

# Fluido en mekanika

Miriam Arabiourrutia Gallastegi  
Roberto Aguado Zarraga

$$\alpha_{\text{lam}} = \frac{\left[ \frac{1}{8\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) r_o^2 \right]^3 \pi r_o^2}{\int_S \left[ \frac{1}{4\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) (r_o^2 - r^2) \right]^3 2\pi r dr} = 0.5$$

$$\alpha_{\text{zurrunb}} = \frac{V^3 S}{V^3 \int_S dS} = \frac{V^3 S}{V^3 S} = 1$$



*CIP. Unibertsitateko Biblioteka*

**Arabiourrutia Gallastegi, Miriam**

Fluidoek mekanika [Recurso electrónico] / Miriam Arabiourrutia Gallastegi, Roberto Aguado Zarraga. – Datos. – Bilbao : Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea, Argitalpen Zerbitzua = Servicio Editorial, [2018]. – 1 recurso en línea : PDF (163 p.). – (Unibertsitateko Eskuliburuak)

Modo de acceso: World Wide Web

ISBN: 978-84-9082-886-1.

1. Mecánica de fluidos. I. Aguado Zárrega, Roberto, coaut.

(0.034) 532

UPV/EHUko Euskara Zerbitzuak sustatua eta zuzendua, Euskarazko ikasmaterialgintza sustatzeko deialdiren bitartez.

© Euskal Herriko Unibertsitateko Argitalpen Zerbitzua

ISBN: 978-84-9082-886-1

# Aurkibidea

<b>1. Analisi dimentsionala eta antzekotasuna</b> .....	5
1.1. Unitate- eta magnitude-sistemak .....	5
1.2. Analisi dimentsionala .....	10
1.3. Antzekotasunaren teoria .....	15
<b>2. Fluidoaren emaria: sarrera</b> .....	21
2.1. Fluidoaren definizioa. Fluidoaren sailkapena eta propietateak .....	21
2.2. Fluxu edo emari motak .....	25
2.3. Muga-geruza .....	29
2.4. Presioaren definizioa eta neurria .....	33
2.5. Abiaduraren definizioa .....	35
<b>3. Oinarritzko ekuazioak fluidoaren fluxuan</b> .....	37
3.1. Materia-balantze makroskopikoa .....	37
3.2. Energia-balantze makroskopikoa .....	38
3.3. Energia mekanikoaren balantzea: Bernouilli-ren ekuazioa .....	40
3.4. Mugimendu kantitatearen kontserbazioa .....	44
<b>4. Barne-fluxua</b> .....	47
4.1. Fluxu laminarra .....	47
4.2. Fluxu zurrunbilotsua .....	51
4.3. Solidoen eta fluidoaren arteko marruskadura .....	56
4.4. Ponparen lana .....	69
<b>5. Fluxu konprimagarria</b> .....	73
5.1. Emari adiabatikoa .....	77
5.2. Emari isoterma .....	80
5.3. Zuloan edo pitan zeharreko emaria .....	82
5.4. Tobera konbergente eta dibergenteak .....	83

<b>6. Fluidoek fluxurako ekipoak</b> .....	86
6.1. Hodiak eta osagarriak .....	86
6.2. Balbulak .....	91
6.3. Lekuko abiadura edo abiadura puntuala .....	93
6.4. Batez besteko abiadura .....	94
6.5. Fluidoek bultzatzea .....	97
6.6. Likidoek bultzatzea: ponpak .....	97
6.7. Gasen bultzatzea: haizagailuak, soplanteak eta konpresoreak .....	106
<b>7. Kanpoko fluxua</b> .....	110
7.1. Gorputz murgilduen kanpo-fluxua: plaka lauak, gorputz zilindrikoak .....	112
7.2. Hodi-blokean zeharreko fluidoek fluxua .....	115
7.3. Ohantze porotsuetan zeharreko fluidoek emaria .....	118
7.4. Fluxua kanal irekietan .....	120
<b>8. Sedimentazioa</b> .....	125
8.1. Muga-abiadura .....	125
8.2. Sedimentazio ez-jarraitua edo kargakoa .....	129
8.3. Sedimentazio edo loditze jarraitua .....	129
8.4. Sedimentazio zentrifugoa .....	134
8.5. Saikapen hidraulikoa: isodromia .....	135
<b>9. Filtrazioa edo iragazpena</b> .....	137
9.1. Euskarriaren ezaugarriak .....	138
9.2. Iragazpenaren oinarriak .....	138
9.3. Iragazki motak .....	143
<b>10. Fluidizazioa</b> .....	146
10.1. Sarrera .....	146
10.2. Ohantze fluidizatuaren ezaugarriak eta aplikazioak .....	151
<b>11. Irabiaketa eta nahasketa</b> .....	153
11.1. Ontzi irabiatuak .....	153
11.2. Arranparen (zurrunbiloaren) agerpena .....	157
11.3. Potentziaren kalkulua .....	159
<b>Oinarriko bibliografia</b> .....	162

1.

# Analisi dimentsionala eta antzekotasuna

## 1.1. Unitate- eta magnitude-sistemak

Informazio asko adierazten da unitatetan (galoiak, librak, upelak, oinak), ohituragatik, eta, horregatik, gaur egun zenbait unitate-sistema tradizional erabiltzen dira oraindik, Unitate Sistema Internazionala bateratzeko ahaleginak egin arren.

Magnitude bat zera da: neur daitekeen edozein propietate edo kualitate fisiko, kuantitatiboki adieraz daitekeena, hala nola bolumena, indarra edo bero-energia. Arlo zientifiko eta teknikoan magnitudeekin lan egiteko, beharrezkoa da baliabideak izatea magnitudeok identifikatzeko, haien artean erlazionatzeko eta haien zenbakizko balioa determinatzeko. Beharizan horiek magnitude-eta unitate-sistemek betetzen dituzte.

Unitate-sistema bat, beraz, arbitrarioki aukeratutako unitateen multzo murriztu bat da, eta magnitude guztiak neurtzeko baliatzen da. Unitatea, beraz, sistema bateko magnitude bakoitzeko kopurua arbitrarioki finkatzean lortzen den baliotzat hartzen da. Hori erreferentzia moduan erabiltzen da izaera bereko edozein aldagai neurtzeko, konparazioz. Unitateen adibideak metro kubikoa, newtona edo joulea dira.

Magnitude- eta unitate-sistemek honako osagai hauek dituzte:

- a) **Oinarrizko magnitudeak:** kontzeptu fisikoak adierazten dituzten magnitudeak dira, arbitrarioki aukeratuak.
- b) **Definizio-ekuazioak:** fisikaren legeen adierazpenak dira, eta oinarrizko magnitudeetatik abiatuta sistemako gainontzeko magnitudeak definitzen dituzte.
- c) **Magnitude deribatuak:** oinarrizko magnitudeen funtzioan adierazten dira.

Mekanikan, oinarrizko hiru magnitude nahikoa dira sistema bat osatzeko. Sistema zientifikoetan, luzera  $[L]$ , masa  $[M]$  eta denbora  $[t]$  aukeratzen dira. Sistema horiei  $MLt$  edo dinamiko deritze; adibidez, indarra magnitude deribatua da,  $[F] = [M][L][t]^{-2}$  baita. 1.1 taulan, oinarrizko sistema absolutuen interes handieneko oinarrizko magnitudeak eta deribatuak biltzen dira, dagozkien unitateekin batera.

**1.1 taula.** Magnitude eta unitateen sistema zientifikoak.

	Unitateak		
	Zegesimala (CGS)	Giorgi (MKS)	Ingelesa (FPS)
<b>Oinarrizko magnitudeak</b>			
Luzera (L)	Zentimetroa (cm)	Metroa (m)	Oina (ft)
Masa (M)	Gramoa (g)	Kilogramoa (kg)	Libra (lb)
Denbora (t)	Segundua (s)	Segundua (s)	Segundua (s)
Temperatura (T)	Celsius gradua (°C)	Celsius gradua (°C)	Fahrenheit gradua (°F)
Beroa (Q)	Kaloria (cal)	Kilokaloria (kcal)	British thermal unit (Btu)
<b>Magnitude deribatuak</b>			
Indarra [F] = $MLt^{-2}$	Dina ( $g \cdot m \cdot s^{-2}$ )	Newtona ( $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ )	Poundala ( $lb \cdot ft \cdot s^{-2}$ )
Dentsitatea [ $\rho$ ] = $ML^{-3}$	$g \cdot cm^{-3}$	$Kg \cdot m^{-3}$	$Lb \cdot ft^{-3}$
Lana [W] = $ML^2t^{-2}$	Ergioa ( $g \cdot cm^2 \cdot s^{-2}$ )	Joulea ( $kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ )	Poundala $\cdot$ oina ( $lb \cdot ft^2 \cdot s^{-2}$ )
Presioa [P] = $ML^{-1}t^{-1}$	Dina $\cdot cm^{-2}$	Newtona $\cdot m^{-2}$	Poundala $\cdot ft^{-2}$
Biskositatea [ $\mu$ ] = $ML^{-1}t^{-1}$	Poisea ( $g \cdot cm^{-1} \cdot s^{-1}$ )	$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$	$Lb \cdot ft^{-1} \cdot s^{-1}$

Sistema zientifiko edo dinamikoen aurrean, sistema tekniko edo estatikoek oinarrizko magnitude moduan indarra erabiltzen dute masaren ordeaz, eta hori magnitude deribatutzat hartzen da. Oinarrizko magnitudeak, beraz, luzera [L], indarra [F] eta denbora [t] dira. 1.2 taulan, sistema teknikoetako oinarrizko magnitudeak eta magnitude deribatu batzuk aurkezten dira.

**1.2 taula.** Magnitudeen eta unitateen sistema teknikoak.

	Unitateak	
	Metrikoa	Ingelesa
<b>Oinarrizko magnitudeak</b>		
Luzera (L)	Metroa	Oina (ft)
Indarra (F)	Kilogramo-indarra ( $kg_f$ )	Libra-indarra ( $lb_f$ )
Denbora (t)	Segundua	Segundua
Temperatura (T)	Celsius gradua (°C)	Fahrenheit gradua (°F)
Beroa (Q)	Kilokaloria (kcal)	British thermal unit (Btu)
<b>Magnitude deribatuak</b>		
Masa [F] = $ML \cdot t^{-2}$	Masa-unitate teknikoa ( $kg_f \cdot m^{-1} \cdot s^2$ )	Slug ( $lb_f \cdot ft^{-1} \cdot s^2$ )
Dentsitatea [ $\rho$ ] = $ML^{-3}$	(m u t) $\cdot m^{-3}$	Slug $ft^{-3}$
Lana [W] = $ML^2 \cdot t^{-2}$	$kg_f \cdot m$	$lb_f \cdot ft$
Presioa [P] = $ML^{-1} \cdot t^{-2}$	$kg_f \cdot m^{-2}$	$lb_f \cdot ft^{-2}$
Biskositatea [ $\mu$ ] = $ML^{-1} \cdot t^{-1}$	$kg_f \cdot m^{-2} \cdot s$	$lb_f \cdot ft^{-2} \cdot s$

Hirugarren unitate-sistemari ingeniartzako unitate edo unitate misto deritzo, eta masa eta indarra dira oinarrizko magnitudeak, luzeraz eta denboraz gainera. Masa eta indarra mekanikaren oinarrizko printzipioaren bidez erlazionaturik daudenez ( $[F] = [m][a]$ ), indarraren mendeko edozein aldagai adieraz daiteke haren edo masaren funtzioan eta luzeraren eta denboraren funtzioan. Hala, lana  $[W] = [F][L]$  edo  $[W] = [M][L]^2[t]^{-2}$  moduan adieraz daiteke. 1.3 taulan, halako sistemen oinarrizko magnitudeak eta deribatu esanguratsuenak adierazten dira.

**1.3 taula.** Magnitudeen eta unitateen ingeniartza-sistemak.

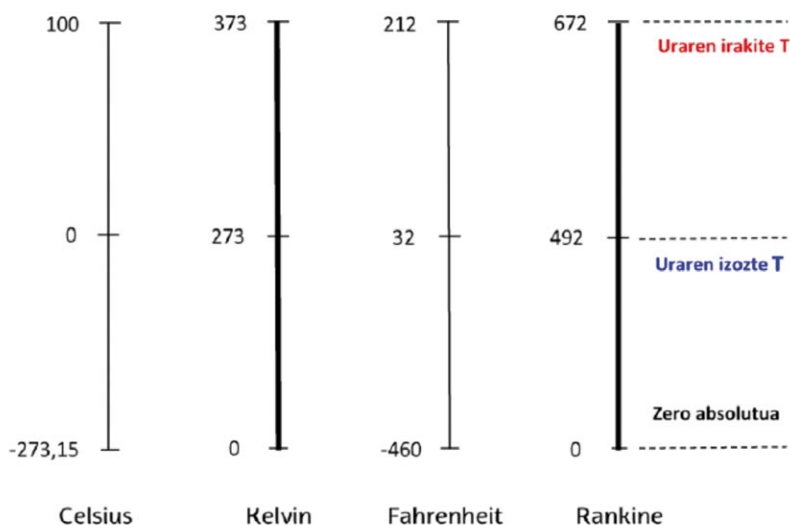
	Unitateak	
	Metrikoa	Ingelesa
<b>Oinarrizko magnitudeak</b>		
Luzera (L)	Metroa	Oina (ft)
Masa (M)	Kilogramoa (Kg)	Libra (lb)*
Indarra (F)	Kilogramo-indarra ( $kg_f$ )	Libra-indarra ( $lb_f$ )
Denbora (t)	Segundoa	Segundoa
Tenperatura (T)	Celsius gradua ( $^{\circ}C$ )	Fahrenheit gradua ( $^{\circ}F$ )
Beroa (Q)	Kilokaloria (kcal)	British thermal unit (Btu)
<b>Magnitude deribatuak</b>		
Masa $[F] = MLt^{-2}$	Masa-unitate teknikoa ( $kg_f \cdot m^{-1} \cdot s^2$ )	Slug ( $lb_f \cdot ft^{-1} \cdot s^2$ )
Dentsitatea $[\rho] = ML^{-3}$	$(m \text{ u } t) \cdot m^{-3}$	Slug $\cdot ft^{-3}$
Lana $[W] = ML^2t^{-2}$	$kg_f \cdot m$	$lb_f \cdot ft$
Presioa $[P] = ML^{-1}t^{-2}$	$kg_f \cdot m^{-2}$	$lb_f \cdot ft^{-2}$
Biskositatea $[\mu] = ML^{-1}t^{-1}$	$kg_f \cdot m^{-2} \cdot s$	$lb_f \cdot ft^{-2} \cdot s$

\* Libra-masa ( $lb_m$ ) ere esaten zaio.

1.1, 1.2 eta 1.3 tauletan ikusten denez, orain arte aipaturiko unitate-sistemek oinarrizko magnitudeez gainera badute magnitude gehigarri bat, tenperatura [T], zeina beharrezkoa baita beroaren transmisioa aztertzeko. Magnitudea sistema guztietan berdina den arren, haren unitateak ez dira berdinak Europako sisteman ( $^{\circ}C$ ) eta Ingalaterrakoan ( $^{\circ}F$ ).

Tenperatura neurtzeko, lau eskala erabiltzen dira:  $^{\circ}C$  (Celsius), K (Kelvin),  $^{\circ}F$  (Fahrenheit) eta  $^{\circ}R$  (Rankine).

Fahrenheit eta Celsius eskalak erlatiboak dira, hau da, zeroari dagokion puntua arbitrarioki jarri zuten ikertzaileek. Kelvin eta Rankine eskalak, berriz, absolutuak dira, eta aurreko bi eskalei dagozkie, hurrenez hurren. 0 Kelvin absolutua  $-273^{\circ}C$ -ri dagokio, eta 0 Rankine absolutua, berriz,  $-460^{\circ}F$ -i.



1.1 irudia. Tenperatura-eskalak.

Bata bestera bihurtzeko, faktore hauek erabiltzen dira:

$$^{\circ}\text{F} = \text{Fahrenheit} = 32 + (1,8) ^{\circ}\text{C}$$

$$^{\circ}\text{C} = \text{Celsius} = (^{\circ}\text{F} - 32)/1,8$$

$$^{\circ}\text{R} = \text{Rankine} = ^{\circ}\text{F} + 460 = (1,8)\text{K}$$

$$\text{K} = \text{Kelvin} = ^{\circ}\text{C} + 273 = ^{\circ}\text{R}/1,8$$

Ingeniaritza kimikoan erabiltzen diren adierazpenetan tenperatura-unitateak azaltzen direnean, gehikuntza eran agertzen dira. Beraz, tenperatura-eskalen arteko gehikuntzak eginik:  $1^{\circ}\text{C} = 1\text{K} = 1,8^{\circ}\text{F} = 1,8^{\circ}\text{R}$ .

Unitate elektrikoaren sistemetan, mekanikaren unitateak unitate elektromagnetikoekin osatzen dira, Coulomb-en legetik abiatuz definituta. Beraz, sistema absolutuek oinarritzko hiru unitate elektromagnetiko dituzte: amperea, volta eta ohma.

1.1, 1.2 eta 1.3 taulek agerian uzten dute zein zaila den halako alde handia duten unitateekin lan egitea. Horregatik, xx. mendearen erdialdetik aurrera, Pisu eta Neurketen Biltzar Orokorrak ahalegina egin du Unitateen Sistema Internazionala MKSA sisteman ezartzeko (Metro Kilogramo Segundo Ampere), besteak beste Kelvina (K) tenperatura unitate moduan eta mola substantzia kantitatearen unitate moduan gehituz.

Sistema Internazionala (SI) mundu mailan ezartzen da, eta erredundantea ez den bakarra da, ez baititu ez indarra ez beroa hartzen oinarritzko magnitude gisa. Gainera, sistema metriko dezimala erabiltzen du unitateen multiploak eta azpimultiploak definitzeko, eta, horiek osatzeko, garrantzi handieneko unitate bakoitzari Pisu eta Neurketen Biltzar Orokorrak onartutako aurrizkia ezartzen zaio. 1.4 taulan, SIko oinarritzko magnitudeak biltzen dira; 1.5 taulan, magnitude deribatu batzuk, eta, 1.6 taulan, aipatutako aurrizkiak eta haien esanahia.



**1.4 taula.** Siko oinarritzko magnitudeak.

Oinarritzko magnitudeak	Unitateak
Luzera (L)	Metroa (m)
Masa (M)	Kilogramoa (kg)
Denbora (t)	Segundoa (s)
Tenperatura (T)	Kelvina (K)
Oinarritzko magnitude gehigarriak	
Substantzia kantitatea	Mola (mol)
Korronte elektrikoaren intentsitatea	Amperea (A)
Argi-intentsitatea	Kandela (cd)
Angulu laua	Radiana (rd)
Angulu solidoa	Estereoradiana (sr)

**1.5 taula.** Siko magnitude deribatuak.

Magnitude deribatuak		Unitatea
Azelerazioa	$[a] = L \cdot t^{-2}$	$m \cdot s^{-2}$
Azelerazio angeluarra	$t^{-2}$	$rad \cdot s^{-2}$
Abiadura	$[v] = L \cdot t^{-1}$	$m \cdot s^{-1}$
Abiadura angeluarra	$[\omega] = t^{-1}$	$rad \cdot s^{-1}$
Azalera	$[A] = L^2$	$m^2$
Bolumena	$[V] = L^3$	$m^3$
Masa-dentsitatea	$[\rho] = M \cdot L^{-3}$	$Kg \cdot m^{-3}$
Biskositate zinematikoa	$[\nu] = L^2 \cdot t^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-1}$
Biskositate dinamikoa	$[\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot t^{-1}$	$Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
Indarra	$[F] = M \cdot L \cdot s^{-2}$	$Kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Gainazaleko tentsioa	$[\sigma] = M \cdot t^{-2}$	$N \cdot m^{-1}$
Presioa	$[P] = M \cdot L^{-1} \cdot t^{-2}$	Pascal (Pa) (Newton $\cdot m^{-2}$ )
Energia	$[E] = M \cdot L^2 \cdot t^{-2}$	Joulea (Newton $\cdot m$ )
Entropia	$[S] = M \cdot L^2 \cdot t^{-2} \cdot T^{-1}$	Joulea/Kelvina
Potentzia	$[P] = M \cdot L^2 \cdot t^{-3}$	Watt (W) ( $J \cdot s^{-1}$ )
Bero espezifikoa	$[c_p] = L^2 \cdot t^{-2} \cdot T^{-1}$	Joule $\cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Eroaletasun termikoa	$[k] = M \cdot L \cdot t^{-3} \cdot T^{-1}$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Bero-fluxua	$[q] = M \cdot t^{-3}$	$W \cdot m^{-2}$
Energia-dentsitatea	$M \cdot L^{-1} \cdot t^{-1}$	$J \cdot m^{-3}$
Maiztasuna	$[\omega] = t^{-1}$	Hertzioa (Hz) ( $s^{-1}$ )
Difusibitatea	$[D_{AB}] = L^2 \cdot t^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-1}$
Korronte-dentsitatea	$I \cdot L^{-2}$	$A \cdot m^{-2}$
Eremu magnetikoaren intentsitatea	$I \cdot L^{-3}$	$A \cdot m^{-3}$
Elektrizitate kantitatea	$[Q] = I \cdot t$	Coulomb-a (C) (ampere $\cdot s$ )
Fluxu elektrikoaren dentsitatea	$I \cdot L^{-2} \cdot t$	$C \cdot m^{-2}$
Karga elektrikoaren dentsitatea	$I \cdot L^{-3} \cdot t$	$C \cdot m^{-3}$
Potentzial elektrikoaren diferentzia	$[V] = M \cdot L^2 \cdot t^{-3} \cdot I^{-1}$	Volt-a (V) (watt $\cdot ampere^{-1}$ )
Eremu elektrikoaren intentsitatea	$M \cdot L \cdot t^{-3} \cdot I^{-1}$	$V \cdot m^{-1}$
Erresistentzia elektrikoa	$[R] = M \cdot L^2 \cdot t^{-3} \cdot I^{-2}$	Ohmioa ( $\Omega$ ) (volt $\cdot ampere^{-1}$ )
Uhin-luzera	$[\lambda] = L$	m

**1.6 taula.** SIko multiplo eta azpimultiploak.

Multiploak			Azpimultiploak		
Aurrizkia	Sinboloa	Baliokidetasuna	Aurrizkia	Sinboloa	Baliokidetasuna
Deka-	Da	10	Dezi-	d	10 <sup>-1</sup>
Hekto-	h	10 <sup>2</sup>	Zenti-	c	10 <sup>-2</sup>
Kilo-	k	10 <sup>3</sup>	Mili-	m	10 <sup>-3</sup>
Mega-	M	10 <sup>6</sup>	Mikro-	μ	10 <sup>-6</sup>
Giga-	G	10 <sup>9</sup>	Nano-	n	10 <sup>-9</sup>
Tera-	T	10 <sup>12</sup>	Piko-	p	10 <sup>-12</sup>
Peta	P	10 <sup>15</sup>	Femto-	f	10 <sup>-15</sup>
Exa-	E	10 <sup>18</sup>	Ato-	a	10 <sup>-18</sup>

SIren helburua normalizazioa den arren, baditu salbuespenak multiplo eta azpimultiploak eratzeko arau orokorrean, baita oinarritzko magnitudeen unitate batzuetan ere. Hala, kilogramoa masaren oinarritzko unitatea izanik, multiploak eta azpimultiploak gramoak dute erreferentzia. Beste alde batetik, denbora unitatearen multiploak ere, segundoak (s), ez du arau orokorra betetzen, sistema metriko dezimalari jarraitzen ez dioten multiplo espezifikoak erabiltzen baitira (minutua, ordua, eguna...).

Salbuespenak badauden arren, irizpideak bateratzea positibotzat hartzen da herrialde eta kultura guztietako lantaldeen artean informazioa transmititzeko, eta, gainera, proposaturiko unitateak ohikoak dira munduaren alde honetan; ondorioz, haien erabilerak aukera ematen du emaitzaren egokitasunari buruz eztabaidatzeko irizpide logikoen arabera. Arrazoi hori dela eta, irakasgai honetan, SI sistemako unitateekin lan egingo da beti. Bibliografian, oraindik badira sistema tradizionaletan adierazitako hainbat datu; horregatik, oso erabilgarria da konbertsio-faktoreak izatea, zeinak hainbat iturritan kontsultatu baitaitezke.

## 1.2. Analisi dimentsionala

Naturako zenbait gertaera, batez ere gertaera fisikoak, ekuazio matematikoen bidez deskriba daitezke. Ekuazio edo adierazpen matematikoetan, gertaera horretan eragina duten aldagaiak erlazionatzen dira. Adibidez:

$$F = m \cdot a$$

Dimentsioen aldetik, ekuazioek tinkoak izan behar dute. Izan ere, erabilitako ekuazioaren gaietan agertzen diren aldagaien magnitudeak aztertzen baditugu:

$$\begin{aligned}
 F & [N] = [M L t^{-2}] \\
 m & [M] \\
 a & [L t^{-2}]
 \end{aligned}$$

Indarraren legea adierazteko adierazpen matematikoaren tinkotasuna egiaztatzen da.

Lege horren adierazpenik ezagunena goian aipatutakoa da, baina beste adierazpen batzuk ere erabil daitezke; adibidez:  $F = f(m,a)$ ,  $f(F,m,a) = 0$  edota  $F/ma = 1$ . Eta, hala idatzita, ekuazioko gaiek ez dute dimentsiorik, hau da, gai adimentsionalak dira.

Zenbaki adimentsionalak zenbakien dimentsioak hutsaltzen diren aldagaien konbinazioak dira, eta haien balioa bera da beti, erabiltzen den unitate-sistema edozein izanda ere, baldin eta koherenteak badira.

Zenbaki adimentsionalak asko erabiltzen dira ingeniari-tza kimikoan, eta, horregatik, 1.7 taulan bildu ditugu ikasturtean zehar erabiliko ditugun zenbait zenbaki adimentsional:

**1.7 taula.** Zenbaki adimentsional batzuk.

Izena	Ikurra	Adierazpena	Esangura fisikoa
<i>Reynolds</i>	Re	$\frac{V\rho L}{\mu}$	$\frac{\text{inertzia}}{\text{marruskadura}}$
<i>Euler</i>	Eu	$\frac{\Delta p}{\rho V^2}$	$\frac{\text{presioa}}{\text{inertzia}}$
<i>Froude</i>	Fr	$\frac{V^2}{gL}$	$\frac{\text{inertzia}}{\text{grabitatea}}$
<i>Grashof</i>	Gr	$\frac{\rho^2 L^3 g \beta \Delta T}{\mu^2}$	$\frac{(\text{inertzia}) (\text{konbekzio naturala})}{(\text{marruskadura})^2}$
<i>Weber</i>	We	$\frac{\rho V^2 L}{\sigma_s}$	$\frac{\text{inertzia}}{\text{gainazal tentsioa}}$
<i>Nusselt</i>	Nu	$\frac{hL}{k}$	$\frac{\text{kondukzio eta konbekzioaren bidez transmitituriko beroa}}{\text{kondukzioaren bidez transmitituriko beroa}}$
<i>Stanton</i>	St = Nu/Pe	$\frac{h}{\rho C_p V}$	$\frac{\text{kondukzio eta konbekzioaren bidez transmitituriko beroa}}{\text{konbekzioaren bidez transmitituriko beroa}}$
<i>Peclet</i>	Pe = Re·Pr	$\frac{\rho C_p VL}{k}$	$\frac{\text{konbekzioaren bidez transmitituriko beroa}}{\text{kondukzioaren bidez transmitituriko beroa}}$
<i>Sherwood</i>	Sh	$\frac{k_A L}{D_{AB}}$	$\frac{A \text{ garraioa konbekzio eta difusioaren bidez}}{A \text{ garraioa difusioaren bidez}}$
<i>Prandtl</i>	Pr	$\frac{C_p \mu}{k}$	$\frac{\text{higidura kantitatearen difusibitatea}}{\text{difusibitate termikoa}}$
<i>Schmidt</i>	Sc	$\frac{\mu}{\rho D_{AB}}$	$\frac{\text{higidura kantitatearen difusibitatea}}{\text{materiaren difusibitatea}}$
<i>Lewis</i>	Le = Sc/Pr	$\frac{k}{\rho C_p D_{AB}}$	$\frac{\text{difusibitate termikoa}}{\text{materiaren difusibitatea}}$

Zenbait kasutan, nahiz eta gertaeran parte hartzen duten aldagaiak ezagutu, agian ez dugu jakingo zein den adierazpen matematikoaren itxura. Horretarako, analisi dimentsionalak adierazpen matematikoa bilatzen lagunduko du, eta tinkotasun dimentsionala bermatuko. Analisi dimentsionala tresna matematiko bat da: behin fenomeno batean parte hartzen duten aldagai guztiak ezagututa, zatidura edo zenbaki adimentsionalen kopuru txikiak taldekatzeko aukera ematen du. Prozedura aldagaiak taldekatzean datza —hain zuzen, erlazionaturik dauden dimentsioak—, eta, hortik, adierazpen matematikoaren itxura planteatzen da. Planteamendu horretan, oso garrantzitsua izango da zenbaki adimentsionalen planteamendua egiten saiatzea. Gero, esperimenezkoaren bidez, ekuazioaren parametroen doiketa egingo dugu.

Metodologia hori ez da erabiltzen parametro gutxi kontuan hartu behar direnean, baina, ikerketa fluidodinamikoan, parametro ugari agertzen dira, eta, zenbaki adimentsionalak planteatzen badira, eskalaren arazoa desagertzeaz gainera, askoz errazagoa da ikerketa.

### *Buckingham-en metodoa*

$n$  magnitude fisikorik edo aldagaik parte hartzen duten ekuazio baten bidez adierazitako erlazio fisiko bat emanda, eta aldagai fisiko horiek dimentsionalki independenteak diren  $k$  kantidad fisikoen (luzera, masa, denbora, temperatura, etab.) bidez adierazten badira, orduan, jatorrizko ekuazioa era baliokide batean idatz daiteke jatorrizko aldagaiekin eraikitako  $n-k$  zenbaki adimentsionalen seriea duen ekuazio baten bidez.

Teorema horrek parametro adimentsionalak eraikitzeko metodo bat ematen du, baita ekuazioaren itxura ezezaguna denean ere. Dena den, parametro adimentsionalen aukeraketa ez da bakarra, eta teorema ez du aukeratzen zeinek duten esanahi fisikoa.

Prozesu fisiko bat gobernatzen bada  $n$  parametro dimentsionaleko erlazio dimentsionalki homogeneo baten bidez, honako hau bezalakoa:

$$x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_n)$$

non  $x$ -ak aldagai dimentsionalak diren. Erlazio baliokide bat dago ( $n-k$ ) parametro adimentsionalen kopurua duena, honako hau bezalakoa:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-k})$$

non  $\Pi$ -ak talde adimentsionalak diren,  $x$ -etatik abiatuta eraikitakoak.  $k$  murriztapena  $x$ -n dagoen oinarritzko dimentsio kopuruaren berdina da normalean, baina inoiz ez handiagoa.

Adibidea:

Gorputz baten gaineko erresistentzia edo indar aerodinamikoa ( $F_a$ ) (adibidez, esfera bat edo beste edozein forma geometriko) erlazionatu nahi dugu bere tamainaren edo dimentsio karakteristikoaren ( $d$ ), fluidoaren dentsitatearen ( $\rho$ ), biskositatearen ( $\mu$ ) eta fluidoaren barruko gorputzaren abiaduraren ( $v$ ) funtzioan.

$$\begin{aligned} F_a &= f(\rho, \mu, v, d) \\ f(F_a, \rho, \mu, v, d) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

5 aldagai ditugunez,  $n = 5$ . Bost aldagai horiek ez dira dimentsionalki independenteak ikuspuntu dimentsionaletik, masaren, denboraren eta luzeraren funtzioan zera baitauekagu:

$$\begin{aligned} [F_a] &= MLt^{-2} \\ [\rho] &= ML^{-3} \\ [\mu] &= ML^{-1}t^{-1} \\ [v] &= Lt^{-1} \\ [d] &= L \end{aligned}$$

Kasu horretan, beraz,  $k = 3$  daukagu, magnitude guztiak 3 magnitude dimentsional independentetara murriztu baitaitezke. Horrek  $n - k = 5 - 3 = 2$  konbinazio adimentsional egotea dakar; beraz, (1) erlazioa itxura honetara murriztu daiteke:

$$f(\pi_1, \pi_2) = 0$$

Gero, arbitrarioki hartzen dira jatorrizko magnitudeetatik hiru, «oinarrizko» gisa, eta, «menpeko»tzat harturiko beste birekin, produktu adimentsionalak eratzen dira. Kasu horretan, oinarritzko gisa hartzen dira, adibidez,  $\rho$ ,  $v$  eta  $d$  (beste batzuk ere aukeratu zitezkeen). Orain, berretzaile osoak izango ditugu, produktu hauek adimentsionalak izateko:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \rho^{a_1} v^{b_1} d^{c_1} F_a \\ \Pi_2 &= \rho^{a_2} v^{b_2} d^{c_2} \mu \end{aligned}$$

$\Pi_1$ -erako adimentsionaltasun-baldintzak honako honetara darama:

$$M^0 L^0 t^0 = (ML^{-3})^{a_1} (Lt^{-1})^{b_1} (L)^{c_1} (MLt^{-2})^1 = M^{a_1+1} L^{-3a_1+b_1+c_1-2} t^{-b_1-2}$$

Horrek ekuazio-sistema honetara darama berretzaile osoak lortzeko:

$$\begin{cases} a_1 + 1 = 0 \\ -3a_1 + b_1 + c_1 + 1 = 0 \\ -b_1 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -1 \\ b_1 = -2 \\ c_1 = -2 \end{cases}$$

Era berean,  $\Pi_2$  parametroa lortzeko:

$$M^0 L^0 t^0 = (ML^{-3})^{a_2} (Lt^{-1})^{b_2} L^{c_2} (ML^{-1}t^{-1})^1 = M^{a_2+1} L^{-3a_2+b_2+c_2-1} t^{-b_2-1}$$

$$\begin{cases} a_2 + 1 = 0 \\ -3a_2 + b_2 + c_2 - 1 = 0 \\ b_2 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = -1 \\ b_2 = -1 \\ c_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{Hau da, } \Pi_1 = \rho^{-1} v^{-2} d^{-2} F_a = \frac{F_a}{\rho v^2 d^2} \quad ; \quad \Pi_2 = \rho^{-1} v^{-1} d^{-1} \mu = \frac{\mu}{\rho v d}$$

Beraz,  $f(\Pi_1, \Pi_2) = 0$

Aurkitu nahi zen erlazioa, beraz:  $f\left(\frac{F_a}{\rho v^2 d^2}, \frac{\mu}{\rho v d}\right) = 0$

*Rayleigh-en metodoa (1899)*

Erraza eta erabilgarria da. Adibide bat planteatuko dugu:

Fluido erreala hodiaren barnean jariatzen denean, fluidoaren eta hodiaren hormaren arteko marruskadura sortzen da, eta, ondorioz, fluidoak energia galtzen du. Dakigunez, energia-galera horrek presioa galtzea edo abiadura txikitzea dakar. Presio-galera hori zenbait aldagaien funtzioa da, haien artean honako hauek:

—Hodiaren aldagaiak:  $L, D, \varepsilon$ .

—Fluidoaren aldagaiak:  $\rho, \mu, \nu$ .

Aldagai kopurua  $n = 7$  da, eta, beraz, ekuazio orokor hau idatz daiteke:

$$\Delta P = f(\rho, \mu, \varepsilon, \nu, L, D)$$

Rayleighen metodoaren arabera, demagun  $\Delta P$  aldagai guztien funtzio esponentziala dela.

$$\Delta P = k \rho^a \mu^b \nu^c L^d D^e \varepsilon^f$$

Era berean,  $F = k m^a a^b$ , baina  $k = a = b = 1$ .

Esandakoaren arabera, ekuazioak trinkoa izan behar du dimentsioen aldetik. Beraz, aldagai bakoitzaren dimentsioak aztertuko ditugu:

$\Delta P$	$F/S$	$[M L^{-1} t^{-2}]$
$\rho$	$m/V$	$[M L^{-3}]$
$\mu$		$[M L^{-1} t^{-1}]$
$\nu$		$[L t^{-1}]$
$L, D, \varepsilon$		$[L]$

Ikusten dugunez, agertzen den dimentsio kopurua  $p = 3$  da. Beraz:

$$[M L^{-1} t^{-2}] = k [M L^{-3}]^a [M L^{-1} t^{-1}]^b [L t^{-1}]^c [L]^d [L]^e [L]^f$$

$$[M] : 1 = a + b$$

$$[L] : -1 = -3a - b + c + d + e + f$$

$$[t] : -2 = -b - c$$

7 aldagai ditugunez,  $n - p - 1 = 3$  finkatu behar dugu, eta gainontzekoak haien funtzioan kalkulatuko ditugu. Adibide gisa, b, e eta f finkatuko ditugu. Honela:

$$a = 1 - b$$

$$c = 2 - b$$

$$d = -b - e - f$$

$$\Delta P = k \rho^{1-b} \mu^b \nu^{2-b} L^{-b-(e+f)} D^e \varepsilon^f$$

$$\Delta P = k \frac{\rho}{\rho^b} \mu^b \frac{\nu^2}{\nu^b} L^{-b-(e+f)} D^e \varepsilon^f$$

Orain, aldagaiak zenbaki adimentsionaletan taldekatzen saiatu beharko genuke. Haien artean, hauek izan daitezke erabilgarriak:

$$\mu/\rho\nu L \qquad D/L \qquad \varepsilon/L \qquad \Delta P/\rho\nu^2$$

$$\Delta P = k\rho\nu^2 \left(\frac{\mu}{\rho\nu L}\right)^b \left(\frac{D}{L}\right)^e \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^f$$

$$\frac{\Delta P}{\rho\nu^2} = k \left(\frac{\mu}{\rho\nu L}\right)^b \left(\frac{L}{D}\right)^{-e} \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^f$$

Ingeniaritza kimikoan, zenbait zenbaki adimentsional erabiltzeko adostasuna dago. Horregatik,  $D/L$  erabili beharrean, gehiago erabiltzen da  $L/D$ . Era berean,  $\varepsilon/L$  erabili beharrean, gehiago erabiltzen da  $\varepsilon/D$ , zeina zimurtasun erlatiboa baita, eta, hodi zilindrikoen barneko emarian,  $Re_L$  (longitudinala) erabili beharrean  $Re_D$  (diametrala) erabili ohi da.

Eraldaketa zenbaki adimentsionalak erabiliz egin behar dugu, hau da:

$$\left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^f = \left(\frac{\varepsilon}{L}\right)^f \cdot \left(\frac{D}{D}\right)^f = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^f \cdot \left(\frac{D}{L}\right)^f$$

$$\frac{\Delta P}{\rho\nu^2} = k \left(\frac{\mu}{\rho\nu L}\right)^b \left(\frac{L}{D}\right)^{-(e+f)} \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^f$$

Bigarren gaia  $Re$  zenbakira bihurtuko dugu:

$$\left(\frac{\mu}{\rho\nu L}\right)^b \cdot \left(\frac{D}{D}\right)^b = Re^{-b} \cdot \left(\frac{D}{L}\right)$$

eta ondorioz:

$$Eu = k Re^{-b} \left(\frac{L}{D}\right)^{-(b+e+f)} \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^f$$

Ekuazio honek hodiaren barneko fluidoaren mugimendua deskribatzen du. Orain, falta zaigun zeregin bakarra zenbait saiakuntzaren bidez beste hainbeste neurri esperimental egitea da. Horren ostean, kalkulu-programa baten laguntzaz egingo genuke ekuazioaren doiketa, eta, emaitza gisa,  $k$ ,  $b$ ,  $e$  eta  $f$  parametroak ezagutuko genituzke.

### 1.3. Antzekotasunaren teoria

Prozesu teknologikoak kontrolatzen dituzten lege fisiko eta kimiko diferentzialen ebazpena, askotan, oso zaila edo ezinezkoa izan ohi da, eta, horregatik, saiakuntza bidez fenomenoaz aztertuta, eta, hortik abiatuta, ekuazio enpirikoa lortzen da. Ekuazio enpiriko horrek, erabiltzen erosoagoa izateaz gainera, saiakuntzen baldintzetan fenomenoaren deskripzio egokia egitea bermatzen du.

Ekuazio enpirikoak azterketaren baldintzetan baino ezin dira erabili, baina, askotan, lortutako emaitzen estrapolazioa planteatzen da. Halako kasuetan, estrapolazioaren fidagarritasuna finkatzea oso interesgarria da, eta, horretarako, antzekotasunaren teoria erabiltzen da. Ingeniaritza kimikoaren arlo zehatz horretan, industria-fabrika handien (prototipoen) azterketa esperimentalak antzeko instalazio txikiagoen bidez (eredua, maketa edo *instalazio pilotua*) garatu daiteke. Adibide adierazgarria dugu hau: auto berri baten koefiziente aerodinamikoak autoa egin barik jakin daiteke. Horretarako, autoaren maketa egin beharko genuke, eta saiakuntza antzeko baldintzetan garatu.

Tamaina txikiko ekipoak —modeloak— erabiltzen direnean, antzekotasunaren teorian oinarriturik eskala-aldaketarako datu baliagarriak lortzeko, aurretik ezagutzen dira prozesua kontrolatzen duten mekanismo garrantzitsuenak adierazteko modulu adimentsionalak.

Hala, tamaina industrialeko ekipo baten —prototipoaren— aldagai baten balioa determinatu nahi denean (adibidez, bero- edo materia-transferentziaren koefizientea), modelo batean lortzen diren emaitzetatik abiatuta, hasierako pauso moduan analisi dimentsionala egin behar da, fenomenoan parte hartzen duten aldagaiak modulu adimentsionaletara murrizteko.

Analisi dimentsionalak  $\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4)$  itxurako ekuazioa lortzera darama, non, ondo operatzen bada, bakarrik  $\pi_1$  modulu adimentsionalak hartuko du bere barnean intereseko aldagaia. Orduan, antzekotasun-printzipioa aplikatzen da, zeinak esaten baitu eskuinaldeko modulu adimentsionalak eskala bietan berdina badira ekuazioko lehenengo terminoek ( $\pi_1$ ) beren balioa mantenduko dutela eskala bietan. Baldintza hori betetzen denean, modeloak eta prototipoak **antzekotasun osoa** edo **zehatza** dutela esaten da.

### *Antzekotasunaren printzipioa*

Ingeniaritza kimikoko ohiko sistemak konplexuak dira, solidoz eta likidoz osatuak. Sistema horietan, mugimendu kantitatearekin, energiarekin eta materiaren garraioarekin loturiko fenomeno batzuk gertatzen dira; batzuetan, baita transformazio kimikoekin batera ere. Haien ezaugarri nagusiak hiru izaten diren arren (tamaina, forma eta konposizioa), antzekotasunaren printzipioak formari egiten dio erreferentzia, gainazal eta parte solidoen geometriaz gainera, indar, abiadura, tenperatura eta kontzentrazioen profil gisa ulertuta.

Antzekotasunaren printzipioa era orokorrean adieraz daiteke erlazio lineal baten bidez:  $m' = km$ . Edozein magnituderen bi neurketaren artean, maketa ( $m$ ) eta prototipo ( $m'$ ), bi sistemen aldagai independentea dena, proportzionaltasun bat dago, proportzionaltasun konstantea,  $k$  eskala-faktorea izanik.

Erlazio hori aldagai guztiekin edo bakarrik batzuekin bete, bi sistemen arteko antzekotasuna totala edo partziala izango da.

Badira zenbait antzekotasun mota: geometrikoa, mekanikoa, termikoa eta kimikoa. Haietarik bakoitza ingeniari kimikoaren ezaugarri estentsibo baten garraioarekin erlazionatuta dago. Hala, antzekotasun geometrikoa itxurari dagokio; mekanikoa, higidura kantitatearen garraioari; termikoa, beroaren transmisioari; eta kimikoa, materiaren garraioari. Antzekotasun bakoitzak aurrekoak zehazki betetzea eskatzen du, eta, beraz, antzekotasun kimikoa bermatzeko sistemek, kimikoki antzekoak izateaz gainera, antzekoak izan beharko dute geometrikoki, mekanikoki eta termikoki.



Jarraian, antzekotasun bakoitzaren esangura aztertuko dugu. Horretarako, sistema handiaren magnitudeak (prototipoarenak) izendatzeko, ' erabiliko dugu, eta ereduarenak letra sinpleak izango dira.

### 1.3.1. Antzekotasun geometrikoa

Demagun tamaina ezberdineko eta itxura berdineko gorputz solido bi ditugula. Haien barnean, koordenatu-sistema bana kokatuko dugu. Bakoitzaren puntu baliokidearen koordenatuak  $(x', y', z')$  eta  $(x, y, z)$  badira eta haien arteko erlazioa hau bada:

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = L$$

non  $L$  eskala faktorea den, bi puntu horiek baliokideak dira, eta bi gorputzak, berriz, geometrikoki antzekoak.

Modeloaren puntu guztiek prototipoan dagokien puntu bat dutenean eta alderantziz, antzekotasun geometrikoa dago. Hau da, sistemaren dimentsio lineal guztiak proportzio berean handitzen edo txikitzen dira, eta horri eskala geometrikoaren faktorea deritzo.

### 1.3.2. Antzekotasun mekanikoa

Hiru dira antzekotasun mekanikoak: estatikoa, zinematikoa eta dinamikoa.

*Antzekotasun estatikoa:* demagun geometrikoki antzekoak diren gorputz bi ditugula, zeinak etengabeko tentsiopean egongo baitira. Tentsioak eragindako deformazioa kontuan hartuta, gorputzek geometrikoki antzekoak irauten badute, gorputz bi horiek estatikoki antzekoak izango dira. Hau da, indarpean biak deformatzen badira baina geometrikoki antzekoak izaten irauten badute, estatikoki antzekoak direla esaten da.

*Antzekotasun dinamikoa:* indarraren eragina kontuan hartzen du mugitzen ari diren gorputzetan. Aurrez, honako definizio hau ezarriko dugu: indar baliokideek partikula baliokideak eragiten dituzte denbora baliokidean. Hala, sistema bi dinamikoki antzekoak izango dira haien indar baliokide guztien arteko erlazioak berdinak direnean.

Bi sistema dinamikoki antzekoak dira haien artean antzekotasun geometrikoa egoteaz gainera indarren profila ere antzekoak direnean. Antzekotasun-printzipioaren arabera, indar guztietarako eskala-faktorearen balio bakarra egotea eskatzen du horrek, hau da, fenomenoan parte hartzen duten indar guztiek beren balioen artean erlazio konstantea izatea modeloaren eta prototipoaren puntu baliokideetan:

$$\frac{F'}{F} = K_F \quad (K_F \text{ eskala-faktorea izanik}).$$

Alde horretatik, kontuan hartu behar da zenbait indarrek eragin dezaketela fluidoaren gainean. 1.8 taulan, mugitzen ari den sistema batean eragiten duten indar batzuk bildu dira.

**1.8. taula.** Mugitzen ari den sistema batean eragiten duten indarrak.

Indarra	Magnitudea
Marruskadura biskosoa	$\mu$
Inertzia	$\nu$
Grabitatea	$g$
Presioa	$P$
Arraseko esfortzua	$\tau$

Hala, honako baldintza hau bete behar da sistema bi (prototipoa eta eredu) dinamikoki antzekoak izateko:

$$\frac{F'_i}{F_i} = \frac{F'_g}{F_g} = \frac{F'_\mu}{F_\mu} = \frac{F'_p}{F_p} = \frac{F'_\tau}{F_\tau} = F$$

Ondorioz, indarren arteko zatidurak adierazten dituzten modulu adimentsionalek berdinak izan behar dute modeloan eta prototipoan.

Ikusi den moduan, analisi dimentsionalak fenomeno batean parte hartzen duten modulu adimentsionalak lortzen laguntzen du, antzekotasun-baldintza edo -irizpidea lortuz,  $\pi_1 = \emptyset (\pi_2, \pi_3, \dots)$ . Hala, antzekotasun dinamikoaren baldintza lortzeko, zenbaki adimentsionalen artean indarren zatidurei zein dagozkien identifikatu, eta modelorako eta prototiporako berdindu behar lirarteke. Hala, lorturiko ekuazioek —**eskala-ekuazio** deritze— prototiporako aldagaien balioak modeloan dituzten balioekin erlazionatzen laguntzen dute.

1.1 taulan ageri den moduan, Reynolds zenbakiaren esangura fisikoa inertzia- eta marruskadura-indarren arteko erlazioa da. Fluido eragiten duten indarrak inertzia eta marruskadura baino ez badira (emari horizontala, adibidez), fluido bi dinamikoki antzekoak izateko baldintza bakarra zera da: inertzia-indarren arteko erlazioa ( $F'_i/F_i$ ) eta marruskadura-indarren artekoa ( $F'_\mu/F_\mu$ ) berdina izatea:

$$\frac{F'_i}{F_i} = \frac{F'_\mu}{F_\mu} \longrightarrow \frac{F'_i}{F'_\mu} = \frac{F_i}{F_\mu} \longrightarrow \text{Re}' = \text{Re} \longrightarrow \left( \frac{\rho' \cdot V' \cdot L'}{\mu'} \right) = \left( \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} \right)$$

Hau da, ereduaren eta prototipoaren Re zenbakiak balio bera izan behar du.

*Antzekotasun zinematikoa* (abiadura-profilen antzekotasuna): mugitzen ari diren gorputz edo fluidoetan aplikatzen da, eta, ondorioz, denbora oinarritzko magnitudea izango dugu. Aurrez esango dugu denbora balioekideetan posizio balioekideak dituzten partikulei partikula balioekideak deritzela. Horren arabera, partikula balioekideen ibilbideak denbora balioekideetan geometrikoki antzekoak direnean, gorputz edo fluido bi horiek zinematikoki antzekoak dira.

Antzekotasun dinamikoarekin loturik dago puntu balioekideetan kokaturiko fluido-elementuek ibilbide antzekoak egingo baitituzte abiadura proportzionalekin, betiere sistemak dinamikoki antzekoak badira, hau da, modeloan eta prototipoan parte hartzen duten indar guztiek  $F'/F = K_F$  betetzen badute ( $K_F$  eskala faktorea izanik).

Hurrengo gaietan ikusiko denez, antzekotasun zinematikoaren egoera garrantzi handikoa da fluidoaren garraioan.

### 1.3.3. Antzekotasun termikoa

Antzekotasun mota hau beroaren transmisioari dagokio, eta kasu honetan magnituderik garrantzitsuenak tenperatura dugu.

Antzekotasun termikoak tenperatura-profilen formaren berdintasuna eskatzen du eskala bietan. Horretarako, nahitaezko aurretiko baldintza ez da bakarrik antzekotasun geometrikoa egotea, baizik eta baita antzekotasun zinematikoa ere. Hori prozesu honen ondorioa da: fluidoaren mugimenduak zuzenean parte hartzen du beroaren transmisioa gertatzen den abiaduran, eta, logikoki, profil termikoa determinatzen du.

Temperatura-profila bero-fluxuen menpekora denez, modeloa eta prototipoan bero-transmisioaren fluxu guztien eta bero-eraketaren termino garrantzitsuen zatidurak berdinak izatean datza antzekotasun termikoa. Hala, antzekotasun termikoaren baldintza honetan datza: beroaren fluxuak erlazionatzen dituzten modulu adimentsionalak, edo, kasu batzuetan, fluxuok erreazioz eratzten den energiarekin edo kontsumoarekin erlazionatzen dituztenak, berdinak izatea modeloa eta prototipoan.

Temperatura ezberdineko bi punturen artean beroa transmititzen da, eta, horretarako, hiru mekanismo daude: kondukzioa, konbekzioa eta erradiazioa. Beroaren transmisioan sarritan erabiltzen den zenbaki adimentsionala Pecletena da ( $Pe = \rho C_p VL/k$ , ikusi 1.1 Taula), zeinak konbekzioaren eta kondukzioaren bidez transmitituriko beroaren arteko erlazioa adierazten baitu. Orduan, antzekotasun termikoa gertatzeko, baldintza hau bete behar da:

$$\frac{Q'_k}{Q_k} = \frac{Q'_h}{Q_h} = \frac{Q'_\sigma}{Q_\sigma} = Q \quad \text{non } Q \text{ eskala faktorea den}$$

eta, beraz, hau ere beteko da:

$$\frac{Q'_k}{Q_k} = \frac{Q'_h}{Q_h} \longrightarrow \frac{Q'_h}{Q'_k} = \frac{Q_h}{Q_k} \longrightarrow Pe' = Pe$$

### 1.3.4. Kontzentrazioen antzekotasuna

Kontzentrazioen antzekotasuna kontzentrazio-profilak modeloa eta prototipoan antzekoak direnean betetzen da. Aurretik antzekotasun geometrikoa eta zinematikoa egotea eskatzen du, bai eta modeloa eta prototipoan intereseko osagaiaren materia-garraioaren abiadurak —eta, hala badagokio, erreazio kimikoaren ondorio diren eraketa-abiadurak— erlazionatzen dituzten modulu adimentsional guztiak berdinak izatea ere.

Hala, konbekzioz eta difusioz materia-garraioa eta  $A$  osagai baten erreazio kimikoa dagoen sistema batean antzekotasuna egoteko, honako hau bete behar litzateke:

$$K_{MA} = \frac{G.Konb'}{G.Konb} = \frac{G.Dif'}{G.Dif} = \frac{Erreak.K'}{Erreak.K}$$

non  $K_{MA}$  A osagaiaren materia eskala-faktorea den.

Horrek 2 zatidura adimentsional independentera darama, zeinek berdinak izan behar baitute modeloan eta prototipoan:

$$\frac{Erreak.K'}{G.Konb'} = \frac{Erreak.K}{G.Konb}$$

$$\frac{G.Kon'}{G.Dif'} = \frac{G.Kon}{G.Dif}$$

### 1.3.5. Antzekotasun kimikoa

Prozesu kimikoak gertatzen direneko abiadura, tenperatura eta bertan parte hartzen duten erreakzionatzaileen kontzentrazioagatik determinatua dago. Horregatik, antzekotasun kimikoaren baldintzak antzekotasun termikoa eta kontzentrazioen antzekotasuna eskatzen ditu, eta parte hartzen duten modulu adimentsionalak berdinak izatea modeloan eta prototipoan.

Antzekotasun mota hori erreakzio kimikoa edo konposizio gradienteak agertzen direnean erabiltzen da. Konposizio-aldaketa horren ondorioz, materia garraiatzen da zenbait mekanismoren bidez. Antzekotasun termikoan azaldu dugun moduan, antzekotasun kimikoa bermatzeko, mekanismoen bidez transmititutako materia-emarien arteko erlazioak konstantea izan behar du.

## 2.

# Fluidoaren emaria: sarrera

### 2.1. Fluidoaren definizioa. Fluidoaren sailkapena eta propietateak

Fluidoaren mekanika zertan datzan ulertzeko, aurrez fluidoa zer den eta zergatik jariatzen den ulertu beharko dugu. Ezaguna denez, materia hiru egoera fisikotan ager daiteke naturan: solidoa, likidoa eta gasa. Gainera, azken biak, hau da, likidoa eta gasa, egoera bakar batean taldekatu daitezke, fluido deritzon egoeran, eta, egoera solidoarekin alderatuta, honako desberdintasun hauek daude:

- Egoera solidoa: materiaren barneko egitura osatzen duten partikulak (ioiak, atomoak edo molekulak) nahiko estatikoak dira. Kanpoko energia aplikatuz gero (indarra, beroa...), partikulen bibrazioa eta biraketa eragiten dugu beren posizio finkoen inguruan.
- Fluidoaren (likidoa edo gasa): materia osatzen duten partikulak oso mugikorak dira, eta ez dagokie posizio finkorik (oreka-posiziorik). Alderantziz, partikulak etengabe mugitzen ari dira, eta, ondorioz, une bakoitzean posizio bat betetzen dute. Dena dela, zenbat eta energia gehiago eman materiari, partikulen mugimendua sendagoa izango da, eta, ondorioz, gasen mugikortasuna likidoena baino handiagoa da.

Fluidoaren arraseko indar baten ekintzaren eraginpean formaz aldatzeko gai den edozein substantzia gisa defini daiteke. Beraz, kanpoko indarrak aplikatzerakoan, solidoaren eta fluidoaren portaera desberdina izango da. Portaera hori *elastikoa*, *biskosoa* (edo likatsua) edo *plastikoa* izan daiteke, eta bi egoeretan ager daiteke. Bion arteko diferentzia ulertzeko, demagun materiaren deformazioa eragiteko kanpoko indar bat aplikatzen dela. Indarra kentzen dugunean, materialak hasierako itxura eta tamaina berreskuratzen baditu, materiaren portaerari elastiko deritzaio. Alderantziz, indarraren eraginez jariatzen ostean materialak itxura eta tamaina mantentzen badu, materiari likatsu esaten zaio. Kanpoko indarra elastikotasun-limitea baino handiagoa ez bada, zenbait solidok portaera elastikoa dute, baina, limite hori gaindituz gero, materia likatsu bihurtzen da, eta betiko deformaturik geratuko da. Materia mota horren adibideak metalak eta aleazio metalikoak ditugu.

#### Fluidoaren portaera *elastikoa*

Bolumena aldatu eta materia deformatzen da kanpoko indarrak aplikatzean, eta, indar horiek desagertuz gero, materialak hasierako itxura eta bolumena berreskuratzen ditu.

*Portaera biskosoa edo likatsua*

Indarrak momentu batean desagertzen badira, momentu horretan lortu duen egoeran geratzen da materia, eta ez ditu hasierako forma eta bolumena berreskuratzen.

*Portaera plastikoa*

Materiak portaera elastikoa du aplikaturiko indarrek balio kritiko bat gainditzen duten arte. Behin balio hori gaindituta, materiak portaera likatsua du.

Esandakoaren ondorioz, esan daiteke fluidoaren emaria fluidoaren translazioa edo mugimendua dela.

Fluidoaren garrantzia ulertzeko, gure inguruko fenomeno hauek aztertu baino ez dugu egin behar: gizakiaren zirkulazio-sistema, makinaren lubrifikazioa, ponpak, haizagailuak, konpresoreak, ur-zerbitzua, berogailurako gasa, hidrokarburozko erregaiak, eguraldia... Fluidoaren mekanika fluido mota guztien portaera aztertzen duen zientzia-adarra dugu, eta, ondorioz, garrantzi handikoa da ingeniari kimikoaren heziketan.

Industria-arloan, edozein planta kimiko diseinatzeko, beharrezkoa da fluidoaren emaria ondo ezagutzea, baina, horretaz gain, bero- eta materia-transmisioa gertatzen denean ere oinarritzkoa izango dugu hura ezagutzea, eta, ondorioz, ingeniari kimikoaren oinarritzko operazio guztietan.

Fluido errearen biskositatea dela kausa, marruskadura-indarrak energia mekanikoa galtzea dakar, eta, horren ondorioz, abiadura desberdineko fluidoguneen artean higidura kantitatearen transmisioa ere gertatuko da.

Edozein arazo fluidodinamikoren soluzioa emariaren abiadura eta presioa posizioaren eta denboraren funtzioan ezagutzean datza, hau da, une bakoitzean ikasten den sistemaren sekzioan bi aldagai horien profilak ezartzean. Azpimarratzekoa da erabilitako ekuazio fluidodinamiko guztiak materiaren, higidura kantitatearen eta energiaren kontserbazio-printzipioetatik garatuak direla.

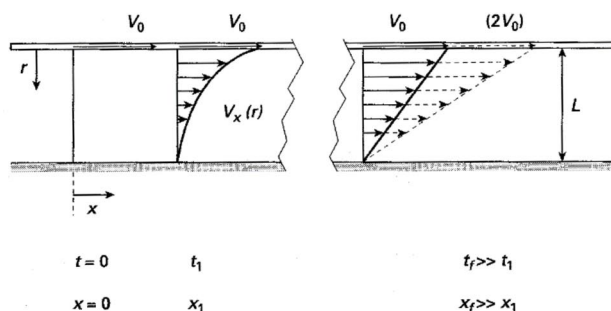
*2.1.1. Fluido newtondarrak eta ez-newtondarrak*

Fluido batek bi plaka paraleloren artean zirkulatuko balu eta haren biskositatea nulua balitz ( $\mu = 0$ ), hau da, mugimenduan dagoen fluidoaren «xafla» edo plano paraleloen artean ez balego marruskadurarik, fluidoaren elementu guztiek abiadura bera izango lukete, plaketarainoko distantziatik bereiz, ez bailitzateke mugimendu kantitatearik garraiatuko. Hau da fluxu ideala, nahiz praktikan ez dagoen halakorik. Zirkulatzen duen fluidoak biskositate jakin bat ( $\mu$ ) baldin badu, interakzio molekularrak gertatuko dira xaflen irristatzean, eta, era horretan, xafla batzuek beste batzuk geldituko dituzte (marruskadura biskosoa); ondorioz, abiaduren banaketa edo profil bat sortuko da.

