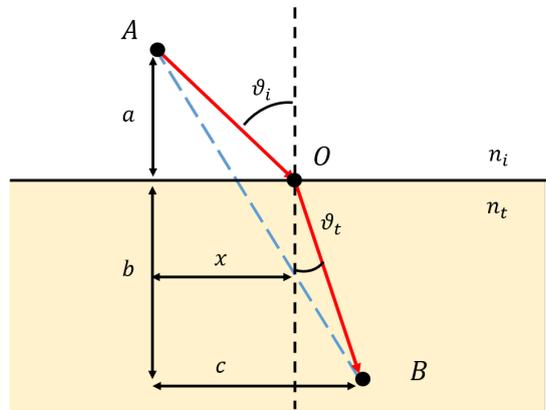


Figura 4.1: Refracción de un rayo al cambiar de índice.

El tiempo que tarda el rayo en realizar el camino entre  $A$  y  $B$  será  $t = t_{AO} + t_{OB}$  y la longitud del camino óptico  $L = n_i AO + n_t OB$ . Las distancias  $AO$  y  $OB$  se pueden expresar en función de  $a, b, c$  y  $x$  y como, tanto el tiempo como la longitud de camino óptico, deben ser estrictamente un extremal, la derivada se tiene que anular

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_i \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{c - x}{v_t \sqrt{b^2 + (c - x)^2}} = 0 \quad (4.1)$$

A partir de las relaciones geométricas del  $\sin \vartheta_i$  y  $\sin \vartheta_t$  que se desprenden de la Figura 4.1, se llega a la expresión

$$\frac{dt}{dx} = \frac{\sin \vartheta_i}{v_i} - \frac{\sin \vartheta_t}{v_t} = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{n_i \cdot \sin \vartheta_i = n_t \cdot \sin \vartheta_t.} \quad (4.2)$$

Es decir, el principio de tiempo mínimo se verifica cuando se aplica la Ley de Snell para cada cambio de índice. Los rayos viajan más despacio por los medios de índice mayor, cuya consecuencia es que los rayos se curven.

## 4.2. Medios estratificados planos

### 4.2.1. Ecuación eikonal

La ecuación eikonal es la ecuación diferencial de la trayectoria de los rayos en una situación genérica [22, 30, 31]. Para obtenerla, partimos de las ecuaciones de Maxwell de primer orden independientes del tiempo para  $\vec{E}_0$  y  $\vec{H}_0$ , donde los vectores intensidad de campo eléctrico y magnético están definidos en función  $\vec{e}$  y  $\vec{h}$ , que llevan las direcciones de los campos de la forma  $\vec{E}_0 = \vec{e}(\vec{r})e^{ik_0S(\vec{r})}$  y  $\vec{H}_0 = \vec{h}(\vec{r})e^{ik_0S(\vec{r})}$ . En el límite de la óptica geométrica ( $\lambda_0 \rightarrow 0$ , es decir,  $k_0 \rightarrow \infty$ ), las **ecuaciones de Maxwell aparecen en función del camino óptico  $S(\vec{r})$**

$$\begin{aligned} \nabla S \times \vec{h} &= -\varepsilon \vec{e} \\ \nabla S \times \vec{e} &= \mu \vec{h} \\ \vec{e} \cdot \nabla S &= 0 \\ \vec{h} \cdot \nabla S &= 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

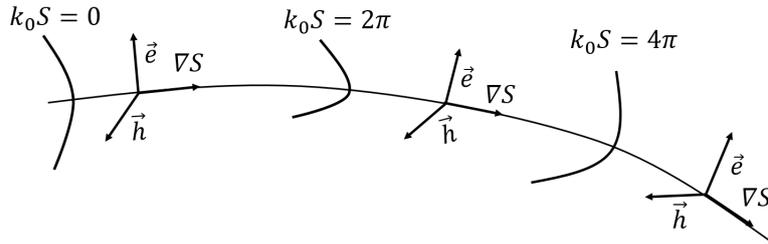


Figura 4.2: Relación entre los vectores  $\vec{e}$ ,  $\vec{h}$  y  $\nabla S$  a lo largo de la eikonal.

En primer lugar, de las dos últimas relaciones de (4.3) vemos que tanto  $\vec{e}$  como  $\vec{h}$  son perpendiculares a  $\nabla S$  y el gradiente  $\nabla S$  es perpendicular a los frentes de onda geométricos (superficies de  $S = cte.$ ). En segundo lugar, de las dos primeras relaciones se desprende que  $\vec{e}$  y  $\vec{h}$  también son ortogonales entre sí (véase la Figura 4.2). Además, plantean un sistema

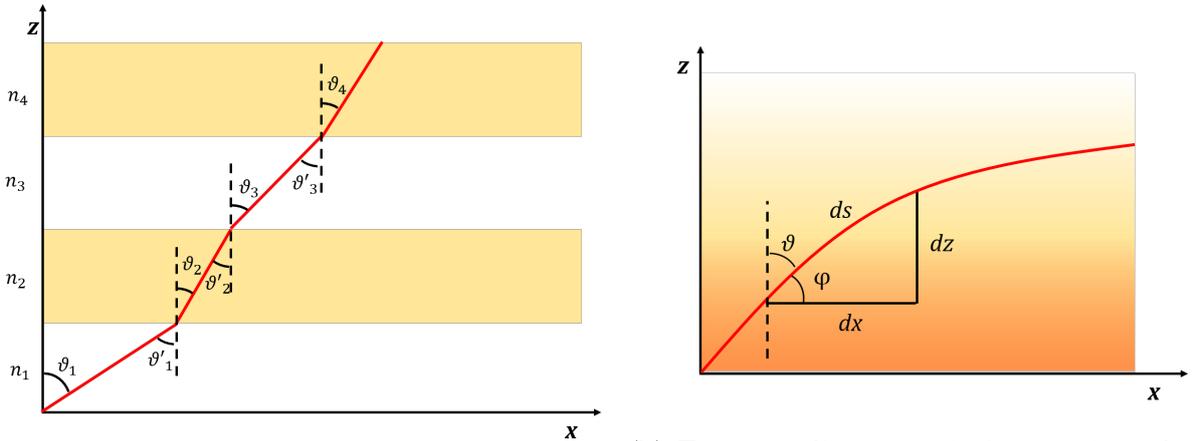
lineal homogéneo de 6 ecuaciones (debido a las componentes  $e_x, h_x, \dots$  de los vectores  $\vec{e}, \vec{h}$ ), que no tiene una solución distinta de la trivial a menos que el determinante de los coeficientes se anule. En este caso,  $\frac{1}{\mu} [(\vec{e} \cdot \nabla S) \nabla S - \vec{e} (\nabla S)^2] + \varepsilon \vec{e} = 0$  y aplicando los resultados de (4.3) y que  $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$ , se llega a una ecuación diferencial parcial no lineal conocida como la **ecuación eikonal**

$$n^2(x, y, z) = (\nabla S)^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 \quad \rightarrow \quad n = |\nabla S|. \quad (4.4)$$

En un medio homogéneo, el índice de refracción es constante y  $\nabla S = 0$ , con lo que, la trayectoria del rayo sería una línea recta. Este mismo resultado (4.4) se podría haber alcanzado partiendo de la ecuación de ondas [30].