Hala, plano horizontal geldi baten gaineko likidoaren kasuan, goiko xafla  $V_0$  abiadura konstantearekin irristatzea eragiten duen indar bat aplikatzen bazaio, hasierako momentuan goiko xafla bakarrik mugitzen da, gainontzeko fluidoak geldi egonik. Berehala, indar biskosoen eraginagatik, likido-planoen edo  $-xaflen$  artean arrastatze-efektua gertatzen da (mugimendu kantitatearen garraioa  $r$  norabidean), eta, ondorioz, abiaduren profil bat  $-v_x(r)-$  garatzen da.  $t_f$  denbora nahikoa

igarotzean, egoera egonkorra lortzen da, eta abiaduren profila guztiz garatzen (kasu honetan, banaketa lineala):

$$\nabla \bar{v} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\Delta v_x}{\Delta r} = \frac{V_o}{L} = \text{kte.}$$



**2.1 irudia.** Plano edo xafla horizontal baten gaineko abiaduren profilaren garapena.

Egoera horri eusteko,  $F$  indar bera aplikatu behar da goiko xaflaren gainean,  $x$  norabidean. In-dar hori gainazal unitateko definitzen denean ( $F/A$ ), arraseko tentsioa edo esfortzu ebakitzaila ( $\tau$ ) definitzen da, eta horrek mugimendu kantitatea garraiatzea eragiten du. Fluido-xaflen arteko marruskaduraren arraseko tentsioak oso handiak badira, abiaduren gradientea ere handiagoa izango da. Beraz, arraseko marruskadura-tentsioaren eta eraturiko abiaduren gradientearen artean erlazio zuzena dago, eta Newton-en legearen bidez adierazten da:

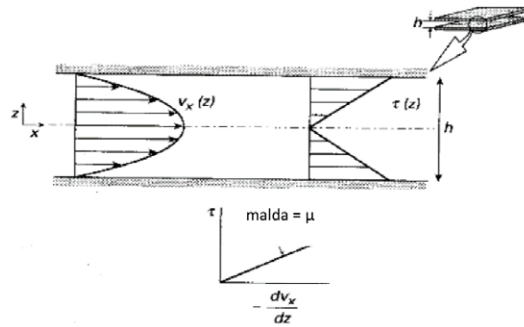
$$\tau = -\mu \frac{dv_x}{dr}$$

Proporzionaltasun konstantea,  $\mu$ , fluidoaren biskositatea da, haren propietate fisiko bat, tenperaturaren menpekota batez ere. Likidoen kasuan, biskositatea asko txikitzen da tenperaturarekin; gasen kasuan, berriz, apur bat handitzen da.

Biskositateak fluido batek jariatzeko duen erraztasun handiagoa edo txikiagoa adierazten du. Mugimenduan dauden fluido partikulen artean gertatzen den marruskaduraren edo igurtziaren ondorioa da, eta, ondorioz, fluido partikula arinenek motelenak arrastatzen dituzte, eta motelenek arinenak geldiarazten. Fenomeno horrek gainazal baten gainean mugimenduan dagoen fluido baten abiaduraren profila kurbatua izatea eragiten du.

### 2.1.2. Fluidoaren sailkapena

Fluido guztiek ez dute Newtonen legea betetzen, batzuek bakarrik: pisu molekular baxuko gas eta likidoek. Fluido mota horietan, arraseko tentsioak beti abiaduren gradientearikiko proporzionalak izaten dira, eta *fluido newtondar* deritze. 2.2 irudian, halako fluidoei dagokien Newtonen legea eta ondorioztatzen diren arraseko tentsioak irudikatu dira, laminar-erregimenean. Ikusten den moduan, arraseko tentsioa nulua da zentroan,  $(v_x)_{\max}$ -ari dagokiona, eta maximoa paretetan, non  $(dv_x/dt)$  balioa maximoa den.



2.2 irudia. Fluido newtondarretako biskositatea.

Dena den, fluido barietate asko dago: pisu molekular handiko likidoak, likidoen nahasteak, esekidurak, emultsioak, etab. Halakoek ez dute Newtonen legeak adierazten duen portaera. Kasu horietan, arraseko tentsioa ez da abiaduren gradientearekin linealki aldatzen.

Fluido ez-newtondarrak:

— Potentzia legearen fluidoak:

- fluido pseudoplastikoak
- fluido dilatanteak

— Fluido plastiko idealak edo Bingham-en plastikoak

— Plastiko orokorrak

**Potentzia legearen fluidoetan**, ekuazio hau aplikatu daiteke, zeina Newtonen legearen baliokidea baita:

$$\tau = -\mu_a \frac{dv_x}{dz}$$

non  $\mu_a$  biskositate aparentea edo itxurazkoa den.

$$\mu_a = f\left(\frac{dv_x}{dz}\right) \neq \text{kte.}$$

Ekuazio hori era potentzian idatz daiteke (Potentziaren Legea), Ostwald de Waele-ren ereduaren arabera:

$$\mu_a = m\left(\frac{dv_x}{dz}\right)$$

Fluido pseudoplastikoetarako,  $n < 1$ ; dilatanteetarako,  $n > 1$ . Era berean, ekuazio horrek Newton-en legera darama  $n = 1$  denean, eta  $m = \mu$  lortzen da.

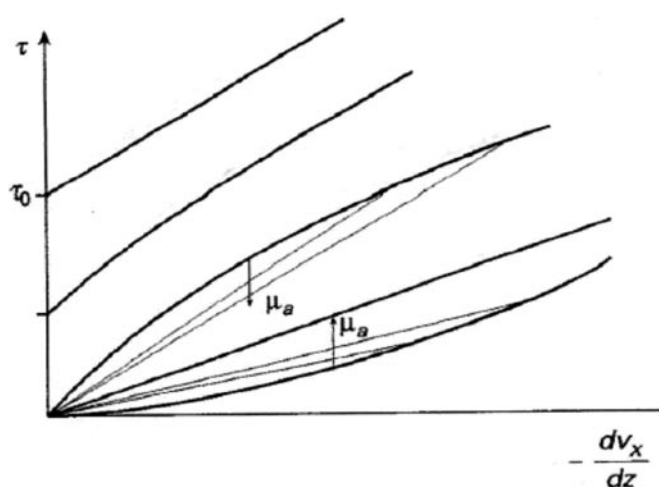
Fluido mota horietan, fluidoa etengabe deformatzen da arraseko tentsioen ekintzapean.



- Fluido pseudoplastikoak: haien itxurazko biskositatea txikitu egiten da abiadura gradientea handitzean. Era horretakoak dira paperaren mamia, polimero likidoak, maionesa eta mer-meladak.
- Fluido dilatanteak: haien itxurazko biskositatea handitu egiten da abiadura gradientearekin. Adibidez, almidoiaren suspentsioak, harea mugikorak, hondartzako harea bustia, hauts finak suspentsioan...

**Plastiko idealetan**, arraseko indarrek  $\tau_0$  balio kritikoa lortzen ez duten bitartean ez da fluidoa deformatzen, baina, balio horretatik aurrera, fluidoak portaera newtondarra dauka.

Plastiko orokor edo errealak aurrekoen antzekoak dira, baina ez diote portaera newtondarrari jarraitzen  $\tau_0$  balio kritikotik aurrera.



2.3. irudia. Zenbait fluido ez-newtondarren portaera.

## 2.2. Fluxu edo emari motak

Komeni da fluidoa eta fluido-fluxua desberdintzea, azken horrek fluidoaren mugimenduari edo zirkulazioari egiten baitio erreferentzia, eta haren baldintzak aldakorrak izan baitaitezke. Alderantziz, fluidoaren natura edo propietate fisikoak normalean aldatu gabe mantentzen dira fluxua aldatu arren.

Fluxu motak:

- kanpoko fluxua eta barneko fluxua
- dimentsio bakarreko, bi dimentsioko eta hiru dimentsioko fluxuak
- fluxu konprimaezina eta fluxu konprimagarria
- fluxu ideala eta fluxu erreala

### Kanpoko eta barneko fluxua

Kanpoko fluxua gorputz solidoak (itsasontziak, hegazkinak, koheteak, partikulak, etab.) fluido baten barnean murgildu ditugunean gertatzen da, eta barneko fluxua, berriz, fluido hodi edo gailu baten barnean doanean.

## Dimentsio bakarreko, bi dimentsioko eta hiru dimentsioko fluxuak

Dimentsio bakarreko fluxutzat har daiteke haren propietate eta ezaugarri guztiak koordinatu kartesiar bakar baten eta denboraren funtzioan adierazi baldin badaitezke. Bi dimentsioko fluxutzat hartzeko, berriz, beharrezkoa da haren propietate eta ezaugarriak bi koordinatu kartesiarren eta denboraren menpekoak izatea. Hiru dimentsioko fluxuak kasu erreala adierazten du, eta posiziozko hiru koordinatu kartesiarrek eta denbora behar dira.

### Fluxu konprimaezina eta konprimagarria

Fluido baten fluxuan haren dentsitatea konstantetzat har badaiteke, fluxuari konprimaezin deritzo, eta, kontrako kasuan, konprimagarria.

Fluidoaren fluxuaren ikuspuntutik, likidoen eta gasen arteko diferentzia nagusia konprimagarritasuna da. Oro har, likidoak oso gutxi konprimatzen dira oso presio handien menpean jartzen direnean ere, eta konprimaiezintzat har daitezke. Alderantziz, gasak eta lurrinak oso konprimagarriak dira, eta, fluxua daukagun kasu askotan, konprimagarritasun hori kontutan eduki behar da. Beraz, irizpideren bat behar da ezartzeko zer neurritan aldatzen duten bolumena era nabarmenean gasen fluxuan gertatzen diren presio-aldaketek.

Fluido baten elastikotasun-modulua honela definitu da: fluidoaren gain eragindako presioa handitzearen eta tenperatura konstantean bolumen erlatiboaren txikitzearen arteko proportzionaltasun-koefizientea. Alegia:

$$\Delta p = -E \left( \frac{\Delta v}{v} \right)_T \quad (1)$$

erlazio hau beti betetzen denez dentsitatearen eta bolumenaren artean,

$$\frac{\Delta v}{v_o} \approx - \frac{\Delta \rho}{\rho_o}$$

$$\Delta p = E \left( \frac{\Delta \rho}{\rho_o} \right)_T \quad \text{idatz daiteke.} \quad (2)$$

Likidoetan, E elastikotasun-moduluak oso balio altua du beti,  $10^6$  kN/m<sup>2</sup> ingurukoa, bere konprimaiezintasunaren adierazle. Gasen elastikotasun-moduluak gasaren presioaren balio bera izaten du:

$$\Delta p \approx -p_o \frac{\Delta v}{v_o}$$

Adierazpen horrek, (1) ekuazioarekin alderatuz, adierazten du gas baterako baldintza normaletan E modulua balioa  $10^2$  kN/m<sup>2</sup> (1 atmosfera) ingurukoa dela, hau da, haren konprimagarritasuna  $10^4$  aldiz handiagoa da likidoena baino.

Beraz, likido baten fluxua konprimaezina da beti; gas batena, aldiz, konprimaezintzat hartuko da gasaren dentsitatearen aldaketa erlatiboa oso txikia bada, hau da, baldintza hau betetzen bada:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} \ll 1 \quad (3)$$

Gas idealetan, Bernouilli-ren teoremaren arabera, haien fluxuan lor daitekeen presioa-aldaketa maximoa haien energia zinetikoarekin bat dator gutxi gorabehera:  $\Delta p \approx \frac{1}{2}\rho V^2$ , non  $V$ -k fluidoaren batez besteko abiadura eta  $\rho$ -k batez besteko dentsitatea adierazten baitute.

(2) ekuazioak, adierazpen hurbildu hori kontuan hartuz, honako honetara eramango du:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} \approx \frac{\frac{1}{2}\rho V^2}{E} \quad (4)$$

$\rho$  dentsitatea duen gas batean zehar zirkulatzen duen soinuaren abiadurak adierazpen hau dauka, Laplace-ren arabera:

$$E = c^2\rho. \quad (5)$$

Beraz, (3) eta (4) ekuazioetatik, honako hau ondorioztatzen da:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{V}{c}\right)^2 = \frac{1}{2}Ma^2 \quad (6)$$

$Ma$ -k Mach zenbakia adierazten du, gas baten batez besteko abiaduraren eta gasean zehar doan soinuaren arteko erlazioa:  $Ma = V/c$ .

Hala, (5) ekuazioa kontuan hartuz, gas baten fluxua konprimaezintzat hartzeko bete behar den baldintza Mach zenbakiaren funtzioan adieraz daiteke:  $1/2Ma^2 \ll 1$ .

Hau da, baldintza hori betetzeko, nahikoa da fluidoaren Mach zenbakia oso txikia izatea, edo, bestela, gasaren abiadura oso txikia izatea berarengan doan soinuarenarekiko. Hala, adibidez, aireak hoditeria batetik zirkulatuko balu 110 m/s-ko batez besteko abiadurarekin, soinuaren abiadura airean 333 m/s denez, honako hau izango genuke:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_o} \approx \frac{1}{2}Ma^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{110}{333}\right)^2 = 0.054 \ll 1$$

Hain zuzen ere, adibide honi dagokion Mach zenbakia,  $Ma \approx 0.3$ , goiko limite gisa onar daiteke, gas baten fluxua konprimaezintzat hartzeko.  $Ma$ -ren balio altuagoetan, gas baten fluxua konprimagarritzat hartu beharko da.

## Fluxu ideala eta erreala

Fluxu perfektua, ideala edo potentziala fluido perfektu edo ideal batena da, hau da, biskositate gabekoa eta konprimaezina, nahiz praktikan inoiz ez den gertatzen halakorik.

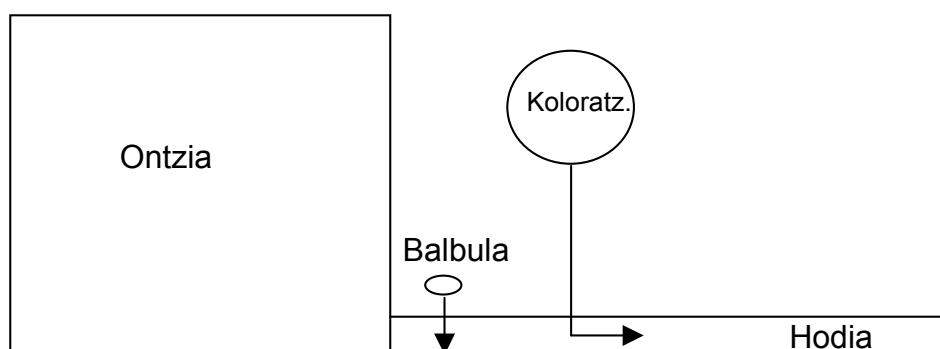
Fluxu erreala biskositate nahikoa duten fluido errealei dagokie.

Reynolds ikertzaileak, barne-fluxuaren ohiko esperimentuaren bidez, agerian jarri zuen fluido errealen fluxuan bazirela bi mekanismo: erregimen edo emari laminarra, eta turbulentsua edo zurrunbilotsua.

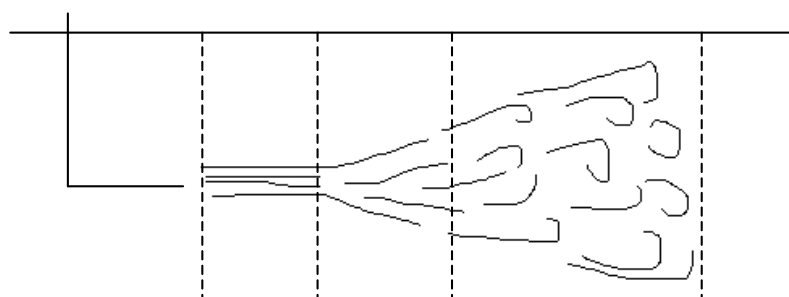
### 2.2.1. Emari laminarra eta zurrunbilotsua

Hodi baten barruan fluidoaren mugimendua aztertzen badugu, ondorioztatuko dugu bi emari mota ager daitezkeela fluido eta hodi berebean. Bata edo bestea agertzeko, fluidoaren higidura-baldintzak baino ez ditugu aldatu beharko. Gertaera hori frogatzeko, Reynoldsek honako saiakuntza hau prestatu zuen. Ur-andel bat bete ostean, emari erregulatzailerik zeukan hodi bat konektatu zuen, eta hodiaren erdian substantzia koloratzailea sarrarazteko injektore bat jarri (2.4 irudia). Ura andele-tik muturrerantz zihoan neurrian, koloratzailea injektatzen zen, eta fluxu-lerroak agertzen ziren.

Koloratzailea ur-emarian nola barreiatzen zen aztertuz, ondorioztatu zuen hodia zeharkatzen zuen neurrian bi emari mota agertzen zirela eta bien artean trantsizioa gertatzen zela (2.5 irudia).



2.4 irudia. Reynolds-en saiakuntza.



Lamin. Trantsizioa Zurrunbil.

2.5 irudia. Hodiaren barruan agertutako emari laminarra eta zurrunbilotsua.

Reynoldsek demostratu zuen fluidoaren emariaren egoera fluidoaren abiaduraren funtzioa zela. Hala, balbula erregulatzailer baten bidez emari txikia aukeratzen zenean eta ondorioz emariaren abiadura geldoa zenean, koloratzailea ez zen barreiatzen. Gertaera horrek agerian utzi zuen emaria laminarra zela hodi osoan zehar. Alderantziz, abiadura handitzerakoan, emaria zurrunbilotsu bihurtzen zen, eta koloratzailea hodiaren sekzio osoan barreiatzen zen. Fluido desberdinekin eta hodiaren zenbait geometriarekin proba egin ostean, Reynoldsek demostratu zuen abiadura ez zela parametro kontrolatzaile bakarra. Izan ere, diametroa eta dentsitatea handitzean eta biskositatea txikitzean (geruzak nahasteko erraztasuna txikitzean), egoera zurrunbilotsua agertzeko probabilitatea altuagoa zen.

Ikerketaren ondorioz, Reynoldsek bere izena duen zenbaki adimentsionala proposatu zuen. Zenbaki horren bidez, baldintzen arabera emariaren egoera zein izango den aurrean dezakegu:

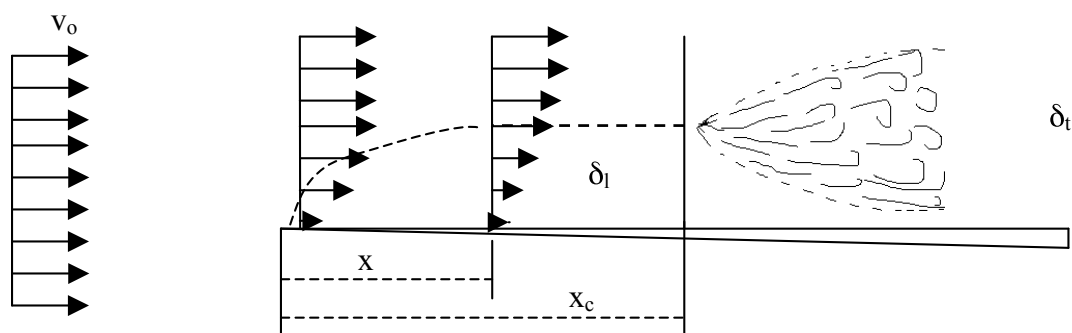
$$\text{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu}$$

$\text{Re} < 2100$  denean, emaria laminarra izango da, eta,  $\text{Re} > 8000$  bada, emariaren egoera zurrunbilotsua izango da. Reynolds zenbakiaren bitarteko balioak lortzen baditugu, emaria transizio-egoeran egongo da. Emariaren helburuaren arabera, egokiagoa izango dugu egoera laminarra edo zurrunbilotsua lortzea. Adibidez, materia- edo bero-garraioa errazteko, emari zurrunbilotsua aproposagoa dugu, baina, naturan gertatzen diren zenbait prozesutarako, emari laminarra egokiagoa izango da.

### 2.3. Muga-geruza

Demagun gainazalik ukitzen ez duen fluido mugagabe bat dugula. Fluido horren emariaren abiadura-profila guztiz laua izango da. Fluido guztia  $v_o$  abiadurarekin mugitzen da. Demagun orain fluidoak xafla lau eta estu bat topatzen duela. Fluidoak xafla ukitzen duen unean, xafla ukitzen duen geruzak marruskadura jasaten du, eta, ondorioz, haren abiadura txikitzen da. Hurrengo geruzak ere, lehenengoa ukitzean, marruskadura jasaten du, eta abiadura  $v_o$  baino txikiagoa izango da. Dena dela, fluido-geruza xaflatik urruntzen den neurrian, xaflaren eragina gero eta txikiagoa izango da, eta, azkenean, puntu zehatz batean, xaflaren eragina desagertu, eta geruza horren abiadura berriro  $v_o$  izango da. Xaflaren eragina oso txikia den leku bat bilatzen badugu —adibidez, fluidoaren abiadura  $0.99 v_o$  den lekua—, muga-geruza definituko dugu (2.6 irudia). Irudian oso handia dirudien arren,  $\delta_1$  oso txikia izan ohi da.

Reynoldsek bere saiakuntzan demostratu zuen bezala,  $v_o$  behar den bezain altua izanez gero, muga-geruzaren muga irudikatzen duen lerroa emari zurrunbilotsurako gune bihurtuko da. Gune horren azpian, geruza azpilaminar deritzon geruza bat geratzen da, emari laminarra duena, oso estua.



2.6 irudia. Muga-geruzaren definizioa.

Halako sistemetan ez dugu diamentrorik, eta, haien analisisa egiteko, luzera aldagaia erabili ohi da Reynolds zenbakian. Adibide honetan, luzera dimentsioa (dimentsio longitudinala) erabili da diamentroa erabili beharrean; xaflaren muturrerainoko distantzia ( $x$ ), hain zuzen.

$$Re_l = \frac{xv_o\rho}{\mu}$$

$Re_l$  oso txikia bada, emaria laminarra izango da, eta, handia bada, zurrumbilotsua. Horregatik, 2.6 irudian erakutsitako sisteman, nahiz eta abiadura, dentsitatea eta biskositatea konstanteak izan,  $x$  aldagaiaren balioa kritikoa ( $x_c$ ) izatera heltzen denean, fluidoa zurrumbilotsu bihurtzen da. Puntu kritiko horri dagokion balioa  $3,2 \cdot 10^5$  da.

Muga-geruzaren lodieraren ( $\delta_l$ ) araberako  $Re$  zenbakia ere defini dezakegu, honela kalkulatu:

$$Re_{\delta_l} = \frac{\delta_l v_o \rho}{\mu}$$

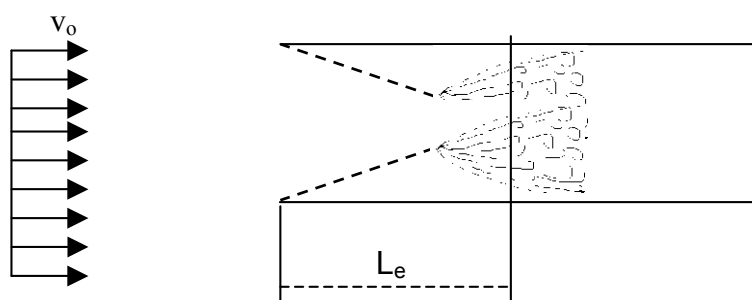
Bi balioak erlazionaturik daude, esperimentalki demostratu baita  $Re_{\delta_l} = 5 (Re_l)^{0.5}$  dela. Arestian emandako  $Re_l$  kritikoaren balioa erabiliz,  $Re_{\delta_l}$  zenbakiaren balio kritikoa ere kalkula daiteke. Lortutako balioa 2.800 da, Reynoldsek bere saiakuntzetan ( $Re$  diamentrala) neurtutako balioaren oso antzekoa.

Muga-geruzaren eta geruza zurrumbilotsuaren lodiera kalkulatzeko, espresio hauek erabili ohi dira:

$$\delta_l = 5 \sqrt{\frac{\mu x}{\rho v_o}} \quad \delta_t = 0.37 x \left( \frac{v_o x \rho}{\mu} \right)^{-1/5}$$

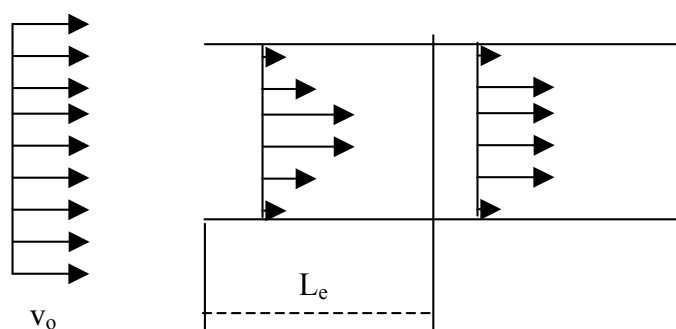
Orain arte aztertutako adibidean, fluido mugagabeak xafla mugagabea ukitzen zuen. Saia gaitzen orain muga-geruzaren teoria hodian sartzen den fluidoari aplikatzen. Hodian sartu baino lehen, fluidoaren (mugagabea) abiadura-profila laua izango da. Hodian sartu ostean, xaflan ikusitako fenomeno berbera gertatuko da, baina, oraingo honetan, hodiaren perimetro osoan. Hodiaren muturretik urruntzen garen neurrian, muga-geruzaren lodiera handituz doanez, beheko eta goiko

muga-geruzak batu egingo dira. Puntu horri sarrerako luzera deritzo:  $L_e$ . Hor ere, azpigeruza lami-narra agertuko da bi paretaren inguruan.



**2.7 irudia.** Muga-geruzaren definizioa hodiaren barruan.

Azpimarratzekoa den beste diferentzia bat ere badago. Xafla jartzen dugunean, xaflatik zenbait zentimetrotara ez da nabaritzen beraren eragina, eta, ondorioz, fluidoak hasierako abiadura ( $v_0$ ) berreskuratzen du. Hodia jartzen dugunean, hodiaren barruan dagoen fluido kopurua ez da mugagabea. Fluidoaren zenbait geruzaren abiadura  $v_0$  baino txikiagoa denez, eta materiaren kontserbazio-printzipioa ( $\rho vs = ktea$ ) bete behar denez, orduan, zenbait geruzaren abiadurak  $v_0$  baino handiagoa izan beharko du. Horren ondorioz, hodiaren barruko gune laminarrean abiaduraren profilak parabolikoak izango dira, eta ia lauak gune zurrunbilotsuan (2.8 irudia).



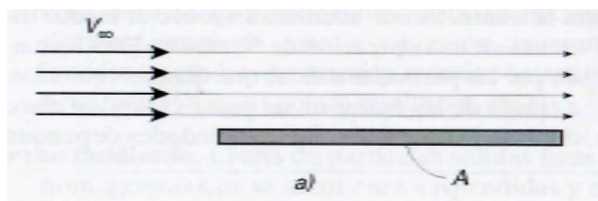
**2.8 irudia.** Abiaduraren profilak hodiaren barruan: ezkerrean, profil parabolikoa (emari laminarra), eta, eskuinean, profil ia lau (emari zurrunbilotsua).

Fluido batek hodi baten barnean zirkulatzen duenean, marruskadura jasaten du, ohiko gainazaleko marruskadura, fluidoaren norabidearekiko gainazal lau paralelo batek eragina, fluidoaren ibilbidearekiko norabide perpendikularrean mugimendu kantitatearen garraioa eragiten duena.

Korronte-lerroak ez dira bat-batean aldatzen, gainazal solidoaren presentziagatik (2.9 irudia). Kasu horretan, gainazal tangentialaren unitateko batez besteko marruskadura-indarraren balioa (marruskaduraren arraseko tentsioa deritzo:  $\zeta_0$ ) fluidoaren zinetikarekiko proportzionala da.

$$\text{Gainazal lau batean, honela adieraz daiteke: } \tau_o = \frac{F_o}{A} = f \frac{\rho V_x^2}{2}$$

$f$  gainazaleko marruskadura-faktorea izanik (adimentsionala).

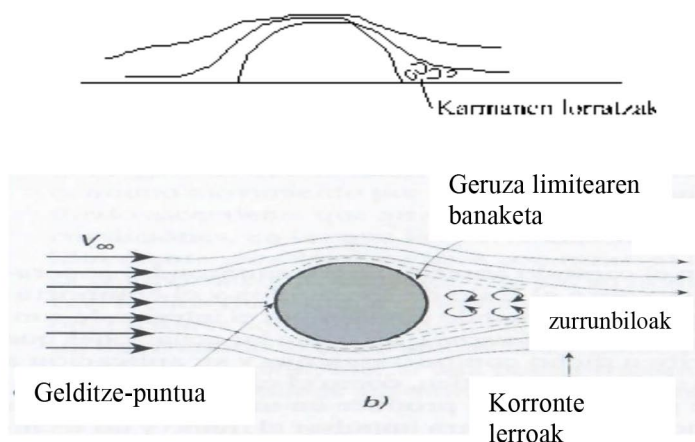
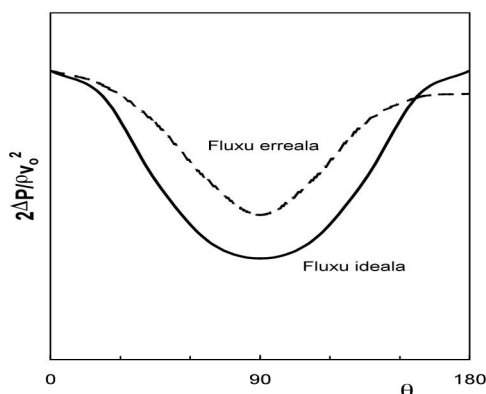


**2.9 irudia.** Murgilduriko gorputzen inguruko kanpoko fluxua. Gainazal laua.

Bukatzeko, demagun fluido mugagabeen eta fluido-emariaren perpendikular (elkarzut) barra bat sartzen dugula (2.10 irudia).

Fluidoari energia-balantzea aplikatzen badiogu, ikusiko dugu emariaren energia zinetikoa partzialki presio-energia bihurtzen dela fluidoak barraren kontra talka egiten duenean. Demagun fluido ideal bat dugula, hau da, fluidoaren geruzen arteko marruskadurarik ez dagoela. 0, 90 eta 180°-an fluidoaren energia kalkulatu badugu, nahiz eta energia zinetikoa, potentziala eta presio-energia konstanteak ez izan, fluidoaren energia netoak konstante iraun behar du.

Barraren diametroa oso handia ez denez, energia potentzialaren aldaketa mespretxagarria dela ere pentsa dezakegu. Orduan, 90°-an fluidoaren fluxu-lerroak estutzen direnez, fluidoaren abiadura handitzen da. Ondorioz, energia zinetikoa ere handitzen da, eta energia-balantzea mantentzeko beste energia mota —hau da, presio-energia—, berriz, txikitu egingo da. Fluido idealak balitz, 180°-an hasierako egoera ezarriko litzateke, baina, fluido idealak existitzen ez direnez eta marruskadura-indarrak eginiko lanaren ondorioz energia galtzen duenez, fluido errearen portaera honako hau izango da: 0°-tik 90°-ra mugitzerakoan, energia galduko da, fluidoaren eta hormaren arteko marruskaduraren ondorioz. 180°-ra heltzerakoan, fluidoaren energia hasierakoa baino txikiagoa da (2.10 irudia). Marruskadura-tentsio handiak direla eta, muga-geruzaren barnean dezeleratuak diren fluido-elementuak, gero eta presio altuagoekin aurkitzean, ezin dira mantendu gorputzaren gainazalean itsatsitako fluido-geruza finean. Ondorioz, muga-geruzaren lodiera nabarmen handitzen da korrantearen norabidean; kasu horretan, gainera, dezeleraturiko fluido-elementuak solidoaren gainazalitik urruntzera behartuak dira, eta muga-geruza gainazalitik banatu eta zurrunbiloak eraten dira. Zurrunbiloek lorratzak uzten dituzte; zehazki, Kármán-en lorratzak deritze.



**2.10 irudia.** Barraren inguruko emaria.

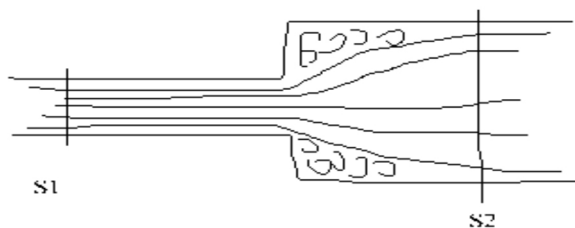


Barra geldirik egon beharrea fluidoaren barruan mugitzen bada, gorputzaren lortatzen de-  
presioa gertatzen da; depresio horrek sukzioa eragiten du barran, eta, ondorioz, barraren abiadura  
txikiagotzen du. Beraz, abiadura bereberan mugitzeko, potentzia gehiago beharko da.

Muga-geruza banatzeak, zurrunbiloak eratzeak eta haien lortatzek azaltzen dute gorputzen  
gain eragindako sukzioa; fenomeno honi forma-marruskadura deritzo, gorputzaren forma dela eta,  
eta ohiko marruskadurarekin batera gertatzen da.

Fenomeno hori sahiesteko, diseinua aldatzea da aukera bat, 90 eta 180° bitartean diseinu ae-  
rodinamikoagoa (Karman-en lortatzak sortzea saihesten duena) izatea bilatuz. Muga-geruza zen-  
bat eta txikiagoa izan, hutsune txikiagoa egiten da, eta emaria perfektuagoa da. Solidoa aerodina-  
mikoagoa dela esaten da.

Arestian azaldutakoa hodiaren barneko emarrietan ere aplika daiteke. Hala, sekzioa aldatzeko  
itxura angeluzuzenak saihestu behar dira (2.11 irudia), haien aerodinamikotasuna baxua delako.  
Izan ere, sekzio-aldaketa progresiboek Karmanen lortatzak sortzea saihesten dute, eta, ondorioz,  
fluidoaren ponpatzeko behar den potentzia txikiagoa da.



**2.11 irudia.** Hodi baten sekzioaren bat-bateko handitzea.

#### 2.4. Presioaren definizioa eta neurria

Fluidoaren presioak oso desberdinak izan daitezke operazio-baldintzen arabera: adibide gisa,  
ur-sareko uraren presioa  $2 \cdot 10^2$  eta  $7 \cdot 10^2$  kN/m<sup>2</sup> bitartean dago. Gas-emariak sailkatzeko oso ba-  
liogarria den irizpide bat presioa bera dugu. Haren arabera, presioa  $12 \cdot 10^2$  kN/m<sup>2</sup> baino txikiagoa  
bada, presio baxuko emaria dugu, eta presioa  $35 \cdot 10^2$  kN/m<sup>2</sup> baino handiagoa bada, presio altuko  
emaria.

Fluidoaren mekanikaren arloan, presioaren hiru definizio erabiltzen dira:

- 1) Presio estatikoa: korrontearen norabidearekiko paraleloa den plano batean fluidoak eragi-  
ten duen presioa da.
- 2) Talkako presioa: korrontearen norabidearekiko perpendikularra den plano batean fluidoak  
eragiten duen presioa da.
- 3) Presio zinetikoa edo abiadurarena: aurreko bien arteko kenketa da (talkako  $P - P$  estati-  
koa).

Presioa neurtzeko erabiltzen den gailuari manometro deritzo. Presio altua neurtzeko, mano-  
metro metalikoak erabiltzen dira, eta presio txikiak edota presio-aldaketa txikiak neurtzeko erabil-  
tzen direnak hodi manometriko motakoak izan ohi dira.

Lehenengoak mekanikoak edota elektrikoak izan daitezke. Manometro mekanikoek badute malguki bat edo indarpean deformatzen den osagai bat, eta, deformazio horren arabera, presioa irakurtzen da. Manometro elektrikoek kasuan, material piezoelektrikoak erabiltzen dira: jasaten duten presioaren arabera eremu elektriko proportzional bat eragiten dute. Eremu elektriko hori neurtu, eta presio-unitate bihurtzen da.

Hodi manometrikoak beirazko hodiak dira, eta, oro har,  $U$  itxurakoak. Likido bat sartzen zaie, fluidoak baino dentsitate handiagoa duena, eta, horretaz gain, likidoak eta neurtzen dugun fluidoak nahastezinak izan beharko dute. Puntu zehatz baten presioa neurtzeko, adar bat jartzen da puntu horretan, eta bestea, berriz, atmosferan irekita geratzen da. Bi puntuen arteko presio-aldaketa neurtzeko (presio diferentziala), adar bat puntu batean eta bestea beste puntuan konektatu beharko ditugu.

Hodi manometrikoen lotura hodi nagusira egiterakoan, fluidoaren natura kontuan hartu behar da (2.12 irudia). Hala, likidoa izanez gero, hodi manometrikoak hodiaren beheko partean konektatuko dira, hala hodi manometrikoan gasa (airea) sartzen saihesten baita. Alderantziz, fluido gasa izanez gero, hodi manometrikoa hodiaren goiko partean konektatuko da, hala gasaren kondentsazioan sortutako likidoaren eta hodi manometrikoaren barnean dagoen likidoaren arteko nahasketa saihesten baita.

Puntu zehatz baten presioa, bi punturen arteko presio-aldaketa eta hari dagokion fluidoaren altuera-diferentzia ekuazio hauekin kalkula daitezke:

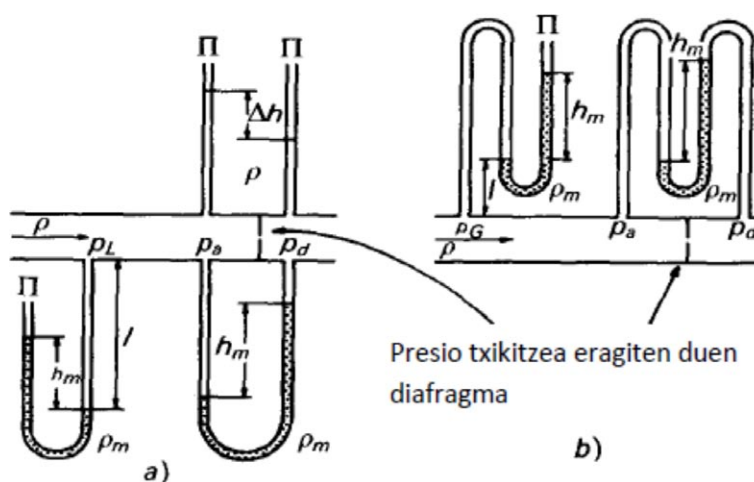
$$p_L = \Pi + h_m \rho_m g - l \rho g$$

$$p_G = \Pi + h_m \rho_m g + l \rho g$$

$$p_a - p_d = h_m g (\rho_m - \rho)$$

$$\Delta h = \frac{p_a - p_d}{\rho g} = h_m \left( \frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right)$$

non  $\pi$  presio atmosferikoa den.



2.12 irudia. Hodi manometrikoak jartzeko irizpideak: a) likidoak, b) gasak.

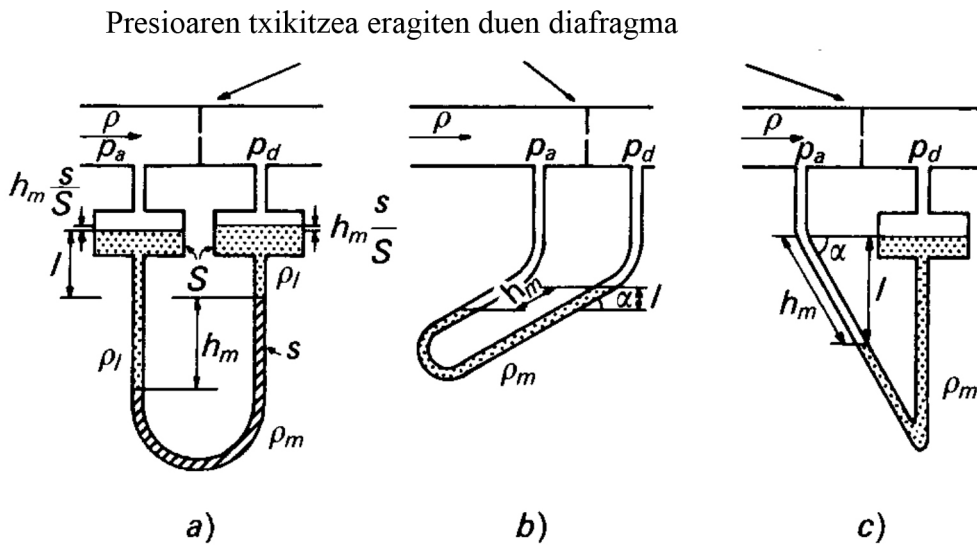
Askotan, bi puntuen arteko presio-aldaketa oso txikia da, eta, ondorioz,  $h_m$  likido manometrikoaren altuera ere oso txikia da. Horren ondorioz, presio-aldaketaren neurria ez da zehatza, eta, hori saihesteko, aukera hauek ditugu: dentsitate baxuagoko likido manometrikoa erabiltzea edota manometro biderkatzaileak erabiltzea.

2.13 irudian, gehien erabiltzen diren manometro biderkatzaileak irudikatu dira. Lehenengoan, hodi manometrikoaren adarretan bi andel ipini, eta bi likido nahastezinez bete dira. Bi likido horien dentsitateak oso antzekoa izan behar du, eta, gainera, haien arteko muga-azala oso ondo ikusi behar da. Bi punturen arteko presio-aldaketa honela kalkulatu dugu:

$$p_a - p_d = h_m g \left[ (\rho_m - \rho_l) + \frac{s}{S} (\rho_l - \rho) \right]$$

Bigarren eta hirugarren motako manometro biderkatzaileen adarrak makurtuta daude. Neurtutako  $h_m$  likido manometrikoaren altuera triangulu angeluzuzenaren hipotenusa da, eta triangulu horren  $l$  kateto bertikala, berriz, manometroa bertikal ipinita egongo balitz irakurriko genukeen altuera. Beraz, lortu nahi dugun anplifikazioaren arabera,  $\alpha$  angelua zehaztu beharko dugu, non

$$h_m = \frac{l}{\sin \alpha} \quad \text{den.}$$



2.13 irudia. Manometro biderkatzaileak.

## 2.5. Abiaduraren definizioa

Fluidoaren emarian, zenbait abiadura mota erabili ohi dira.

4) Lekuko abiadura ( $v$ ): emariaren edozein punturi dagokion abiadura.

- 5) Batez besteko abiadura ( $V$ ): emariaren sekzio zehatz bati dagokion emari bolometrikoaren ( $Q$ ) eta sekzio horren azaleraren ( $S$ ) arteko zatiketa.

$$V = \frac{Q}{S}$$

- 6) Abiadura eraginkorra ( $V_e$ ):  $m$  emari masikoari dagokion energia zinetikoa adierazteko ez da komenigarria batez besteko abiadura erabiltzea. Horregatik, egokiagoa da abiadura eraginkorra kontzeptua, hau da, energia zinetikoaren profilararen batez besteko energia zinetikoari dagokion abiadura.

$$E_c = \frac{1}{2} m V_e^2$$

Jarraian, aipatutako batez besteko abiaduraren eta abiadura eraginkorraren arteko erlazioa garatuko dugu.

$$m = \int dm \Rightarrow \rho VS = \int_S \rho v dS \Rightarrow V = \frac{1}{S} \int_S v dS$$

Beste alde batetik,

$$E_c = \int dE_c \Rightarrow \frac{1}{2} \rho VS V_e^2 = \frac{1}{2} \int_S \rho v^3 dS \Rightarrow V_e^2 = \frac{1}{VS} \int_S v^3 dS$$

Orain arte garatutako ekuazioekin,  $\alpha$  parametroaren definizioa berridatziko dugu:

$$\alpha = \frac{V^2}{V_e^2} = \frac{V^2}{\frac{1}{VS} \int_S v^3 dS} = \frac{V^3 S}{\int_S v^3 dS}$$

Erlazio horretan sartzen baditugu 4. gaian ikusiko ditugun emari laminarraren eta zurrunbilotsuaren abiadura-profila deskribatzeko ekuazioak,  $\alpha$  parametroa kalkulatzeko prest egongo gara.

$$\alpha_{\text{lam}} = \frac{\left[ \frac{1}{8\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) r_o^2 \right]^3 \pi r_o^2}{\int_S \left[ \frac{1}{4\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) (r_o^2 - r^2) \right]^3 2\pi r dr} = 0.5$$

$$\alpha_{\text{zurrunb}} = \frac{V^3 S}{V^3 \int_S dS} = \frac{V^3 S}{V^3 S} = 1$$

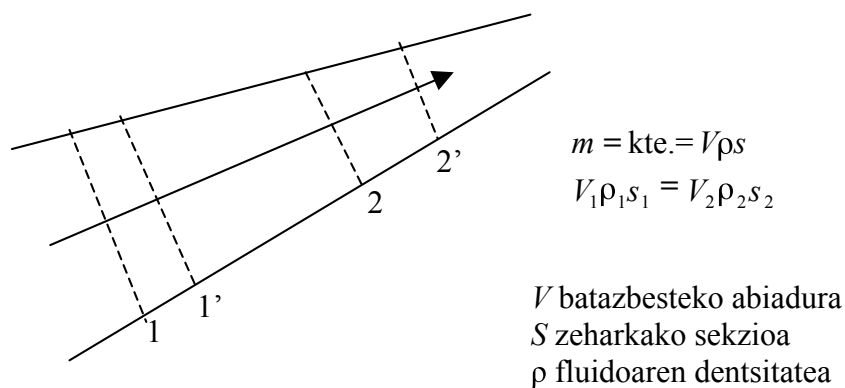
3.

## Oinarrizko ekuazioak fluidoaren fluxuan

Zirkulazioan dauden fluidoaren portaera aztertzeko eta ulertzeko oinarrizko ekuazioak hauek dira: materia-balantzeak, energia-balantzeak eta marruskadura-legeak.

### 3.1. Materia-balantze makroskopikoa

Materia-balantzea egiteko, demagun 3.1 irudikoa bezalako sistema bat daukagula. Sistema horretan, fluidoak hodi batean zehar doa. Hodiaren sekzioa aldatu arren, ez da fluido gehiagorik sartzen 1 sekzioa zeharkatzen duena baino, eta ez da irteten 2' sekzioa zeharkatzen duena baino. Horretaz gain, emaria egonkorra da, eta ez da inolako erreakzio kimikorik gertatzen. Ondorioz, hodia zeharkatzen duen emari masikoa konstantea izango da.



**3.1 irudia.** Hodi baten barnean zehar doan fluidoaren materia-balantzea.

Aurreko gaien azpimarratu dugunez, fluido errealeko abiadura erradioarekin aldatzen da. Beraz, materia-balantze makroskopikoa egiteko, hodiaren sekzioan zeharreko batez besteko abiadura erabiliko dugu, zeina honela kalkula dezakegun:

$$\bar{v} = V = \frac{1}{S} \int v dS$$

Fluxua konprimaezina ( $\rho = \text{kte.}$ ) bada, zera izango dugu:

$$V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2; \quad Q_{V1} = Q_{V2} \quad (m^3/s),$$

emari bolumetrikoen berdintasuna ezartzen duena eta jarraitutasun-ekuazio deritzona.

Gas bat bada fluxu konprimagarriko baldintzetan ( $\rho \neq \text{kte.}, V \neq \text{kte.}$ ), begi-bistakoa da emari bolumetrikoa ez dela kontserbatzen.

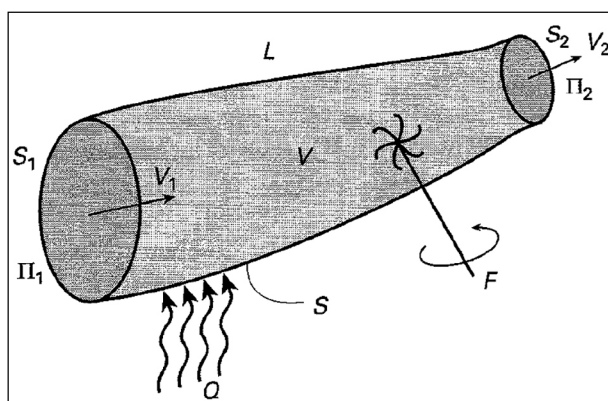
Halako kasuetan, eta zeharkako sekzioak berdinak direnean (hodi zilindrikoa, etab.) honako hau ezar daiteke:

$$\frac{m_1}{S_1} = \frac{m_2}{S_2} \quad \therefore \quad V_1 \cdot \rho_1 = V_2 \cdot \rho_2 \quad \therefore \quad G_1 = G_2 \quad (\text{kg/m}^2 \cdot \text{s})$$

$V \cdot \rho$  produktua abiadura masikoa ( $G$ ) izenez ezagutzen da, eta abiadura masikoak berdinduz adierazten da materia-balantzea.

### 3.2. Energia-balantze makroskopikoa

3.2 irudian erakusten den fluxu-sisteman, materiari loturiko bi energia formak hartu behar dira kontuan: energia potentziala eta zinetikoa, eta barne-energia. Gainera, sistema horren ezau-garriak kontuan izanda, energia trukatu ahal izango du ingurunearekin, bere gainazal-limiteen ( $S_1, S_2$  eta  $S$ ) zeharkako bero-fluxu baten bidez, presio-indarrek  $S_1$  eta  $S_2$  gainazalen gain egingako lanaren bidez edo makinak (ponpak edo turbinak, konpresoreak, etab.) egindako lanaren bidez.



3.2 irudia. Sekzio aldakorreko hoditeria baten fluxu-sistema.

Energia totalaren kontserbazioaren ekuazio makroskopikoa lortzen da:

$$\frac{d}{dt}(\Phi_T + E_T + K_T) = [(\phi_1 + e_1 + k_1)\rho_1 Q_{v1} - (\phi_2 + e_2 + k_2)\rho_2 Q_{v2}] + Q + [P_1 Q_{v1} - P_2 Q_{v2} + W]$$

$\phi$ -k,  $e$ -k eta  $k$ -k batez besteko energia potentziala, barne-energia eta energia zinetiko espezifikoak (J/kg) adierazten dituzte, hurrenez-hurren, hoditeriaren zeharkako edozein sekziotan;  $\Phi_T$ ,  $E_T$  eta  $K_T$  fluidoaren energia totalak dira;  $Q$  inguruetik fluidoari emandako beroa hoditeriaren  $S$  gainazalean zehar;  $Q_v$  fluxu bolumetrikoa;  $\rho$  fluidoaren dentsitatea;  $P$  haren presioa, eta  $W$  fluidoaren eta makinararen artean trukaturako lana (positiboa ponpa edo konpresorea balitz eta negatiboa turbina balitz).

Ekuazio hori, zeinetan termino guztiak Wattetan adierazita dauden (J/s), emari masikoaren definizioa erabilita sinplifika daiteke:  $m = \rho \cdot Q_v$ . Egoera egonkorra bada:

$$m[(\phi_1 + e_1 + k_1) - (\phi_2 + e_2 + k_2)] + Q + \left[ m \left( \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) + W \right] = 0$$

Energia zinetikoaren eta potentzialaren definizioak kontuan hartuz,  $\Phi = mgz$  eta  $k = 1/2 mV_e^2$  (J/s)-tan, eta ekuazioko termino guztiak zati  $m$  (emari masikoa) eginez, honako ekuazio hau lortzen da:

$$g(z_1 - z_2) + (e_1 - e_2) + \frac{1}{2}(v_{e1}^2 - v_{e2}^2) + Q + \left( \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) + W = 0 \quad (\text{J/kg})$$

zeina bat datorren sistema irekietarako termodinamikaren lehenengo printzipioarekin, eta zeinean termino guztiak –eta, beraz, baita  $Q$  eta  $W$  ere– J/kg-tan adierazita datozen.

Ekuazio hori entalpiaren funtzioan ere adieraz daiteke, hau da, barne-energiarekin erlazionatuta dagoen aldagai termodinamikoaren funtzioan:

$$H = e + \frac{P}{\rho} \quad (\text{J/kg})$$

Eta, beraz, lehenengo adierazpena era honetan geratzen da:

$$g(z_1 - z_2) + (H_1 - H_2) + \frac{1}{2}(v_{e1}^2 - v_{e2}^2) + Q + W = 0 \quad (\text{J/kg})$$

$V_e$  terminoak abiadura eraginkorra adierazten du, eta ez du zertan batez besteko abiadurarekin ( $V$ ) bat etorri.

Abiadura eraginkorra energia zinetikoaren funtzioan definitzen da; batez besteko abiadura, berriz, emari bolumetrikokoaren funtzioan:

$$E_z = \frac{1}{2} m V_e^2 \quad (\text{J/s})$$

$$Q_v = VS \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

Bi abiadura horiek bat datoz abiadura-profila laua denean, baina ez kurbatua denean.

Abiadura eraginkorra eta batez besteko abiadura erlazionatzen dituen  $\alpha$  parametroa erabiliz:

$$\alpha = \frac{V^2}{V_e^2}$$

Energiaren kontserbazioaren adierazpena era honetan geratzen da:

$$g(z_1 - z_2) + (H_1 - H_2) + \frac{V_1^2}{2\alpha_2} - \frac{V_2^2}{2\alpha_1} + Q + W = 0$$

Ekuazio horrek fluxu-sistemako energia totalaren balantzea adierazten du, eta kontuan hartzen ditu energia mekanikoaren terminoak zein termino kalorifikoak ( $H, Q$ ).

### 3.3. Energia mekanikoaren balantzea: Bernouilli-ren ekuazioa

Askotan gertatzen da sistema ireki bat sortzea egoera egonkorrean, hau da, ingurunearekin energia mekanikoa bakarrik trukatea; bero-trukatzeak nuluak izanik ( $Q = 0$ ).

Balantzea egiteko, garrantzi handikoa da «indar biziak» deritzon teorema. Haren arabera, 1 egoeratik 2 egoerara pasatzerakoan, fluidoaren energia zinetikoa handitzen da (3.1 irudia) sistema horretan eragina duten kanpoko indarren lana ken barneko indarren bitartez:

$$E_z^2 - E_z^1 = T_{Fkanp} - T_{Fbarn}$$

Izan ere, fluido mugitzen doanez,  $d\theta$  denbora diferentzian  $S$  sekzioa zeharkatzen duen fluidoaren energia zinetikoa kalkulatu beharko dugu. Horretarako, ekuazio hau erabiliko dugu:

$$E_z = \frac{1}{2} md\theta v_E^2$$

non  $m$  emari masikoa ( $M \cdot t^{-1}$ ) den. Abiadura masikoaren profila ( $v$ ) agertzen den bezala, energia zinetikoaren profila ere izango dugu, eta bi profilak desberdinak izan daitezke. Beraz, parametro berri bat definituko dugu, batez besteko abiadura eraginkorra ( $v_E$ ), zeina honela defini dezakegun: energia zinetikoaren profilaren batez besteko energia zinetikoari dagokion abiadura.

Bi abiadurak erlazionatuta daude  $\alpha$  izeneko parametroaren bidez, zeina horrela kalkulatzeko den:

$$\alpha = \frac{v^2}{v_E^2}$$

Nahiz eta emari zurrunbilotsuaren eta laminarraren arteko diferentzia geroago azaldu, emari zurrunbilotsuari dagokion  $\alpha$  parametroa 1 dela eta laminarrari dagokiona 0.5 dela azpimarratuko dugu hemen.

Azken bi ekuazioak konbinatuz, honako hau ateratzen dugu:

$$E_z = \frac{1}{2\alpha} md\theta v^2$$



Mugitzen doan fluidoaren energia zinetikoa kalkulatzeko ekuazioa ezaguna izanik, indar bizen legearen lehenengo gaia kalkulatu dugu:

$$E_z^2 - E_z^1 = \frac{1}{2}md\theta \frac{v_2^2}{\alpha} - \frac{1}{2}md\theta \frac{v_1^2}{\alpha} = \frac{1}{2}md\theta \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{\alpha}$$

Ikus dezagun orain nola kalkulatu legearen beste gaia:  $T_{Fkanp} - T_{Fbarn}$

$T_{Fkanp}$  sistemaren kanpoko indarrek egindako lana da. 3.1 irudian erakutsitako sisteman, kanpoko zenbait indarrek eragiten dute; hain zuzen, presioak, grabitateak eta marruskadurak. Sarre-rako presioa (fluidoari sistemara sartzen laguntzen diona) eta irteerako presioa (irteera oztopatzen diona) hartuko ditugu. Horren adibideak dira ponpatzeko estazioa, zeinek ura sarean sartzen duen, eta deskargatzeko kanila, zeinak atmosferaren presioa gainditu behar duen ura ateratzeko. Beraz, indar horiei dagokien lana hau izango da:

$$PQd\theta = P \frac{m}{\rho} d\theta$$

3.1 irudiaren 1 puntuan, lana positiboa izango da, eta, 2 puntuan, negatiboa.

Erreferentzia-posizioetan fluido altuera ezberdinetan dagoenez, sisteman eragina duen beste kanpoko indar bat grabitatea dugu.  $z_2 < z_1$  bada, grabitateak eginiko lana positiboa izango da, eta, alderantziz bada, negatiboa. Ekuazio honekin kalkulatu dugu grabitateak eginiko lana:

$$T_{Fgrab} = md\theta g(z_1 - z_2)$$

Esan dugun legez, sisteman eragina duen beste kanpoko indar bat hodiaren hormak hodia ukitzen duen fluidoari eragiten dion marruskadura-indarra dugu. Baina, ikusitakoaren arabera, horma ukitzen duen fluidoaren geruza geldirik dago marruskadura-indarraren eraginez, eta, ondorioz, marruskadura-indar horrek ez du lanik egiten. Gai honetan ez dira sartzen fluidoaren geruzen arteko marruskadura-indarrak, barruko indarrak baitira. Beraz, kanpoko indarrek eginiko lana honela kalkulatu dugu:

$$T_{Fkanp} = md\theta \left( \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) + md\theta g(z_1 - z_2)$$

Jarraian, barneko indarrak ikasiko ditugu ( $T_{Fbarn}$ ), haiek ere lana ekoizten baitute sistemaren barruan. Aurreko paragrafoan azaldu den bezala, kontuan hartu behar ditugun barneko indarren lanak fluidoaren elementuen arteko marruskadura-indarrak eta barne-presioak egindakoak dira.

Izan ere, kontuan hartu beharko dugu fluido-elementu zilindro bakoitzak inguruko zilindroetan eragiten duen indarra. Indar horri barneko presio-indarra deritzo, eta lan zehatza ere badagokio. Horren ondorioz,  $\rho_1 \neq \rho_2$ , eta beraren eragina  $md\theta (P_1/\rho_1 - P_2/\rho_2)$  gaian sartuta dago.

Demagun fluido itxura zilindrikoko elementuetan zatituta dagoela. Beraz, zilindroak mugatzen dituzten aurpegikietan marruskadura-indarra eta dagokion lana hartu beharko dira kontuan.

Fluido-elementuen arteko marruskadura kontrolatzen duten legeak oraindik ez aurkeztu arren, barneko indarrak eragiten dituzten lan guztiak  $T_\mu$  terminoan bilduko ditugu, eta termino horren bidez adieraziko ditugu.

Orain arte azaldutako guztia laburtzen badugu, energia mekanikoaren balantzea deskribatzeko ekuaziorik orokorra lortuko dugu. Adierazpen horri **Bernouilliren teorema** deritzo:

$$\frac{1}{2} md\theta \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{\alpha} = md\theta \left( \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) + md\theta g(z_1 - z_2) - T_\mu$$

Logikoki, eta jarraian ikasiko denez, adierazpen horren itxura desberdina izango da fluido konprimagarria edo fluido konprimaezina aztertzerakoan.

### 3.3.1. Fluido konprimaezinak ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho \rightarrow T_{pi} = 0$ )

Lehenengo gaian azaldutako fluido konprimaezinaren definizioa gogoratu, badakigu fluido mota horretan presioa handitzean bolumena eta dentsitatea ez direla aldatzen. Gertaera horren ondorioz, egiaztatuko dugu dentsitatea konstantea dela hodiaren edozein puntutan, eta, nahiz eta barneko presio-indarrak badiren, ez dute lanik garatzen. Goian idatzitako adierazpen orokorra, orduan, honela laburtu daiteke:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} md\theta \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{\alpha} &= md\theta \left( \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} \right) + md\theta g(z_1 - z_2) - T_\mu \\ \frac{1}{2} \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{\alpha g} &= \left( \frac{P_1 - P_2}{\rho g} \right) + z_1 - z_2 - \frac{\sum F}{g} \\ \frac{P_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{(v_1^2)}{\alpha g} + z_1 &= \frac{P_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{(v_2^2)}{\alpha g} + z_2 + h_f \end{aligned}$$

Horretaz gain, 1 eta 2 puntuen artean ponpa bat sartzen badugu, zeinak  $h_w$  lana egiten duen, Bernouilliren teoremaren adierazpena honako hau izango da:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{(v_1^2)}{\alpha g} + z_1 + h_w = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{(v_2^2)}{\alpha g} + z_2 + h_f$$

### 3.3.2. Fluido konprimagarriak ( $\rho_1 \neq \rho_2 \rightarrow T_{pi} \neq 0$ )

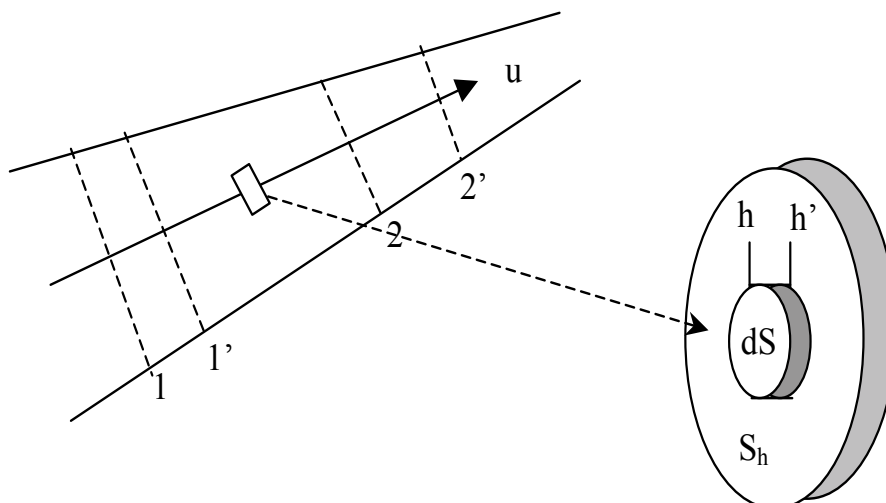
Fluido konprimagarriei dagokien energia mekanikoaren kontserbazio-legea garatzeko, kon-tuan hartu behar da elementu diferentzial bakoitzak beste elementu diferentzialetan egiten duen

presioaren ondorioz barneko indarrak lana egiten duela, eta lan hori kalkulatu beharko dugu. Beraz, kasu honetan, indar bizien legeak itxura hau izango du:

$$E_z^2 - E_z^1 = T_{Fgrav} + T_{Pkanp} - T_{Pbarn} - T_u$$

$$E_z^2 - E_z^1 = T_{Fgrav} + T_P - T_u$$

$T_p$  gaia kalkulatzeko, komenigarria da  $dS$  azalera duen fluido-elementua definitzea (3.3 irudia):



**3.3 irudia.**  $dS$  azalera duen bolumen-elementuaren definizioa.

Elementu diferentzial horren aurpegi zilindrikoak ez du presio-gradienterik jasaten, baina aurpegi elkartutek (perpendikularrek) bai.  $d\theta$  denbora diferentzial batean, aurreko eta atzeko aurpegiak  $P$  eta  $P'$  presioak jasaten dituzte, eta ondorioz ekoizten den lana honela kalkulatu dugu:

$$Pd\bar{S}\bar{u}d\theta - P'd\bar{S}\bar{u}d\theta = (P - P')d\bar{S}\bar{u}d\theta$$

Zeharkako sekzio osoan zehar integratuz, honako hau dugu:

$$\int_{S_h} (P - P')d\bar{S}\bar{u}d\theta = (P - P')d\theta \int_{S_h} d\bar{S}\bar{u}$$

Integraletik kanpo ateratako gaiak konstanteak dira, eta barruan geratzen direnen esanahia  $S_h$  azaleraren emari bolumetrikoa da.  $S_h$   $h$  puntuko hodiaren zeharkako sekzioa da. Horretaz gain, kontuan hartzen badugu  $(P - P') = -dP$  dela, goian idatzitako adierazpena honela berridatz daiteke:

$$(P - P')d\theta \int_{S_h} d\bar{S}\bar{u} = -dPd\theta = -dPd\theta \frac{m}{\rho}$$

1 eta 2 puntuen artean dagoen fluido-masa guztirako integratuz, presio-indarren lana ( $T_p$ ) kalkulatu dugu:

$$T_p = -md\theta \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho}$$

Beraz, fluido konprimagarrietan, Bernouilliren adierazpenaren itxura honako hau izango da:

$$\frac{1}{2} md\theta \left( \frac{v_2^2}{\alpha_2} - \frac{v_1^2}{\alpha_1} \right) = -md\theta \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + md\theta g(z_1 - z_2) - T_p$$

Eta, adierazpeneko gai guztiak zati  $md\theta$  egiten badugu, honela idazten da:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{v_2^2}{\alpha_2} - \frac{v_1^2}{\alpha_1} \right) = - \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + g(z_1 - z_2) - \sum F$$

Gehienetan erabiltzen den ekuazioa lortzeko, aurreko ekuazioa zati  $g$  egiten da, eta, gainera,  $\alpha_1 = \alpha_2$  izan ohi da. Horretaz gain,  $h_w$  kanpoko lana egiten duen ponpa gehitzen badugu, Bernouilliren adierazpenaren itxurarik zabalduena lortzen dugu fluido konprimagarrietarako:

$$\frac{1}{2g\alpha} (v_2^2 - v_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{1}{g} \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + h_f = h_w \quad m \text{ unitatean}$$

Lehenengo 3 terminoak karga zinetikoa, karga potentziala eta presioko karga dira, hurrenez hurren, eta zuzenean energia mekaniko bihur daitezkeen kantitateak adierazten dituzte.  $h_f$  kargagalera da, marruskadurak beti baitakar energia galtzea.

### 3.4. Mugimendu kantitatearen kontserbazioa

Mugimendu kantitatea magnitude bektoriala da, eta gorputz baten masaren eta instant bateko abiaduraren produktu gisa definitzen da. Abiaduraren norabide eta norantza berak ditu.

Mugimendu kantitateak kontserbazio-lege bati jarraitzen dio, eta horrek adierazten du sistema itxi baten mugimendu kantitate totala ezin dela aldatu eta denboran zehar konstante mantentzen dela.

Beren artean eta ingurunearekin interakzionatzen duten  $m_1, m_2, \dots, m_i$  partikulaz osaturiko sistema bat hartuko dugu kontuan. Harengan eragiten duten kanpoko indarren batura zero bada, mugimendu kantitatea ( $p$ ) konstante mantendu behar da; izan ere,  $\frac{dp_{sist.}}{dt} = \sum F_{karp.}$  bada eta  $\sum F_{karp.} = 0$ ,  $p_{sist.} = \text{kte.}$  izan behar du ezinbestean.

$$p_{sist.} = p_1 + p_2 + \dots + p_i = \text{kte.}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_i v_i = \text{kte.}$$

Printzipio horrek hiru baldintza ezartzen ditu sistemaren mugimendurako, eta hirurok mugimendu kantitatearen konstantziari dagozkio,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ardatzetan zehar.

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \dots + m_i v_{ix} = \text{kte.}$$

$$m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + \dots + m_i v_{iy} = \text{kte.}$$

$$m_1 v_{1z} + m_2 v_{2z} + \dots + m_i v_{iz} = \text{kte.}$$

### 3.4.1. Mugimendu kantitatearen kontserbazio-ekuazioa

Mugimendu kantitatearen balantzeak termino hauek izango ditu mugimenduan dagoen fluido baten bolumen edo ingurune baterako (3.4 irudia):

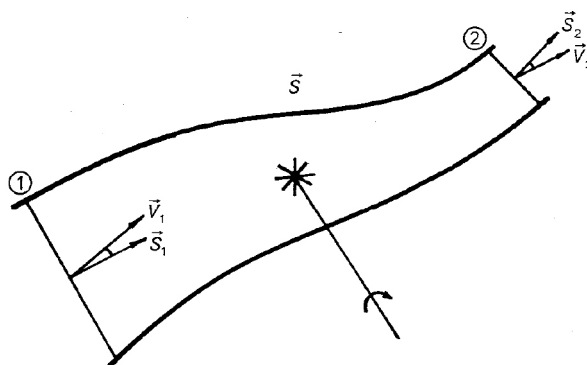
$$\begin{aligned} \text{[Mugimendu kantitatearen gehikuntza} &= \text{[} S \text{ gainazalean zehar galtzen den mugimendu} \\ \text{denbora unitateko]} &= \text{- kantitatearen emari netoa (kontzentrazio-diferentziak +} \\ &\text{direla eta)]} \\ &+ \text{[mugimendu kantitatearen eraketa denbora unitateko]} \end{aligned}$$

Era honetan idatz daiteke irudian erakusten den sistema baterako:

$$\frac{d}{dt} \bar{P}_T = [\rho_1 \cdot \bar{V}_1 \cdot (\bar{V}_1 \cdot \bar{S}_1) - \rho_2 \cdot \bar{V}_2 \cdot (\bar{V}_2 \cdot \bar{S}_2)] + [\bar{R}_1^T \cdot \bar{S}_1 - \bar{\tau} \cdot \bar{S} - \bar{R}_2^T \cdot \bar{S}_2] + [p_1 \cdot \bar{S}_1 - p_2 \cdot \bar{S}_2 + \bar{F} + m_T \cdot \bar{g}]$$

$\bar{P}_T$ : sisteman dagoen fluidoaren mugimendu kantitate totala;  $\bar{R}_1^T$  eta  $\bar{R}_2^T$ : mugimendu kantitate totalaren fluxuak ( $\bar{S}_1$  eta  $\bar{S}_2$  gainazaletako abiadura-diferentziak edo gradientiak eta mugimendu kantitatearen garraioari lotuak; (garraio molekularra));  $\bar{\tau} \cdot \bar{S}$  gainazalaren tentsio netoa fluidoaren gain (fluidoak gainazalaren gain eragiten duen tentsio normalaren (elkartzuta) eta tangentialaren baturaren erreakzio moduan gauzatzen da);  $p_1 \cdot \bar{S}_1$  eta  $p_2 \cdot \bar{S}_2$ : fluidoaren gain eragiten duten kanpoko presio-indarrak  $\bar{S}_1$  eta  $\bar{S}_2$  gainazalengan;  $\bar{F}$ : fluidoak mekanismoren batekin truka dezakeen indarra (positiboa, fluidoa bada indarra jasotzen duena, ponpa edo konpresore batek eraginda, eta negatiboa, fluidoa bada eragiten duena, turbina baten gainean), eta ( $m_T \cdot \bar{g}$ ): grabitatearen indarra sistemaren masa totalaren gain.

Azkeneko 4 indar horiek eraketa-terminoaren barruan sartzen dira, sisteman mugimendu kantitatea eratzen duten kanpoko lau indarrak baitira benetan.



3.4 irudia. Fluxu-sistema.

1 eta 2 sekzioetan abiadura-diferentziak direla-eta sortzen den mugimendu kantitatearen garraio posiblea ( $\vec{R}_1^T \cdot \vec{S}_1$  eta  $\vec{R}_2^T \cdot \vec{S}_2$ ) konbekzio behartuaren ondoriozko garraioaren (fluidoaren fluxu globalaren ondoriozkoa, hau da,  $\rho_1 \cdot \vec{V}_1 (\vec{V}_1 \cdot \vec{S}_1)$  eta  $\rho_2 \cdot \vec{V}_2 (\vec{V}_2 \cdot \vec{S}_2)$ ) aurrean mespretxatuz, goiko ekuazioa ohiko itxurara sinplifikatzen da:

$$\frac{d}{dt} \vec{P}_T = [\rho_1 \cdot \vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_1 \cdot \vec{S}_1) - \rho_2 \cdot \vec{V}_2 \cdot (\vec{V}_2 \cdot \vec{S}_2)] + [-\vec{\tau} \cdot \vec{S}] + [p_1 \cdot \vec{S}_1 - p_2 \cdot \vec{S}_2 + \vec{F} + m_T \cdot \vec{g}]$$

Eta egoera egonkorrerako emari masikoaren definizioa kontuan hartuz:  $m = \rho \cdot V$ , zera daukagu:

$$m \cdot (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) + [-\vec{\tau} \cdot \vec{S}] + [p_1 \cdot \vec{S}_1 - p_2 \cdot \vec{S}_2 + \vec{F} + m_T \cdot \vec{g}] = 0$$

*Oharra:* ekuazio horren terminoak indarrak dira.

Beste era batean ere adieraz daiteke:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v = -[\nabla \cdot \rho v v] - \nabla p - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$$

1. terminoak mugimendu kantitatearen gehikuntza-abiadura adierazten du bolumen unitateko; 2. terminoak, konbekzio bidezko mugimendu kantitatearen irabazte-abiadura (kortxete barruko terminoak galera adierazten du) bolumen unitateko; 3. terminoak, elementuaren gain eragiten duen presio-indarra bolumen unitateko (presio-gradientea); 4. terminoak, garraio biskosoaren bidezko mugimendu kantitatearen irabazte-abiadura bolumen unitateko, eta 5. terminoak, elementuaren gain eragiten duen grabitate-indarra bolumen unitateko.

$\nabla$  zeinuak propietatearen dibergentzia adierazten du, hau da, irteerako eta sarrerako mugimendu kantitateen diferentzia. Newtonen 2. legearen itxurari jarraituz ere adieraz daiteke:

$$\text{masa} \times \text{azelerazioa} = \text{indarren batura}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla p - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$$

Fluidoarekin mugitzen den bolumen-elementu txiki bat berarengan eragiten duten indarrek azeleratua dela adierazten du.



Sistemaren geometria dela eta, kasu honetan koordenatu zilindrikoak erabiltzea egokia da. Horretaz gain, honako baldintza hauek kontutan hartuz:

$$\begin{aligned}
 \text{— Geometriatik:} & \quad v_r = 0, \quad v_\theta = 0 \\
 \text{— Egoera egonkorra izateagatik:} & \quad \frac{\partial v_z}{\partial t} = 0 \\
 \text{— Simetriatik:} & \quad \frac{\partial v_z}{\partial \theta} = 0 \\
 \text{— Materia-balantzearen ondorioz:} & \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \\
 \text{— Higidura kantitatearen balantzearen ondorioz:} & \quad \frac{\partial P}{\partial \theta} = \frac{\partial P}{\partial r} = 0
 \end{aligned}$$

Materia-balantzearen eta higidura kantitate-balantzearen ebazpenarekin, abiadura-profilaren adierazpena lortuko dugu:

$$v_z = \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left( \frac{R_2^2 - r^2}{2} - (R^2)_{ml} \ln \frac{R_2}{r} \right) \quad (4.1)$$

$$\text{non } (R^2)_{ml} = \left( \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right)} \right) \text{ den.}$$

Abiadura maximoari dagokion erradioa honela kalkulatu dugu:

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left( r - \frac{(R^2)_{ml}}{r} \right) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt{(R^2)_{ml}}$$

Eta, balio hori goian kalkulatuak ekuazioan sartuz, abiadura maximoaren adierazpena lortuko dugu:

$$(v_z)_{\max} = \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left( \frac{R_2^2 - (R^2)_{ml}}{2} - (R^2)_{ml} \ln \frac{R_2}{\sqrt{(R^2)_{ml}}} \right) \quad (4.2)$$

Batez besteko abiadura  $v_z$ -ren adierazpenetik atera daiteke, honela:

$$v = V = \left( \frac{Q}{S} \right) = \frac{\int_{R_1}^{R_2} v_z 2\pi r dr}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{1}{4\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{2} - (R^2)_{ml} \right) \quad (4.3)$$

Abiaduraren hiru ekuazioak (lekukoa, maximoa eta batezbestekoa) kontuan hartuz, espresio hauek atera daitezke:



$$v_z = (v_z)_{\max} \left( \frac{R_2^2 - r^2 - 2(R^2)_{ml} \ln \frac{R_2}{r}}{R_2^2 - (R^2)_{ml} - 2(R^2)_{ml} \ln \frac{R_2}{\sqrt{(R^2)_{ml}}}} \right)$$

$$v_z = 2V \left( \frac{R_2^2 - r^2 - 2(R^2)_{ml} \ln \frac{R_2}{r}}{R_2^2 + R_1^2 - 2(R^2)_{ml}} \right)$$

Sistema  $R_2$  erradioko hodi zilindriko bakar batez osaturik egonez gero (4.1b irudia), aurreko ekuazioetako  $R_1$  eta  $(R^2)_{ml}$  parametroak desagertzen dira, eta, ondorioz, abiadura maximoa hodiaren zentroan agertzen da hodiaren barruan, eta haren balioa batez besteko abiaduraren bikoitza izango da.

Aurretik aipatu denez, presioa z ardatzean zehar baino ez da aldatzen, eta, beste parametro batzuez gain,  $V$  batez besteko abiaduraren funtzioa da.

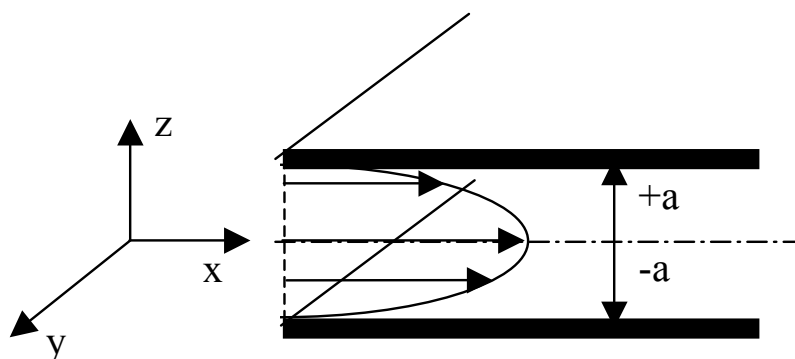
Izan ere, batez besteko abiadura kalkulatzeko garatutako ekuaziotik, honako hau atera daiteke:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{32\mu V}{D_2^2 + D_1^2 - 2(D^2)_{ml}}$$

**Poiseuille-ren ekuazioa** deritzo. Adierazpen horren esangura fisikoa honako hau dugu: presio-gradiente longitudinala biskositatearekin eta batez besteko abiadurarekiko zuzenki proportzionala da, eta hodian diametro karratuak dituen funtzioarekiko alderantziz proportzionala.

#### 4.1.2. Plaka paraleloen arteko fluxu egonkorra

Demagun azalera mugagabeko bi plaka paraleloen artean mugitzen den fluido bat dugula, 4.2 irudian erakusten den bezala:



**4.2 irudia.** Azalera mugagabeko plaka paraleloen arteko emari laminar egonkorra.

Sistemaren geometria dela eta, kasu honetan koordenatu kartesiarrak erabiltzea oso egokia da. Horretaz gain, honako baldintza hauek kontuan hartuz:

- Geometriatik:  $v_y = 0, \quad v_z = 0.$
- Egoera egonkorra izateagatik:  $\frac{\partial v_x}{\partial t} = 0$
- Simetriatik:  $\frac{\partial v_z}{\partial y} = 0$
- Materia-balantzearen ondorioz:  $\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0$
- Higidura kantitatearen balantzearen ondorioz:  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0$

Materia-balantzearen eta higidura-balantzearen ebazpena egin ostean, abiadura-profilaren adierazpena lortuko dugu.

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right) (a^2 - z^2)$$

Abiadura maximoari dagokion  $z$  honela kalkulatu dugu:

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right) (2z) = 0 \Leftrightarrow z = 0$$

Eta, balio hori goian adierazitako ekuazioan sartuz, abiadura maximoaren adierazpena lortuko dugu:

$$(v_x)_{\max} = \frac{1}{2\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right) a^2$$

Aurreko adibidean bezala, batez besteko abiadura  $v_x$ -ren adierazpenetik atera daiteke:

$$v = V = \left( \frac{Q}{S} \right) = \frac{\int_{-a}^{+a} v_x L dz}{2aL} = \frac{1}{3\mu} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \right) a^2 = \frac{2}{3} (v_x)_{\max}$$

Abiaduraren hiru ekuazioak kontuan hartuz, honako hauek atera daitezke:

$$v_x = (v_x)_{\max} \left( 1 - \frac{z^2}{a^2} \right) = \frac{3}{2} V \left( 1 - \frac{z^2}{a^2} \right)$$

Aurretik aipatu dugunez, presioa  $x$  ardatzean baino ez da aldatzen, eta definitutako  $V$  batez besteko abiaduraren funtzioa da.

Izan ere,  $V$  kalkulatzeko adierazpenetik, honako hau aterako dugu (Poiseuillerena):

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{12\mu V}{(2a)^2}$$

## 4.2. Fluxu zurrunbilotsua

Aurreko atalean, sistema errazetako fluido newtondarren fluxu laminar egonkor eta unidimentsionala aztertu da. Kasu guztietan materia eta higidura kantitatearen kontserbazio-ekuazio diferentzialak integratuz, abiadura- eta presio-profilak deskribatzeko ekuazio adierazgarriak lortu ditugu.

Fluxu zurrunbilotsua laminarra baino askoz ere gertagarriagoa da, baina, zurrunbiloaren edo turbulentiaren ezagutza ez-perfektua denez, ezin da aplikatu emari laminarrean garatutako azterketa analitikorik. Abiadura-profila edo -banaketa kalkulatzeko, zurrunbilotsuna edo turbulenzia azaltzeko teoretatik garatutako ekuazio empirikoak erabili ohi dira. Hala ere, batek ere ez ditu fluxuaren egoera eta errealitatea doitzen puntu guztietan.

Fluxu zurrunbilotsuaren presio-banaketa kalkulatzeko, presioaren eta fluidoak ibilitako luzeraren arteko erlazioa aurkitu beharko dugu, zeina, emari laminarrean ikusi genuen legez, fluidoaren batez besteko abiaduraren funtzioa izango den. Horretarako, materia eta energia kantitatearen kontserbazio-ekuazio integralak eta fluidoaren marruskaduraren lege empirikoak erabiliko dira.

### 4.2.1. Ekuazio logaritmikoak

Prandtl-ek, turbulenzia azaltzeko teorian oinarrituta, ekuazio logaritmiko hau lortu zuen horma leuneko  $r_o$  erradioko hodi zilindrikoaren barruko fluidoaren emari zurrunbilotsuaren abiadura-banaketa deskribatzeko:

$$\frac{v_z - (v_z)_{\max}}{v^*} = 2.5 \ln \frac{r_o - r}{r_o}$$

non  $v^*$  marruskaduraren abiaduraren parametroa ( $v^* = (\zeta_o / \rho)^{1/2}$ ) eta  $r_o$  hodiaren erradiora diren.

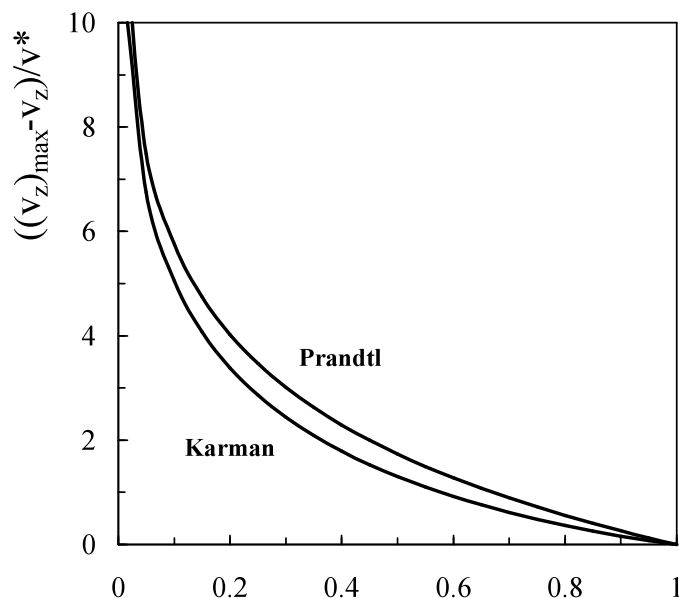
4.3 irudian, ekuazio horren emaitza irudikatzen da. Ekuazioak, hain zuzen, nahiko ondo aurresaten ditu zenbait ikertzailek neurtutako balioak. Marruskadura-abiadura  $v^* = (\tau_o / \rho)^{0.5}$  da, non  $\tau_o$  marruskadura-tentsioa den.

Karman-ek, turbulentiari buruzko antzekotasun-teorian, 4.3 irudian adierazi den beste adierazpen hau lortu zuen:

$$\frac{v_z - (v_z)_{\max}}{v^*} = 2.5 \left[ \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{r}{r_o}} \right) + \sqrt{\frac{r}{r_o}} \right]$$

Karman-en espresioak zenbait akats ditu, eta haien artean garrantzitsuen horman ( $r = r_o$ )  $v_z$  abiadura  $\infty$  bihurtzea da.

Beste ikertzaile batzuk ere saiatu dira halako adierazpenak lortzen, eta, nahiz eta zenbait hobekuntza lortu diren, adierazpenak askoz ere konplexuagoak dira, eta horregatik ez ditugu hemen ikasiko.

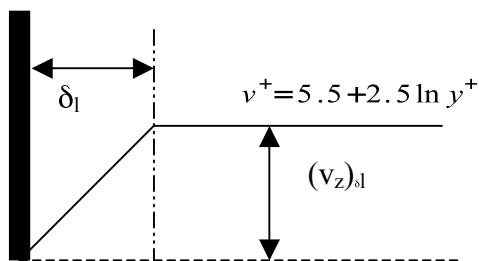


**4.3 irudia.** Abiadura-banaketarako zenbait ekuazio logaritmikoren alderaketa.

4.2.2. Ekuazio unibertsala

Prandtlen ekuazioa hartzen da oinarri moduan, abiaduren banaketa adierazteko ekuazio sinple eta orokorra lortzeko.

Geruza-limitearen teoriaren arabera, hodi zilindrikoan fluidoaren emaria zurrunbilotsua izan arren, hormaren ondoan azpigeruza laminarra agertuko da beti (4.4 irudia). Nahiz eta azpigeruza laminarrean emari zurrunbilotsua emari laminar bihurtzeko prozesua pixkanaka gertatu trantsizio-erregimen baten bidez, oraingoz, pentsatuko dugu aldaketa bat-batean eta azpigeruzaren mugan ( $\delta_l$ ) gertatzen dela. Muga horretan, fluidoaren abiadura  $(v_z)_{\delta_l}$  izendatuko dugu. Onartuko da azpigeruza laminarrearen abiadura 0-ren eta balio horren artean linealki handitzen dela azpigeruza laminarrean:



**4.4 irudia.** Horma leunaren ondoko abiadura-banaketa.

$$-\left(\frac{dv_z}{dr}\right)_{\delta l} = \frac{v_z)_{\delta l}}{\delta l}$$

Pareteko arraseko tentsioa honela adieraz daiteke:

$$\tau_{rz} = -\mu \left(\frac{dv_z}{dr}\right) = \mu \frac{v_z)_{\delta l}}{\delta l} = \nu \rho \frac{v_z)_{\delta l}}{\delta l}$$

Eta marruskadura abiadura,  $v^*$  sartuz,  $v^* = \sqrt{\tau/\rho}$ , adierazpenean:

$$\sqrt{\frac{\tau_{rz}}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\tau_{rz}}{\rho}} = v \cdot \frac{v_z)_{\delta l}}{\delta l}$$

$$v^* \cdot v^* = v \cdot \frac{v_z)_{\delta l}}{\delta l} \Rightarrow \frac{v_z)_{\delta l}}{v^*} = \frac{v^* \cdot \delta l}{v}$$

Ondoren,  $v^+$  eta  $y^+$  parametro berriak (abiadura adimentsionala eta Reynolds zenbaki berezia) definituko ditugu:

$$v^+ = \frac{v_z}{v^*} \quad y^+ = \frac{(r_o - r)v^* \rho}{\mu}$$

Prandtl-eko ekuazioa beste era honetan ere idatz daiteke:

$$\frac{v_z}{v^*} = \frac{v_z)_{\max}}{v^*} + 2.5 \ln \frac{r_o - r}{r_o}$$

$$\frac{v_z)_{\max}}{v^*} = C_1 + 2.5 \ln \frac{v^* \cdot r_o}{\nu}$$

Gero, honako hau lortuko dugu:  $v^+ = C_1 + 2.5 \ln y^+$

$C_1$  kte. bat da, hodiaren paretaren zimurtasunaren funtzioa.

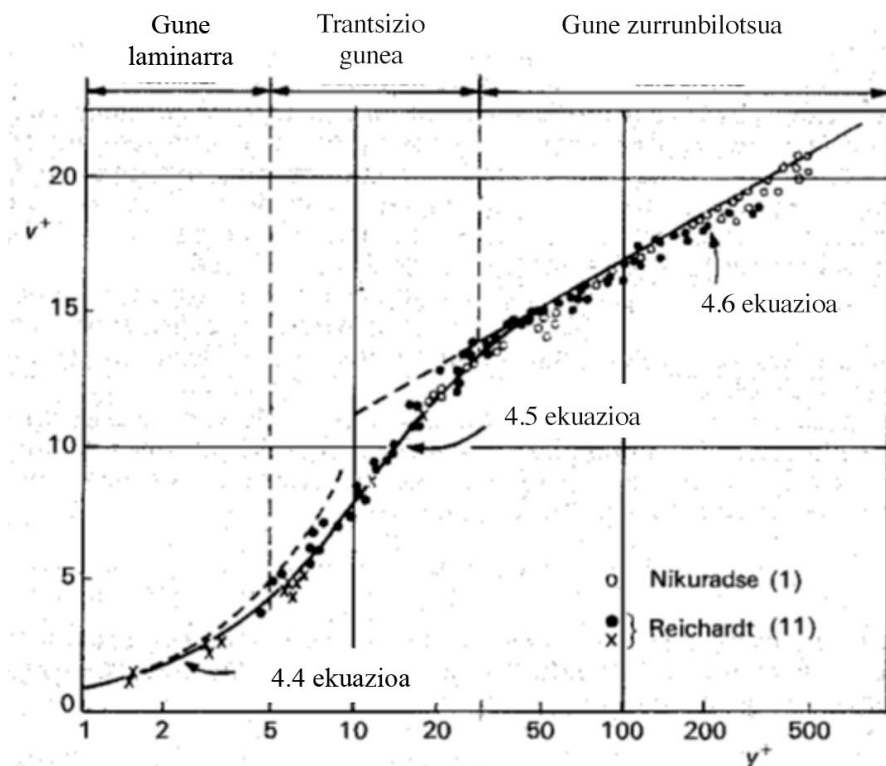
Ekuazio hori **hodi zilindrikoetako abiaduren distribuzioaren ekuazio unibertsala** da.

Ekuazio horren arabera datu esperimentalak irudikatzean, argi ikusten da ezin dela zuzen bakar bat pasatu haietatik. Horregatik, Karmanek 3 ekuazio proposatu zituen puntu esperimentalak doitzeko, 3 taldetan sailkatuta  $y^+$  balioen arabera (4.5 irudia):

$$\text{— } y^+ < 5 \text{ (gune laminarra):} \quad v^+ = y^+ \quad (4.4)$$

$$\text{— } 5 < y^+ < 30 \text{ (trantsizio-gunea):} \quad v^+ = 5 + 5 \ln \frac{y^+}{5} \quad (4.5)$$

$$\text{— } y^+ > 30 \text{ (gune zurrumbilotsua):} \quad v^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad (4.6)$$



**4.5 Irudia.** Emari zurrunbilotsuaren abiadura-banaketa unibertala horma leuneko hodi zilindrikoan.

4.2.3. *Hodi zimurtsuak*

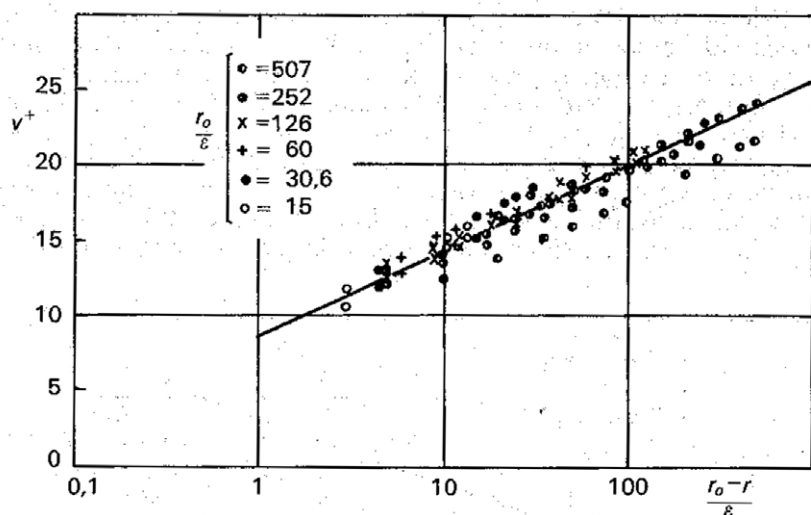
Hodien barne-gainazala zimurtsua bada, ohikoa den moduan, erabilera luzearen ondoren batez ere, fluxu zurrunbilotsuari dagokion abiadura-profila ez da aldatzen azpigeruza laminarrean; bai, ordea, gune zurrunbilotsuan. Nikuradse-k frogatu zuen hori.

Hodiak erabiltzen diren heinean, barneko azala zimurtu egiten da. Ondorioz, nahiz eta azpigeruza laminarraren abiadura-banaketa ez aldatu, gune zurrunbilotsuarena bai, aldatuko da. Fenomeno hori Nikuradsek frogatu zuen espermentalki. Ikertzaile horrek hodien hormen zimurtasuna aldatu zuen harearekin, eta 0,002 eta 0,07 bitarteko zimurtasun erlatiboak lortu zituen. Zimurtasun erlatiboa  $\epsilon/r_o$  eran kalkulatu da, non  $\epsilon$  zimurtasunaren batez besteko balioa den.

Prandtlek, hormarainoko distantzia,  $(r_o - r)$ , zati  $\epsilon$  gaia eginez, hodi leunen abiadura-banaketarako bere ekuazioa aldatu zuen, eta, bere teoriaren eta Nikuradsek lortutako emaitzen arteko doiketa egin ostean, ekuazio hau lortu zuen hodi zimurtsuen abiadura-banaketarako:

$$v^+ = 2.5 \ln \frac{r_o - r}{\epsilon} + 8.5$$

4.6 irudian, Nikuradsek lorturiko datu espermentalaren eta arestiko ekuazioaren arteko doiketa ikusten da.



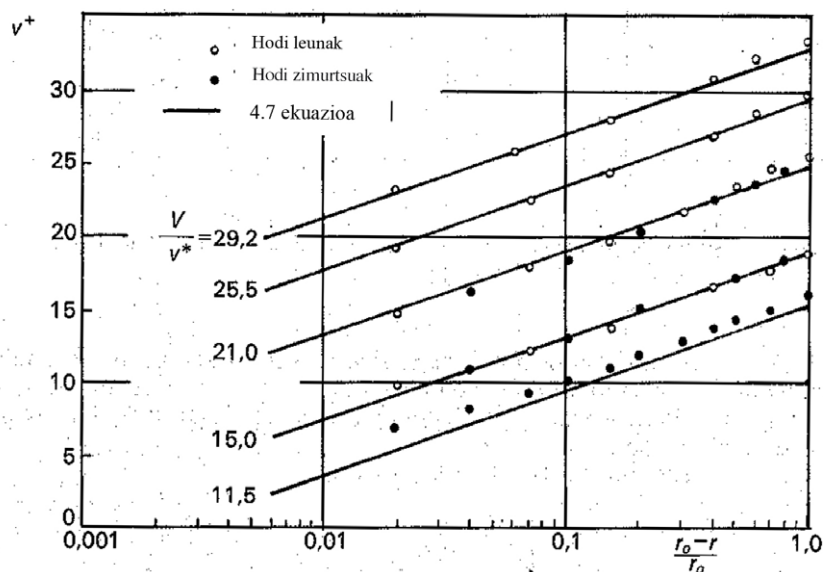
**4.6 irudia.** Abiaduren banaketa fluxu zurrunbilotsurako paretan zimirtsuko hodi zilindrikoetan.

Rouse-k gune zurrunbilotsuaren abiaduraren profila deskribatzen duen ekuazio bat proposatu zuen. Ekuazio hori  $V$  batez besteko abiaduraren funtzioa da, eta ez hormen zimirtsuaren funtzioa:

$$v^+ = 3.75 + 2.5 \ln \frac{r_0 - r}{r_0} + \frac{V}{v^*} \quad (4.7)$$

Ekuazio hori hodi leunen eta hodi zimirtsuen ekuazioetatik atera da, eta, beraz, edozein motatako hodi zilindrikoaren gune zurrunbilotsuaren abiadura-profila deskribatzen du. Gertaera horrek egiaztatzen du zurrunbilotsuaren mekanismoa ez dela solidoaren hormen zimirtsuaren funtzioa.

4.7 irudian, ekuazio hori eta Nikuradseren datu esperimentalak irudikatu dira hodi leun eta zimirtsuetarako,  $V/v^*$  zatidura parametro gisa erabiliz.



**4.7 irudia.** Hodi leunen eta zimirtsuen gune zurrunbilotsurako abiadura banaketa.

4.7 irudian,  $V/v^*$  gaia Rousen ekuazioan sartzean lortzen den emaitza irudikatu da. Irudi horrek emariaren gune zurrumbilotsuaren lekuko abiadura kalkulatzeko lagunduko digu, bai hodi leu-netan, bai zimurtsuetan, hau da, zimurtasuna ezagutu beharrik gabe.

#### 4.3. Solidoen eta fluidoaren arteko marruskadura

Marruskadura dela-eta galtzen den energia eta horren ondorioz galtzen den presioa barne-fluxu laminarrean bakarrik kalkula daiteke analitikoki, Poiseuilleren ekuazio ezagunaren bidez.

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32\mu V}{D^2} \quad (\text{Pa/atm}).$$

Ekuazio horrek luzera unitateko fluidoak galtzen duen presioa adierazten du,  $\mu$  biskositatea eta  $V$  batez besteko abiadura dituen  $D$  diametroan hodi zilindriko batetik zirkulatzean. Ekuazio horren egokitasuna fluido newtondarrera, egoera laminar eta egonkorra eta fluxu konprimaezina mugatzen da.

Fluxu zurrumbilotsuaren kasuan, jakina da halako kalkulurik ezin dela egin, esperimentaziora jotzea beharrezkoa baita ekuazio enpirikoak lortzeko. Ekuazio enpirikoa analisi dimentsionalaren bidez lortzen da. **Fanning-en ekuazioa** erabiltzen da:

$$\frac{\Delta P}{L} = 2f \frac{\rho V^2}{D} \quad (\text{Pa/m})$$

non  $f$  *marruskadura-faktorea* den, fluidoaren propietateen, fluidoaren abiaduraren, eta hodiaren barne-diametroaren menpekoa.

$$F_{marr.} = \mathcal{O}(D, \varepsilon, \rho, \mu, V); \quad \Delta P_{marr.} = \frac{F_{marr.}}{(\pi/4) * D^2}$$

Analisi dimentsionalak honako zenbaki adimentsional hauek lortzera garamatza:

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = \phi \left( \frac{VD\rho}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

Esperimentalki behatu da presio-galera  $L/D$  zatiketarekiko zuzenki proportzionala dela,

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{L}{D} \left( \frac{\varepsilon}{D}, \frac{Dv\rho}{\mu} \right)$$

$$\frac{\Delta PD}{\rho V^2 L} = \phi \left( \text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

$\mathcal{O}$  funtzioari ( $Re$  zenbakiaren eta zimurtasun erlatiboaren menpekoa da bakarrik)  $2f$  deritzo, eta marruskadura-faktorearen balioaren bikoitza du. Beraz, ekuazioa era honetan geratzen da:

$$\Delta P = 2f \frac{\rho V^2 L}{D}$$



Bernouilliren adierazpenean, marruskadurak eragiten duen energia-galeraren terminoak m unitatetan egon behar du,  $h_f$  gisa adierazita. Horretarako,  $\Delta P/\rho g$  eran adierazi behar da:

$$h_f = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{2fV^2L}{gD}$$

*Marruskadura-faktorea kalkulatzeko*

Emari laminarrean, marruskadura-faktorea Poiseuilleren ekuazioa eta Fanningen ekuazioa berdinez lortzen den adierazpenaren bidez kalkula daiteke:

$$f = \frac{16\mu}{VD\rho} = \frac{16}{Re}$$

Adierazpen hori  $Re$  zenbakiaren funtzioa da bakarrik.

Emari zurrumbilotsuan,  $2f = \phi(Re, \varepsilon/D)$  funtzioa esperimentalki lortu behar da, eta hodia eraikita dagoen materialaren zimurtasuna kontuan hartzen duten korrelazioen bidez adierazi.

—*Horma leuneko hodia*: kasu horretan, zimurtasun erlatiboa ( $\varepsilon/D = 0$ ), eta, beraz,  $f$  Reynolds zenbakiaren funtzioa baino ez da.

a) Blasius (1913): tarte honetan aplikagarria:  $3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$  (emari zurrumbilotsua):

$$f = 0,079 Re^{-0.25}$$

b) Nikuradse (1932): tarte honetan aplikagarria:  $4 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^6$ :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log(Re \sqrt{f} - 0,4)$$

—*Horma zimurtsuak*: kasu horretan, zimurtasun erlatiboa ez da 0, eta, ondorioz,  $f$   $Re$  eta  $\varepsilon/D$ -ren funtzioa da.

a) Karman (1931):  $Re$  zenbakiak ez duela eraginik suposatzen du ( $r_o =$  barne-erradioa):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,06 \log(r_o / \varepsilon) + 3,36$$

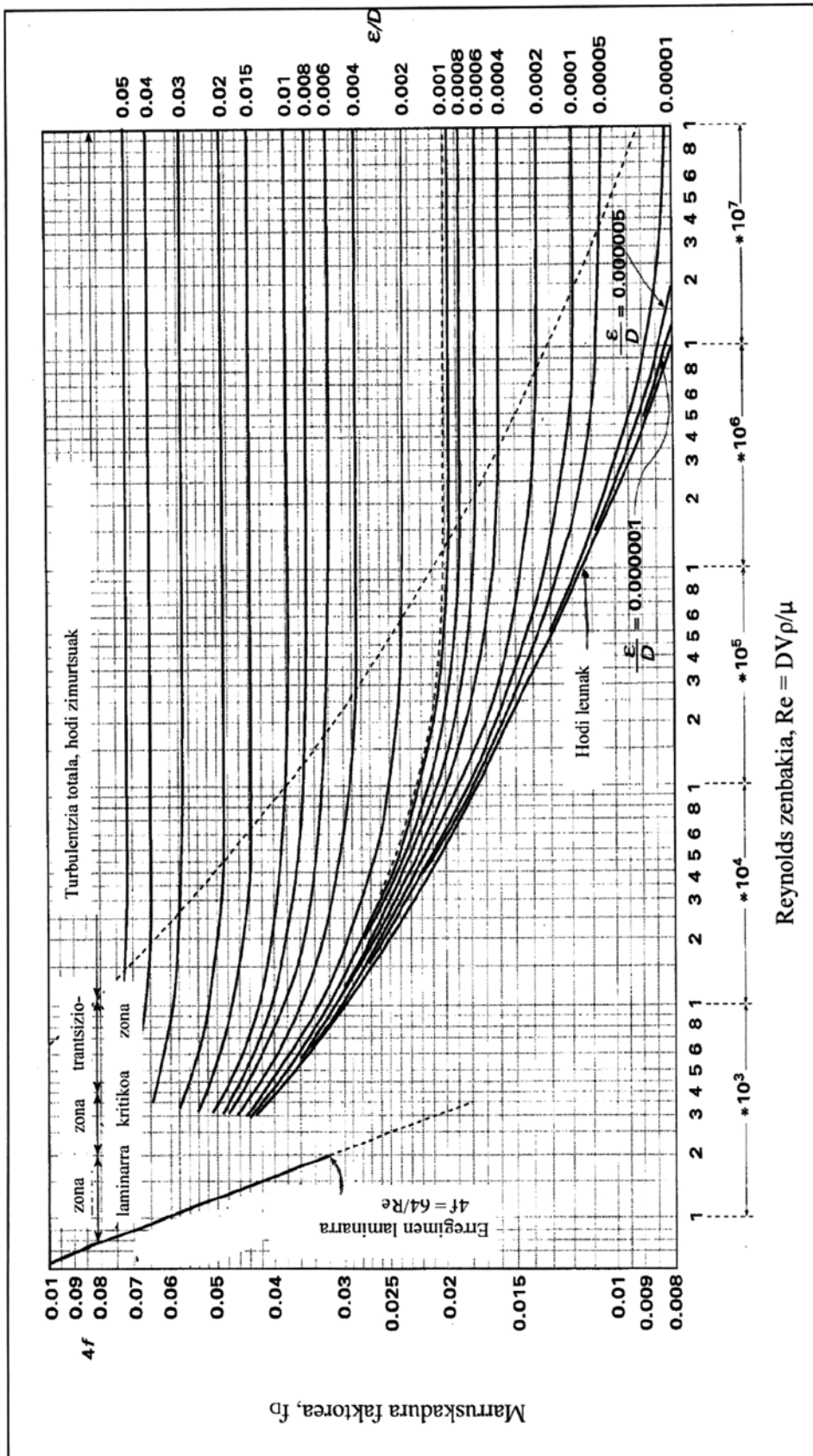
b) Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log(r_o / \varepsilon) + 3,48 - 4 \log \left[ 1 + 9,35 \frac{r_o / \varepsilon}{Re / \sqrt{f}} \right]$$

Marruskadura-faktorea adierazteko, bi era daude:  $f_F$  eta  $f_D$ , Fanning-en eta Darcy-ren faktoreak, hurrenez hurren. Bien arteko erlazioa  $f_D = 4 f_F$  da.

Korrelazio batzuk grafiko erakoak dira. Haien artean, Moody-ren grafikoa daukagu (4.8 irudia). Guk erabiliko dugun grafikoa,  $4f$  ( $4f_F$ ) azaltzen da, hau da,  $f_D$ ,  $Re$ -aren eta  $\varepsilon/D$ -ren aurrean. Karga-galeraren adierazpena era honetan erabiliko dugu, beraz:

$$h_f = 2 \left( \frac{f_D}{4} \right) \frac{Lv^2}{Dg} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$



4.8 irudia. Moodyren grafikoa. Marruskadura-faktorea  $Re$  zenbakiaren eta zimurtasun erlatiboaren funtzioan.

Irudi horretan, egoera laminarra ( $Re < 2.100$ ) eta zurrunbilotsua ( $Re > 8.000$ ) bereizten dira. Emari laminarra badugu,  $f$  ez da  $\varepsilon/D$ -ren funtzioa, baizik eta  $Re$  zenbaki adimentsionalarena. Beraz, egoera laminarrean, kurba bakar bat baino ez dago, eta dagokion adierazpen matematikoa honako hau da:

$$f = 64/Re$$

zeina logaritmoak hartuz lerrokatzen den. Egoera zurrunbilotsuan,  $f$   $Re$  zenbakiaren eta  $\varepsilon/D$ -ren funtzioa da, eta, egoera oso zurrunbilotsua izanez gero,  $\varepsilon/D$ -ren funtzioa baino ez (lerro horizontalak).

$Re$  zenbakia sistema zehatz eta ezagun baterako kalkula dezakegu. Arazo larriagoak  $\varepsilon$  zimurtasuna edo  $\varepsilon/D$  zimurtasun erlatiboa kalkulatzeko ekarriko dizkigu. Parametro hori materialaren naturaren funtzioa da, material bakoitzaren azalaren kalitatea desberdina baita. Zenbait materialen  $\varepsilon$  edo  $\varepsilon/D$  erlazioa agertzen duten taulak eta irudiak bibliografian aurkitu daitezke (4.1 taula).

**4.1 taula.** Zenbait materialen zimurtasunaren balioak.

Hodi garbien laztasuna <sup>a</sup>	
Hodiaren materiala	$\varepsilon$ , mm
Altzairu errematxatua	1-10
Hormigoia	0,3-3
Upa-ohola	0,2-1
Burdinurtua	0,26 (0,25) <sup>b</sup>
Burdina galvanizatua	0,15 (0,15) <sup>b</sup>
Burdinurtu asfaltatua	0,12 (0,13) <sup>b</sup>
Altzairu komertziala edo burdina forjatua	0,046 (0,043) <sup>b</sup>
Hodi tenkatua	0,0015
Beira	0
Plastikoa (PVCa, ABSa, poietilenoa)	0

<sup>a</sup> Fischer eta Porter Co., Hatboro, PA, 98-A katalogo-ataletik egokitua (1947).

<sup>b</sup> Parentesi artean adierazitako balioak Colebrook-en lanetik (1939) hartu dira.

#### 4.3.1. Ariketen ebazpena

Fluidoaren emaria aztertzeko oinarritzko ekuazio guztiak ikusita eta marruskadura-legeak aztertuta, prest gaude ariketa fluidodinamikoaren ebazpena egiteko.

Bernouilliren ekuazioarekin, zuzenean kalkula ditzakegu presioa, altuera edota ponparen potentzia. Baina abiadura kalkulatzeko konplexuagoa da, energia zinetikoari dagokion gaian,  $Re$  zenbakian eta  $h_f$  marruskadura-faktorean agertzen baita parametro hori. Abiadura kalkulatzeko,  $Re$  zenbakia behar dugu, eta, alderantziz,  $Re$ -a kalkulatzeko,  $v$  behar dugu.

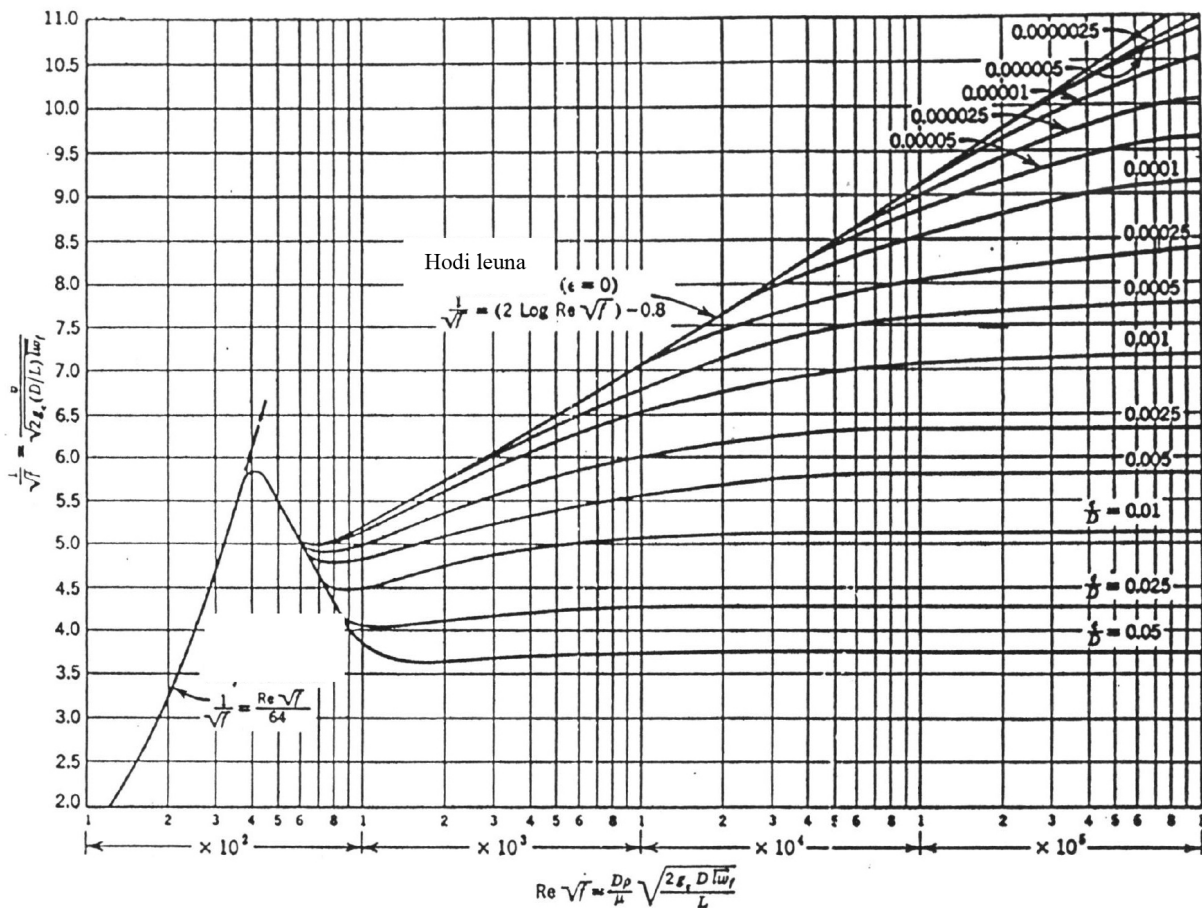
Irtenbide erabilgarria honako hau dugu:  $v$  balio zehatza hartu (adibidez, 3 eta 10 m/s arteko balioa), eta  $Re$ ,  $f$  eta dagokien  $v$  abiadura kalkulatu Bernouilliren adierazpena erabiliz. Prozesua errepikatu hartutako abiaduraren balioa eta kalkulaturakoa bat etorri arte.

Irtenbide arinagoa izango litzateke abiadura erabili barik  $f$  parametroa kalkulatzeko ekuazioa garatzea. Horretarako, Karmanen modulua ( $Re(f)^{0.5}$ ) erabiliko dugu:

$$h_f = f \frac{v^2 L}{2g D} \Leftrightarrow f = \frac{2h_f Dg}{Lv^2}$$

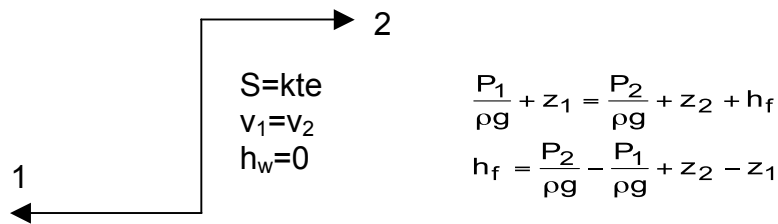
$$Re\sqrt{f} = \frac{Dv\rho}{\mu} \sqrt{\frac{2Dgh_f}{Lv^2}}$$

Karmanen modulua ezagutzen badugu, ariketaren ebazpenak ez du tanteorik behar, baina  $h_f$  marruskadura-faktorea derrigorrean ezagutu beharko dugu. Moodyrenaren antzeko grafikoak, Karmanen grafikoak,  $f^{0.5}$  vs  $Re(f)^{0.5}$  irudikatzen du (4.9 irudia), eta, hari esker,  $f$ -ren balioa lortuko dugu.



4.9 irudia. Karmanen grafikoa.

Hodian zeharreko abiadura konstantea bada,  $h_f$  era zuzenean kalkulatzen da (4.10 irudia).



4.10 irudia. Sistema arruntaren  $h_f$  parametroaren kalkulua.

$v_1$  eta  $v_2$  berdinak ez badira,  $v_1^2/2g$  gaia beste guztiekin alderatuta oso txikia eta mespretxagarria dela hartu beharko dugu kontuan. Horren ostean,  $v_1$  kalkulatu dugu, eta mespretxagarria den ala ez egiaztatu.

Hodiaren diametroa ezezaguna bada, antzeko arazoa sortuko zaigu.  $Re$  zenbakia  $D$  diametroaren funtzioa da, eta horrek eragina du abiaduran. Kasu horretan, irtenbide bakarra tanteoa erabiltzea da.

Orain arte, sekzio zirkularreko hoditeriak baino ez ditugu erabili. Dena dela, orain arte ikasitako ekuazioetan diametro baliokidea erabiltzen badugu, ekuazio horiek erabilgarriak izango dira edozein motatako hoditeriekin. Diametro baliokidea 4 aldiz erradio hidraulikoa da, non  $R_H$  hodiaren sekzioa zati fluidoak bustitako perimetroa ( $Z$ ) den.

Ariketa gisa, sekzio zirkularren, sekzio karratuaren eta hodi zentrokideen diametro baliokidea kalkulatzeko proposatzen da.

$$D_e = 4R_H = 4S / Z$$

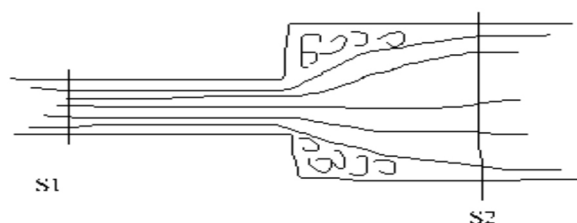
#### 4.3.2. Galera txikiak

Orain arte, fluidoak hodian jariatzean sortzen den marruskaduraren ondoriozko karga-galera hartu dugu kontuan. Horretaz gain, fluidoak estugunea, ukondoa, balbula edo beste edozein motatako osagarri bat zeharkatzen badu, geruza-limitea agertu eta, ondorioz, abiaduraren profila aldatzen duen marruskadura sortuko da. Energiaren kontserbazio printzipioa, hau da, Bernouilliren ekuazioa bete behar denez, karga-galera gehigarria agertzen da. Fenomeno mota horri karga-galera txikia deritzo. Karga-galera txiki guztiak energia zinetikoaren galera gisa adieraz daitezke, eta, horregatik, honela kalkulatu ditugu:

$$hf_{txikia} = k \frac{v^2}{2g}$$

Beraz, instalazio hidraulikoaren elementu osagarri bakoitzari dagokion karga-galera txikia zein den jakiteko, instalazioa osatzen duten osagarri horiei dagokien  $k$  parametroa kalkulatu beharko dugu. Balio horiek zenbait ikertzailek aztertu dituzte, eta jarraian ikusiko ditugu haietarikoz batzuk:

- a) ZABALDURA: zabaldura sekzio-aldaketa bat da, eta, haren ondorioz, emariaren abiadura aldatzen da (4.11 irudia). Dena den, aldaketa bat-batekoa izanik, fluidoa ezin da bat-batean zabaldu sekzio osora, eta, lehenengo zentimetroetan, hutsunea sortzen da (muga-geruzaren aldentzea), zeinak fluidoa xurgatzen duen eta haren mugimendua oztopatzen. Osagai horren  $k$  parametroaren balioa  $(1 - S_1/S_2)^2$  da.



$$h_{\text{fixikia}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$$

4.11 irudia. Zabaldura.

Emaria konstantea denez,  $v_1 S_1 = v_2 S_2$ , eta, ondorioz,  $h_{\text{fixikia}}$   $v_2$  abiaduraren funtzioan adieraz daiteke.

$$h_{\text{fixikia}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{S_2^2 v_2^2}{2g S_1^2} = \left(\frac{S_2}{S_1} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

Zabalduraren angelua  $90^\circ$ -koa izan beharrean  $6^\circ$ -koa edo  $7^\circ$ -koa izanez gero, ez da muga-geruzarik agertzen, eta ez dugu  $h_{\text{fixikia}}$  parametroa kalkulatu beharrik izango.

- b) ESTUGUNEA edo HODIRA SARTZEA: 4.12 a) irudian, fluido batek zirkulatzen dueneko hodi zilindriko bat bat-batean nola estutzen den ageri da. Fluxuaren zeharkako sekzioa gradualki txikitzen da diametro handieneko hodian, estugunera hurbiltzean eta baita hura zeharkatzean ere, eta sekzio minimo bat edo zain uzkurto bat lortzen da ( $S'_a$ ), 4.12 irudian. Handik aurrera, fluxuaren zeharkako sekzioa berriro handitzen da, eta diametro txikiko hodiarena lortzen da ( $S_d$ ). Zain uzkurturainoko fluxuan, fluidoak bere abiadura handitzen du, presio erako energia energia zinetiko bihurtzen delako; fenomeno hori ia energiarik galdu gabe gertatzen da. Puntu horretatik aurrera, fluxuaren sekzioa  $S'_a$ -tik hodi estuaren  $S_d$ -ra handitzean, baldintzak zabalduran ikusitakoaren berdinak dira. Beraz, energia-galera ekuazio honen bidez kalkula daiteke:

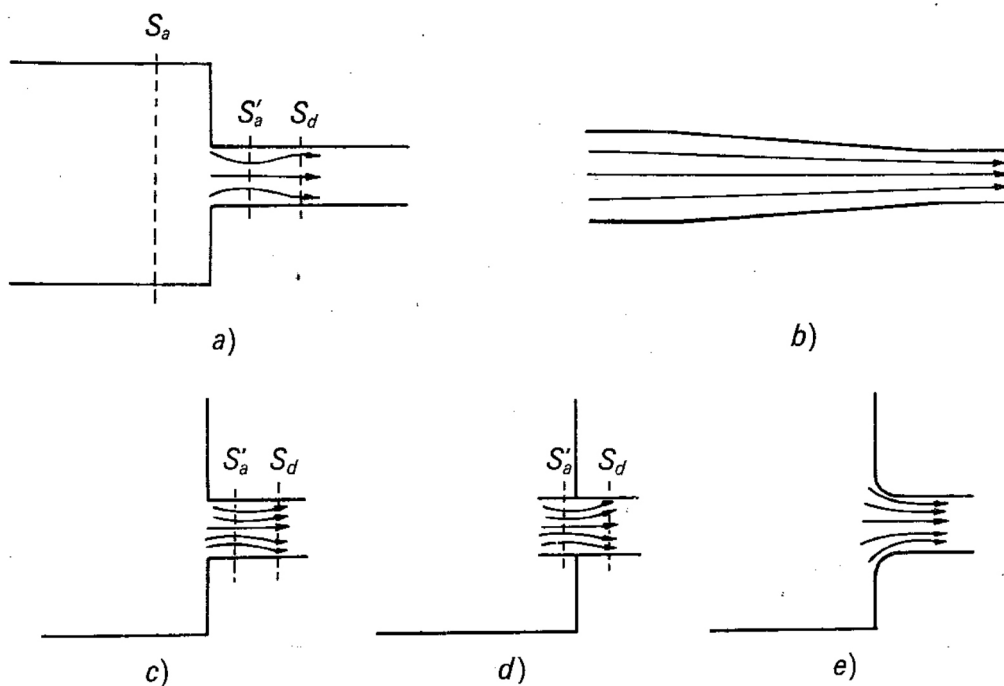
$$h_{\text{fixikia}} = \left(\frac{S_d}{S'_a} - 1\right)^2 \frac{v_d^2}{2g} = \left(\frac{1}{S'_a/S_d} - 1\right)^2 \frac{v_d^2}{2g} = K \frac{v_d^2}{2g}$$

$K$  konstantea, kasu honetan,  $S'_a/S_d$  zeharkako sekzioen erlazioaren funtzioa da, zeina 0,6 eta 1 artean aldatzen den  $D_d/D_a$  0 eta 1 artean aldatzen denean.

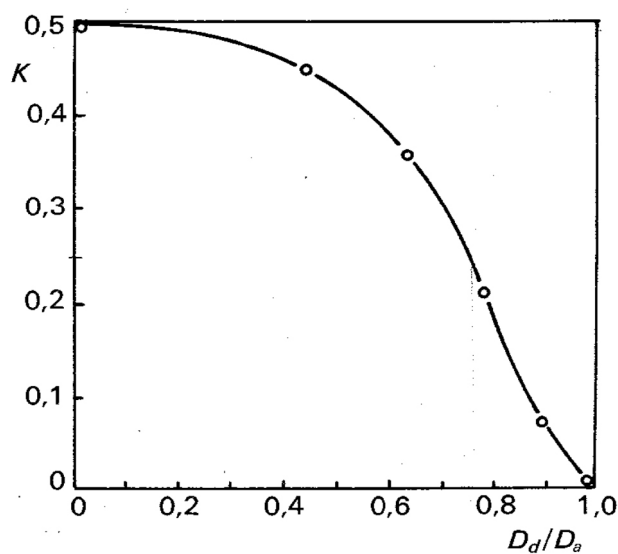
4.13 irudian,  $K$ -ren balioa  $D_d/D_a$ -ren funtzioan adierazten da.

Hurrengo ekuazio enpirikoak  $K = 1,5 \frac{1 - (D_d/D_a)^2}{3 - (D_d/D_a)^2}$ ,  $K$ -ren balioak lortzeko erabiltzen dena,

4.13 irudiaren datuak ondo estimatzen ditu  $D_d/D_a = 0,7$  baliorarte.



**4.12 irudia.** Estuguneak eta hodietarako sarrerak: a) bat-bateko estugunea; b) pixkanakako estutzea; c) ertz biziko sarrera; d) sarrera bideratua; e) sarrera ahokatua.



**4.13 irudia.** Hodi baten estutzerako  $K$ -ren balioak lortzeko grafikoa.

Hodi zabal eta estuaren konexioa lotura ahokatuaren bidez egiten bada (4.12b irudia), hau da, estutzea pixkanakakoa bada,  $K$  konstantearen balioa 0,005era txikitu daiteke.

Fluidoak 4.12 irudian erakutsitako moduren batean sartzen da hodi batean. Ertz biziko sarrean (c eskema) eta bideratuan (d eskema), korrontea lehenengo uzkurto eta gero zabaldu egiten da, bat-bateko estutzean gertatzen den moduan.