Para conocer la trayectoria que seguiría un rayo bastaría con resolver la ecuación (4.4), lo cual resulta complicado sin datos más concretos. Sin embargo, el caso que nos interesa es el de un rayo que atraviesa un medio con un índice de refracción que varía de unas capas planas a otras como podría ser el de la Figura 4.3a [25]. Como el índice, además, varía de manera continua, planteamos la relación infinitesimal  $(ds)^2 = (dz)^2 + (dx)^2$  donde  $ds$  es el arco infinitesimal a lo largo de la trayectoria del rayo de la Figura 4.3b. Que también se puede escribir como

$$\left(\frac{ds}{dx}\right)^2 = \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + 1. \quad (4.5)$$



(a) En un medio estratificado plano.

(b) En un medio con variación continua de índice  $n(z)$ .

Figura 4.3: Cambio de la trayectoria de un rayo.

Utilizando la relación del invariante  $\tilde{\beta} = n(z) \cdot \sin \vartheta = n(z) \cos \varphi$  y la relación geométrica  $\cos \varphi = dx/dS$  se llega a la **ecuación del rayo para un índice  $n(z)$**  (4.6), que tiene otra variante de segundo orden al diferenciarla con respecto a  $x$ . La solución a cualquiera de estas ecuaciones diferenciales nos dará la trayectoria  $z(x)$  que seguirá el rayo en un medio estratificado plano con función de índice  $n(z)$ .

$$\boxed{\frac{dz}{dx} = \pm \frac{\sqrt{n^2(z) - \tilde{\beta}^2}}{\tilde{\beta}} \qquad \frac{d^2z}{dx^2} = \frac{1}{2\tilde{\beta}^2} \frac{dn^2(z)}{dz}} \quad (4.6)$$

Para el caso de una función de índice **exponencial decreciente** de tipo

$$n(z) = A + Be^{-Cz} \quad (4.7)$$

al introducirlo en la ecuación de primer orden (4.6), la solución  $z(x)$  nos dará la trayectoria del rayo en un medio estratificado plano

$$C_1 \pm \frac{x}{\beta} = \frac{e^{-Cz} \sqrt{(A^2 - \beta^2)e^{2Cz} + 2ABe^{Cz} + B^2}}{C \sqrt{(A^2 - \beta^2)} \cdot \sqrt{(A^2 - \beta^2) + 2ABe^{-Cz} + B^2e^{-2Cz}}} \cdot \operatorname{arctanh} \left( \frac{A^2e^{Cz} + AB - \beta^2e^{Cz}}{\sqrt{(A^2 - \beta^2)} \cdot \sqrt{(A^2 - \beta^2)e^{2Cz} + 2ABe^{Cz} + B^2}} \right). \quad (4.8)$$

### 4.3. Medios estratificados esféricos

Como la atmósfera presenta un índice estratificado de capas esféricas (apartado 2.1.4.1) y no planas, la desviación que sufren los rayos  $\Delta\vartheta$  puede definirse por la **fórmula de Bennett** (4.9), que depende del ángulo de incidencia  $\varphi_i$  con respecto a la horizontal en grados, la presión (*mbar*) y la temperatura ( $^{\circ}C$ ) [34]. En el atardecer ( $\varphi_i = 0$ ), para  $P = 1013mb$  y  $T = 20^{\circ}C$ , la desviación de los rayos es de  $\Delta\vartheta = 0,56^{\circ}$ .

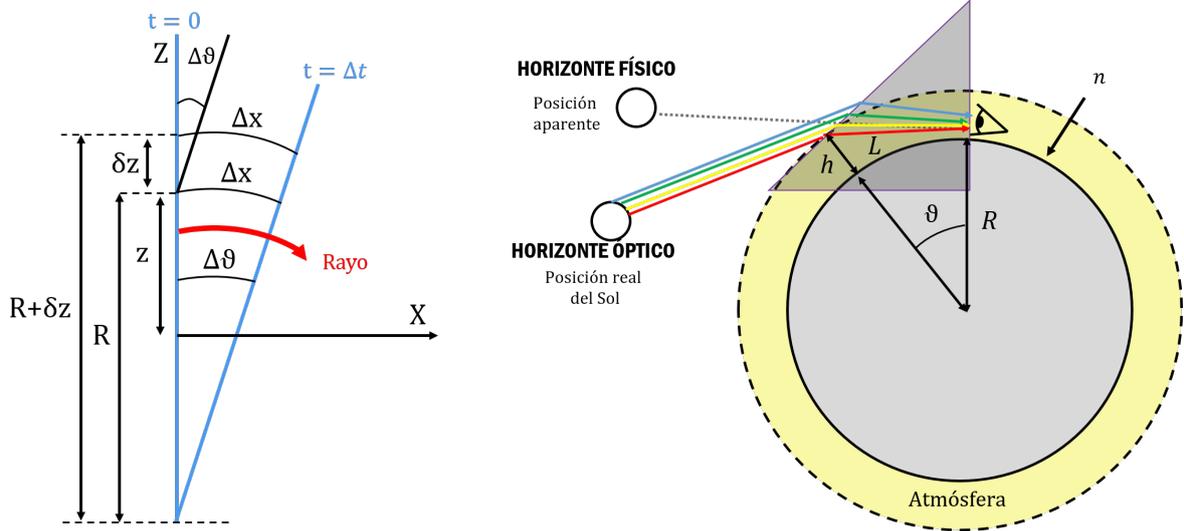
$$\Delta\vartheta(^{\circ}) = \frac{60''}{\tan\left(\varphi_i + \frac{7,31}{\varphi_i + 4,4}\right)} \cdot \frac{0,283P}{273 + T} \quad (4.9)$$

#### 4.3.1. El rayo verde

##### 4.3.1.1. Descripción física

En este apartado, vamos a obtener el ángulo de desviación del Sol cuando se pone en el horizonte de una forma más intuitiva [2] y compararlo con el valor que se obtenía de la fórmula de Bennett (4.9).

Un haz incide en el medio en  $x = 0$  propagándose en el eje  $x$ , de manera que, su frente de onda es paralelo al eje  $z$  y se deben considerar las diferencias en la propagación para las altura  $z$  y  $z + \delta z$ , donde el índice ha variado (véase la Figura 4.4a).



(a) Curvatura del haz debido a  $n(z)$ . (b) Trayectoria de los rayos en la atmósfera y dispersión cromática.

Figura 4.4: Construcciones geométricas de rayos.

Las distancias recorridas por el frente de onda en un tiempo  $\Delta t$  a las altura  $z$  y  $z + \delta z$  vienen dadas por (4.10). El frente de onda, como se puede ver en la Figura 4.4a, ha rotado un ángulo  $\Delta\theta$  que obedece la relación (4.11) y como el rayo siempre es perpendicular al frente de onda, esto equivale a que el rayo ha curvado su trayectoria como consecuencia de la variación de índice. Con lo que, la curvatura de los rayos verifica la expresión (4.12).

$$\Delta x = \frac{c}{n(z)} \cdot \Delta t \quad \Delta x = \frac{c}{n(z + \delta z)} \cdot \Delta t \quad (4.10)$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta(\Delta x)}{\delta z} = \frac{c\Delta t}{\delta z} \left[ \frac{1}{n(z + \delta z)} - \frac{1}{n(z)} \right] \approx \frac{c\Delta t}{\delta z} \frac{\delta n}{n^2(z)} \quad (4.11)$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{\Delta\theta}{\Delta x} = \frac{1}{n} \left( \frac{dn}{dz} \right)} \quad (4.12)$$

Utilizando aproximaciones paraxiales en el momento de la puesta del Sol, el espesor equivalente de la atmósfera<sup>1</sup> se puede aproximar por  $h = p/\rho g = 9,5km$  y el índice a nivel