– Ertz bizikoa:

$$h_{f_{\text{tzikia}}} = \left( \frac{1}{S'_a / S_d} - 1 \right)^2 \frac{v_d^2}{2} = \left( \frac{1}{0,6} - 1 \right)^2 \frac{v_d^2}{2} = 0,44 \frac{v_d^2}{2}$$

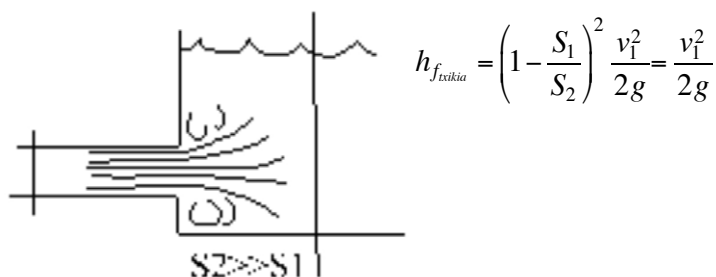
– Bideratua:

$$h_{f_{\text{tzikia}}} = \left( \frac{1}{S'_a / S_d} - 1 \right)^2 \frac{v_d^2}{2} = \left( \frac{1}{0,5} - 1 \right)^2 \frac{v_d^2}{2} = \frac{v_d^2}{2}$$

Sarrera ahokatuaren kasuan (e eskema), fluidoa era leunean pasatzen da hodira, zain uzkurturik eratu gabe. Energia galera ohiko marruskaduraren ondorioa da, eta oso txikia da hain luzera laburrean. Esperimentalki, honako era honetan adieraz daiteke:

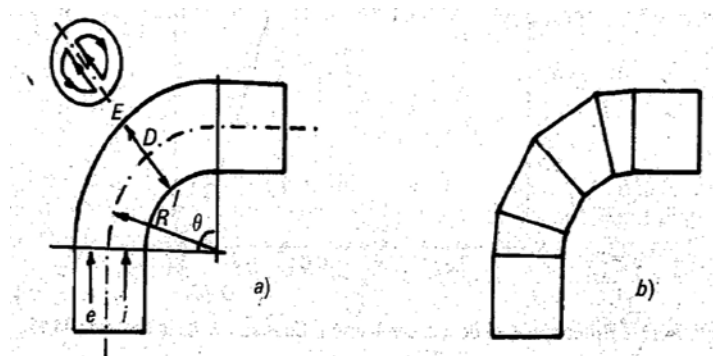
$$h_{f_{\text{tzikia}}} = 0,05 \frac{v_d^2}{2}$$

- c) HODITIK IRTETEA: irteera likidoaren aurpegi librearen azpian gertatzen denean, hoditik irtetea zabalduratzat har dezakegu, non  $S_2 \gg S_1$  (4.14 irudia). Baldintza hori ekuazioan sartzen badugu,  $S_1/S_2$  zatiketa 0 bihurtzen da, eta, beraz, osagai horri dagokion ekuazioa errazagoa da:



4.14 irudia. Hoditik irtetea.

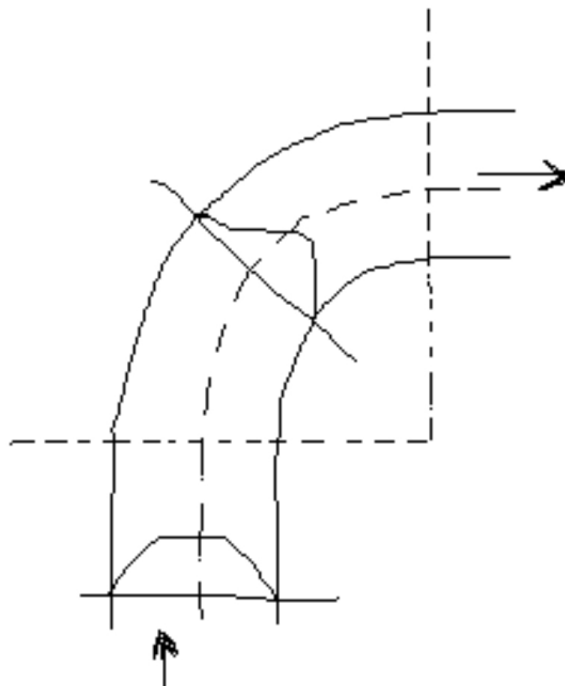
- d) UKONDOA: fluidoaren fluxua era nabarmenean aldatzen da hodiaren kurbaduretan (4.15 irudia); ondorioz, antzeko hodi zuzenetan baino energia gehiago galtzen da.



4.15 irudia. Hodiaren kurbadura: a) ohiko kurbadura, b) kurbadura zatikatua.



Demagun  $90^\circ$ -ko ukondo bat dugula (4.16 irudia). Ukondora sartzean, fluidoak indar zentrifugoa jasaten du, eta kanpoko hormaren kontra jotzen du. Horren ondorioz, presioak gora egiten du horma horretan, eta barneko horma ukitzen duen fluidoaren presioak behera egiten du. Bernouilliren ekuazioaren arabera, presioak gora egiten badu, abiadurak behera egiten du, eta alderantziz. Beraz, abiaduraren profilaren itxura aldatuko da (4.16 irudia), abiaduraren maximoa hodiaren barneko alderantz desplazatuko baita:

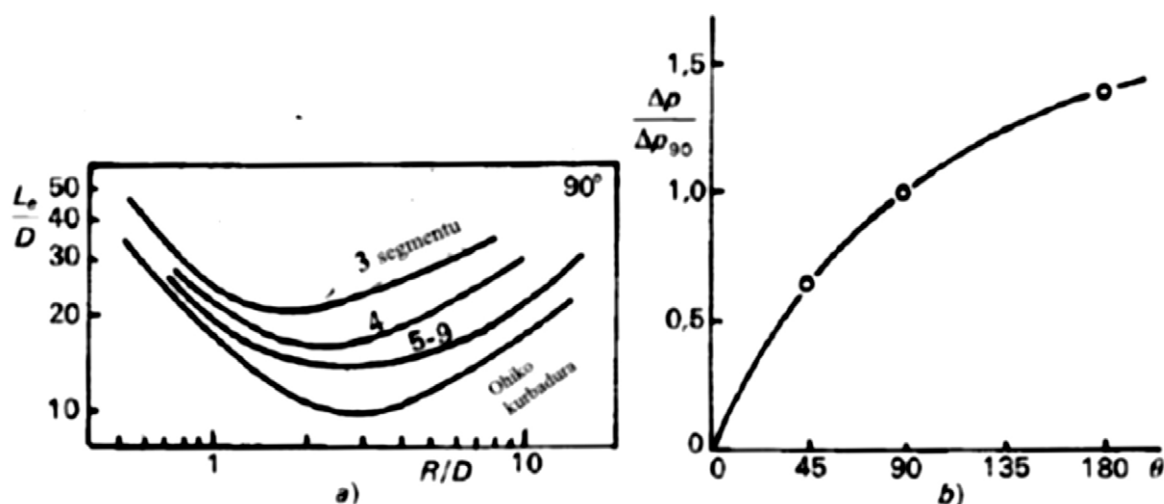


4.16 irudia. Ukondoa.

Horretaz gain, zirkulazio sekundarioa deritzon beste zirkulazio bat ere badago kurbaduraren zeharkako edozein sekziotan. Kanpoaldeko horman presio handiagoa dagoenez, abiadura baxuan paretaren ondotik mugitzen den fluidoaren desplazamendua eragiten du Etik Ira paretaren ingurutik. Paretaren ondoko zirkulazioa, Itik Era barnealdetik gauzaten denarekin osatzen da indar zentrifugoaren ondorioz (4.15a irudia). Zirkulazio sekundario hori fluidoan gertatzen da kurbadura pasatu eta gero ere, eta gradualki desagertzen da ondoren datorren zati zuzenean.

Abiaduraren profila aldatzeak eta zirkulazio sekundarioa egoteak fluidoaren turbulenzia handitzea eragiten du, eta, horrekin batera, energia erabilgarri gehiago galtzea.

Ukondoaren ondorioz galtzen den energia, energia-galera bera eragingo lukeen diametro bereko hodi zuzenaren luzeraren funtzioan, luzera baliokidearen funtzioan, neurtzen da. 4.17a irudian,  $L/D$  irudikatu da kurbaduraren zorrotasunaren funtzioan ( $R/D$ ),  $\theta = 90^\circ$ -ko angelurako, ohiko kurbaduraz eta hainbat segmentu zuzenez osaturiko kurbaduretarako. Kurbaduraren angelua  $90^\circ$ -koa ez bada, 4.17b irudian erakusten den grafikoa erabiltzen da.



**4.17 irudia.** Hodiaren kurbadura: a) Le luzera baliokidea  $\theta = 90^\circ$  denerako;  
b) korrekzio-kurba  $\theta$  edozein angelutarako.

Beste karga-galera txiki mota batzuk ere badira, baina guztiak energia zinetikoaren galera-ekin erlazionaturik daude. Beraz, haien ebazpena lortzeko, osagai bakoitzari dagokion  $k$  parametroa baino ez dugu jakin behar. Hala eta guztiz ere, osagai asko ditugunean edo  $k$  ezezaguna denean, beste metodo bat erabil daiteke sistemaren soluzioa bilatzeko. Hurrengo atalean azalduko dugu.

#### 4.3.3. Luzera baliokideak

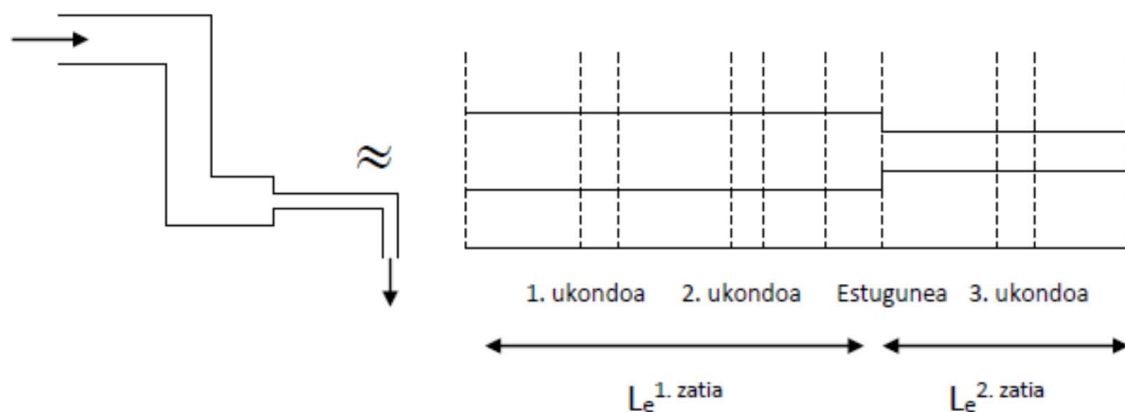
Lehendabizi, gogora dezagun Bernouilliren ekuazioan agertzen den marruskadura-faktoreak energia zinetikoa galtzea eragiten duten osagai guztien eragina hartu behar duela kontuan.

$$h_{f_{tot}} = h_{f_{hodia}} + \sum h_{f_{fixikia}}$$

$$h_{f_{hodia}} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

eta  $f$  Moodyren grafikoan irakurriko dugu.

Hemen proposatzen den metodoak  $h_{f_{tot}}$  parametroa ekuazio horren bidez kalkulatzeko proposatzen du. Horretarako,  $L$  erabili beharrean luzera baliokideko  $L$  ( $L_e$ ) erabiltzea proposatzen du; parametro hori kalkulatzeko, kontuan hartu behar dugu hodiekin eta osagaien eragiten duten presio-galera  $L_e$  luzerako hodi bakar batekin eragiten duela. Horren arabera, 4.18 irudian erakusten den sistemarako, metodo klasikoak erabiliz hodi zabalari eta hodi estuari dagokien  $h_f$ -a eta osagai guztiei (3 ukondo eta estugunea) dagokien  $h_{f_{fixikia}}$  parametroak kalkulatu behar genituzke. Proposatutako metodoaren arabera,  $h_{f_{fixikia}}$  eragiten duen osagai bakoitza  $h_f$  bera –hau da, karga-galera bera– eragiten duen hodi zuzen bihurtzen dugu.



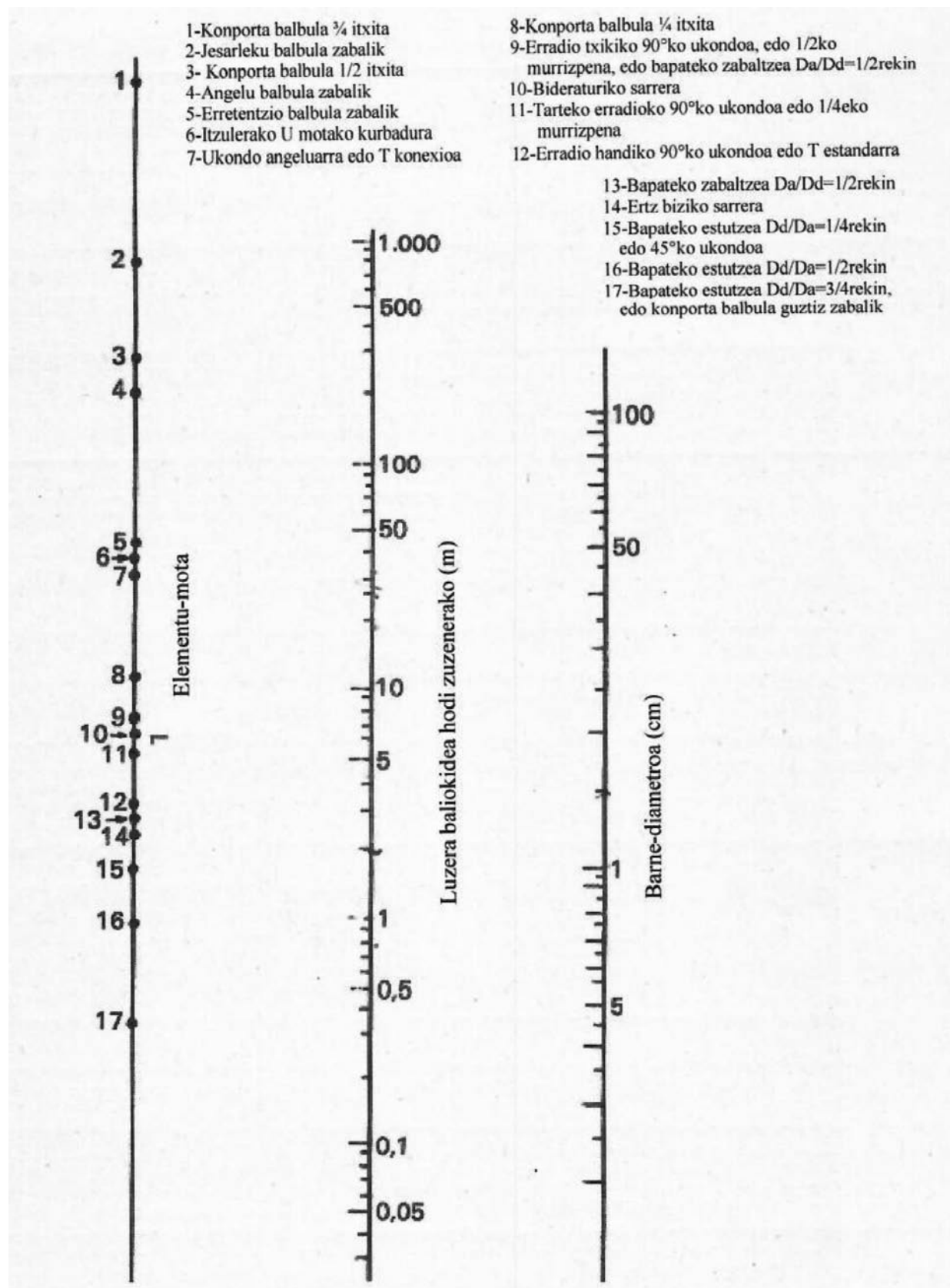
**4.18 irudia.** Luzera baliokideak.

$$h_{f,tot} = f_1 \frac{L_e^1 v_1^2}{D_1 2g} + f_2 \frac{L_e^2 v_2^2}{D_2 2g}$$

non  $L_e^1$ -k eta  $L_e^2$ -k hodiaren luzera eta elementu osagarrien luzera biltzen dituzten. Beste era baten adierazita:

$$h_f = f \frac{L_{hodia}}{D} \frac{v^2}{2g} + f \frac{L_e}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Luzera baliokidea kalkulatzeko, 4.19 irudia bezalakoak erabili ohi dira. Osagai mota aukeratu dugu, dagokion diametroarekin lotu, eta erdiko lerroa moztzen duen puntuan osagai horri dagokion  $L_e$  luzera baliokidea irakurriko dugu.

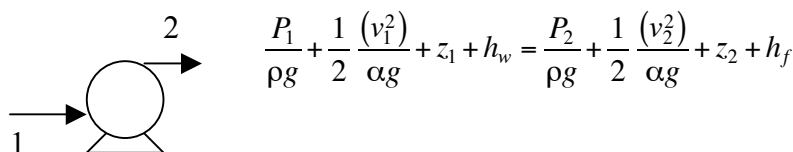


4.19 irudia. Zenbait osagarriren  $L_e$  parametroa kalkulatzeko irudia.

#### 4.4. Ponparen lana

Fluidoak tutuetan eta hoditerietan zehar mugiarazteko industrian erabiltzen diren tresnak ponpak, konpresoreak, soplanteak eta haizagailuak ditugu. Fluido bati eman behar zaion energia kantitatea elementu hauen mende dago: sistema batean zehar desplazatzeko emaria, igo behar duen altuera, ibilbidearen bukaeran izan behar duen presioa, hoditeria zati zuzenen luzera eta diametroa, haietan tartekaturiko elementu osagarriak (zabalguneak, estuguneak, bihurguneak, balbulak, ukondoak, etab.) eta propietate fisikoak, batez ere biskositatea eta dentsitatea. Fluidoak ponpatzeko behar den energia kalkulatu dezakegu.

Lehendabizi, demagun 4.20 irudikoa bezalako sistema bat dugula.



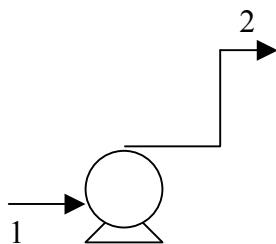
**4.20 irudia.** Ponpatzeko potentzia kalkulatzeko sistema arrunta.

Ponpa fluidoak bultzatzeko erabiltzen denez,  $P_1$  eta  $P_2$  desberdinak izango dira. Hala eta guztiz ere,  $z_1$  eta  $z_2$  berdintzat har ditzakegu, eta sarrerako eta irteerako sekzioa ere berdina bada, orduan,  $v_1$  eta  $v_2$  ere berdinak izango dira. Beraz, ponpatzeko potentzia honela kalkulatu dugu:

$$\frac{P_1}{\rho g} + h_w = \frac{P_2}{\rho g} + h_f \Leftrightarrow h_w = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_f$$

Beraz, ponparen potentzia presioa aldatzeko ( $P_2 - P_1$ ) eta sistemaren barnean marruskadurak eragindako karga-galera ( $h_f$ ) berreskuratzeko erabiliko dugu.

Imajina dezagun orain 4.21 irudian agertzen dena bezalako sistema konplexuago bat.



**4.21 irudia.**  $z_1$  eta  $z_2$  ezberdinak direnerako ponpatzeko potentziaren kalkulua.

$z_1 \neq z_2$  denean, ponpak emandako potentzia, lehen aipatutako fenomenoetarako erabiltzeaz gain, grabitatea gainditzeko ere erabiltzen da, hau da, fluidoak igotzeko. Kasu honetan:

$$h_w = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho g} + (z_2 - z_1) + h_f$$

Eta, bukatzeko, sarrerako eta irteerako sekzioak ezberdinak badira, sarrerako eta irteerako abiadurak ere ezberdinak izango dira, eta ponparen potentzia abiadura aldatzeko ere erabiliko da:

$$h_w = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{\alpha g} + (z_2 - z_1) + h_f$$

Ponpa eragiteko behar den potentzia guztia —eragite-potentzia,  $W_e$ — ez du fluidoak baliatzen. Potentzia horren zati bat parte mekaniko mugikorretan galtzen da, marruskadura eta beste arrazoi batzuk direla eta; ondorioz, ponpak benetan garatutako potentzia txikiagoa da.

Gainera, ponpak garatutako potentzia guztia ez du fluidoak baliatzen, zati bat fluidoak ponparen barneko hormetan jasandako marruskadura dela-eta galtzen baita.

Horrela, zenbait etekin defini daitezke:

— Etekin hidraulikoa:

$$\eta_h = \frac{W}{W'} = \frac{\text{fluidoari emandako potentzia (erabilgarria)}}{\text{ponpak garatutako potentzia}}$$

— Etekin mekanikoa:

$$\eta_m = \frac{W'}{W_e} = \frac{\text{ponpak garatutako potentzia}}{\text{eragite potentzia (benetan kontsumitua)}}$$

— Etekin totala:

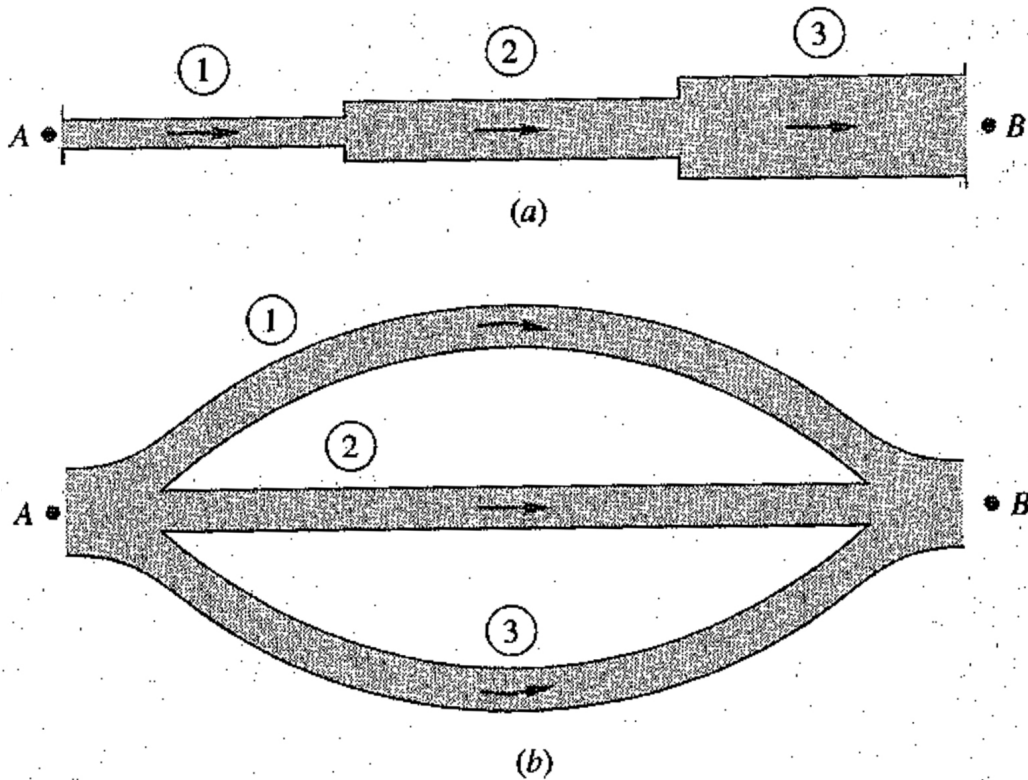
$$\eta_t = \eta_h \cdot \eta_m = \frac{W}{W_e} = \frac{\text{fluidoari emandako potentzia}}{\text{eragite potentzia}}$$

Ariketetan, ponparen eragite-potentzia kalkulatu beharko dugu, honako ekuazio hau erabiliz:

$$W_e = W / \eta_t = h_w \cdot \rho \cdot g \cdot Q / \eta_t$$

## Hodien sareak

Hiru hoditeriako edo gehiagoko sistemai sare deritze. 4.22 irudian, hoditerien sistemen bi adibide erakusten dira.



4.22 irudia. Zenbait hoditeria dituzten sistemen adibideak: a) hoditeriak seriean; b) hoditeriak paraleloan.

#### *Hoditeriak seriean*

Emaria bera da hoditeria guztietan:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \text{kte.}$$

edo

$$V_1 d_1^2 = V_2 d_2^2 = V_3 d_3^2$$

Karga-galera totala hodi zati bakoitzeko galeraren baturaren berdina da.

$$\Delta h_{f A-B} = \Delta h_{f1} + \Delta h_{f2} + \Delta h_{f3}$$

#### *Hoditeriak paraleloan*

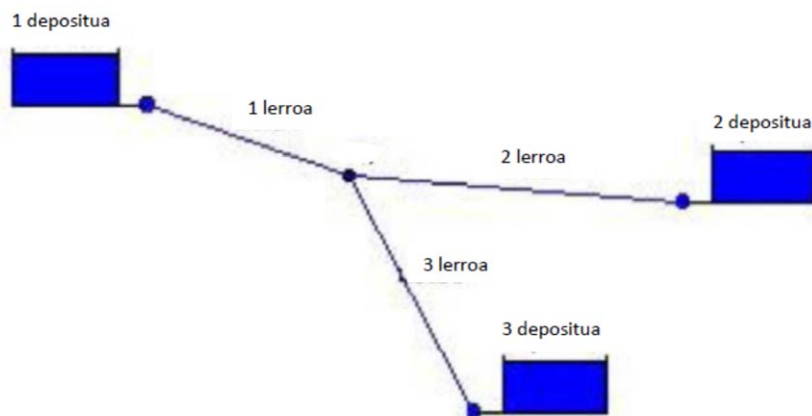
Karga-galerak berdinak dira hodi guztietarako, eta emari totala banakako hodietako emarien batura da.

$$\Delta h_{f A-B} = \Delta h_{f1} + \Delta h_{f2} + \Delta h_{f3}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

*Sare konplexuen sistemak*

4.23 irudian, sare konplexuen sistema bat erakusten da.



**4.23 irudia.** Sare konplexuen sistema.

1 eta 2 puntuen artean, energia mekanikoaren balantze bat planteatu daiteke, eta bi puntuen arteko emari masikoak ez du derrigorrean bera izan behar ibilbide guztian zehar.

Irudian ikusten da 1 depositutik ateratzen den likido kantitatea ez dela 2 depositura heltzen denaren berdina, baina Bernoulliren ekuazioa aplikatu daiteke 1 eta 2 deposituen artean, 1 depositutik ateratzen den eta 2 depositura heltzen den likido kantitateari aplikatzen baitzaio, eta ez 1 depositutik ateratzen denari.



5.

## Fluxu konprimagarria

Fluidoaren dentsitatea gutxi aldatzen denean ( $\rho_1/\rho_2 < 2$ ) eta abiadura oso handia ez denean (Mach zenbakia,  $Ma < 0,3$ ), energia mekanikoaren balantzea orain arte garatutako ekuazioen bidez deskriba daiteke. Horrela, likido guztien eta astiro jariatzen duten gasen fluxua adierazten dute. Horri fluxu konprimaezina deritzo.

Beste alde batetik, gasetan bakarrik, fluxua oso azkarra denean eta/edo presioen arteko zatidura handia denean, energia zinetikoaren eta konprimagarritasunaren (dentsitatearen aldaketa handiak) eraginak energia mekanikoaren balantzearen gairik garrantzitsuenak izatera hel daitezke. Egoera horretan, Bernouilliren ekuazioaren itxura oso desberdina da orain arte azaldutakoarekin konparatuta. Fluxu horri gasen fluxu konprimagarria deritzo, eta dagozkion ekuazioak atal honetan garatuko dira.

Hodian zeharreko  $P_1 - P_2$  presio diferentziaren eta sarrerako  $P_1$  presioaren arteko erlazioa garrantzitsua da fluxu bat konprimagarria den ala ez jakiteko. Beraz,  $P_1 - P_2$ ,  $P_1$ -ren frakzio garrantzitsua bada (% 10ekoa, adibidez), dentsitatearen aldaketa kontuan eduki beharko da diseinuan. Edo, beste modu batean esanda, fluidoaren presio-galera nahikoa denean sisteman bere dentsitatearen % 10ekoa baino aldaketa handiagoa eragiteko, fluxua konprimagarritzat hartu beharko da, gasaren dentsitatearen eta abiaduraren aldaketak kontuan hartuz.

Hodietan edo pitetan zehar doan gasaren fluxuak ezaugarri berri bat du —abiaduraren balio maximo posiblea, alegia—; beraz, balio maximo hori kontuan hartu beharko da, eta soinuaren abiadurari dagokiola frogatu baldintza beretan.

Fluido bat soinuaren abiaduraren antzeko abiaduretan mugitzen denean, dentsitatearen aldaketak garrantzitsuak dira, eta fluxu horri konprimagarri deritzo.

Gas konprimagarrien barne-fluxuak baditu ezaugarri bereizgarri batzuk tratamendu berezia eskatzen dutenak. Ezaugarri horietan, bai dentsitatea bai abiadura aldatzen dira, zeharkako sekzioa konstante mantendu arren. Horregatik, komeni da beste aldagai bat erabiltzea, abiadura masikoa ( $G$ ), zeina egoera egonkorrean konstante mantentzen den.

$$m_1 = m_2 \quad ; \quad v_1 \cdot S_1 \cdot \rho_1 = v_2 \cdot S_2 \cdot \rho_2$$

$$\text{zeharkako sekzioa konstante bada, } v_1 \cdot \rho_1 = v_2 \cdot \rho_2 \quad \rightarrow \quad G_1 = G_2$$

Bernouilliren ekuazioko termino garrantzitsuak zinetikoa, presioarena eta marruskadurarena dira; energia potentzialarena mesprezagarria izaten da normalean, gasen dentsitate baxua dela eta.

Fluxu konprimagarria Bernouilliren ekuazioan ondorioztatzeko, ekuazio diferentzialetik abiatu behar da,  $dL$  luzerako elementu baterako eta energia potentzialaren eta lan mekanikoaren terminorik gabe, honela:

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{VdV}{\alpha} + 2f \frac{V^2 dL}{D} = 0$$

Ekuazio hori integratzeko, beharrezkoa da egoera-ekuazio bat erabiltzea,  $f(P, \nu, T) = 0$ , presioa eta bolumen espezifikoa ( $\nu = 1/\rho$ ) erlazionatzen dituen temperatura bakoitzerako. Gas idealaren portaerarik sinpleenaren kasuan, honako ekuazio hau erabil daiteke:

$$P\nu = \frac{1}{M} RT$$

$M$  pisu molekularra izanik.

Energia potentzialaren terminoa mesprezatu:

$$-dP = \frac{1}{\nu} \left( \frac{VdV}{\alpha} + 2fV^2 \frac{dL}{D} \right)$$

Abiadura masikoa  $G = V/\nu$  ( $\text{kg/m}^2\text{s}$ ) erabiliz,  $V = G\nu$ ; eta  $dV = G d\nu$  kontutan hartuz,

$$-\frac{dP}{\nu} = \frac{G^2}{\alpha} \frac{d\nu}{\nu} + 2fG^2 \frac{dL}{D}$$

Integratuz hodi-zati zuzen guztia kontutan hartzeko,  $f$  eta  $\alpha$ -ren batezbesteko balioak suposatuz,

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\nu} = \frac{G^2}{\bar{\alpha}} \ln \frac{\nu_2}{\nu_1} + 2\bar{f}G^2 \frac{L}{D}$$

Ekuazio honen 1.terminoa integratzeko, fluxu mota ezberdin posibleak kontsideratu beharko dira.

*Portaera ideala* (presio moderatuko gas fluxuak, 5 atm arte)

Gas idealen ekuazioa erabili, hodi-zati zuzen osorako batezbesteko  $T$  ktea. suposatuz ( $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$  %10a baino txikiagoa).

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\nu} = \frac{M}{RT} \int_{P_2}^{P_1} P dP = \frac{M}{RT} \frac{P_1^2 - P_2^2}{2}$$

$$\frac{M}{2RT} (P_1^2 - P_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \ln \frac{P_1}{P_2} + 2f_m G^2 \frac{L}{D}$$

Gas idealen ekuazioa kontutan hartuz,

$$Pv = \frac{1}{M}RT \quad ; \quad \frac{v_2 P_2}{v_1 P_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{M}{2\bar{R}\bar{T}}(P_1^2 - P_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \left( \ln \frac{P_1}{P_2} - \ln \frac{T_1}{T_2} \right) + 2\bar{f}G^2 \frac{L}{D}$$

Ekuazio honen terminoak presio aldaketari, energia zinetikoaren aldaketari eta marruskadura dela eta ematen den energia galerari dagozkio hurrenez-hurren.

$T$ -ren aldaketa hodi-zati zuzenean moderatua bada,  $\ln(T_1/T_2)$  mesprezagarria da.

Abiadura lineal baxuetarako —praktikan  $V = 35$  m/s baino baxuagoak—, aurreko adierazpena gehiago sinplifikatu daiteke,  $\ln(P_1/P_2)$  terminoa mesprezatu baitaiteke, Weymouth-en ekuazioa deitua lortuz:

$$\frac{M}{2RT}(P_1^2 - P_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + 2\bar{f}G^2 \frac{L}{D}$$

Fanning-en ekuazioaren moldaera bat dena,  $\bar{f}$  marruskadura faktorearen batezbesteko balioa izanik. Presio galera, marruskadura dela eta galtzen den energia mekanikoaren ondorioa da.

#### *Portaera ideala eta isoterma*

Hurrengo ekuazioa erabiliko da:

$$\frac{M}{2RT}(P_1^2 - P_2^2) = \frac{G^2}{\alpha} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + 2\bar{f}G^2 \frac{L}{D}$$

$\bar{T}$  fluxuaren Trekin ordezkatzuz ( $T = \text{kte. baita}$ ).

Ekuazio hau beste modu baten ere adierazi daiteke,  $x$  ( $2/G^2$ ) eginez:

$$2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) - \frac{M}{G^2 RT}(P_1^2 - P_2^2) + 4f \frac{L}{D} = 0$$

Weymouth-en ekuazioa ere erabili ahalko da  $T$  temperatura eta batezbesteko dentsitatearekin,

$$\rho = \left( \frac{M}{R \cdot T} \right) \left[ \left( \frac{P_1 + P_2}{2} \right) \right]$$

*Portaera ideala eta adiabatikoa*

$$Pv^\gamma = P_1 v_1^\gamma = \text{kte.} \quad \therefore \quad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{v} = \frac{1}{P_1^{1/\gamma} v_1} \int_{P_2}^{P_1} P^{1/\gamma} dP = \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{P_1^{1/\gamma} v_1} \left( P_1^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} - P_2^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) = \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{P_1}{v_1} \left[ 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]$$

Beraz,  $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$  dela kontutan hartuz,

$$\frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{P_1}{v_1} \left( 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right) = \frac{G^2}{\bar{\alpha}} \ln \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + 2\bar{f}G^2 \frac{L}{D}$$

Fluido konprimagarrien fluxuan, ohiko dentsitateetan eta abiadura altuetan, oinarrizko parametroa Mach zenbakia,  $Ma$ , da.

Aurrera jarraitu baino lehen, bigarren gaian ikasitako Mach zenbakiaren definizio berria aztertuko dugu. Orain arte aipatu dugunaren arabera,  $Ma = v/c$  da, non  $v$  gasaren abiadura eta  $c$  gas horretan zirkulatzen duen soinuaren abiadura den. Termodinamikaren arabera,  $c$  parametroa tenperaturaren, dentsitatearen eta presioaren funtzioa da, eta, gas ideala izanez gero, ekuazio honen bidez kalkulatuko dugu:

$$c = \left(\frac{kP}{\rho}\right)^{0.5} = \left(\frac{kRT}{PM}\right)^{0.5} \overline{\text{airea, } 20^\circ\text{C}} \quad 343.5 \text{ m/s}$$

non  $k = C_p/C_v$  den, hau da, bero espezifikoen erlazioa. Parametro honen balioa 1,67 da gasa monoatomikoa denean, 1,40 diatomikoa denean eta 1,32 triatomikoa denean.

### Soinuaren abiadura

Soinuaren abiadura konpresio-espansio uhin oso txiki baten abiadura da material jarraituko ingurune batean zehar, eta adiabatikoki eta marruskadura gabe mugitzen da. Termodinamikaren ikuspuntutik, entropia konstantean gauzatzen den prozesu bat da.

Era honetan definitzen da:

$$c = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s^{1/2}$$

Beste era baten azalduta, kontuan hartzen badugu kondukzio batean gas egonkor ideal bat daukagula, hau da, zirkulatzen ez duena eta geldidagoena, eta kondukzioan bibrazio bat gertatzen

dela perturbazio bat sortuz, perturbazio hori  $c$  abiadura batekin mugitzen da kondukzioan zehar, gas egonkorren barruan. Perturbazioaren barreiatze-abiadura soinuaren abiadura da. Barreiatze-prozesua oso azkarra denez, adiabatikotzat har daiteke, bero-trukaketarik ezin delako gertatu. Gainera, soinu-uhinen presioa eta temperatura oso gutxi aldatzen dira (beraz, koefiziente adiabatikoa konstantea da:  $k = C_p/C_v$ ), eta, beraz, prozesua itzulgarria da (hau da, hasierako egoerara itzultzea posible da, aldaketa hori eragin duten baldintzak aldatuz). Prozesu adiabatiko eta itzulgarri bat isoentropikoa da. Beraz, zera betetzen da:

$$p\nu^k = p\rho^{-k} = kte ; p = \frac{kte}{\rho^k} = kte \cdot \rho^{-k} ; \frac{dp}{d\rho} = kte \cdot k \cdot \rho^{-k-1} = p\rho^{-k}k\rho^{k-1} = kp\rho^{-1} = kp\nu$$

non  $\nu$  bolumen espezifiko den,  $m^3/kg$  unitatetan, dentsitatearen alderantzizkoa ( $\nu = 1/\rho$ ) dena.

Gas idealen ekuazioa sartuz ( $p \cdot \nu = RT/M$ ) soinuaren abiadura hau da:

$$c = \left[ \frac{kRT}{M} \right]^{1/2} \quad (\text{adiabatikoa, gas ideala})$$

Perturbazioa era isotermoan barreiatzen bada, erraz ondorioztatzen da soinuaren abiadura aurreko ekuazioak ematen duela  $k$  kontuan eduki gabe, kasu honetan  $p \cdot \nu = kte$  baita. Beraz,  $c = [RT/M]^{1/2}$ .

Soinuaren abiadura soinu-uhinen barreiatze-abiadura da. Lurreko atmosferan, 343,5 m/s-koa da 20 °C-an. Soinu-uhinaren barreiatze-abiadura berau barreiatzen deneko ingurunearen ezaugarrien menpekkoa da, eta ez uhinaren ezaugarrien menpekkoa edo hura eratzen duen indarraren menpekkoa.

Soinuaren abiadura hura barreiatzen den ingurunearen arabera aldatzen da. Inguruneke tenperatura-aldaketan aurrean ere aldatzen da. Hori gertatzen da tenperaturaren handitze bat soinu-uhinaren bibrazioa garraiatzen duten partikulen arteko interakzioen maiztasunaren handitze bihurtzen delako, eta aktibitatearen gehikuntza horrek abiadura handiarazten du.

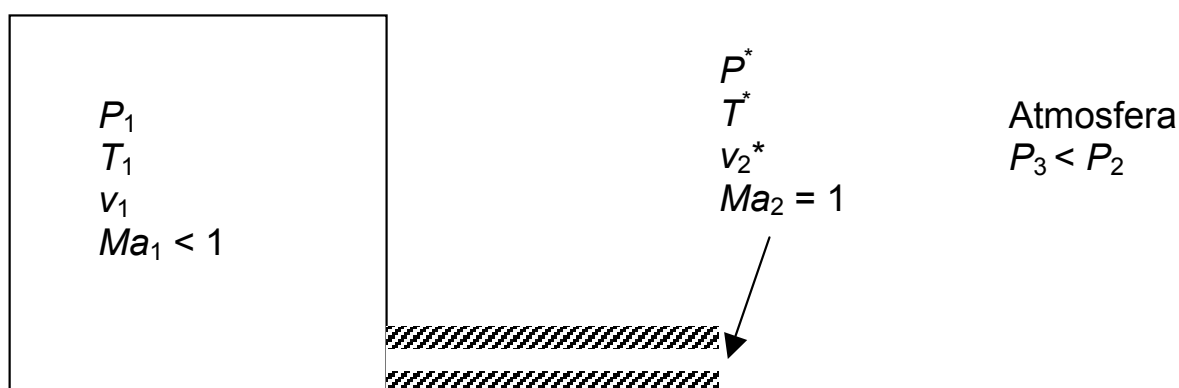
Oro har, soinuaren abiadura handiagoa da solidoetan likidoetan baino, eta likidoetan gasetan baino. Izan ere, materia zenbat eta solidoagoa izan, lotura atomiko edo molekularren kohesio-maila handiagoa izango da. Soinuaren abiadura airean (20 °C-an) 343 m/s-koa da; uretan, (25 °C-an) 1.493 m/s-koa, eta, altzairuan, 5.100 m/s-koa.

Sekzio konstanteko kondukzioetan, gasak ezin du zirkulatu soinuaren  $c$  abiaduratik gora. Gas baten zirkulazio-abiadura soinuarenarekin konparatzeko, Mach zenbakia definitzen da, gasaren abiadura soinuarenarekiko definituz, presio- eta temperatura-baldintza jakin batzuetan ( $Ma = V/c$ ).  $Ma \leq 1$  da kondukzioa sekzio konstantekoa bada, azpisonikoa izanik  $Ma < 1$  bada, eta sonikoa, berriz,  $Ma = 1$  bada. Abiadura supersonikoa posible dira ( $Ma > 1$ ) kondukzioa sekzio aldakorrek denean.

### 5.1. Emari adiabatikoa

Demagun gasaren emari bat dugula termikoki ondo isolaturik dagoen hodi batean zehar, hau da, 5.1 irudian erakusten dena bezalako sistema bat. Demagun ontziaren presioa ( $P_1$ ) finkaturik

dagoela eta  $P_3$  doigarria dela. 3 puntuaren presioa  $P_1$  presioa baino zerbait txikiagoa bada, hodian zeharreko emaria geldoa da, eta  $P_2 = P_3$  izango da. Baina,  $P_3$  txikitzen dugun neurrian, gasaren abiadura  $u_2$  handitzen da hodiaren irteeran, eta, azkenean, soinuaren abiadura lortzen du ( $Ma_2 = 1$ ). Abiadura horrek gasaren molekula indibidualen mugimenduaren batez besteko abiadura erreala adierazten du.  $P_3$  ( $P_2 > P_3$ ) gehiago txikitzen badugu, hodia uzten duen gasa ezin da arinago mugitu, eta abiadura sonikoa mantendu eta emaria aldaezin geratzen da. Beraz, sistema-ren baldintza zehatz horietarako ( $P_1$  eta hodiaren luzera) emariaren abiadurarik altuena lortu da. Egoera horri emari itoa (oztopatua) deritzo.



5.1 irudia. Emari itoa sistema adiabatikoan.

Emari adiabatiko hori karakterizatzeko, hodiaren sekzio diferentzial baterako energia mekanikoa eta energia-balantzeak erabiltzen dira. Lehenengoa 3. kapituluaren ikasi genuen, sistema berezi honetarako:

$$gdz + vdv + \frac{dP}{\rho} + d(\sum F) + dW = 0$$

$$vdv + \frac{dP}{\rho} + d(\sum F) = 0$$

non marruskadura adierazten duen gaia  $2fv^2dL/D$  den. Bigarrenak itxura hau du:

$$dh + vdv + gdz = dq - dW = 0$$

$$CpdT + vdv = 0$$

Bi espresioak konbinatuz, gai guztiak Mach zenbakiaren funtzioan idatziz eta  $f$  marruskadura-faktoreak hodi osoan konstante dirauela kontuan hartuz, 2 puntuaren  $T$ ,  $P$  eta  $\rho$  parametroak kalkulatu ditugu, eta, horiekin batera, baita emariaren balioa eta marruskadura kalkulatzeko adierazpenak ere:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Y_1}{Y_2}, \text{ non } Y_i = 1 + \frac{k-1}{2} Ma_i^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \left( \frac{Y_1}{Y_2} \right)^{0.5}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \left( \frac{Y_2}{Y_1} \right)^{0.5}$$

$$G = v\rho = Ma_1 P_1 \left( \frac{PMk}{RT_1} \right)^{0.5} = Ma_2 P_2 \left( \frac{PMk}{RT_2} \right)^{0.5} = \frac{m}{S} \equiv \frac{kg}{m^2s}$$

$$\frac{k+1}{2} \ln \left( \frac{Ma_2^2 Y_1}{Ma_1^2 Y_2} \right) - \left( \frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2} \right) + k \left( \frac{4fL}{D} \right) = 0$$

Azken ekuazio horretan, 1. terminoa energia zinetikoaren terminoa da; 2. terminoa, konprimagarritasunaren terminoa, eta 3. terminoa, hodiaren erresistentzia. Ekuazioak fluxua marruskaduraren erresistentziarekin erlazionatzen du.

Azken ekuazio hori beste forma erabilgarriago baten bidez adieraz daiteke:

$$\frac{k+1}{k} \ln \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} - \frac{k-1}{2k} \left( \frac{p_1^2 T_2^2 - p_2^2 T_1^2}{T_2 - T_1} \right) \left( \frac{1}{p_1^2 T_2} - \frac{1}{p_2^2 T_1} \right) + \frac{4fL}{D} = 0$$

eta

$$G = \left[ \frac{2PM \cdot k}{(k-1)R} \cdot \frac{T_2 - T_1}{\left( \frac{T_1}{p_1} \right)^2 - \left( \frac{T_2}{p_2} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Hodiaren sarrerako baldintzak eta  $p_2$  ezagunak izanik,  $T_2$  kalkula daiteke, eta, ondoren,  $G$ , aurreko bi ekuazioak erabiliz.

Marruskadura duen hodi adiabatiko batean aurki daitekeen fluxu handienari (fluxu itoa) abiadura sonikoa dagokio irteeran. Beraz,  $Ma_2 = 1$  jarriz gero, honako ekuazio hauek lortzen dira:

$$\frac{T^*}{T_1} = \frac{2Y_1}{k+1} \Rightarrow Ma_1 = 0 \text{ denean eta } k = 1.4, \frac{T^*}{T_1} = 0.833$$

$$\frac{p^*}{p_1} = Ma_1 \left[ \frac{2Y_1}{k+1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho} = Ma_1 \left[ \frac{k+1}{2Y_1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$G^* = Ma_1 p_1 \left[ \frac{PM \cdot k}{R \cdot T_1} \right]^{0.5} = Ma_2 p_2 \left[ \frac{PM \cdot k}{R \cdot T_2} \right]^{0.5}$$

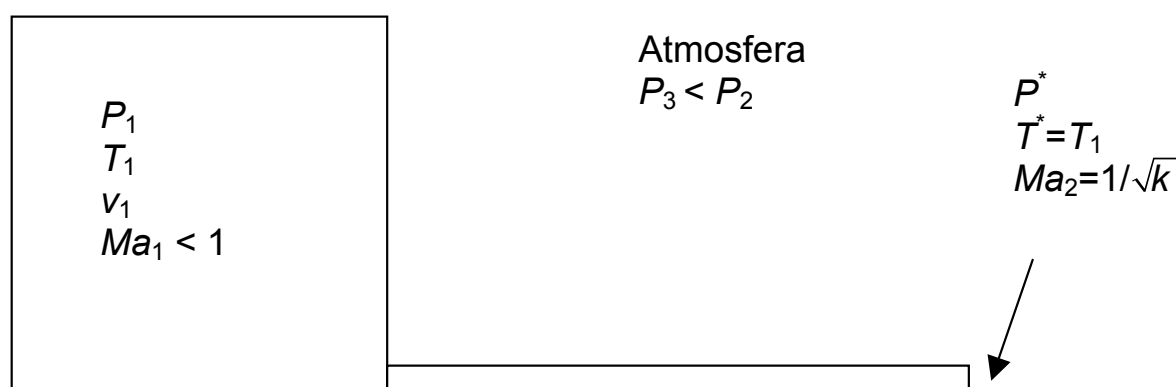
$$\frac{k+1}{2} \ln \left[ \frac{2Y_1}{(k+1)Ma_1^2} \right] - \left( \frac{1}{Ma_1^2} - 1 \right) + k \left( \frac{4fL}{D} \right) = 0$$

### Hodiaren luzera maximoa

Ariketa bateko baldintzak soinuaren abiadura gainditzeko ezintasunarekin kontraesanean ez daudela ziurtatzeko, ekuazio bat behar da  $4fL/D$ -ren (eta, beraz,  $L$ -ren) balio maximoa ematen duena eta sarrerako  $Ma$  zenbaki jakin batekin bat datorrena. Ekuazio hori  $4fL/D$ -ren terminoa duen ekuaziotik lortzen da, irteerako punturako  $Ma_2 = 1$  erabiliz. Orduan,  $L_{\max}$ -k erabili daitekeen hodiaren luzera maximoa adierazten du  $Ma_1$ -ren balio finko baterako.

### 5.2. Emari isotermaoa

Demagun gasaren emaria dugula isolatu gabeko hodi luze batean zehar, hau da, 5.2 irudikoa bezalako sistema bat. Ontziaren presioa ( $P_1$ ) konstantea da. 3 puntuaren presioa  $P_1$  presioa baino zerbait txikiagoa bada, emaria astiro jariatzen da, eta  $P_2 = P_3$  izango da.  $P_3$  txikitzen dugun neurrian, emariaren abiadura handitzen da, itotze-baldintzetara iritsi arte, eta sistamarako lortuko den balioari dagokion Mach zenbakia ez da 1 izango, baizik eta  $Ma_2 = 1/\sqrt{k}$ .



5.2 irudia. Emari itoa sistema isotermaoan.

Tenperatura aldatzen ez denez, emari isotermaoa karakterizatzeko, hodiaren sekzio diferentzialaren energia mekanikoaren balantzea baino ez da hartu behar kontuan:



$$gdz + vdv + \frac{dP}{\rho} + d(\sum F) + dW = 0$$

$$vdv + \frac{dP}{\rho} + d(\sum F) = 0$$

non marruskadura adierazten duen gaia  $2fv^2dL/D$  den.

Gai guztiak Mach zenbakiaren funtzioan idatziz eta  $f$  marruskadura-faktoreak hodi osoan konstante dirauela kontuan hartuz, 2 puntuaren  $T$ ,  $P$  eta  $\rho$  parametroak kalkulatuko ditugu, eta, horiekin batera, baita emariaren balioa eta marruskadura kalkulatzeko adierazpenak ere:

$$T_2 = T_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Ma_1}{Ma_2}$$

$$G = v\rho = Ma_1 P_1 \left( \frac{PMk}{RT} \right)^{0.5}$$

$$2 \ln \left( \frac{Ma_2}{Ma_1} \right) - \frac{1}{k} \left( \frac{1}{Ma_1^2} - \frac{1}{Ma_2^2} \right) + \left( \frac{4fL}{D} \right) = 0$$

1. terminoa energia zinetikoaren terminoa da; 2. terminoa, konprimagarritasunaren terminoa, eta 3. terminoa, hodiaren erresistentzia.

Azken ekuazio hori beste forma erabilgarriago baten bidez adieraz daiteke:

$$2 \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right) - \frac{PM(p_1^2 - p_2^2)}{G^2 RT} + \left( \frac{4fL}{D} \right) = 0$$

Emari itora helduz gero, espresioak errazagoak dira,  $Ma_2 = 1/\sqrt{k}$  baita.

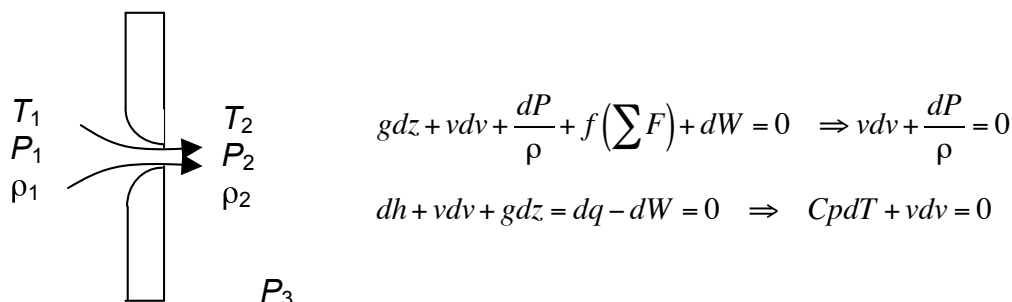
Gasaren portaera ideala ez bada edota emaria zurrunbilotsua ez bada, beste adierazpen hau erabiliko dugu:

$$\frac{2}{\alpha} \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) - \frac{PM(P_1^2 - P_2^2)}{G^2 (\bar{z} RT)} + \left( \frac{4fL}{D} \right) = 0$$

non  $\bar{z}$  gasaren batez besteko konprimagarritasun-faktorea den.

### 5.3. Zuloan edo pitan zeharreko emaria

Demagun fluido bat jariatzen dela  $P_1$  presiotik  $P_2$  presiora (5.3 irudia), marruskadurarik gabe, emaria adiabatikoa izanik. Sistemaren luzera laburra denez eta aho-itxurako diseinuak marruskadurak eraginiko galerak txikitzen dituzenez, ez ditugu kontuan hartuko. Energia mekanikoa eta energia-balantzea honela idatziko ditugu:



**5.3 irudia.** Aho-itxurako zuloan zeharreko emari konprimagarri adiabatikoa.

$P_3$  txikitzen dugun neurrian, emariaren abiadura handitzen da, eta, azkenean, gasak soinuaren abiadura lortzen du ( $Ma_2 = 1$ ).  $P_3$  gehiago txikitzen badugu, fluidoa ezin da arinago mugitu, eta  $P_2 > P_3$  (emari itoa) izango da.

Fluxu-korrontearen zeharkako sekzioaren azalera aldakorra dela kontuan hartuz eta gai guztiak Mach zenbakiaren funtzioan idatziz, integrazioaren bidez ekuazio hauek lor daitezke:

$$Y_i = 1 + \frac{k-1}{2} Ma_i^2 \quad \text{edo} \quad Ma_i^2 = \frac{2}{k-1} (Y_i - 1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{Y_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{Y_2^{k/k-1}}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{Y_2^{1/(k-1)}}$$

$$G = Ma_2 P_1 \left( \frac{PMk}{RT_1} \frac{1}{Y_2^{(k+1)/(k-1)}} \right)^{0.5}$$

$$v_2 = Ma_2 \left( \frac{kRT_1}{PMY_1} \right)^{0.5}$$

$P_3$  murriztuz gero, irteerako gasek abiadura sonikoa dute puntu jakin batean, hau da,  $Ma_2 = 1$  da.  $P_3$  gehiago murriztu arren, fluxua ez da azkartuko.

$$\frac{T^*}{T_1} = \frac{2}{1+k}$$

$$\frac{p^*}{p_1} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_1} = \left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Fluxu-abiadura maximoa hau izango da estugunean:

$$G_{pita}^* = p_1 \left[ \frac{PM \cdot k}{R \cdot T_1} \left(\frac{2}{1+k}\right)^{\frac{(k+1)}{(k-1)}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

edo

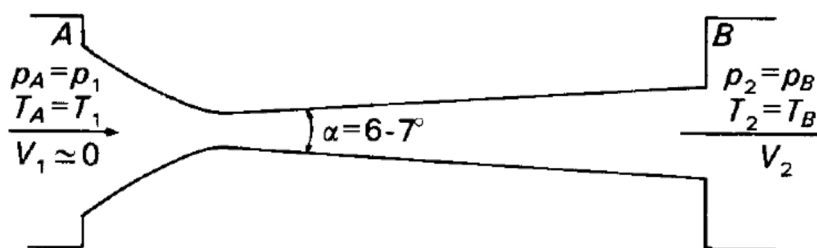
$$u_1^* = c_1^* \cdot Ma_1^* = \left[ \frac{2 \cdot k \cdot R \cdot T_1}{PM \cdot (k+1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

#### 5.4. Tobera konbergente eta dibergenteak

Tobera bat fluido baten presio erako energia energia zinetiko bihurtzen duen gailua da. Fluidoak bere ibilbidean jasaten duen abiaduraren gehikuntza presioa eta tenperatura pixka bat txikituz gauzatzen da, energia kontserbatzean.

Tobera konbergente eta dibergenteak abiadura handiko gas zorrotaden ekoizpenerako erabiltzen dira, turbinetan potentzia ekoizteko eta fluidoan ponpaketarako.

5.4 irudian, eskema bat azaltzen da: gas-depositu handi batetik (A) hodi konbergente (hur-bilkor) labur bat azaltzen da, eta hodi dibergente (urrunkorra) batera lotzen da hodi zilindriko horizontal labur baten bidez edo estugune baten bidez; hodi dibergentea depositu batera (B) konektaturik dago. Gune konbergentea edozein angelurekin estutu daiteke, eta oso laburra izan daiteke, edo ez du derrigorrean egon behar, han ez baita muga-geruzarik banatzen. Gune dibergentearen angelua, berriz, txikia izaten da, 6°-tik 7°-ra bitartekoa, eta haren luzera nahikoa da muga-geruzaren banaketa ekiditeko.



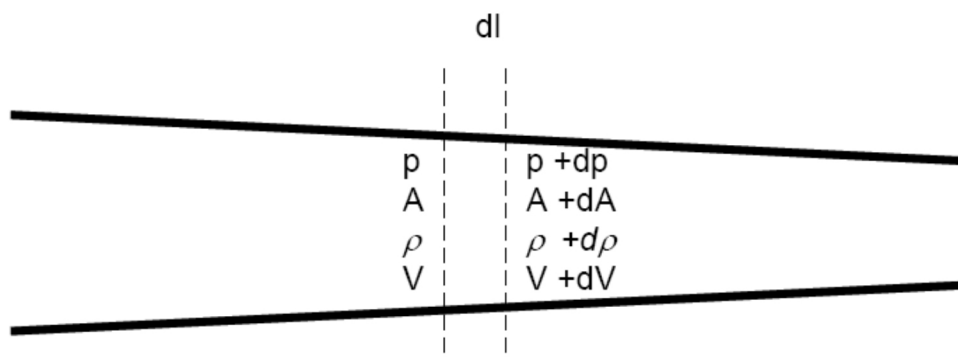
5.4 irudia. Tobera konbergente-dibergentea.

Toberaren zati konbergentean, fluxua beti azpisonikoa izango da, eta soinuaren abiadura lor dezake estugunean. Zati dibergentean, fluxua azpisonikoa edo supersonikoa izan daiteke. Lehenengo kasuan, hau da, fluxu azpisonikoan, energia zinetikoaren birbihurketa gertatzen da zati dibergentean, presioko energian (benturimetroaren kasua emarien neurketarako, 5.5 irudia); bigarren kasuan, hau da, fluxu supersonikoan, abiadura handiko gas zorrotada (5.6 irudia) lortzen da.

Froga:

Kasu honetan, hodiak sekzio aldakorra du; beraz, ezin da energia mekanikoaren adierazpen diferentziala aplikatu,  $G$  ez baita konstantea, ezta  $D$  ere, eta, beraz, Fanningen ekuaziorik ezin daiteke aplikatu.

Demagun gas batek sekzio aldakorreko hodi zirkular batetik zirkulatzen duela (konbergentea edo dibergentea), egoera egonkorrean, eta  $dl$  lodierako elementu infinitesimal bat hartzen dela (5.7 irudia).



5.7 irudia. Kondukzio konbergente baten propietatearen aldaketa.

Era berean, energia mekanikoaren galerarik ez dagoela jo da, eta fluidoak isoentropikoki zirkulatzen duela (adiabatikoki, era itzulgarrian). Gasa  $A$  sekzioko elementura sartzen da  $V$  abiadurarekin,  $\rho$  dentsitatearekin eta  $p$  presioarekin, eta, elementu diferentziala zeharkatu ondoren,  $(A + dA)$  sekzioiduna,  $V + dV$  abiadurarekin,  $p + dp$  presioarekin eta  $\rho + d\rho$  dentsitatearekin irteten da.

Jarraitutasun-ekuazioa aplikatzean:

$$\rho VA = (\rho + d\rho)(V + dV)(A + dA) \quad \therefore \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1)$$

Elementu diferentzial horri energia mekanikoaren balantze bat aplikatzen bazaio, fluxu adiabatikoki itzulgarrian (fluxu zurrumbilotsuarekin, galera nuluak) eta energia totalaren balantze bat:

$$VdV + vdp = VdV + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \text{energia mekanikoaren balantzea} \quad (2)$$

$$VdV + dh = 0 \quad \text{energia totalaren balantzea}$$

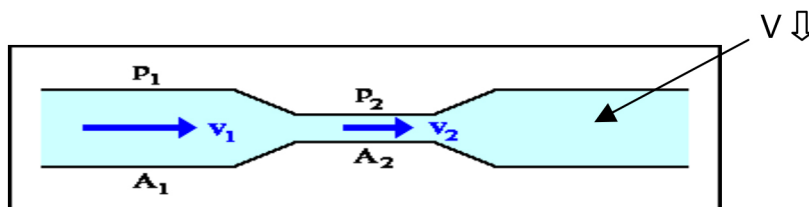
Soinuaren abiaduraren adierazpena gogoratu ( $c^2 = dp/d\rho$ ) eta Mach zenbakiaren definizioa  $M = V/c$  (1) eta (2) ekuazioetan konbinatuz, zera lortzen da:

$$VdV + c^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad \therefore \quad -\frac{V}{c^2}dV + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0$$

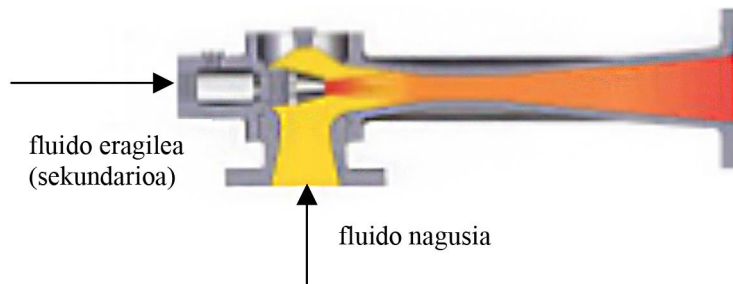
$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} \quad (3)$$

Hodi konbergente edo dibergente batean dagoen fluxu mota gidatzen duen ekuazioa da.

Horrela, hodi konbergentea bada ( $dA < 0$ ) eta abiadura handitzen bada ( $dV > 0$ ), fluxua nahitaez azpisonikoa izango da ( $M < 1$ ). Alderantziz, hodi dibergente batean ( $dA > 0$ ), fluxua azpisonikoa izango da abiadura txikitzen bada; aldiz, hodia dibergentea bada ( $dA > 0$ ) eta abiadura handitzen bada, fluxua nahitaez supersonikoa izango da. Gertaera hori bereziki interesgarria da, gertaerak baitaiteke hodi dibergenteetan fluxu supersonikoa egotea, betiere abiadura handitzen bada. Azkeneko hori ezinezkoa da fluxu azpisonikoan, abiadura txikitu egin behar baita sekzioa handitzen den heinean.



5.5 irudia. Benturimettoa.



5.6 irudia. Zorrotada-ponpa edo eiektorea.

## 6.

# Fluidoaren fluxurako ekipoa

### 6.1. Hodiak eta osagarriak

Hodiak eta osagarriak aukeratzeko irizpideak ondo ezagutzea garrantzi handikoa dugu. Hori azpimarratzeko, datu bat emango dugu: zenbait instalazio eta planta kimikotan, hodie eta osagarriei dagokien inbertsioa planta osoaren herena izatera hel daiteke. Horretaz gain, energia-kontsumoa guztiz erlazionaturik dago hodiak eta osagarriak egoki aukeratzearekin.

Orain arte, fluidoaren emariaren diseinua eta zenbait parametro (presioa, abiadura, eta abar) nola kontrolatu azaldu da. Kapitulu honetan, ponpak, balbulak eta emari-neurgailuak deskribatuko dira, eta emaria bideratzeko erabiltzen diren osagarrien diseinua eta aukeratzeko irizpideak azalduko dira. Aukeratzeko horretan, irizpide tekniko zein ekonomikoak hartu beharko dira kontuan.

#### 6.1.1. Hodiak

Instalazio kimiko guztietan, beharrezkoa izan ohi da gasak edota likidoak leku batetik bestera eramatea. Horretarako, hodiak erabiltzen dira, zeinak askotariko material eta itxuraz egin daitezkeen. Fluidoaren eta haren baldintzen arabera irizpideak erabilgarrienak izango dira.

Lehenengo gaitan azalduenez, fluido-emariaren presioa oso aldakorra da. Ponpa zentrifugoen xurgapenean, adibidez, likidoaren presioa  $100 \text{ kN/m}^2$ -koa izan daiteke, eta, alderantziz, txandakako ponparen irteerako presioa  $10^4 \text{ kN/m}^2$ -koa izatera hel daiteke. Gasen kasuan, tartea zabalagoa da, presioa hutsetik  $10^6 \text{ kN/m}^2$  izatera hel baitaiteke. Hala ere, fluidoaren zirkulazioan eta erabileran gehien erabiltzen diren presioak  $10^4 \text{ kN/m}^2$  baino txikiagoak izango dira, eta, presioa altuagoa izanez gero, aplikazio berezia eta ondorioz diseinu eta irizpide bereziak hartu beharko ditugu kontuan.

Fluidoak hoditerien baretatik zirkularazteko abiadurak ere oso aldakorrak dira, balio horiek emariaren, hoditeriaren diametroaren eta fluidoaren izaeraren (biskositatea, dentsitatea, solidoen edukia suspentsioan, etab.) funtzioa baitira. 6.1 eta 6.2 tauletan, zenbait likido eta gasen abiadura erakusten da.

Hodiak ez dira edozein dimentsiotan ekoizten, baizik eta nazioarteko arauen arabera (DIN, ISO, ASA). Beraz, diametroak finkaturik egongo dira, eta luzera 1 eta 12 m bitartekoa izan ohi da. 6.3 taulan, Rastelli Raccordi Italiako enpresak argitaratutako katalogoaren dokumentu bat erakusten da.

**6.1 taula.** Zenbait likidoren abiadura altzairuzko hoditerietan (m/s).

Likido mota	$D \leq 2''$	$3'' < D < 10''$	$10'' < D < 20''$
<i>Ura</i>			
Ponparen xurgapena	0,3-0,6	0,6-1,2	1-2
Ponparen irteera	0,5-1	1-1,5	1,2-2
Galdararen sarrera	1,2-3	1,5-3,5	2,5-4,2
Hustubidea	1-1,2	1-1,5	—
<i>Hidrokarburoak</i>			
Ponparen xurgapena	0,5-0,7	0,6-1,2	1-2
Hustubidea	1-1,2	1-1,5	—
<i>Olio likatsuak</i>			
Ponparen xurgapena	—	0,5-1	0,75-1,5
Ponparen irteera	—	1-1,5	1,2-1,8
Hustubidea	0,3	0,5-1	—

**6.2 taula.** Zenbait gas eta lurrunen abiadurak hoditerietan (m/s).

Diametroa (in.)	Lurrun saturatua	Lurrun berotua edo gasa	
	(presio baxua)	(bitarteko presioa)	(presio altua)
$\leq 2$	13-30	12-24	9-18
3-4	15-33	13-27	10-20
6	18-36	15-36	13-27
8-10	10-38	24-48	10-38
12-14	21-39	30-57	24-43
16-18	23-40	33-63	27-48
20	24-42	26-66	30-50

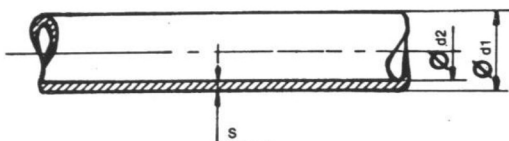
### 6.1.2. Loturak

Hodi luzeagoak lortzeko eta ekipoak elkarren artean konektatzeko, hodia lotzeko osagaiak edo bideak erabili beharko ditugu. Gehien erabiltzen diren bideak hauek dira: arra-emea motako lotura hariztatua, akoplamendu-brida eta soldadura (6.1 irudia). Lotura hariztatua edozein materialez eginiko hodiak lotzeko gehien erabiltzen den lotura mota dugu, batez ere diametro txikiko hodiak lotzeko.

Soldadura batez ere presio edo tenperatura altuan lan egin behar duten hodiak lotzeko erabiltzen da, eta baita diametro handiko hodiak lotzeko ere.

Presio altuan lan egiteko eta askotan lotu eta banatu behar diren hodiak lotzeko askotan erabiltzen den bidea brida dugu. Bridak hodiarekin edo osagarriarekin lotzeko, lotura hariztatua edo soldadura erabil daiteke. Gero, bridak torloju eta azkoinaz lotzen dira, bitarteko gunean ixteko lotura bereziak kokatuta. Loturak bridak baino bigunagoak dira, eta zenbait material motatakoak izan daitezke.

6.3 taula. Rastelli Raccordi enpresaren hodiari buruzko katalogoa.



- Tubi per impianti oleodinamici
- Rohre für öldynamische Anlagen
- Tubes for oleodynamic plants
- Tubes pour installations oleodynamiques

Secondo norme DIN 2391 ricotti in atmosfera controllata e decapati. Tutti i nostri tubi sono sottoposti ad esame di magnetoscopia che evita in opera il successivo riscontro di qualsiasi avaria o difetto occulto.

Our tubes have been annealed under controlled atmosphere and pickled according to DIN 2391 specifications. All our tubes are submitted to a magnetoscopic test so that no subsequent survey of whatsoever hidden fault or average is necessary.

Sind gem. DIN 2391 gebeizt und mit Schutzgasumwälzung gegläht. Dank magnetoskopischer Prüfung unserer sämtlichen Rohre wird das Erscheinen unsichtbarer Fehler oder Störungen nach der Inbetriebnahme vermieden.

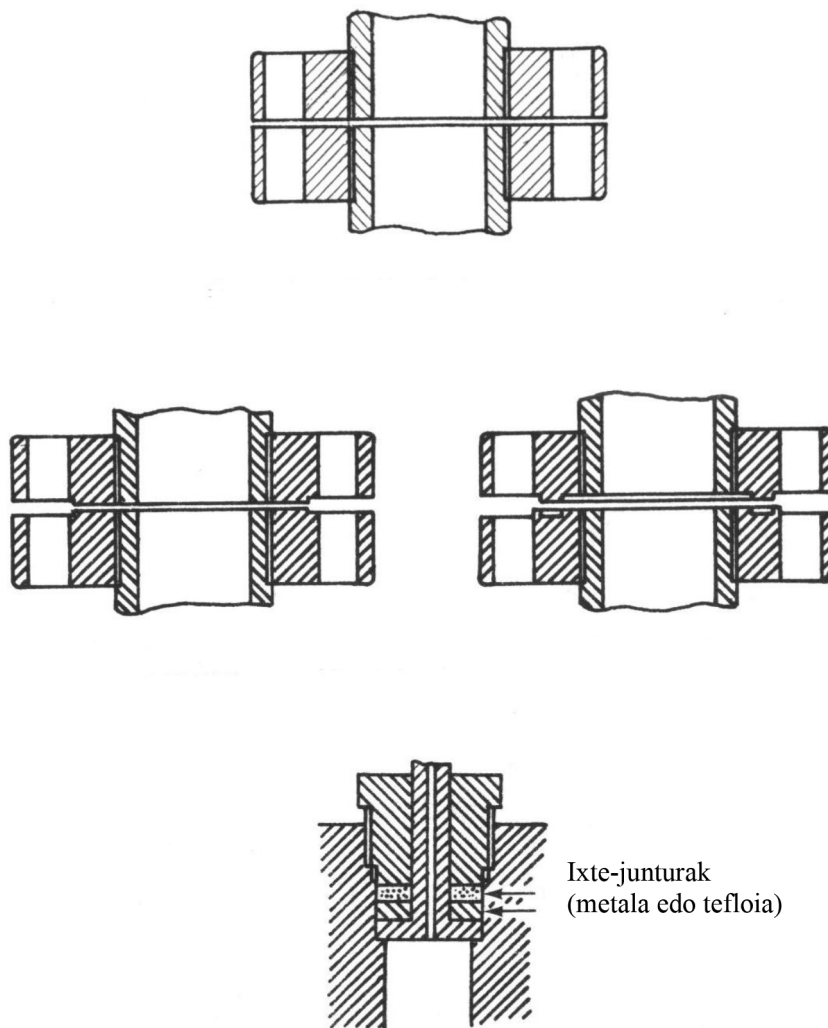
Nos tubes sont recuits sous atmosphère contrôlée et décapés conformément aux normes DIN 2391. Tous nos tubes sont soumis à un examen de magnétoscopie, ce qui évite le relèvement successif de n'importe quelle avarie ou défaut caché.

Serie Reihe Series Série	Sigla nominale ⊗ Verschraubungen Symbol Symbol nominal	Pressione di utilizzo Rechnerisch zulässiger Druck Rated pressure Pression d'emploi BAR	S	⊗ d <sub>1</sub> ⊗ d <sub>2</sub>	Peso Gewicht Weight Poids Kg. x 100 Mt.
LL	4LL	600	1	4 x 2	7,4
	5LL	431	1	5 x 3	10,0
	6LL	388	1	6 x 4	12,0
	8LL	332	1	8 x 6	17,0
	10LL	281	1	10 x 8	22,0
	12LL	352	1,5	12 x 9	39,0
L	6L	388	1	6 x 4	12,0
	8L	332	1	8 x 6	17,0
	10L	281	1	10 x 8	22,0
	12L	352	1,5	12 x 9	39,0
	15L	281	1,5	15 x 12	50,0
	18L	234	1,5	18 x 15	61,0
	22L	255	2	22 x 18	99,0
	28L	200	2	28 x 24	128,0
	35L	241	3	35 x 29	237,0
42L	200	3	42 x 36	289,0	
S	6S	548	1,5	6 x 3	17,0
	8S	430	1,5	8 x 5	24,0
	10S	402	1,5	10 x 7	31,0
	12S	408	2	12 x 8	49,0
	14S	402	2	14 x 10	59,0
	16S	402	2	16 x 12	69,0
	20S	402	2,5	20 x 15	108,0
	25S	281	2,5	25 x 20	139,0
	30S	281	3	30 x 24	200,0
	38S	370	5	38 x 28	407,0

- I dati della pressione di utilizzo sono riferiti ad un fattore di sicurezza di 1,5 volte e validi per normali condizioni di esercizio con temperature di: - 40°C + +120°C (per l'acciaio St. 34.4 DIN 1630 - 60°C + +20°C (per l'acciaio INOX AISI 316 Ti DIN 17122-W. Nr. 1.4571). Per eventuali riduzioni di pressione per temperature oltre i 20°C vedere i valori ai dati tecnici.
- Die Betriebsdruckdaten enthalten einem Sicherheitsfaktor von 1,5 und gelten für normale Betriebsbedingungen bei Temperature von: - 40°C + +120°C (für Stahl 34.4 DIN 1630) - 60°C + +20°C (für rostfreien Stahl AISI 316 Ti DIN 17122-W. No. 1.4571). Eventuelle Werte für Druckminderungen bei Temperaturen über 20°C entnehmen Sie bitte den Technischen Daten.

- Rated pressure data refer to a safety factor of 1.5 times and are valid for standard operating conditions with temperatures of: - 40°C to +120°C (for ST St. 34.4 steel DIN 1630 - 60°C to +20°C (for AISI 316 Ti stainless steel DIN 17122-W. No. 1.4571). For pressure reductions relative to temperatures exceeding 20°C, refer to the technical data values.
- Les données de la pression d'utilisation se rapportent à un gacteur de sécurité de 1,5 fois et sont valables pour des conditions normales d'utilisation par des températures de: - 40°C + +120°C (pour l'acier St. 34.4 DIN 1630) - 60°C + +20°C (pour l'acier INOX AISI 316 Ti DIN 17122-W. N° 1.4571). Pour toute réduction de pression éventuelle en cas de températures supérieures à 20°C voir les valeurs des données techniques.





**6.1 irudia.** Hodiak lotzeko bideak: a) lotura hariztatua, b) soldadura, c) bridak.

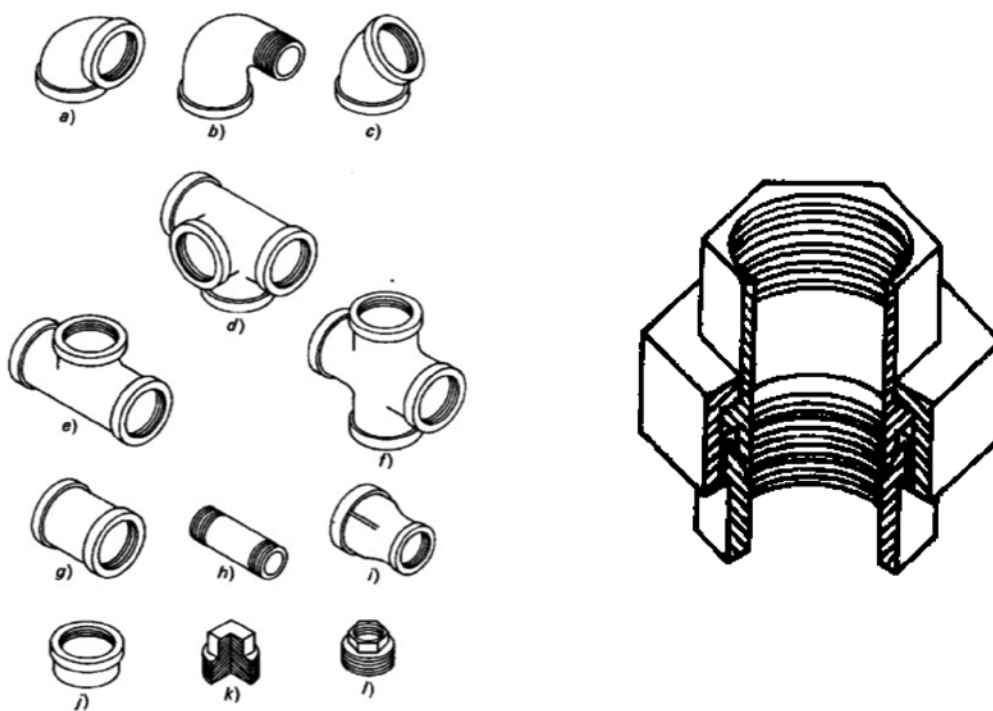
### 6.1.3. Osagarriak

Edozein instalaziotan, emariaren abiadura edo norabidea askotan aldatzen da. Bestalde, emaria zatitu edo emari bi gehitzea ere egin beharko dugu. Operazio horiek egiteko, elementu osagarriak erabiltzen dira, zeinak beste funtzio bat dutenez beste itxura eta tamaina batzuetan saltzen baitira. Haien diametroa hodiaren berdina izango da, eta, lotzeko, lotura hariztatua erabiltzen da gehien. Lotura hariztatu hori arra-arra, arra-emea edo emea-emea motakoa izan daiteke.

Gehien erabiltzen diren osagarrien artean, hauek dira garrantzi handienekoak (6.2 irudia):

— Adarkadurak edo adarrak ( $T$  eta gurutze motakoak): hiruzpalau irteera eduki ohi dituzte, plano berean edota plano ezberdinetan. Irteera horietako baten diametroa desberdina izan daiteke, estutze edo zabaltzea lortuz. Emaria zatitzeko edo bi emari gehitzeko erabiltzen dira.

- Ukondoak: hodiaren noranzkoa aldatzeko erabiltzen diren osagarriak ditugu. Angelurik erabilienak 45°-koa eta 90°-koa izan arren, beste batzuk ere erabiltzen dira. Kurbaduraren erradioa txikia, bitartekoa edo handia izan daiteke. Adarretan bezala, noranzko-aldaketaz gain emariaren sekzioa estutzea ere eragin daiteke ukondoaren bidez.
- Zorroak: hodiaren zati bi lotzeko erabiltzen diren osagarriak ditugu. Muturretako hariaren arabera, arra bikoitza, eme bikoitza edo arra-emea motakoak izango dira, eta, lehen bezala, sekzioa estutzea ere lor daiteke haien bidez.
- Tapoi itsuak: hodiaren muturra ixteko erabiltzen dira. Arra edo emea motakoak izan daitezke, hariztatuak izanez gero.
- Azkoinadun loturak: lotu nahi diren hodiak finkoak badira, ezin daiteke lotura hariztaturik erabili. Kasu horretan, hodi bakoitzaren muturrean lotura hariztatu bat kokatzen da. Gero, gehitutako bi osagarriak beste pieza batekin –azkoinarekin– lotzen dira, zeina beste bietan batera hariztatzen baita.



a) 90°ko ukondoa	g) Heme bikoitz zorroa
b) 90°ko ukondoa murrizpenarekin	h) Har bikoitz zorroa
c) 45°ko ukondoa	i) Har-heme zorroa murrizpenarekin
d) Te laua alboko irteerarekin	j) Tapoi itsu hemea
e) Te laua	k) Tapoi itsu harra
f) Gurutzeta	l) Zorroa

6.2 irudia. Elementu osagarriak.

## 6.2. Balbulak

Osagarriak izan arren, balbulak fluidoaren abiadura erregulatzeko erabiltzen direnez, gai honetan aztertuko dira. Erabileraren arabera, balbula mota asko daude, baina, orokorrean, bi talde hauetan sailkatzen dira: mozketa-balbulak eta balbula erregulatzailak. Lehenengoen ezaugarriak adierazgarriena posizio bi baino ez edukitzean datza: guztiz irekita edo itxita. Ez dira emaria erregulatzeko erabiltzen, horretarako bigarren taldekoak nahiago baitira.

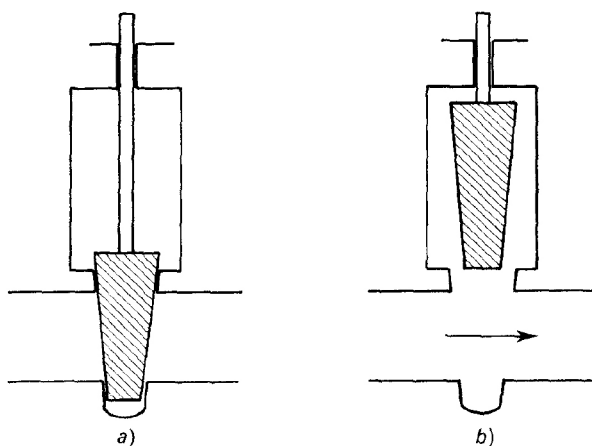
Bi talde horien barnean, balbula mota hauek aipa daitezke:

1. **Mozketa-balbulak:** uhate (konporta) erakoak (6.3 irudia), erretentzio-balbulak (6.4 irudia), bola erakoak eta tronkokonikoak (6.5 irudia), eta tximeleta erakoak (6.6 irudia).

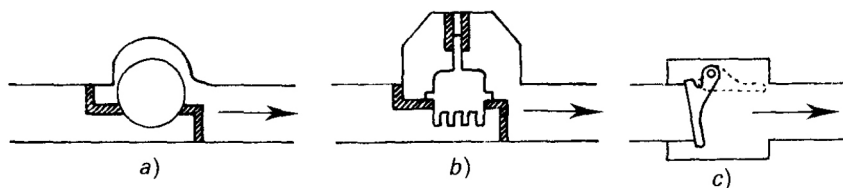
Balbula mota horietan, emaria oztopatzen eta ixten duen elementuak sekzio osoa okupatzen du. Guztiz irekita daudenean, fluidoak ia ez du oztoporik topatzen, eta, ondorioz, fluidoaren abiadura ez da aldatzen, eta ez da presio-galerarik eragiten.

2. **Balbula erregulatzailak:** jesarleku-balbulak eta orratz-balbulak (6.7 irudia), diafragma-balbulak (6.8 irudia).

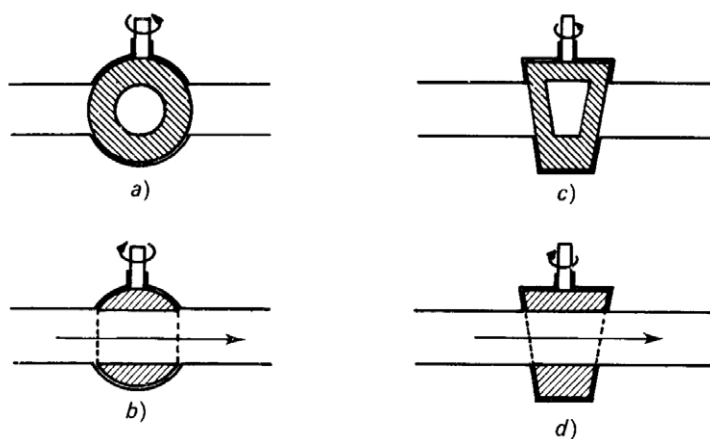
Kasu horretan, elementu eraginkorra txikiagoa da, eta orokorrean ez du hodiaren sekzio osoa oztopatzen, baizik eta hodiarena baino txikiagoa den sekzioan eragiten du. Horretaz gain, balbulak emariaren norabidea aldatu behar du, eta, horregatik, presio-galera nabarmena eragiten du, eta fluidoaren abiadura arinagoa izan ohi da halako balbuletan zehar mozketa-balbuletan zehar baino.



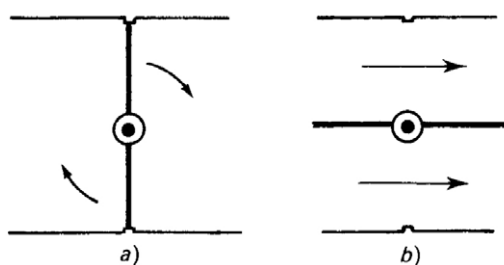
6.3 irudia. Uhate erako balbulak: a) itxita, b) irekita.



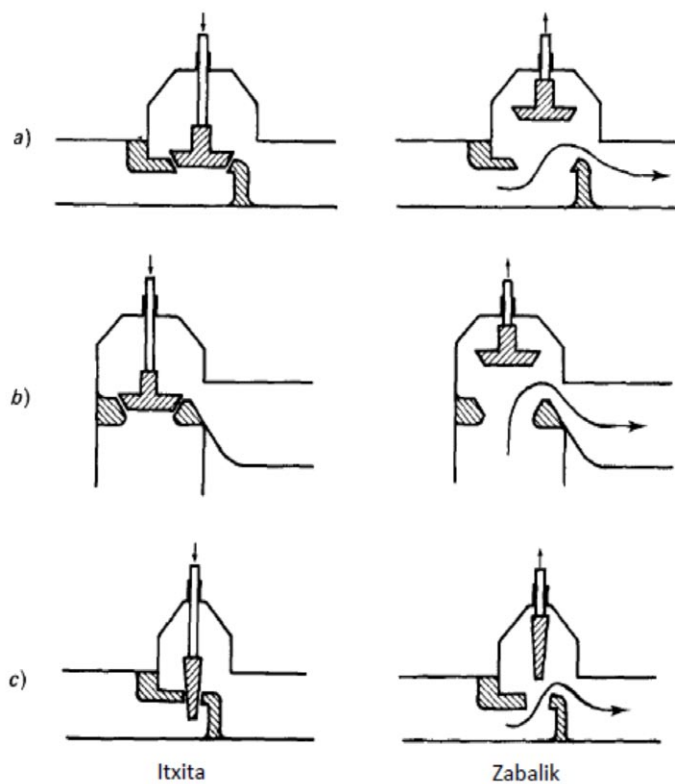
6.4 irudia. Erretentzio-balbula motak: a) bola motakoa, b) gorapen motakoa, c) bisagra motakoa.



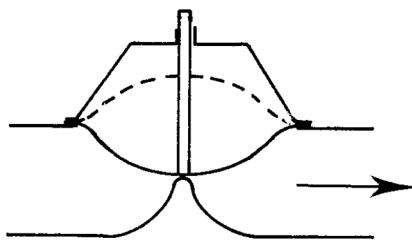
**6.5 irudia.** Bola erako balbulak: a) itxita, b) irekita. Balbula tronkokoak: c) itxita, d) irekita.



**6.6 irudia.** Tximeleta erako balbulak: a) itxita, b) irekita.



**6.7 irudia.** Balbula erregulatzaileak: a) jesarleku arrunta, b) jesarleku angeluarra, c) orratza.

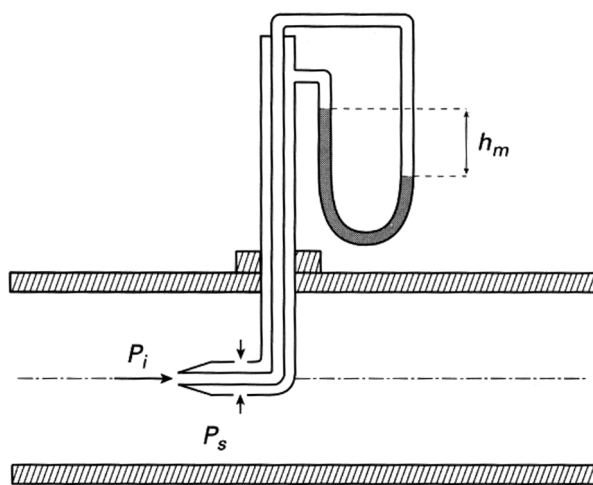


6.8 irudia. Diafragma-balbulak.

### 6.3. Lekuko abiadura edo abiadura puntuala

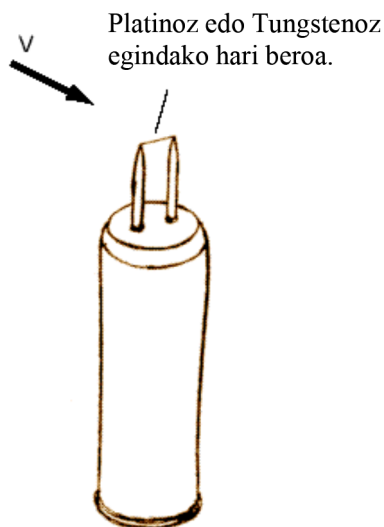
Nahiz eta lekuko abiadura neurtzeko historian zehar garatutako tresnak oso ugariak izan, hemen, bi motatako neurgailuak aztertuko ditugu: Pitoten tutua eta filamentu beroko anemometroa.

- 1) Pitoten tutua: presio zinetikoa neurtzeko oso tresna sinplea da. Dagokion eskema 6.9 irudian erakusten da. Presio-neurri bi egiten dira. Bata, abiadura neurtu nahi dugun puntuan, zeina emariarekiko perpendikularrean kokatzen baita, eta bestea, sekzio berberean, baina paraleloki kokatuta. Lehenengoak talka-presioa adierazten du, eta bigarrenak, presio estatikoa. Bi puntuen arteko presio-galera,  $dP$ , manometro diferentzialaren bidez neurtzen da, eta, balio horrekin, abiadura kalkula daiteke.



6.9 irudia. Pitoten tutua.

- 2) Filamentu beroko anemometroa (6.10 irudia): elektrikoki berotutako platinozko haria abiadura neurtu nahi dugun puntuan kokatzen da. Fluidoak kendutako beroa haren abiaduraren funtzioa izango da. Neurtutako parametroa tenperatura mantentzeko aplikatu behar den intentsitatea edo intentsitatea konstante izanik hariaren erresistentziaren aldaketa izan ohi da. Gas-emarien abiadura neurtzeko aproposagoak izan arren, gaur egun zenbait hornitzailek likidoen emaria neurtzeko aparatuak ere eskaintzen dituzte.

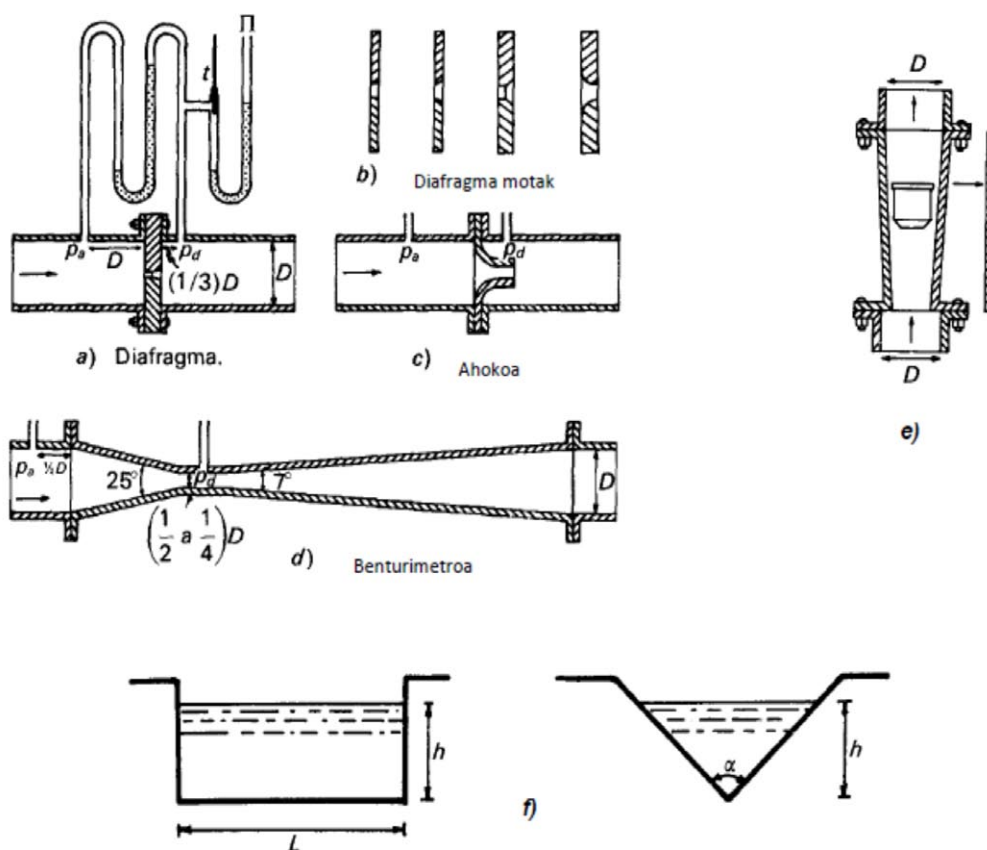


**6.10 irudia.** Anemometroa.

#### 6.4. Batez besteko abiadura

Batez besteko abiadura neurtzeko neurgailuak hiru talde hauetan sailkatu daitezke:

- 1) Diafragma, ahokoa eta benturimetroa (6.11 irudia): sekzio konstanteko estuguneak eragiten duen presio-galeraren neurrian oinarritzen dira. Neurgailu guztiek korrontearen sekzioa estutzen dute, eta, ondorioz, fluido-emariaren abiadura handitzen da. Energia zinetikoa handitzeak presio estatikoaren galera eragiten du, zeina neurtzen oso erraza baita. Hiru neurgailuen desberdintasuna fluido-emarirako sekzioa estutzeko moduan dago.
- 2) Errotametroak (6.11 irudia): flotagailu batek eragiten duen presio-galera konstantea da, baina, fluido-emaria handitzen doan neurrian, emarirako sekzioa aldatzen da. Neurgailu horren karkasa beirazkoa izan ohi da, eta beti bertikalki ipini behar da. Fluidoak neurgailua zeharkatzen duenean, flotagailua bultzatzen eta igotzen du, lortuko duen altuera fluidoaren abiaduraren funtzioa izanik. Flotagailuaren pisuak presio-galera konstantea eragiten du, eta, sekzioa tronkokoan denez (aldakorra), zenbat eta altuago egon, orduan eta zabalago izango da fluido-emarirako sekzioa.
- 3) Presak, zenbatzaile mekanikoak, neurgailu termikoak, neurgailu ultrasoinukoak, magnetikoak, etab. Presak emari likidoan sartutako oztupoak dira, eta haien sekzioa angelu zuzena, triangeluarra edota zirkularra izan daiteke. Emaria neurtzea emaria presara heldu baino lehen beraren altuera neurtzean datza. Zenbatzaile mekanikoa emariak bultzatzen duen osagai mugikorraren mugimendua neurtzean datza, eta paletadun motakoak izan ohi dira. Neurgailu termikoak lehen azaldutako anemometroaren antzekoak dira, eta ultrasoinuak eta eremu magnetikoa erabiltzen duten neurgailuak aplikazio berezietarako diseinaturiko neurgailuak dira.



6.11 irudia. a) eta b) diafragma, c) ahokoa, d) benturimetroa, e) errotametroa, f) presak.

Batez besteko abiaduraren kalkulua diafragmaren, ahokoaren eta benturimetroaren kasuan

Bernouilliren ekuazioa aplikatuz kontuan hartuz \$a\$ eta \$d\$ sekzioen artean marruskadurak eragiten duen energia mekanikoaren galera mespretxagarria dela, zera izango dugu:

$$\frac{V_d^2 - V_a^2}{2\alpha g} = \frac{1}{g} \int_{p_d}^{p_a} v dp + (z_a - z_d)$$

Fluido konprimaezinen kasuan, \$\nu = 1/\rho\$ konstantea da, eta materia-balantzearen ekuaziotik honako erlazio hau ondorioztatzen da:

$$\frac{V_a^2}{V_d^2} = \left(\frac{S_d}{S_a}\right)^2 = \left(\frac{D_d}{D_a}\right)^4 = \beta^4$$

Hodia horizontala dela kontuan hartuz, lehenengo ekuaziotik zera ondorioztatzen da:

$$\frac{V_d^2}{2\alpha g} (1 - \beta^4) = \frac{\nu}{g} (p_a - p_d) = \Delta h \quad \text{karga diferentzialaren adierazpena}$$

Aurreko ekuaziotik hau lortzen da bukaeran:

$$V_d = \sqrt{\frac{2\alpha(p_a - p_d)}{\rho(1-\beta^4)}} = \sqrt{\frac{2\alpha g \Delta h}{1-\beta^4}}$$

$\Delta h = \Delta P/\rho g$ , presio diferentzialeko karga izanik.  $\Delta h, h_m$ -ren balioak kalkulatu daitezke:

$$\Delta h = h_m \left( \frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right)$$

$\beta$  terminoa hurbilketa-faktore izenez ezagutzen da.

Diafragmen kasuan, abiadura kalkulatzeko ekuazioa ez da zehatza, elkarren kontrako bi baldintzaren ondorioz:

- Hodi manometrikoaren bigarren presio-hartze puntua ez dator bat estugunearen sekzioarekin, fisikoki horrela izatea ezinezkoa baita, eta estugunetik  $1/3D$  distantziara atzeratu behar da (gutxi gorabehera, fluido-zainaren sekzio estuena kokatzen den puntua, non korrante lerroak uzurtuak dauden).
- Diafragmaren estugunearen ondorengo gune hiletan zurrumbilo eta turbulentzia batzuk eragiten dira, marruskadurak eragindako energia-galera gehigarria eragiten dutenak, zeina ez baita kontuan hartu.

Horregatik, goiko ekuazioa zuzendu behar da, koefiziente enpiriko bat sartuz: deskarga-koefizientea  $C$ . Koefiziente hori  $Re$  zenbakiaren eta estugunearen diametroaren menpekoa da, eta  $\alpha$  faktorea biltzen du. Haren balioa 1 baino txikiagoa izaten da.

Horrela, ekuazioa itxura honetan geratzen da:

$$V_d = C \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1-\beta^4}}$$

Aipaturiko diafragmen desabantailak ahokoen kasuan arindu diren arren, guztiz eliminatuak dira bakarrik neurgailuaren diseinua era nabarmenean aldatuz: korrante-lerroak gainazalitik ez banatzea eragiten da, eta, ondorioz, ez da agertzen gune hilik, eta presio manometrikoaren hartze-puntua zain uzurtuaren posizio zehatzarekin bat dator.

Hori da benturimetroaren kasuan gertatzen dena, non sarrerako ( $25^\circ$ ) eta irteerako ( $7^\circ$ ) angeluak optimoak diren aipaturiko baldintzak betetzeko: ez dago gune hilik, eta zain uzurtua benturimetroaren estugunean aurkitzen da, non presio manometrikoaren hartze-puntua dagoen. Horrela, dagozkien deskarga-koefizienteak erregimen turbulentuan ondo diseinatuta badaude halako gailuetarako, ia unitatea dira, eta ia ez dira aldatzen  $Re$  zenbakiarekin.



### 6.5. Fluidoaren bultzatzea

Fluidoak bultzatzeko erabiltzen diren ekipoen funtzionamendua oso desberdina izan arren, guztien oinarria oso antzekoa da, fluidoaren abiadura, altuera edota presio-zama handitzeko bidea hauetariko bat izan beharko baita: (a) fluidoaren desplazamendu bolumetrikoren bidez (pistoia); (b) indar zentrifugoaren eraginez (zentrifugoak); (d) bultzatze mekanikoren bidez (haizagailuak); (e) beste fluido baten bidezko higadura kantitatearen garraioaren bidez; (f) eremu magnetikoren eraginez (ponpa magnetikoak); (g) grabitatearen eraginez.

Bultzatutako fluidoaren naturaren arabera, ekipoaren izena desberdina izango da. Horrela, likidoak bultzatzeko erabilitako ekipoari ponpa deritza, eta gasak bultzatzeko ekipoak haizagailuak, konpresoreak eta soplanteak dira. Sailkapen hau ez da oso zehatza. Adibide gisa, huts-ponpak gasak bultzatzeko erabili ohi dira, eta haizagailuen eta soplanteen arteko desberdintasuna edota soplanteen eta konpresoreen artekoa ez dago ondo mugatuta. Horregatik, hemendik aurrera irizpide honi jarraituko zaio: haizagailuak emari handiak mugitzeko erabiltzen diren ekipoak dira, irteerako presioa sarrerakoaren antzekoa izanik (ur zentimetroak handiagoa). Orokorrean, atmosferan edota hodi zabalean deskargatzen dute. Soplanteak gasaren presioa  $200 \text{ kN/m}^2$ -raino handitzeko ahalmena duten makina birakariak dira, eta konpresoreak, berriz, gasaren presioa gehiago handitzeko erabiltzen diren makinak. Beraz, ponpek eta haizagailuek ez dute dentsitate-aldaketarik eragiten, eta, ondorioz, haien emaria konprimazina da.

### 6.6. Likidoaren bultzatzea: ponpak

Ponpa gehienak (a) eta (b) motakoak izan ohi dira.

(a) motakoa izanez gero, ponpa bolumetrikoa edota desplazamendu positibokoa deritza. Fluidoak ponpan sartzen denean, ponparen gune zehatz batean kokatzen da, eta hor energia ematen zaio. Ondorioz, fluidoak irteerarentz bultzatuta mugitzen da. Ponpa mota horretan, likidoa ez da jariatzen ponparen gorputzean zehar. Ponpa mota horri ezin dakioke irteera oztopatu, eta, ondorioz, emaria txikitu edo eliminatzeko ponpaturiko fluidoaren proportzio bat birzirkulatu beharko da.

(b) motako ponpari ponpa zentrifugoa edo zentrifuga deritza, eta fluidoak ponparen gorputzean zehar jariatzen da, energia arin biraketa dabilen diskoak egiten duen indar zentrifugoaren bidez ematen baita.

#### 6.6.1. Ponpa bolumetrikokoak

Halako ponpa motetan, biraketa bakoitzean likidoaren emaria konstantea da, eta, motorrak abiadura konstantean lan egitean, irteerako emaria ponparen tamainaren, diseinuaren eta xurgatze-baldintzen menpekota izango da soilik. Fluidoak bultzatzen duen mekanismoaren arabera, honela sailkatu daitezke: txandakakoak eta birakorrak.

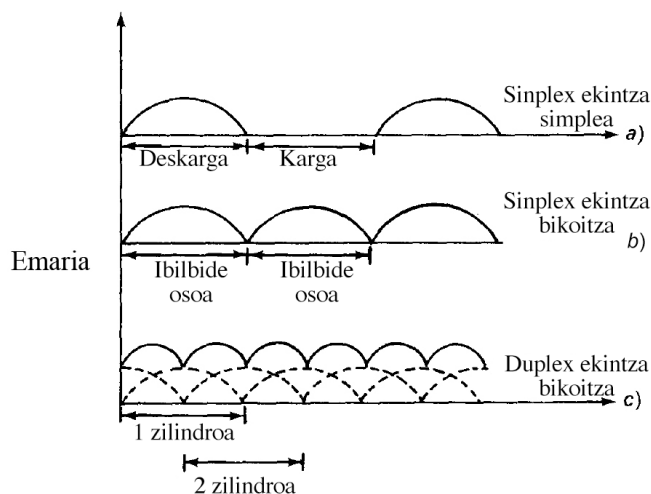
##### i) Txandakako ponpak

Txandakako ponpak fluidoak bultzatzen duen elementuaren arabera sailkatzen dira. Irizpide horren arabera, enbolo-, pistoi- eta diafragma-ponpak bereizten dira.

Ponpa pistoidunen eta enbolodunen egitura honelakoa da (6.12a irudia): Gorputza zilindro bat da, eta haren barruan elementu bultzatzailea mugitzen da (enboloa edo pistoia). Zilindroaren aurpegi baten sarrerako eta irteerako erretentzio-balbulak kokatzen dira. Elementu bultzatzaileak likidoa xurgatzen du atzerantz mugitzen denean, eta utzitako gunean sartzen da. Une horretan, sarrerako balbula ireki, eta irteerako itxita geratzen da. Bultzatzailea hasierako posizioa itzultzen denean, sarrerako balbula itxi eta irteerako irekitzen da, eta, ondorioz, likidoa bultzatuta irteten da. Egitura bereziagatik, ponpak karga-/deskarga-ziklotan lan egin behar du, eta, denbora laburrean aztertuta, emaria aldakorra izango da (6.13a irudia).



6.12 irudia. Txandakako ponpak: a) pistoi erakoa, b) bikoitza, d) diafragma.



6.13 irudia. Txandakako ponparen funtzionamendua.

Aldakortasun hori saihesteko, komenigarria da ponparen irteeran airez betetako andela (birik) kokatzea. Aire konprimatu eta hedatzen denean, emariaren aldakortasuna murrizten da. Oso interesgarria den beste irtenbidea enboloaren bi aurpegiez bultzatzean datza (6.13b irudia). Horrela, alde batetik xurgatzen duen bitartean, beste aurpegiak bultzatzen du. 6.13b irudian irteerako emaria nola hobetzen den erakusten da. Beste irtenbide konplexuago bat zikloak irauten duen denboraren erdian desfasaturiko zilindro bi erabiltzean datza (6.13c irudia).

Nahiz eta denbora laburrean emaria aldakorra izan, denbora luzeetan aztertuta emariak konstante dirau. Irteeran lortzen diren presioak oso altuak izan ohi dira:  $5 \cdot 10^3$  kN/m<sup>2</sup>-ko diametroko pistoi-ponpetan eta  $1,4 \cdot 10^5$  kN/m<sup>2</sup>-ko enbolo-ponpekin (bien arteko desberdintasun handiena tamaina da, enbolo erakoak txikiagoak izanik).

Ponpak oso interesgarriak dira likido likatsuak bultzatzeko, baina oso desegokiak solido urratzaileak dituzten likidoak bultzatzeko, zilindroaren barneko hormen eta elementu bultzatzailearen arteko doiketak oso ona izan behar baitu.

Desabantailarik garrantzitsuenak hauek dira: prezioa eta mantentze garestia.

Ponpa diafragmadunak oso antzekoak dira (6.12d irudia). Elementu bultzatzailea metalezko, kautxuzko edo plastikozko mintza da, zeina mekanikoki edo pneumatikoki eragiten baita. Likidoak elementu bultzatzailea eragiten duen ardatza ukitzen ez duenez, ez du juntura berezirik behar. Likido kutsatzaileak eta esterilizatuak ponpatzeko oso interesgarriak dira. Desabantailarik garrantzitsuena: diafragmaren bizitza laburra eta, ondorioz, apurtzeko arriskua eta mantentze garestia.

## ii) *Ponpa birakorrak*

Halako ponpetan, fluidoaren mugimendua biraka dabilen pieza batek (errotorea) eraginda gertatzen da, eta ez dute erretentzio-balbularik behar. Lortzen diren batez besteko presioak  $10^4$  kN/m<sup>2</sup> ingurukoak dira. Solido ez-urratzaileak dituzten likidoak bultzatzeko aproposak izan arren, egokiagoak dira likido likatsuak (olioak, etab.) ponpatzeko.

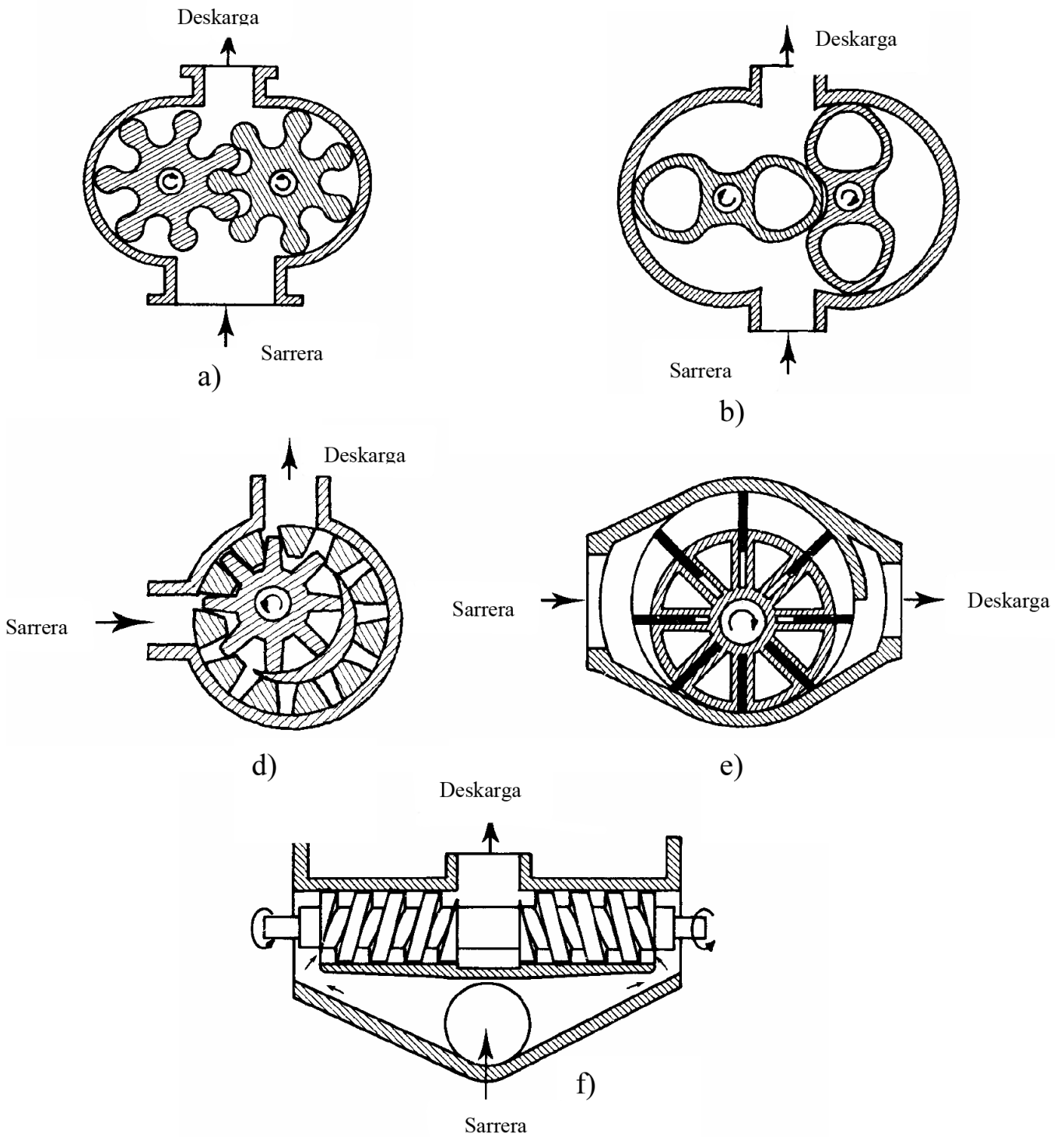
Badaude mota askotakoak, eta, haien artean, hauek dira adierazgarrienak: gurpil hortzdun erakoak (6.14a irudia), lobulu erakoak (6.14b irudia), gurpil eszentriko erakoak (6.14d irudia), paletadunak (6.14e irudia), torloju erakoak (6.14f irudia) eta peristaltikoak.

Ponpa peristaltikoan, astiro biraka dabilen pieza batek bultzatu nahi dugun likidoz betetako silikonazko tutua estutu eta bultzatzen du.

## 6.6.2. *Ponpa zentrifugoak*

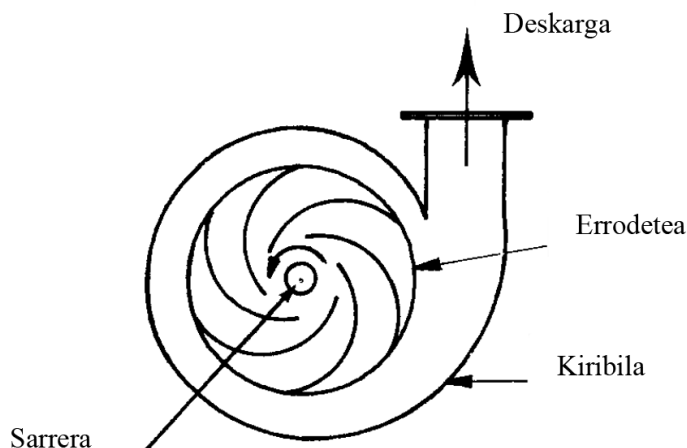
Zalantza barik, industrian gehien erabiltzen den ponpa mota dugu, bere abantailei esker. Bi osagai ditu: disko birakaria, zeina 6.15 irudian erakusten den bezala alabeduna baita; eta kanpoko karkasa metalikoa. Diskoaren abiadura 1.500-3.000 bira/min ingurukoa izan ohi da. Likidoa diskoaren ardatzetik sartzen da, eta puntu horretan diskoaren mugimenduak eraginiko presio aldaketaren bidez hutsunea sortzen da, eta likidoa xurgatzen da. Indar zentrifugoaren eraginez, likidoa erradialki bultzatua da, eta, alabeek bideratuta eta energia zinetikoa handituz, irteerantz jariatzen da.

Elementu birakorretik irteten denean, emarirako sekzioa zabaltzen da, eta, ondorioz, Bernoulliaren ekuazioaren arabera, energia zinetikoa presio-energia bihurtzen da.



**6.14 irudia.** Ponpa birakorrak:

(a) gurrpil hortzduna, (b) lobulu motakoa, (d) gurrpil eszentrikoa, (e) paletaduna, (f) torloju motakoak.



**6.15 irudia.** Ponpa zentrifugoak.

Ponpa zentrifugoak oso erabilgarriak, merkeak eta diseinatzen, operatzen eta mantentzen errazak dira, eta horregatik kasu gehienetan egokienak ditugu. Halakoezin lortzen diren emariak oso aldakorak dira. Txikienek zenbait litro minutuko eman arren, handienak 1.000 m<sup>3</sup>/min ematera heltzen dira. Horretaz gain, elementu birakorra zenbait materialez (kobrea; nikela; aleazioak; altzairua; beiraz, plastikoz eta kautxuz estalitako metalak...) egin daiteke. Behar dugun irteerako presioa ponpa zentrifugo bakar batek eman dezakeena baino handiagoa denean, komeni da urrats ugariko ponpak edo elkarren jarraian konektaturiko ponpa zentrifugoak erabiltzea, ponpa bakoi-tzak xurgatzen duen likidoa aurrekoak botatakoa baita.

Ponpa mota horren abantailarik azpimarragarrienak hauek dira:

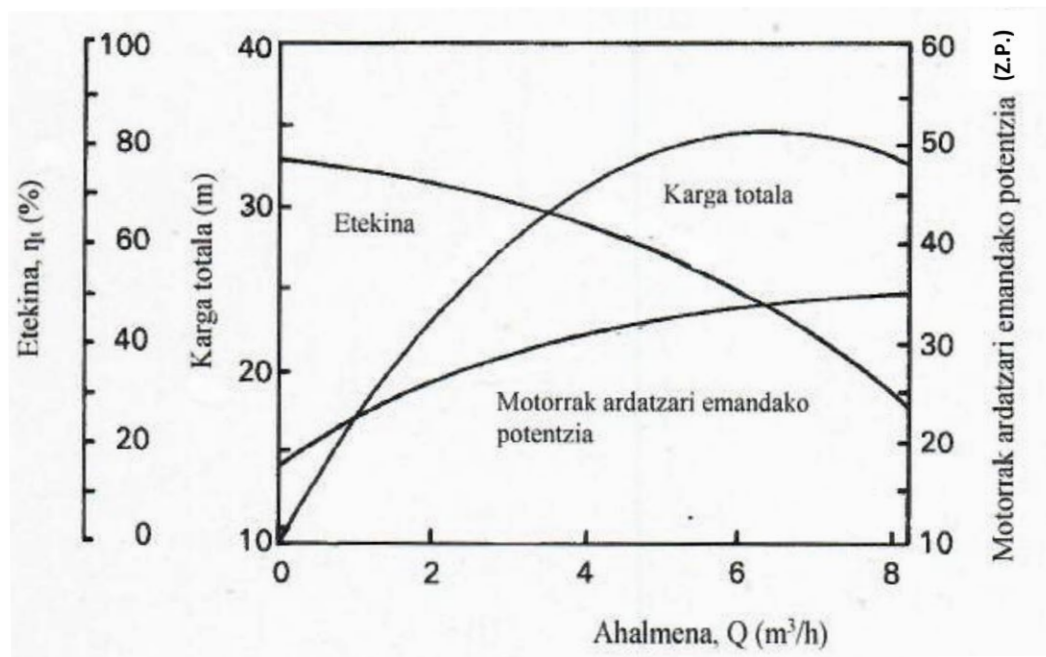
- Diseinatzen, ekoizten, mantentzen eta erabiltzen erraza eta merkea.
- Ponparen gorputzean ez dago balbularik.
- Abiadura altuan biratzen duenez, motor elektrikoarekiko lotura zuzenean egin daiteke (ez da erreduktore mekanikorik behar). Orokorrean, emari jakin baterako zenbat eta biratze-abiadura altuagoa izan, motorra zein ponpa txikiagoak behar dira.
- Oso egonkorra. Nahiz eta irteera oztopatu, ez du kalterik jasaten.
- Esekidurak ponpatzeko oso egokiak.

Era berean, desabantailarik garrantzitsuenak hauek dira:

- Ponpa bakar batekin ezin da lortu presio handirik. Horretarako, urrats ugariko ponpak erabili behar dira, eta askoz ere garestiagoak dira.
- Etekin handia lortzeko baldintzak oso mugatuak dira. Hortik at, etekinak izugarri murrizten dira.
- Xurgapen-lerroan (sarrerakoan), derrigorrean kokatu behar dira erretentzio-balbulak, ponpa itzaliz gero likidoa hasierako ontzira itzul baitaiteke.
- Ez dira egokiak likido oso likatsuak ponpatzeko. Horretarako, desplazamendu positiboko ponpak nahiago dira.

Gehienetan, ponpa zentrifugoak abiadura konstantean funtzionatzeko diseinatzen dira. Beraz ponpa zehatz batek emandako emaria (orokorrean, ponparen ahalmena deritzona) xurgapen-eta deskarga-presioen funtzioa izango da. Ponpa zentrifugoa ondo erabiltzeko, garrantzi handikoa

dugu parametro horien arteko erlazioa ezagutzea eta kontsumituriko potentziarekin eta lortutako etekinarekin erlazionatzea. Erlazio horien adierazpen grafikoei ponparen kurba adierazgarri deritze (6.16 irudia), eta hiru hauek dira:  $H-Q$  kurba (zama totalaren aldaketa vs emaria),  $N_a-Q$  (motorrak ardatzari emandako potentzia vs emaria) eta  $\eta_r-Q$  kurba (etekina, hau da, fluidoari emandako potentzia zati motorrak ardatzari emandakoa vs emaria).



6.16 irudia. Ponpa zentrifugoaren kurba adierazgarriak.

Ponpak emandako energia adierazteko, irteerako presioa irudikatu beharrean (zeina fluidoaren dentsitatearen funtzioa baita), irteeran lortutako likidoaren altuera, hau da, ponparen karga totala ( $m$ -tan) erabili da, zeina ez baita likidoaren dentsitatearen funtzioa, haren biskositatearen funtzioa baino.

Ponpa zentrifugoetan ager daitekeen gertaera bitxi bat kabitazioa dugu. Hori zer den ulertzeko, demagun ponparen elementu birakorren abiadura handitzen dugula. Horren ondorioz, beraren ardatzaren presioa (handik, likidoa sartzen da) txikitu egiten da. Presioa likidoaren lurrun-presioa baino txikiagoa egiten bada, likidoa lurrunduko da, eta, horrekin batera, bolumena izugarri handituko da. Burbuilak elementu birakorrek bultzatuta presio handiko gunera mugitzen dira, eta hor kontrako efektua gertatzen da, hau da, lurrun burbuilak kondentsatu egiten dira, eta betetzen duten bolumena txikituko da. Fenomeno horri **kabitazio** deritzo; bolumenaren hedapena eta kontrakzioa ditu ezaugarri, eta zaratarekin, bibrazioekin eta likidoaren ponparen pareten kontrako bat-bateko talkekin gertatzen da. Errodetearen alabeetan, kalte handiak eragin ditzake; ondorioz, ponpak kalte nabaria jasaten du, eta ahalik eta azkarren konpondu beharko da egoera. Horretarako, emaria txikitu edo presioa handitu beharko dugu.

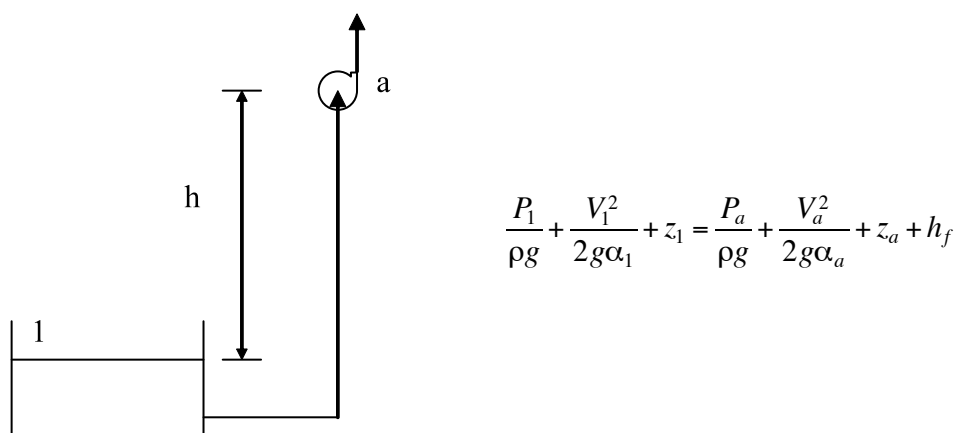
Egoera hori saihesteko, instalazioa diseinatzerakoan, xurgapen-puntuaren zamak nahikoa izan behar du beraren barnean presioa likidoaren lurrun-presioaren azpitik ez jaisteko. Beste era batean esanda, xurgapen-puntuari dagokion abiadura- eta presio-zamen baturak lurrun-presioari da-

gokion zama baino handiagoa izan behar du. Lehenengo bien eta hirugarrenaren arteko kenketari xurgapen-zama neto positibo ( $XZNP$ ) deritzo, eta, ponparen kabitazioa saihesteko, positiboa izan beharko du.  $XZNP$ a horrela kalkulatzen da:

$$XZNP = \left[ \frac{V_a^2}{2\alpha} + \frac{P_a}{\rho} - \frac{P_l}{\rho} \right] \frac{1}{g}$$

non  $V_a$  eta  $P_a$  xurgapen-puntuan likidoaren abiadura eta presioa diren, eta  $P_l$  likidoaren lurrun-presioa operazio-tenperaturan.