<sup>1</sup>espesor equivalente de la atmósfera: espesor que tendría la atmósfera a la presión estándar y en ausencia de gravedad.

del mar es  $n_0 = 1,000277$ . Por lo que, la media del gradiente de índice es

$$\frac{\delta n}{\delta z} = \frac{n_0 - 1}{h} = 2,9 \cdot 10^{-8} m^{-1}.$$

La distancia que recorre el rayo desde que entra en la atmósfera hasta llegar al horizonte,  $L$ , se puede deducir de la Figura 4.4b y es  $L = \sqrt{2Rh + h^2} \approx \sqrt{2Rh}$ , donde  $R$ , no es simplemente el radio de la Tierra, sino el radio efectivo  $R = \frac{4}{3}R_T$  [35]. Por lo tanto,  $L = 4,02 \cdot 10^5 m$  y la curvatura angular que sufre el rayo debida a la variación atmosférica del índice es

$$\Delta\theta = L \cdot \frac{1}{n} \left( \frac{dn}{dz} \right) = 0,01 rad = 0,57^\circ$$

un resultado prácticamente idéntico al que obteníamos para la fórmula de Bennett ( $0,56^\circ$ ). Esto implica que cuando el Sol se está ocultando (véase la Figura 4.4b) y parece estar en el horizonte (formando un ángulo cercano a  $90^\circ$  con la normal a la superficie terrestre), en realidad, existe una diferencia de  $0,56^\circ - 0,57^\circ$  entre la posición real (horizonte óptico) y la aparente (horizonte físico) y el Sol se encuentra ya completamente escondido [9].

Para comprender la dispersión cromática producida al atardecer, pensemos en el Sol como una superposición de discos de distintos colores. La mayor parte del tiempo todos se encuentran perfectamente alineados y nos hacen percibir el Sol como “blanco” [3, 9]. No obstante, cuanto más cerca se encuentre el Sol del horizonte, más largo es el camino que recorren los rayos dentro de la atmósfera. Y como el mayor índice está en la superficie, es donde la dispersión cromática sobre la luz es más acusada, desviando cada  $\lambda$  (más la azul que la roja) con distinto ángulo. Con lo que, aunque en la región central los discos sigan superponiéndose, el azul (en la parte superior) y el rojo (en la inferior) se han desplazado verticalmente suficiente como para que pudiéramos verlos fuera de la silueta blanca. Y al ocultarse, irán desapareciendo uno por uno todos los colores hasta que el último sea el azul.

Sin embargo, al mismo tiempo que tiene lugar la dispersión cromática, las partículas y las moléculas de aire producen un scattering de Rayleigh detallado en el apartado 3.2.1 (fundamentalmente sobre  $\lambda_{azul}$ ) a lo largo del camino óptico y el vapor de agua absorbe parte de las  $\lambda$  correspondientes al amarillo y el naranja. Con lo que, eso nos deja el rojo y el verde en los extremos del disco [36]. El rojo sufre muy poca absorción, pero cuando el Sol está a punto de ocultarse, es el primero que deja de ver el observador (véase la Figura 4.4b). Aunque el fenómeno en sí sería la observación del rayo azul (Figura 4.5), hablamos del rayo verde y no del azul, pues, debido al scattering que sufre, es francamente difícil de verse y es el rayo verde (Figuras 4.6a y 4.6b) lo que en algunas ocasiones se puede avistar [3, 37, 38]. Aún así, bajo condiciones atmosféricas específicas, se pueden producir variaciones del mismo fenómeno dando lugar a rayos azules, amarillos e incluso rojos [10].

Para calcular la variación de ángulo debida a la dispersión entre las longitudes de onda roja y azul (véase la Figura 4.4b), se emplea el índice de dispersión de Abbe (4.13), donde

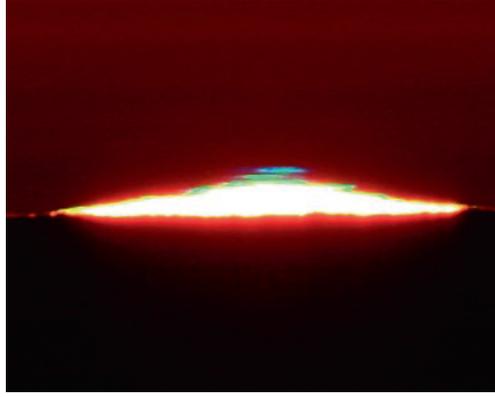


Figura 4.5: Rayo azul desde Tenerife [36].



(a) Desde las Islas Cíes, Galicia [7].



(b) Desde la playa de Papagayo, Lanzarote [8].

Figura 4.6: Recortes de imágenes del rayo verde en España en 2020.

$n_d, n_F, n_C$  son los índices de refracción para las líneas de Fraunhofer  $\lambda_C = 656,28nm$  (línea C del H, roja),  $\lambda_d = 587,56nm$  (línea d del He, amarilla) y  $\lambda_F = 486,13nm$  (línea F del H, azul) y  $V = 90$  en el aire [39]. El aire desvía cada longitud de onda como si se tratase de un prisma atmosférico de ángulo  $\alpha$  de acuerdo la relación (4.14), que depende del índice  $n$  para ese haz en concreto [37]. Por lo tanto, calculando según (4.14) la diferencia de dispersión entre las longitudes azul y roja es  $\Delta\theta_F - \Delta\theta_C = (n_F - n_C)\alpha$  y combinándola con el número de Abbe (4.13) se llega a que la diferencia angular entre las dispersiones de  $\lambda_C$  y  $\lambda_F$  viene dada por (4.15).

$$\boxed{V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}} \quad (4.13)$$

$$\Delta\theta = (n - 1)\alpha \quad (4.14)$$

$$\boxed{\Delta\theta_F - \Delta\theta_C = \frac{\Delta\theta_d}{V}} \quad (4.15)$$

Estamos ante un caso, por tanto, en el que la variación de la trayectoria de los haces producida por la atmósfera es pequeña ( $0,57^\circ$ ), pero la dispersión entre el rojo y el azul en aire ( $V = 90$ ) lo es aún más

$$\boxed{\Delta\theta_F - \Delta\theta_C = 0,006^\circ.}$$

Con lo que, la dispersión cromática en el atardecer no se puede resolver por el ojo humano (con un poder resolutivo de  $1' = 0,017^\circ$ ) salvo que sea amplificada.

#### 4.3.1.2. Observación

Uno de los mayores problemas en la observación del rayo verde es que la mayoría desconoce exactamente lo que busca. Y es que el término “Green Flash”, o “Rayo verde” en castellano, induce a equívoco. Para empezar no siempre tiene un color verde y tampoco es un rayo que veamos pasar ni un flash que ilumine todo el cielo, sino un pequeño segmento coloreado de forma lenticular que aparece en los bordes del disco solar [40].

Para que la observación de este fenómeno sea posible, en primer lugar, es necesaria una buena ubicación: un lugar con buena visibilidad del horizonte y la ausencia de contaminación, nubes o niebla. Por eso, una llanura desde lo alto de una montaña, las orillas de un gran lago, el mar visto desde la costa, un rascacielos en una región plana o una vista desde un avión en pleno vuelo son lugares que cumplen con las características que posibilitan la observación [3, 9, 36-38, 40]. De hecho, la mayoría de observaciones del rayo verde tienen lugar en el mar, donde la línea de observación es paralela al horizonte y es el punto en el que la dispersión de colores es mayor [3, 36], o por pilotos de aviones que tienen una vista panorámica libre de obstáculos [38, 40].