Demagun 6.17 irudian erakusten den bezalako instalazio bat dugula. Ontziaren gainazalaren eta xurgapen-puntuaren artean Bernouilliren teorema aplikatzen badugu:



**6.17 irudia.** Kabitazioa agertzeko baldintzak.

$V_1$  oso txikia da, eta ez dugu kontuan hartuko. Beste alde batetik,  $h = z_a - z_1$ . Orduan, ekuazioaren lehenengo gaiari  $P_l/g\rho$  gaia gehitzen eta kentzen badiogu:

$$\frac{(P_a - P_l)}{\rho g} + \frac{(P_l - P_1)}{\rho g} + h + \frac{V_a^2}{2g\alpha_a} + h_f = 0$$

Eta, orduan,  $XZNP$ a kalkulatzeko, ekuazio hau lortzen dugu:

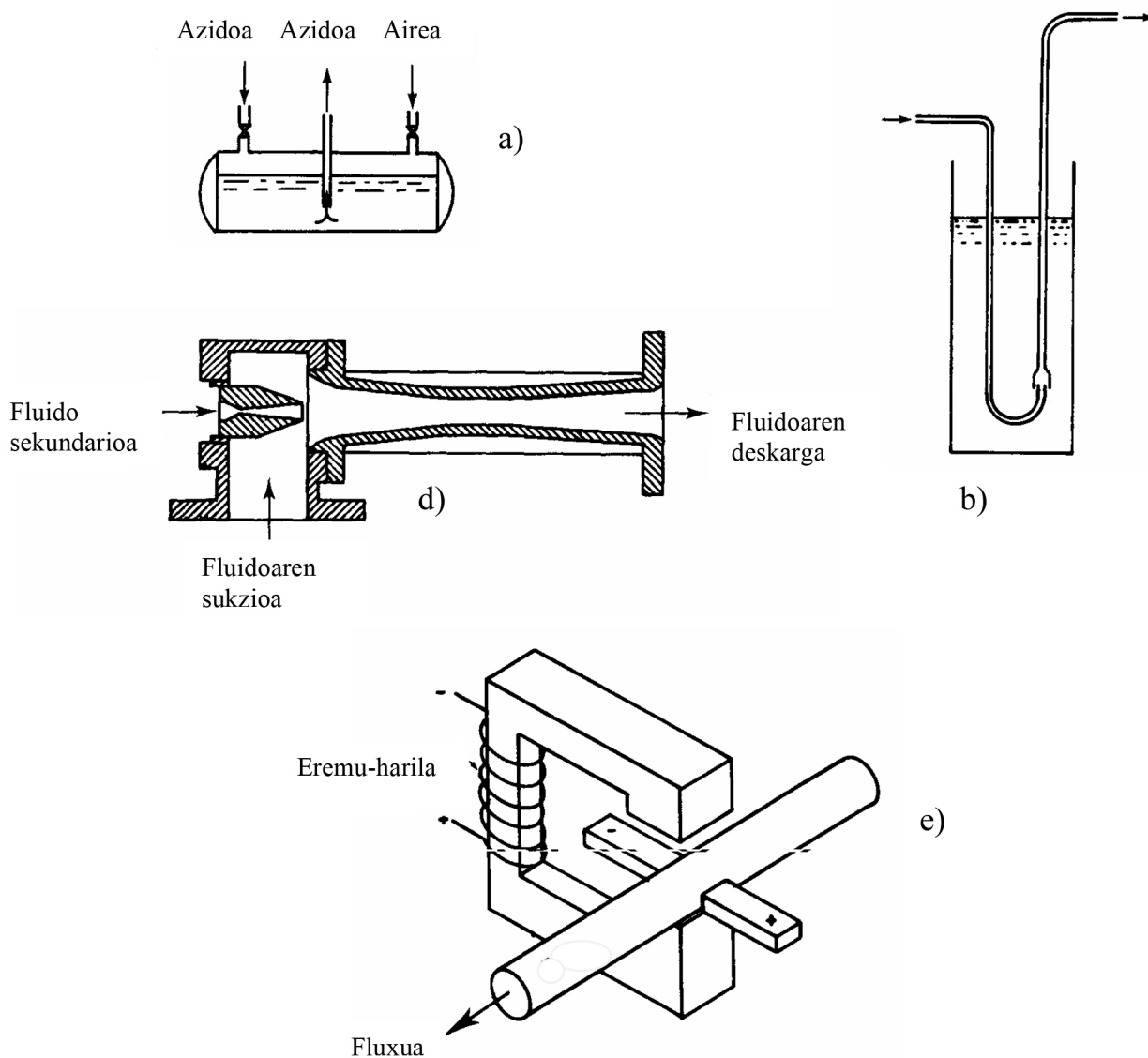
$$XZNP = \frac{V_a^2}{2g\alpha} + \frac{P_a}{\rho g} - \frac{P_l}{\rho g} = \frac{(P_l - P_l)}{\rho g} - h - h_f$$

Esandakoaren arabera, kabitazioa saihesteko,  $XZNP$ ak positiboa izan behar du. Beraz,  $XZNP = 0$  egiten badugu, 6.17 irudian erakusten den instalazioaren altuera maximoa kalkulatu dugu.

$$XZNP = 0 \Rightarrow h_{\max} = \frac{(P_l - P_l)}{\rho g} - h_f$$

6.6.3. Ponpa bereziak

Orain arte deskribatutako ponpez gain, aplikazio berezietan aplikagarriak diren beste ponpa berezi batzuk ere erabiltzen dira. Haien funtzionamendua desberdina izan arren, oso sinplea da. Haien artean, monta-azido ponpak (6.18a irudia), «Mamut» izenekoak edo airearen bidezko igotze-ponpak (6.18b irudia), benturiak (6.18d irudia) eta ponpa elektromagnetikoak (6.18e irudia) ditugu.



**6.18 irudia.** Ponpa bereziak:

(a) monta-azido ponpak, (b) Mamut izenekoak, (d) benturiak, (e) ponpa elektromagnetikoak.

Monta-azido ponpak halako substantziak ponpatzeko erabiltzen direlako deitzen dira horrela. Monta-azido ponparen funtzionamendua airea eta azidoa txandaka elikatzean datza. Airea presioan sartzen da, eta presio horrek likidoa ontzian sartutako hodian zehar igoarazten du.



Mamut izenekoak honelakoak dira:  $U$  itxurako hodi bat ontzian dagoen likidoan murgilduta dago;  $U$  horren alde batetik, airea presioan elikatzen da. Kontrako besoaren beheko partean, hodia ebakita dago, eta, haren gainean, beste hodiak zabalgunek bat izaten du. Hortik, airea eta bultzatu nahi dugun likidoa batera igotzen dira. Abantailarik garrantzitsuena osagai mugikorrik ez erabiltzean datza.

Benturi motako ponpetan, bigarren fluidoaren mugimenduak bultzatu nahi dugun fluidoaren higidura kantitatea handitzea ahalbidetzen du. Fluido sekundarioak, benturi hodi baten sartzean eta zeharkatzean, xurgapen-ganberan inguratzen duen likidoa xurgatzen du. Askotan, ponpa mota horri isurgailu deritzo. Nahiz eta etekina baxua izan, oso erabiliak dira azidoak, baseak eta solido urratzaileak esekiak dituzten fluidoak bultzatzeko. Desabantailarik handienetarikoa bat ponpatutako fluidoaren eta bultzatzailearen nahasketa da.

Bukatzeko, ponpa elektromagnetikoak deskribatuko ditugu. Fluidoaren emariarekiko perpendikularrean, elektroimana kokatzen da. Elektroindarraren eraginez, elektroimanan eremu magnetikoa sortzen du, eta, ondorioz, fluidoaren eremu magnetiko horren indar-lerroaren noranzkoan jariatzen da. Ponpa mota hori erabiltzeko, fluidoak ezaugarri magnetikoak izan behar ditu. Batez ere urtutako metalak ponpatzeko erabiltzen dira.

### *Ponpa mota aukeratzeko irizpideak*

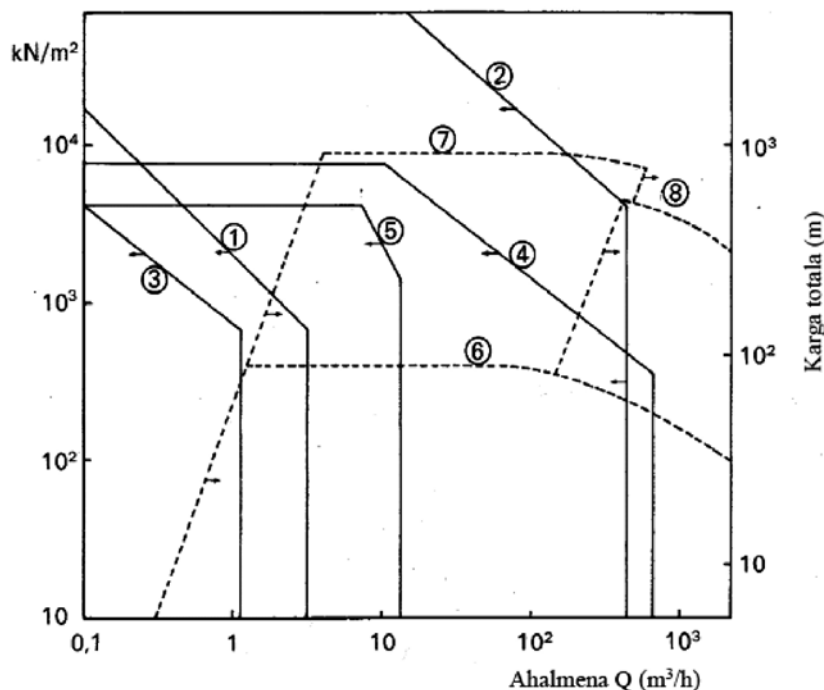
Instalazio jakin baten erabili behar den ponpa mota era egokian aukeratzeko, aurretik informazio hau jasotzea beharrezkoa da:

- Zer likido mota bultzatu behar den: dentsitatea, biskositatea, lurrun-presioa, solido-edukia, propietate korrosiboak, urratzaileak (abrasiboak) eta lubrikatzaileak, etab.
- Ponpaketa baldintzak: emaria, irteerako presioa, sarrerako presioa, tenperatura, tenperaturaren eta emariaren aldaketa posible maximoak, etab.

Solidoen presentzia likidoan, garrantzi handiko faktorea da, ponpa bat aukeratzeko orduan solidoek materialaren erosioa azeleratu edo depositatu edo aglomeratzeko joera izan baitezakete. Halakoetan, ponparen barneko gune guztiek dimentsio egokiak izan behar dituzte, zona hilik egon ez dadin, ezta parte finko eta mugikorren artean gehiegizko hurbiltasunik ere, solidoak urratzaileak diren kasuan.

Ponpa mota asko egonik eta instalazio konkretu baterako ponparen aukeraketa baldintzatzen duten faktore kopurua altua izanik, lehenengo aukeraketa batean, arrazoiz erabiltzeko posibilitaterik ez duten mota guztiak ezabatu behar dira. Badira ponpek zer emari-tartetan eta zer irteera-presio tartetan opera dezaketen adierazteko grafikoak. Informazio horrekin, posible da aukeraketa bat egitea, nahi den puntuaren inguruan kokaturiko kurbak behatuz (kurba horiek erabil daitezkeen ponpak adierazten dituzte). 6.19 irudian, grafiko konparagarri mota hauek erakusten dira zenbait ponpa motatarako.

Irudian ikusten den bezala, zenbait zonatan kurbak gainezartzen dira; beraz, ponpa mota bat baino gehiago aukeratzeko posibilitatea dago. Adibidez,  $1 \text{ m}^3/\text{h}$  baino emari handiagoetarako eta  $10^4 \text{ kN/m}^2$  baino presio baxuagoetarako, ponpa zentrifugo eta errotatorioak (birakorrak) aukeratu daitezke. Baldintza horietan, aukeraketa fluidoaren propietate berezien menpekoez izango litzateke: biskositatea (altua bada, ponpa errotatorioa, eta, baxua bada, ponpa zentrifugoa), solido urratzaileen presentzia (zentrifugoa bai, errotatorioa ez), propietate lubrikatzaileak (errotatorioa bai, zentrifugoa ez), etab.



**6.19 Irudia.** Ponpa mota ezberdinen grafiko konparagarria: 1 enbolodunak, 2 hainbat zilindroko enbolodunak, 3 diafragmadunak. Ponpa birakorrak: 4 hortzdun gurpildunak, 5 torlojudunak. Ponpa zentrifugoak: 6 xurgapen sinplekoak, 7 xurgapen sinple eta etapa anitzekoak, 8 xurgapen bikoitz eta etapa anitzekoak.

### 6.7. Gasen bultzatzea: haizagailuak, soplanteak eta konpresoreak

Gasak eta likidoak bultzatzearen arteko diferentziarik garrantzitsuenaren lehenengoak bultzatze-rakoan fluidoaren bolumena txikitzeko ahalmena dagoela da. Bolumena aldatzen badugu, dentsitate ere aldatuko da. Horren ondorioz, elementu bultzatzailearen abiadura handiagoa izan daiteke.

Beste alde batetik, gasen biskositatea likidoena baino askoz ere txikiagoa izan ohi denez, ihesak edo jarioak agertzeko arriskua gertagarriagoa da, eta, horregatik, elementu osagarrien arteko doiketa oso ona izan beharko da.

Orokorrean, gasak bultzatzeko ekipoa lortzen diren irteerako presioen arabera sailkatu ohi dira: haizagailuak, presioa 12-150 cm ur denean; soplanteak, presioa  $4 \cdot 10^2$  kN/m<sup>2</sup> baino txikiagoa denean; eta konpresoreak, presio handiagoak behar direnean.

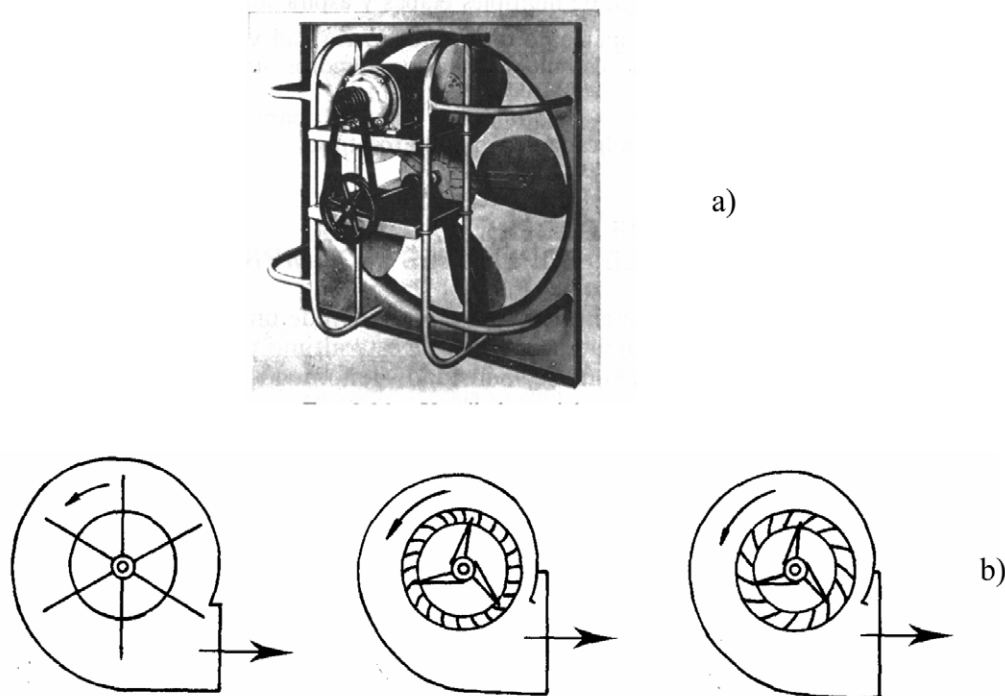
#### 6.7.1. Haizagailuak

Haizagailuak emari handiak presio txikian bultzatzeko erabiltzen dira. Baldintzak direla eta, dentsitatea ez da aldatzen. Orokorrean ez dira gasaren presioa handitzeko erabiltzen, hau da, ez dute gasa konprimatzen. Haien funtzioa gasaren mugimendua eragitean datza. Erabilerarik garrantzitsuenetarikoa batzuk hauek ditugu: ura hozteko eta airea bustitzeko dorreak, aire egokitua, kea kentzeko instalazioak, lehorketa, eta abar.

Orokorrean, emariaren norabidearen arabera sailkatzen dira, eta axialak eta zentrifugoak bereizten dira.

Haizagailu axialek hegialak edo alabeak dauzkan disko bat edo gehiago eduki ohi dituzte, eta emaria disko horren ardatzarekiko paraleloki jariatzen da (6.20a irudia). Alabeak zuzenak edo kurboak izan daitezke, eta diskoaren diametroa zenbait metrokoa izatera heltzen da.

Haizagailu zentrifugoen funtzionamendua ponpa zentrifugoenaren antzekoa da. Ezberdintasunik handiena elementu birakorraren diseinuan datza (6.20b irudia). Haien ezaugarriak ere kurba adierazgarrien bidez deskriba daitezke.



6.20 irudia. Haizagailuak: (a) axiala, (b) zentrifugoa.

### 6.7.2. Soplanteak

Dagoeneko aipatuenez, soplanteak gasak  $4 \cdot 10^2$  kN/m<sup>2</sup> presioraino bultzatzeko erabiltzen dira. Lau motatako soplanteak bereizten dira: desplazamendu positibokoak, zentrifugoak, axialak eta eraztun likidodunak.

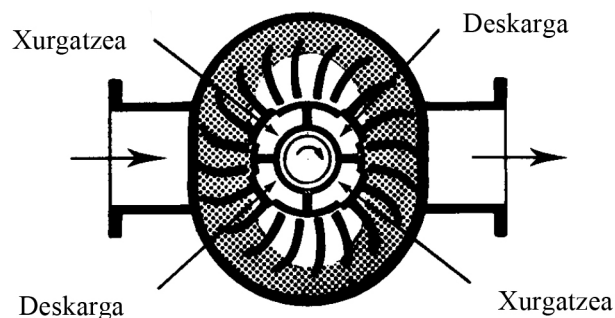
Desplazamendu positiboko soplanteak desplazamendu positiboko ponpa birakorren antzekoak dira (lobulu, torloju, paleta erakoak). Lortzen duten presio-erlazioirik handiena (irteerako presioa zati sarrerakoa) 4 izaten da, eta bultzatzen dituzten emariak 0,5 eta 200 m<sup>3</sup>/min bitartean egoten dira.

Soplante zentrifugoak urrats bakar bateko ponpa zentrifugoen antzekoak dira. Bultzatzen duten fluidoaren dentsitatea oso txikiaenez, presio-handitze nabariak lortzeko abiadura handian lan egin behar dute (1.000 eta 30.000 bira/min), eta elementu birakorraren diametroa oso zabala izaten da. Lortzen diren presio-erlazioak 3 eta 4,5 bitartekoak dira, eta emariak, berriz, 30 eta 30.000 m<sup>3</sup>/min bitartekoak. Askotan, turbosoplante esaten zaie.

Erabilerarik garrantzitsuenetariko batzuk hauek ditugu: ura hozteko, erregailuetan airea injektatzeko, labe garaietan eta lehorketan, flotazioan, aireztapen- eta irabiatze-operazioetan.

Soplante axialak urrats ugariako soplanteak dira. Ardatz bakar batean, urrats kopurua bezainbeste elementu birakor muntatzen dira. Elementu birakor biren artean, karkasara finkaturiko alabeak dituen beste elementu bat muntatzen da. Funtzionamendua ponpa zentrifugoak duenaren antzekoa da, zeinean elementu finakoak urrats baten irteera eta hurrengoaren sarrera diren. Lortzen diren emariak oso handiak dira,  $10^5$  m<sup>3</sup>/min-ko emariak lortzera helduz. Urrats bakoitzak 1,2-1,5 presio-erlazioa ematen du, eta gehienez 6 urrats munta daitezke. Motorraren abiadura 500 eta 15.000 bira/min bitartekoa da.

Bukatzeko, eraztun likidodun soplanteak (6.21 irudia) daude. Aurretik deskribatutakoekin konparatuta, guztiz desberdinak dira. Egiturari dagokionez, elementu birakorra, zeinak alabe kurboak baititu, urez erdi beteta dagoen karkasa eliptikoaren barruan biratzen dabil. Elementu birakorraren abiadura handia dela eta, ura karkasaren hormaren kontra eramana da, eta, horrela, eraztun hidraulikoa sortzen da. Eraztun horren formak alabeekin hutsune batzuk eratzen ditu, eta hor gasa harrapatzen da. Gasa angelu bat eraztunaren sarrera batetik xurgatua da, eta, errotorearen biraketan, bolumena murriztera behartua da, kokatua dagoeneko hutsunea ur-eraztunarekin partzialki bete den heinean. Egoera konprimatu horretan, gasa ganbaratik irteten da, sarreraren antzeko irekiera batetik. Ziklo hori beheko aldean errepikatzen da, irudian ikusten den moduan.



**6.21 irudia.** Eraztun likidodun soplanteak.

Soplante mota horrek ematen duen presioa ez da oso handia, eta askotan hutsa egiteko erabiltzen da, urrats bakar batean xurgapen-gunearen depresioa 680 mmHg izatera heltzen baita. Likidoak (urak) gasa konprimatzean sortutako beroa barreiatzen laguntzen du, eta etengabe berritu behar da. Desabantailarik garrantzitsuena gasa likidoan disolbagarria denean sortzen da, hornitutako emaria txikitu egiten baita, eta eraginkortasun handia galtzen da.

### 6.7.3. Konpresoreak

Aipatu denez, konpresoreak presio altuak lortzeko erabiltzen dira, eta  $10^5$  kN/m<sup>2</sup>-ko presioak lortzera heltzen dira. Halako presio altuak lortzeko, urrats ugari egin behar dira, urrats bakoitzak lortzen duen presio erlazioa 4 baino handiagoa izatea zaila baita. Ekipoen diseinuan, garrantzitsua da konpresioan sortutako beroa desagertzea, bestela lanaren etekina oso txarra izango baita. Horregatik, urrats batetik irtetean eta hurrengoan sartu baino lehen, gasaren tenperatura hasierako balioraino eramán behar da.

Gehien erabiltzen diren konpresoreak bi motatakoak dira: txandakako konpresoreak (desplazamendu positibokoak) eta zentrifugoak.

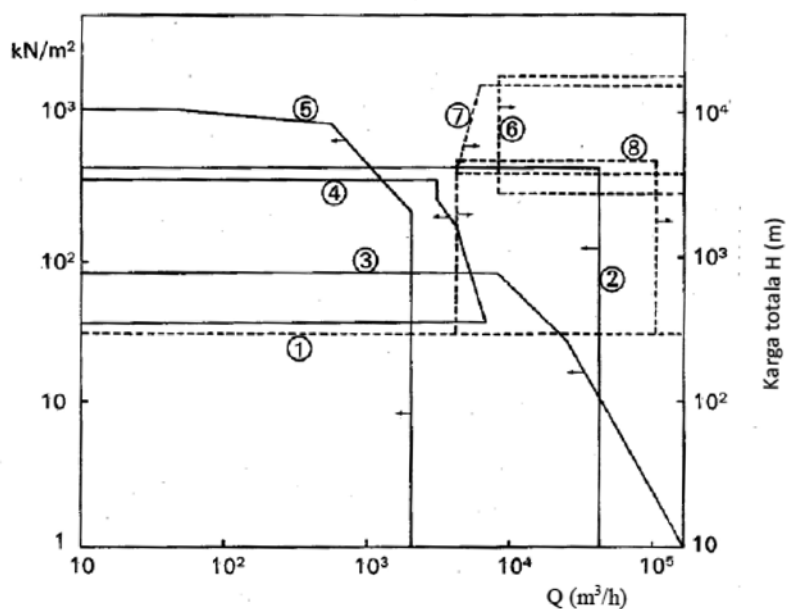
Lehenengoak industria kimikoan gehien erabiltzen direnak ditugu. Zilindro bakar bat edo gehiago elkarren jarraian konektaturik, etapa bakarrekoak edo hainbat etapatakoak, haien funtzionamendua txandakako ponparenaren antzekoa da. Urrats bakar bateko konpresoreetan beroa kentzeko, zilindroaren kanpoko hormetan hegialak diseinatzen dira. Konpresore handietan, komenigarria da elkarren jarraian kokatutako bi urratsen artean bero-trukatzaileak sartzea.

Urrats ugariako konpresore zentrifugoak urrats ugariako ponpa zentrifugoen antzekoak dira.

### Haizagailu, soplante eta konpresoreak aukeratzeko irizpideak

Gasen bultzaketarako ekipo mota egokiena aukeratzeko irizpideak, printzipioz, ponpa mota aukeratzeko erabiltakoen berdinak dira. Alde batetik, gasaren propietateak, eta, bestetik, bultzadaren baldintzak kontuan eduki behar dira. Printzipioz, kontuan eduki behar den lehenengo faktorea lortu beharreko deskarga-presioa da, edo, hobe esanda, beharrezko «presio-jauzia». Horrek determinatzen du hiru gailu mota handien (haizagailuak, soplanteak eta konpresoreak) arteko aukeraketa. Mota bakoitzaren barruan, gainera, emaria eta kasu bakoitzaren ezaugarri propioak (funtzionamendu jarraitua edo ez-jarraitua, etab.) ezagutu behar dira.

Badira 6.19 irudiaren grafiko analogoak gasak bultzatzeko gailuetarako. 6.22 irudian, adibide bat azaltzen da, ekipo mota bakoitzerako egokiak diren presio- eta emari-zonak azaltzen dituena. Grafikoen erabilera ponpei dagozkien grafikoaren antzekoa da.



**6.22 Irudia.** Haizagailu, soplante eta konpresore mota ezberdinen grafika konparagarria. Haizagailuak 1. Desplazamendu positiboko soplanteak: torlojudunak 2; lobulo zuzenekoak 3; paletadunak 4. Konpresoreak: zilindro bateko alternatiboak 5; etapa anitzeko axialak 6; etapa anitzeko zentrifugoak 7; etapa bakarreko zentrifugoak 8.

7.

## Kanpoko fluxua

Kanpoko fluxuak fluido baten barnean murgilduriko gorputzen inguruko fluxua adierazten du. Hemen ere funtsezkoak dira presio-galera eta marruskadura biskoso kontzeptuak.

Zenbait operazio fisiko kanpo fluxuan oinarrituta daude: fluido-solido banaketa-operazioak. Halako operazioek aplikazio industrial handia dute, eta prozesu kimiko askotan agertzen dira: filtrazioa edo iragazketa, sedimentazioa, zentrifugazioa, fluidizazioa, banaketa pneumatikoa, flotazioa, etab.

Operazio horietan parte hartzen duten indarrak grabitatea, indar zentrifugoa eta flotazio-indarra dira, eta baita fluidoaren mugimenduekin erlazionaturiko indar mekanikoak ere (inertzia-indarrak eta marruskadura biskosoko indarrak). Indar horiek fluidoaren eta solidoaren arteko abiadura erlatiboa determinatzen dute, eta, beraz, desplazamenduaren abiadura edo fluido-solido banaketa.

### Marruskadura faktorea kanpoko fluxuan

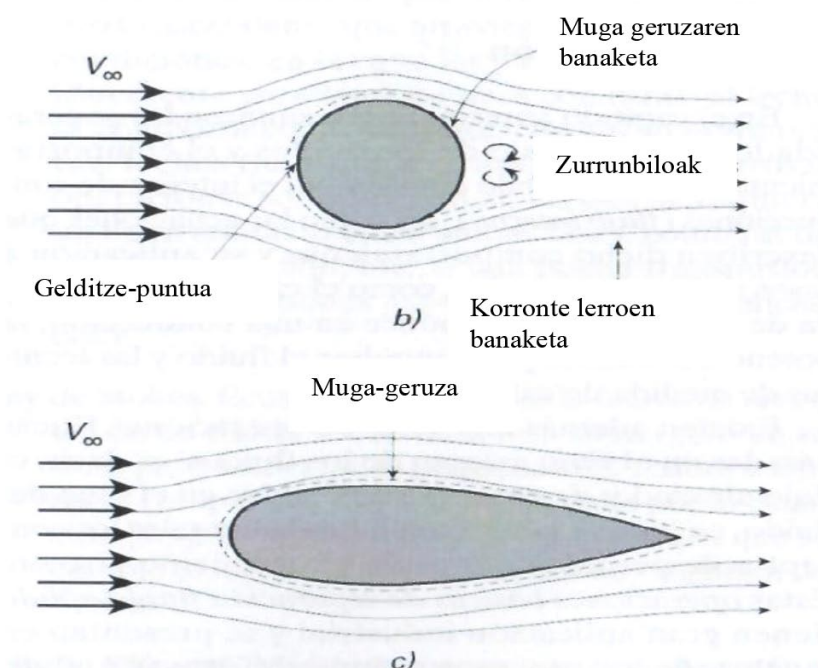
Geometria jakin bat daukan gorputz murgildu bat daukagunean, horrek korrante lerroen bat-bateko aldaketa eragiten du (7.1 irudia). Kasu horretan, gainazaleko ohiko marruskaduraz gain, fluidoaren norabide-aldaketek eragindako marruskadura gehigarria izaten da: forma-marruskadura deritzo, eta solidoaren geometriaren eta fluxuaren propietateen menpekkoa da.

Irudian ikusten denez, gorputz murgilduaren inguruan gainazalaren ondoko *muga-geruza* fin bat eratzen da, zeinean abiadura gradiente nabarmena egotean marruskadurak eragindako arraseko tentsioa eragiten baita, gainazal lauarenaren baliokidea dena eta beraz ohiko gainazaleko marruskadura eragiten duena.

Muga-geruza horren kanpoaldean, fluidoak bere hasierako norabidea aldatzen du objektuarekin aurrez aurre talka egitean, eta, ondorioz, korrante lerroak estutu egiten dira; fluidoazeleratuz, eta, ondoren, zabaldu egiten dira, fluidoazeleratuz. Fluidoaren abiadura presioa aldatzearekin batera aldatzen da (Bernouilliren ekuazioa); ondorioz, ibilbidearen hasierako zatian presioa txikitzen da, eta bigarren zatian handitu. Objektuaren atzealdean presioa asko gehitzen bada eta

aurrealdeko gainazaleko marruskadura handia bada, muga-geruza banatzera hel daiteke; orduan, zurrunbiloak eratzen dira, eta hauek estela bat eratzen dute objektu murgilduaren atzealdean. Estelako zurrunbiloak mugimenduan mantentzen dira, estelaren eta banaturiko korrontearen artean gertatzen diren arraseko tentsioen ondorioz. Hauek, energia mekaniko kantitate nabarmena kontsumitzen dute, eta presio-galera handia eragin dezakete fluidoan. Efektu horien guztien ondorioz, fluidoak aurreraterako erresistentzia bat jasaten du, eta, beraz, forma-marruskadura gehigarria muga-geruzaren gainazaleko marruskadurarekiko.

Forma-marruskadura txikitu egin daiteke nabarmen, objektu murgilduari forma zorrotzagoa emanaz, hau da, aerodinamikoagoa (7.1 irudia, c).



**7.1 irudia.** Gorputz murgilduen inguruko kanpo-fluxua. Zeharkako esfera edo zilindroa.

Horrela, fluido baten eta fluido horretan murgilduriko objektu baten arteko marruskadura totala adierazteko, batez besteko marruskadura faktore bat erabiltzen da, ( $f_D$ ), gainazaleko marruskadura eta forma-marruskadura barne hartzen dituena (7.2 irudia). Honako era honetan definitzen da:

$$F_o = f_D A_p \left( \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \right)$$

non  $F_o$  fluidoak solidoan eragiten duen arraste-indarra,  $A_p$  fluxuarekiko perpendikularra den solidoaren zeharkako sekzioa,  $\rho$  eta  $V_\infty$  fluidoaren dentsitatea eta abiadura, eta  $f_D$  batez besteko marruskadura faktorea diren.

Batez besteko marruskadura faktorea ( $f_D$ ) adimentsionala da, eta arraste-koefiziente moduan definitzen da. Objektu murgildu mota bakoitzean, faktore hori Reynolds zenbakiaren menpekoa da, barne-fluxuan gertatzen zen moduan. Orain, solidoaren dimentsio karakteristikoaren funtzioan adierazten da; normalean,  $D_p$  (partikula esferikoaren diametroa):

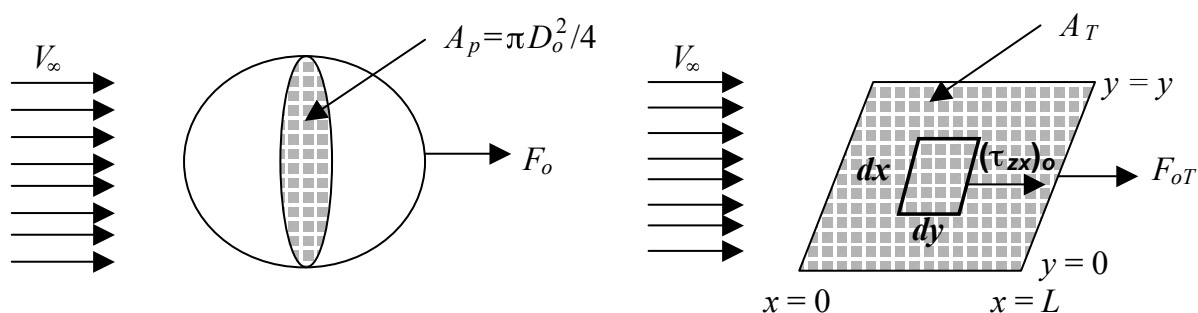
$$Re_p = \frac{D_p V_\infty \rho}{\mu}$$

Kanpo-fluxuan, batez besteko marruskadura faktorearen ( $f_D$ ) zenbait korrelazio enpiriko lortu dira  $Re$  zenbakiarekin solidoaren geometria mota ezberdinetarako.

Gainazal lauen kasuan, definizio hau gehiago erabiltzen da:

$$F_{OT} = fA \left( \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \right)$$

non  $F_{OT}$  fluidoak solidoan eragiten duen arraste-indarra,  $A_T$  fluxuarekiko perpendikularra den solidoaren zeharkako sekzioa,  $f$  batez besteko marruskadura faktorea diren eta  $\rho$  eta  $V_\infty$ -k aurreko kasuko esan nahi bera duten.



**7.2 irudia.** Fluidoaren barnean murgilduriko solidoen gaineko batez besteko marruskadura-indarrak.

Zenbait kasutan, forma-marruskadurarik ez dagoenean (muga-geruza aldentzen ez denean), marruskadura faktore lokala erabilgarria izan daiteke. Honela definitzen da:

$$(\tau_{zx})_o (dx dy) = -f_x (dx dy) \left( \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \right)$$

non  $(\tau_{zx})_o$  aztertutako puntuaren marruskadura-tentsioa den,  $(dx dy)$  puntu horren azalera diferentziala, eta  $f_x$  puntu horri dagokion marruskadura faktore lokala.

## 7.1. Gorputz murgilduen kanpo-fluxua: plaka lauak, gorputz zilindrikoak

### Plaka lauak

Muga-geruza azertu duten zenbait ikertzailek (Blasius, Karman, Falkner...) askotariko teoriak proposatu dituzte fenomeno hori azaltzeko. Haietatik abiatuta, emari laminarraren eta zurrumbilotsuaren abiadura-banaketa, muga-geruzaren zabalera eta gainazaleko tentsioak adierazteko espresioak atera daitezke. Plaka lauaren gaineko emariaren kasuan, Karmanek emari laminarra zein zurrumbilotsua deskribatzeko ekuazioak lortu zituen; 7.1 taulan bildu dira.

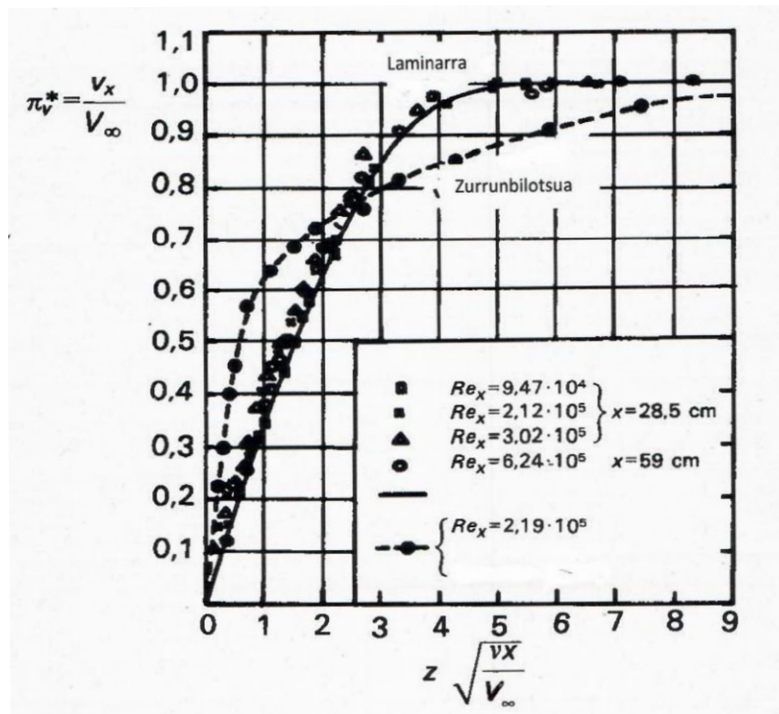


**7.1 taula.** Plaka lauaren gaineko kanpoko emari laminarra eta zurrunbilotsua deskribatzeko Karmanen ekuazioak.

Abiadura-banaketa	Gainazaleko tentsioa	Marruskadura faktore lokala	Batezbesteko marruskadura faktorea
<b>Emari laminarra</b>			
$\frac{v_x}{v_\infty} = \frac{1}{9,28} \frac{z}{x} Re_x^{1/2} \left( 3 - \frac{1}{4,64} \left( \frac{z}{x} \right)^2 Re_x \right)$	$\frac{(\tau_{zx})_o}{-\rho v_\infty^2} = 0,323 Re_x^{-1/2}$	$f_x = 0,65 Re_x^{-1/2}$	$f = 1,30 Re_L^{-1/2}$
<b>Emari zurrunbilotsua (<math>5 \cdot 10^5 &lt; Re_x &lt; 10^7</math>)</b>			
$\frac{v_x}{v_\infty} = 1,15 \left( \frac{z}{x} \right)^{1/7} Re_x^{1/35}$	$\frac{(\tau_{zx})_o}{-\rho v_\infty^2} = 0,029 Re_x^{-1/5}$	$f_x = 0,0583 Re_x^{-1/5}$	$f = 0,073 Re_L^{-1/5}$

Ekuazio horien arabera, bi emari mota horietan marruskadura faktorea (bai lekukoa, bai batez bestekoa) txikitzen da  $Re$  longitudinala handitzean, hau da, plakaren hasieraren eta fluidoaren posizioaren arteko distantzia handitzen doan neurrian, marruskadura faktoreak txikiagoak izango dira. Horretaz gain, zenbat eta zurrunbilotsuagoa izan emaria, orduan eta txikiagoa da azpimarratutako eragina.

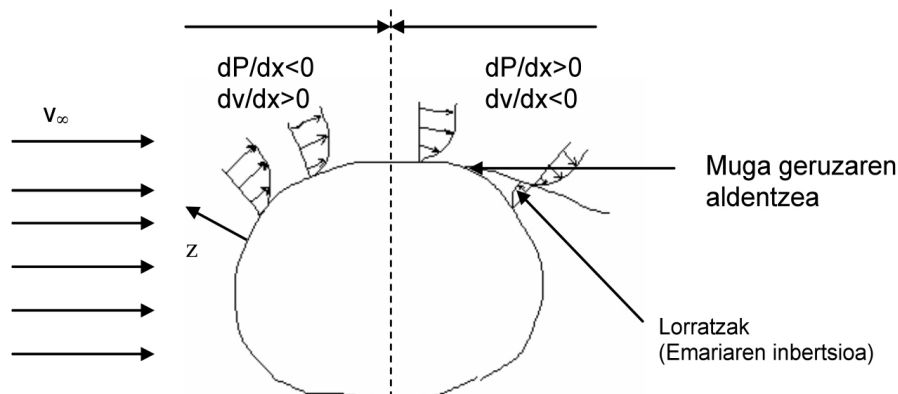
7.3 Irudian Karman-ek proposatutako ekuazio hauekin kalkulaturako abiadura banaketa irudikatu da. Teorikoki lortutako profil hauek laborategian egindako saiakuntza anitzetan neurtutako datuekin konparatu dira, eta ondorioz profilaren itxura auresateko ekuazioen ahalmena frogatuta geratu da.



**7.3 irudia.** Plaka lauaren gaineko abiadura-banaketa.

### Gorputz zilindrikoak

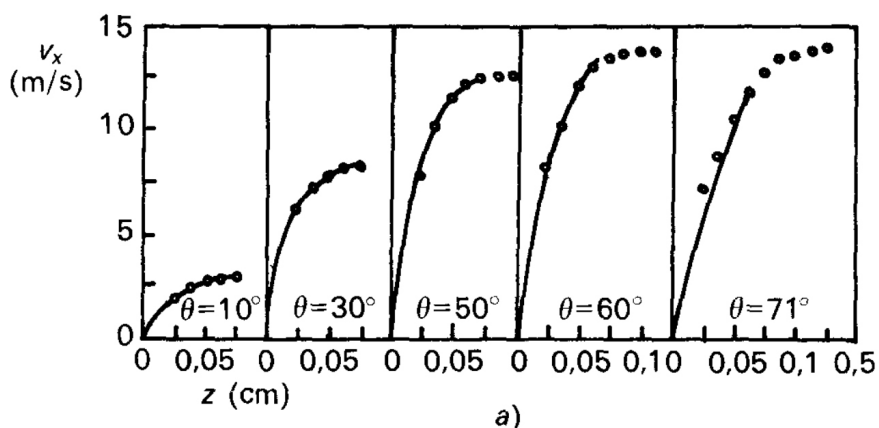
Muga-geruza kontzeptua ikasi genuenean, ikasi genuen plaka lau erabiltzerakoan zein barra bat fluido-emarian sartzerakoan agertzen dela fenomeno hori (7.4 irudia).



7.4 irudia. Gainazal zilindrikoaren gaineko muga-geruza.

Gorago aztertutako adibidean bezala, muga-geruza azaltzeko zer teoria erabiltzen den, espresio desberdinak lortuko dira abiadura-banaketarentzat, gainazaleko tentsioarentzat eta marruskadura faktorearentzat. Kasu honetan, ez da komeni Karmanek edota Blasiusen proposatutako teoriak erabiltzea, presioa eta abiadura konstanteak ez direnez kalkuluak izugarri konplexuagoak baitira. Alderantziz, 7.4 irudian erakusten den sistema bezalakoak deskribatzeko, ekuazio enpiriko sinpleagoak erabili ohi dira. Hala ere, ekuazio horiek ikastea sakonegia litzateke irakasgai honen helburuetarako, eta muga-geruzaren itxura aztertzeari ekingo diogu.

7.5 irudian, muga-geruzaren zabalera irudikatu da. Ikusten denez,  $0^\circ$  eta  $90^\circ$  bitartean, zabalera handituz doa, oso arin  $50^\circ$ -raino eta astiroago gero. Esperimentalki ohartutakoaren arabera, angelu zuzena gainditu ostean muga-geruza aldentu ohi da. Dena dela, fluidoaren naturaren eta zilindroaren gainazalaren naturaren arabera, muga-geruza aldentzeko posizioa aldakorra izango da.



7.5 irudia. Gorputz zilindrikoaren gaineko abiadura-banaketa.

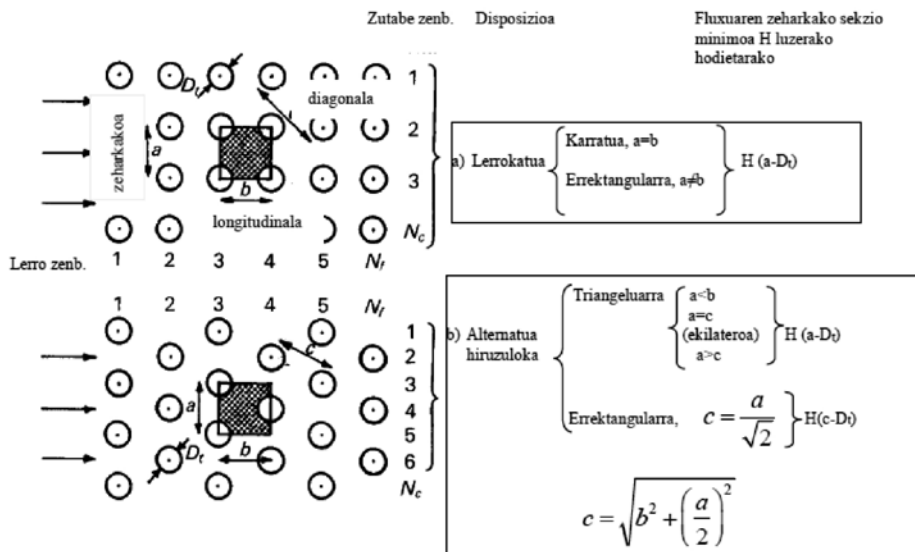
Gorputz zilindrikoen gaineko emarian, fluidoaren Reynolds zenbakia ( $Re_o = v_\infty D_o / \nu$ , non  $\nu$  biskositate zinetikoa den,  $\mu/\rho$ ) handituz doan neurrian lau egoera ager daitezke:

1.  $Re_o < 1$ : zilindroaren gaineko muga-geruza laminarra da. Emaria ia guztiz simetrikoa da, eta marruskadura, fluidoaren eta solidoaren arteko ukipenean datza. Reynolds zenbakia handitzerakoan, marruskadura faktorea txikitzen da.
2.  $1 < Re_o < 10^3$ : muga-geruza laminarra da, baina,  $90^\circ$  eta  $180^\circ$  bitartean, banaketa gertatzen da, eta, ondorioz, Karmanen lorratzak agertzen dira.  $Re$  zenbakia handitu ahala, marruskadura faktorea txikituz doa, baina astiroago.
3.  $10^3 < Re_o < 10^5$ : muga-geruza laminarra da  $80^\circ$ -ko angeluari dagokion posizioa lortu arte. Posizio horretatik aurrera, emaria zurrunbilotsu bilakatzen da, eta muga-geruza aldentzen da. Marruskadura faktoreak konstante dirau  $Re$  zenbakiaren tarte zabalean.
4.  $Re_o > 10^5$ : muga-geruza agertzen den unean (zilindroa ukitzen duenean), zurrunbilotsu bihurtzen da.  $90^\circ$ -ko posizioan banatzen da. Muga-geruzaren banaketaren puntua angelu handiagoetara desplazatzearen ondorioz, marruskadura faktorea jaitsi egiten da (ia erdira), eta, hori dela eta, atzealdeko estela zurrunbilotsuaren magnitudea txikitzen da. Marruskadura handiagoa da muga-geruza zurrunbilotsuan muga-geruza laminarrean baino; gainazaleko marruskaduraren ekarpena txikia da estela zurrunbilotsuari dagokionarekin konparatuta, eta horrek marruskadura faktorea txikitzea dakar.

Industriarako interesgarrienak diren kanpoko emariak azken bi taldeen barnean sailkatu daitezke.

### 7.2. Hodi-blokean zeharreko fluidoaren fluxua

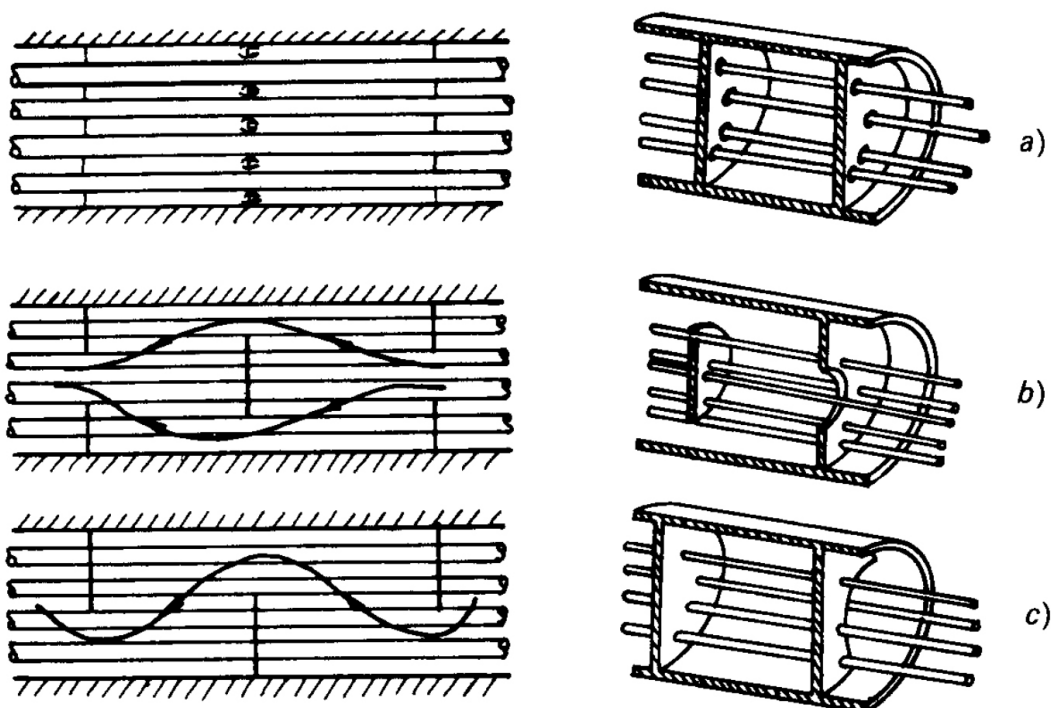
Emari hori hodi anitzeko bero-trukagailuen adierazgarria da. Beroa transmititzeko gailu horietan, hodi multzoak karkasa baten barruan kokatzen dira, eta espazio gehiena hodi multzoek beteko dute. Fluido bat hodi horien barnean jariatzen da, eta bestea hodien tartean. 7.6 irudian, berogailuen barneko bi kokapen irudikatu dira: lerrokatua eta alternatua. Hauek dira gehien erabiltzen direnak:



7.6 irudia. Hodi-blokeen zenbait konfigurazio.

Bi motatako berogailuak bereiz daitezke:

- Deflektore gabeko berogailuak: orokorrean, gas-likido berogailuak dira, eta, adibide gisa, automobilen eta zenbait industrian erabilitako erradiadoreak ditugu. Gasa hodi-blokearen kanpoan jariatzen da (karkasaren barruan baina hodi multzotik at), gas-emaria hodian perpendikularra izanik. Alderantziz, likidoa hodian barruan jariatzen da.
- Berogailu deflektoredunak: karkasan jariatzen den fluidoa hodi multzoaren norabide paraleloan eta perpendikularrean jariatzen da, txandaka. Deflektoreen helburua fluidoaren gune hilak edo estankatuak agertzea saihestean datza. 7.7 irudian, industrian gehien erabiltzen diren deflektoreak bildu dira.



7.7 irudia. Deflektore mota batzuk.

### 7.2.1. Deflektore gabeko hodi-blokeak

Fluido-fluxuarekiko gorputz solido elkarzutaren gaineko kanpoko emaria ikasi dugu. Kasu honetan, hodi bakarra erabili beharrean, hodi multzoak erabiliko ditugu, eta, ondorioz, muga-geruzen lodiera eta geruza zurrunbilotsuaren agerpena aldatuko dira. Horiek ondo determinatzeko, hodian arteko posizio erlatiboa hartu beharko dugu kontuan. Ondorioz, hodi multzoari dagokion marruskadura faktorea ez da hodi bakarrari dagokiona, eta hodi-bloke mota horretatik abiatuta bereziki garatutako espresioak erabili beharko dira.

Fluxu mota horretan fluidoaren presio-galera deskribatzeko, Fanningen ekuazioaren antzeko espresioak erabili ohi dira. Hala ere, hodi-bloke mota asko daudenez, ezin daiteke atera guztietarako aplikagarria den ekuazio bat, eta, horregatik, gaia aztertu duten ikertzaileek faktore bereziak

edota Moody motako irudiak proposatu dituzte. Jarraian, historian zehar proposatutako zenbait adierazpen azalduko dira.

Emari isoterma bada, Chilton-ek eta Genereaux-ek ekuazio hau proposatu zuten egoera deskribatzeko:

$$\Delta P_{marr} = 2f\rho \frac{bN_f}{D_c} V_{\max}^2$$

non  $\Delta P_{marr}$  marruskadura eraginiko presio galera den,  $f$  marruskadura faktorea,  $N_f$  blokearen lerro kopurua,  $V_{\max}$  fluidoaren abiadura maximoa (sekzio estuenean) eta  $D_c$  diametro baliokide bolumetrikoa (parametro adierazgarria, zeinak hodian kokapena kontuan hartzen baitu):

$$D_c = 4 \frac{[(N_F - 1)b(N_C - 1)a]H - \frac{(N_F - 1)(N_C - 1)}{2} \left( \frac{\pi D_i^2 H}{4} \right)}{(N_F N_C) \pi D_i H}$$

Emari laminarra izanez gero (kontuan hartuz muga-geruza ez dela banatzen hodian gainazaletik), ikertzaile horiek honako espresio hau proposatu zuten  $f$  faktorea kalkulatzeko:

$$Re = \frac{V_{\max} \rho D_c}{\mu} < 100 \Rightarrow f = 26.5 / Re$$

Eta, egoera zurrumbilotsua gertatuz gero, beste hau:

$$100 < Re = \frac{V_{\max} \rho (b - D_i)}{\mu} < 20000 \Rightarrow \begin{array}{ll} \text{Bloke lerrotatuak,} & f = 0.33 Re^{-0.2} \\ \text{Bloke alternatuak,} & f = 0.75 Re^{-0.2} \end{array}$$

Emari isotermorik ez bada, gasak berogailua zeharkatzen duen neurrian fluidoaren tenperatura aldatzen da. Horregatik, fluidoaren ezaugarriak kalkulatzeko, batez besteko tenperatura erabili beharko dugu, eta honela kalkulatu dugu:

$$T_m = T_t + k \Delta T_{ml}$$

non  $T_t$  hodian hormaren batez besteko tenperatura den,  $\Delta T_{ml}$  gasaren eta hodiaren arteko batez besteko tenperatura logaritmikoa, eta  $k$  konstante bat, zeinak  $\pm 0,9$  (hodi lerrotatuak) edota  $\pm 0,8$  (hodi alternatiboak) balio baitu, zeinu – gasa hozten bada eta + gasa berotzen bada.

Beste alde batetik, likidoa hozten bada, biskositatea handitzen da, eta, likidoa berotuz gero, txikitu. Marruskadura faktorea kalkulatzeko, likidoaren batez besteko tenperatura aritmetikoari dagokiona erabiliko da, eta lortutako balioa zati  $(\mu/\mu_t)^{0,17}$  edo  $(\mu/\mu_t)^{0,11}$  egingo da fluxua zurrumbilotsua bada, likidoa berotzen edo hozten den kontuan hartuta, eta zati  $(\mu/\mu_t)^{0,38}$  edo  $(\mu/\mu_t)^{0,23}$  fluxua laminarra bada, baldintza berdinetan, non  $\mu$  eta  $\mu_t$  batez besteko tenperaturari eta hodian hormaren tenperaturari dagozkion biskositateak diren, hurrenez hurren.

### 7.2.2. Hodi-bloke deflektoredunak

Hodi-bloke deflektoredunaz osatutako berogailuen geometria konplexua dela kausa, bibliografian ez dago datu askorik hodian eta karkasaren artean jariatzen den fluidoaren presio-galera kalkulatzeko.

Donohue-k, beraren ikerketan, berogailu mota asko erabili zituen, eta, azkenean, honako espresio hau proposatu zuen deflektorearen eta hormaren arteko guneari (leihoari) dagokion presio-galera kalkulatzeko:

$$(\Delta P_{roz})_{leihoa} = 1.085 \rho V_{\max}^2$$

non  $V_{\max}$  leihoaren azalera libreari dagokion abiadura den.

Bi deflektoreen arteko guneari dagokion presio-galera kalkulatzeko, ikertzaile horrek beste ekuazio hau proposatzen du:

$$(\Delta P_{roz})_{deflektoreen\ arteko\ gunea} = 2f\rho V_{\max}^2 N$$

non  $N$  lerro kopuru osoa ( $N_f$ ) ken leihoa zeharkatzen duen lerro kopurua den.

Marruskadura faktorea kalkulatzeko adierazpenak honako hauek dira:

$$Re_t = \frac{V_{\max} \rho D_t}{\mu} < 100 \Rightarrow f = \frac{15}{\left(\frac{a}{D_t} - 1\right) Re_t}$$

$$500 < Re_t < 30000 \Rightarrow f = \frac{0.75}{\left(\frac{a}{D_t} - 1\right) Re_t^{0.2}}$$

Berogailuaren barneko presio-galera kalkulatzeko, leiho bakoitzari dagokion presio-galera bider leiho kopurua, eta deflektoreen arteko gunea bakoitzari dagokiona bider haien kopurua gehitu behar da.

$$(\Delta P_{roz})_{tot} = N_l (\Delta P_{roz})_l + N_{dag} (\Delta P_{roz})_{dag}$$

### 7.3. Ohantze porotsuetan zeharreko fluidoaren emaria

Sarritan, industria kimikoan, prozesuaren fluidoek (gasak edo likidoak) partikula solidozko ohantzeak zeharkatzen dituzte. Horren adibide garrantzitsuak: iragazkiak, ohantze finko eta fluidizatuko erreaktoreak, eta ukipen jarraituko xurgapen- eta destilazio-dorreak, besteak beste.

Fluidoaren mekanikaren ikuspuntutik, prozesu horien mamia ohantzea zeharkatzean fluidoak zenbaterako presioa galtzen duen jakitean datza; galera hori fluidoaren eta ohantzearen osatzen duten partikulen arteko ukipenean sortzen da.

Gai honen aurreko atalean, fluidoaren eta solido bakarraren arteko ukipenean sortzen diren fenomenoak (forma-marruskadura, muga-geruza aldentzea, lorratzak agertzea) deskribatu ditugu. Fenomeno horiek solido ugariekin ere agertuko dira, baina haien presentziak abiadura-profilaren itxura aldatuko du, fluidoak ohantzearen bide bihurri edo bihurgunetsuak bilatu beharko baititu.

Fluidoak jariatzeko duen bolumen librea ohantzean hutsuneek okupatzen duten bolumena da, eta, beraz, parametro hori jakitea oso garrantzitsua izango da. Parametro berri horri porositatea deritza, eta  $\varepsilon$  letrarekin adierazten da. Haren balioa 0 bada, ohantzean ez dago fluidoa jariatzeko pororik (material konpaktua), eta, 1erantz jotzen badu, ohantze osoa hutsik dago, ez dago ohantzerik. Haren balioa kalkulatzeko, solidoaren masa ohantzean ( $m_s$ ), haren dentsitatea ( $\rho_s$ ) eta ohantzearen diametroa eta altuera ( $D$  eta  $L$ ) jakin behar ditugu:

$$\varepsilon = \frac{V_H}{V_T} = 1 - \frac{4m_s}{\pi D^2 L \rho_s}$$

Ohantzean zeharreko presio-galera fluidoaren kanaletako batez besteko abiaduraren funtzioa da:  $\bar{u}$ . Oso parametro ezegokia da kalkulatzeko, poroen tamaina eta itxura zehazki jakitea oso zaila baita. Hala ere,  $\bar{u}$  eta  $u_o$ , fluidoaren abiadura ohantzean sartu baino lehen, ( $D_c$  zutabearen diametroan oinarrituta, beraz), proportzionalak dira eta proportzionaltasun konstantea porositatearen alderantzizkoa da:

$$\bar{u} = \frac{u_o}{\varepsilon}$$

Emari laminarrean ( $Re_p < 10$ ), Kozenyk eta Karmanek frogatu zuten presio-galera abiaduraren lehenengo potentziaren eta partikularen diametro karratuaren alderantzizkoaren funtzioa zela, eta honako ekuazio hau proposatu zuten, zeina Poisevilleren ekuazioaren antzekoa baita:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{150 u_o \mu}{(\phi d_p)^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}$$

non  $\phi$  esferikotasuna den. Parametro horrek partikularen itxuraren eragina kontuan hartzen du, eta esferaren portaeratik zenbatean desbideratzen den azaltzen digu. Ekuazio horretan, biskositatearen presentziak ( $\mu$ ) adierazten digu presio-galeraren oinarria fluidoaren biskositateak eragindako marruskaduran datzala.

Abiadurak gora egiten duenean (emari zurrunbilotsua,  $Re_p > 1000$ ), Burke-k eta Plummer-ek frogatu zuten presio galera  $u_o$  abiadura karratuaren funtzioa zela, eta, ondorioz, honako ekuazio hau proposatu zuten:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{1.75 \rho u_o^2}{\phi d_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}$$

$u_o^2$ -ren presentziak adierazten digu presio-galeraren oinarria emariaren sekzioaren eta norabidearen aldaketan ondorioz sortzen den energia zinetikoaren galeran datzala.

Hori guztia kontuan hartuta, eta biskositateak sortutako galerak eta energia zinetikoarenak gehigarriak direla kontuan hartuz, Ergun-ek honako ekuazio hau proposatu zuen, abiadura-tarte osoan aplikatzeko:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{150u_o\mu}{(\phi d_p)^2} \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} + \frac{1.75\rho u_o^2}{\phi d_p} \frac{1-\epsilon}{\epsilon^3}$$

#### 7.4. Fluxua kanal irekietan

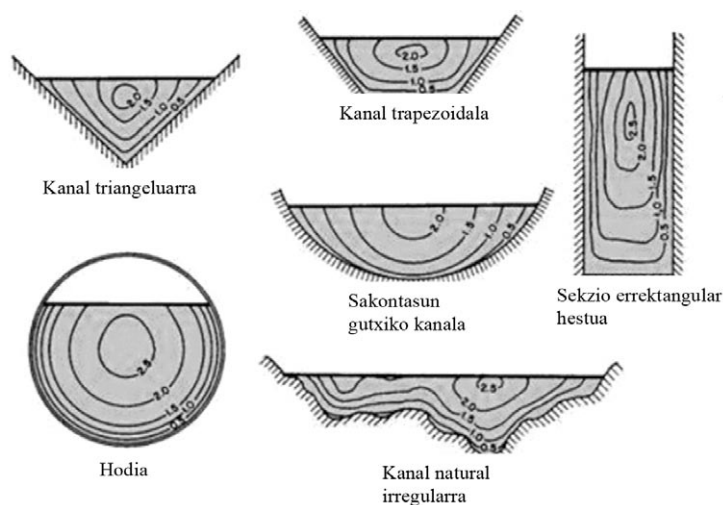
Kanal ireki batean fluxua, gainazal askea duen eta atmosferarekin kontaktuan dagoen fluxu mota da; adibidez, ibai, kanal edo ubide bat.

Konduktu itxietako fluxuek fluido bat dute soilik barnean, likidoa edo gasa; ez dute gainazal askerik, eta beren mugimendua hodiaren luzeran zeharreko presio gradiente baten ondorio da. Kanal irekietan, aldiz, grabitatearen ondorio da mugimendua, atmosferaren eta gainazalaren artean dagoen presio gradiente mespretxagarria baita.

Kanal irekietako fluxua kasu berezia da fluidoaren mekanikan, garrantzi handia baitu ingeniarritza zibilean eta ingurumen-ingeniartzan. Kanal baten geometria eta haren hormaren zimurtasuna ezagunak izanik, emaria eta eragiten den fluxuaren sakonera determinatu nahi dira. Normalean, kanalaren dimentsioak handiak dira, eta fluido ura da. Ondorioz, lortzen den *Re* zenbakia altua denez, fluxuak zurrunbilotsuak, tridimentsionalak, batzuetan ez-egonkorak eta askotan oso konplexuak izaten dira kanal irekietan.

Atal honetan, teoria sinple eta korrelazio esperimental batzuk ikusiko ditugu fluxu egonkorerako, kanal zuzen eta geometria sinpleekin.

Kanal ireki batek bi albo-pareta eta zolarria dauzka beti, fluxua ez irristatzeko. Ondorioz, kanal zuzen batek ere abiaduren banaketa tridimentsionala du. 7.8 irudian, kanal zuzenetan egindako neurketei dagozkien abiadura konstanteko lerroak erakusten dira. Profilak nahiko konplexuak dira, eta, orokorrean, abiadura maximoa erdiko gunean aurkitzen da, gainazal askea baino % 20 behe-ago. Dena den, ingeniartzaren ikuspuntu praktikotik, fluxua dimentsio bakarrekotzat hartzen da, 7.8 irudian erakusten den bezala.



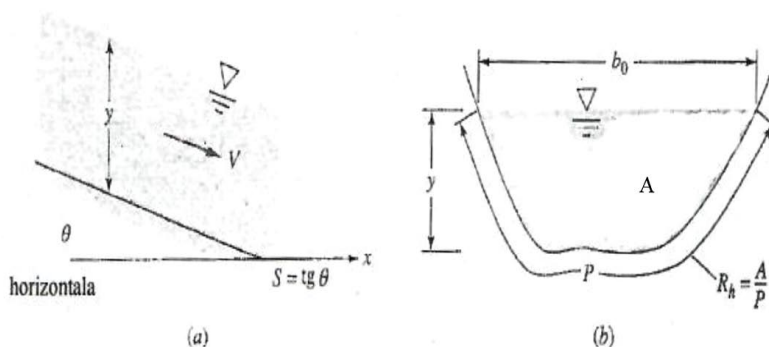
**7.8 irudia.** Ohiko kanal zuzen irekietan neurtutako abiaduraren isolerroak.



Likidoaren dentsitatea ia konstantea denez, jarraitutasun-ekuaziotik  $Q$  emari bolumetrikoa konstantea dela ondorioztatzen da, kanalean zehar mugimendua egonkorra bada:

$$Q = V(x) \cdot A(x) = kte$$

non  $V$  batez besteko abiadura eta  $A$  kanalaren zeharkako sekzioaren azalera diren, 7.9 irudian erakusten den moduan.



**7.9 irudia.** Kanal ireki baterako geometria eta anotazioa: (a) alboko ikuspuntua, (b) zeharkako ikuspuntua.

Parametro horiek guztiak konstanteak dira mugimendu uniforme baterako.

Fluxuaren abiaduraren eta kanalaren geometriaren arteko dimentsio bakarreko beste erlazio bat energiaren ekuaziotik lortzen da, marruskadurak eragindako galerak barne hartuz. 1 (puntu jakin baten aurretik) eta 2 (puntu jakin horren atzealdetik) puntuak gainazal askearen gainean kokatzen badira,  $p_1 = p_2 = pa$ , eta, fluxu egonkorrerako, zera daukagu:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f \quad (7.1)$$

non  $z$  gainazal askearen igoera totala den,  $y$  sakontasuna (ikusi 7.9 irudia) eta zolarriaren altuera (makurtua) barne hartzen dituena. Marruskadura dela-eta galtzen den karga ( $h_f$ ) hodietako fluxuan galtzen den kargaren antzekoa da:

$$h_f \approx f \frac{x_2 - x_1}{D_h} \cdot \frac{V^2 \text{ bataz b.}}{2g} \quad D_h = \text{diametro hidraulikoa} = 4A/P$$

non  $f$  batez besteko marruskadura-koefizientea den 1 eta 2 sekzioen artean. Kanalaren itxura nahiko irregularra denez, erradio hidraulikoa erabiltzen da haien «tamaina» neurtzeko:

$$R_h = \frac{1}{4} D_h = \frac{A}{P}$$

Kanalaren Reynolds zenbaki lokala  $Re = VR_h/\nu$  izango da, eta normalean oso zurrunbilotsua izaten da: ( $> 10^5$ ). Kanaletan garrantzia duen fluxu laminar bakarra euri-uraren mugimendua da, aireportuetako kale eta pisten gainean eratzen diren geruza finetan.

Perimetro bustiak ( $P$ ; ikusi 7.9b irudia), alboetako paretak eta kanalaren zolarria barne hartzen ditu, baina ez gainazal askea, ezta noski uraren mailatik gora geratzen diren alboetako pareten zatiak ere.

Moodyren diagramak estimazio egokia eman lezakeen arren kanalaren marruskadura-koefizienterako, praktikan ez da erabiltzen. Kanal irekietako hidraulikan, Manning-ek proposatutako korrelazio alternatiboa erabiltzen da.

Kanal irekietan mugimenduak sailkatzeko ohiko metodoa sakontasunaren aldaketaren arabekoa da. Kasurik sinpleena eta aztertutena *mugimendu uniforme* da, non sakontasuna (eta baita abiadura ere, mugimendu egonkorrean) konstante mantentzen den. Erregimen uniformeko mugimenduaren baldintzak malda eta zeharkako sekzio konstantearekin betetzen dira kanal zuzen luzeetan. Erregimen uniformeko mugimenduak kanalaren  $y_n$  sakontasun normala duela esaten da, eta diseinu-parametro garrantzitsua da. Kanalaren malda edo haren zeharkako sekzioa aldatzen badira, edo, korronterako oztoporen bat badago, orduan, sakontasuna aldatzen da, eta erregimena aldakorra dela esaten da.

### Fluxu uniforme: Chézy-ren formula

Fluxu uniforme malda eta zeharkako sekzio konstanteko kanal zuzen eta luzeetan gerta daiteke. Uraren sakonera eta abiadura konstanteak dira:  $y = y_n$  eta  $V = V_o$  hurrenez hurren. Izan bedi  $S_o = \tan \theta$  malda, non  $\theta$  kanalaren zolarriak horizontalarekin eratzen duen angelua den, positiboa izanik beheranzko fluxuaren kasuan. (1) ekuazioak honako itxura hau hartzen du:

$$h_f = z_1 - z_2 = S_o L \quad (7.2)$$

non  $L$  1 eta 2 sekzioen arteko distantzia horizontala den. Beraz, karga-galerak (edo altuerak) kanalaren altueraren txikitzea konpentsatzen du. Fluxua guztiz garatua dago, eta, beraz, Darcy-Weisbach-en erlazioa aplikatu daiteke:

$$h_f = f \frac{L}{D_h} \frac{V_o^2}{2g} \quad D_h = 4R_h \quad (7.3)$$

$D_h = 4A/P$  erabiliz, kanal ez-zirkularretara egokitzeko. 7.9 irudian, kanal irekietan fluxuaren analisian erabilitako geometria eta anotazioa erakusten dira.

(2) eta (3) ekuazioak konbinatuz, korronte baten abiadurarako adierazpen bat lortzen da erregimen uniformean, kanal batean:

$$V_o = \left( \frac{8g}{f} \right)^{1/2} R_f^{1/2} S_o^{1/2} \quad (7.4)$$

Zimurtasun eta itxura jakin bat dituen kanal batean,  $(8g/f)^{1/2}$  kantitatea konstantea da, eta  $C$ -rekin ordezkatu daiteke. (4) ekuazioa honela geratzen da:

$$V_o = C (R_h S_o)^{1/2} \quad Q = CA (R_h S_o)^{1/2} \quad (7.5)$$

Formula horiei Chézyren formulak deritze, eta Chézy ingeniariak formulatu zituen lehenbikoz.  $C$  kantitatea, Chézyren koefizientea deritzona, kanal txiki zimurtsuetako  $30 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ -tik kanal handi leunetako  $90 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ -ra aldatzen da ( $60 \text{ ft}^{1/2}/\text{s}$ -tik  $160 \text{ ft}^{1/2}/\text{s}$ -ra unitate ingelesetan).

Chézyren koefizientea kanalaren zimurtasun, forma eta maldarekin erlazionatzen dituen korrelazio garrantzitsua Manningena da.

Adibidea: kontuan hartu kanal zuzen bat, sekzio errektangularrekoa,  $6 \text{ ft}$ -ko zabalera eta  $3 \text{ ft}$ -ko altuera dituen, eta  $2^\circ$ -ko maldarekin. Marruskadura-koefizienteak  $0,022$  balio du. Estimatu mugimendu uniformearen emaria  $\text{ft}^3/\text{s}$  unitatetan.

### Zimurtasunaren korrelazioa Manningen arabera

Benetako kanaletan egindako saioen bidez, Manningek ikusi zuen Chézyren koefizientea kanalaren tamainaren seiko erroarekiko proportzionala zela. Honako formula hau proposatu zuen:

$$C = \left( \frac{8g}{f} \right)^{1/2} \approx \alpha \frac{R_h^{1/6}}{n} \quad (7.6)$$

non  $n$  zimurtasun parametro bat den. Formula dimentsionalki homogeneoa ez denez,  $\alpha$  konbertsio faktore bat behar da, erabilitako unitate-sistemaren menpekoa:

$$\alpha = 1 \text{ m}^{1/3}/\text{s}, \text{ SIko unitateetarako}$$

$$\alpha = 1,486 \text{ ft}^{1/3}/\text{s}, \text{ unitate ingelesetarako}$$

Erregimen uniformearen, beraz, Manningen formula honako hau da korrante baten abiadurarako:

$$V_o(\text{m/s}) \approx \frac{1,0}{n} [R_h(\text{m})]^{2/3} S_o^{1/2} \quad (7.7)$$

$$V_o(\text{ft/s}) \approx \frac{1,486}{n} [R_h(\text{ft})]^{2/3} S_o^{1/2} \quad (7.8)$$

Kanalaren malda ( $S_o$ ) adimentsionala da, eta  $n$ -k balio bera hartzen du bi neurketa-sistemetan. Emaria, abiadura kanalaren azalerarekin biderkatuz lortzen da.

Mugimendu uniformearen:

$$Q = V \cdot A = \frac{\alpha}{n} A R_h^{2/3} S_o^{1/2} \quad (7.9)$$

7.2 taulan, Manningen koefizientearen ( $n$ ) balio esperimental batzuk ematen dira (eta dagoz-kion zimurtasunaren balioak) kanalaren zenbait gainazal motatarako.  $n$ -ren balioan, 15eko aldaketa-faktore bat dago: beirazko gainazal leun batetik ( $n \approx 0,01$ ) urez beteriko arbola-eremu bateraino ( $n \approx 0,15$ ). Datuetan, dispertsio handia dago, hodieta forma- eta zimurtasun-irregulartasunen ondorioz.

**7.2 taula.** Manningen faktorearen (n) balio esperimentalak.

	n	Batezbesteko zimurtasuna, ε	
		ft	mm
<b>Kanal artifizialak:</b>			
Beira	0,010 ± 0,002	0,0011	0,3
Kuprea	0,011 ± 0,002	0,0019	0,6
Altzairu leuna	0,012 ± 0,002	0,0032	1,0
Margotua	0,014 ± 0,003	0,0080	2,4
Errematxatua	0,015 ± 0,002	0,012	3,7
Burdina urtua (funditua)	0,013 ± 0,003	0,0051	1,6
Hormigoi leundua	0,012 ± 0,002	0,0032	1,0
Akabera eman gabe	0,014 ± 0,002	0,0080	2,4
Egur leundua	0,012 ± 0,008	0,0032	1,0
Buztinezko teila	0,014 ± 0,003	0,0080	2,4
Adreilu-zoladura	0,015 ± 0,002	0,012	3,7
Asfaltatua	0,016 ± 0,003	0,018	5,4
Metal uzkurtua	0,022 ± 0,005	0,12	37
Hargintza	0,025 ± 0,005	0,26	80
<b>Lurrean zulatutako kanalak:</b>			
Garbiak	0,022 ± 0,004	0,12	37
Harri-koskorrekin	0,025 ± 0,005	0,26	80
Sustrai eta sasitzarekin	0,030 ± 0,005	0,8	240
Errekarriekin	0,035 ± 0,010	1,5	500
<b>Kanal naturalak:</b>			
Garbiak eta zuzenak	0,030 ± 0,004	0,8	240
Fluxu motel eta sakonekoak	0,040 ± 0,01	3	900
Ibai handiak	0,035 ± 0,01	1,5	500
<b>Urez beteriko eremuak:</b>			
Larreak, laborantza-lurak	0,035 ± 0,01	1,5	500
Sasitza gutxi	0,05 ± 0,02	6	2000
Sasitza asko	0,075 ± 0,025	15	5000
Zuhaitzak	0,15 ± 0,05	?	?

8.

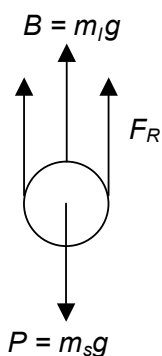
## Sedimentazioa

Sedimentazioa solido-fluido banaketa operazio bat da. Zehazki, esekidura bateko partikula solidoak fluidoak (likidoa edo gasa) baino dentsuagoak izaten dira, eta fluidotik banatzen dira grabitatearen ekintzaren ondorioz. Interes handieneko produktua partikula solidorik ez duen fluidoa da kasu batzuetan, eta, beste batzuetan, produktu solidoa bera da.

Badira muga batzuk, normalean esekiduraren naturarekin erlazionatuak, eta, partikulen artean interakzio-indarrak badago eta partikulak nahiko txikiak badira (esekidura koloidalak, etab.), berezko sedimentazioa ez da posible, aurretik partikulen koagulazioa edo flokulazioa gertatu behar baitira.

### 8.1. Muga-abiadura

Sedimentazio prozesua azaldu baino lehen, azter dezagun  $F-S$  (fluido-solido) sisteman fluidoak solidoan daukan eragina. Partikula solido batek, fluidoaren barruan dagoenean, indar hauek jasaten ditu (8.1 irudia): pisua, beherantz bultzatzen duena; bultzada, gorantz bultzatzen duena, eta marruskadura, mugimenduaren kontrako noranzkoan bultzatzen duena. Bultzada eta pisua berdinak ez badira, partikula mugituko da, gorantz (bultzada handiagoa bada) edo beherantz (pisua handiagoa izanez gero). Demagun azken egoera horretan mugitzen doan partikula bat dugula. Marruskadura-indarra ( $F_R$ ) kalkulatzeko, 7. gaian ikasitako  $F_o$  ren adierazpen berbera erabiliko dugu ( $f_D A_p \rho v^2/2$ ), eta, esferaren kasuan  $A_p = \pi d_p^2/4$  eta  $V_p = \pi d_p^3/6$  denez, honako hau beteko da:



$$m_s a = m_s g - m_l g - F_R$$

$$\rho_s V_p a = \rho_s V_p g - \rho_l V_p g - F_R$$

$$a = \frac{(\rho_s - \rho_l)g}{\rho_s} - f_D \frac{3\rho_l v^2}{4\rho_s d_p}$$

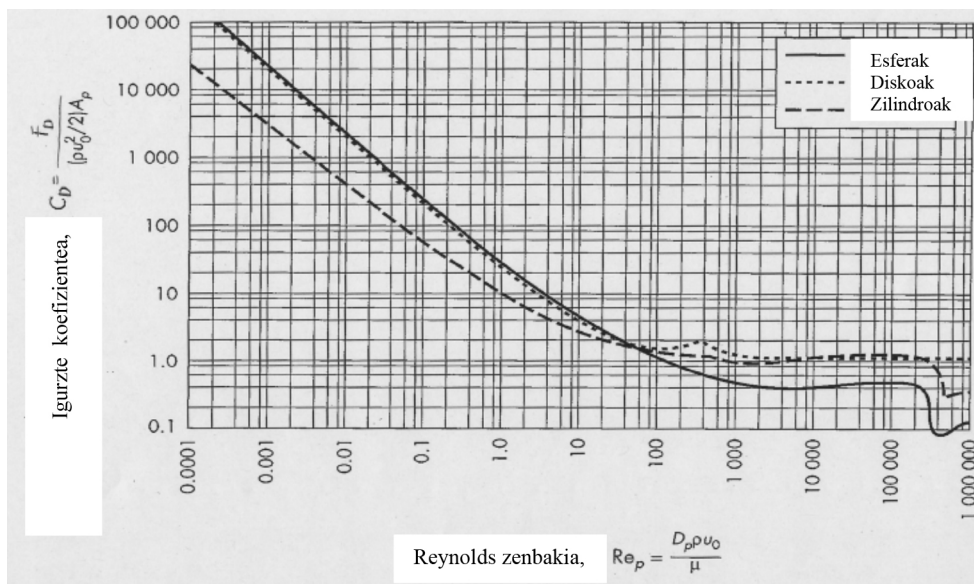
**8.1 irudia.** Fluidoan murgilduriko partikula esferikoaren indarren balantzea.

Hasiera batean, partikularen abiadura handitzen joango da ( $a \neq 0$ ), baina, denbora laburrean, partikularen abiadura maximora heldu, eta, horren ostean, mantendu egingo da. Abiadura horri muga-abiadura deritzo.

Demagun fluido konprimaezin batean partikula esferiko eta leun bakar bat erorketa askean jaisten ari dela, hau da, grabitateak baino ez du beherantz bultzatzen. Partikula horrek lortzen duen muga-abiadura honako ekuazio honen bidez kalkula daiteke:

$$V_L = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d_p g}{f_D} \frac{\rho_s - \rho}{\rho}}$$

non  $f_D$  ( $C_D$ ) *marruskadura* edo *igurzte-koefizientea* (*arraste-koefizientea*) den. Koefiziente hori  $Re$  zenbakiaren funtzioa da, azken horren definizioa  $Re = d_p V_L \rho / \mu$  izanik. 8.2 irudian,  $C_D$   $Re$ -aren aurrean adierazten duten kurbak erakusten dira, esferetan, zilindro zuzenetan eta diskoetan.



**8.2 irudia.** Esfera, disko eta zilindroetako igurzte-koefizienteak  $Re$ -aren funtzioan.

Esferen kasuan, irudiko  $C_D$ -aren eta  $Re$ -aren arteko erlazioa kurba jarraitua den arren, kalkuletan, 3 lerro zuzenekin ordezkatu daiteke, ziurtasun handirik galdu gabe. Lerroak marra ez-jarraituen bidez adierazten dira 8.3 irudian. Lerroen eta  $Re$  zenbakiaren tarteetarako ekuazioak honako hauek dira:

- $Re < 2$  denerako:  $C_D = \frac{24}{Re}$

Egoera horretan, muga-abiadura erraz kalkula daiteke:

$$V_L = \frac{d_p^2 g}{18} \frac{(\rho_s - \rho)}{\mu} \quad \text{Stokes-en legea}$$

- $2 < Re < 500$  denerako:

$$C_D = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$$

Muga-abiadura kalkulatzeko adierazpena honako eran geratuz:

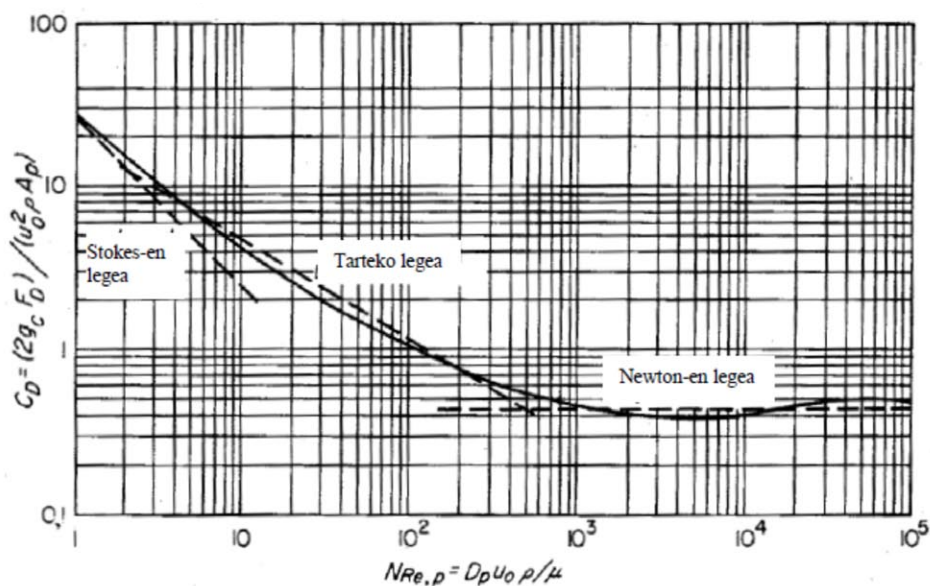
$$V_L = \left[ \frac{4 \cdot g \cdot dp^{1,6} (\rho_s - \rho)}{3 \cdot 18,5 \cdot \mu^{0,6} \cdot \rho^{0,4}} \right]^{1,4} \quad \text{Tarteko legea}$$

- $500 < Re < 200.000$  denerako:

$$C_D = 0,44$$

Muga-abiadura honako eran geratuz:

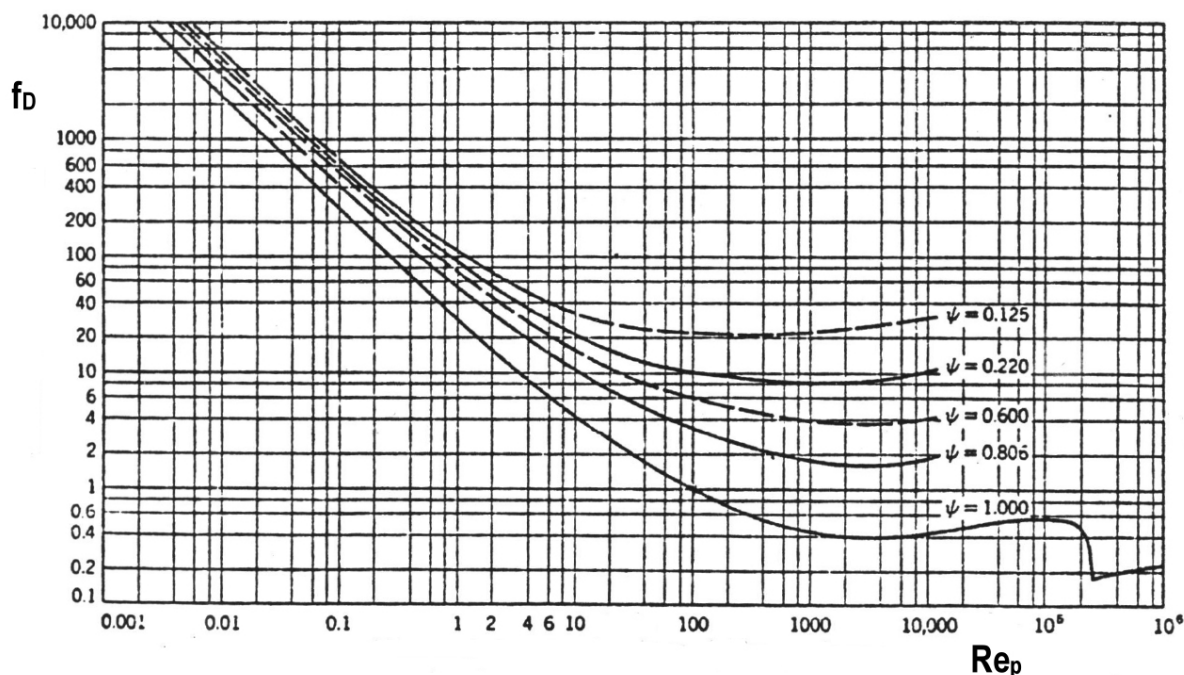
$$V_L = 1,74 \sqrt{\frac{d_p g (\rho_s - \rho)}{\rho}} \quad \text{Newton-en legea}$$



**8.3 irudia.** Esferetako igurzte-koefizienteak.

Era berean, partikula solidoa esferikoa ez bada,  $\psi$  edo  $\phi$  ikurraz izendatutako esferikotasuna kalkulatu behar da, eta, parametro horrekin, 8.4 irudian  $f_D$  koefizientea irakurriko dugu  $Re$  zenbakiaren funtzioan. Esferikotasuna kalkulatzeko, honako ekuazio hau erabiltzen da:

$$\psi \quad \text{edo} \quad \phi = \frac{\text{Partikularen bolumena daukan esferaren azalera}}{\text{Partikularen azalera}}$$



**8.4 irudia.** Partikula solido ez-esferikoaren igurzte-koefizientea kalkulatzeko irudia.

Gogora dezagun orain arte partikula bakar baten sedimentazioa baino ez dugula aztertu. *Sedimentazio* hori *askea* da. Sedimentazio mota hori esekidura oso diluitua denean eta partikularen diametroaren eta ontziaren diametroaren arteko erlazioa oso txikia denean ( $1/200$  gutxi gora-behera) ere gertatzen da. Partikulak era askean sedimentatzen dira, haien artean talkarik egin gabe; ondorioz, partikularen mugimendua ez dute besteek eragiten.

Solidoen hasierako kontzentrazioa handiagoa denean edo ontziak diametro nahiko txikia denean, partikulek era jarraituan talka egiten dute beren artean sedimentazioan zehar; partikulen jaisiera-abiadura txikitzean, prozesua atzeratzen da. Sedimentazio mota hori askotan gertatzen da, eta *sedimentazio atzeratu* izenez ezagutzen da. Gainera, partikulek likidoaren bolumen baliokidea desplazatzen dute beherako ibilbidean; partikula-fluido abiadura erlatiboa ekipoaren barnean gorantz joango da, eta, horrekin batera, marruskadura-indarra handituz joango da. Ondorioz, sedimentazio-abiadura erreala sedimentazio askeari dagokion abiadura terminala edo muga-abiadura baino txikiagoa izango da.

Marruskadura-indarra partikulen arteko interakzioak direla-eta handitzea era hurbildu batean adierazi eta kuantifika daiteke esekiduraren propietate efektiboaren definiziotik abiatuta ( $\mu_e$  eta  $\rho_e$ ). Horrela,  $Re$  zenbakia kalkulatzeko, likido puruaren  $\mu$  eta  $\rho$  erabili beharrean  $\mu_e$  eta  $\rho_e$  erabiltzen dira. Nahastearen propietate efektibo horiek solidoaren kontzentrazio bolumetrikokoaren menpekoak dira, edo, beste era batera esanda, nahastearen likido-frakzio bolumetrikokoaren ( $\epsilon =$  likidoaren bolumena/esekiduraren bolumena) menpekoak.

$$\mu_e = \mu \cdot 10^{1.82(1-\epsilon)}$$

$$\rho_e = \rho\epsilon + \rho_p(1-\epsilon)$$



$\varepsilon$  terminoa solidoaren pisu-edukitik,  $w$  (%), abiatuta kalkulatzen da:

$$\varepsilon = \frac{(100 - w) \rho}{\frac{(100 - w) \rho}{\rho} + \frac{w}{\rho_p}}$$

$\rho$  fluidoaren eta  $\rho_p$  partikularen dentsitatea izanik.

Sedimentazio-abiadura ( $v_s$ ) honela kalkulatzen da, propietate efektiboak erabiltzen dituen  $V_L'$  erabiliz:  $v_s = V_L' \cdot \varepsilon$

Bukatzeko, ekipoaren paretek operazio osoaren portaeran eragin dezaketela kontuan hartuz, sedimentagailuaren diametroak ez badu gutxienez 200/1 erlazioa mantentzen partikulen diamentroarekiko, pareten eragina kontuan eduki behar da sedimentazio-abiaduran.

$$F_p = 1 - \left( \frac{d_p}{D} \right)^{1.5}$$

Kasu hauetan, sedimentazio abiadura  $F_p$  pareta faktorearekin biderkatu behar da.

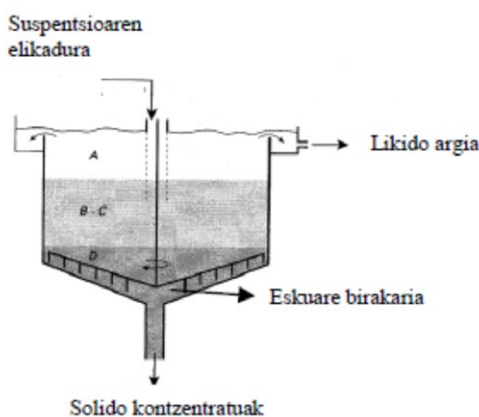
## 8.2. Sedimentazio ez-jarraitua edo kargakoa

Laborategian egiten diren saiakuntzetan, sedimentazioa era ez-jarraituan operatuz gertatzen da. Probeta batean esekidura sedimentatzen utzi, eta haren bilakaera aztertzen da denboran zehar.

## 8.3. Sedimentazio edo loditze jarraitua

Banaketa industrial gehienak era jarraituan egiten dira, esekidura era jarraituan elikatzen den eki-poetan, eta solido sedimentatuak eta likido garbia era jarraituan ateratzen dira, korronte ezberdinetan.

Sedimentagailu industrialak, espesagailuak ere deituak, depositu zilindriko batez osaturik daude, inklinazio edo makurdura txikiko hondo koniko batekin. Esekidura sedimentagailuaren erdiko gunetik elikatzen da, likido-mailaren azpitik (irudiko A-B interfasean), eta likido garbia goiko aldetik kanporatzen da gainezkabide batean zehar (8.5 irudia).



**8.5 irudia.** Sedimentagailu industrial jarraitu baten eskema.

Banaketari laguntzeko, ekipoak motel biratzen duten eskuare batzuek horniturik daude; solidoak hondoaren erdiko gunera desplazatu, eta, handik, kanporatu egiten dira, lokatzen ponpa baten bidez. Halako ekipoek tamaina handia izaten dute: maiz, 10 m-ko diametroa eta 2 m-ko altuera gainditzen dute.

Sedimentagailu baten operazio-ahalmena (likido garbiaren bolumena denbora-unitateko) beraren zeharkako sekzioaren menpekoa da oinarrian; hori da haren ezaugarri garrantzitsua.

Sedimentagailu jarraituetan, klarifikaziguneak (A), sedimentaziguneak (B-C) eta konpresio-guneak (D) ere bereiz daitezke. Ekipo ez-jarraituekiko ezberdintasun nagusia zera da: erregimen egonkorrean operatzean, guneak egonkorak eta iraunkorak dira.

Klarifikazigunea, elikadura-puntutik gora kokatua, ia solidorik gabea da, eta likidoaren goranzko abiadura banatu nahi diren partikula solido guztien  $V_L$  baino txikiagoa izan behar du, bestela partikulak arrastatuko baitira ekipoa goiko aldetik uzten duen likidoarekin. Ondorioz, sedimentazioaren helburua likido argi bat lortzea bada, gune horren zeharkako azalera determinatuko du ekipoaren beharrezko diametro minimoa operazioa egin ahal izateko.

Sedimentazioaren helburua solidoen kontzentrazio altuko fase bat lortzea denean, ekipoaren diametroa solidoen abiadura masikoak determinatzen du, sedimentazio- eta konpresio-guneetan, hau da, haien zeharkako sekzioak. Sedimentagailuaren diseinua haren zeharkako sekzioaren kalkuluan oinarritzen da, eta laborategiko probeta batean esekidura berarekin lorturiko sedimentazio-abiadura datu esperimentaletatik abiatuta lortzen da.

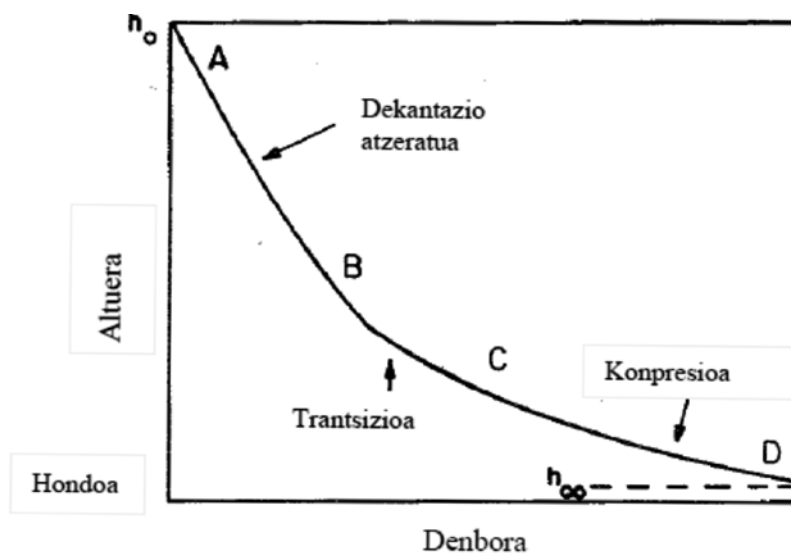
Sedimentagailuak prozesu industrial askotan aplikatzen dira, ur-hondakinen tratamenduan eta arazketan interes handikoak izanik.

### **Sedimentazio atzeraturako sedimentagailu-ekipoen diseinua**

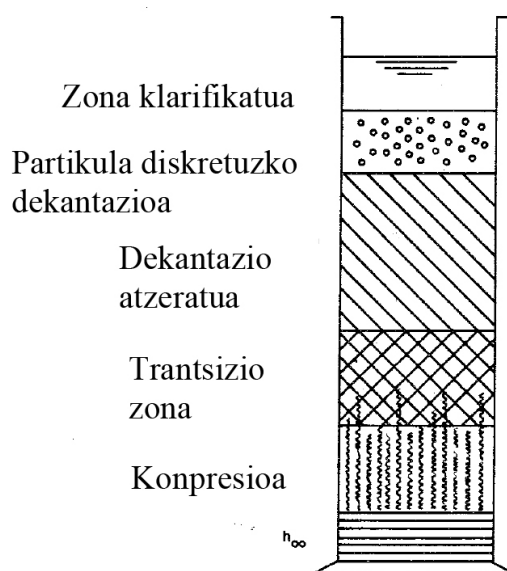
Sedimentazio atzeratua partikulak agregatzen direnean gauzatzen da; mantu bat bezala dekantatzen duen masa bat eratu, eta dekantaturiko lokatzaren eta efluente klarifikatuaren arteko fasea bereizten da. Guneko sedimentazio hau, esekidura kontzentratuetan gauzatzen da, lokatz aktibatuetan eta esekidura flokulatu edo koagulatuetan bezala.

Lokatzaren eta ur klarifikatuaren arteko fasea dekantazio ez-jarraituko saio batean beha daiteke. Hasieran, esekidura osoak kontzentrazio uniformeak du, eta faseartearen altuera  $h_o$  da, 8.6 irudian ikusten den moduan. Aren eta Bren arteko gunean, partikula-likido faseartearen dekantazio eragotzia edo atzeratua gauzatzen da, abiadura konstantean. Bren eta Cren arteko guneak konpresio-gunerako trantsizioa adierazten du, eta, han desazelerazioa gertatzen da. Cren eta Dren arteko gunean lokatz-mantua finkatzeak konpresio-gunea adierazten du; han, azpialdeko solidoek mekanikoki eusten diete solidoei. 8.7 irudian, gune horiek erakusten dira.

Fluxu jarraituan esekidura kontzentratuak erabili behar dituen sedimentazio-tanke baterako beharrezkoa den diseinuko gainazalaren azalera, esekiduraren dekantazio- eta loditze-ezaugarriak determinatzen dute. Talmadge eta Fitch-ek (1955) adierazi dute dekantazio ez-jarraituko saioak erabil daitezkeela bi faktoreak estimatzeko, 8.6 irudian adierazten den informazioa emateko.



8.6 irudia. Faseartearen altuera guneko dekantazioan.

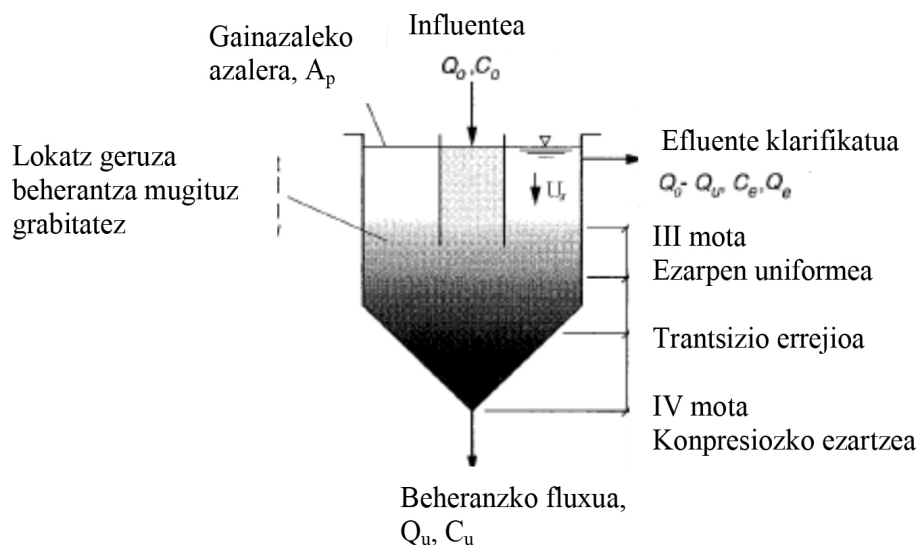


8.7 irudia. Guneko sedimentazioa.

Guneko sedimentazio-baldintzetan operatzen duten sedimentagailuak diseinatzeko, honako prozedura honi jarraitu behar zaio:

- Solidoaren klarifikazioa lortzeko beharrezkoa den azalera minimoa determinatu.
- Solidoa loditzeko eta lortu nahi den kontzentrazioa lortzeko beharrezkoa den azalera minimoa determinatu.
- Bi azalera horien artean handiena aukeratu (sedimentagailuaren diseinuaren azalera bezalakoa)

Sedimentagailu baten eskema honako hau izan daiteke (8.8 irudia):



8.8. irudia. Sedimentagailu baten irudia.

Dekantagailuan solidoak sedimentatzean, solidoen kontzentrazioa aldatuz joango da; hasierako balioa  $C_o$  izango da, eta, bukaeran,  $C_u$ .

$$Q_o = Q_e + Q_u$$

$$Q_o \cdot C_o = Q_e \cdot C_e + Q_u \cdot C_u$$

Operatuz:  $Q_e = \frac{Q_o(C_o - C_u)}{(C_e - C_u)}$

Askotan  $C_e \ll C_o$  eta  $C_e \ll C_u$ , beraz  $C_e \approx 0$ :

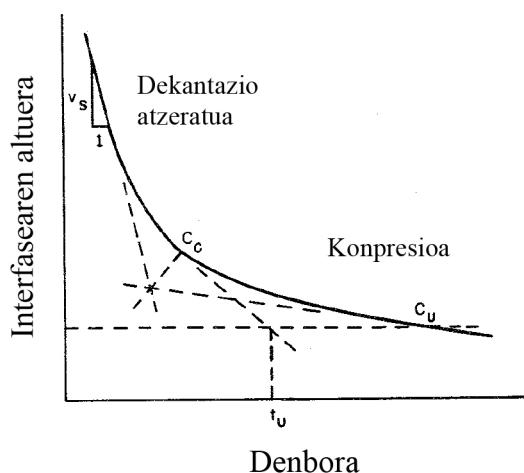
$$Q_e = \frac{Q_o(C_u - C_o)}{C_u}$$

Eta ondorioz  $Q_u = Q_o - Q_e$

Sistemaren klarifikazio-ahalmena faseartean hasierako dekantazio-abiaduratik abiatuta estima daiteke. Klarifikaziorako beharrezkoa den gainazaleko kargak esekiduraren dekantazio-abiadura baino txikiagoa izan behar du. Horrela, klarifikaziorako beharrezkoa den azalera ekuazio honen bidez kalkula daiteke:

$$A = \frac{Q_e}{v_s}$$

non  $v_s$  dekantazio eragotzi edo atzeraturako sedimentazio-abiadura den, eta  $A$  eta  $Q$  gainazaleko azalera eta emaria.  $v_s$ -ren balioa dekantazio atzeratuaren guneko maldatik abiatuta kalkula daiteke faseartean altuera denboraren aurrean adierazten duen grafikoan (8.9 irudia).



8.9 irudia. Faseartearen altuera denboraren aurrean.

Talmadgek eta Fitch-ek adierazi dute, bestalde, esekidura kontzentratuetarako esperimentu ez-jarraitu baten sedimentazioaren ezaugarriak kontuan hartuz determina daitekeela loditze-ahalmena.

Haien arabera, azalera ekuazio honen bidez kalkulatu lortzen da loditze egokia:

$$A = \frac{Q_u}{v_s}$$

non  $v_s$ , konpresio-guneko sedimentazio-abiadura den ( $C_u$  kontzentrazioa kurbaren gainean adierazten duen puntutik pasatzen den tangentearen malda). Guneko sedimentazioaren diseinuan, loditzerako beharrezkoa den azalera lortu nahi den lokatz-kontzentrazioaren ( $C_u$ ) funtzioa da.

Solidoen balantze batek  $C_u$ -ri dagokion  $h_u$  lortzea dakar:

$$C_o h_o = C_u h_u \quad \rightarrow \quad h_u = \frac{C_o h_o}{C_u}$$

solidoen pisu totala konstante mantendu behar baita zutabe ez-jarraituan.

### Esekidura flokulatu edo koagulatuak

Partikulen artean interakzio-indarrak badago eta partikulak nahiko txikiak badira (esekidura koloidalak, etab.), berezko sedimentazioa ez da posible, beharrezkoa baita aurretik partikulen koagulazioa edo flokulazioa gertatzea. Koloideetan, partikula bakoitza zeinu bereko kargekin (gainazalean kokatuak) egonkortua da, eta ondoan dauden bi partikula aldaratzen dira. Horrek partikulek elkarren artean talka egitea eta horrenbestez partikula handiagoak eratzea eragozten duenez, partikulak ez dira sedimentatzen. Partikula mota horiek errazago sedimentatzeko irtenbiderik erabili-entzariko bat malutzailea (flokulantea) eta gatzatzailea (koagulantea) gehitzea da. Koagulazio-eta flokulazio-operazioek koloideak ezegonkortzen dituzte, eta sedimentatzea lortzen. Hori agente kimikoak gehituz eta nahastuz lortzen da, orokorrean. Koagulazioa eta flokulazioa aldi berean

gertatzen dira. Koagulazioa koloide bat ezegonkortzea da (partikula koloidalak inguratzen dituzten geruza elektriko bikoitzak eliminatuz). Flokulazioa, berriz, partikula ezegonkortuen aglomerazioa da; lehenengo mikroflokuluetan eta geroago bolumen handiko aglomeratutan (flokuluak) gertatzen da hori.

#### 8.4. Sedimentazio zentrifugoa

Esekidura bateko partikula solidoak erraz banatzen ez direnean grabitatearekin, sedimentazio-operazioa ez da bideragarria, eta indar handiago baten ekintza behar da.

Indar zentrifugoa aplikatuz, solido-fluido banaketa-prozesua azeleratzen da; partikulen abiadura handitzean, txikienak ere sedimentatzea lortzen da.

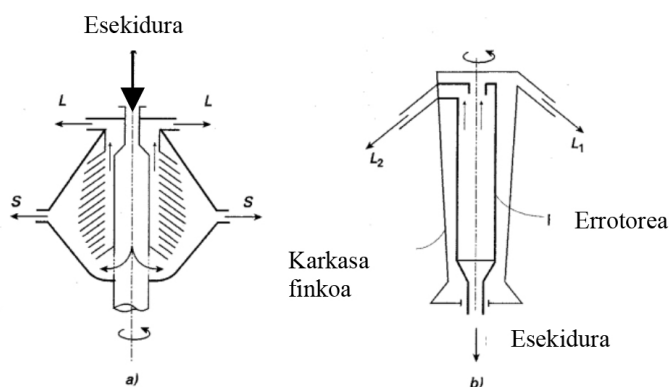
$g$  grabitatearen azelerazioa  $r\omega^2$ -rekin ordezkatzeko da, non  $r$  partikularen biraketa-erradioa eta  $\omega$  abiadura angeluarra (rad/s) diren. Lortzen den dekantazio-abiadura erregimen laminarrari dagokio (Stokes-en legea).

Operazio horiek egiteko gailuei sedimentagailu zentrifugoak deritze.

Ekipoak sedimentagailuak baino konpaktuagoak dira, eta, horri esker, espazio txikiagoa betetzen dute. Desabantailei dagokienez, operazio-kostu handiagoa du, biraketa-abiadura handiagoa lortzeko energia-kontsumoa altua baita errotaziozko dispositibo mekanikoak erabiltzen direnean.

Gailu industrial ohikoenek era jarraituan operatzen dute, eta bi atal dauzkate: atal mugikor birakari (errotorea) bat, esekidurari indar zentrifugoa ematen diona, eta atal finko bat, bi faseak —dentsoa eta arina— gidatzeko eta banatzeko diseinatua, irteerako korronteak osatzen dituztenak.

8.10 irudian, adibide batzuk erakusten dira: diskodun gailu zentrifugoak, 3.000 eta 10.000 bira/min abiadura-tartean biratzen dutenak; sedimentagailu zentrifugo tubularrak likidoak banatzeko, 15.000tik 50.000rainoko bira/min-eko abiaduran biratzen dutenak.



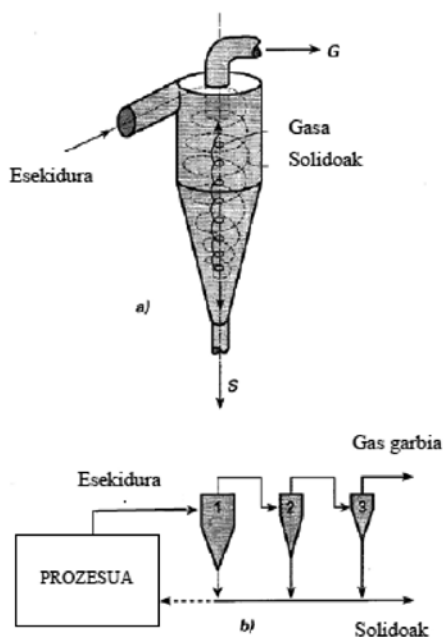
**8.10 irudia.** Zentrifugagailu mota batzuk.

a) diskodun sedimentagailu zentrifugoa, b) likidoetarako sedimentagailu zentrifugo tubularra.

Partikula solidoak dituzten gasen kasuan, ohiko banaketa ekipo bat eta mekanika sinplekoa, banagailu ziklonikoa edo zikloia da. Airean esekiriko partikula solidoei (zementu-industriako hautsa, solidoen txikitze- eta ehotze-operazioetako partikulen hautsa, konbustio-gasak, etab.) aplika-

tzen zaie, eta, batzuetan, baita korronte gaseoso batetik likido tanta txikiak eliminatzeko operazioari ere.

Zikloiek ez dute atal mugikorrik, eta tangentialki sartzen den korronte gaseosoaren energia zinetikoa aprobetxatzean oinarritzen dira; ondorioz, gas-korronteak espiral- edo helize-ibilbide bat egiten du, eta indar zentrifugoak partikula dentsoenak kanpoalderantz desplazatzea dakar. Beheko atal konikoan, solidoak biltzen dira, eta gasa goiko aldetik irteten da (8.11 irudia).



8.11 irudia. Zikloi baten eskema eta funtzionamendua.

Halako gailuen abantaila da ez direla oso garestiak eta ez dutela energiarik kontsumitzen, eta mantentze-lan handirik ere ez dute eskatzen, baina mugak dituzte banaketaren eraginkortasunari dagokionez, ez baitute lortzen oso partikula txikiak banatzea ( $5 \mu\text{m}$  baino txikiagoak).

Partikulen banaketan eraginkortasun handiagoa lortzeko, zenbait zikloi seriean erabiltzen dira, gero eta tamaina txikiagoak, gero eta partikula txikiagoak atxikitzeko.

### 8.5. Sailkapen hidraulikoa: isodromia

Honako hau da partikulen sailkapen hidraulikoaren definizioa: fluidoaren barnean pikor-itxurako materialaren partikulen muga-abiaduretan oinarritutako banatzea frakzio bi edo gehiago lortzeko.

Izan ere, partikularen muga-abiadura mugatzen duten parametrerik garrantzitsuenak (fluidoaren ezaugarriez gain) haren tamaina eta dentsitatea dira. Horrela, tamaina eta dentsitate ezberdineko partikulak abiadura berberarekin erortzera hel daitezke, bi ezaugarri horien eragina batera hartu behar baita kontuan. Beraz, pikor-itxurako materialaren partikulen tamaina eta dentsitatea ezberdinak badira (solido ezberdinak), fluido zehatz batean muga-abiadura berbera duten partikula guztiei *partikula isodromoak* deritze. Hori isodromia-baldintza da.

Nahasketa binario baten A eta B materialek muga-abiadura berbera izateko, honako baldintza hau bete behar da:

$$V_L = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d_p^A g}{f_D^A} \frac{\rho_A - \rho}{\rho}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d_p^B g}{f_D^B} \frac{\rho_B - \rho}{\rho}}$$

$$\frac{d_p^A}{d_p^B} = \frac{\rho_B - \rho}{\rho_A - \rho} \left( \frac{f_D^A}{f_D^B} \right)$$

non  $\rho$  fluidoaren dentsitatea den eta  $A$  eta  $B$  azpiindizeek  $A$  eta  $B$  solidoei dagozkien ezaugarriak adierazten dituzten.



9.

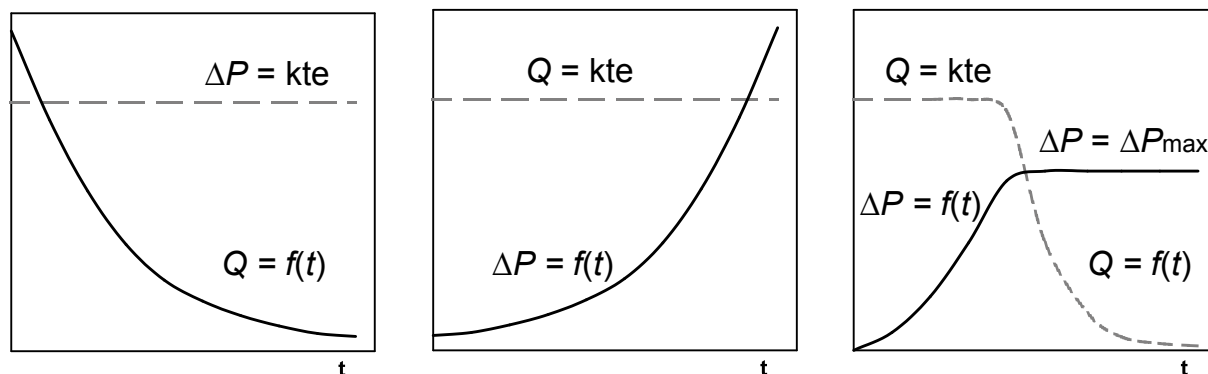
## Filtrazioa edo iragazpena

Honako hau dugu ingeniaritza kimikoaren oinarrizko operazio horren helburua: euskarri fisiko baten bidez esekiduraren faseak (solidoa eta fluidoa) banatzea. Euskarriak (solidoa, gehiengotan), fluidoari pasatzen utzi arren, partikula solidoak atxikitzen ditu, eta operazioaren elementurik adierazgarriena da. Izan ere, iragazpenaren berezitasuna ez da fluido garbia edo kalitatezko solidoa lortzea, biak prozesuaren helburua izan baitaitezke.

Esekidura euskarria zeharkatzen doan neurrian, solidoa haren gainean metatzen da, eta, ondorioz, opila sortzen da. Opila eta euskarria zeharkatzean, fluidoak presioa galtzen du (presio-galera hori solidoa ukitzean sortutako marruskaduraren ondorioa da). Beraz, operazio horretan, fluidoak presioa galtzen du, eta, ondorioz, aukera bi daude: fluidoaren presioa handitzea euskarria baino lehen (ponparen edo grabitatearen bidez, adibidez) edo hutsa (depresioa) eragitea euskarriaren osteko gunean.

Lehen esandakoaren arabera, opila hazten joango da, eta, beraz, gero eta presio gehiago galduko du. Egoera horren ondorioz, iragazpenaren operazioa ez-jarraitua edo txandakakoa izango da ezinbestean, hau da, denboraren menpekoa, eta ez hori bakarrik, operazioaren erregimena ere finkatuko baitu. Hain zuzen ere, presio-galera ( $\Delta P$ ) konstante mantendu nahi badugu, emariak behera egin beharko du, eta, alderantziz, emaria konstante mantendu nahi izanez gero, gero eta presio gehiago galduko da. Beraz, iragazpenaren erregimenak aldagaiek denborarekiko duten portaera definituko digu (9.1 irudia). Horren arabera, honako erregimen hauek desberdintzen dira:

- *Presio konstantepean*: erregimen horretan,  $\Delta P$  aldagaia iragazkiak jasaten duen maximoa izango da. Oso bolumen handiak iragazteko erabiltzen da, eta emariak arina izan beharko du hasieran eta geldoagoa bukaeran.
- *Emari konstantepean*: erregimen horretan, emariak konstante dirau, eta denborarekin aldatuz doan aldagaia  $\Delta P$  izango da. Beraz, hasieran  $\Delta P$  txikia izan arren, denboran zehar handituz joango da.
- *Erregimen mistoa*: partikula plastikoak iragazteko aukeratzen da. Hasieran, emari konstantepean lan egiten da,  $\Delta P$  balio maximora (euskarriaren ezaugarri mekanikoaren arabera) igo arte, eta, ostean,  $\Delta P$  mantendu, eta emaria txikitzen joango da.



9.1 irudia. Iragazpenaren erregimenak.

Iragazpenean eragin garrantzitsua duen beste parametro bat partikularen natura dugu. Izan ere, partikula zurrinak iragaztea erosoagoa da, ez baitira deformatzen, baina, partikula plastikoak iragazkian geratzen diren neurrian, deformatzen doaz, eta, ondorioz, fluido pasatzeko azalera murritzten da. Lehenengok osatzen duten opila konprima ezina izaten da, eta bigarrenek osatzen dutena, berriz, konprimagarria. Gertaera hori ezerosoegia egiten denean, koadjubantea gehitzen da esekiduran. Material horren partikulak txikiak eta oso porotsuak dira, eta, horretaz gain, oso zurrunak. Horrela, partikula plastikoak partikula horietan sartu eta metatzen dira, eta ohantzea zurrun mantentzen da.

### 9.1. Euskarriaren ezaugarriak

Edozein iragazkiren euskarriak honako ezaugarri hauek bermatu beharko ditu:

- esekiduraren solidoak nahi dugun heinean banatzea,
- erresistentzia mekaniko ona,
- emariaren kontrako erresistentzia txikia eragitea (horretarako, ez dira errazegi itsutu behar),
- fluidoan disolbagarria ez izatea,
- birziklagarria izatea (garbiketa-prozesuaren bidez), eta
- garestia ez izatea.

Material asko erabiltzen dira iragazki moduan, bai zuntz erakoak (nylona, altzairua, oihalak...), bai partikulaz osatuak (hondarra, esferak, ikatz aktiboa, zeolitak, partikula porotsuak...).

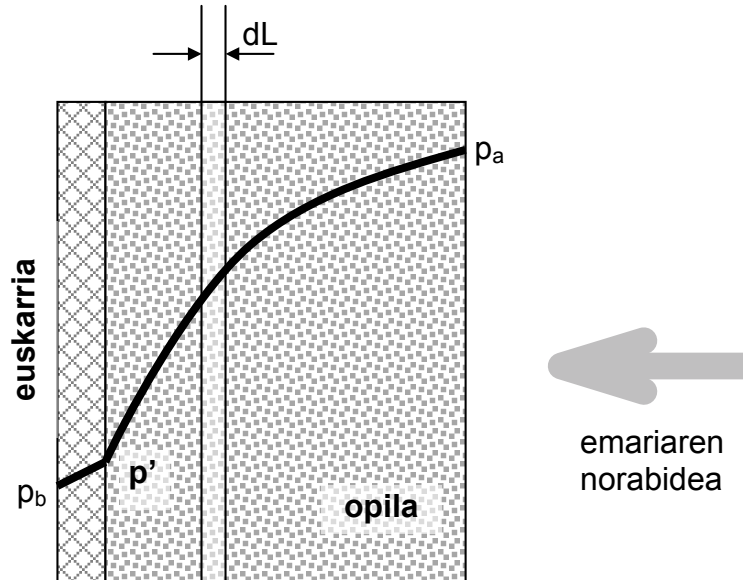
### 9.2. Iragazpenaren oinarriak

Jadanik komentatu denez, iragazpenean, elkarren jarraian kokaturiko erresistentzia bi zeharkatu behar ditu fluidoak: opilarena eta euskarriarena.  $p_a$  esekiduraren presioa iragazkian sartu baino lehen,  $p_b$  fluido garbiaren irteerako presioa eta  $p'$  fluidoaren presioa opilaren eta euskarriaren arteko faseartean badira, honako hau idatz dezakegu:

$$\Delta p = p_a - p_b = (p_a - p') + (p' - p_b) = \Delta p_c + \Delta p_m$$

non  $\Delta P_c$  opilak eragiten duen presio-galera eta  $\Delta P_m$  euskarriak eragiten duena den.

Operazioa diseinatzeko, beraz, bi presio-galera horiek zenbatekoak diren jakin beharko dugu. Eta, jarraian, galera horiek kalkulatzeko prozedura garatuko dugu. Horretarako, 9.2 Irudian ikus-ten den iragazkiaren sekzioaren eskema erabiliko dugu, non  $dL$  tamainako opilaren elementu diferentziala markatu den.



9.2 irudia. Iragazkiaren sekzioa.

Opila partikula solidoz osaturiko ohandze porotsu bat da, eta, beraz, opila zeharkatzean fluidoak galtzen duen presioa kanpo-emariari dagokion gaian ikasitako ekuazioen bidez kalkulatu dugu. Iragazpenean, fluidoaren abiadura txikia izan ohi da, eta, beraz, Kozeny-Karmanen ekuazioa egokia dugu. Horren arabera,  $dL$  elementu diferentziala zeharkatzean, fluidoak honako presio hau galtzen du ( $dp$ ):

$$\frac{dp}{dL} = \frac{150\mu u(1-\varepsilon)^2}{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3}$$

non  $\varepsilon$  porositatea den,  $\phi$  esferikotasuna,  $d_p$  partikularen diametroa,  $\mu$  fluidoaren biskositatea eta  $u$  haren abiadura.

Azken parametro hori honela definitzen da:

$$u = \frac{dV/dt}{A}$$

non  $V$  iragazpenaren hasieratik  $t$  momenturaino bildutako fluidoaren bolumena den, eta  $A$  iragazkiaren sekzioa.

Beste alde batetik,  $dL$  elementu diferentzialaren masa kopurua ( $dm$ ) honela kalkulatu dugu:

$$dm = \rho_s(1-\varepsilon)AdL$$

Eta, azken ekuazio horretan  $dL$  askatu eta hasierako ekuazioan sartzen badugu, honela berri-datziko dugu:

$$dp = \frac{150\mu u(1-\varepsilon)}{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3 A \rho_s} dm$$

Opila konprima ezina bada, ekuazio horren parametro guztiak konstanteak dira,  $dm$  izan ezik, eta, ondorioz, ekuazioa zuzenki integratuko da.  $m_c$  opilaren masa kopurua bada:

$$\int_{p'}^{p_a} dp = \frac{150\mu u(1-\varepsilon)}{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3 \rho_s A} \int_0^{m_c} dm$$

$$p_a - p' = \Delta p_c = \frac{150\mu u(1-\varepsilon)}{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3 \rho_s A} m_c$$

Ekuazio horretan  $\varepsilon$ ,  $\phi$ ,  $d_p$  eta  $\rho_s$  parametroek solidoaren ezaugarriak adierazten dituzte, eta, beraz, opilaren erresistentziarekin erlazionatuta egongo dira. Horregatik, orain, opilaren erresistentzia espezifiko ( $\alpha$ ) definituko dugu:

$$\alpha = \frac{150(1-\varepsilon)}{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3 \rho_s}$$

Eta, beraz, lortutako ekuazioa sinplifikatzen da:

$$\Delta p_c = \frac{\alpha \mu u m_c}{A}$$

Opil konprimagarrietan, porositatea presioaren funtzioa da. Beraz, partikula konprimagarriak iragazten badira, eta opilaren presio gradientea kontuan harturik (9.2 irudia), opilean zehar porositatea aldatuko da. Beraz,  $dp$  integratzean, ezin daiteke atera porositatea integraletik, eta beharrezkoa egiten da  $\varepsilon = f(L)$  erlazioa zein den jakitea. Erlazio horren itxura ateratzea oso zaila da, eta, ondorioz, nahiz eta opila konprimagarria izan, lehen lortutako ekuazio berbera erabiltzen da.

Operazioan zenbat presio galdu den jakiteko, euskarriak eragiten duen presio-galera ( $\Delta p_m$ ) falta zaigu. Lortutako adierazpenaren itxura erabiliz,  $\Delta p_m$  kalkulatzeko, honako ekuazio hau proposatuko dugu:

$$\Delta p_m = \mu u R_m$$

non  $R_m$  euskarriaren erresistentzia espezifikoa den.