Sin embargo, incluso bajo unas condiciones de observación ideales, muchas veces no se llega a observar. Y es que el rayo verde apenas tiene una duración de 1 ó 2 segundos y la dispersión rojo-azul es de tan sólo  $0,006^\circ$  a menos que se cumplan una de las dos siguientes circunstancias. La primera es que esté amplificado por un espejismo inferior o superior (apartado 2.1.4.2), conocidos con el nombre de “inferior-mirage green flash” y “mock-mirage green flash”, respectivamente. Y la segunda es que el horizonte cubra todo el disco solar salvo la parte superior (Figura 4.6a), en cuyo caso toda la luz que deja pasar es verde y ya no importa que el ojo no sea capaz de resolverlo [3].

En segundo lugar, el uso de instrumentos ópticos como telescopios o prismáticos también resulta de gran ayuda, especialmente para principiantes, aunque la observación del Sol a través de ellos constituye un claro riesgo para el ojo a no ser que la imagen esté atenuada o el Sol esté suficientemente bajo (su elevación debe ser inferior a su radio) [3, 36, 38, 40].

Además, debemos tener en cuenta que debido a la adaptación visual a la observación del Sol durante un tiempo prolongado, se produce una pérdida de sensibilidad al rojo de la retina. Dando lugar a que el rojo se perciba como amarillo y el amarillo como verde. Lo cual, podría producir la ilusión de estar ante un rayo verde que dura minutos cuando en realidad no se haya producido ninguno [9, 10, 37, 40]. No obstante, esto no sucede con el rayo verde del amanecer, pues, la primera exposición solar a la que se ve sometido el ojo es precisamente éste y resulta ser una opción mucho más segura [38]. En cualquier caso, grabar o fotografiar el fenómeno puede ser una buena opción para después intentar ampliar la imagen, pero requiere una técnica y equipo específicos [38, 40].

En la práctica se ha visto que si el Sol está muy rojizo durante el atardecer no será posible observar el rayo verde. En cambio, si continúa teniendo una apariencia amarilla cuando se acerca al horizonte y, además, presenta formas extrañas o una estructura laminar o de bandas es más probable un avistamiento [3, 38]. A pesar de que la mayoría de avistamientos se producen en el atardecer, también es posible su observación con los primeros rayos del amanecer. En este caso, es conveniente que la noche anterior haya helado [38]. Eso sí, en cualquiera de las situaciones, se recomienda que poco después de que el Sol se oculte o aparezca continuemos mirando, ya que, se podría llegar a ver un rayo verde debido a ondas en el aire o en el agua (más probable para latitudes mayores) [40].

Asimismo, se debe considerar que la duración de un destello verde que no ha sido amplificado por un espejismo es inversamente proporcional a velocidad vertical con la que el Sol se oculta. Esta velocidad, a su vez, depende de la latitud del observador y de la época del año. En Centroeuropa la duración habitual del destello es de 1,5s [37, 38, 40]. Mientras que, en regiones polares durante el verano el Sol se oculta mucho más despacio y el destello verde correspondiente será mucho más largo [37]. Es decir, que a latitudes mayores se puede lograr incrementar la duración del rayo verde hasta 15s [41].

Algunos de los avistamientos más destacables se han llevado a cabo en el Polo Sur y en la Antártida, donde en 1931 se registraron destellos verdes intermitentes durante más de 30 minutos [36]. Las temperaturas extremadamente bajas y la existencia de capas de inversión en los gradientes de temperatura proporcionan un medio muy inhomogéneo ideal para la observación de fenómenos ópticos como los espejismos [33].

Por último, otro efecto estrechamente ligado al avistamiento del rayo verde es la formación de picos o distorsión del contorno superior del disco debido a la presencia de ondas viajando a través de las capas de inversión (véase la distorsión del Sol en la Figura 4.6b) [3]. Cada pareja de picos (a ambos lados), es el resultado de un espejismo de una franja horizontal del Sol. A medida que los picos suben por el disco -bien por el descenso del Sol o el ascenso de las ondas- aíslan un segmento del disco solar que justo cuando alcanzan el extremo superior pueden mostrar el rayo verde o el azul amplificados.

---

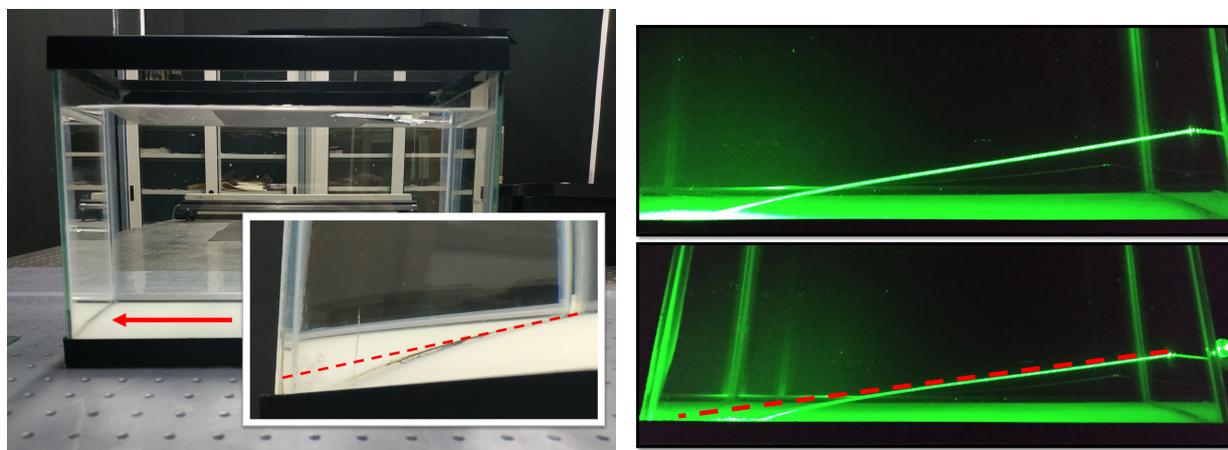
# Capítulo 5

## Reproducción del rayo verde

Una vez descrito el fenómeno, vamos a intentar reproducirlo a menor escala en el laboratorio. Para ello, los materiales empleados han sido:

- Acuario  $30,5\text{cm} \times 13,3\text{cm} \times 20,6\text{cm}$
- Cartulina negra
- Pipeta serológica
- 6l de agua destilada
- 500g de sacarosa común ( $C_{12}H_{22}O_{11}$ )
- Pinhole de diámetro variable ajustado a 1mm
- Soporte para el pinhole
- Bancos de óptica
- Carritos magnéticos
- Soporte de elevación para la pecera
- Cámara Conceptronic AMDIS 01B
- Objetivo  $f' = 7,8\text{cm}$
- Refractómetro de Abbe 5
- Espectrómetro HORIBA iHR 550
- Láser monocromático verde
- LED Lenser P4BM de 18lm
- Lámpara espectral de Na 1A
- Lámpara espectral de He 1A
- Lámpara espectral de H 10mA

### 5.1. Resultados experimentales



(a) Curvatura de las aristas del acuario.

(b) Desviación del haz monocromático.

Figura 5.1: Imágenes de los efectos del gradiente de índice en la trayectoria de la luz.

Para preparar el gradiente de índice, se han vertido los 6 litros de agua destilada en el acuario y el azúcar más o menos homogéneamente (sin remover) y se ha esperado 24 horas para que la función del índice con la altura sea uniforme. Una vez preparado el medio, se ha llevado a cabo una prueba para comprobar que efectivamente el medio desviaba la trayectoria de un haz monocromático. En la Figura 5.1, se puede ver la curvatura tanto de

un láser monocromático verde como del aspecto de las aristas del acuario con respecto a la linealidad (representada por una línea punteada roja, que es la trayectoria que seguiría el rayo en un medio homogéneo).

Partiendo de que el medio se encuentra a una temperatura ambiente  $T = 20^\circ C$  estable y uniforme, queremos caracterizar el gradiente de índice de la pecera. Por lo que, la concentración de sacarosa es lo único que produce cambios en el índice de refracción y ésta varía con la profundidad. Utilizando la pipeta serológica se han tomado muestras de disolución en dirección descendente y se han analizado utilizando el refractómetro de Abbe, dando lugar a los resultados mostrados en la Figura 5.2. El índice de refracción obedece una ley exponencial decreciente con la altura (en  $cm$ ) dada por (5.1) o, lo que es lo mismo, creciente con la profundidad. Comparando (5.1) con (4.7), los valores del ajuste del índice en el acuario resultan ser  $A = 1,3339$ ,  $B = 0,10147$  y  $C = 1,328$  para la altura en  $cm$ .

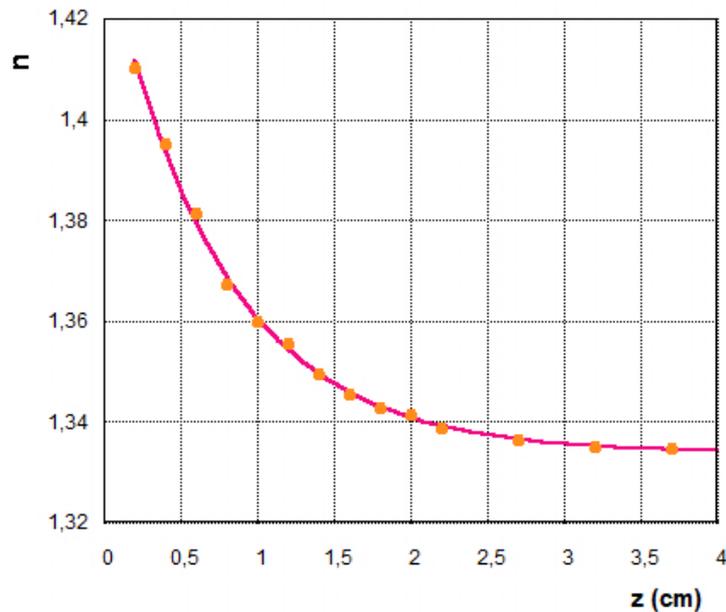


Figura 5.2: Resultado experimental del índice de refracción del acuario. Ajuste exponencial decreciente en la región de altura  $[0 - 4cm]$ .

$$n(z) = 1,3339 + 0,10147 \cdot e^{-1,328 \cdot z} \quad \forall z \in [0, 4]cm \quad (5.1)$$

A continuación, una vez caracterizado el índice, se ha colocado la linterna LED sujeta a uno de los carritos y de forma que su haz incide sobre una de las caras del acuario después de atravesar el pinhole. Los laterales del acuario se han cubierto con una cartulina negra para evitar que otras luces puedan interferir con las que se pretende estudiar. El acuario se ha elevado y el soporte de la linterna calzado para que el haz incida sobre la zona de mayor

índice de refracción y con un cierto ángulo ( $\varphi = 6,55^\circ$ ). Tras el acuario, se han situado el objetivo, el horizonte y la CCD de la cámara dispuestos según se muestra en la Figura 5.3.

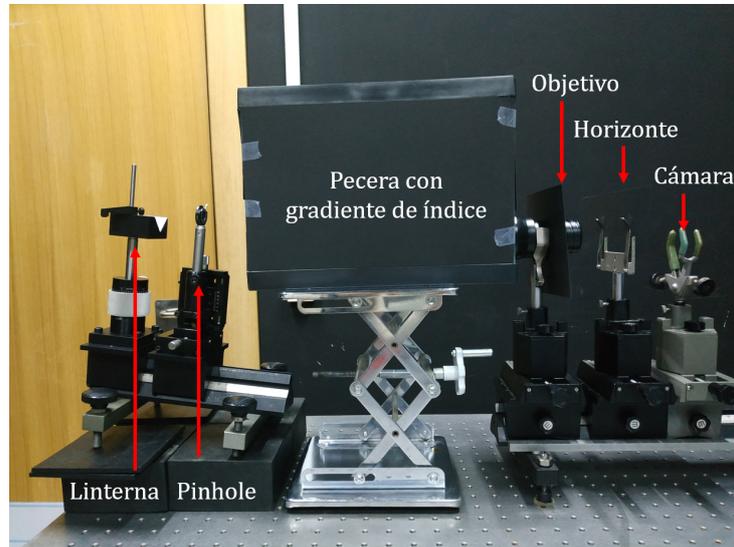


Figura 5.3: Montaje de laboratorio.

Se pretenden simular los últimos rayos del atardecer cuando el Sol se acerca al horizonte. En este caso, como logísticamente resulta más complicado desplazar verticalmente la fuente de luz hacia el horizonte, desplazamos el horizonte hasta que cubra completamente la luz que capta la cámara. En las grabaciones del ocultamiento (véase la Figura 5.4), observamos que a medida que la fuente de luz se esconde tras el horizonte, en la región superior del disco, comienza a formarse una zona lenticular coloreada en la que se produce la dispersión cromática objeto de nuestro estudio. No obstante, el retraso de la velocidad de reacción de la cámara con respecto al desplazamiento vertical del horizonte hacen que no sea sencillo captar el fenómeno.

Para calcular la desviación de la trayectoria del haz a lo largo del acuario se han empleado dos métodos teóricos distintos. El primero, partiendo de la solución (4.8) y sustituyendo

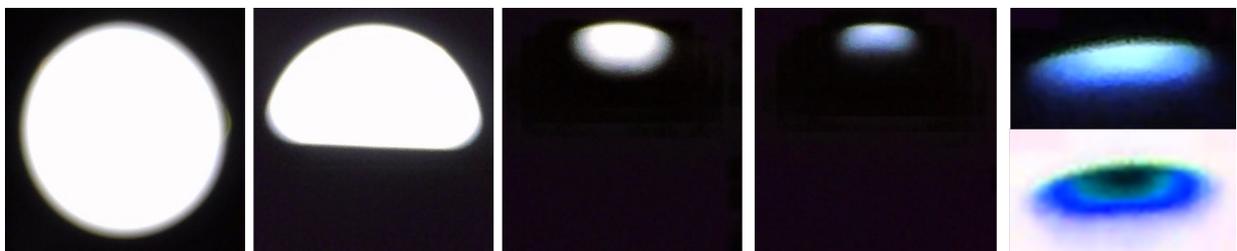


Figura 5.4: Secuencia del ocultamiento de la fuente de luz tras el horizonte y tratamiento del segmento lenticular final con Measure Dynamics.

## 5.1. Resultados experimentales

los valores  $A, B, C$  del ajuste de (5.1), se llega a que  $\Delta\vartheta_{teor1} = 16,03^\circ$ . El segundo método, ha consistido en la resolución computacional con Runge-Kutta de la ecuación diferencial de segundo orden (4.6) utilizando también los valores  $A, B, C$  del ajuste de (5.1), cuyo resultado ha sido una desviación de  $\Delta\vartheta_{teor2} = 13,77^\circ$ .

Por otro lado, analizando con Measure Dynamics una imagen similar a la de la Figura 5.1b, la desviación del láser verde medida ha sido  $\Delta\vartheta_{exp} = 9,47^\circ$ . Para ello se ha modelizado la trayectoria que sigue el rayo mostrado en la Figura 5.1b estableciendo una equivalencia entre el gradiente de los últimos  $4cm$  de la pecera y un medio inhomogéneo estratificado de 3 capas claramente diferenciadas (véase la Figura 5.5). Del análisis de la fotografía se han obtenido datos de la posición del haz en cada punto del acuario, a lo cual se le ha realizado un ajuste lineal a 3 rectas. De esta manera, se puede apreciar la diferencia entre la trayectoria que seguiría el haz en ausencia de variación de índice refracción (línea roja) y el que sigue y se corresponde con el ajuste lineal del modelo de 3 capas (línea verde). Los resultados obtenidos de este ajuste son los siguientes:

$\Delta x_1 = 0,187m$	$\Delta h_1 = 0,019m$	$n_1 = 1,3345$	$\alpha_1 = \alpha_0 = 84,12^\circ$
$\Delta x_2 = 0,060m$	$\Delta h_2 = 0,007m$	$n_2 = 1,3360$	$\alpha_2 = 83,52^\circ$
$\Delta x_3 = 0,056m$	$\Delta h_3 = 0,013m$	$n_3 = 1,3635$	$\alpha_3 = 76,80^\circ$
$D = 0,305m$	$h_0 = 0,039m$		

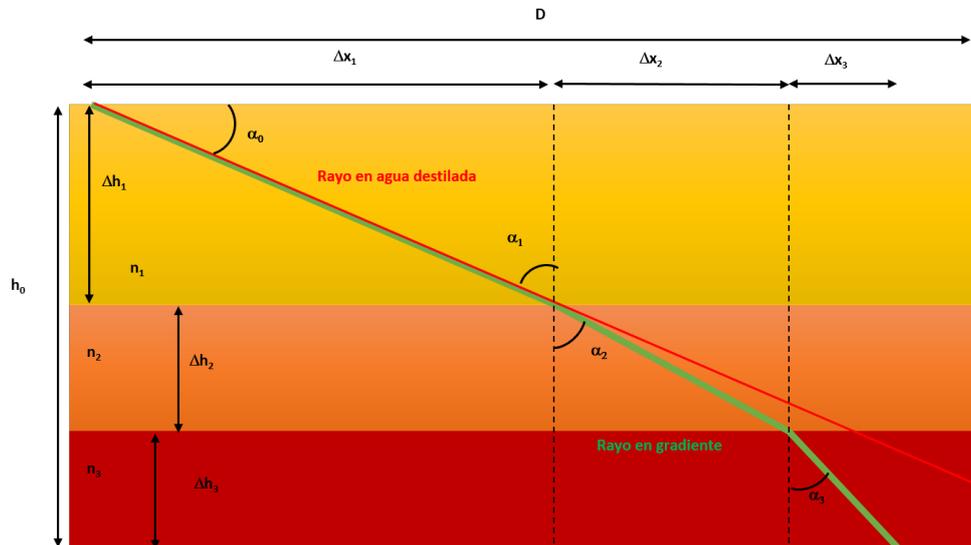


Figura 5.5: Modelo equivalente de 3 capas de índice de refracción.

Es decir, la mayor desviación de la trayectoria del haz viene en los últimos  $1,3cm$ , que es también donde el índice de refracción es mayor.

A partir de los 3 resultados, se puede considerar que la desviación que sufren los rayos en el acuario (un medio estratificado plano) es

$$\boxed{\Delta\vartheta = 13^\circ \pm 3^\circ.}$$

Posteriormente, para calcular la desviación cromática según (4.15), necesitamos obtener el valor del número de Abbe  $V$  (4.13) del acuario. El número de Abbe se ha determinado a partir de 2 formas distintas: una experimental y otra teórica. Para la experimental, se han tomado muestras de la disolución a una altura  $h = 1,6\text{cm}$ , donde el índice varía significativamente. Utilizando las lámparas espectrales de H (para las líneas azul y roja) y las de He y Na (para la línea amarilla) se ha medido el índice de refracción utilizando el refractómetro de Abbe. De lo cual, se desprenden los resultados experimentales

$$\boxed{\begin{aligned} n_d &= 1,377 \pm 0,001 \\ n_F &= 1,384 \pm 0,001 \\ n_C &= 1,377 \pm 0,001 \\ V_{exp} &= 48 \pm 14. \end{aligned}}$$

También se podría haber obtenido  $V$ , directamente del refractómetro de Abbe, aunque los resultados no eran concluyentes.

Por otra parte, el valor teórico se ha calculado a partir de los índices de refracción para las líneas de Fraunhofer [39] y (4.13). Utilizando la relación empírica  $n(\lambda)$  [42] correspondiente a una concentración del 30% de azúcar (válida para una altura  $h = 0,6\text{cm}$  del acuario), donde  $\lambda$  está expresada en  $nm$

$$n(\lambda) = 1,3839 - \frac{1,611 \cdot 10^4}{\lambda^2} + \frac{5,16 \cdot 10^9}{\lambda^4} \quad (5.2)$$

se ha llegado a los resultados

$$\boxed{\begin{aligned} n_d &= 1,3805 \pm 0,0004 \\ n_F &= 1,4081 \pm 0,0009 \\ n_C &= 1,3743 \pm 0,0003 \\ V_{teor} &= 11,3 \pm 0,4. \end{aligned}}$$

La dispersión cromática entre el azul y el rojo, para el caso experimental estará entre  $0,16^\circ$  y  $0,47^\circ$ . En cambio, para el caso teórico estará comprendida entre  $0,85^\circ$  y  $1,47^\circ$ . En general, podemos hablar de una dispersión cromática angular o en el eje  $z$  (considerando que el acuario mide  $L = 30,5\text{cm}$ ) de

$$\Delta\vartheta_F - \Delta\vartheta_C = 0,8^\circ \pm 0,7^\circ$$

$$\Delta z = 0,5mm - 8mm.$$

No obstante, esta sería la dispersión cromática a la salida del acuario. Pero después la imagen se traslada a través de un objetivo de calidad ( $f' = 78mm$ ) hasta la CCD, ya que, la utilización de lentes simples generaba gran cantidad de aberraciones en la imagen. Mediante consideraciones geométricas, hemos calculado que la separación cromática en la CCD será de entre  $0,04mm$  y  $0,6mm$ . El píxel de la cámara empleada es cuadrado y de tamaño  $5,6\mu m$  y la CCD tiene unas dimensiones de  $1280 \times 960$  píxeles, con lo que, la dispersión cromática en la CCD será de entre 7 y 107 píxeles. Una distancia perfectamente observable, ya que, supone entre el 0,7% y el 11,1% del alto de la imagen captada.

Por último, para poder comparar la fuente de luz empleada (el LED) con la del fenómeno real (el Sol), se ha analizado su espectro utilizando el espectrómetro HORIBA iHR 550 (véase el espectro del LED en la Figura 5.6). A diferencia del espectro solar que tiene una distribución más o menos uniforme en el visible (Figura 2.8), el LED presenta un claro máximo de emisión muy intenso para las longitudes de onda azules y otro menos intenso en torno al verde-amarillo. La Figura 5.6 muestra lo que se conoce como un LED blanco.

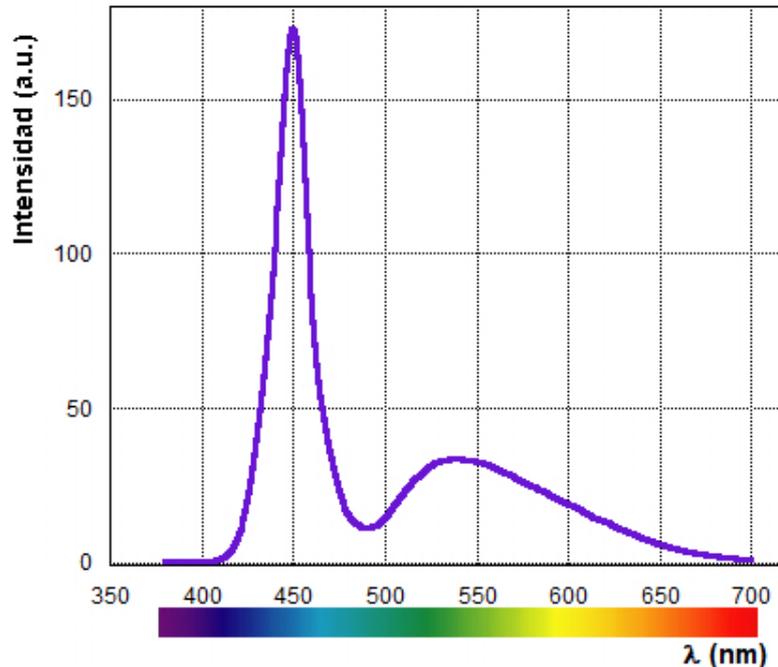


Figura 5.6: Espectro medido del LED.

Como se puede observar en la Figura 5.6, este LED tiene una fuerte componente azul y algo menor verde, por lo que, es lógico esperar que sean estas longitudes de onda las más

observadas a través de la cámara. Seleccionando las tomas más relevantes de las grabaciones en puntos cercanos al horizonte, se les realizó un tratamiento de imagen utilizando de nuevo el Measure Dynamics que incluye escalar las imágenes, inversión de colores y cambio de la saturación y tonalidad (véase como ejemplo la última imagen de la Figura 5.4). A partir de una referencia de escala, se obtuvieron mediciones que permiten establecer para qué porcentaje de visión de la fuente de luz total se observan ciertos porcentajes de área para los distintos colores.

Fundamentalmente, se vieron el rayo azul y un poco del rayo verde. Cuando sobre el horizonte se encontraba el 16 % del disco solar total, comenzaba a apreciarse un intenso contorno azul (como el de las Figuras 5.4 y 5.7) que cubría el 20 % de la región iluminada e iba creciendo en proporción hasta que la fuente de luz quedaba completamente oculta tras el horizonte. El verde apenas se observaba en los últimos instantes (con el 4,7 % del disco visible). El rojo y el amarillo, en cambio, no llegaron a observarse en ninguno de los casos con esta cámara.



Figura 5.7: Imágenes de otra secuencia de ocultamiento.

---

# Capítulo 6

## Conclusiones

En primer lugar, se ha llevado a cabo una revisión bibliográfica sobre el fenómeno del rayo verde a fin de caracterizar el perfil vertical de la atmósfera en función de magnitudes como presión, temperatura, densidad e índice de refracción. Como se ha mencionado, la atmósfera constituye un medio inhomogéneo increíblemente complejo y difícil de modelizar, pues, sus magnitudes varían dependiendo de la latitud, la época del año y las condiciones meteorológicas.

En segundo lugar, se han estudiado las características que influyen en la explicación del fenómeno mediante un tratamiento óptico como son: la variación de la trayectoria, el scattering de Rayleigh ( $\propto \omega^4$ ), la absorción para las distintas longitudes de onda  $\lambda$  y la dispersión cromática debida al índice de refracción  $n(\lambda)$ .

Posteriormente, se han analizado la refracción atmosférica terrestre como una distribución de índice en capas esféricas y la influencia en la formación del rayo verde. Asimismo, para poder llevar a la práctica este fenómeno en el laboratorio, se ha trabajado sobre medios estratificados planos y su efecto en la refracción. En ambos casos, se ha determinado la trayectoria de propagación de un rayo en estos medios.

A continuación, se ha construido un montaje experimental para reproducir a nivel de laboratorio los procesos físicos que dan lugar al fenómeno del rayo verde. Empleando un LED blanco, distintos elementos ópticos y un medio estratificado plano (formado por un acuario con un gradiente de índice de sacarosa de concentración decreciente con la altura) se ha simulado el ocultamiento del Sol durante el atardecer con el objetivo de analizar la dispersión cromática producida en los últimos instantes. Para salvar la diferencia de escala entre la atmósfera y la pecera, se ha creado un medio muy dispersivo que modificaba notablemente las trayectorias de los rayos. Esto nos ha permitido calcular la variación angular de la trayectoria producida por el medio y la dispersión cromática.

Por último, las secuencias fotográficas obtenidas en este proceso nos han brindado la oportunidad de observar la dispersión cromática producida por un medio estratificado plano con un índice exponencial decreciente. A estas imágenes se les ha realizado un tratamiento que nos ha posibilitado determinar los porcentajes de área para los cuales aparecen los distintos colores (desde el azul al verde).

---

# Bibliografía

- [1] J. Verne, “El rayo verde”, en (1882) cap. III - El artículo del Morning Post.
- [2] T. Aroush, S. Boulahjar y S. Lipson, “Observing the green flash in the laboratory”, *European Journal of Physics* **39**, 10.1088/1361-6404/aa90f5 (2018) 10.1088/1361-6404/aa90f5.
- [3] R. Greenler, “Rainbows, Halos and Glories”, en (Cambridge University Press, 1980), págs. 172-177, 10.1002/qj.49710745419.
- [4] H. Zell, *Earth’s Atmospheric Layers*, (2013) [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/sunearth/science/atmosphere-layers2.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/science/atmosphere-layers2.html) (visitado 28-05-2020).
- [5] M. Thomas, “Optical Propagation in Linear Media, Atmospheric Gases and Particles, Solid-State Components, and Water”, en, *Johns Hopkins University Applied Physics Laboratories Series in Science and Engineering* (Oxford University Press, 2006) cap. Optical Propagation in Gases and the Atmosphere of the Earth, págs. 263-329.
- [6] U. Schumann, “Atmospheric Physics”, en (Springer, 2012) cap. The Atmosphere: Vast, Shallow, and Full of Subtleties, págs. 3-15, 10.1007/978-3-642-30183-4\_1.
- [7] M. Berberan-Santos, E. Bodunov y L. Pogliani, “On the barometric formula”, *American Journal of Physics* **65**, 404 (1997) 10.1119/1.18555.
- [8] USGPC, “U.S. Standard Atmosphere, 1976”, en (United States, 1976), págs. 21-32, 48-68, <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19770009539.pdf> (visitado 29-05-2020).
- [9] C. F. Bohren y E. E. Clothiaux, “Fundamentals of Atmospheric Radiation: An Introduction with 400 Problems”, en (2006) cap. Meteorological Optics: The Reward, págs. 418-426, 10.1002/9783527618620.
- [10] D. Gutierrez, F. J. Seron, A. Muñoz y O. Anson, “Simulation of atmospheric phenomena”, *Computers & Graphics* **30**, 994 (2006) 10.1016/j.cag.2006.05.002.
- [11] D. Gutierrez, F. Seron, O. Anson y A. Muñoz, “Chasing the green flash: a global illumination solution for inhomogeneous media”, *SCCG ’04: Proceedings of the 20th Spring Conference on Computer Graphics*, 97 (2004) 10.1145/1037210.1037225.
- [12] J. G. Mangum y P. Wallace, “Atmospheric Refractive Electromagnetic Wave Bending and Propagation Delay”, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **127**, 74 (2015) 10.1086/679582.
- [13] M. Polyanskiy, *Refractive Index Database*, (2008) <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor> (visitado 09-02-2021).
- [14] T. P. Dale y J. H. Gladstone, “On the Influence of Temperature on the Refraction of Light”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **148**, 887 (1858) 10.1098/rstl.1858.0036.

- 
- [15] N. Gerson, “Variations in the index of refraction of the atmosphere”, *Geofisica Pura e Applicata* **13**, 88 (1948) 10.1007/BF01987689.
- [16] A. F. García, *Refracción atmosférica*, (2016) <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/atmosfera/atmosfera.html> (visitado 13-04-2020).
- [17] F. Träger, “Springer Handbook of Lasers and Optics”, en (Springer, 2007) cap. Radiation and Optics in the Atmosphere, págs. 1182-1203, 10.1007/978-0-387-30420-5\_19.
- [18] F. Seron, D. Gutierrez, G. Gutierrez y E. Cerezo, “Implementation of a method of curved ray tracing for inhomogeneous atmospheres”, *Computers & Graphics* **29**, 95 (2005) 10.1016/j.cag.2004.11.010.
- [19] H. D. Young, R. A. Freedman y A. L. Ford, “Sears and Zemansky’s University Physics with Modern Physics”, en, 13.<sup>a</sup> ed. (Pearson Addison Wesley, 2004) cap. The Nature and Propagation of Light, págs. 1100-1104.
- [20] H. L. Sawatzky y W. H. Lehn, “The Arctic Mirage and the Early North Atlantic”, *Science* **192**, 1300 (1976) 10.1126/science.192.4246.1300.
- [21] C. Richter, D. Lincot y C. A. Gueymard, “Solar Energy”, en (Springer, 2013) cap. Solar Radiation Spectrum, págs. 608-644, 10.1007/978-1-4614-5806-7.
- [22] G. Chartier, “Introduction to Optics”, en (Springer, 2005) cap. Annex 3.C Gradient Index Devices - Light Optics and Electron Optics, Annex 11. A Diffusion of Light by a Scattered Medium, págs. 136-145, 512-515, 10.1007/b106780.
- [23] P. Linstrom y W. Mallard, “NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database Number 69”, en (National Institute of Standards y Technology), 10.18434/T4D303.
- [24] I. N. Sokolik, *Atmospheric Radiative Transfer, Lecture 6. Absorption by atmospheric gases in the IR, visible and UV spectral regions*, (2019) [http://irina.eas.gatech.edu/EAS8803\\_Fa112009/](http://irina.eas.gatech.edu/EAS8803_Fa112009/) (visitado 10-06-2020).
- [25] A. Ghatak, “Optics”, en, 4.<sup>a</sup> ed. (Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2008) cap. Fermat’s Principle and Its Applications. Simple Harmonic Motion, Forced Vibration and Origin of Refractive Index, págs. 31-43, 95-110.
- [26] D. Lockwood, “Encyclopedia of Color Science and Technology”, en (Springer, 2016) cap. Rayleigh and Mie Scattering, págs. 1097-1110, 10.1007/978-1-4419-8071-7.
- [27] D. J. Griffiths, “Introduction to Electrodynamics”, en, 4.<sup>a</sup> ed. (Cambridge University Press, 2017) cap. Radiation, págs. 466-472, 10.1017/9781108333511.
- [28] F. L. Pedrotti, L. M. Pedrotti y P. L. S., “Introduction to optics”, en, 3.<sup>a</sup> ed. (Pearson, 2013) cap. Production of Polarized Light, págs. 20-22, 355-357.
- [29] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics”, en, 3.<sup>a</sup> ed. (John Wiley & Sons, 1998), págs. 456-468, 775-784.

- 
- [30] M. Born y E. Wolf, “Principles of Optics, Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light”, en (1999) cap. Foundations of Geometrical Optics, págs. 109-138, 10.1017/CB09781139644181.
- [31] A. Mickelson, “Physical Optics”, en (Springer, 1992) cap. Geometrical Optics, págs. 181-186, 10.1007/978-1-4615-3530-0\_5.
- [32] S. K. Sharma y D. J. Somerford, “Light Scattering by Optically Soft Particles, Theory and Applications”, en (Springer, 2006), págs. 1-4, 10.1007/3-540-37664-X.
- [33] D. Gutierrez, F. Seron, A. Muñoz y O. Anson, “Rendering Ghost Ships and Other Phenomena in Arctic Atmospheres”, en , The 13-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics (University of West Bohemia, 2005), págs. 73-76, [https://www.researchgate.net/publication/221546305\\_Rendering\\_Ghost\\_Ships\\_and\\_Other\\_Phenomena\\_in\\_Arctic\\_Atmospheres](https://www.researchgate.net/publication/221546305_Rendering_Ghost_Ships_and_Other_Phenomena_in_Arctic_Atmospheres) (visitado 13-04-2020).
- [34] G. G. Bennett, “The Calculation of Astronomical Refraction in Marine Navigation”, Cambridge University Press **35**, 255 (2009) 10.1017/S0373463300022037.
- [35] S. V. Hum, *Atmospheric Effects*, <https://www.waves.utoronto.ca/prof/svhum/ece422/notes/20a-atmospheric-refr.pdf> (visitado 11-02-2021).
- [36] J. Powell, “Rare Astronomical Sights and Sounds”, en , The Patrick Moore Practical Astronomy Series (Springer, 2018) cap. Atmospheric Factors and Features, págs. 112-120, 10.1007/978-3-319-97701-0.
- [37] J. Courtial, “A simple experiment that demonstrates the “green flash””, American Journal of Physics **80**, 955 (2012) 10.1119/1.4746384.
- [38] M. Maunder, “Lights in the Sky”, en , Patrick Moore’s Practical Astronomy Series (Springer, 2007) cap. Dawn Glows, Dusk Glows, págs. 72-74, 115-117, 10.1007/978-1-84628-761-9.
- [39] E. Hecht, “Óptica”, en, 5.<sup>a</sup> ed. (Pearson, 2016) cap. Propagación de la luz, págs. 88-113, 273-275.
- [40] A. Young, *An Introduction to Green Flashes*, (2000) <https://aty.sdsu.edu/index.html> (visitado 27-05-2020).
- [41] A. T. Young, “Sunset science. III. Visual adaptation and green flashes”, Journal of the Optical Society of America A **17**, 2129 (2000) 10.1364/JOSAA.17.002129.
- [42] A. Belay y G. Assefa, “Concentration, Wavelength and Temperature Dependent Refractive Index of Sugar Solutions and Methods of Determination Contents of Sugar in Soft Drink Beverages using Laser Lights”, Journal of Lasers, Optics & Photonics **5**, 10.4172/2469-410X.1000187 (2018) 10.4172/2469-410X.1000187.