Beraz,

$$\Delta p = \Delta p_c + \Delta p_m = \mu u \left( \frac{m_c \alpha}{A} + R_m \right)$$

Nahiago dugu iragazpenean  $u$  eta  $m_c$  parametroak erabili beharrean  $V$  eta  $t$  parametroak erabiltzea, errazago neurtzen baitira. Esekiduraren solidoaren kontzentrazioa  $c$  izendatzen badugu,

$$m_c = Vc$$

Beraz,  $u$  eta  $m_c$  parametroen definizioa  $\Delta p$  kalkulatzeko garatutako ekuazioan sartzen badugu:

$$\frac{dt}{dV} = \frac{\mu}{A\Delta p} \left( \frac{\alpha c V}{A} + R_m \right)$$

zeina edozein iragazpen-operaziorako diseinu-ekuazioa den.

### 9.2.1. Presio konstantepeko iragazpena

$\Delta p$  konstantepean lan egiten denean, diseinu-ekuazioaren aldagai bakarrak  $V$  eta  $t$  dira. Beste alde batetik,  $t = 0$  unean, iragazitako bolumena  $V = 0$  da, eta ez dago opilik. Ondorioz, operazioaren erresistentzia bakarra euskarriarena da, eta

$$\left( \frac{dt}{dV} \right)_{t=0} = \frac{\mu R_m}{A\Delta p} = \frac{1}{q_o}$$

non  $q_o$  eragiketaren hasierako emaria den.

Beraz, diseinu-ekuazioa horrela idatz daiteke:

$$\frac{dt}{dV} = K_c V + \frac{1}{q_o}$$

$$\text{non } K_c = \frac{\mu c \alpha}{A^2 \Delta p}$$

Ekuazio horren integrazioak operazio-erregimenaren diseinu-ekuazioa emango digu:

$$\int_0^t dt = \int_0^V \left( K_c V + \frac{1}{q_o} \right) dV$$

$$\frac{t}{V} = \left( \frac{K_c}{2} \right) V + \frac{1}{q_o}$$

Beraz,  $t/V$  vs  $V$  irudikatzen badugu, lerroaren malda  $K_c/2$  izango da, eta jatorriaren koordinatua, berriz,  $1/q_o$ . Parametro horietatik,  $\alpha$  eta  $R_m$  balioak aterako ditugu, zeinak iragazki horren ezaugarri adierazgarriak baitira eta operazioaren diseinua ahalbidetzen baitute.

Lehen esan den moduan, partikula konprimagarriak iragazten badira, opilaren erresistentzia espezifikoa ( $\alpha$ ) presioaren funtzioa da. Beraz, zenbait  $\Delta p$ -tan lan egiten badugu,  $\alpha$  aldatuko da. Balio horiek kalkulatzeko badira,  $\alpha$ -ren eta  $\Delta p$ -ren arteko erlazioa jakitera hel daiteke, eta hori ekuazio enpirikoen bidez adierazi. Orokorrean, erlazio horren itxura honako hau da:

$$\alpha = \alpha_o \Delta p^s$$

### 9.2.2. Emari konstantepeko iragazpena

Emariak ( $dV/dt$ ) konstante badirau eta opila konprima ezina bada ( $\alpha = kte$ ), diseinu-ekuazioa hau izango da:

$$\frac{t}{V} = \frac{\mu}{A\Delta p} \frac{\alpha c V}{A} + \frac{\mu}{A\Delta p} R_m$$

$$\frac{\Delta p}{V} = \frac{\mu \alpha c}{A^2 t} V + \frac{\mu R_m}{A t}$$

Beraz,  $\Delta p/V$  vs  $V$  irudikatzen badugu, lerroaren maldatik  $\alpha$  aterako dugu, eta jatorriaren ordenatutik, berriz,  $R_m$ .

Erregimen mota horretan, operazioa aurrera doan neurrian,  $\Delta p$  handitu behar da. Opila konprimagarria bada,  $\alpha$  ere handitzen joango da, eta, ondorioz, diseinua konplikatzeko da. Hala ere, lehen idatzitako  $m_c$ -ren definizioa eta abiadura konstantea dela kontuan hartuz,  $\Delta p_c$  kalkulatzeko espresioa honela berridatziko dugu:

$$m_c = Vc$$

$$u = \frac{dV/dt}{A} = \frac{V}{tA}$$

$$\Delta p_c = \frac{\alpha \mu u m_c}{A} \rightarrow \frac{\Delta p_c}{\alpha} = \frac{\mu c}{t} \left( \frac{V}{A} \right)^2$$

Orduan,  $\alpha$ -ren eta  $\Delta p$ -ren arteko erlazioa lehen idatzitako adierazpen enpirikoaren bidez deskriba daitekeela kontuan hartzen badugu:

$$\alpha = \alpha_o \Delta p_c^s$$

$$\frac{\Delta p_c}{\alpha_o \Delta p_c^s} = \frac{\mu c}{t} \left( \frac{V}{A} \right)^2$$

$$\Delta p_c^{1-s} = (\Delta p - \Delta p_m)^{1-s} = \alpha_o \mu c \left( \frac{V}{At} \right)^2 t$$

eta azkenean

$$(\Delta p - \Delta p_m)^{1-s} = K_r t$$

$$\text{non } K_r = \alpha_o \mu c u^2$$

Logaritmoak hartzen baditugu:

$$\log(\Delta p - \Delta p_m) = \frac{\log K_r}{1-s} + \frac{1}{1-s} \log t$$

Beraz, datu esperimentalak lerrokatuz,  $K_r$  (edo  $\alpha_o$ ) eta  $s$  aterako ditugu, zeinak opilaren parametro adierazgarrienak baitira. Adierazpen hori erabiltzeko, ezinbestekoa dugu  $\Delta p_m$  jakitea. Horretarako,  $\Delta p$  vs  $t$  irudia egin eta  $t = 0$ -ra estrapolatuz (operazioaren hasiera),  $\Delta p_m$  balioa irakurriko dugu, une horretako erresistentzia bakarra euskarriarena baita.

### 9.3. Iragazki motak

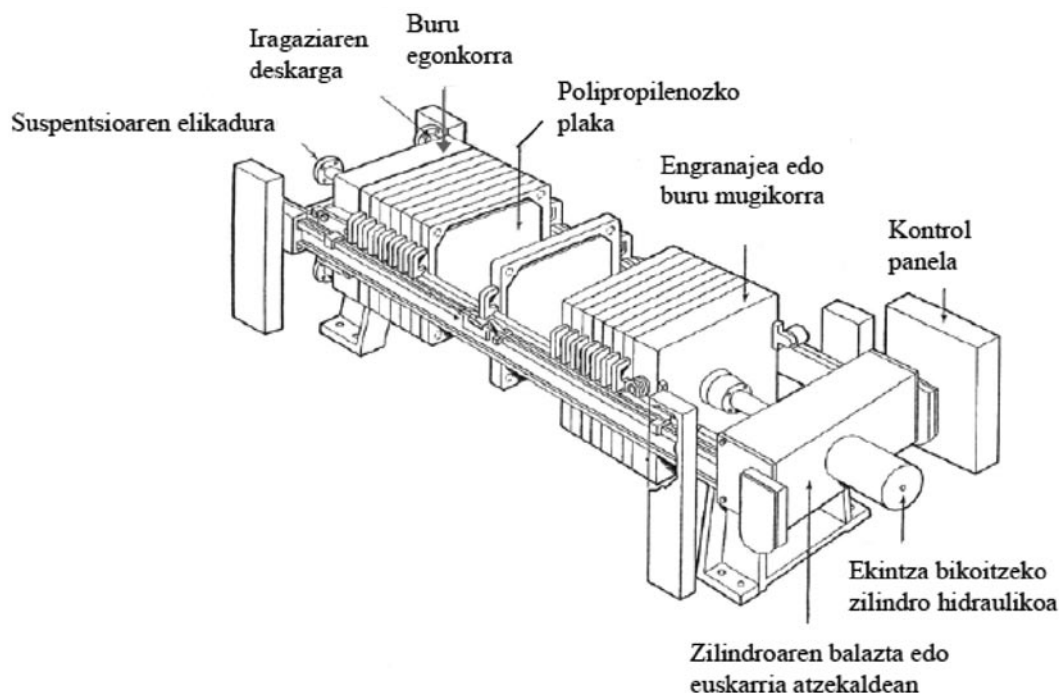
Iragazkiak sailkatzeko gehien erabiltzen diren irizpideak korronteen presioa eta jarraitutasuna dira.

Horrela, sarrerako korrontearen presioa handitzen badugu esekidurak iragazkia zeharkatu dezan, *presio-iragazkia* izango da. Alderantziz, emaria errazteko irteerako korrontearen presioa murrizten badugu (depresioa), *huts-iragazkia* deritzo.

Jarraitutasunari dagokionez, kontuan hartu behar dugu aldagaiak denboraren menpekoak direla iragazpen-prozesuan; beraz, operazioa ez-jarraitua da definizioz. Hala ere, iragazkiek elkarren jarraian lan egin dezakete, iragazki mota batzuetan esekidura era jarraituan elikatu eta solidoa era jarraituan deskargatzen baita.

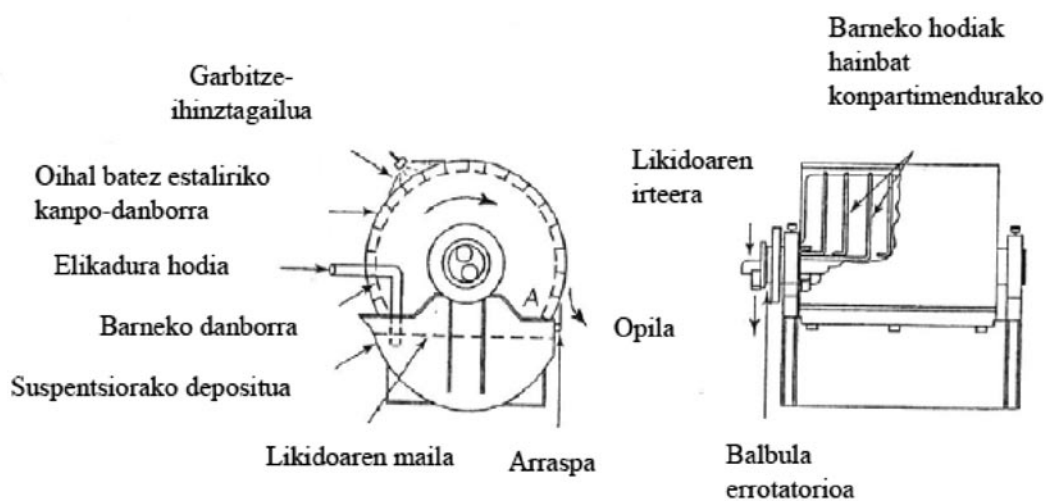
Nahiz eta industria-aplikazioetarako iragazki mota asko egon, gehien erabiltzen direnak prentsa-iragazkiak, danbor erakoak eta zinta erakoak dira.

*Prentsa-iragazkia*: presio-iragazki ez-jarraitu bat da (9.3 irudia). Nahiz eta konfigurazio bat baino gehiago egon, orokorrean, plakak eta markoak txandaka jartzen dira prentsa-iragazkietan, eta, prentsa baten bidez, akordeoi moduan lotzen dira. Iragazki-euskarria plaketan doa, eta, beraz, albo batetik esekidura elikatzen da, eta, bestetik, fluido gardena berreskuratzen da. Opila esekidura sartzen den aldean sortzen da, eta, nahiko hazten denean, elikadura gelditzen da. Beharrezkoa bada, ura edo opila garbitzeko emaria sartzen da, eta, ostean, prentsa atzera bota, eta opila grabitatearen eraginez erortzen da. Hortik, zinta garraiatzaileak ateratzen du; prentsa berriro itxi, eta prozesua errepikatzen da.



9.3 irudia. Prentsa-iragazkia.

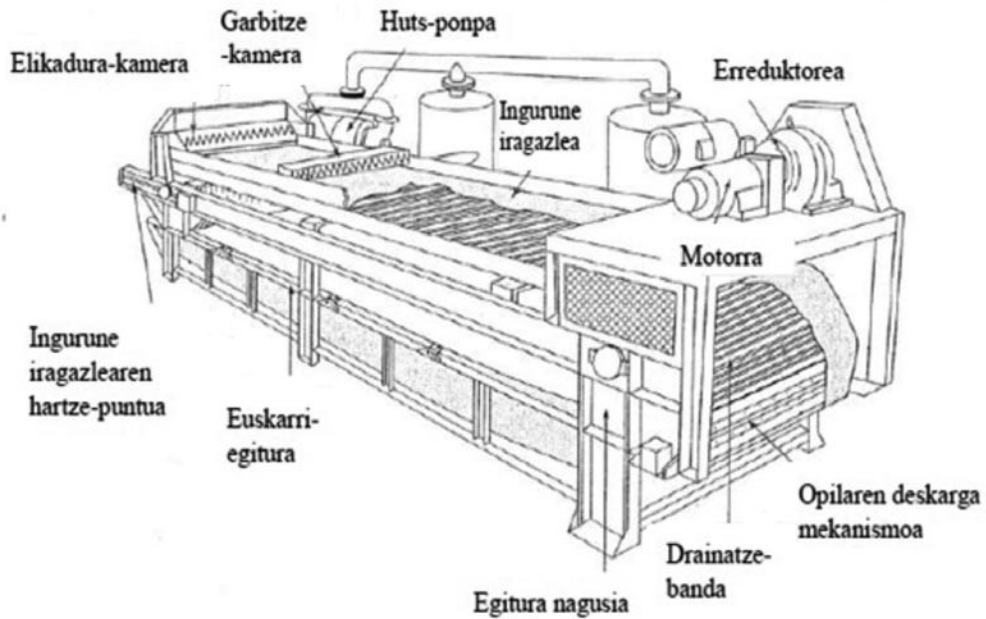
*Danbor-iragazkia:* huts-iragazki jarraitu bat da (9.4 irudia). Iragazkiaren itxura zilindrikoa da, eta, zilindro edo danbor horren gainean, euskarria jartzen da. Zilindroa biraka dabil (0,1-2 bira/min), eta parte bat esekidura-tankean urperatzen da. Tanke horretan, esekidura era jarraian elikatzen da. Danborraren barruan hutsa egiten denez, fluido euskarrian zehar xurgatzen da, eta, beraz, euskarriaren gainean opila sortzen da. Opila tanketik irteten denean, garbitu, lehortu eta deskargatu egiten da, era jarraian. Operazio horiek guztiak zilindroaren bira bakar batean gertatzen dira.



9.4 irudia. Danbor-iragazkia.



Zinta-iragazkia: huts-iragazki jarrai bat dugu, danbor-iragazkia bezala (9.5 irudia). Funtzionamendua danborraren antzekoa da, baina, tanke bat izan beharrean, esekidura zintaren gainean elikatzen da. Iragazki mota hori batez ere partikula handiko esekidurak era jarraian iragazteko erabiltzen da, danbor-iragazkiaren tankean partikula handiak dekantatu egiten baitira. Besteak beste, paper-fabriketan erabiltzen dira, egurra egosi ostean zelulosazko zuntzak berreskuratzeko.



9.5 irudia. Zinta-iragazkia.

10.

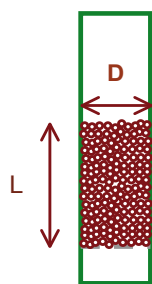
## Fluidizazioa

### 10.1. Sarrera

Fluidizazioa ohandzea goranzko norabidean zeharkatzen duen fluido batean ohandze bateko partikula solidoak esekiduran egotea da. Fluidoaren abiadura nahikoa da ohandzeko presio-galera eta partikulen pisua gainditzeko, eta, horri esker, partikulak esekita geratzen dira fluidoan. Horregatik, **ohandze fluidizatua** deritzo, eta partikula solidoak oso nahasita egotea da haren bereizgarri nagusia.

Fluido batek partikulen ohandze porotsu bat zeharkatzean (10.1 irudia) abiadura txikian, karga edo presioa galtzen da, fluidoaren abiaduraren arabera, baina partikula solidoak geldi mantentzen dira, **ohandze finkoa** osatuz. Fluidoaren abiadura handitzean, presio gehiago galtzen da (Ergun-en ekuazioa, (10.1 ekuazioa)), marruskadura-indarra handiagoa baita (10.2 ekuazioa).

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right) = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{d_p^2} + 1.75 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho_f u^2}{d_p} \quad (10.1)$$



$$\varepsilon = \frac{V_H}{V_T} = 1 - \frac{4m_s}{\pi D^2 L \rho_s}$$

**10.1 irudia.** Partikula solidoz osaturiko ohandzea.

$$\frac{F_o}{A_p} = f_D \frac{\rho V_\infty^2}{2} \quad (10.2)$$

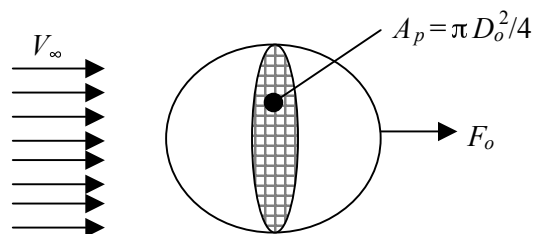
$F_o$ : fluidoak solidoan eragiten duen arraste-indarra

$f_D$ : batez besteko marruskadura-faktorea

$A_p$ : solidoaren zeharkako azalera, fluxuarekiko perpendikularra

$V_\infty$ : fluidoaren abiadura askea

10.2 irudian fluido baten barnean murgilduriko partikula solido baten gaineko marruskadura-indarra adierazten da.

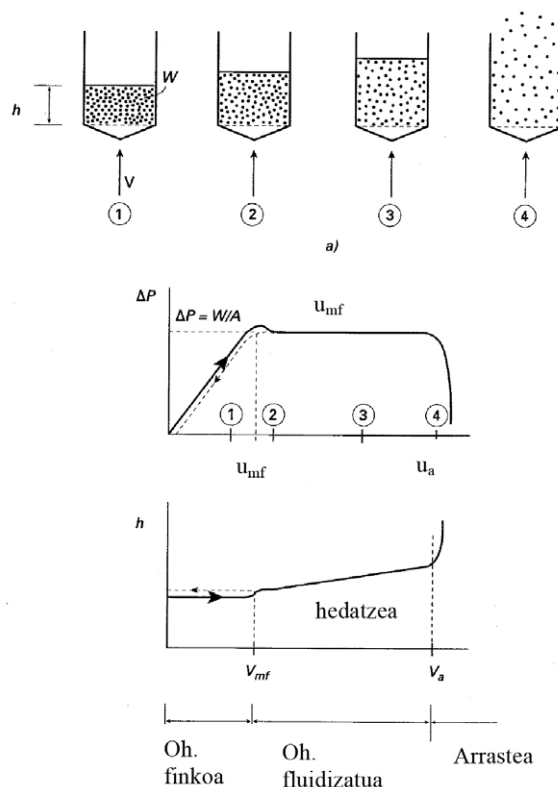


**10.2 irudia.** Fluido baten barnean murgilduriko partikula solido baten gaineko marruskadura-indarra.

Fluidoaren abiadura gehiago handitzen bada, partikulek bibrazio eta desplazamendu txikiak izaten dituzte, ohantzearen altuera handitu gabe.

Fluidoaren abiadurak handitzen jarraitzen badu, azkenean, partikula solidoen gaineko bultzatze- edo arraste-indarra partikulen pisuarekin berdintzen da, eta, momentu horretan, partikulok era askean mugitzen eta batzuk besteekin nahasten hasten dira. Halako baldintzak lortzen dituen fluidoaren abiadurari fluidizazio-abiadura minimoa deritzen ( $u_{mf}$ ), eta halako mugikortasuna duen partikulen ohantzeari, berriz, *ohantze fluidizatua*.

10.3 irudian, ohantze fluidizatu bat nola eratzen den erakusten da, partikulen ohantze finkotik abiatuta, pisua  $W$  izanik, eta nola aldatzen den ondorioz presio-galera ohantzean zehar. Beha daitekeenez, fluidizazio-abiadura minimoa lortzean ( $u_{mf}$ ), presio-galera balio maximoa lortzen du ( $W/A$ ), eta horrela geratzen da, *partikulen arrastea* gertatu arte, momentu horretan bat-batean txikitu egiten baita balioa.



**10.3 irudia.** Ohantze fluidizatu baten eraketa partikulen ohantze finko batetik abiatuta:  
a) ohantzearen faseak u handitzean: (1) ohantze finkoa, (2) fluidizazio minimoko egoera, (3) ohantze hedatua, (4) ohantzearen arrastea; b) presio-galera eta ohantzearen altueraren aldaketa.

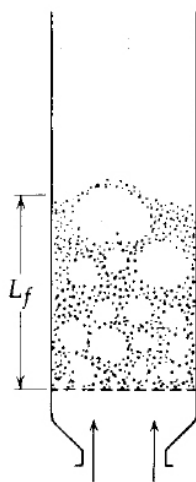
Abiadurak beti pasagune askearen zeharkako sekzioari egiten dio erreferentzia, eta emari bolumetrikoren eta ohandze hutsaren zeharkako sekzioaren arteko zatidura ( $u = Q_v/A$ ) gisa definitzen da; orokorrean, gainazaleko abiadura izenez ezagutzen da.

Prozesu horretan, ohandzearen hedapen progresiboa ere gertatzen da; hala, ohandzeak gero eta porositate ( $\epsilon$ ) handiagoa du fluidizazio-abiadura minimoaren puntutik aurrera ( $\epsilon_{mf}$ ). Fluidizaziorako abiaduren tarte baliagarria  $u_{mf}$  eta  $u_a$  (arraste-abiadura) artean dago. Azken horretarako, partikula solidoak arrastatuak dira ohandzetik kanpora.

Fluidizazio-baldintzetan, partikula mugikorren ohandzeak fluido baten antzeko portaera dauka (hortik dator «fluidizatu» terminoa), eta irakiten dagoen likido bat dakar gogora.

Likido-solido sistemetan  $u_{mf}$ -ren gaineko abiadura erabiltzearen ondorioz, ohandzearen hedatze leun eta progresibo bat gertatzen da; hedatze horretan, partikulen zorizko mugimendua mantentzen da, 10.3 irudiko 3 egoerak erakusten duen moduan. Hala, ohandze fluidizatu partikulatu homogeneo edo leun izenez ezagutzen da. Gas-solido sistemetan, oso baldintza berezietan bakarrik gertatzen da halako egoera bat, dentsitate baxuko partikulak eta gas oso dentsoak presio oso altuan daudenean hain zuzen.

Izan ere, gas-solido sistemetan, portaera oso ezberdina izaten da. Fluidizazio minimoko egoerari dagokion abiadura baino abiadura altuagoak erabiltzean, ezegonkortasun-seinaleak azaltzen dira, hala nola burbuilak eratzea eta ohandzean kanalak agertzea. Ohantze mota horrek *burbuilazko ohandze fluidizatu* izena hartzen du (10.4 irudia).



**10.4 irudia.** Burbuilazko ohandze fluidizatu.

Kasu batzuetan, likido-solido sistemek ere burbuilazko ohandze fluidizatu portaera izaten dute, dentsitate altuko partikulak dentsitate baxuko likidoekin fluidizatzen direnean.

Burbuilazko ohandzea industrian gehien erabiltzen den erregimen mota da, nahiz eta burbuilak ezegonkortasuna eragin ohandzean.

Gasaren abiadura handitzen jarraitzen badugu, gero eta burbuila gehiago eratzen dira, eta, horrekin batera, ohandzeak eragiten duen karga-galera arin bat gertatzen da. Burbuilak ikusi beharrean, partikula-konglomeratuen (taldeen) mugimendu turbulentoa eta zenbait tamaina

eta formatako gas-hutsuneak ikusten dira. Egoera horri *ohantze fluidizatu turbulentua* deritzo (10.5 irudia).



**10.5 irudia.** Ohantze fluidizatu turbulentua.

Gasaren abiadura oraindik gehiago handituz, solido guztiak gasarekin batera arrastatuak dira. Egoera horri *solidoen garraio pneumatikoa* deritzo, eta presio-galera nabaria eragiten du, presio-galera eragiten zuen ohantzea desagertu eta solidoa gasarekin batera jariatzen baita.

### Fluidizazio-abiadura minimoa

Fluidizazio-abiadura minimoa indarren balantze baten bidez kalkula daiteke: ohantzea esekita geratzen denean hasten da fluidizazioa. Hau da:

(goranzko gasaren arraste indarrak) = (ohantzean flotatzen dauden partikulen pisua)

Termino horiek honela kalkula daitezke:

(ohantzean zeharreko presio-galera) (ohantzearen sekzioa) = (ohantzearen bolumena) (solidoen frakzioa) (partikula solidoen eta fluidoaren dentsitateen diferentzia) (grabitatea)

$$\Delta P \cdot S = S \cdot L_{mf} (1 - \varepsilon_{mf}) (\rho_s - \rho_f) g$$

Ekuazio hori ordenatuz, honako hau daukagu fluidizazio minimoko baldintzetan:

$$\frac{\Delta P}{L_{mf}} = (1 - \varepsilon_{mf}) (\rho_s - \rho_f) g$$

Fluidizazio-abiadura minimoa Ergun-en ekuazioa (10.1) eta indarren balantzea konbinatuz lortzen da:

$$(1 - \varepsilon_{mf}) (\rho_s - \rho_f) g = 150 \frac{(1 - \varepsilon_{mf})^2}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\mu u_{mf}}{d_p^2} + 1.75 \frac{1 - \varepsilon_{mf}}{\varepsilon_{mf}^3} \frac{\rho_f u_{mf}^2}{d_p}$$

Partikula oso txikietarako, Ergun-en ekuazioaren fluxu laminarraren terminoa bakarrik da garrantzitsua.  $Re_p < 20$  denean, fluidizazio-abiadura minimoa honela geratzen da:

$$u_{mf} = \frac{g(\rho_s - \rho_f)}{150\mu} \frac{\varepsilon_{mf}^3}{1 - \varepsilon_{mf}} d_p^2$$

Oso tamaina handiko partikulen kasuan, fluxu laminarraren terminoa mezpretxagarri egiten da, eta  $u_{mf}$  berriz, partikulen tamainaren erro karratuarekin aldatzen da.  $Re_p > 1.000$  rako ekuazioa:

$$u_{mf} = \left[ \frac{d_p g (\rho_s - \rho_f) \varepsilon_{mf}^3}{1.75 \rho_f} \right]^{1/2}$$

### Porositate minimoa

Fluidizazioa hastean, ohantzea zeozer hedatzen da bere egoera estatikotik, benetako fluidizazioa hasi baino lehen. Porositatea handitu egiten da ohantze estatikoarenarekin alderatuta. Benetako fluidizazioa hasten denean, ohantzearen porositateari **fluidizazio minimoko porositatea** deritza:  $\varepsilon_{mf}$ .

### Ohantzearen altuera

Fluidoaren abiadura fluidizaziorako beharrezkoa den minimoarekiko handitzen denean, ohantzea hedatu egiten da, eta porositatea handitu. Ontziaren zeharkako sekzioaren azalera altuerarekin aldatzen ez bada, porositatea ohantzearen altueraren funtzio zuzena da.  $L_o$  ohantzeak izango lukeen altuera bada porositatea zero balitz —hau da, solidoak era konpaktuan egongo balira eta espazio hutsik ez balego—, eta  $L$  ohantze fluidizatuaren altuera bada, honen porositatea honako ekuazio honek emango du:

$$\varepsilon = \frac{L - L_o}{L} = 1 - \frac{L_o}{L}$$

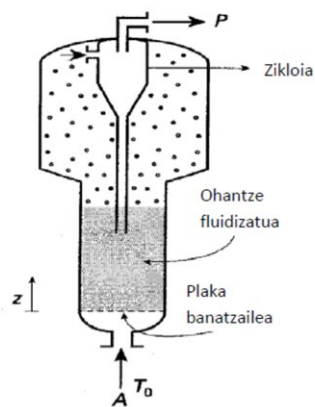
Askotan, porositatea zenbait baldintzatan ezagutzen da; adibidez, fluidizazio minimoko porositatea edo ohantze estatikoaren edo finkoaren porositatea. Baldintza horietan, ohantzearen altuera ere ezagutzen bada, ohantzearen altuera honako adierazpen honen bidez lor daiteke porositatearen edozein egoera berritan:

$$L_2 = L_1 \frac{1 - \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_2} \quad \varepsilon_1 \text{ eta } \varepsilon_2, L_1 \text{ eta } L_2 \text{ altuerai dagozkien porositateak izanik.}$$

## 10.2. Ohantze fluidizatuaren ezaugarriak eta aplikazioak

Ohantze fluidizatuaren ezaugarriak:

- Nahaste-maila altua: partikula solidoak intentsitate handiz nahasten dira, eta horrek ohantzeko konposizioa eta tenperatura homogeneoak izatea dakar.
- Era jarraituan operatzeko erraztasuna: solidoa ohantze fluidizatutik erretiratu eta berriro jartzea era jarraituan egin daiteke, desaktibatzen den katalizatzaile edo adsorbatzaile bat edo kontsumitzen den solido bat izatean (ikatzaren erreketeta, etab.). Kasu horietan, ohantze fluidizatu batek errektore edo adsorbatzaile gisa eta beste batek birsortzaile gisa operatzen dute aldi berean.
- Solidoen degradazio mekanikoa: solidoen nahaste bortitzaren eta era jarraituan gertatzen den igurtzi edo marruskaduraren ondorioz, partikulak degradatu eta haien tamaina txikitzen da; hauts oso fina eratuz, fluidoak oso erraz arrastatzen duena. Urratze edo marruskaduragatik eraturiko **partikula finen arrastearen** prozesuari **elutriazioa** deritzo. Beharrezkoa da ohantze fluidizatuaren irteeran zikloiak erabiltzea, partikula finen erretentzioa ziurtatzeko (10.6 irudia).
- Ohantze fluidizatuaren pareta eraikina deneko materialen barne-erosioa: partikula solidoak era jarraituan urratzearen ondorioz gertatzen da. Eraikitze-materialak urratzearekiko nahikoa erresistenteak izan behar dute.
- Solido moten muga: solido guztiak ezin dira ohantze fluidizatu batean erabili, askok ez baitute fluidizaziorako ezaugarriarik (bigunketa, aglomerazioa, birrintzea edo txikitzea, hegazkortasuna, etab. jasaten dute).
- Fluxurako ereduak ezartzeko zailtasuna: gasaren (edo likidoaren) eta solidoaren fluxuak konplexuak dira ohantze fluidizatuan, eta ezin dira eredu sinpleekin deskribatu. Solidorako nahaste osoko eredu eta fluidorako pistoi-fluxukoa kontuan hartzea hurbilketa bat baino ez da, eta, askotan, errealitatekin aldentzen da, batez ere fluidoetan. Gainera, operazioaren kontrola eta egonkortasuna zailak dira, operazio-baldintzetan aldaketa txikiak egiteak (emariak, partikulen tamaina, solidoaren dentsitatea, etab.) fluidizazio-egoera alda baitezake.
- Eskala-aldaketa zaila: aurreko arrazoiengatik, zaila da laborategi-eskalako emaitzak planta pilotuaren eskalara eta handik industri-eskalara estrapolatzea.



10.6 irudia. Ohantze fluidizatuaren erreaktorea.

### Aplikazioak:

Haren ezaugarriak direla eta, ohandze fluidizatuko teknologia interes eta aldakortasun handikoa da, eta, ondorioz, prozesu fisiko eta kimiko askotan erabili da.

#### — Prozesu fisikoak:

- Tamaina edo konposizio ezberdineko solidoen nahastea.
- Solidoaren eta fluidoaren artean beroa trukitzea.
- Partikulak pikortatzea eta produktu farmazeutikoen eta ongarrien ekoizpenerako estaltzea.
- Lehorketa.
- Gasen eta efluenteen adsortzioa edo erretentzioa solidoetan.

#### — Prozesu kimikoak:

- Petrolioaren frakzio astunen krakeo katalitiko (FCC), gasolina emateko, molekulen haustura selektiboaren bidez.
- Solidoak katalizatzaile gisa jokatzen duenean: sintesi-erreakzioak, polimerizazioa, erreakzio biologikoak entzima finkoekin.
- Solidoak erreaktibo gisa jokatzen duenean: ikatzaren eta hondakinen konbustioa, gasifikazioa eta pirolisia, sulfuroen txigorketa, oxido metalikoen erredukzioa, etab.



## 11.

# Irabiaketa eta nahasketa

Nahiz eta askotan irabiaketa eta nahasketa zentzu berean erabili, ez dira operazio berbera. Irabiaketak forma determinatu baten —orokorrean, zirkulatorioa— eta ontzi baten barruan material baten gain eragindako mugimenduari egiten dio erreferentzia. Nahasketa, bi osagai edo fasez edo gehiagoz osatutako nahastearen ezaugarri fisiko-kimiko homogeenak lortzean datza. Horrela, material purua irabia daiteke, baina ezin daiteke nahastu.

Hala ere, askotan, fluido bi edo fluidoa eta solidoa nahasteko bide egokia irabiaketa dugu, eta, horregatik, gai honetan, bi operazio horiek aztertuko ditugu.

Irabiaketa fluidoaren mugimendu zurrunbilotsu eta irregularra eragitean datza. Orokorrean, bigarren mailako operazioa da, irabiaketaren helburua askotan materia- edo bero-transmisioa erraztea edo solidoaren sedimentazioa saihestea baita. Hiru dira irabiaketa erabiltzeko arrazoirik garrantzitsuenak:

- Trasferentziarako azalera eta koefizienteak handitzea. Adibidez, gas-likido eta likido-likido operazioetan, irabiaketak burbuilak agertzea eragiten du, eta, ondorioz, materia- edota bero-trasmisiorako azalera izugarri handitzen da.
- Materia- eta bero-trasmisioaren koefizienteak handitzea.
- Fluido disolbagarriak nahastea.
- Gas edo likido disolbaezin bat beste likido batean dispersatzea.
- Partikula solidoz osaturiko esekidura mantentzea.

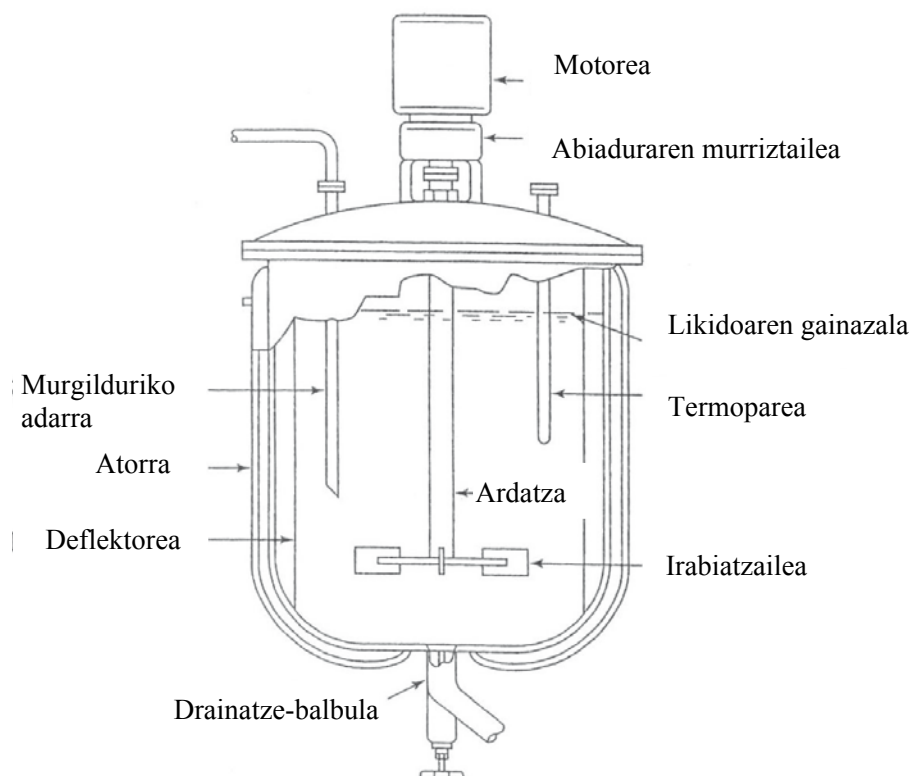
### 11.1. Ontzi irabiatuak

Irabiagailuaren osagaiak hauek dira (11.1 irudia): ontzia, irabiagailua eta osagarriak. Ontzia operazio edota erreakzio kimikoa gauzatzeko lekua da. Askotan, itxura zilindrikoa du, eta hondoa edo ipurdia ez da laua izaten, biribildua baizik, ertz zuzenik gabe, ertzetan ez bailitzateke sartuko fluidoaren korrontetik. Irabiagailua goitik beherako ardatz bertikal batean kokatuta dago, eta moterreduttore elektriko baten bidez mugitzen da. Osagarriak, besteak beste, sarrera- eta irteera-le-

rroak, bero-trukagailuak (hodibihurrak, atorrak), termometroak edo tenperatura neurtzeko beste gailu batzuetarako zuloak izaten dira. Ontziaren goiko aldea irekia edo itxia egon daiteke.

Orokorrean, irabiagailu mota bi ezberdintzen dira: axialak eta erradialak. Lehenengoeak emari paraleloa eragiten dute elementu birakorraren ardatzarekin, eta bigarrenek elementu birakorraren erradioaren noranzkoan mugitzen dute fluidoak.

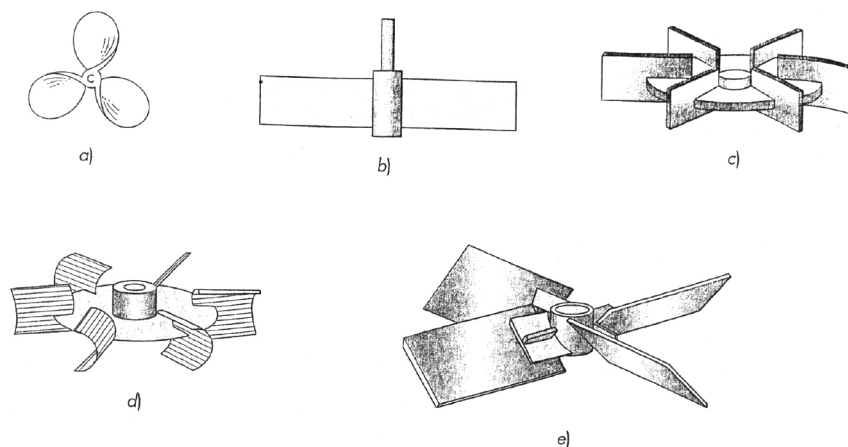
Beste alde batetik, pausoa irabiagailuaren oso parametro adierazgarria da, hau da, fluidoak jasaten duen desplazamenduaren eta irabiagailuaren diametroaren arteko erlazioa. Horrela, pausoa 1 denean, *karratua* esaten zaio.



**11.1 irudia.** Irabiagailuaren osagaiak.

Irabiaketan, fluidoaren biskositatea oso parametro eraginkorra da. Zehazki, biskositate txikiko fluidoak irabiatzeko helizeak, turbinak eta etekin handiko bultzatzaileak erabiltzen dira. Biskositate handiko fluidoak irabiatzeko, aldiz, helize bereziak eta aingurak erabili ohi dira.

- *Helizeak*: irabiagailu axialak dira, eta biskositate txikiko fluidoak irabiatzeko erabiltzen dira. Haien diametroa 50 cm baino txikiagoa izan ohi da, pausorik erabiliena karratua izanik (11.2a irudia). Orokorrean, abiadura handian ibiltzen dira: helize txikiena 1.100-1.800 bira/min-an, eta handiena 400-800 bira/min-an. Irabiagailutik abiatzen diren fluxu-korronteak likidoan zehar mugitzen dira noranzko jakin batean, hondoak edo tankearen hormek desbideratzen dituzten arte. Irabiagailutik abiatuturiko turbulenzia altuko likido-zurrumbilo zutabearen mugimenduak geldirik dagoen likidoa arrastatzen du.



**11.2 irudia.** Irabiagailu mota batzuk:

a) helizea, b) paletak, c) disko erakoa, d) pala konkaboduna, e) pala lapranakoa.

- *Turbinak*: irabiagailu erradialak dira, eta industrian gehien erabiltzen direnak. 11.2 irudian, lau turbina mota ikusten dira: turbina sinplea edo paletak (abiadura: 20-150 bira/min), disko erakoa (gasak likidoetan dispersatzeko oso egokiak), pala konkaboduna eta pala lapranakoa edo inklinatua (esekidura sortzeko oso egokiak).

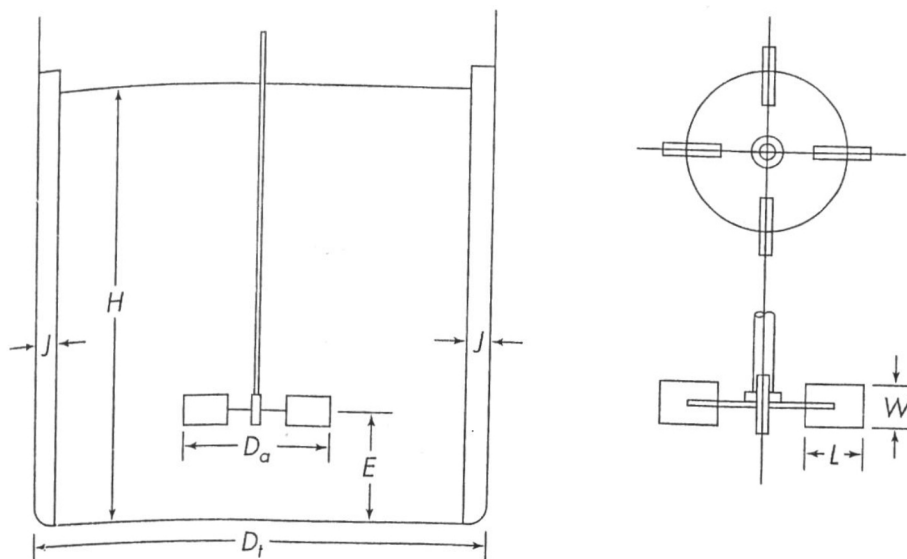
Irabiaketa diseinatzeko, aldagai asko finkatu behar dira; besteak beste, ontziaren diametroa, bultzatzailearena, haren kokapena, eta abar. Erabaki horiek guztiek fluidoaren abiadura, zirkulazio-patroia eta potentzia-kontsumoa mugatzen dituzte, eta, beraz, erabakia ezin daiteke edonola hartu. Diseinu egokia lortzeko, abiapuntu hau erabili ohi da:

$$\frac{D_a}{D_t} = \frac{1}{3} \quad \frac{H}{D_t} = 1 \quad \frac{j}{D_t} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{E}{D_t} = \frac{1}{3} \quad \frac{W}{D_a} = \frac{1}{5} \quad \frac{L}{D_a} = \frac{1}{4}$$

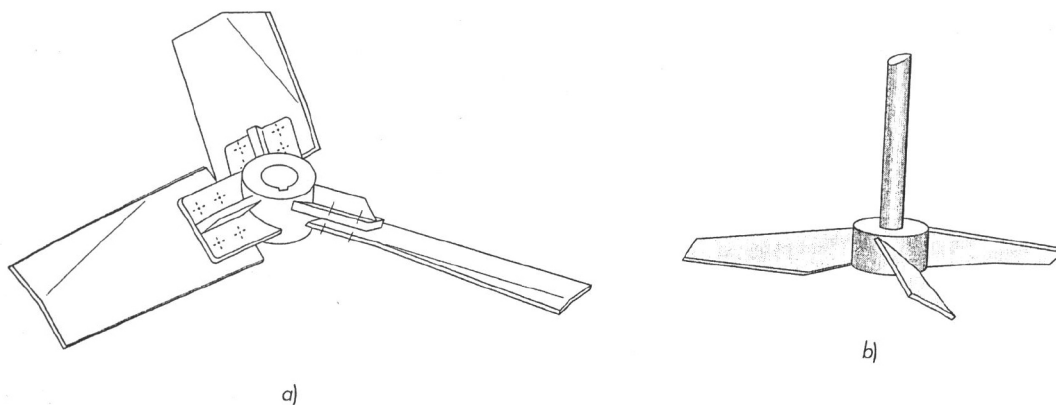
non  $D_a$ ,  $D_t$ ,  $H$ ,  $j$ ,  $E$ ,  $W$  eta  $L$  11.3 irudian agertzen diren ontziaren eta bultzatzailearen parametro geometrikoak diren.

Irabiagailuaren pala kopurua 4tik 16ra bitartekoa izan daiteke, baina 4, 6 eta 8 dira gehien erabiltzen direnak.



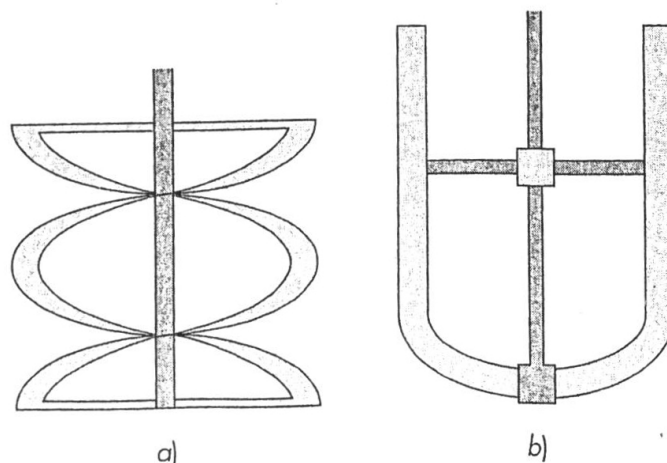
**11.3 irudia.** Irabiagailuaren dimentsioak.

- *Etekin handiko bultzatzaileak:* irabiagailu axialak dira, bereziak (11.4 irudia), eta nahasketa hobetzeko eta potentzia-konsumoa txikitzeko erabiltzen dira. Dentsitate txikiko likidoak nahasteko oso egokiak dira, baina gasak dispersatzeko edo biskositate handiko likidoak irabiatzeko ez dira egokiak.



**11.4 irudia.** Etekin handiko irabiagailuak.

- *Biskositate handiko fluidoak irabiatzekoak:* fluidoaren edo esekiduraren biskositatea 20 Pa·s baino handiagoa denean, orain arte deskribaturiko bultzatzaileak ez da erabiltzen, eta 11.5 irudian ikusten direnak nahiago dira. Helikoidala oso aproposa dugu, eta 25.000 Pa·s-ko fluidoak irabiatzera heltzen da. Aingura motakoa ere erabil daiteke, batez ere ontziaren hondoa irabiatu nahi denean, baina haren etekina txikiagoa da. Fluido oso likatsua eta esekidura motakoa bada, elementu birakorra erabili beharrean ontzia bera mugitzen da.



**11.5 irudia.** Biskositate handiko fluidoak irabiatzeko bultzatzaileak:  
a) helikoidala, b) aingura erakoa.

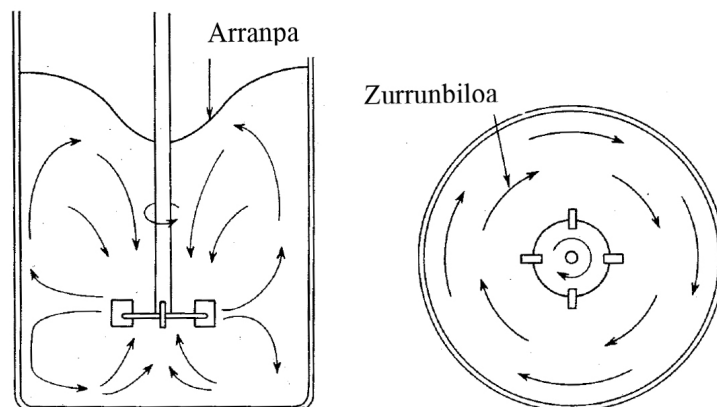
## 11.2. Arranparen (zurrunbiloaren) agerpena

Tanke irabiatuaren barruan, fluidoaren abiadurak hiru osagai ditu: erradiala (ardatzaren noranzko perpendikularrean eragiten du), longitudinala (ardatzaren noranzko paraleloan) eta tangenziala edo errotazionala (mugimendu birakorra). Irabiagailuaren ardatza bertikala izanez gero, osagai tangenziala eta erradiala plano horizontalean daude, eta longitudinala, berriz, plano bertikalean.

Osagai erradialak eta longitudinalak fluidoaren nahasketa gertatzeko beharrezko fluxua eragiten dute. Ardatza bertikala denean eta ontziaren erdian kokaturik dagoenean, abiaduraren osagai tangenziala nahasterako txarra da. Fluxu tangenzialak ardatzaren inguruan ibilbide zirkularra eragiten du, eta likidoaren gainazalean arranpa bat sortzen du. Horrek nahastu gabeko substantzien estratifikazio edo geruzatze iraunkorra eragiten du, zenbait mailatan, eta batetik bestera ez dago fluxu longitudinalik.

Arranparen agerpena ulertzeko, azter dezagun irabiatzean fluidoari gertatzen zaiona. Elementu birakor erradialak fluidoak hormaren kontra bultzatzen du, eta, fluidoak horma ukitzen denean, abiadura erradiala axial bihurtzen da. Ondorioz, gaineko azalera altxatu, eta zutabe horren presioa handiagoa izango da. Presio gradientea sortu, eta fluidoak presio txikiko gunerantz mugitzen da, hau da, ardatzerantz, eta hortik elementu birakorrera jaisten. Elementu birakorrean presioa txikiagoa denez, xurgapen-puntua da, eta haren gaineko fluido-zutabea laburragoa izango da (11.6 irudia).

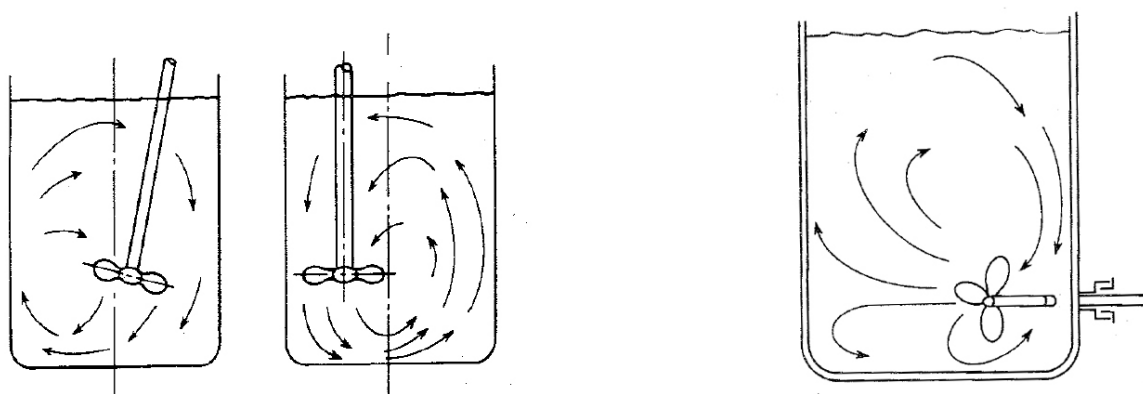
Arranpa agertzen bada, nahiz eta fluido kopuru berbera izan, ontziak handiagoa izan beharko du. Beste alde batetik, biraketa-elementuaren abiadura altuetan, arranparen sakonera oso handia izan daiteke, eta elementu birakorreraino jaitsi. Horrek likidoaren gainean dagoen airea likidoan sartzea eragiten du, eta hori ekidin egin behar da normalean.



**11.6 irudia.** Arranparen eraketa eta fluxu-mota tanke irabiatu baten.

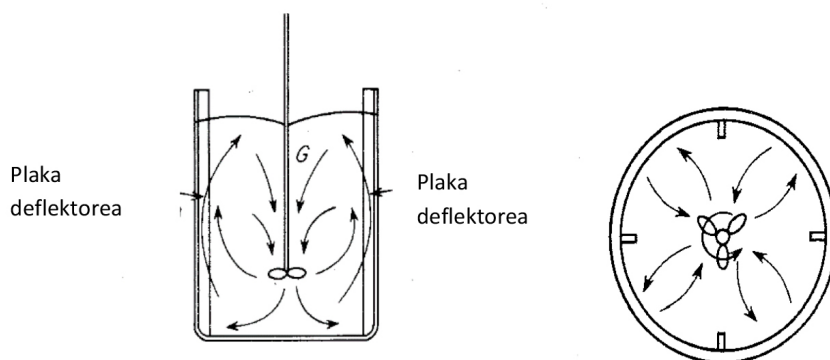
Fenomeno hori saihesteko, badaude zenbait aukera:

- Gaineko azalera barik lan egitea, hau da, ontzi itxiak erabiltzea, ontziaren bolumena likidoaren berbera izanik. Aukera horren desabantailarik garrantzitsuen arranparik agertzea ez saihestea da.
- Abiadura geldoan lan egitea, era horretan arranparen tamaina oso txikia izaten baita. Horretarako, elementu birakor handiago bat erabili ohi da. Aukera horrek ere ez du saihesten arranparik agertzea.
- Elementu birakorra tankearen zentrotik urruti kokatzea tamaina txikiko tankeetan; tamaina handiagoko tankeetan, irabiatzailea tankearen albo batean munta daiteke, ardatza plano horizontal batean kokatuz (11.7 irudia).



**11.7 irudia.** Irabiatzaile ez-zentratua. Alboko sarrera daukan irabiatzailea.

- Zalantza barik, aukerarik interesgarriena eta erabilgarriena deflektoreak erabiltzea da (11.8 irudia). Aukera hori, nahiz eta irabiaketa lortzeko energia gehiago behar den, irtenbide erabiliena dugu. Fluxu errotazionala edo tangentiala ekiditen dute, fluxu erradial eta longitudinalari eragin gabe.



**11.8 irudia.** Plaka deflektoredunak eta erdian helize irabiatzailea duen tanke baten fluxu mota.

Ontziaren hormarekiko noranzko perpendikularrean kokaturiko plaka bertikalak dira, eta itxura, tamaina eta kopuru desberdina izan dezakete.

Orokorrean, zabalera ( $j$ , 11.3 irudia) irabiagailu motaren funtzioa izango da. Horrela, turbinak erabiliz gero,  $j/D_t = 1/12$  izango da. Alderantziz, helizearen kasuan,  $j/D_t = 1/18$  izango da.

Itxura ere aldakorra da, eta, nahiz eta arruntenak plaka motakoak izan, plaka zulatuak ere erabiltzen dira, batez ere esekidurak irabiatzeko, horrela solidoaren mugimendua ahalbidetu eta, ondorioz, ez baita gune hilik sortzen. Gehienetan, 4 kokatzen dira, baina, zenbait aplikazio berezitan, gehiago edo gutxiago erabiltzera hel daiteke.

### 11.3. Potentziaren kalkulua

Irabiaketa-operazioa diseinatzeko, garrantzi handiko helburua izango dugu bultzatzailearen neurriak ezartzeaz gain potentzia-kontsumoa eta, beraz, potentzia-zenbakia kalkulatzeko.

Horretarako erlazio teorikoak egon arren, gehien erabiltzen direnak ekuazio enpirikoak dira, eta haien garapena analisi dimentsionalaren bidez egiten da.

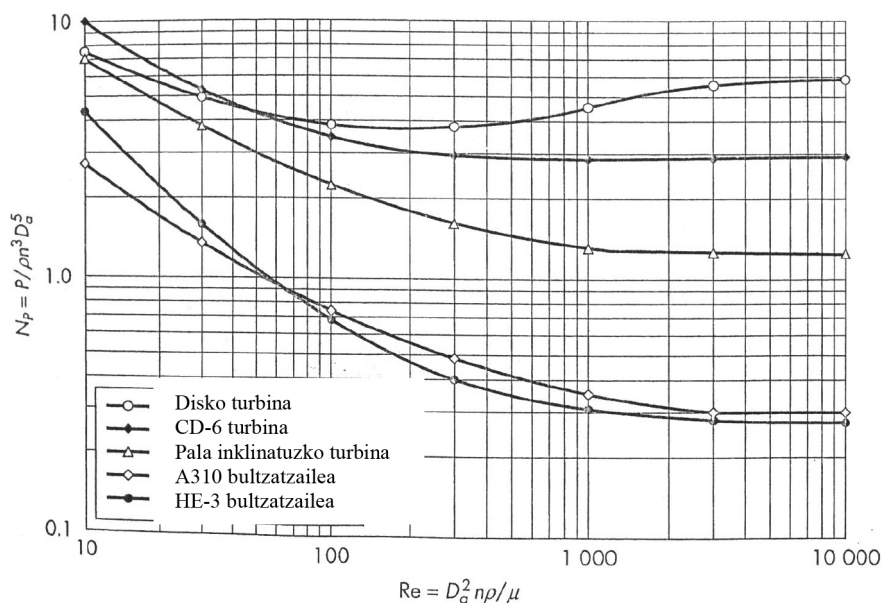
Lehenengo pausoa operazioaren aldagai eraginkorrak identifikatzean datza. Informazio horrekin, aldagaiak taldekatzen dira, eta adierazpen enpirikoa proposatzen. Datu esperimentalak lortu ostean, proposatutako adierazpenaren eta datuen arteko doiketak ekuazioa eskuratzen lagunduko digu.

Aldagaiak 11.3 irudian definitu dira; beraz, jarraian, zenbaki adimentsionalak osatzeko moduan taldekatuko ditugu:

$$\left( \frac{P}{n^3 D_a^5 \rho} \right) = \psi \left( \frac{n D_a^2 \rho}{\mu} \right)^b \left( \frac{n^2 D_a}{g} \right)^c \left( \frac{D_t}{D_a} \right)^d \left( \frac{H}{D_a} \right)^e \left( \frac{W}{D_a} \right)^f \left( \frac{E}{D_a} \right)^g$$

$N_p = Re \cdot Fr \cdot \phi$ , non  $N_p$  potentzia zenbakia,  $Re$  Reynolds zenbakia,  $Fr$  Froude-ren zenbakia eta  $\phi$  parametro geometrikoak taldekatzen dituen funtzioa diren.

Zenbaki adimentsional horien arteko erlazioak era grafikoan atera, eta irabiagailu mota bakoitzerako garatu dira. Adibide gisa, 11.9 irudia oso erabilgarria izango da turbinak diseinatzeko, eta 11.10 irudia, berriz, helizeak eta bultzatzaile helikoidala diseinatzeko. Irudiok  $10 < Re < 10^4$  tartean dira aplikagarriak.



11.9 irudia. Turbinen  $N_p$  zenbakia.

Hortik at,  $Re < 10$  bada, deflektoreen eragina ez da nabaritzen, eta

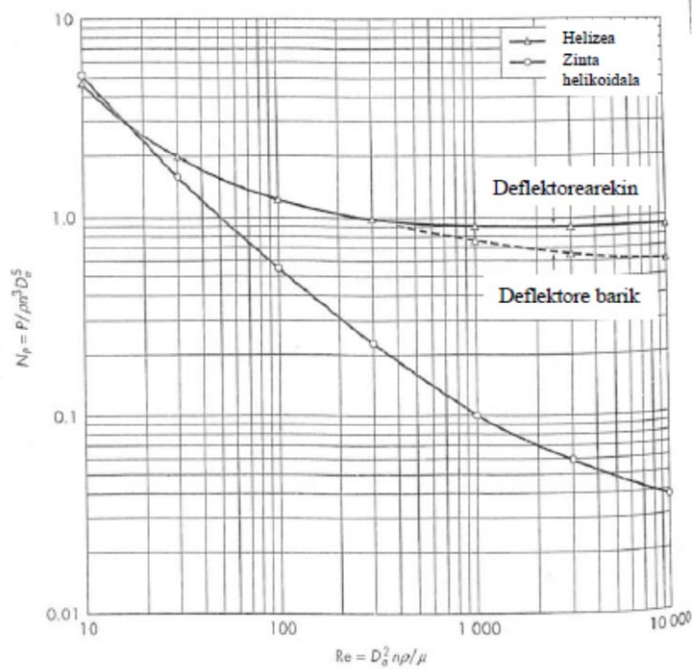
$$N_p = \frac{K_L}{Re}$$

eran definitzen da, non  $K_L$  11.1 taulan irakur daitekeen.

Beste alde batetik,  $Re > 10^4$  kasuan, deflektoreak erabiliz gero,  $N_p \neq f(Re)$  izango da, eta ondorioz:

$$N_p = K_T$$

eran definitzen da, non  $K_T$  11.1 taulan irakur daitekeen.



11.10 irudia. Helizearen eta bultzatzaile helikoidalaren  $N_p$  zenbakia.



**11.1 taula.**  $K_L$  eta  $K_T$  faktoreak.

Bultzatzaile mota	$K_L$	$K_T$
Helize bultzatzailea, 3 pala		
1 pausua	41	0,32
1.5 pausua	48	0,87
Turbina		
6 paladun diskoa	65	5,75
6 pala inklinatu	—	1,63
6 pala lau	71	6,30
4 pala inklinatu	44,5	1,27
Paleta laua, 2 pala	36,5	1,70
HE-3 bultzatzailea	43	0,28
Zinta helikoidala	52	—
Aingura	300	0,35

## Oinarrizko bibliografia

- Calleja, G.; García, F.; de Lucas, A.; Prats, D.; Rodríguez, J. M. (1999): *Introducción a la Ingeniería Química*, Síntesis, Madrid.
- Costa, E. y cols. (1985): *Ingeniería Química: 3. Flujo de fluidos*, Alhambra, Madrid.
- Levenspiel, O. (2009): *Fluidoan fluxua eta bero-trukea ingenieritzan*, Euskal Herriko Unibertsitateko Argitalpen Zerbitzua.
- McCabe, W. L., Smith, J. C. y Harriot, P (1991): *Operaciones básicas de ingeniería química*, Mc Graw Hill, Madrid.
- White, F. M. (1983): *Mecánica de Fluidos*, Mc Graw Hill, Madrid.

**UNIBERTSITATEKO ESKULIBURUAK**  
**MANUALES UNIVERSITARIOS**

**INFORMAZIOA ETA ESKARIAR • INFORMACIÓN Y PEDIDOS**

UPV/EHUko Argitalpen Zerbitzua • Servicio Editorial de la UPV/EHU  
argitaletxea@ehu.eus • editorial@ehu.eus  
1397 Posta Kutxatila - 48080 Bilbo • Apartado 1397 - 48080 Bilbao  
Tfn.: 94 601 2227 • [www.ehu.eus/argitalpenak](http://www.ehu.eus/argitalpenak)

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea