



AHALMEN ESPAZIALAREN AZTERKETA BAT HAUR HEZKUNTZATIK UNIBERTSITATERAINO

Iera Arrieta Cortajarena

Zuzendaria: M^a Concepción Medrano

DOKTORE-TESIA

Donostia, 2015

Aitari

Eskerrik asko!

Mila esker bide luze eta aldapatsu honetan lagundu didazuen guztioi:

- Conchiri, eskainitako babesari eta gertutasunagatik, eta behar izan dudana bakoitzean hori egon zarelako.
- Eskolako lankideei, etengabeko animoengatik. Eta batez ere, saileko kideei, Arantxa, Fernando, Goretti, Joxemari eta Joni, bide aldapatsuan erraztasunak soilik emateagatik.
- Junkali, kafe baten bueltan, penak elkarri kontatzea baino terapia hobirik ez dagoelako.
- Ikerketa honetan parte hartu duten ondoko eskoletako ikasleei eta irakasleei: Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoa, Anoetako Herri Ikastola, Zarauzko Salvatore Mitxelena Ikastola, Irungo Txingudi Ikastola, Legazpiko Haztegi Ikastola, Arrasateko Arizmendi Ikastola, Mutrikuko Goizeko Izarra Ikastola eta Donostiako Santo Tomas Lizeoa.
- Kuadrilakoei, guk bakarrik ulertzen dugun umore horrekin kezka guztiak uxatzen lagundu didazuelako uneoro.
- Alitxuri, Paxori eta Aitorri, astelehenetako afari goxoetan irribarrea ahoan josi didazuelako.
- Bertoli, Eliri eta Gariri, nire bizi-poza zaretelako.
- Gurasoei, zuek gabe honaino iritsiko ez nintzelako; nire lanean inork ez bezala sinetsi duzuelako; egunero aurrera jarraitzeko indarra eta animoak eman dizkidazuelako.
- Liberi: zure uneoroko animoengatik; momentu txar guztiak baretu dizkidazuelako; egunero-egunero nire ondoan egon zarelako; azken txanpa luzean niri zegozkidan lanak zure gain hartu dituzulako; zure besarkada bakoitzak bidea leundu didalako; behar zintudan bakoitzean nirekin egon zarelako. Eskerrik asko, bihotzez.

Aurkibidea

Irudien zerrenda	ix
Taulen zerrenda	xi
Sarrera	1
1. ZATIA: AZTERKETA TEORIKOA	7
I Geometriaren ikaskuntza eta ahalmen espaziala	7
I.1 Geometriaren ikaskuntza	8
I.1.1 Geometriako kontzeptuen ikaskuntza	9
I.1.2 Propietate geometrikoak	12
I.1.3 Arrazonamendu geometrikoa	14
I.1.4 Geometria eta ahalmen espazialaren arteko lotura	16
I.1.5 Geometriaren garrantzia	18
I.2 Ahalmen espaziala	19
I.2.1 Ahalmen espazialaren definizioa	19
I.2.2 Ahalmen espaziala eguneroko bizitzan eta Hez-	
kuntzan	25
I.2.3 Ahalmen espaziala Hezkuntza Matematikoan . .	27
I.2.4 Nesken eta mutilen ahalmen espazialaren arteko	
desberdintasunak	37
I.2.5 Teknologia berriak ahalmen espazialean	39
II Marko teorikoa	45
II.1 Haurren ahalmen espaziala	46
II.1.1 Aurre ikerketak	46
II.1.2 Eredu teorikoa	53

II.2	Ahalmen espaziala Derrigorrezko Hezkuntzan	65
II.2.1	Aurre ikerketak	65
II.2.2	Eredu teorikoa	68
II.3	Ahalmen espaziala unibertsitatean	76
II.3.1	Aurre ikerketak	76
II.3.2	Eredu teorikoa	78
II.3.3	Zeregin espazialean erabilitako estrategiak: aurre ikerketak eta eredu teorikoa	79
III	Ikerketaren helburuak	87
2. ZATIA:	AZTERKETA ENPIRIKOA	97
IV	Metodologia	97
IV.1	Sarrera: Ikerketaren diseinua	98
IV.2	Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialaren azterketa	98
IV.2.1	Lagina	98
IV.2.2	Aldagaiak	99
IV.2.3	Frogak	101
IV.2.4	Prozedura	102
IV.2.5	Datuen analisisa	109
IV.3	Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialaren azterketa	111
IV.3.1	Lagina	111
IV.3.2	Aldagaiak	113
IV.3.3	Frogak	114
IV.3.4	Prozedura	115
IV.3.5	Datuen analisisa	120
IV.4	Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren azterketa	122
IV.4.1	Lagina	122
IV.4.2	Aldagaiak	126
IV.4.3	Frogak	126
IV.4.4	Prozedura	126
IV.4.5	Datuen analisisa	127

V	Emaizak eta interpretazioa	129
V.1	Haur Hezkuntzako haurren ahalmen espaziala	130
V.1.1	Haurren ahalmen espazialaren eredu teorikoa zehaz- ten	130
V.1.2	Mutilen eta nesken arteko desberdintasunak ahal- men espazialean	133
V.1.3	Ahalmen espazialaren azterketa adinaren arabera	134
V.2	Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala . .	136
V.2.1	Ahalmen espazialaren neurketa	136
V.2.2	Ikasleen hobekuntza ahalmen espazialean. Gra- fikoak	143
V.2.3	Nesken eta mutilen ahalmen espazialaren arteko desberdintasunak	148
V.2.4	Ahalmen espazialaren faktoreen pisuak	156
V.2.5	Baremoak	163
V.3	Unibertsitate E. Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala	166
V.3.1	Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala- ren neurketa eta azterketa	166
V.3.1.1	Lehenengo mailako ikasleen ahalmen espazia- la ezaugarri desberdinekiko	167
V.3.1.2	Hirugarren mailako ikasleen ahalmen espaziala	173
V.3.1.3	1. eta 3. mailan lortutako emaitzen arteko konparaketa	176
V.3.2	Zeregin espazialean erabilitako estrategiak . . .	180
V.3.2.1	Lehenengo mailako ikasleen estrategiak	180
V.3.2.2	Hirugarren mailako ikasleen estrategiak	190
V.3.2.3	Bi lagingen arteko konparaketa	192
VI	Ondorio nagusiak	195
VII	Ikerketaren mugak eta gerorako ikerketak	213
	Erreferentzia bibliografikoak	227
	Eranskinak	261
	1- Haur Hezkuntzako ikasleei dagozkien galdetegiak	262
	2- Lehen Hezkuntzatik gorakoei dagozkien galdetegiak	277
	3- Estrategien protokoloa eta taula	291

Irudien zerrenda

II.1	Bisomotrizitate koordinazioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).	54
II.2	Irudi-hondoaren pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).	55
II.3	Iraunkortasun pertzeptuala lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).	56
II.4	Espazioko posizioaren pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).	57
II.5	Erlazio espazialen pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).	58
II.6	Bereizketa bisuala lantzeko adibidea (Hoffer, 1977).	60
II.7	Memoria bisuala lantzeko adibidea (Hoffer, 1977).	61
II.8	Carroll-en eredua (1993, 626. or.)	69
II.9	VZ lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).	71
II.10	SR lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976). .	71
II.11	CF lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).	72
II.12	CS lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976). .	73
II.13	P lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976). .	74
IV.1	Irudi-hondoaren pertzepzioa neurtzeko lehenengo 4 itemak (Frostig, 1988).	103
IV.2	Iraunkortasun pertzeptuala neurtzeko froga (Frostig, 1988). . . .	104
IV.3	Espazioko posizioaren pertzepzioa neurtzeko galdetegia (Frostig, 1988).	105
IV.4	Espazioko posizioaren pertzepzioa neurtzeko galdetegia (Frostig, 1988).	105
IV.5	Erlazio espazialen pertzepzioa frogako lehenengo bi itemak (Frostig, 1988).	106
IV.6	Bereizketa bisuala neurtzeko lehenengo itema (Martin, 2006). . .	107
IV.7	Itxidura abiadurako lehenengo itemak (Arrieta, 2006).	108

IV.8	Itxidura abiadura (CS) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).	116
IV.9	Pertzepzio abiadura (P) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).	117
IV.10	Bistaratzte (VZ) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).	118
IV.11	Erlazio espazialak (SR) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).	119
IV.12	Itxidura malgutasuna (CF) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).	120
V.1	Ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.	144
V.2	Nesken ahalmen espazialaren bilakaera.	145
V.3	Mutilen ahalmen espazialaren bilakaera.	145
V.4	Ahalmen espazialaren bilakaera faktoreka (zeharkako ikerketa).	146
V.5	Ahalmen espazialaren bilakaera faktoreka (iker. longitudinala).	147
V.6	Mutilen eta nesken arteko T-test probak zeharkako ikerketan (LH) (Arrieta, 2006, 119 eta 120 or.)	149
V.7	Mutilen eta nesken arteko T-test probak zeharkako ikerketan (DBH) (Arrieta, 2006, 119 eta 120 or.)	150
V.8	Mutilen eta nesken arteko T-test probak ikerketa longitudinalean (LH).	152
V.9	Mutilen eta nesken arteko T-test probak ikerketa longitudinalean (DBH).	153
V.10	Ahalmen espazialaren baremoak (LH2 - DBH4 bitartean).	164
V.11	U. E. Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.	179
V.12	Galdetegi bakoitzean erabilitako estrategien eragina bertan lortutako puntuazioan (proba ez parametrikokoak).	185
V.13	Galdetegi bakoitzean erabilitako estrategien eta sexuaren arteko desberdintasunak (χ^2 proba).	189
VI.1	Ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.	202
VI.2	Haur Hezkuntzako eta Derrigorrezko Hezkuntzako ahalmen espazialaren bilakaera.	205

Taulen zerrenda

I.1	Van Hiele-ren maila bakoitzeko elementu esplizituak eta inplizituak	15
II.1	Estrategia espazialak ebaluatzeko eredua (Lahrizi, 1984)	82
IV.1	Haur Hezkuntzako lagina	99
IV.2	Arrieta-k zeharkako ikerketan aukeratutako lagina (Arrieta, 2006)	112
IV.3	Bi laginetako datuak	124
V.1	Eredu bakoitzarekin lortutako emaitzak	130
V.2	Birkodifikatutako bi ereduen arteko Wilcoxon proba	131
V.3	Sexuen arteko T-test probak eredu bakoitzean	133
V.4	Sexuen arteko T-test frogak gaitasun bakoitzean	134
V.5	Adinaren eta eredu bakoitzeko ahalmen espazialaren arteko korrelazioa	135
V.6	Bi ikerketetan lortutako emaitzak LH2, LH4 eta LH6-n	137
V.7	Bi ikerketetan lortutako emaitzak DBH2-n eta DBH4-n	137
V.8	T-test probak Derrigorrezko Hezkuntzako puntuazioen artean .	138
V.9	Bi ikerketetako emaitzen arteko desberdintasunak maila guztietan	138
V.10	Zeharkako ikerketako emaitzak faktoreka (LH-koak)	139
V.11	Zeharkako ikerketako emaitzak faktoreka (DBH-koak)	140
V.12	Ikerketa longitudinaleko emaitzak faktoreka (LH-koak)	140
V.13	Ikerketa longitudinaleko emaitzak faktoreka (DBH-koak)	141
V.14	Zeharkako ikerketako eta ikerketa longitudinaleko batezbestekoen arteko diferentziak	141
V.15	T-test proba bi ikerketetako batezbestekoen artean	142
V.16	Carroll-ek (1993) lortutako pisu faktorialak	156
V.17	2003ko datuekin lortutako pisu faktorialak (zeharkako ikerketa)	157
V.18	Pisu faktorialen arteko korrelazioa	157
V.19	Pisu faktorial berriak	158

V.20	χ^2 proba faktoreen pisu berdinen eta berrien artean	159
V.21	χ^2 proba bi faktoreen pisu berdinen eta Bickley, et al.-en pisuen artean	160
V.22	Ikerketa longitudinaleko datuetatik lortutako pisu faktorialak	160
V.23	Pisu faktorialen arteko korrelazioa	161
V.24	χ^2 proba faktoreen bi ikerketetako emaitzekin lortutako pisuen artean	161
V.25	Kruskal-Wallis proba espezialitateen arabera	167
V.26	Espezialitateen arteko desberdintasunak ahalmen espazialean	168
V.27	T-test proba ahalmen espazialean eta faktore bakoitzean sexua- ren arabera	170
V.28	Ahalmen espazialeko eta Marrazketa Teknikoko emaitzak	171
V.29	Kruskal Wallis proba ahalmen espazialean Marrazketa Tekniko- ko notaren arabera	172
V.30	Ahalmen espazialean desberdintasunak Marrazketa Teknikoko notaren arabera	173
V.31	Kruskal-Wallis proba espezialitateen arabera	174
V.32	T-test proba ahalmen espazialean eta faktore bakoitzean sexua- ren arabera	175
V.33	Wilcoxon proba espezialitate bakoitzerako eta T-test proba ikas- le guztietarako bi kurtsoetan lortutako emaitzen arabera	177
V.34	T-test proba faktore bakoitzean bi kurtsoetan lortutako emai- tzen arabera	178
V.35	Estrategia motak (Burden eta Coulson, 1981)	181
V.36	Ikasleek galdetegi bakoitzean erabilitako estrategiak	182
V.37	Estrategien maiztasunak	183
V.38	Bisual-partziala strategiaren erabileraren eragina galdetegi ba- koitzean lortutako puntuazioan	187
V.39	Ikasleek galdetegi bakoitzean erabilitako estrategiak	191
V.40	3. mailako ikasleek erabilitako estrategien maiztasunak	192
V.41	1. eta 3. mailan elkarriketatuak izan diren ikasleen estrategiak	193
V.42	1. eta 3. mailan elkarriketatuak izan diren ikasleek erabilitako estrategien maiztasunak	194
VI.1	Carroll-en ereduiko pisu faktorialak	198
VI.2	T-test probak maila guztietako puntuazioen artean	203

Sarrera

XX. mendean azpimarratu izan da ahalmen espazialak adimen orokorrean duen garrantzia, eta baita Matematikaren ikas-irakaskuntzan ere, geometriari bereziki; horregatik, hainbat ikerlarik ahalmen espaziala hartu dute beraien ikerkuntzaren oinarritzat. Hala ere, orain arte ikerlariak emandako definizioen eta kontzeptuen anizkoitzasunarekin ez da erraza ahalmen espazialaren eredu bereizgarri eta sendoa bat eraikitzea.

Arazo horri irtenbide bat eman nahian abiatu nuen nire ikerketa. Horretarako, 2003an Arrieta-k (2006) egindako zeharkako ikerketa aintzat hartu eta urte berean hasitako ikerketa longitudinalari jarraipena eman nion 2009 urtetik aurrera, Gipuzkoako Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialari buruzko azterketa longitudinala burutuz. Jarraian, eta Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoko irakaslea nintzela nengoela aprobetxatuz, bertako ikasleen ahalmen espazialaren azterketa egin nuen. Eta azkenik, ahalmen espazialaren bilakaera osatzeko asmoz, haur-eskolako haurren ahalmen espazialaren sormena eta garapena aztertu nuen.

Ikerketa honen bidea aipatutako hori izan arren, lan honetan orden kronologikoa jarraitu da, ahalmen espazialaren azterketa Haur Hezkuntzatik hasita unibertsitateraino, mailaz-maila, aztertuz. Modu horretan, ahalmen espazialaren bilakaera osoa aztertu ahal izan dugu:

Lehenengo pausoa, beraz, Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertzea izan da. Bertan 7 urtetik beherako haurren ahalmen espazialaren sormena eta garapena aztertu ditugu. Horretarako, lehendabizi, haurren ahalmen espaziala neurtzeko eredu teorikoa finkatu dugu; eta ondoren, eredu horretan oinarrituz, ikasle horien ahalmen espaziala neurtu eta aztertu dugu, mutilen eta nesken arteko desberdintasunak eta adinak ahalmen espazialean izan dezakeen eragina ere aztertuz.

Bestalde, **bigarren urratsean**, 2003an Arrieta-k hasitako ikerketaren ildotik, Gipuzkoako Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialari buruzko azterketa longitudinala egin da, 2011ean bukatu dena. Bide batez, Arrieta-k 2003an egindako zeharkako ikerketan lortutako emaitzekin konparatu ahal izan dugu, eta Derrigorrezko Hezkuntzako mailetan zehar ahalmen espazialak izan duen bilakaera ere aztertu dugu.

Emaitza guzti horiekin, Carroll-en bost faktoreko eredua osatu ahal izan dugu, ahalmen espaziala neurtzeko formula berri eta zehatzago bat sortuz. Formula berriarekin, ahalmen espazialeko eta 7-16 urte bitarteko baremoak osatu ditugu.

Guzti horretaz gain, maila honetan ere, mutilen eta nesken ahalmen espazialen artean desberdintasunik badagoen aztertu dugu.

Jarraian, **hirugarren pausoa**, 18 urtetik aurrerako eta unibertsitate ikasketak egiten ari diren ikasle jakin batzuen azterketa egin da, hau da, Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleena, horien gaitasun-maila beste ikasketetakoena baino aipagarriagoa izan daitekeela uste izan baitugu eta ondorio zehatzagoak ateratzen lagunduko zigula iruditu baitzaigu. Ikasle horien ahalmen espaziala neurtzeaz gain, beste hainbat faktore ere aztertu ditugu: espezialitate desberdinetako ikasleek lortutako puntuazioen arteko konparaketa bat egin da (desberdintasunik ba ote zeuden ala ez ikusteko), literaturan hain ohikoak diren nesken eta mutilen arteko ahalmen espazialean egon daitezkeen desberdintasunak aztertu dira, etab.

Bestalde, ikasle horiekin, ahalmen espaziala neurtzeko galdetegiak osatzean erabilitako estrategien azterketa bat ere egin da, banakako elkarriketen bidez. Modu horretan, ahalmen espazialari lotutako beste alor bat jorratu ahal izan dugu, estrategiena hain zuzen, eta hortik beste mota bateko ondorioak atera ahal izan ditugu.

Azken urratsean, aurretik esan bezala, hiru mailetan lortutako emaitzak alderatu ditugu, eta horrela, maila bakoitzeko eredu teorikoak zehazteaz eta uztartzeaz gain ahalmen espazialak jasaten duen bilakaera aztertu ahal izan dugu, ondorio interesgarriak lortuz.

Emaitza horiek guztiekin, eta geroari begira, irakaskuntzan lagungarriak izango diren ondorioak atera ahal izan ditugu; adibidez, zein mailatan azpimarratu beharko litzatekeen ahalmen espazialaren erabilera, zein diren estrategia egokienak emaitza hobekien lortzeko, orain arteko ikerketetan nesken

eta mutilen artean azaldutako ezberdintasunak baieztatzen diren ala ez on-dorioztatzeko, etab.

Hori guztia kontuan hartuz, hemendik aurrera, Geometriako proposamen didaktiko bat aurkezteko garaian, ezinbestekoa izango da ea proposamen di-daktiko horrek ikasleen ikaskuntza eta ahalmen espaziala hobetzen dituen adieraztea.

1. ZATIA: AZTERKETA TEORIKOA

I. KAPITULUA

Geometriaren ikaskuntza eta ahalmen
espaziala

I.1 Geometriaren ikaskuntza

Ikerketa hau ahalmen espazialean zentratuta dagoen arren, gai orokorrago batetik hasi nahiko genuke azterketa teorikoa. Azken finean, eta Matematikaren Didaktikaren ikuspuntutik, ahalmen espaziala geometriari lotuta dagoen gaitasun bat da eta, beraz, ahalmen espaziala aztertu aurretik interesgarria iruditzen zaigu geometriari buruzko informazioa biltzea, gerora horrek oinarriak finkatzen lagunduko digulakoan. Beraz, has gaitezen Geometriaren oinarri nagusiak zein diren eta horiek ikaskuntzan duten eragina nolakoa den aztertzen.

Urte askoan azpimarratu izan da geometriaren ikaskuntzak matematikan duen garrantzia; matematikaren irakaskuntzaren oinarri sendoenetarikoa da geometria eta, beraz, ondo aztertzea eta lantzea ezinbestekoa da.

Gainera, nahiz eta egungo curriculumetan geometriak presentzia nabarmena izan, irakaskuntzan ez da islatzen behar den bezala, eta hainbat ikerlarik baieztatzen duten moduan (Bressan eta Chemello, 1998; Brousseau, 1986; Galvez, 1994; Laborde, 1997), eskoletan geometriak jasaten duen bazterketa nabarmena da. Hori bultzarazten duten arrazoi nagusienak ondorengoak izan daitezke:

- Irakasle asko ez dira jabetzen geometriak eguneroko bizitzan izan dezakeen eraginaz, ezta geometria lantzearekin eskuratu daitezkeen gaitasun espazialak eta logikoak ere.
- Hainbat irakaslek ez dituzte geometriaren kontzeptuak eta prozedurak behar bezain beste menperatzen.
- Geometria neurriarekin lotuta dagoenez, irakasle askok geometria alde batera utzi eta neurria lantzerantz jotzen dute.

Hala ere, azken urteetan Derrigorrezko Hezkuntzarako egin diren azken curriculumetan geometriaren berpizkundea eta birbalorizazioa nabarmentzen da, batez ere ikuspuntu dinamikoago eta funtzionalago batetik eta teknologia berrien laguntzarekin. Beraz, ezinbestekoa ikusten dugu geometria sakonetik lantzea eta irakaskuntzan behar duen garrantzia ematen jarraitzea.

I.1.1 Geometriako kontzeptuen ikaskuntza

Piaget (1954) izan zen lehenengoetakoa haur batek bereganatzen zituen kontzeptuak sailkatzen. Bere ustetan, kontzeptu horien garapena lau alditan sailka daiteke: sentsorialmotor aldia, aurre-eragiketen aldia, eragiketa konkretuen aldia eta eragiketa formalen aldia; azter ditzagun banan-banan modu laburtuan:

- *Sentsorialmotor aldia (0-2 urte)*

Aldi honetan, erreflexuak lantzen dira; erreflexu horiek, Piaget-en iritziz, jarduera konplexuagoen oinarritzko unitateak dira. Erreflexuak sistematikoki errepikatzen hasten dira, objektu eta egoera mota desberdinetara orokortuz, eta beraien artean koordinatzen dira geroz eta jokaeren kate luzeagoak lortu arte.

Bestalde, objektuen haurrarekiko posizioaren lehenengo ezaguerak ematen dira, ibiltzen hasten direnean gailentzen direnak. Autonomikoki espazioan desplazatu ahal izatea, segur aski, espazioaren ezagueran bereganatzen diren bizitza osoko prozesu garrantzitsuenetariko bat da. Garai honetan, bestalde, espazio sentsorialaren ezaguera ematen da; hau da, haurrak funtzionatzen jarraitzen duten pertzepzioekin eta ekintzekin jarduten dira. Hizkuntza erabiltzea ezinezkoa da beraiantzat, ez baitute objektuak eta ekintzak adierazteko gaitasunik. Aldi honen amaieran hasten dira haurrak adierazpen-gaitasun horiek bereganatzen.

- *Aurre-eragiketen aldia (2-7 urte)*

Aurreko aldian lorpen garrantzitsuena adierazpen-gaitasuna bereganatzea da; aldi honetan, berriz, garapen nagusienak gaitasun horien hazkuntza eta erabilpenean datza. Gutxi gora behera haurra 2 urterekin hasten da behatutakoa bereganatzen, gurasoen eta eskolaren laguntzarekin. Baina hazkuntza nabarmenena hizkuntzaren erabilpenean ematen da. Haurraren hiztegia 100 aldiz handiagoztatzen da 18 eta 60 hilabeteen artean (McCarthy, 1954). Piaget-ek esaten duenez, irudi mentalak sortzeko gaitasuna ere modu berean hazten da. Marrazteko gaitasunean eta memorian ematen diren hobekuntzak, irudi mentalen erabilpen egokiagoetan islatzen dira.

- *Eragiketa konkretuen aldia (7-12 urte)*

Aldi honetan kontserbazioa, kausalitatea, iragankortasuna, klaseen partekotasuna, sailkapen anitzak eta seriazioa menperatzen dituzte haurrek. Eta itzulgarritasuna, identitatea, konpentsazioa eta beste hainbat kontzeptu logiko ulertzen hasten dira. Hala ere, haurrak oraindik ez dira arrazonamendu abstraktu bat egiteko gai, ezta dedukzio kate luzeak egiteko ere; ez dira ohartzen edozein konklusio ateratzeko ez direla beti proba nahikoak edukitzen eskura. Aldi honetan, oraindik, pentsamendu-prozesu jakin batzuetara mugatuta daude haurrak.
- *Eragiketa formalen aldia (12 urtetik aurrera)*

Eragiketa formalak garapen kognitiboaren gailurra dira. Aldi honetan haurrek helduek duten arrazonamendu-gaitasun berbera dute. Maila hori normalean 12 edo 13 urterekin lortzen bada ere, Piaget eta Inhelder-ek (1956) diotenez, pertsona batzuk ez dute inoiz lortzen.

Aldi honetan dauden haurrek arrazonamendu abstraktua erabiltzeko gaitasun berri hori bizitzako arlo guztietara aplikatzeko joera dute, eta hori da aldi honen bereizgarri garrantzitsuenetariko bat.

Piaget-en teoriak faktore sozialek adimenaren garapenean duten garrantzia ukatzen ez badu ere, horren inguruko xehetasun gutxi ematen ditu; soilik, norbanakoak bere ezagutzak testuinguru sozial batean garatzen dituela baieztatzen du. Vygotsky-k (1985), aldiz, prozesu psikologiko nagusiak (komunikazioa, hizkuntza, arrazonamendua, ...), lehendabizi, testuinguru sozial batean bereganatzen direla, eta, ondoren, barneratu egiten direla ziurtatzen du.

Horren ildotik, Vygotsky-k (1978) haurraren garapen kulturalen funtzio bakoitza bi aldiz agertzen dela dio: lehendabizi, maila sozialean, eta, geroago, maila indibidualean; lehenengo, pertsonen artean, eta, ondoren, haurraren barnean.

Bestalde, autoreak garapen hurbileko eremua modu honetan definitzen du: garapenaren maila errealaren (problema bat bakarka ebazteko gaitasunarekin zehazten da) eta garapen potentzialaren (problema bat beste norbaiten laguntzaz ebazteko gaitasunarekin zehazten da) arteko distantzia. Haurraren garapen mentalaren egoera maila sailkapen bikoitz bat eginez soilik zehaztu

daiteke; garapenaren maila errearen eta garapen potentzialaren sailkapena eginez, hain zuzen.

Horri lotuta, Piaget-en iritziz, haur batek ikas dezakeena, bere garapen kognitiboaren mailak zehazten du; Vygotsky-ren ustez, aldiz, ikaskuntzak baldintzatzen du azken hori.

Vygotsky-ren garapen potentzialaren eremuaren kontzeptutik abiatuz, Bronfenbrenner-ek (1985) haur baten potentzuala, hezkuntzako bi testuingururen (lehen eta bigarrena) aurreratzearekin lotzen du. Lehenengoan, haurrak irakaslea behatzen du soilik, edo gero eta konplexuagoak diren jardueretan parte hartzen du berarekin. Bigarren ingurunean, haurra kognitiboki eta aktiboki aurreratzen da, aurreko testuinguruan ikasitakoa egiteko aukera duelako, beti ere, irakasle edo gidari baten ikuskapenarekin.

Bronfenbrenner-ek (1962) garapen moralak, subjektua bizi den inguruneko kulturarekin lotuta ulertzea proposatzen du. Piaget-en planteamendu teorikoei kritika (aldagai kontextuala kontuan hartzen ez duelako) egin ondoren, aldaketa kulturalak moralaren esparruarekin lotzen ditu.

Baina buelta gaitzen Piaget-ek emandako sailkapenera. Ikerlari batzuk sailkapen hori ebaluatzeari ekin zioten. Piaget-ek landutakoa, batez ere, hiru galderen inguruan aztertu zuten:

Lehenengo galdera ondorengoa da: Piaget-en ustez haurrek garapen-puntu desberdinetan ezagutza jakin batzuk bereganatzen dituzte, baina, benetan, lortzen al dute ezagutza horiek dagokion garapen aldi bakoitzean bereganatzea? Hasierako ebaluazioek Piaget-ek (1954) esandakoa baieztatu zuten (Corman eta Escalona, 1969; Dodwell, 1960; Elkind, 1961a, b; Jackson, 1965; Lovell, 1961). Hala ere, ebaluazio horien kritika metodologiko ugari ere egin ziren, ahozko esplikazioen menpeko emaitzak direlako; hau da, behar bada haurrek dakitena ahoz azaltzeko gai ez direlako edota ahoz esandakoa gurasoei edo lagunei entzundakoa delako eta ez berez beraiek ulertzen dutena. Baina, gerora, ahozko metodologia erabili gabeko ikerketek ere Piaget-ek esandakoa bermatu dute.

Aztertutako bigarren galdera, ezagutza-maila desberdinak lortzeko ordenaren ingurukoa da. Aldi bat bereganatzeko batezbesteko adina asko alda daiteke inguru fisiko edo sozialaren arabera, baina orokorrean, Piaget-ek aurretik iragarritakoa ongi dagoela baieztatu ahal izan da (Pinard eta Laurendeau, 1969).

Ebaluatutako azken puntua, zeregin desberdinak menperatzea lortzen dituzten adinak dira. Orokorrean, Piaget-ek (1954) zehaztutako adinekin bat datoz ikerketa gehienak (Elkind, 1961a, b; Gratch, 1977). Baina zeregin piagetarren bertsio berriagoetan adierazten denez, haurrek batzuetan uste baino azkarrago bereganatzen dituzte dagozkien ezagutzak. Adibidez, 3 eta 4 urteko zenbait haur zenbakien kontserbazioari buruzko zeregin batzuk ebazteko gai izan dira (Bryant, 1972; Gelman, 1972), baita klaseen partekotasunari buruzkoak (Markman eta Siebert, 1976), iragankortasunari buruzkoak (Bryant eta Trabasso, 1971) eta seriazioari buruzkoak ere (Greenfield, Nelson eta Saltzman, 1972).

Dirudienez Piaget-en aldiak lortzeko adinek ere geroz eta gorabehera gehiago dituzte: 3 eta 4 urteko haurrek 7 edo 8 urterekin menperatu beharko lituzketen zereginen zenbait ezagutza kontzeptual erakusten dute; eta 19-20 urteko gazteek, aldiz, ez dute erakusten 12 edo 13 urteerako bereganatuta eduki beharko lituzketen ezagutza kontzeptual batzuk. Beraz, sekuentzien garapenaren deskribapenak badirudi norabide egokia duela, baina baita xehe-tasun garrantzitsu batzuetan akatsak daudela ere.

Ondorioz, Piaget-en (1954) sailkapena, zehaztasun batzuk salbu, egokia dela berretsi da.

I.1.2 Propietate geometrikoak

Propietate geometrikoei dagokienez, Piaget-ek (1954) propietate horien desberdintze mailakatua bereizten du, propietate topologikoetatik (formarekiko eta tamainarekiko independenteak diren propietate orokorrak) hasita:

1. Gertutasuna edo hurbiltasuna. Hurbil eta urrun.
2. Banaketa.

3. Ordenazioa. Lehen eta orain.
4. Itxitura: hasiera eta amaiera. Irekia eta itxia. Barnealdea eta kanpoaldea. Barruan eta kanpoan.
5. Jarraitutasuna eta etenaldia.

Maila honi dagozkion jarduerak ondokoak dira: antzematea, formak identifikatzea eta marrazkiak egitea, ordena lineala eta zirkularra, puntuen eta jarraitutasunaren ideia.

Haurrek bereizten duten bigarren propietate-taldea propietate proiektiboena (haurrak objektu batek angelu desberdinetatik begiratuta izango duen itxura auresateko duen gaitasuna) da. Horretarako marra zuzenen, angeluen, kurben eta distantzien kontserbazioa beharrezkoa da.

1. Zuzentasuna.
2. Bistak.
3. Ezkerra-eskuina.
4. Aurrea-atzea.

Maila honi dagozkion jarduerak ondorengoak dira: marra zuzen proiektiboaren eraikitzea, perspektiba (ikuspuntua desberdinetatik), itzalaren proiektzioa, perspektiben koordinazioa, sekzio geometrikoak, gainazalaren biraketa eta garapena.

Propietate geometrikoen hirugarren taldea propietate euklidearra (tamaina, distantzia eta norabideari dagozkienak) da eta, ondorioz, ondorengo neurketa bultzatzen dute:

1. Angeluak.
2. Luzerak.
3. Azalerak.
4. Bolumenak.

Maila honetako jarduerak zuzen-paraleloen kontserbazioa, proportzioaren eta angeluen kontserbazioaren aurkikuntza eta ardatz horizontalak eta bertikalak eraikitzeke beharrezkoa den erreferentzia sistema baten garapena dira.

Piaget-en sailkapen horrek kritika asko jaso izan ditu. Fuson, Richards eta Briars-en (1982) ustetan, adibidez, Piaget-ek sekuentzia topologiko-proiektibo-euklidearrean erabiltzen dituen definizioak ez dira matematikoki onargarriak. Darke-k (1982), berriz, ideia topologikoak garatzen diren lehenengoak direneko teoria kritikatzeko du. Hala eta guztiz ere, gaur egun, Piaget-en sailkapena da erabiliena eta oinarritzotzat hartu dena.

1.1.3 Arrazonamendu geometrikoa

Guzti horretaz gain, esan beharra dago ahalmen espaziala geometriari lotuta dagoen dohai bat dela; geometria ikastea espazioa ulertzearekin (hemen formak eta neurriak sar daitezke) eta geometriaren egitura logikoak ulertzearekin (hemen, berriz, definizioak eta frogapenak sartuko dira) konparatu daiteke. Orain sakonduko dugun moduan, geometriaren garapenaren Van Hiele-n teoriak dienez, espazioa ulertzea egitura logikoak ulertzeko aurre baldintza bat da (Hershkowitz, 1990).

Esan bezala, arrazonamendu geometrikoari dagokionez, azken urteotan Van Hiele-en (1986) teoria nagusitu da. Teoria horrek irakasteko unitateak antolatzen eta ikasleen prozesua ebaluatzen laguntzen du, beti ere geometriaren ikuspuntutik (Clements eta Battista, 1992; Gutiérrez, 1998b).

Aipatutako teoria horretan, arrazonamendu geometrikoaren ereduaren maila desberdinak daudela planteatzen du Van Hiele-k, lehen hezkuntzako haurren arrazonamendu bisual hutsetik hasita matematiko baten arrazonamendu logiko-formaleraino. Eredu horrek ikasleek beraien arrazonamendu matematikoa nola hobetu dezaketen ere iradokitzen du. Horretarako ikaskuntzarako faseak proposatzen ditu, ikasleei arrazonamendu maila altuagoa lortzeko egitura mentalak eraikitzen lagungarriak izango direnak. Ikasleek beraien arrazonamendu mailarako egokiak diren matematikako atalak soilik ulertu ahal izango dituzte, ez besterik.

Hauek dira Van Hiele-en (1986) ereduko mailak:

- *1. go maila: ezagutza.* Informazio bisuala bakarrik erabiltzen da eta arrazonatzeko modua ezin daiteke erabat matematikotzat hartu.
- *2. maila: analisia.* Maila honetan objektuen propietate matematikoak ezagutzen hasten da, baina arrazonamendua oraindik pertzepzio fisikoan oinarritzen da.
- *3. maila: sailkapena.* Arrazonamendu zehatza garatzen hasten da eta sistema formaleko elementu sinpleenak erabiltzen hasteko gai izaten da (definizioak edo pauso bakarreko inplikazioak).
- *4. maila: dedukzio formala.* Arrazonamendu matematiko logiko-formalaosatzen da.
- *5. maila: zehaztasuna.* Matematiko profesionalen ezagutzak eta trebetasunak lortzen dira.

Bost mailak ez dira bateraezinak edo independenteak; antolaketa hierarkikoa du egiturak, pertsona batek erabili dezakeen arrazonamendu matematikoaren bost sofistikazio maila erakusten baititu: arrazonamendu maila bat lortzeko beharrezkoa da aurreko maila menperatuta edukitzea. Maila bakoitzaren elementu nagusiak ondorengoak dira:

I.1 Taula

Van Hiele-ren maila bakoitzeko elementu esplizituak eta implizituak

Maila	Elementu esplizituak	Elementu implizituak
1	Objektu geometrikoak	Obj. geometrikoen propietat.
2	Obj. geometrikoen propietat.	Prop. / objektuen arteko erlaz.
3	Prop. / objektuen arteko erlaz.	Erlazioen frogapen formala
4	Erlazioen frogapen formala	Axiomen erlatibitatea
5	Axiomen erlatibitatea	

Bestalde, maila batetik besterako bidea etenik gabe egiten da; eta maila bakoitzean dagokion hizkuntza espezifikoa erabili behar da.

Guzti horretaz gain, Van Hiele-k (1986) planteatzen du, Piaget-en us-teetatik aldenduz, maila handiagora pasatzen lortzea ikaskuntza prozesu bat dela, eta ez biologikoa; eta arrazonamendu maila batera iristearekin jasotzen den esperientzia erabilitako irakaskuntza-metodoarekiko independentea dela ere planteatzen du; garbi dago metodo batzuk lagunduko dutela, jarduera egoki ugari erabiltzen direlako bertan, baina beste metodo batzuk prozesua blokeatu dezakete, egoera iradokitzaile gutxi dituztelako. Horregatik Van Hiele-k maila batetik besterako bidea erraztuko duten ikaskuntza-faseak proposatzen ditu.

I.1.4 Geometria eta ahalmen espazialaren arteko lotura

Geometriako kontzeptuez eta propietateez eta arrazonamendu geometrikoaz hitz egin ondoren, orain, geometria eta ahalmen espazialaren arteko lotura jorratuko dugu.

Canals-ek (1997) espazioan dauden geometriako ondoko elementuak ze-rrendatzen ditu:

- *Posizioa*: erlazio espazialak, hau da, norbera bere buruarekin kokatzea (orientazioa) eta objektuak beraien artean kokatzea (antolaketa); posizio-erlazioak (norabidetasuna); distantziak eta angeluak (eta horiekin lotuta dagoen koordenatu-sistema).
- *Formak*: bat, bi eta hiru dimentsioko irudien ezagutza, definizioa eta sailkapena; irudi eta gorputz ezagunen eraikuntza material desberdinekin; irudien eta gorputzen propietateen behaketa eta analisia, eta horren ondoriozko sailkapen mailakatua.
- *Posizioaren edo formaren aldaketa (transformazioak)*: transformazio desberdinen ezagutza, adibidez, formaren edo posizioaren aldaketa; funtzionamendu-legeen behaketa eta azterketa; irudi- eta gorputz-familia desberdinen arteko erlazioa.

Orokorrean, geometrian aztertzen diren kontzeptuak ia beti entitate fisiko edo bisual batekin lotuta egoten dira; eta horren ondorioz, geometriaren eta ahalmen espazialaren erlazioa, aldeztatik dirudiena baino konplexuagoa da (Fernández, 2011). Eta, era berean, pentsamendu espaziala geometriako

kontzeptu zehatzak eta ezagutza abstraktua bereganatzeko ezinbesteko oinarria da.

Ikuspuntu didaktiko batean oinarrituz, ezagutza espaziala eta geometrikoa ez dira berdinak baina elkarri lotuta daude (Berthelot eta Salin, 1992, 1993), ezagutza espazialak, objektu errealean ezaugarri fisikoak barneratzeko eta garunak horien irudi mentalak sortzeko eta manipulatzeko gai izatea erakusten baitu.

Eta Battista-k (2007) dioen moduan, ahalmen espaziala pentsamendu geometrikoaren zati handienaren oinarria da.

Gainera, geometriak euskarri sendoa du elementu bisualetan eta, beraz, geometria izan da erlazio hori gehien aztertu duen arloa; batez ere, ahalmen espazialak duen eragina kontzeptu geometrikoen ulermenean eta ikaskuntzan, hain zuzen (Duval, 1999; Gal eta Linchevski, 2010; Hershkowitz, 1990).

Bestalde, material manipulatioen erabilera lagungarri suertatu daiteke geometriaren eta, zehazki, ahalmen espazialaren lanketan. Ikerketa gehienek baieztatzen dute material horiek kontzeptu geometrikoen irudikapenen eraikuntzak egitea errazten dutela, batez ere adin txikiko haurretan (Mitchellmore, 1980; Owens, 1992; Sowell, 1989; Stigler, Lee eta Stevenson, 1990).

Mitchellmore-k (1980), adibidez, aztertu duenez, ikasle britainiarrek ikasle estatubatuarrek baino ahalmen espazial hobea dute; eta horren zergatia ondokoa da: irakasle britainiarrek geometriaren ikuspuntu informala eta material manipulatio gehiago erabiltzen dituzte Lehen Hezkuntzan, eta diagrama gehiago erabiltzen dituzte maila altuagoetan.

Stigler, et al. (1990) ikerlari taldeak, berriz, denbora tarte txiki batean material manipulatioen erabilerak ez duela eraginik ziurtatzen du, baina denbora tarte handiagoetan erabiliz gero, emaitza esanguratsuak lortzen direla diote.

Hala ere, esan beharra dago, material horien erabilera ez dela nahikoa ikaskuntza esanguratsua lortzeko, baizik eta kontzeptu informalak euren eredu manipulatioekin erlazionatzeko eta material horiei buruzko hausnarketa egiteko laguntzen dutela (Raphael eta Wahlstrom, 1989).

1.1.5 Geometriaren garrantzia

Atal honekin amaitzeko, eta Geometriak Hezkuntzan izan behar duen garrantzia azpimarratzeko, ikus dezagun zein arlotarako izan daitekeen baliagarria eta erabilgarria:

- Geometria gure eguneroko hizkuntzaren parte da: sarritan erabiltzen ditugu termino geometrikoak (puntua, zuzena, kurba, altuera, distantzia, paraleloa, ...). Gure kokapenari buruz zerbait esan nahi dugunean, edo objektu baten tamaina edo formari buruz zerbait esan behar dugunean, ezinbestekoa da termino geometrikoak erabiltzea. Orokorrean, beraz, hiztegi geometrikoak bizi garen inguruneari buruz hobeto komunikatzeko eta ulertzeko balio digu.
- Geometriak aplikazio garrantzitsuak dauzka bizitza errealean: adibidez, hiri berri batean orientatu behar garenean, edo mapa bat ulertu eta erabili behar dugunean, edo etxeko paretak pintatzeko azalera kalkulatu behar dugunean.
- Geometria Matematikako ia arlo guztietan erabiltzen da eta gai desberdinak bateratzeko baliagarria da: kontzeptu aritmetikoak, algebraikoak eta estatistikoak bisualizatzeko errekurtso aberatsa da.
- Geometria logika lantzeko erabilgarria da: geometria lantzerakoan eta frogapen txikiak egiterakoan logika erabiltzen eta lantzen da.
- Geometria ahalmen espaziala garatzeko bidea da: eguneroko bizitzarako, ezinbestekoa da espazioko objektuak bisualizatzeko gaitasuna edukitzea edo objektuen arteko erlazioak ezartzeko gaitasuna izatea.

Ondorioz, geometriak pentsamenduko gaitasunetan trebatzeko balio du eta, baita, problemen ebazpenetarako estrategiak lantzeko ere. Behatzeko, konparatzeko, neurtzeko, imajinatzeko, sortzeko eta orokortzeko aukerak ematen ditu geometriak.

Aurretik ikusi dugun guztiagatik, Geometria lantzea ezinbestekoa da eta, aipatu dugun moduan ahalmen espazialak geometria ulertzeko laguntzen duenez, ahalmen espaziala lantzea, aztertzea eta neurtzea ere oso garrantzitsua suertatuko da. Ondorioz, zentra gaitezen orain ahalmen espazialaren esanahian eta bere azterketan.

I.2 Ahalmen espaziala

I.2.1 Ahalmen espazialaren definizioa

Geometriaren ikas-irakaskuntzaren oinarriak aztertu ondoren, zentra gaitzen gure gaian, ahalmen espazialean. Ahalmen espaziala arlo desberdinetan erabiltzen eta aztertzen denez, izen desberdinak ematen zaizkio, eta komeni da hari lotutako atal desberdinak garatzen hasi aurretik definizioak zehaztea, zerri buruz hitz egiten ari garen garbi gera dadin.

Ahalmen espaziala, ingurunearen eta bertako elementuen sentimendu intuitiboa da, zati handi batean (NCTM, 1991). Gure mundua egiturez, formez eta mugimendu espazialez josita dago, hau da, geometriazko kontzeptuez osatutako mundua da. Haurrek beraien lehen hartu-emanak ingurunearekin izaten dituztenez, berehala hasten dira geometriarekin eta, zehazki, ahalmen espazialarekin elkarlanean, eta pixkanaka ideia eta kontzeptu espazialak bereganatzen joaten dira.

Horregatik, oso garrantzitsua da ahalmen espazialaren azterketa eta neurketa, bertatik ondorio interesgarri ugari atera daitezkeelako, eta Hezkuntza Matematikoaren garapenean lagungarri suerta daitezkeelako. Baina Hezkuntza Matematikoan duen eraginari buruz eta ahalmen espazialaren neurketari buruz aurrerago hitz egingo dugu.

Ahalmen espaziala bizitzako jarduera askoren (orientazioan, mapen irakurketan, . . .) elementu garrantzitsu bat da, eta ez eskolako ikaskuntzarekin edo geometriarekin soilik lotutakoak. Horregatik, arlo eta helburu desberdinetako ikerlariak aipatzen eta aztertzen dute ahalmen espaziala. Horren ondorioz, ez dago adostasunik gai honetan erabiltzen diren terminoekin eta definizioekin; hau da, ez dago definizio bateraturik.

Ahalmen espaziala, kontzeptu bezala, arlo akademikoetan eta ez-akademikoetan erabiltzen denez, definizio asko existitzen eta erabiltzen dira (Committee on the Support for Thinking Spatially, 2006; Eliot eta Czarnolewski, 2007; Fernández, 2011; Gersmehl, 2005; Gersmehl eta Gersmehl, 2006, 2007; Maris eta Noriega, 2010; Montello, Lovelace, Golledge eta Self, 1999; Sarasua, 2010).

Kasu desberdinak gertatzen dira horren inguruan: gerta daiteke autore desberdinek kontzeptu bera adierazteko termino desberdinak erabiltzea, edota alderantziz, termino berberak esanahi desberdinak hartzea hainbat autoreen ahotan (adibidez, “irudi bisualak” terminoak esanahi desberdinak hartzen ditu autore desberdinak aztertuz gero). Aurretik esan dugun moduan, hau dena gertatzen da ahalmen espaziala arlo desberdinetan garrantzitsua izanik, eremu desberdinetako espezialista askori hura lantzea interesatzen zaiolako eta ondorioz, ez dago definizio edo termino finko eta zehatzik kontzeptu bakoitzari dagokion izena jartzerako orduan (Gutiérrez, 1996).

Beraz, lehendabizi, ikus dezagun, orain arte egin izan diren ikerketetan nola ulertu, definitu eta egituratu duten ahalmen espaziala eta, ondoren, nola neurtu duten sakontzen saiaturako gara. Erraza dirudien azterketa honek praktikan zailtasun handia du, ahalmen espazialari uztartuta dauden hainbat eta hainbat kontzeptu ezberdin erabili izan baitira, eta arlo eta gai desberdinetan gainera. Ondorioz, definizio hauek guztiak bateratzen saiatu beharko gara, urte guzti hauetan gertatzen ari den nahasmenari irtenbideren bat ematen saiatzeko asmoz eta hortik eredu teoriko sendo bat eraiki eta finkatu ahal izateko. Has gaitezen, ondorioz, sortu eta erabili diren definizio desberdinak aztertzen:

Esan bezala, trebetasun bisualari buruzko informazioa biltzerakoan termino desberdinak erabili izan dira: arrazonamendu bisuala, pentsamendu espaziala, ahalmen espaziala, irudi mentalak, orientazio espaziala, irudi bisualak, ikusmen espaziala, bistaratzea, pertzepzio bisuala, irudi espazialak, etab.

Piaget-ek (1954), adibidez, “pertzepzioa” eta “irudikapena” bereizten ditu: “pertzepzioa” objektuekin harreman zuzena eduki ondoren haiengatik jasotzen den ezagutza da, eta “irudikapena”, berriz, objektuak aurrean eduki gabe beraietaz gogoratzeko gaitasuna da. Hala ere, Lesh eta Mierkewickzentzat (1978) psikologiaren egungo tendentzia, pertzepzioa eta irudikapenaren arteko bereizitasuna gero eta txikiagoa izatea bultzatzea da.

“Pertzepzio bisuala”, berriz, honela definitzen dute Frostig eta Horne-k (1964): estimulu bisualak antzemateko eta diskriminatzeko gaitasuna, eta aurretiko esperientziekin lotuz estimulu horiek interpretatzeko gaitasuna. Bere

ustetan, pertzepzio bisuala ez da ongi ikusteko gaitasuna soilik, estimulu bisualen interpretazioa garunean ematen baita, eta ez begietan. Pertzepzio bisualak, gainera, aurrera eramaten ditugun ekintza guztietan parte hartzen du.

Cunningham eta Reagan (1972) autoreen iritziz, aldiz, “pertzepzio bisuala” prozesu bat da, begien bidez jasotako inpresioak garunera transmititzen dituen prozesua, non bertan, aurretik jasotako esperientziekin erlazionatzen diren. Beraz, Frostig eta Horne-k esandakoarekin bat egiten dute.

Del Grande-k (1986) ahalmen espaziala “pertzepzio espaziala” edo “bistaratzeko espaziala” moduan definitzen du, aurreko autoreek esandakoarengandik desberdinduz, eta hainbat gaitasun espazialez osatzen dela ziurtatzen du.

Bestalde, psikologia kognitiboan zentratuz, Kosslyn (1980) eta Denis-ek (1989) “irudi mentalen” ondoko definizioa eman eta erabili izan dute: inongo euskarri fisikorik gabekoa den eta adimenean sortutako irudia da.

Lean eta Clements-ek (1981) ere “irudi mentala”ren antzeko definizioa erabiltzen dute: objektu baten pertzepzioari dagokion jardura mentala, baina objektua aurrez-aurre ez dagoenean. “Irudi bisualak”, berriz, honela definitzen dute: adimenaren begietan agertzen den irudi mentala. Eta “ahalmen espaziala” aldiz, irudi mentalak sortzeko eta irudi horiek adimenean manipulatzeko gaitasuna; McGee-k (1979) ere “ahalmen espazialaren” definizio berbera erabiltzen du.

Guay, McDaniel eta Angelo (1978) ere bat datoz aurreko autoreen iritzia-rekin, “ahalmen espazialaren” oinarria irudi bisualen eraketa eta eraldaketa dela ziurtatzen baitute, beti ere irudi bisual horiek bere osotasunean harturik.

Presmeg-ek (1997) ere definizio oso antzekoa erabiltzen du, baina kasu honetan, “bistaratzeko” terminoarekin: irudi mentalen eraketa eta eraldaketari dagokion prozesua. Eta autore berarentzat (Presmeg, 1986b) “irudi bisuala” informazio bisuala edo espaziala irudikatzen duen eskema mentala da. Definizio hori Lean eta Clements-ena (1981) baino orokorragoa dela dio Presmeg berak. Ildo beretik, Dreyfus-ek (1995) honela definitu zuen: osagai bisual handiko irudi mentalen erabilera.

“Bistaratze” terminoarekin jarraituz, Hershkowitz-ek (1990) informazio bisuala irudikatzeke, eraldatzeko, orokortzeko, komunikatzeko, dokumentatzeko eta hausnartzeko gaitasuna moduan definitzen du.

Zazkis, Dubinsky eta Dautermann-en (1996) ustetan, berriz, “bistaratzeara” adimenaren eta kanpoko testuinguruaren (kanpoko irudikapenen) arteko bitartekoa da.

Nemirovsky eta Noble-ren (1997) arabera, aurreko definizio hori, literatura klasikoarekiko koherentea den arren, definizio horiek baino zehaztasun maila handiagoa du, norbanakoak kanpoko eta barneko objektuak jasotzea onartzen baitu.

Eta Hershkowitz (1989) eta Zimmermann eta Cunningham-ek (1992) emandako “bistaratzearen” definizioak Arcavi-k (2003) konbinatzen ditu ondokoa proposatzeko: argazkien, irudien, diagramen sorkuntza, interpretazioa, erabilera eta hausnarketaren gaitasuna, prozedura eta emaitza da, paperean edo tresna teknologikoekin egindakoa; eta helburua, aurretik ezezagunak diren ideien garapenari buruzko informazioa irudikatzea eta komunikatzea da, ulermenean aurrera egin ahal izateko.

Azkenik, Yakimanskaya-k (1991) emandako “pentsamendu espaziala”ren definizioa ondokoa izan zen: hainbat problema teoriko eta praktikoko ebazterakoan irudi espazialak sortzea eta manipulatzeko posible egiten duen jarduerak mentalak. Clements eta Battista-k (1992) ere definizio hori erabiltzen dute.

Aurreko urteetako definizio horiek aztertu ondoren, Gutiérrez-ek (1996), “irudi mentala”, “irudi espaziala” eta “irudi bisuala” terminoak baliokideak direla ondorioztatu zuen, eta “bistaratzeara”, “pentsamendu espaziala”, “ahalmen espaziala” eta “bistaratze espaziala” ere bai, Del Grande-k (1986) eta Fernández-ek (2011) bezala. Beraz, hori kontutan hartuta, autoreak ondoko definizioak proposatzen ditu:

“Irudi mentala”: elementu bisual edo espazialen bidezko kontzeptu edo propietate matematikoen edozein irudikapen kognitibo da.

“Bistaratzeara”: elementu espazialak edo bisualak (bai mentalak eta baita fisikoak ere) erabiltzean oinarritzen diren jardueretan erabilitako arrazona-

mendu mota desberdinak.

Gainera, aurretik ikusitako definizioen gehiengoaren arabera, “irudi mentalak” eta “bistaratzeara” maila desberdinetan daudela ondoriozta daiteke, bistaratzeara, irudi mentalak identifikatzeko eta manipulatzeko gaitasuna baita.

Hala ere, ikus daitekeenez, ez dago adostasunik terminoen eta definizio guzti horien artean. Beraz, sakonago aztertzen jarraitu beharko dugu. Hau da, beste puntu garrantzitsu bat definizioen kategorizazioa izango da, zein kontzeptu dagoen zeinen gainetik zehaztea, hain zuzen. Beraz, has gaitezen bigarren urrats horrekin.

McGee-k (1979) ahalmen espazialean aurretik egindako ikerketak laburbildu zituen eta mailatan banatutako hamar gaitasun desberdin deskribatu zituen:

1. *Bisualizazio espazialeko gaitasunak*: irudikatuta dagoen objektu baten errotazioa imajinatzeko gaitasuna, bere zatiak mugimenduan dituen konfigurazio bat bisualizatzeko gaitasuna, hiru dimentsiotan egindako mugimenduak ulertzeko eta objektuak imajinazioan manipulatzeko gaitasuna, eredu espazial baten irudia beste batean transformatzeko gaitasuna.
2. *Orientazio espazialeko gaitasunak*: espazioan dauden objektu desberdinen arteko erlazioak zehazteko gaitasuna, objektua mugimenduan dagoenean edota angelu desberdinetatik ikusten denean bere identitatea antzemateko gaitasuna, erlazio espazialak kontsideratzeko gaitasuna, espazioan dagoen objektu baten orientazio desberdinak gogoratzeko gaitasuna, espazioko ereduak hautemateko gaitasuna.

Kosslyn-ek (1980) dioenez, “irudi mentalak” bi osagai nagusi ditu: “gainazaleko irudikapena” (memoria aktiboan presente dagoen eta ia piktorikoa den entitatea) eta “irudikapen sakona” (denbora luzeko memorian gordeta dagoen informazioa, zeinetik gainazaleko irudikapena eratortzen den).

Hezkuntza matematikoaren ikuspuntutik Bishop-ek (1983), Clements-ek (1983), Tartre-k (1990) eta National Research Council-ek (2009) ahalmen espazialari buruzko azterketa teorikoak egin zituzten, Guay eta McDaniel

(1977) eta aurretik aipatutako McGee-ren (1979) proposamenetan oinarrituz. Bi faktore bereizten dituzte:

1. *Bisualizazioa*: objektuak mentalki manipulatzeko gaitasuna (objektua da manipulatzeko dena, ez subjektua).
2. *Orientazio espaziala*: objektu bat beste perspektiba batetik imajinatze gaitasuna (subjektua da lekuz aldatzen dena, ez objektua).

Gainera, Bishop-ek (1983) bistaratzearen barnean beste bi gaitasun bereizten ditu:

1. *Informazioa bisualki prozesatzeko gaitasuna*: erlazio abstraktuen eta figuratiboak ez diren datuen translazioa gai bisualetara, irudi bisualen manipulazioa eta transformazioa barne.
2. *Informazio figuratiboa interpretatzeko gaitasuna*: geometria-lanetan erabiltzen den hiztegi bisualaren eta arau bisualen ezagutza.

Ildo berean, Yakimanskaya-k (1991) pentsamendu espazialaren jardueran bi maila deskribatzen ditu: irudi mentalen sorkuntza eta haien manipulazioa edo erabilera, erlazionatuta dauden bi prozesu estu bezala. Gutiérrez-en (1996) iritziz, Yakimanskaya-k eta Bishop-ek (1983) diotena bat datoz. Eta Yakimanskaya eta Gutiérrez-ek esaten dutenez “irudi mentalak” “bistaratzeari”ren oinarritzko elementua da, aurretik aipatu dugun moduan.

Laburbilduz, Gutiérrez-en (1996) iritziz Bishop (1983), Kosslyn (1980) eta Yakimanskaya-k (1991) aipatzen dituzten bistaratze prozesuak berdinak dira, baina Kosslyn-en eredu zehatzagoa da beste baina baino. Eta ikerketa horietan oinarrituz, bistaratzea lau elementu nagusiz osatuta dagoela ziurtatzen du Gutiérrez-ek: irudi mentalak, kanpoko irudikapenak, bistaratze-prozesuak eta bistaratze gaitasunak.

Beste ikerlari batzuk diotenez (Bishop, 1983; Guay eta McDaniel, 1977; Tartre, 1990), berriz, ahalmen espaziala beste azpi-ahalmen zehatz batzuen multzoa da, bistaratzearena, orientazio espazialarena, erlazio espazialena eta pertzepzio espazialena, hain zuzen. Baina denek ez dute eskema berbera eraiki. Adibidez, Bishop-ek, Clements-ek (1983), McGee-k (1979), National Research Council-ek (2009) eta Tartre-k, aurretik esan bezala, bistaratzea eta orientazioa kokatzen dituzte azpiatal moduan; Connor eta Serbin-ek (1980)

bistaratzea eta itxidura; Linn eta Petersen-ek (1985) eta Maris eta Noriega-k (2010) bistaratzea, errotazio mentala eta pertzepzioa; eta Lohman, Pellegrino, Alderton eta Regian-ek (1987), berriz, erlazio espazialak, orientazio espaziala eta bistaratzea.

Bestalde, badaude beste ikerlari batzuk bistaratzea soilik aztertzen dutenak, ahalmen espazialaren barnean zein lekuetan kokatuta dagoen zehaztu gabe (Battista, 1990; Battista, Wheatley eta Talsma, 1982; Fennema eta Sherman, 1977, 1978; Fennema eta Tartre, 1985; Hershkowitz, 1990). Baina kasu hauetan ere ez dute definizio berbera erabiltzen ezta bistaratzea neurtzeko proba berberak erabiltzen ere.

Ondorioz, ikus daitekeenez, gaur egun ere oraindik ez dago honen inguruan eredu finkorik, ez definizio komunik, ezta terminologia zehatzik ere. Beraz, gure helburuetariko bat, horiek guztiak behar diren bezala ezartzea eta erabiltzea izango da, beti ere, eredu eta oinarri sendo bati lotutakoak.

Beraz, aurretik aipatutako guztia kontutan hartuta eta Hezkuntza Matematikokoan gehiago erabili ohi denez, “Ahalmen Espaziala” terminoa aukeratu dugu gure ikerketarako, eta etorkizuneko ikerketan berau erabiltzea proposatzen dugu (Arrieta, 2006), honako definizioarekin:

**Ahalmen espaziala:
Irudiak eta objektuak mentalki identifikatzeko eta manipulatze gaitasuna.**

1.2.2 Ahalmen espaziala eguneroko bizitzan eta Hezkuntzan

Ikusi dugunez, ahalmen espaziala oso garrantzitsua da eguneroko bizitzarako; mapak interpretatzeko eta erabiltzeko, orientatzeko, aparkalekuan utzitako kotxea aurkitzeko, mendian ez galtzeko, ... ezinbestekoa da ahalmen espaziala erabiltzeko gai izatea. Bestalde, testuinguru desberdinetako problemak ebazteko tresna ezin hobea ere bada: eguneroko bizitzan espazioarekin lotutako problemak, espazio fisikoak eta espazio abstraktuak (Committee on the

support for the thinking spatially, 2006).

Ahalmen espaziala matematikari erabat lotuta dagoen arren, beste eremu eta arlo askotan erabiltzea ere ia derrigorrezkoa da. Adibidez, arkitektoek, ingeniariak, zientzialariek, aire-kontrolatzaileek, astronomoek, geografoek, etab., beraien lanetarako, garrantzitsua da ahalmen espazialean maila altua edukitzea. Geografian, adibidez, mapak, geometria, topologia eta grafikoa lantzerakoan erabiltzen dute ahalmen espaziala.

Zientzien estandareetan agertzen da ahalmen espaziala (inplizituki izan arren ezinbestekoa da), zientziak aztertzen dituen objektu asko bizitza errealean existitzen direnak baitira. Gainera, objektu horiek mundu horretan kokatzea ezinbestekoa da, baita beraien arteko erlazioei buruz hitz egitea, eta haien egitura eta funtzioei buruzko inferentzia egitea ere (Committee on support for thinking spatially, 2006). Ondorioz, geometriako kontzeptuak ezagutzea eta menperatzea, arlo zientifikoaren garapenerako aurre-baldintza bat dela esan daiteke. Eta beraz, matematika eta, zehazki, geometria lantzerakoan ahalmen espazialari behar zaion garrantzia eman beharko zaio, gerora beste zientziak lantzeko eta ikasteko ere beharrezkoa izango baita.

Gutiérrez-ek (1996) dioenez, ahalmen espaziala kognizioaren oinarri nagusienetakoa da, eta bere garrantzia azpimarratzen du.

Psikologia kognitiboaren ikuspuntutik, Ausubel-en (1968) iritziz, ikaskuntzak, jarduera esanguratsua izan behar du ikasten diharduen pertsonarentzat; eta esanguratsua izate hori, ezagutza berrien eta aurretiko ezagutzen arteko erlazioaren existentziarekin lotuta dago. Ulertzen dena ikasi eta gogoan hartuko da, ezagutzen egituren barneratuta geratuko baita.

Ahalmen espazialean zentratuz, azken hamarkadan, ikerketa ugari egin dira teknologia geoespazialekin duen erlazioari eta eguneroko bizitzako edota zientzietako problemak ebazteko duen garrantziari buruz (Albert eta Golledge, 1999; Battersby, Golledge eta Marsh, 2006; Bednarz, 2004; Golledge, 2002; Marsh, Golledge eta Battersby, 2007).

GIS (Geographic Information System) programa da teknologia geoespazialen artean garrantzitsuenetakoa bat. Programa horrek datu base baten antzera lan egiten du, informazio geografikoarekin, eta mapa digital bate-

ko datuekin lotzen du informazio hori. Hau da, modu horretan, objektu bat aukeratuz, bere ezaugarriak erakusten ditu, eta alderantziz, datu baseko informazio bati buruz galdetuz gero, bere lokalizazio geografikoa ematen du.

GISek, eta antzeko beste teknologia geoespazialek, ahalmen espaziala indartzen paper garrantzitsua eduki dezakete, ikerketa askok azpimarratu duten moduan, GIS programa eskolan erabiltzeak abantaila ugari baititu (Allen, 2007; DeMers eta Vincent, 2007; Doering eta Veletsianos, 2007; Milson eta Earle, 2007; Patterson, Reeve eta Page, 2003) eta ikasleen ahalmen espazialaren gaitasunak eta GIS programa erabiltzeak erlazio zuzena erakusten baitute (Kerski, 2008; Lee eta Bednarz, 2009; Schultz, Kerski eta Patterson, 2008).

Ikusi dugunez, eta Ausubel-en (1968) ikasketa esanguratsuaren teoriari lotuta, gaur egungo inguru teknologikoak eta programa jakin batzuen erabilerak ahalmen espazialean maila hobea lortzera bultzatzen dezake. Hala ere, teknologia berriek ahalmen espazialean duten eragina aurrerago aztertuko dugu sakonago.

Alderantziz, ahalmen espazialean zailtasunak dituzten ikasleek nekez lortuko dute unibertsitate mailako zenbait ikasketa gainditzea. Ahalmen espaziala, beraz, tresna fidagarria izan daiteke ikasle bat ingeniari, zientziak edota diseinu moduko ikasketak egiteko gai den ala ez zehazteko (July, 2001; McGee, 1979; Metz, Donohues eta Moore, 2012; Sorby, 1999; Sorby eta Baartmans, 1996).

1.2.3 Ahalmen espaziala Hezkuntza Matematikoan

Aurreko azpiatalean ahalmen espazialak eguneroko bizitzan eta Hezkuntzan duen presentzia azpimarratu dugu. Ildo horretatik jarraituz, Hezkuntzan zentratuko gara orain, baina gure lanerako gehien interesatzen zaigunean, Hezkuntza Matematikoan, hain zuzen. Ikus ditzagun horren inguruan egin diren ikerketak:

Sarasuak (2010) dioenez, geometria arlo bisuala da gehienbat, eta beraz, gaitasun bisualak oinarritzko osagaiak dira bere ikaskuntza eta irakaskuntzan. Ildo berean, Gutiérrez-ek (1996) ziurtatzen du geometria dela ahalmen

espazialaren jatorria matematikan, eta geometriaren ikaskuntzan eta irakas-kuntzan beharrezko osagai bezala ikusi izan dela ahalmen espaziala.

Hori dela eta, ahalmen espaziala Hezkuntza Matematikoko, eta zehazki geometriako, ikerketa ugariaren oinarria izan da (Battista, 2007; Bishop, 1989; Clements eta Battista, 1992; Fernández, 2012; Gutiérrez, 1996, 1998; Hershkowitz, Parzysz eta Van Dormolen, 1996; Presmeg, 2006).

Eta autore horiez gain, beste hainbat ikerlarik ere (Arrieta 2003, 2006; Casey, Nuttall eta Pezaris, 2001; Clements, 1998; Clements, 2003; Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent eta Numtee, 2007; Holmes, Adams eta Hamilton, 2008; NCTM, 2000; Rasmussen eta Bisanz, 2005) agerian utzi dute ahalmen espazialaren garrantzia Hezkuntza Matematikoan. Eta garrantzi horren maila gero eta handiagoa da urteak aurrera joan ahala.

Hezkuntza matematikoari lotutako ahalmen espazialean egindako lehenengo lanak Bishop (1973), Clements (1982), Krutetskii (1976), Lean eta Clements (1981), Moses (1977) Presmeg (1985) eta Suwarsono (1982) ikerla-rienak izan ziren, besteak beste.

Aurretik esan bezala, urteak aurrera joan ahala, ikerketa horiek ugari-tzen joan dira. Adibidez, Presmeg-en (2006) arabera, ahalmen espaziala-ren ikerketa beharrezkoa da problemen ebazpenerako eta, maila guztietako eskoletan, matematikaren ikaskuntzaren eta irakaskuntzaren interakziorako. Eta, horrexegatik, PME (Psychology of Mathematics Education) taldeko ak-ta guztietan zehar ibilbide bat egin du, 1988 urtetik hasi eta gaur egun arte, ahalmen espazialaren inguruan egindako lan, txosten eta artikulua aztertuz eta deskribatuz.

Gainera, 1991. urtetik (PME-15) aurrera, ahalmen espaziala, aktetako mintzagaien zerrendan maila independente batean (*Imagery and Visualiza-tion*) agertzen hasten da, gaiak hartzen duen garrantzia urteotan islatuz.

Eta horren adibide gisa, 1996. urtean PME-ren osoko konferentzia ahal-men espazialarekin zuzenki erlazonaturik egon zen eta kategori zehatz horre-tatik kanpo aurkeztutako lanak ere gaiarekin lotura zuzena zuten (Gutiérrez, 1996). Momentu horretatik aurrera, ahalmen espazialaren ikerketak berebi-ziko pisua hartu zuen eta berezko bidea egiteari ekin zion.

Bi urte beranduago (PME-22) ahalmen espazialeko interes puntuak zabaldu egin ziren, arlo desberdinak gain hartuz: geometria, ordenagailuak, problemen ebazpenak, neurria, funtzioak, probabilitatea, zenbaki konplexuak, etab.

Aritmetikan, adibidez, Gray eta Pitta-k (1999) haurren zenbakizko ulermenaren eta euren irudien erreferentzia markoen arteko erlazioa ikertzen dute.

Bestetik, DeWindt-King eta Goldin (2001) ikerlariak zatikiek erlazionaturiko problemen ebazpenerako erabil daitezkeen irudi bisualetan zentratzen dira.

Algebrari dagokionez, Gagatsis, Panaoura, Elia, Stamboulidis eta Spyrouk (2008) funtzio baten islapen-ardatzaren kontzeptuaren ulermena eta adierazpen geometriko batetik algebraiko baterako eraldaketa (eta alderantziz) aztertzen dituzte.

Yerushalmy, Shternberg eta Gilead-ek (1999), berriz, algebrako problemen ebazpenari esanahia emateko tresna moduan erabiltzen dute ahalmen espaziala.

Horri lotuta, Gutiérrez (1998), Usiskin (1987) eta Yakimanskaya-k (1991) diotenez, matematikako hezitzaile eta ikerlari gehienek ahalmen espazialaren garrantzia azpimarratzen dute, matematikako arlo askotako ikusmen oso eta intuitiboa eta ulermena hobetzen dituela uste baitute.

Eta zehazki, geometriak elementu bisualetan oinarri sendoa duenez, arlo hori izan da gehien ikertu dena, batez ere, kontzeptu geometrikoen ulermenaren eta ikaskuntzan duen eraginagatik (Duval, 1999; Gal eta Linchevski, 2010; Hershkowitz, 1990).

Ondorioz, ikus daitekeenez, ikerketa ugari daude ahalmen espaziala geometria ez den beste arloen ikuspuntutik jorratzen dituztenak; eta horrek, ahalmen espazialak Hezkuntza Matematikoari lotutako ikerkuntzan azken bi hamarkadetan izan duen gorakada islatzen du.

Ahalmen hori garatu ahal izateko edo bere garapenerako proposamen didaktiko bat burutzeko, ordea, lehendabizi, beharrezkoa da bere egitura ondo definitzea. Baina, ikus dezagun lehendabizi, ahalmen espazialak Hezkuntza Matematikoan duen presentzia zenbatekoa eta nolakoa den.

Francis Crick-ek, nobel saridunak, esan zuenez “ikustea prozesu eraikitzailea da, hau da, garunak ez du pasiboki gordetzen kanpotik jasotzen duen informazio bisuala; aktiboki gordetzen ditu interpretatu ahal izateko”.

Espazioa menperatzea ezinbestekoa da gizakiarentzat; hori lortzea normalean ez da zaila. Hala ere, batzuetan zailtasunak sortzen dira eguneroko bizitzako egoera desberdinei aurre egin behar zaienean. Ahalmen espazialik gabe, mundu erreala ezin da hauteman eta ezingo da mundu geometriko batean lan egin. Eta beraz, hezkuntzan geometria eta, zehazki, ahalmen espaziala lantzea ezinbestekoak dira.

Matematikako irakasle askok arazoak izaten dituzte gai desberdinak ikasleei ulertarazten; hau da, memorizazio hutsetik aldendu eta definizioak eta frogapenak uler ditzaten saiatzen dira irakasleak, baina ez da bat ere lan erraza. Arazo hori, ez da estatuko arazoa soilik, nazioartekoa baizik. Arazo horiek, geometriari garbiago antzematen dira, arlo hau, klase inductiboekin garatzen baita nagusiki, eta bertan material didaktikoa erabiltzea eta manipulatzeko zati garrantzitsua baita. Honi lotutako ikerketa askok baieztatzen dute curriculum egoki batek ikasle gazteen Zenbakiei eta Geometriari buruzko ezagutzaren garapena bultzatzen duela (Griffin eta Casse, 1997; Razel eta Eylon, 1991; Starkey, Klein eta Wakeley, 2004).

Hoffer-en (1977) ustez, ahalmen espazialaren gaitasunak eta geometriako kontzeptuak batera ikas daitezke: geometriak ikasleek irudiak ezagutzea eta beraien arteko erlazioak eta propietateak zein diren aztertzea eskatzen duelako, eta alderantziz.

Del Grande-k dionez (1986), berriz, oinarrizko geometria lantzerakoan egiten diren matematikako jarduerak ezinbesteko tresna da ahalmen espazialean esperientzia hartzeko; era berean, jarduera horiek irakasleei aukera bikaina ematen diete haurren pertzepzio problemak behatzeko eta detektatzeko.

Ikasleek arrazonamendu espaziala garatzen dutenean ingurunea ulertzeko oinarria lortzen dute, baita beste gai matematiko batzuk edo arteari edota gizarte-zientziei buruzko gaiak ulertzeko ere. Aurretik esan dugun moduan, ahalmen espaziala pentsamendu geometrikoaren arlo garrantzitsua da; mapen erabileran, ibilbideen planifikazioan, planoen diseinuan eta sormen artistikorako erabilgarria da, adibidez.

Ahalmen espazialari lotutako jardueri dagokionez, eta formen konposaketaren garapen progresiboari lotutako teoria kontutan hartuta, konposaketa-jarduerak ongi ebatzi ahal izateko, haurrek formaren irudi mental bat eraiki behar dute, eta ondoren, irudi hori gainjartzearen bidez lortutako forma berriarekin lotu behar dute beharrezkoak izango diren errotazio mentalak eginez (Clements, Sarama eta Wilson, 2001).

Bestalde, papera mozteak bistaratzea eta arrazonamendu espaziala indartzen lagundu dezake; baita desplazamenduko jarduerak eginez ere: ikasleei liburutegitik gelara dagoen bidea bisualizatzeko eskatzen zaienean edota bidea deskribatzeko eskatzen zaienean, adibidez. Ikasleei egitura ikuspuntu desberdinetatik identifikatzea eskatzea komeni da, hau da, adibidez, egitura berbereko baina perspektiba desberdinetako bistekin bikoteak osatzea (NCTM, 2000).

Baina, zein da ahalmen espazialaren eginkizuna matematikan? Dreyfus-ek (1995) galdera horri lotutako ikerketak aztertu ditu, eta baita ordenagailuek ahalmen espazialean duten eragina ere (aurrerago aztertuko dugu gai hori). Garunaren lan egiteko moduari buruz, pertsonen adimen mota desberdinei buruz eta matematikako problemak ebazterakoan martxan jartzen diren garunaren zati desberdinei buruz, lortzen ari garen informazioak baieztatzen du zein desberdinak izan daitezkeen matematikari ematen zaizkion ikuspuntuak edota zein aberasgarria den ikuspuntu desberdin horiek aztertzea.

Beste adibide bat jartzearen, Tartre-k (1990), ahalmen espazialeko gaitasunak geometriako problemen ebazpenetako bide jakin batzuen oinarri direla ziurtatu zuen. Ildo berean, hainbat ikerlarik (Connor eta Serbin, 1985; Moses, 1977; Pearson eta Ferguson, 1989; Tillotson, 1984) ahalmen espazialeko gaitasunek ikasleek matematikan izan dezaketan arrakasta aurreikusten dutela baieztatu zuten.

Azken urteetako ikerketek ahalmen espazialaren kontzeptu batzuk geometriaren garapenarekin lotzen dituzte (NCTM, 2005) eta zehazki, arrazonamendu matematikoaren garapenarekin (Whiteley, 2002, 2004). Baina, nahiz eta ikasketa planek ahalmen espazialaren garapena sustatu, informazio gutxi ematen dute ikasgeletako tresnak moldatzeko eta erabiltzeko ikuspuntu zehatz bati buruz.

Gainera, matematikako testuliburu gehienek ez dituzte tresna egokiak eskaintzen gai zehatz horretarako, eta ondorioz, irakasleek ez dituzte errekurtsio zehatzak ikaskuntza-irakaskuntza prozesu hori eraginkortasunez aurrera eramateko.

Laburbilduz, ahalmen espaziala pertsona askorentzat gaitasun aberats bat da eta arlo desberdinetan zeregin garrantzitsua joka dezakeena. Irakasgai guztiek, matematikak barne noski, ahalmen espaziala indartsu sartu behar-lukete haien lan praktikoetan (Goldenberg, 1996; Hogan, 1993; Lappan, 1999), gaur egungo gizarte teknokogiko honetarako egokitzapen on baterako ezinbestekoa baita (Arcavi, 2003; Battista, 2007; Cunningham, 1991; Guillén, 2000; Hershkowitz, et al., 1996; Laborde, 1998; Mariotti, 2001; Parzysz, 1999; Stylianou, 2001).

Ikus dezagun orain, egungo Derrigorrezko Hezkuntzako curriculumetan ahalmen espazialak zenbateko presentzia duen. Horretarako nazioarteko (NCTM), estatuko eta Euskal Herriko curriculumak aztertuko ditugu:

1. Lehendabizi, nazioartean eragin handia duen NCTM-ek ezarritako estandareetan, ahalmen espaziala non eta nola agertzen den aztertuko dugu: Geometria arloko arau guztietan agertzen da, modu batera edo bestera, ahalmen espaziala, eta maila guztietan gainera (NCTM, 2005):
 - Bi eta hiru dimentsiotako forma geometrikoen ezaugarriak aztertu eta erlazio geometrikoei buruzko arrazonamendu matematikoa garatu.
 - Kokapenak zehaztu eta erlazio espazialak deskribatu koordinatu ardatzak eta beste sistema figuratiboak erabiliz.

- Transformazioak aplikatu eta simetria erabili matematikako egoerak lantzerakoan.
- Bisualizazioa, arrazonamendu espaziala eta geometriaren modelizazioa erabili problemak ebazteko.

Beste arloetan, ezer espezifiko agertu ez arren, azpi-arloak irakurriz gero, ahalmen espazialarekin erlazionatuta dauden kontzeptuak aurki daitezke (neurrian, estatistikan, probabilitatean).

2. Jarraian, estatuko curriculumetan agertzen diren ahalmen espazialeko puntuak zehaztuko ditugu (BOE, 2007):

- Posizioen eta mugimenduen deskribapena norberarekiko eta beste erreferentzia-puntuekiko (aurrean-atzean, goian-behean, ezkerre-eskuina, kanpoan-barnean).
- Ibilbideen krokisen interpretazioa eta ahozko deskribapena eta haien elaborazioa. Bertan agertzen diren elementuen identifikazioa.
- Erlazio espazialei buruz informazioa duten mezuen interpretazioa.
- Formen, orientazioen eta erlazio espazialen (eta euren ezaugarrien) identifikazioarekiko eta deskribapenarekiko interesa.
- Planoen eta maketen oinarrizko errepresentazioa. Testuinguru topografiko bateko posizioen eta mugimenduen deskribapena.
- Mapa eta plano arrunten irakurketara eta interpretaziora hurbilketa.
- Espazioaren, eskalaren eta grafiko arrunten oinarrizko errepresentazioa.

3. Eta bukatzeko, Euskal Herriko curriculumari dagokionez, ondoko puntuak dira ahalmen espazialarekin erlazio zuzena dutenak (BOPV, 2007):

- Posizioen eta mugimenduen deskribapena norberarekiko eta beste erreferentzia-puntuekiko.
- Ibilbideen krokisen interpretazioa eta ahozko deskribapena eta haien elaborazioa.

- Ibilbideen krokisen elaborazioa.
- Erlazio espazialei buruz informazioa duten mezuen interpretazioa.
- Espazioko objektu baten egoera deskribatzeko kode desberdinen elaborazioa eta erabilera ikaslearentzat gertukoak diren egoeretan.
- Espazio ezagunen oinarritzko errepresentazioa: planoak eta maketak. Mapa eta plano arrunten irakurketa eta interpretazioa.
- Testuinguru topografiko bateko posizioen eta mugimenduen deskribapena. Koordenatu ardatzak.
- Espazioaren, eskalaren eta grafiko arrunten oinarritzko errepresentazioa.
- Planoen, maketen eta mapen irakurketa, interpretazioa, eraikuntza eta erreproduktzioa eskalak erabiliz.

Bi curriculumak konparatzen badira, ikus daiteke Euskal Herrikoa eta estatukoa ia berberak direla. Hala ere, Euskal Herrikoa zertxobait zehatzagoa da: adibidez, “testuinguru topografiko bateko posizioen eta mugimenduen deskribapena” Euskal Herrikoan koordenatu ardatzak aipatzen dira eta estatukoan ez. Bietan, hala ere, nabarmena da Ahalmen Espazialak duen garrantzia hezkuntza matematikoan.

Beste kontu bat izango da, aurretik aipatu dugun moduan, ea gero baduen guzti horrek benetako aplikaziorik irakasleen aldetik eta nola gauzatzen duten gelan. Beraz, gure helburuetariko bat lan honetan horixe izango da, geometriaren eta ahalmen espazialaren erabilera sendotzea, esan dugun moduan, ahalmen espaziala pentsamenduan eta problemen ebazpenean arrakastaz izateko oinarritzko tresna baita.

Hala ere, eskola sistemaz aparte badaude ahalmen espaziala garatzen laguntzen duten giza-jarduerak ere. Adibidez, kirolean tresna desberdinak sortu dira kirolarien errendimendua hobetzen saiatzeko. Azken 25 urtetan, kirolean egindako ikerketak kirolarien entrenamenduetako alderdi psikologikoak hobetzen zentratu dira, emaitza txarrak murriztu ahal izateko (Duda, 1995; Nideffer, 1985; Pellissier eta Billouin, 1989). Eta garatutako tresna guztietatik, bistaratzea (atletak mentalki bere burua “ikustea” arlo tekniko batzuk arrakastaz egiten) da eraginkorrena.

Esan bezala, txikitatik hasten dira haurrak lehenengo ideia eta kontzeptu espazialak bereganatzen, batez ere, ingurunearekin duten hartu-eman zuzenagatik. Zentzu espazialak pertzepzio gaitasun garrantzitsuak dakartza eskolako lehenengo mailak arrakastatsuak izateko. Arrakasta horrek haurraren auto-kontzeptuan eta egonkortasunean ezinbesteko eragina du (Del Grande, 1986).

Lehen Hezkuntzako jarduera geometriko askok bide ezin hobe erakusten dute haurrek espazioaren pertzepzioa behar den bezala garatzeko.

Lehen eta Bigarren Hezkuntzan irakasleek geometria espaziala irakasteari eskaintzen dioten denbora urria, bat dator ikasleek geometriako arlo horretako problemak ebazterakoan erakusten duten ezagutza-maila txikiarekin (eta sarritan okerrarekin).

Nazioarteko ikerketa ugari egiten ari dira problema horri buruzko hainbat galderari erantzunak topatzeko; adibidez, bistaratze gaitasunak eta geometria espazialaren ikaskuntzaren arteko erlazioa aztertzeko (Gutiérrez, 1996; Kwon, Kim eta Kim, 2001; Malara, 1998; Meissner eta Pinkernell, 2000), subjektuen arrazonamendu prozesuak ikertzeko (Gray, 1999; Guillén, 1996; Lawrie, Pegg eta Gutiérrez, 2002; Meissner, 2001; Owens, 1999), ikasleen ezagutza eta ikasteko bideak aztertzeko (Jirotkova eta Littler, 2002; Lampen eta Murray, 2001; Lawrie, et al., 2002), hobekuntzak estrategien irakaskuntzan ikertzeko (Lavy eta Bershadsky, 2002), ikasleek izan ditzaketen onurak material manipulatioak erabiltzeagatik (Jirotkova eta Littler, 2002) edo software-a erabiltzeagatik aztertzeko (Kwon, et al., 2001), problemen ebazpenak lantzeko (Lampen eta Murray, 2001; Owens, 1996; Stylianou, Leikin eta Silver, 1999), edo ikerkuntzaren eta curriculumaren garapenaren teoriak elaboratzeko (Gutiérrez, 1996; Owens, 1999; Saads eta Davis, 1997).

Jarduera geometrikoak ez dira soilik ideia espazialak eta geometrikoak garatzeko beharrezkoak, esplorazioa eta arrazonamendua ere bultzatzen baitituzte (Del Grande, 1986). Autoreak, Lehen Hezkuntzarako honako proposamena luzatzen du:

Bigarren mailan, bi eta hiru dimentsioko irudien eraikuntza material mota desberdinekin lantzea oso erabilgarria da haurrek irudi bakoitzaren ezaugarri espezifikoak identifikatzeko; hala nola, simetria eta bidimentsionalen eta

tridimentsionalen arteko erlazio batzuk. Irudi horiek ingurunean topatzen saiatzea eta adibide errealak ikustea eta aztertzea oso interesgarria da haurrek kontzeptuak eta definizioak hobeto ulertzeko eta bereganatzeko.

Hirugarren mailan material manipulatioak erabiltzen jarraitzea oso garrantzitsua da kontzeptu geometrikoak eta zentzu espaziala garatzeko. Materialak testuinguru desberdinetan aztertzeak haurrari orokortzen laguntzen dio. Gainera, adibideak eta kontra-adibideak erabiltzeak (“hauek dira triangeluak” eta “hauek ez dira triangeluak” adibidez) orokortze espezifikoak egiteko beharrezko elementu komunak identifikatzen bultzatzen du.

Laugarren mailan ere material manipulatioak erabiltzen jarraitu behar da, haurren esperientziak aberasten eta zabaltzen dituztelako. Ordenagailuak ere ideia geometrikoak manipulatzeko ahalbidetzen du eta konkretuaren eta abstraktuaren arteko erlazioa ezartzen laguntzen du.

Bosgarren mailan ikasleei ideia batzuk besteekin nola uztartzen diren interesatzen zaie. Aberasgarria da maila horretatik aurrera matematikak beste irakasgai batzuekin erlazionatzea eta, aldi berean, matematikaren adar desberdinek beraien artean dituzten loturak aztertzea.

Seigarren mailan ikasle bakoitzaren kontzeptu kopurua handitzea ahalbidetuko da, eta kontzeptu horiek arrazonamendu geometrikoan nola erabil daitezkeen erakusten zaie.

Bestalde, Derrigorrezko Hezkuntza matematikoan ere badaude ahalmen espazialari buruzko azterketa teorikoak, Guay eta McDaniel (1977) eta McGee (1979) ikerlarien proposamenetan oinarritutakoak eta Bishop (1983), Clements (1983) eta Tartre-k (1990) bildutakoak. Azterketa horietan ikuspuntu teorikotik gutxienez bi faktore ezberdintzen dituzte: bistaratzea, mentalki objektuak manipulatzeko gaitasuna (pertsonak objektua manipulatu du), eta orientazio espaziala, beste perspektiba batetik objektu bat imajinatze gaitasuna (pertsona da objektuaren inguruan mugitzen dena).

Wattanawaha-k (1977) ere ekarpen garrantzitsuak egin zituen, bistaratze espazialeko itemak taxonomikoki ordenatu baitzituen lau irizpide jarraituz: itema ebazten den dimentsio kopurua, itemak ebazteko beharrezkoa den berreratze gradua, itemaren erantzuna aurkezteko modua eta itema ebazteko

beharrezkoa den eragiketa mental kopurua.

Ikus daitekeenez, matematikaren didaktikatik aztertu da ahalmen espaziala, baina aipatutako definizio eta kontzeptu horiek ez dira bateragarriak; horrexegatik, oso zaila da haiekin egitura hierarkiko bat osatzea eta, ondorioz, proposamen didaktiko sendoak ahalbidetuko dituen ahalmen espazialaren egitura sendo bat eraikitzea. Guk oinarri horiek finkatu nahi ditugu.

1.2.4 Nesken eta mutilen ahalmen espazialaren arteko desberdintasunak

Gauza jakina da historian zehar gizon eta emakumeen arteko desberdintasunak aztertzeari eman zaion garrantzia. Beti nahi izan dira konparatu beraien arteko adimena, indarra, ezaugarriak, etab. Ahalmen espazialean ere, eztabaida handiak sortu izan dira gizonek emakumeek baino maila altuagoa izango ote dutenari buruz.

Horretarako, garrantzitsua iruditzen zaigu orain arte egin diren ikerketetan horri buruz zer esan den ikustea. Ikus ditzagun beraz horren inguruko ikerketa aipagarrienak:

Pentsamendu espazialaren hezkuntzan berdinketa gai garrantzitsua da. Hala ere, normalean haur eskolako irakasleek denbora gehiago pasa izan dute mutilekin hori lantzen, neskekin baino, batez ere, mutilak blokeekin, erai-kuntzekin, eskalatze-eremuekin etab. gehiago aritzen direlako, eta neskak, berriz, jolas dramatikoetara gehiago jotzen dutelako (Ebbeck, 1984). Mutilek neskek baino jarduera espazial gehiagotan hartzen dute parte etxean, bai bakarrik daudenean, baita zaintzaileekin daudenean ere (Newcombe eta Sanderson, 1993).

Owens-en (1992) lanaren arabera, bi dimentsioko jardueretan ez dago desberdintasunik nesken eta mutilen ahalmen espazialaren artean, baina hiru dimentsioko jardueretan mutilen aldeko diferentzia txikiak ageri dira.

Senk eta Usiskin (1983) ikerlarien iritziz ere ahalmen espazial hobeak dute mutilek. Diferentzia horren arrazoia mutilek mota horretako esperientzia

gehiago dituztela izan daiteke. Gainera, ikerlari horien ustez, desberdintasun horiek desagertuko lirateke, neskek eta mutilek esperientzia mota berberak edukiko balituzte eskolan eta bertatik kanpo.

Ikerlari horiez gain, badaude beste batzuk ere mutilen puntuazioak, zeregin espazialean, neskenak baino hobeak direla ziurtatzen dutenak (Battista, 1990; Ben-Chaim, Lappan eta Houang, 1988; Feingold, 1988; Fennema eta Tartre, 1985; Johnson eta Meade, 1987; Linn eta Petersen, 1985; Maccoby eta Jacklin, 1974; McGlone eta Davidson, 1973; Sherman, 1974; Tartre, 1990; Voyer eta Bryden, 1993).

Beste ikerlari batzuk, berriz, ahalmen espaziala osatzen duten gaitasunetan ea desberdintasunik badagoen aztertzen zentratu dira. Adibidez, Rilea, Roskos-Ewoldsen eta Boles-ek (2004) diotenez, errotazio mentalean eta perzeptzioan mutilak hobeak dira, baina ez bistaratzean.

Gorgorió-k (1996, 1998) egindako ikerketan, berriz, 12 eta 16 urte bitarteko neska-mutilei objektuen errotazio mentaleko estrategiak eta trebetasunak erabiltzeko jarduerak jarri zizkien; bere emaitzetan, ez dira desberdintasunak nabari nesken eta mutilen arteko gaitasunetan, baina bai erabilitako estrategien artean.

Gizonen aldea konpetentzia espazialean, jardueretan jokoan jartzen diren trebetasunen arabera desberdinu behar da (Maris eta Noriega, 2010). Horrela, gizonen aldeko diferentzia adinarekin handiagotzen dela diote Geiser, Lehman eta Eid-ek (2008); entrenamendu kontrolatuetan oinarritutako hainbat esperientziak erakutsi dute hasieran gizonek zehaztasunean eta abiaduran dutela abantaila (Carroll, 1993; Lohman, 1979a, 1986), baina gero emakumeek zehaztasuna hobetzen dutela; bistaratzeko jardueretan ere ez da sexu-desberdintasunik ageri.

Beste ikerlari batzuk mutilen aldeko desberdintasun hori arrazoi sozio-biologikoei egotzi diete (Turos eta Ervin, 2000); eboluzioaren sorreran, gizonezkoak ehizan ibiltzen zirelako eta horrek trebetasun espazial zehatzak erabiltzea eskatzen duelako, eta emakumezkoak, berriz, biltzaileak zirelako oro har. Horren ondorioz, gizonek eskuin hemisferioa gehiago garatu dute eta emakumeek, aldiz, jarduera zerebral bilaterala.

Ondorioz, badirudi nesken eta mutilen ahalmen espazialean mutilen aldeko desberdintasunak nabarmentzen direla, Gutiérrez-en (1998) berrikusketan ere ikus daitekeen moduan.

Hala eta guztiz ere, eta biologikoki desberdintasunak egon daitezkeela dirudien arren, desberdintasun horiek gutxiagotzen ari dira (Colom, Quiroga eta De Juan-Espinosa, 1999); eta azken urteetako ikerketek, dagoeneko desberdintasunik ez dagoela baieztatzen dute (Arrieta, 2006; Brosnan, 1998; Burin, Delgado eta Prieto, 2000; Delgado eta Prieto, 1997; Ehrlich, Levine eta Goldin-Meadow, 2006; Jordan, Kaplan, Nabors eta Locuniak, 2006; Levine, Huttenlocher, Taylor eta Langrock, 1999; Presmeg eta Bergsten, 1995; Tartre eta Fennema, 1995).

Hau horrela izatea logikoa dirudi, azken hiru hamarkadetan emakumeen ikasketek gorakada handia izan baitute, eta zer esanik ez, lan munduan eman duten urratsa. Ikasketa eta lan gehiagotan parte hartu izanak eragin zuzena duela dirudi emakumeen ahalmen espazialaren gorakadan eta, ondorioz, gizonen eta emakumeen arteko berdintasuna nabaria dela dirudi azken urteetako ahalmen espazialeko ikerketetan.

Gure ikerketa honetan ere, helburuetariko bat ea azken urteetan eman diren berdintasun horiek mantentzen diren ala ez aztertzea izango da.

1.2.5 Teknologia berriak ahalmen espazialean

Azken hamarkadetako iraultza teknologikoak, ordenagailuen eta beste multimedia tresnen zabaltzearekin, matematika eta, bereziki, geometria (eta berez, baita ahalmen espaziala ere) irakasteko eta aztertzeko bide berritzaileak eraikitzeko elementu berriak eman die irakasleei eta ikertzaileei. Gainera, ahalmen espazialaren eta teknologia berrien arteko harremana bi noranzkotan ematen da. Hau da, alde batetik, ahalmen espaziala lagungarri izango da zenbait programa informatikoetako egoerak ulertzeko, aztertzeko eta aurreratzeko (Fernández, 2011); eta bestetik, programa jakin batzuk, ahalmen espaziala lantzeko eta garatzeko lagungarriak izango dira.

Aukera berri horiek sakonki aztertu eta ikertu behar dira, ikasgeletan behar bezala ezartzeko eta, batez ere, aurrerapauso handiak eman ahal izateko.

teko geometriaren eta ahalmen espazialaren irakaskuntzaren garapenean.

Datozen urteetan, ordenagailuak zeresana emango du ahalmen espazialaren garapenean (Gutiérrez, 1996), eta gure ikerketan ahalmen espaziala neurtzeko teknologia berriak erabili ez ditugun arren (gaia lantzen hasi ginean programak sortze prozesuan zeudelako eta ahalmen espazialaren neurketarako galdetegiak ordenagailuekin egin eta pasa behar izateak lana asko zailtzen duelako), aurrerantzean kontuan hartu beharreko tresna dela iruditzen zaigu. Horrexegatik komenigarria da horri buruz egin diren ikerketak eta erabili diren, eta gaur egun erabili daitezkeen, programa informatikoen azterketa bat egitea. Has gaitezen bada:

Aipatu dugun moduan, aurrerapenez baliatuz, ahalmen espaziala aberastu daiteke ordenagailuen animazioekin eta beste testuinguru teknologikoekin modu egokian lan eginez gero (Clements, 1997; July, 2001; NCTM, 2000; Yates, 1998).

Teknologia berriak ikasgelan sartzen hasi ziren lehenengo urte haietan, ikaskuntza ikaslearen eta makinaren arteko interakzioetan zentratzen zen soilik, ikaslearen eta makinarekin burutzeko jardueren arteko interakzioetan zentratu ordez (Laborde, Kynigos, Hollebrands eta Strässer, 2006). Urteak aurrera joan ahala, eta teknologia berriak ikasgeletan gero eta gehiago erabiltzearekin batera, arazo hori pixkanaka konpontzen joan da.

Aurreko ataletan azaldu dugun moduan, arlo desberdinetan ere ahalmen espazialarekin lotura duten programa informatikoak erabiltzen dituzte; adibidez, geografia lantzeko GIS programa. Ikerketa ugari baiezta dute GIS (Geographic Information System) ikasgelan erabiltzeak duen garrantzia (Allen, 2007; DeMers eta Vincent, 2007; Doering eta Veletsianos, 2007; Milson eta Earle, 2007; Patterson, et al., 2003) eta baita, ikasleen ahalmen espazialaren gaitasunak eta GIS programa erabiltzearen erlazio zuzena (Kerski, 2008; Lee eta Bednarz, 2009; Schultz, et al., 2008).

Hala ere, gure arloan zentratuz, teknologia berriko bi programa mota nagusi bereiz daitezke geometria atalean: alde batetik, Logo dortokaren programa (eta bere antzekoak direnak) eta, bestetik, Geometria Dinamikoko programak; ahalmen espaziala lantzeko ere oso egokiak dira programa horiek, eta azken urteetako ikerketa gehienak programa mota horietan zentra-

tzen dira geometria lantzerako orduan. Hala ere, azken horiek dira, gaur egun, matematikako irakasleek gehien erabiltzen duten programa mota.

Logo programa 60. hamarkadaren bukaeran sortu zuen Papert-ek, eta hezkuntza matematikoan ondo ezaguna egin zen berak argitaratutako “Mindstorms” liburuaren ondoren (Papert, 1980). Programa horiekin irudi geometrikoak sor daitezke, erabiltzaileak emandako aginduen bidez. Gaur egun Logo programaren aldaera desberdinak daude, 100 ingurune digital baino gehiago, hain zuzen.

Geometria Dinamikoko programetan, berriz, erabiltzaileak aukeratutako eta termino geometrikoetan adierazita datozen jatorrizkoen sekuentzien ondorioz diagramak marraz daitezke. Diagramako elementu bat saguarekin arrastatuz, diagrama aldatu egiten da baina eraikuntza horretan erabilitako erlazio geometriko guztiak mantendu egiten dira. Errealitate artifizial horiek bizitza errealekoekin alderatu daitezke; diagraemek erabiltzaileen manipulazioekin eta geometriaren legeak jarraituz erreakzionatuko balute bezala gertatzen da, objektuek fisikako legeekin erreakzionatzen duten modu bereberetan. Errealitate horien ezaugarri oinarritzkoenatariko bat, behin irudia sortuta dagoenean, erabiltzaileak duen ia independentzia osoa da; hori da paperean eta arkatzarekin egitearen diferentzia nagusienatariko bat ere.

Zehatzago esanda, programa horien laguntzaz, konfigurazio geometrikoen eta aburu esanguratsuen identifikazioen azterketa ulergarriagoa suertatzen da (Mariotti, 2001).

Geometria Dinamikoko programa ezagun eta erabilienak ondorengoak dira: Geometric Supposer (Schwartz eta Yerushalmy, 1987; Yerushalmy, 1991), Cabri-Géomètre (Laborde, 1999; Laborde, Baulac eta Bellemain, 1988; Laborde eta Bellemain, 1998), Geometer’s Sketchpad (GSP) (Jackiw, 1991), Thales (Kadunz eta Kautschitsch, 1993), GEOLÓG (Holland, 2001), Geometry Inventor (Brock, Cappel, Carmon, Erdős, Kamay, Kaplan eta Rosin, 2003), eta azken urteetan mundu osoan ezagunena eta sari ugari jaso dituen GeoGebra (Hohenwarter, 2002).

Aipatutako GSP programa, adibidez, konjeturak egiteko eta probatzeko tresna ezin hobea da eta eraikuntza eta arrazonamendu espazialerako lagungarria, batez ere, bi dimentsioko irudiak baliokideak diren hiru dimentsioko

irudi bihurtzeko. Programa horrek forma beraren adierazpen desberdinak aztertzeko balio du eta, baita, formaren propietateak egoera desberdinetan aztertzeko ere; hiru dimentsioko irudiak bisualizatzeko eta egituratzeko ere oso erabilgarria da.

Azken programa mota horiekin, eta Lehrer eta Chazan-ek (1998) baieztatzen dutenez, ikerlari batzuk geometria irakasterakoan geometria dinamikoko programak erabiltzea gomendatzen dute, ikasleei, esperimentazioan, behaketan, konjeturaketan eta argudiaketan oinarri sendoak sortzen dizkielako. Ildo horretan jarraituz, NCTM-ek (2000) bere estandareetan geometria dinamikoko programak Lehen Hezkuntzatik aurrera erabiltzea gomendatzen du.

Bi programa mota horiek, pantailan ikusten diren eraikuntzak aztertzeko aukera ematen diete ikasleei, eta geometriaren oinarrian dauden ezaugarri matematikoetan sakontzeko bidea ere eskaintzen diete.

Geometriaren ikaskuntzan eta irakaskuntzan teknologiaren erabilerari buruzko ikerketa asko burutu dira, esparru desberdinetan oinarrituta. Ikerlariak aztertutako geometriako kontzeptuak oso heterogeneoak dira; hala nola, triangeluak, laukiak (Hoyles eta Noss, 1988,1989), transformazio geometrikoak (Bellemain eta Capponi, 1992; Edwards, 1991; Gallou-Dumiel, 1989; Hollebrands, 2003; Jahn, 2000), poliedroak (Pallascio, 1987), angeluak (Kieran, 1986; Magina eta Hoyles, 1991; Parmentier, 1989; Zack, 1988), azaleren neurketa eta arrazoia eta proportzioa (Hoyles, Noss eta Sutherland, 1989). Baita hain ohikoak ez diren beste kontzeptuak ere: fraktalak (Sacristán, 2001; Sereno, 1994), kurbatura (Kynigos eta Psycharis, 2003), funtzioen aldateten alde aurretiko kalkulua (Arcavi eta Hadas, 2000; Falcade, Laborde eta Mariotti, 2004; Furinghetti, Morselli eta Paola, 2005).

Ordenagailuek abantaila espezifikoak ere izan ditzakete (Clements eta McMillen, 1996). Adibidez, programa jakin batekin bloke-ereduak modu gehiagotan konposatu eta deskonposatu daitezke fisikoki baino. Ordenagailuak lana fisikoki baino askoz azkarrago egiten du; hori bai, aginduak ongi ematen jakin behar da. Adibidez, haur batek eraikitako edota marraztutako edozeren simetrikoa automatikoki marraz dezake ordenagailuak edozein simetria-ardatzekiko. Beste adibide bat: haur oso gazteak puzzleko piezak bakoitzari dagokion lekuan sartzen saiatzen dira, baina zertan ari diren gehiegi pentsatu gabe; ordenagailua erabiliz horretan saiatzen badira, ordea, egin-

dako mugimenduez jabetzen laguntzen diete (Clements eta Battista, 1991; Johnson-Gentile, Clements eta Battista, 1994).

Horrelako programak, ahalmen espazialeko gaitasunetan duten eragina zehazteko ere erabili izan dira zenbait ikerketetan. Adibidez, Travis eta Lennon-ek (1997) MAPLE programa (gaitasun grafiko handiko software informatikoa) erabili zuten ahalmen espaziala hobetzen zuen programa pilotu bat garatzeko.

Bestalde, haurrentzat bereziki lagungarriak dira irudi mentalen erabile-rarako; ordenagailu pantailako tresnek mugimenduak ulerterrazagoak izatea laguntzen dute eta horrek haurrei kontzientzia maila esplizitura bultzatzen die.

Programa dinamiko horiek, beraz, geometria erakusteko bide berriak eskaintzen dizkiete irakasleei, eta horrek, ikasleei hezkuntza matematikoan garrantzitsuak diren geometriako kontzeptuak sakonean ulertzeko aukera ematen die.

Hala ere, oraindik ez dago garbi programa informatiko horien izaera bisualak zer nolako eragina duen ikasleen ahalmen espazialean eta pentsamendu geometrikoan (July, 2001). Beraz, oraindik ere, gai honen inguruan asko dago aztertzeko eta, batez ere, hezkuntzarako oso interesgarriak izan daitezkeen ondorioak ateratzeko bide luzea dago egiteko.

Eta era berean, geometria dinamikoko programen etorrerarekin eta hiru dimentsioko geometriari eman behar zaion bultzadarekin (NCTM, 2000), geometriari hezkuntzan eman zor zaion bidea zehazteko edota planak birplanteatzeko beharra sortu da.

Laburbilduz, ordenagailuak oso tresna baliagarriak dira irakasleentzat, nahiz eta aurreko testuinguru klasikoekiko abantailak ikertzerakoan emaitza kontrajarriak ere lortu izan diren. Haien abantailak eta desabantailak kontuan hartuta, ordenagailuak benetako solidoen eta planoen irudikapenen artean kokatu behar dira, erabilitako software-aren arabera batetik edo bestetik gertuago egonik.

Hala ere, herrialde askotan oraindik ez dira teknologia berriak ikasleria-

rengan guztiz egokitu. Horren ondorioz, oso ikerketa gutxi dago geometriaren curriculumean teknologia berriak sartzeari buruz. Hala ere, hau pixkanaka aldatzen joango da, eta urte gutxiren buruan asko hedatuko da, eta horrek, ikerketa ugari egitera bultzatuko ditu ikerlariak.

Ordenagailu programak, beraz, oso interesgarriak dira geometria lantzeko eta garatzeko; baita ahalmen espazialerako ere. Gero eta presentzia handiagoa dute eskoletan, eta aurrerantzean ere gero eta handiago izango dutela dirudi. Tresna oso indartsua da, milaka programa eta aplikazio desberdinekin, eta hobetzeko tarte handiarekin, gainera. Datozen urteetan ere, zalan-tzarik gabe, kontuan hartu beharko da eta bide berriak jorratu beharko dira ahalmen espazialaren garapenerako proposamenak egiteko orduan.

II. KAPITULUA

Marko teorikoa

II.1 Haurren ahalmen espaziala

II.1.1 Aurre ikerketak

Orain arte, geometriatik abiatu eta ahalmen espazialerainoko bidea jorratu dugu. Orain, ahalmen espazialean zentratuko gara eta hiru mailatan banatuko dugu lana, gure ikerketan ere horrela egin baitugu: Haur Hezkuntza, Derrigorrezko Hezkuntza eta unibertsitate-maila. Atal honetan, lehenengo mailarekin hasiko gara, haurren ahalmen espazialarekin, alegia.

Aurreko ataletan aipatu dugun moduan, ahalmen espazialak edonorengan izan dezakeen garrantzia jakina da, eta zer esanik ez haur batengan.

Matematika haur txikien esperientziaren arlo bereizezina da. Beraien ingurunean mugitzerakoan eta bertan dauden objektuekin hartu-emanetan ibiltzean ezagutza espazial intuitibo asko bereganatzen dute. Ahalmen espaziala garatzeko, haurrek erlazio geometrikoekin zerikusia duten esperientzia ugari izan behar dituzte: norabidea, orientazioa eta objektuen perspektiba espazioan eta, baita, forma erlatiboak eta irudien eta objektuen dimentsioak ere (NCTM, 1991).

Bestalde, haurrek egiturak, irudiak, objektuen kokapenak eta mugimenduak begien bidez bereganatzen dituzte. Garunak, bertan sartzen den informazio bisuala prozesatzen duen bitartean, paraleloki, entzumenari, ukimenari, usaimenari eta gorputzaren posizioari dagozkion informazioa ere prozesatzen du, baita aldeztatik jasotako esperientzia garrantzitsuenak ere. Pertzepzio horiek guztiak haurrari kanpoko mundua eta bertako jendea nolakoa den benetan deskubritzen laguntzen dio.

Bi urtetako haurrek lurreko markak eta beraien arteko distantziak erabili ditzakete, adibidez, inplizituki lekuak zehazteko edo gogoratzeko. Eta lau urterekin, haurrek esplizituki distantzia eta norabidea erabiltzen dute eta beraien kokalekuaz arrazontatzeko gai dira. Bost urteren inguruan, berriz, informazio hori esplizituki irudikatze gai dira, baita interpretatzeko edo espazioen eredu sinpleak sortzeko ere (adibidez, beraien ikasgela).

Hala ere, sei urtetik beherako haurrei dagokienez, ez dira horrenbeste ikerketa egin ahalmen espazialari buruz. Baina, badira ahalmen espazialak

horren gaztetan duen garrantzia azpimarratu duten hainbat ikerlari. Piaget (1954) izan da geometriaren garapena eta, beraz, ahalmen espaziala ere, haurretan gehien aztertu duen ikerlarietariko bat.

0-12 urte bitartean jasaten du pertsona bakoitzak adimenean aldaketa handiena, eta ondorioz, baita ahalmen espazialean ere. Oso garrantzitsuak dira haurrak jasotzen dituen lehenengo irudi mentalak. Bi urtetatik hasten dira behatutakoa barneratzen; sei urte baino gutxiagoko haurrak behaketetatik bizi dira (Canals,1997).

Fisher-ek (1983) dionenez, haur batek forma bat bisualizatzen duen modua ahalmen espazialaren garapenari eragiten dion faktore garrantzitsuenetariko bat da.

Hainbat ikerlarik (Clements, Battista, Sarama eta Swaminathan, 1997; Del Grande 1987; Lehrer, Jenkins eta Osana, 1998) esaten dutenez ere, haurren lehendabiziko portaeraren zati nagusienetariko bat “espaziala” da, ingurunearen behaketetatik ikasten dutelako, hizkuntzaren laguntzarik gabe; haurrek ikusten, entzuten, ukitzen, mugitzen, etab. dutena interpretatzen dute, hau da, espazioaren pertzepzioetatik jasotakoa barneratzen dute.

Aipatutako ikerlari horien iritziz, ahalmen espaziala haurrentzat ez da soilik lagungarria eskolan; irakurtzen, idazten, aritmetika eta geometria lantzen, marrazten, kirola egiten, mapak marrazten eta musika irakurtzen laguntzeko ere ezinbestekoa da.

Bestalde, bi hilabetetatik 7 urte arte, jarduera okulomotrizia asko garatzen da; hau da, begien desplazamendu-mugimenduak geroz eta azkarrago egiten dira (Lesévre,1964).

Ahalmen espazialeko kontzeptuak bi mailatan sailkatzen ditu Vereeckenek (1961). Azter ditzagun:

1. Haurren lehenengo hilabeteetan pertzepzio espazialeko ezaugarri batzuk dagoeneko antolatuta daude; ezaugarri horiek espazio topologikoari dagozkio (Piaget eta Inhelder, 1956): gertutasunaren pertzepzioa (adibidez, amaren aurpegian begia sudurretik gertu dago), banaketa,

segida eta jarraitutasuna.

Sei hilabeteren ondoren pertzepzio espazialeko kontzeptu garatuagoak agertzen dira; hau da, ezaugarri euklidear-proiektiboak:

- Haurrak objektuen norabidea zein den jasotzen du: alde batean edo bestean dauden, gainean edo azpian.
- Haurrak distantzia hautematen du: ez da saiatzeko mahai gainean dagoen txokolate zatia eskuekin hartzen; lehendabizi, mahaira gerturatzen da.
- Haurrak objektuen arteko erlazio espazial batzuk hautematen eta erabiltzen ditu: jostailua kutxaren gainean dagoela ikusten du eta ohartzen da jostailua bereganatu dezakeela kutxa bultzatzen badu; ohartzen da, baita ere, objektu bat beste baten atzean ez-kutatu daitekeela.
- Haurrak formaren eta detaileen pertzepzio ona du: bere aitarekin, osabarekin edo beste gizon batekin bereizteko gai da.
- Haurrak bolumena eta tamaina hautematen ditu: ikerketa asko frogatu dute haurra erraz entrenatu daitekeela bi kutxetatik luzeena edo handiena dena aukeratzeko.

Espazio hori pertzeptuala da soilik eta Piaget-ek sentsorial-motor espazioa deitzen dio. Haurra espazio horretan bizi da, baina ez du horretaz pentsatzen eta ez da espazio horren ezaugarriei buruz ezer esateko gai.

2. Bigarren mailan ezaugarri berberak (norabidea, distantzia, forma eta tamaina) existitzen dira, baina beste modu batean agertuz:

- Haurrak ez du objektuen norabide bertikala soilik ikusten; orain, marra bertikal bat marraz dezake edo zerbait gorantz mugitzen dela adieraz dezake.
- Haurrak ez du soilik objektuen distantzia ikusten; zein dagoen urrun adieraz dezake.
- Haurrak objektuen arteko erlazio espazialak hautemateaz gain beraietaz ohartzeko gai da: etxe bat marraz dezake, non atea, leihoa eta sabaia erlazio zuzenak jarraituz konbinatzen dituen. Gainera, “txapela aulkiaren azpian dago” esateko gai da.

- Haurra, formak hautemateaz gain, marrazteko gai da eta baita berdinak diren edo ez esateko ere. Zirkuluari edo karratuari izenak ematen dizkio.
- Haurrak neurriak hautemateaz gain, adibidez, pilota bat bestea baino handiagoa dena marrazteko gai da; eta zein kutxa den zein baino handiagoa esateko ere gai da.

Bestalde, irudikapen espazialean bi fase bereizi daitezke: irudikapen espaziala eta espazio pertzeptualaren konbinazioa, eta irudikapen espazialaren barnerapen osoa. Lehenengo maila errazena da, posible delako errepresentazioa haurraren barnean guztiz ez existitzea; adibidez, haurrak irakaslearen mugimendua (besoak, luzatuta, goraka jartzea) imitatzen duenean, haurra helduak zer egiten duen ikusteko gai da; hilabete batzuk beranduago, ordea, gai izango da haurra mugimendu hori egiteko, baina ahoz aginduta eta aurrean inor eduki gabe.

Kontzeptu espazialei dagokienez, hiru urte baino gutxiagoko haurrek ondoko kontzeptuak barneratzen dituzte:

- 2 urte: txikia-handia.
- 2 urte eta 2 hilabete: goia eta behea.
- 2 urte eta 6 hilabete: ireki-itxi, objektu bat bestearen barnean dago.
- 3 urte: luzea-motza.
- 3 urte eta erdi: gainean jarri, azpian, aurrean, atzean, alboan.

Vurpillot-ek (1976) esaten duenez, irudia eta hondoaren bereizketa behala agertzen da haurrengan, beraz, jaiotzetikoa da. Bere ustetan ere, haurrak urte eta erdi egiten dituenetik aurrera estimulu bisualak pertzeptiboki antolatzen ditu. Baina 3-4 urtetako haurraren mundu bisuala nagusitzen duten lehenengo pertzeptziozko-unitate horiek, haurrak identifikatu eta manipulatu ditzakeenak, zurrinak, zatiezinak, azterrezinak eta bata bestearekin egokiezinak direla dirudite. 6-8 urteko haurrarentzat, ordea, pertzeptziozko egiturek beraien zurruntasunaren gehiengoa galtzen dute.

Lehendabizi, formaren pertzepzioaren orientazioa espazioko ardatz horizontal eta bertikalarekiko antolatzen dira; haur txikiek jasotako bertikal-tasuna gorputzaren ardatz longitudinalarekin parekatzera jotzen dute, eta orientazio desberdinetako formak, forma desberdinak bezala ikusten dituzte (Braine, Lerner eta Relyea, 1980).

Autore hauek guztiak bat datoz haur txikiek forma berberak berdintzat hartzen dituztela, haien orientazioa edozein izanda ere. Haurrek orientazioaren bereizketa hori egitea lortzen duten adina erabilitako materialaren eta planteatutako problema motaren arabera da: Gibson, Gibson, Pick eta Osser-en (1962) ikerketen arabera, 4 urteko haurrek orientazio desberdineko irudien artean %45-eko erroreak egiten dituzte, 5 urtekoen errorearen portzentajea %22koa da gutxi gora behera, eta bakarrik %5ekoa 7 urtekoena. Wohlwill eta Wiener-ek (1964) aztertutakoaren arabera, berriz, 4-5 urtetako haurrek egindako errorearen batezbestekoa bakarrik %17koa dela diote. Badirudi, bigarren hauen ariketa errazagoa zela eta horregatik egon daiteke desberdintasuna emaitzetan. Hala ere, ikerketa askok frogatu dute haurra gai dela forma baten orientazio desberdinak bereizteko eta hautemateko erlazio espazialen sistema koherente bat bereganatu baino askoz lehenagotik ere.

Aurretik ikusi dugun bezala, Piaget-ek geometriako kontzeptu guztiak sailkatu eta mailakatu zituen, tartean ahalmen espazialekoak, baina ez zen zehazki ahalmen espazialeko gaitasunak definitzeaz ezta zenbakitzeaz arduratu. Frostig eta Horne (1964) izan ziren lehenengoak ahalmen espazialeko gaitasunak identifikatzen eta probatzen.

Beraien aburuz, ahalmen espazialaren eraginkortasunak haurrari modu askotan laguntzen dio: irakurtzen, idazten, ortografia lantzen, eragiketa aritmetikoak egiten, eta, orokorrean, eskola-lanetan arrakasta gehiago lortzeko beste hainbat gaitasun garrantzitsu garatzen. Eta ahalmen espazial horren garapen maximoa 3 urte eta 7 urte eta erdi bitartean ematen dela diote, orokorrean.

Haurrak, jolasten diharduten bitartean, formak manipulatzeko dituztenez beraiek barneratuta duten formaren kontzeptua garatzen dute objektuekin duten interakzio fisikoari esker. Jarduera eta interakzio maila handitzen doan heinean, haurrak oinarritzko geometria eta kontzeptu espazialak ere garatzen

ditu, eta adierazgarriagoa dena, irudikapen mentalak garatzen hasten dira; irudikapen horiei esker geroz eta jarduera konplexuagoetan parte hartzeko gai dira (Clements, et al., 1997; Reynolds eta Wheatley, 1996; Steffe eta Cobb, 1988).

Ahalmen espazialaren alderdi batek bi eta hiru dimentsioko irudiekin eta beraien irudikapenekin lan egitea eskatzen du. Haur Hezkuntzako haurrek bi dimentsioko irudiak (normalean paperezkoak) tolestu ditzakete hiru dimentsioko objektuak osatzeko (NCTM, 2000).

Ikusi dugun guzti horregatik, garrantzi handia du haurrak 7 urte bete arteko garaian, Geometriari behar zaion adinako garrantzia ematea. Eta nahiz eta haurrak bere kabuz nozio espazial ugari bereganatuko dituen, ezinbestekoa izango da horretarako eskolan egin beharko den lana ere.

Azter dezagun, beraz, orain, ahalmen espaziala Haur Hezkuntzan nola lantzen den eta zenbateko presentzia duen.

Piaget-ek zioenez, haurren gehiengoa ez da gai irudien mugimendu dinamiko osoak osatzeko Lehen Hezkuntzara iritsi arte (Piaget eta Inhelder, 1967,1971). Hala ere, haur eskolako haurrek oinarrizko eraldaketa gaitasunak erakusten dituzte (Clements, et al., 1997; Del Grande 1986; Ehrlich, et al., 2006; Levine, et al., 1999).

Aurretik esan dugun moduan, haurrak eskolara espazioaren ideia intuitibo asko jasota iristen dira, beraien inguruneko esperientzia gehienak espazialak izan direlako. Modu naturalean egokitzen dira jarduera espazioetara, eta material manipulatioak eta bizi diren espazioko objektuak erabiltzen dituzten jardueretatik, psikologikoki eta matematikoki, etekina ateratzen dute. Irristatzeko eta biratzeko funtsezko ideiak oinarrizkoak dira edozein haurren esplorazio espazioetan, eta ideia horiek geometriaren testuinguruan ezartzea abiapuntua izan behar da haurren lehenengo eskola-urteetako garapen matematikoan.

Del Grande-ren (1986) iritziz, ahalmen espaziala garrantzitsua da ikasketen hasieran arrakasta edukitzeko eta gainera, haurren egonkortasunean eragin zuzena duela dio. Ondorioz, geometriako curriculum osatzen dutenek kontuan hartu beharko lukete haurren espazioaren ulermenaren garapena eta

informazio bisualaren tratamendua.

Bere iritziz, Haur Hezkuntzan haurrak esplorazio geometrikoak eta espazialak egitera bultzatu behar dira. Azterketa horietan, hurrei objektuak konparatzeko eta sailkatzeko aukera eman behar zaie formaren eta dimentsioaren arabera, baita egiturekin, simetriekin eta orekarekin esperimentatzeko ere, edota dimentsioen, norabideen eta espazioko posizioen arteko erlazioak esploratzeko. Irudi geometrikoen azterketa egiteko eta esku-begi koordinazioa eta gihar txikien mugimendua garatzeko Lehen Hezkuntzako geletan egoten diren materiala erabil daiteke (guraizeak, kola, gomak, etab.).

Ikusitakoaren arabera, hurrek lehenengo eskola-urteetan objektu geometriko desberdinen esperientzia manipulatioen bidez bisualizazioan trebetasuna garatu beharko lukete.

Era berean, interesgarria da aztertzea ea zein esperientzia geometriko eta espazial diren egokiak haurrentzat eta beraien garapen matematikoan lagunduko dutenak:

Lehendabizi, haurrak espontaneoki parte hartzen dute eskolako beraiei zuzendutako jardueretan, normalean formarekin eta ereduarekin loturikoak.

Bigarrenaz, azken ikerketek Haur Hezkuntzako ikasketa planetan geometrikoak eta ahalmen espazialeko jarduerak sartu behar direla bultzatzen dute (Casey, Paugh eta Ballard, 2002; Clements eta Sarama, 2004; Ginsburg, Greenes eta Balfanz, 2003; Klein, Starkey eta Ramirez 2002).

Hirugarrenez, hainbat proba pilotuek erakutsi dutenez jarduera horiek haur gazteentzat egokiak eta motibagarriak ziren (Casey, Kersh eta Young, 2004; Clements eta Sarama, 2004; Greenes, Ginsburg eta Balfanz, 2004; Starkey, et al., 2004), eta emaitzetatik ondorioztatu daiteke jarduera horiek haurren bai kontzeptu aritmetiko eta baita espazial/geometrikoen garapenean lagundu dutela (Casey eta Erkut, 2005; Clements eta Sarama, 2007; Starkey, et al. 2004).

Laugarrenez, aurretiko ikerketek erakutsi dute ondo diseinatutako jarduerak modu eraginkorrean eraiki dezaketela geometriko eta espazioko gaitasunak eta baita arrazonamendu-gaitasun orokorrak ere (Kamii, Miyakawa eta

Kato, 2004).

Azkenik, aipagarriak dira Israelen (Eylon eta Rosenfeld, 1990) eta Estatu Batuetan (Razel eta Eylon, 1990) lortutako emaitzak; bertako ikasketa planetan matematikako jarduera ia guztiak geometriarekin eta ahalmen espazialarekin lotuta daude, eta horren ondorioz, haurrek onura ugari jaso dituzte beste arloetan ere (Swaminathan, Clements eta Schrier, 1995).

Ahalmen espazialak matematikan duen garrantziarekin jarraituz, ikerketa askok baieztatzen dute, Haur Hezkuntzako mailan, espazioa eta matematika lotuta daudela eta, beraz, ahalmen espazialeko esku-hartze goiztiar bat matematikan egon daitezkeen zenbait hutsune betetzeko ezinbestekoa izan daitekeela (Duncan, Dowsett, Claessens, Magnuson, Huston eta Klevanov, 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni eta Locuniak, 2009; Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva eta Hedges, 2006; Saxe, 1987; Starkey, et al., 2004).

Ondorioz, badirudi haurrak hobeto prestatuta daudela eskolako edozein jardueretarako, geometriako eta ahalmen espazialeko pentsamendurako tresnak eta errepresentazio konpetentziak eskuratzen dituztenean.

II.1.2 Ereduteorikoa

Ereduteorikoa aztertzen hasi aurretik, esan beharra dago, “ahalmen espaziala” adierazpenarekin gertatzen zen bezala, ahalmen espazialeko gaitasunak izendatzeko eta zerrendatzeko orduan, sarritan hitz desberdinekin gauza bera esan nahi dela, eta baita alderantziz ere, hitz berdinarekin kontzeptu desberdinak definitzen dira, beraz, lehen egin dugun antzera, kontuz ibili behar dugu definizioak eta kontzeptuak emateko garaian, eta berriz ere guztia bateratzen saiatuko gara. Has gaitezen beraz ereduteorikoa aztertzen.

Aurretik aipatu dugun bezala, haur txikien ahalmen espazialaren inguruan ikerketa gutxiago dago gazteen ahalmen espazialaren azterketekin alderatuz gero, eta ez dago ereduteoriko finkorik. Hala ere, hainbat ikerlarik bide interesgarriak ireki dituzte, eta horietan oinarrituko gara gurea jorrazteko.

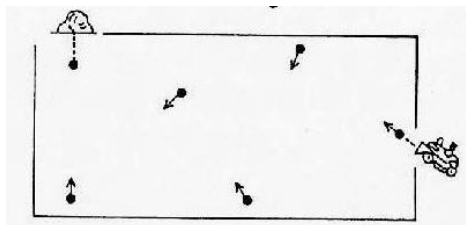
Esan bezala, Frostig eta Horne (1964) izan ziren haurren ahalmen espazialeko gaitasunak zerrendatu zituzten lehenengoak; gerora, beste hainbat

ikerlarik ere (Bressan, Bogisic eta Crego, 2000; Cunningham eta Reagan, 1972; Del Grande, 1987; Martin, 2006; Sarasua, 2010) berretsi dute eredu hori eta baita erabili ere. Ikus dezagun bada, Frostig eta Horne-n (1964) ustez, haurrengan garrantzi handiena duten ahalmen espazialeko gaitasunak zeintzuk diren:

- **Bisomotrizitate koordinazioa:** gorputzeko (edo gorputzeko zatien) mugimenduak ikusmenarekin koordinatzeko ahalmena. Pertsona bat zerbait heltzera doanean edo altzairuetatik hautsa kentzerakoan, bere eskuak ikusmenak gidatzen ditu. Korrika egitean edo saltoka ibiltzean edo baloiari ostikada ematean begiek zuzentzen dute hanken mugimendua. Hau da, edozein ekintza-kate uniforme gauzatzea bisomotrizitate koordinazio egokiaren menpe dago.

Gaitasun hau oinarritzkoa da, Hoffer-en (1977) iritziz, haurrak, motrizitate-jardueretan eta mugimendu sinpleetan kontzentratuz, arazoak di-tuelako beste zerbaitean pentsatzeko.

II.1 Irudian, bisomotrizitate koordinazioa lantzeko ariketa bat ikus dai-teke. Bertan, trenak helmugara iristeko egin behar duen bidea marraz-tu behar da, puntuak marren bidez eta geziak jarraituz lotuz.



II.1 Irudia. Bisomotrizitate koordinazioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).

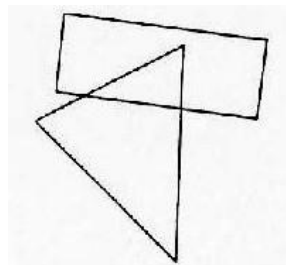
- **Irudi-hondoaren pertzepzioa:** atentzioa estimulu egokitan zentra-tzeko haurrak duen ahalmena, hau da, hondo konplexu batean irudi jakin bat identifikatzeko ekintza bisuala. Gizakiaren garuna, jasotzen dituen estimulu multzoen artetik kopuru mugatu bat aukeratzeko gai izateko moduan antolatuta dago, eta aukeratutako estimulu kopuru

mugatu horiek izango dira norberaren interesa pizten dutenak. Estimulu horiek gure eremu pertzeptualaren irudia osatzen dute, baina horietatik gehiengoak hautematea nahaspilatsua izango den hondo bat eratzen dute.

Adibidez, haur bat baloiarekin jolasten ari da parkean. Haurrak bere interesa baloian zentratzen du, eta hori izango da, beraz, jasotzen duen eszenaren barneko irudia. Baina parkean jolasak, loreak, aulkiak etab. daude, hauraren interesa pizten ez dutenak eta aipatutako hondo osatuko dutenak; haurra haietaz jabetuko da soilik haien aurka ez jotzeko moduan.

Gaitasun hau lantzeak hauraren atentzioa estimulu egokietan zentratzen laguntzen du; eta hori beharrezkoa da lortu nahi den edozein ekin-tza gauzatzeko edota eskola-ikaskuntza orokorrerako.

II.2 Irudian, irudi-hondoaren pertzepzioa neurtzeko balio duen ariketa bat ikus daiteke. Haurrari laukizuzena kolore urdinez “errepasa” dezan eskatzen zaio (hau da, laukizuzenaren aldeak gainetik kolore urdinez pasa ditzala) eta triangeluaren barnealdea, berriz, gorritz margotzeko.



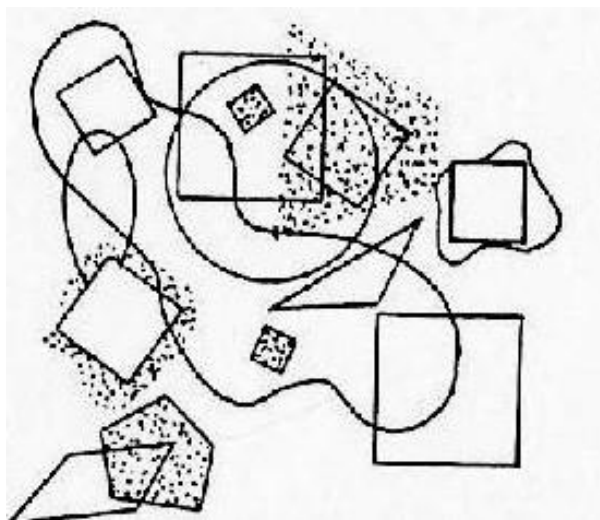
II.2 Irudia. Irudi-hondoaren pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).

- **Iraunkortasun pertzeptuala:** objektu batek propietate aldagaitzak (forma, posizioa eta neurria) dituela antzemateko gaitasuna, hau da, espazioan irudiak edo objektuak antzemateko gaitasuna, irudiaren dimentsioa, posizioa edo orientazioa edozein izanda ere.

Adibidez, haur batek baloiaren tamaina ongi ezagutzen badu eta iraunkortasun pertzeptual egokia badu, baloiak, urrun egonda ere, tamaina bera duela ohartuko da, nahiz eta begiz baloia txikiagoa ikusten duen.

Gaitasun hau lantzeak material bisualarekiko orokorpenak egiteko gaitzaten laguntzen du; forma geometrikoak, edozein tamaina, kolore edo posiziotan egonda ere, antzematen laguntzen du; eta aurrerago, testuinguru ezezagun edo desberdinetan agertzen diren aurretik ikasitako hitzak antzematen laguntzen du.

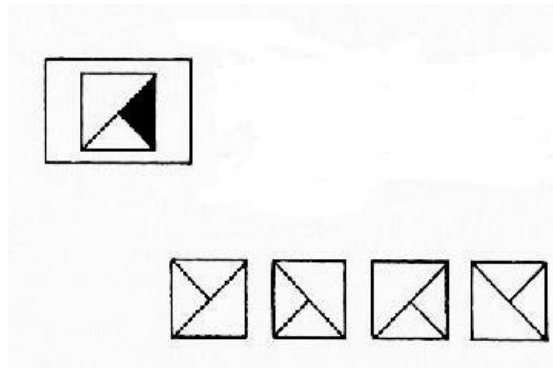
II.3 Irudian iraunkortasun pertzeptuala lantzeko balio duen ariketa bat agertzen da. Irudian agertzen diren karratu guztiak urdinez “errepasatzeko” eskatzen zaie haurrei.



II.3 Irudia. Iraunkortasun pertzeptuala lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).

- **Espazioko posizioaren pertzepzioa:** behatzaileak objektu batekiko duen erlazioa espazioan. Espazialki, gutxienez, pertsona bakoitza bere mundu propioaren zentroa da eta bere atzean, aurrean, goian, behean edo alboan dauden objektuak antzematen ditu.

Gaitasun hau gutxi garatua duen haurrak egoera askotan baldar sentituko da, bere mundu bisuala deformatuta baitago. Ez ditu objektuak eta sinbolo idatziak berarekiko erlazio egokian ikusten; *goia*, *behea*, *lehen*, *kanpoaldea*, *atzealdea*, *ezkerra*, *eskuina* moduko terminoek zer esan nahi duten ulertzeko zailtasunak ditu.

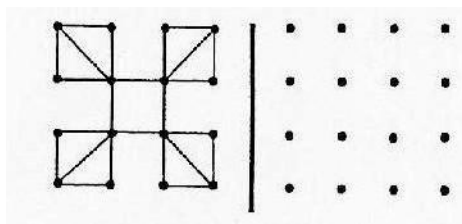


II.4 Irudia. Espazioko posizioaren pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).

II.4 Irudian, espazioko posizioaren pertzepzioa lantzeko ariketa bat ikus daiteke. Bertan, beheko lau irudietatik ereduaren (laukian sartuta dagoena) berdina dena aukeratu behar dute, eta ondoren, ereduaren marraztuta dagoen triangeluaren berdina margotu behar dute aukeratu duten irudian.

- **Erlazio espazialen pertzepzioa:** behatzaileak bi edo objektu gehiagoren posizioa antzemateko gaitasuna, bai berarekiko eta baita bata bestearekiko ere. Aurreko gaitasunaren ondorio zuzena da honakoa. Adibidez, pertsona batek orratzean haria sartu nahi badu, kontuan hartu beharko du orratzak eta hariak berarekiko duten posizioa, baina baita hariak orratzarekiko duena ere.

II.5 Irudian, erlazio espazialen pertzepzioa neurtzeko balio duen ariketa bat ikus daiteke. Bertan, ezkerreko marrazkiaren berbera irudikatu behar da eskuineko puntuzko zatian.



II.5 Irudia. Erlazio espazialen pertzepzioa lantzeko adibidea (Frostig eta Horne, 1964).

Cunningham eta Reagan (1972) ikerlariak, Frostig eta Horne-k definitutako bost faktore horietatik lau erabili zituzten (iraunkortasun pertzeptualaren ordez memoria bisuala erabili zuten) beraien lanerako. Baina Frostig eta Horne-ren galdetegiak erabili beharrean proba fisikoak egiten zituzten. Hau da, adibidez, lurrean marraztutako marra baten gainetik oinez joan, edo bloke batzuekin irudi jakinen bat eraiki, etab.

Ahalmen espaziala neurtzeko modu hau oso interesgarria da, eta behar bada, arkatz eta paperez osatzen diren testak baino zehatzago neurtuko dute ahalmen espaziala, mugimendu errearen bidez eta hiru dimentsioko ingurune erreala baina egokiagorik ez baitago ahalmen espaziala aztertzeko, baina, ez da batere erraza haurrekin modu horretan lan egitea (material berezia behar delako, haurrak banan-banan aztertu behar direlako, denbora asko luzatzen delako, etab.) eta horregatik ez dugu aurrera eramaterik izan.

Arrazoi horiengatik, ikerlari oso gutxi dira ahalmen espaziala modu “fisiko” horretan neurtzen dutenak, eta beraz, material gutxi aurki daiteke horri buruz. Hala ere, aurreragoko ikerketetarako interesgarria izango litzateke modu “errealago” batean ahalmen espaziala neurtzea, batez ere haurrekin, oraindik paperean egiteko jarduerak behar bezain ongi menperatzeko gai ez direlako kasu batzuetan; eta ildo horretatik jarraituz, oso interesgarria litzateke aipatutako moduan lantzeko material egokia sortzea.

Bestalde, Canals-ek (1997) Geometriarekin zerikusia duten espazioko elementuak zein diren aztertu zituen; hiru arlotan banatu zituen: posizioa, forma eta posizioaren edo formaren aldaketak (transformazioak). Hiru arlo hauetatik lehenengo biek dute zerikusi zuzena ahalmen espazialarekin, hau da, posizioak eta formak (transformazioen barnean, bere arlo teorikoa aztertzen baitu, eta horrek ez duelako erlazio zuzena ahalmen espazialarekin), eta

beraz, bi horiei buruz Canals-ek azpimarratutakoa ikusiko dugu.

Posizioen artean aztertutako kontzeptuak ondorengoak izan ziren: erlazio espazialak (norberarekiko kokapena eta objektuekiko kokapena), posizioarekiko erlazioak, eta distantziak eta angeluak (erreferentzi sistemak). Hiru gaitasun horiek Frostig eta Horne-k (1964) proposaturiko azken bi ahalmenekin erabat erlazonaturik daude, espazioko posizioaren pertzepzioarekin eta erlazio espazialen pertzepzioarekin, hain zuzen. Beraz, horien garrantzia azpimarratuta geratzen da berriz ere.

Formetan aztertutako kontzeptuak, berriz, hurrengoak izan ziren: 2 eta 3 dimentsioko figuren ezaguera, definizioa eta sailkapena, solido ezagunen eraikuntza, eta solidoen propietateen azterketa eta sailkapena. Gaitasun horiek Frostig eta Horne-k (1964) proposatutako hiru gaitasun ahalmenarekin, iraunkortasun pertzeptualarekin, dute lotura; eta ondorioz, gaitasun hori ere indartuta gelditzen da.

National Council of Teachers of Mathematics-ek (NCTM, 2000) ere, 0tik 6 urte bitarterainoko haurrek ezagutu beharreko ahalmen espazialeko kontzeptuen zerrenda bat osatu du, bi arlotan banatuta: erlazio espazialak eta bistaratzea.

Erlazio espazialean aipatzen dituen kontzeptuak (goia, behea, gertu, artean), Canals-ek (1997) posizioaren arloan aipatutakoekin erabateko lotura dute, eta beraz, baita Frostig eta Horne-n (1964) azken bi gaitasunekin ere.

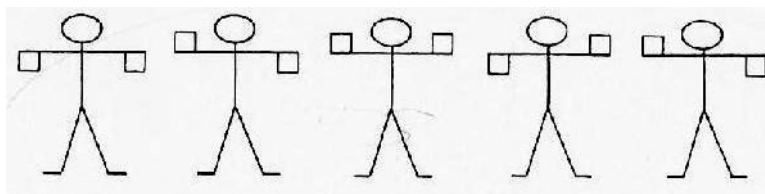
Bistaratzean, berriz, hiru gaitasun zerrendatzen ditu: memoria eta ahalmen espaziala erabiliz figura geometrikoen irudi mentalak sortzea, perspektiba ezberdinetatik figurak ezagutzea eta marraztea, eta forma eta egitura geometrikoak antzematea eta beraien kokapena zehaztea. Hiru hauetatik azkenekoak du lotura lehen Canals-en zerrendan aipatutako formen kontzeptuekin, eta baita, Frostig eta Horne-n hirugarren gaitasunarekin ere. Beste biak orain arte ez dira aipatuak izan, baina seguruenik, ahalmen horien garapena zailagoa denez, beranduenak lortzen direnak dira (4-6 urtetik aurrera) eta beste ikerlariak horiek baino haur txikiagoen azterketa egin dute soilik.

Ikusitakoaren arabera, Frostig eta Horne-k (1964) egindako zerrendatik 3., 4. eta 5. gaitasunak justifikazio nahikoa dutela ondorioztatu daiteke;

ikerlari gehiago ere badira, gaitasun horiek aipatzen dituztenak eta baita gehiago zehazten dituztenak ere; Braine, et al.-ek (1980), Lurçat-ek (1976), Piaget-ek (1954), Vereecken-ek (1961) eta Vurpillot-ek (1976) (batzuk aipatzearen) gaitasun hauen azterketa zehatzagoa egiten dute, eta kontzeptu horiek beste hauetan banatzen dituzte: aurrean/atzean, goian/behean, ezkerrean/eskuinean eta gertu/urruti/artean.

Horretaz gain, Hoffer-ek (1977) Frostig eta Horne-n (1964) ereduko bost gaitasun horiei beste bi gehitu zizkien, diskriminazio bisuala eta memoria bisuala, eta beraz, berak 7 gaitasuneko eredu osatu zuen. Del Grande-k (1986) eta Gutiérrez-ek (1991) ere Hoffer-en eredu hori berretsi dute. Azter ditzagun zehatzago bi gaitasun berriak:

- **Bereizketa bisuala:** objektuen arteko berdintasunak eta desberdintasunak bereizteko gaitasuna; posizioarekiko independentea da. Haurrek argazkiak edota marrazkiak erabili ditzakete faktore hau lantzeko, bertan ikusten dutenen arteko konparaketa bisualak eta ahozkoak eginez. Materialak (botoiak, orriak, ontzien tapak, ...) ordenatzeko eta sailkatzeko jarduerak ere egokiak dira gaitasun hau lantzeko (Hoffer, 1977).

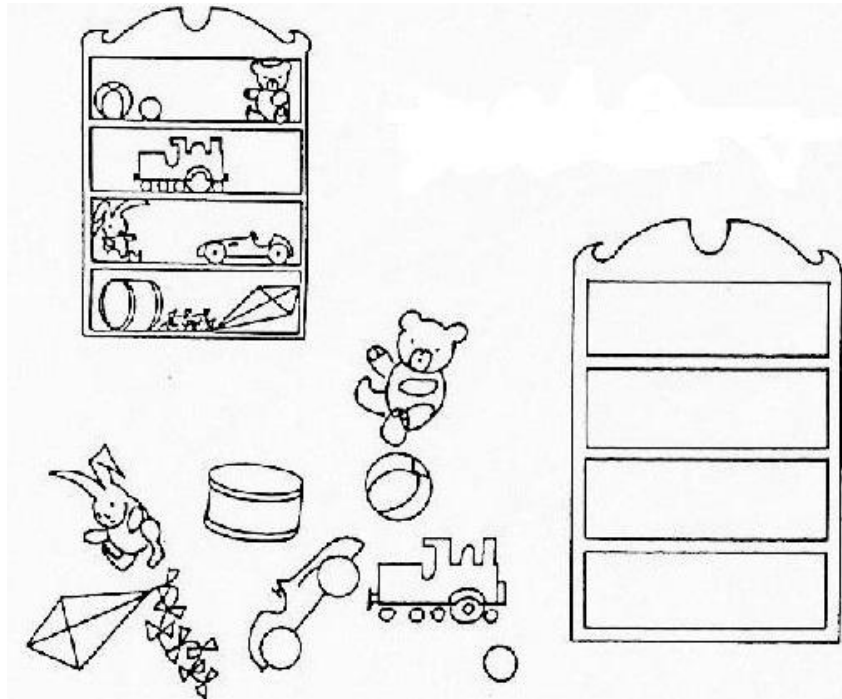


II.6 Irudia. Bereizketa bisuala lantzeko adibidea (Hoffer, 1977).

II.6 Irudian, bereizketa bisuala neurtzeko balio duen galdetegi baten item bat ikus daiteke. Agertzen diren bost irudietatik berdinekin diren biak aukeratu behar dira.

- **Memoria bisuala:** denbora gutxian ikusitako objektu bat zehazki gogoratzeko eta bistan dauden (edo ez) beste objektu batzuekin konparatuz berdintasunak eta desberdintasunak antzemateko gaitasuna.

Pertsona gehienak memorian informazio bisual kopuru txikia (5-7 objektu) gordetzeko gai da epe labur batean. Baina informazio kopuru handia jasotzeko, informazioa epe luzerako memorian gorde behar da abstrakzioaren eta pentsamendu sinbolikoaren bidez. Gaitasun hau oso garatua duen pertsona batek “memoria fotografikoa” duela esaten zaio.



II.7 Irudia. Memoria bisuala lantzeko adibidea (Hoffer, 1977).

II.7 Irudian, memoria bisuala neurtzeko balio duen ariketa bat ikus daiteke. Lehendabizi, haurrari jostailuz betetako apalak erakusten zaizkio (beste irudiak estaliz) eta ikusten dutena gogoan hartzeko eskatzen zaie; jarraian, irudi hori tapatu eta jostailu bakoitza dagokion apalak kokatu behar dute.

Ondorioz, gure ereduak finkatzen hasteko, Hoffer-ek proposatutakoa hartuko dugu aintzat:

1. Bisomotrizitate koordinazioa.
2. Irudi-hondoaren pertzepzioa.
3. Iraunkortasun pertzeptuala.
4. Espazioko posizioaren pertzepzioa.
5. Erlazio espazialen pertzepzioa.
6. Bereizketa bisuala.
7. Memoria bisuala.

Baina eredu horretatik Bisomotrizitate koordinazioa (1) eta Memoria bisuala (7) lekuz kanpo daudela uste dugu. Arrazoitu dezagun zergatia:

Alde batetik, bisomotrizitate koordinazioa, Frostig eta Horne-en eredia indartzeko aipatu ditugun ikerlarien zerrendetan ez da ageri. Vurpillot-ek dionez (1972), gaitasun hau haurrak 2 hilabete dituenetik bereganatzen hasten da, eta denbora aurrera joan ahala, begien desplazamendu-mugimenduak geroz eta azkarrago egiten dira. Beraz, eta aurrerago ikusiko dugun bezala gure ikerketan 5-6 urte bitarteko haurrak aztertuko ditugunez, gaitasun hau neurtzeak ez du zentzu handirik, dagoeneko bereganatuta izango dutelako.

Gainera, haurren ahalmen espazialean ikertu duen egile askok ez dute gaitasun hori aipatzen (Braine, et al., 1980; Canals, 1997; Lurçat, 1976; NCTM, 2000; Piaget, 1954; Vereecken, 1961); batzuen iritziz, lehen esan bezala, haurrek oso txikitatik bereganatzen duten gaitasuna delako, eta beste batzuen ustez, geometriarekin zerikusi zuzena ez duelako. Gutiérrez-ek (1991) dioenaren arabera, bisomotrizitate koordinazioa gaitasunean, gai psiko-fisiologikoa nagusitzen da eta ez du ahalmen espazialarekin horrenbesteko lotura.

Bi arrazoi nagusi horiek direla medio, ez dauka zentzurik ereduan bisomotrizitate koordinazioa gaitasun bezala mantetzea.

Bigarren gaitasunari dagokionez, Gutiérrez-en (1991) ustez, memoria bisuala gaitasunean ere gai psiko-fisiologikoa nagusitzen da eta ez du lotura zuzena ahalmen espazialarekin.

Bestalde, aurrerago zehatzago aztertuko eta landuko dugun Carroll-en (1993) eremuan, adimena osatzen duten gaitasun guztien azterketa sakona egin zuen (12 urtetik gorako ikasleentzat), analisi faktoriala eginez; analisi horretan, zortzi faktore desberdinetan banatuta geratzen da adimena eta horietako faktore bat ahalmen espaziala da eta beste bat memoriaren gaitasuna. Carroll-ek, analisi faktorialean, memoria bisuala memoria gaitasunaren faktore bat dela ziurtatzen du, ahalmen espazialaren independentea dena; beraz, memoria bisuala ezin da ahalmen espazialaren faktore moduan hartu.

Ondorioz, gaitasun hori ere ereduak kanpo utzi dugu.

Guzti hori kontuan hartuta, 0tik 6 urte bitarteanoko haurrek lortu behar dituzten gaitasunen zerrenda ondokoa dela proposatzen dugu (ahalmen espaziala neurtzeko erabiliko duguna):

1. **Irudi-hondoaren pertzepzioa:** atentzioa estimulu egokitan zentratzeko haurrak duen ahalmena.
2. **Iraunkortasun pertzeptuala:** objektu batek propietate aldagaitzak (forma, posizioa eta neurria) dituela antzemateko gaitasuna.
3. **Espazioko posizioaren pertzepzioa:** behatzaileak objektu batekiko duen erlazioa espazioan.
4. **Erlazio espazialen pertzepzioa:** behatzaileak bi edo objektu gehiagoren posizioa antzemateko gaitasuna, bai berarekiko eta baita bata bestearekiko ere.
5. **Bereizketa bisuala:** objektuen arteko berdintasunak eta desberdintasunak bereizteko gaitasuna.

Esan beharra dago, Bickley, Keith eta Wolfe (1995) ikerlariek Carroll-en (1993) eredu 6-12 urte bitarteko haurrentzat ere erabilgarri bihurtu zutela, bost faktoreetatik soilik bi proposatuz.

Horri esker, goiko haurren eredu berri hori, Bickley, et al. (1995) ikerlari-
rien bi faktoreko ereduarekin konparatu ahal izango dugu, eta biak balioki-
deak diren ondorioztatu ahal izango dugu. Bi faktoreko eredu hori jarraian
aztertuko eta sakonduko dugu, Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen
espazialeko eredu atalean (ikus II.2.2 atala).

II.2 Ahalmen espaziala Derrigorrezko Hezkuntzan

II.2.1 Aurre ikerketak

Ikusi dugun moduan, haur baten hasierako jardueren zati handi bat espaziala da. Jarduera horiek aurre-linguistikoak dira, haurrak lehendabizi, aurkikuntzak egin eta, ondoren, mundua esploratzen duelako hizkuntzaren laguntzarik gabe.

Ben-Chaim, et al. (1988) ikerlarien lanean, ahalmen espazialak Lehen Hezkuntzako kurrikuloan duen eragina aztertzen da. Matematikaren hezkuntzaren ikuspuntutik, ahalmen espaziala geometria lantzerakoan erabilitako informazio figurala ulertzeko eta interpretatzeko gaitasuna da eta, baita, erlazio abstraktuak eta informazio ez figurala konzeptualizatzeko eta horiek termino bisual bihurtzeko gaitasuna ere. Hau da, ahalmen espaziala pentsamendu modu zehatzak abstraktuetan eraldatzeko prozesu ugaritarako ezinbesteko gaia da.

Ahalmen espazialak, gainera, kurrikuloan duen garrantzia bi eginkizunetan nabarmentzen da; lan geometrikoan eta grafikoan azterketan, hain zuzen.

Lehen Hezkuntzarekin jarraituz, Stigler, et al. (1990) ikerlariantzat ahalmen espaziala oso garrantzitsua da maila horretan, haurrek ideia matematikoen irudikapen bisualekiko menpekotasun handia dutelako eta irudikapen horiengan helduek baino fidagarritasun handiagoa dutelako.

Hershkowitz, et al.-ek (1996) ere Lehen Hezkuntzan ahalmen espaziala lantzeari garrantzi handia ematen diote, eta horrexegatik Haur Hezkuntzan eta Lehen Hezkuntzan pentsamendu bisualaren garapenari behar zaion denbora eskaintzearen beharra nabarmentzen dute.

Gainera, ikerketa batzuen arabera, matematika ahalmen espazialeko tresnekin lantzeak eta ikasteak jarduera kuantitatiboetan hobekuntzak lortzera bultzatzen dezake (Fischer, Moeller, Bientzle, Cress eta Nuerk, 2011; Ramani eta Siegler, 2008). Eta Cheng eta Mix-en (2014) lanean, ahalmen espazialaren entrenamenduak matematikan errendimendu hobea lortzera eramaten duela ziurtatzen da.

Ahalmen espazialak Lehen Hezkuntzan duen presentzia eta garrantzia aztertu ondoren, zentra gaitezen orain, ahalmen espazialaren eredia zehazten, horrek Lehen Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzen lagunduko baitigu eta, horren bidez, proposamen didaktikoak balioztatu ahal izango dira.

Historikoki ahalmen espazialaren ikerkuntza adimenaren azterketari lotuta egon da, adimena bi alderdi nagusitik aztertuta izan delarik: lehenengoak, pertsonak beraien artean zenbat eta nola desberdintzen diren aztertzen du, eta bigarrenak, orokorragoa denak, jokaera, funtzio mentala edo garapen mailak aztertzen ditu (Eliot, 1987). Ahalmen espaziala ere bi alderdi horietatik aztertuta izan da gehienbat:

Spearman-ek (1927) korrelazio positiboak topatu zituen ahalmen-test desberdinak pasatako pertsonen emaitzen artean. Horren ondorioz, galdetegiak neurtutako ezaugarriak zeharo independenteak ez direla pentsatu zuen eta eredu bifaktorial bat proposatu zuen: bata komuna, orokorra edo “g” faktorea deiturikoa, eta bestea, ahalmen zehatz desberdinak biltzen zituena.

Baina beranduago, Spearman-en eredu bifaktorial hori beste autore batzuk eta Spearman berak ezeztatu zuten (De Juan-Espinosa, 1997). Eta horri irtenbide bat ematekotan, ondoko galdera hauei erantzuten saiatu ziren: Zein egitura hartzen zuten faktore zehatzek adimenaren barnean? Nola erlazionatzen ziren multzoko faktoreak “g” faktorearekin? Hau da, zein zen adimenaren egitura?

Galdera horiei erantzunak aurkitzeko asmoz, Thurstone-k (1938), zazpi faktore independente bereizi zituen, horietako bat ahalmen espaziala izanik (berak “bistaratze espaziala” deiturikoa). Spearman-ek definituriko “g” faktorearen existentziari dagokionez, hasiera batean ukatu egin zuen, baina gerora, zeharkako errotazioarekin 2. ordenako faktore bat lortu zuen, Spearman-en “g” faktorearekin identifikatu zitekeena.

Thurstone-ek proposatutako ereduan oinarrituz, Guilford-ek (1985) lehenengo mailako gaitasun sistema bat landu zuen. Hau da, Thurstone-n lehen mailako gaitasunak Guilford-en sistemaren kasutzat har zitezkeen. Adibidez, Thurstone-n bistaratze espaziala Guilford-en CFT gaitasun bezala ikus zitezkeen: kogniziozko (*Cognition*) jarduera mentala, eduki figuratibo (*Figura*

native) batean jarduten duena eta emaitza eraldaketetan (*Transformations*) oinarrituta dagoena.

Burt-ek (1949), Spearman-en gaitasunen “g” faktorearen sistemaren bi-dea jarraituz, adimena bost “maila mentaletan” banatu zuen: adimen orokorra, erlazioak, elkarketak, pertzepzioak eta sentsazioak. Nahiz eta egitura faktorial hori logikoa izan, eredu horrek faktore bakar batzutan lortu zuen egiaztapen faktorial enpirikoa (De Juan-Espinosa, 1997).

Bestalde, Spearman-en ideia jarraitu zuen Vernon-ek (1950) ere, eta “g” faktorea, berriz ere, maila gorenean kokatuz, hiru-lau mailatako eredu aurrezte zuen; maila horietako batean ahalmen espaziala zegoen.

Vernon-en sistema hierarkiko hori, 60. hamarkadatik aurrerako Britainia-ko adimenaren azterketen oinarria izan da. Eta Cattell-en ereduarekin batera, 80. hamarkada arterako adimenaren egituraren eredu garrantzitsuenak izan dira.

Ikerlari horien ildo beretik jarraituz, Cattell-ek (1971), Spearman-en eta Thurstone-n eredutan oinarrituz eta Guilford-en teoriako hainbat ezaugarri kontuan hartuz, hiru maila orokorretako eredu definitu zuen: adimen orokorra, orokortasun faktoreak eta adimen jariakorra. Horn-ek (1985, 1988) Cattell-en eredu birformulatu zuen, bigarren ordeneko faktore batzuk gehituz.

80. hamarkadatik aurrerako urte guzti hauetan, beste hainbat ikerketa burutu dira. Aipagarria da Gustafsson-ek (1988) egindako lana, 11 eta 15 urte arteko 2096 haurrei burututako bost azterketa enpirikoren emaitzak batu baitzituen. Informe horrek aurreko eredu arteko konparaketa ahalbidetu zuen (Thurstone, Guilford, Cattell-Horn eta Vernon). Berak adimena hiru mailatan banatzen zuen, maila orokorrean Spearman-en “g” faktorea kokatuz, eta hortik beherako mailatan faktore zehatzagoak jarritz. Lehenengo mailakoak (faktore zehatzenak) Thurstone-k proposatutakoekin bat zetozen, eta bigarren mailakoak, berriz, Cattell eta Horn-en faktoreekin.

Gustafsson-en eredu hori Thurstone, Cattell-Horn eta Vernon-en eredu sintesizat har daitekeen arren, Carroll-en (1989, 1993, 1994) lan eskerga, literatura zientifikoa existitzen diren eredu ia guztien azken sintesi bezala

har daiteke. Lan erraldoi horretan, Carroll-ek, Spearman-etik hasita, bidean agertu diren datu multzoen (garrantzitsuenak eta hain garrantzitsuak ez direnak) azterketa egin du, analisi faktorialaren bidez 461 datu multzo aztertuz.

Carroll-en ikerketak garbi uzten du adimena, aurretik aipatutako hiru maila horietan, hierarkikoki, bereiz daitekeela.

II.2.2 Eredu teorikoa

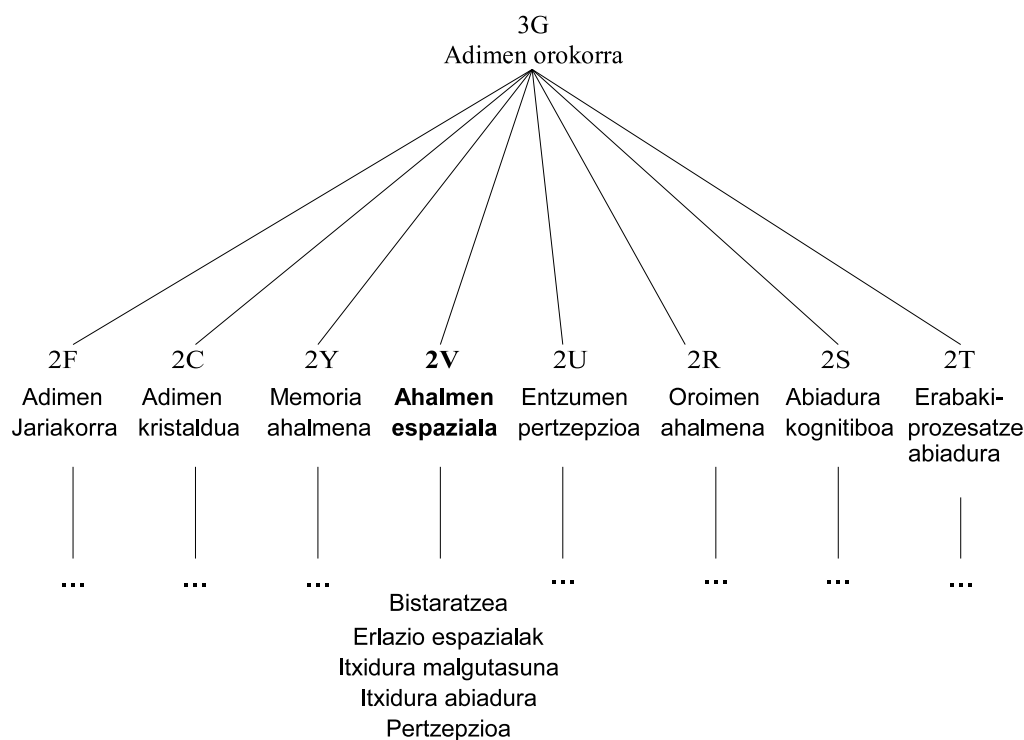
Eredu teoriko bezala, gure lan honetan Carroll-en (1993) hiru geruzen ereduak aukeratu da, urteetan egindako ikerketa gehienekin bat datorrelako eta analisi faktorialaren bidez justifikazio empirikoa duen bakarra delako. Ondorengo moduan banatzen du Carroll-ek adimen orokorra eta zehazki ahalmen espaziala (*oharra: Carroll-ek ez du "ahalmen espaziala" adierazpena erabiltzen, ikusmen pertzepzioa baizik*).

II.8 Irudian ikus daitekeenez, hirugarren geruzan adimenaren faktore orokor bat dago (3G) (Spearman-en "g" faktorea).

Bigarren geruzan eremu kognitibo nagusiekin erlazonaturik dauden zortzi faktore daude: adimen jariakorra (2F), adimen kristaldua (2C), memoria ahalmena (2Y), ikusmen pertzepzioaren ahalmena (2V), entzumen pertzepzioa (2U), oroimen ahalmena (2R), abiadura kognitiboa (2S), erabaki prozesamenduaren abiadura (2T).

Lehenengo geruzan, berriz, oinarrizko gaitasun zehatzak kokatzen dira, aurreko eremu kognitibo bakoitza osatzen dituztenak; ikuste-pertzepzioan (ahalmen espazialean), zehazki, bistaratzea, erlazio espazialak, itxidura malgutasuna, itxidura abiadura eta pertzepzio abiadura daude, beraien artean independenteak direlarik. Aurrerago aztertuko ditugu sakonean gaitasun horiek.

Ahalmen espazialeko bost faktoreen pisuak honakoak dira: bistaratzearena 0.67, erlazio espazialena 0.60, itxidura malgutasunarena 0.47 eta pertzepzio abiadura 0.47; itxidura abiaduraren pisurik ez da ematen, ezta horren zergatia ere (Carroll, 1993, 609 or.). Beraz, Carroll-en iritziz, ahalmen espazialean pisu handiena duen faktorea bistaratzea da, eta ondoren erlazio



II.8 Irudia. Carroll-en eredua (1993, 626. or.)

espazialak; pisu gutxiena dutenak berriz itxidura malgutasuna eta pertzepzio abiadura.

Emaitzak, egitura hierarkikoari dagokionez, eta euren pisu faktorialak kontuan hartuta, Gustafsson-enaren (1988) oso antzekoak dira; desberdintasuna adimen jariakorrean dago, Carroll-en ereduan bigarren geruzan kokatzen baita eta bestean, berriz, hirugarrenean.

Carroll-ek lortutako lehenengo geruzako faktore espezifikokoak Lohman-ek (1979b) proposatutakoekin bat datoz praktikan, Carroll-ek berak onartzen duen bezala. Desberdintasun bakarra, Carroll-en ereduan orientazio espaziala ez dela ahalmen espazialaren faktore bat eta Lohman-en kasuan bai.

Eta gauza bera gertatzen da hezkuntza matematikoaren ikuspuntutik egindako Bishop-en (1983), Clements-en (1983), McGee-ren (1979) eta Tartre-

ren (1990) ikerketetan ere. Hau da, guzti horietan orientazio espaziala bistaratzearen eta erlazio espazialen desberdina den faktore bezala hartzen da, Carroll-en ereduan ez bezala. Carroll-en arabera, ordea, orientazio espaziala ezin da aurreko bi faktore horietatik bereizi, ahalmen espazialaren konfigurazioan duen pisua, beste bi horietaz ezeztatuta geratzen baita.

Carroll-ek proposatutako eredia ikerketa kopuru handi batean lortutako emaitzetan oinarrituta sortu da; eta beraz, duen oinarri enpirikoa ukaezina da. 3G (Spearman-en “g” faktorea) 36 aldiz erreplikatua izan da hirugarren faktore bezala eta honek erakusten du eredu horrek daukan babes enpirikoa. Analisi faktorialaren bidez eredu osoa erreplikatu ahal izateko gutxienez bi test behar dira lehen geruzako faktore bakoitzeko.

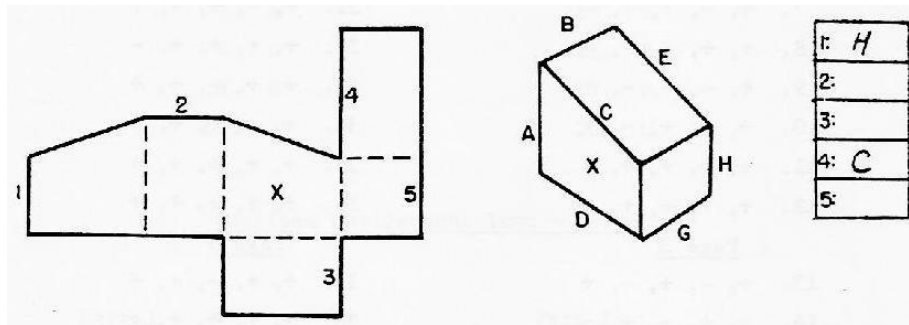
Ondorioz, Lehen Hezkuntzako ikasleen eta helduen ahalmen espaziala neurtzeko Carroll-en ereduari helduko diogu.

Zentra gaitzezen, beraz, Carroll-en ereduan, eta zehazki, ahalmen espazialean. Ikuste-pertzepzioan (ahalmen espazialean) bistaratzea, erlazio espazialak, itxidura malgutasuna, itxidura abiadura, eta pertzepzio abiadura daude, esan dugun moduan, beraien artean independenteak direlarik. Ikus dezagun banan-banan faktore bakoitzaren esanahia:

- **Bistaratzea (VZ).** Bi edo hiru dimentsiotan ikuste ereduak mentalki berreragiteko (sortzeko, desegiteko, tolesteko, garatzeko,...) gaitasuna. Jarduera zehatzenak mihizatzea, tolestea edo solidoen garapen mentala egitea behartzen duten jarduera konplexuak dira.

Galdetegi erabilienak Ekstrom, French, Harman eta Dermen-en (1976) Form Board Test (irudi lauen konposaketa), Bennett, Seashore eta Wesman-en (1973) Differential Aptitude Test (DAT-SR) (solidoen garapena) eta Ekstrom, et al. (1976) Paper Folding Test (paperaren tolestatzea) dira.

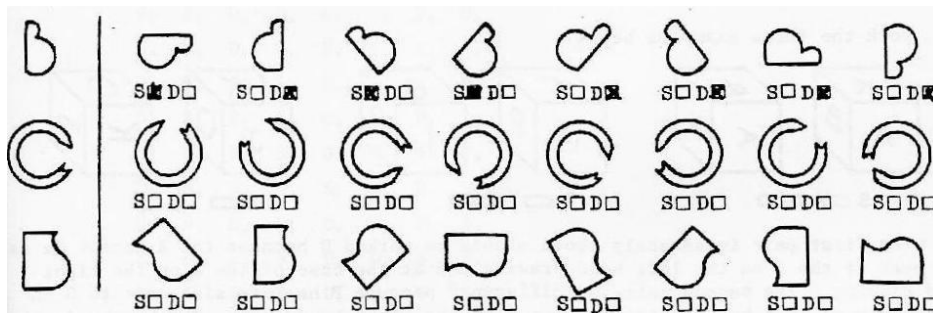
II.9 Irudian, bistaratzea neurtzeko balio duen adibide bat ikus daiteke. Eskuinetara dagoen taula osatu behar da, zenbaki bakoitza zein hizkiri dagokion zehaztuz.



II.9 Irudia. VZ lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).

- **Erlazio espazialak (SR).** Bi edo hiru dimentsiotan nahiko sinpleak diren ikuste-ereduak mentalki biratzeko gaitasuna. Jarduera tipikoa 2Dn emandako bi estimulu konparatzerakoan bata bestearen irudi biratua ala ispiluarena den asmatzea da. Beste jarduera konplexuagoak 3Dn irudi biratuak identifikatzea da.

Gaitasun hori neurtzeko galdetegi erabilienak Card Rotation Test (irudi lauen errotazio laua) eta Ekstrom, et al.-en (1976) Cube Comparison Test (solidoen errotazioa) dira.



II.10 Irudia. SR lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).

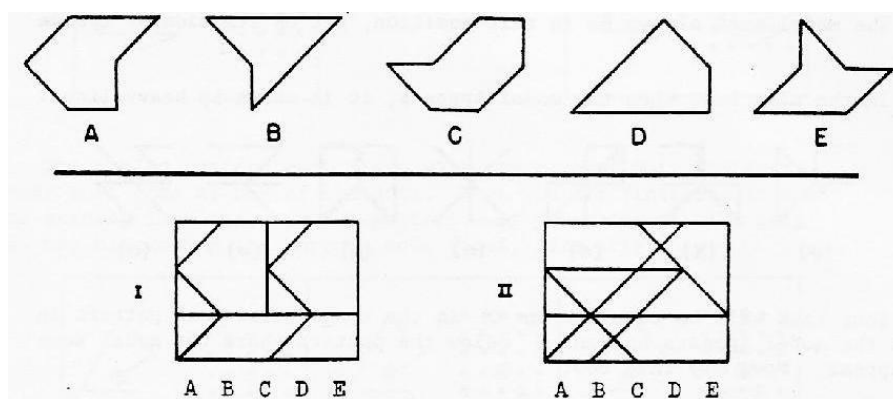
II.10 Irudian, erlazio espaziala gaitasuna neurtzeko balio duen adibide bat ikus daiteke. Lerro bakoitzean, ezkerreko ereduaren berdinak direnak aukeratu behar dira (biraketarekin lortzen direnak soilik).

Zailtasuna handitzen doan heinean (errotazio angelua aldatuz edo errotazio konplexuagoa gehituz) Bistaratzea (VZ) faktorearekin duen erlazioa handitzen da, SR ez ebaluatzerara iritsi arte. Kasu horretan, Cooper eta Shepard (1973), Metzler eta Shepard (1974) eta Shepard-en (1975) errotazio jarduerak egokiak izan daitezke.

- **Itxidura malgutasuna (CF)**. Irudi bat gogoan gordetzeko gaitasuna, ondo definituriko beste irudi batzuekin ezberdindu ahal izateko. Hau da, eredu bat aurkitzeko, antzemateko edo identifikatzeko azkartasuna da, ereduak ezkutatuta dagoenean.

Faktore hau lantzeko erabiltzen diren galdetegi garrantzitsuenak Oltman, Raskin eta Witkin-en (1981) Embedded Figures Test (konfigurazio konplexuko irudien identifikazioa) eta Ekstrom, et al.-en (1976) Hidden Figures Test eta Hidden Patterns Test (konfigurazio konplexuko ereduaren identifikazioa) dira.

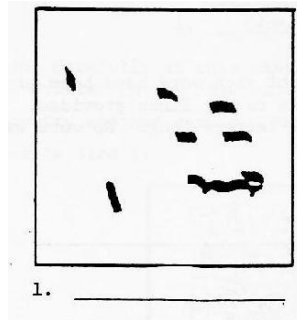
II.11 Irudian, itxidura malgutasuna lantzeko erabili daitekeen adibide bat ikus daiteke. Goiko bost ereduari bat topatu behar da I eta II irudi bakoitzean, neurri eta posizio bereberetan.



II.11 Irudia. CF lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).

- **Itxidura abiadura (CS)**. Bestelakoa dirudien pertzepzio eremu bat irudi bakar batean lotzeko azkartasuna. Hau da, osatu gabe edo hondatuta, lausotuta edo ilunduta aurkeztutako eredu bat identifikatzea. Ereduak irudi ezagun bat izan behar du; eta izendatuz identifikatu behar da irudia, aldizkako aukerak eskaintzeak pista gehiegi ematen baitu.

Galdetegi erabilienak Ekstrom, et al.-en (1976) Gestalt Completion Test (osorik ez dauden irudien identifikazioa), Snowy Pictures (irudi kamuflatuen identifikazioa) eta Concealed Word Test (osorik ez dauden hitzen identifikazioa) dira.



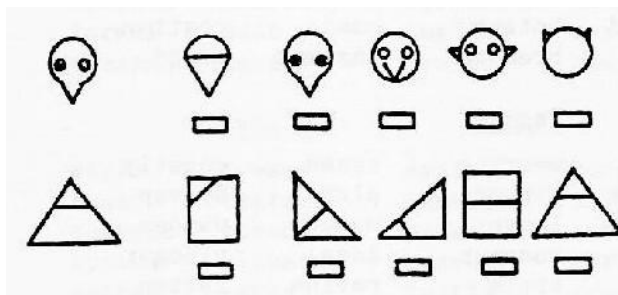
II.12 Irudia. CS lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).

II.12 Irudian, itxidura abiadura neurtzeko balio duen adibide bat ikus daiteke. Bertan, erdi ezabatuta dagoen irudia zer den asmatu eta beheko lerroan idatzi behar da.

- **Pertzepzio-abiadura (P)**. Ikuste-eredu ezagun bat aurkitzeko azkartasuna edo eredu bat edo gehiago zehazki konparatzeko azkartasuna, ereduak hondatzen edo ezkututzen ez diren ikuste-eremu batean. Bi motatakoak daude: alde batetik letrak azkar aurkitzeko testak eta, bestetik, aurpegiak, formak, izenak azkar konparatzeko testak.

Test erabilienak ondorengoak dira: Ekstrom, et al.-en (1976) Finding A's Test, Number Comparison Test edo Identical Pictures Test.

II.13 Irudian, pertzepzio abiadura lantzeko erabili daitekeen adibide bat agertzen da. Bertan, ezkerraldeko ereduaren berbera den irudia aukeratu behar da (emaitza posible bakarria dago).



II.13 Irudia. P lantzeko adibidea (Ekstrom, French, Harman eta Dermen, 1976).

Ikus daitekeenez, bistaratzeko (VZ), itxidura malgutasuneko (CF) eta erlazio espazialeko (SR) probak zailtasun maila altuagoa dute eta 11-12 urte baino gehiago subjektoek egiteko egokiak direla ikus daiteke (Arrieta, 2006). Horren ondorioz, Carroll-en ereduak, adin horretatik aurreragokoentzat da egokia.

Hala ere, eta aurretik aipatu dugun moduan, Bickley, et al. (1995) ikerlariak, 12 urte baino gutxiagokoentzat, lehenengo ordeneko faktore bakoitzeko bigarreneko bi faktore soilik hartu zituzten aintzat, besteak (VZ, CF eta SR), zailegiak iruditzen baitzitzaizkien. Murrizketa hori gauzatu arren, ikerlariak Carroll-en ereduko bi alderdi garrantzitsuenak baieztatu zituzten: alde batetik, adimena hiru geruzetan banatzen dela eta, bertan, ahalmen espazialak kokaleku garrantzitsua duela eta, bestetik, adimenaren antolaketa bizi-ziklo osoan mantentzen dela.

Laburbilduz, ondokoa da erabiliko dugun ahalmen espazialaren eredu Derrigorrezko Hezkuntzan (Carroll, 1993):

1. **Bistaratzea (VZ)**: bi edo hiru dimentsiotan ikuste ereduak mentalki berreragiteko (sortzeko, desegiteko, tolesteko, garatzeko,...) gaitasuna.
2. **Erlazio espazialak (SR)**: bi edo hiru dimentsiotan nahiko sinpleak diren ikuste-ereduak mentalki biratzeko gaitasuna.
3. **Itxidura malgutasuna (CF)**: irudi bat gogoan gordetzeko gaitasuna, ondo definituriko beste irudi batzuekin ezberdindu ahal izateko.
4. **Itxidura abiadura (CS)**: bestelakoa dirudien pertzepzio eremu bat irudi bakar batean lotzeko azkartasuna.
5. **Pertzepzio-abiadura (P)**: ikuste-eredu ezagun bat aurkitzeko azkartasuna.

Hau dena aztertu ondoren eta gure ikerketa aurrera eramán ahal izateko, faktore bakoitza neurtzeko galdetegi bat aukeratu behar da. Horrela, galdetegi guztietan lortutako puntuazioarekin pertsona bakoitzaren ahalmen espaziala neurtu ahal izango dugu.

Bukatzeko, esan behar da Carroll-ek (1993) proposaturiko ereduak nahikoa oinarri enpiriko baduela (ahalmen espazialaren beste edozein eredu ez duena), aurrerantzean, honetan diharduten ikerlariak eredu berbera erabiltzera bultzatzeko, eta behingoz, Ahalmen Espazialaren inguruko nahasmena (definizioekin, adierazpenarekin eta ereduekin) gaindituta gera dadin.

II.3 Ahalmen espaziala unibertsitatean

II.3.1 Aurre ikerketak

Matematikako irakasleek sarritan azpimarratu dute matematikaren oinarriko irakaskuntzan elementu bisualen erabilpena handiagotzearen garrantzia edozein hezkuntza mailatan, baina batez ere, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan eta unibertsitatean. Eta ikerketa esperimental ugarian ikus daiteke adierazpen bisualak erabiliz ikasleek zenbait kontzeptu errazago bereganatzen dituztela (Gutiérrez, 1996). Ikerketa horien gehiengoak Lehen Hezkuntzako ikasleetan eta helduetan zentratzen da, baina haur gazteekin ez dago halako ebidentziarik (Cheng eta Mix, 2014).

Stylianou (2001) matematikariekin eta unibertsitateko ikasleekin egindako azterketaren arabera, ikasleek gero eta gehiago erabiltzen dute ahalmen espaziala matematikaren edozein arloko problemak ebazteko, batez ere kurrikuloak jasaten ari diren aldatetengatik (irudikapen bisualak gero eta gehiago erabiltzera bultzatuz) eta teknologia grafikoaren erabilera sarriagoagatik.

Gainera, ahalmen espaziala arlo desberdinetako ikerketa talde ugari in-teresatzen zaio (matematika, artea, diseinua, ingeniari-tza, ...), nahiz eta horietako bakoitzak, ahalmen espaziala, euren ikerketa problemei lotutako gaitasunekin eta ingurunearekin lotu.

Beste adibide bat jartzearren, Lubinski (2010) eta Newcombe (2010) ikerlarien arabera, ahalmen espazialean entrenatzea STEM (Science Technology Engineering and Mathematics) diziplinetan arrakasta lortzeko garrantzitsua izan daiteke.

Ingeniaritza grafikoan, bestetik, ahalmen espaziala curriculumaren garapenerako gai nagusia izan da urte askoan; curriculum hori aldatu nahi izan da, ikasleek ahalmen espazialean maila altuagoa lortzeko helburuarekin (Gages, 1994). Ingeniaritzan ahalmen espaziala gehien erabiltzen eta lantzen den arloa geometria deskribatzailea da. Miller-ek (1996) ingeniari-tzako ikasleen ahalmen espazialean burutu zituen bere ikerketak; berak bildutako informazioaren arabera, ahalmen espazialak ikasketa horietan duen garrantzia ezinbestekoa da, eta geometria deskribatzaileak puntu horretan zeresan handia du.

Rafi, Samsudin eta Ismail (2006) eta Suárez, Rubio, Gallego eta Martín (2004) ikerlariak baieztatzen dutenez, ingeniartzaren ikuspuntutik metodo ugari sortu dira ahalmen espazialean eragina izateko asmoarekin, arlo horretarako objektu bat mentalki sortzeko eta manipulatzeko gaitasuna edukitzea ezinbestekoa baita. Autore horiek, gainera, ahalmen espazialaren hobekuntza lortzeko tresna informatiko berrien laguntza ere oso garrantzitsua dela ziurtatzen dute.

Horretaz gain, eta gure ikerketari lotuta, unibertsitateko ikasleen azterketa egiteko ingeniartzako ikasleak aukeratu ditugu, beste ikasketa batzuekin alderatuz, ikasleen ahalmen espazialaren maila altuagoa izan daitekeelakoan, eta hortik ondorio interesgarriagoak lortuko ditugulakoan. Horregatik, urte hauetan ingeniartzara arloan egin diren ikerketak ere aztertuko ditugu.

Domínguez de Posada-k (1994), Cossío-k (1997) eta García Ganuza-k (2000) baieztatu duten bezala, geometriak, eta zehazki, ahalmen espazialak, garrantzi handia du ikasketetarako, eta baita, zenbait lanbidetarako, ingeniartzara barne. Hala ere, zoritxarrez, ikerketa hauek ez dira Carroll-en eredian oinarritu, eta beraz, ezin dugu gure emaitzekin alderaketa zuzen bat egin.

Beste ikerketa batean ikusi den legez, ingeniariak, fisikoen eta matematikoen ahalmen espazialeko mailak altuak dituzte, eta arte ederretakoak, aldiz, baxuagoa (Casey, Winner, Brabeck eta Sullivan, 1990).

Bestalde, Maris eta Noriega-k (2010) egindako ikerketan, ahalmen espazialean Ingeniartzako ikasleek Arkitektura eta Diseinua taldekoena baino puntuazio altuagoa dute. Horren arrazoia, ikerlarien iritziz, ingeniartzako ikasleen % 75ak, eskola teknikoetatik doazenez, fisika eta marrazketa teknikoak landu dituztelako aurreko urteetan izan daiteke, eta eskola teknikoetatik doazen Arkitektura eta Diseinuko ikasleen portzentajea % 25a delako soilik. Hau da, Ingeniartzako ikasleen gehiengoak fisika eta marrazketa teknikoak landu dituzenez alde aurretik, badirudi, horren ondorioz, ahalmen espazialean maila altuagoa dutela.

Nahiz eta gaur egun ingeniartzara munduan ordenagailu bidezko marrazketarako programa ugari existitu, geometria deskribatzailea oraindik ere ahalmen espazialeko gaitasunak ulertzeko oinarri sendoenetarikoa da (Giesecke,

Mitchell, Spencer, Hill, Loving, Dygdon eta Novak, 1994); eta ahalmen espaziala marrazketa teknikoari lotuta dago (Smith, 1964). Beraz, oso garrantzitsua izango da ingeniari-tza ikasleekin ahalmen espaziala lantzea.

Gainera, ingeniari-tzako lan praktiko jakin batzuekin ahalmen espaziala hobetu daitekeela frogatu zuten hainbat ikerlarik (Churchill, 1942; Domínguez de Posada, 1994). Eta aurretik ikusi dugunagatik, ahalmen espazialaren garapenak adimenean eragina duenez, berarekin lan egiteak garrantzia du edozein pertsonengan, baina batez ere, ingeniari-tzako ikasleengan.

II.3.2 Eredu teorikoa

Aurreko atalean esan dugun moduan, Lehen Hezkuntzatik hasita eredu berbera erabiliko dugu hortik aurrerako ikasleekin. Beraz, Carroll-en eredia erabiliko dugu ahalmen espaziala neurtzeko.

Ondorioz, Carroll-en (1993) eredia erabiliko dugu ingeniari-tzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko. Gogora dezagun eredia:

AHALMEN ESPAZIALA

1. Bistaratzea (VZ)
2. Erlazio espazialak (SR)
3. Itxidura malgutasuna (CF)
4. Itxidura abiadura (CS)
5. Pertzepzio-abiadura (P)

II.3.3 Zeregin espazialean erabilitako estrategiak: aurre ikerketak eta eredu teorikoa

Ahalmen espazialeko jarduerak egiteko orduan, pertsona guztiek ez dute item bakoitza modu berdinean ebatzen (Lohman, 1979a); hau da, estrategia desberdinak erabiltzen dira item berbera ebazteko. Estrategia horiek aztertzeak, ondokoa ulertzen laguntzen du: pertsona bakoitzak zergatik erabakitzen duen estrategia bat ala bestea erabiltzea. Beharbada, norberak duen ikasteko moduak zer motatako estrategiak erabiltzen dituen zehazten laguntzen du (Gages, 1994).

Ondorioz, interesgarria izango da gure ikerketan ikasleen ahalmen espaziala neurtzeaz gain, zeregin espazialak egiterako orduan zein estrategia erabiltzen dituzten ere ezagutzea eta aztertzea.

Ikerlari ugari agerian utzi dute pertsonak ahalmen espazialeko jarduerak egiteko erabiltzen dituzten estrategiak aztertze garrantzia; beraien helburu nagusienetariko bat adimena aztertzea da, eta horretarako, beharrezkoa da adimenak nola funtzionatzen duen ikertzea; estrategien ikerketak helburu horretara garamatza, alegia.

Ikerketa batzuei esker, baieztatu daiteke irakasteko metodo ezberdinek ahalmen espaziala alda dezaketela, eta beraz, Gorgorió-ren (1994) ustetan, ahalmen horren ikasketekin dabilzan ikasleen estratergiei buruzko informazioa ematea benetan garrantzitsua litzateke. Gainera, jarduera geometrikoetan gaitasun bisualek eta bisualak ez direnek hartzen dute parte eta, ondorioz, beharrezkoa da zein estrategia erabiltzen diren aztertzea eta estrategia horiek, zein jarduera motetarako egokiak diren zehaztea (Gorgorió, 1998).

Horri lotuta, Kyllonen, Woltz eta Lohman-ek (1981) gaitasunaren eta estratergiaren arteko hiru erlazio ezartzen ditu: (1) gaitasunak estratergiaren aukeraketa mugatzen du; (2) estratergiaren aukeraketa eta gaitasuna ez daude erlazionatuta, baina estrategia baten efikazia norberaren gaitasunaren menpekkoa da; (3) gaitasunak estratergiak mugatzen ditu eta estrategia multzoen errendimendua aurreikusten du.

Bestalde, ikerketa ugari erakutsi dute ikasleek ahalmen espazialeko jarduerak ebazterakoan informazioaren prozesaketan erabilitako bide desberdi-

nen arteko paralelotasuna (Bowers, 1986; Carpenter eta Just, 1982; Collins, 1988; Cooper, 1980; Kyllonen, Lohman eta Snow, 1984).

Estrategien inguruko ikerketetan murgilduz, Lohman-en (1979b) iritziz, ebazpen-estrategietako ezberdintasun indibidualak ikerketa garrantzitsueneratariko bat da, bai ikerketa esperimentaletan, baita pentsamendu espazialaren ikerketa korrelazionaletan ere. Lohman-ek (1979a) ondoko ondorioak lortu zituen bere ikerketan: alde batetik, zenbat eta item zailagoak izan, orduan eta estrategia ezberdin gehiago agertzen ziren; eta bestetik, item bakoitzaren zailtasuna handitzen zihoan heinean, manipulazio mentala oinarritzat duten strategiak erabiltzetik estrategia analitikoagoak erabiltzera pasatzen ziren ikasleak.

Yalow eta Webb-ek (1977) egindako ikerketan, berriz, gaitasun altuko ikasleek normalean ahalmen espazialeko jardueraren erantzuna beste aukera posibleak begiratu ere egin gabe zehazten zituztela ziurtatu ahal izan zuten; gaitasun baxuagoko ikasleak, aldiz, denbora gehiago pasatzen zuten erantzun alternatiboak ebaluatzen eta deuseztatzen. Ikasle horiek, normalean, jarduerak egitean hitzezko barne-adierazpenak gehiago erabiltzen zituzten, eta emandako erantzunetan konfiantza gutxiago zeukaten. Tarteko gaitasun maila zuten ikasleei dagokionez, estrategia espezifikoko gaitasun maila altuago edo baxuagoko ikasleek baino sarriago erabiltzen zituzten.

Estrategiak zehazteko erduei dagokionez, azken urteetan, strategiak sailkatzeko eredu kognitibo ugari definitu dira. Krutetskii-k (1976) pertsonak sailkatzen zituen, bakoitzak erabiltzen zituen strategiaren arabera: pertsona analitikoak, soluzioak topatzeko logika eta hitzak erabiltzen zituztenei, pertsona geometrikoak, marrazketa eta pentsamendu bisuala erabiltzen zituztenei eta pertsona harmonikoak, aurreko biak nahasten zituztenei.

Bishop-ek (1980, 1983) antzeko bereizketa egin zuen: pertsona analitikoak eta pertsona geometrikoak, ariketa matematikoen ebazpenetan erabiltzeko baliabide bisualen arabera. Clements-ek (1983) eta Collins-ek (1988) Krutetskii-ren (1976) sailkapenari heldu zioten: pertsona bisualizataileak, irudiak erabiltzen zituztenei, pertsona hiztunak, hitzezko kodigoak erabiltzen zituztenei eta nahasiak, biak erabiltzen zituztenei.

Hala ere, guztietatik garrantzitsuena eta gerora gehien erabilia izan dena Burden eta Coulson-en (1981) eredia da. Hauek, aurreko ikerlariak egin ez zuten bezala, pertsonak sailkatu beharrean estrategiak sailkatu zituzten. Askoz ere interesgarriagoa da ikuspuntu hau, benetan ezagutu nahi duguna estrategia ezberdinen jokamoldea baita; pertsona batek estrategia mota bat baino gehiago erabili dezakeelako.

Estrategiak bi modutan bereizi zituzten Burden eta Coulson-ek (1981): alde batetik, errepresentazio-moduen bidez, eta bestalde, atentzioa zentratzeko lekuaren bidez. Lehenengo moduan hiru estrategia ezberdin definitu zituzten: modu bisuala, hitzeko modua eta modu nahasia. Atentzioa zentratzeko lekuan, berriz, bi estrategia mota ezberdin definitu zituzten: modu osoa eta modu partziala. Bestalde, ikasleek soluzioa topatzeko erabilitako estrategiak esplikatzeko orduan erabilitako baliabide lagungarriak (eskuekin egindako keinuak...) ere aztertzen zituzten.

Bestalde, estrategiak definitzeko (eta ez pertsonak) ildotik jarraituz, Cooper-ek (1980) bi estrategia mota definitu zituen: lehenengoa, “eraikitzailea”, barne errepresentazioa egitea memoria bisuala erabiliz, eta bestetik, analitikoak, objektuen puntuz-puntuko konparaketa, hitzeko azalpenak erabiliz.

Gerta daiteke subjektoak, zeregin espazialean aritzen denean, estrategia batetik bestera salto egitea; hau da, estrategia batekin hasia ebatzen eta egokiagoren bat topatzen duenean aldaketa egitea. Kasu horietan, normalean, hitzeko modutik bisualera pasatzen dira (Gages, 1994). Kasu horretan, lehen aipatutako eredian, modu nahasian kokatuko genuke subjektoa, bi estrategia motak erabiltzen baititu. Cooper eta Mumaw-k (1985) eta Kyllonen, et al.-ek (1981) gaitasun handiagoa duten subjektoek erabilitako estrategietan malguagoak izaten ohi direla ziurtatzen dute. Bestalde, ikasteko modu zehatzagoa dutenek, estrategia mota bat baino gehiago erabiltzen dituzte momentu jakin batzuetan. Hala ere, azken autoreen iritziz, gaitasunak ez du estrategia zehazten, baina bai emaitzetan islatzen dela.

Cooper-ek (1982), egindako ikerketei esker, bat egin zuen aurreko hirukoteak esandakoarekin; gainera, gaitasun handiagoa zuten pertsonen normalean estrategia globalak erabiltzen zituztela eta ariketak egitean azkarragoak zi-rela ere zehaztu zuen.

Burden eta Coulson-en (1981) ereduari oinarrituz, Lahrizi-k (1984) estrategia espazialak ebaluatzeko eredu sarrera bikoitzeko taula baten bidezko adierazpena eman zuen:

II.1 Taula

Estrategia espazialak ebaluatzeko eredu (Lahrizi, 1984)

ESTRATEGIAK		Atentzioa zentratzeko lekua	
		Osoa	Partziala
Errepresentazio modua	Bisuala	BISUAL-OSOA	BISUAL-PARTZIALA
	Analitikoa	ANALITIKO-OSOA	ANALITIKO-PARTZIALA
	Nahasia	NAHASI-OSOA	NAHASI-PARTZIALA

Estrategien azterketan lortutako emaitzei dagokienez, Sternberg eta Weilek (1980) silogismo linealei, espazialei eta hitzezko silogismoei buruz eginiko esperimentu batean errepresentazio bisualak erabiltzen zituztenek puntuazio handiagoak lortzen zituztela egiaztatu zuten.

Presmeg-ek (1986a), aitzitik, matematikan nota altua lortzen zuten Derri gorrezko Hezkuntzako ikasleek ia beti hitzezko estrategiak erabiltzen zituztela ondorioztatu zuen, alegia. Horren zergatia azaltzen saiatzen da Woolner (2004): estrategia bisualak erabiltzen dituztenen ikaskuntza estiloa ez dator bat guttiz hitzezkoa den irakaskuntzarekin eta ebaluazio-mota tradizionalarekin.

Antzeko emaitza lortu zuen Krutetskii-k (1976), estrategia analitikoak erabiltzearen eta algebraren ikaskuntzan arrakasta edukitzearen artean korrelazioa lortu baitzuen, baina baita estrategia bisualak erabiltzearen eta geometriaren ikaskuntzaren artean. Eta beraz, ahalmen espaziala geometriarekin lotzen denez, badirudi emaitza hobeak lortzen direla estrategia bisualak erabiltzean.

Autore horrek baieztatzen duenez, irudi mentalak garbi jasotzeko gaitasuna edukitzea matematikaren ikaskuntzarako lagungarria izan daiteke, nahiz eta beharrezkoa ez izan pentsamendu bisuala erabiltzea matematikan arrakasta edukitzeko. Gainera, bere ikerketaren arabera, metodo bisualak era-

biltzeko gaitasuna duten askok batzutan ez dituzte erabiltzen.

Gorgorió-k (1994) Burden eta Coulson-en ereduak erabili zuen bere ikerketak egiteko. 24 ikasleri egindako elkarrizketetan emaitza hauek lortu zituen: maiztasunei zegokienez, gehien erabiliak izan ziren estrategiak partzialak izan ziren, bai hitzezkoak baita bisualak ere; gutxien erabili zirenak, berriz, hitzezko estrategia globalak. Ikerketako ondorioetako bat estrategia bisualen erabilerak pertsona bakoitzaren gaitasunen maila baldintzatzen zuela izan zen. Estrategiak sexuaren arabera ere aztertu zituen, ondoko emaitza lortuz: mutilek estrategia bisualak erabiltzeko joera handiagoa zuten eta neskek, berriz, hitzezkoak, Clements-ek (1983) aurretik esandakoarekin bat eginez.

Sexuen arteko desberdintasun horiek gizonezkoek eta emakumezkoek garunaren antolaketa desberdina dutelako izan daitekeela uste dute psikologiko zenbait ikerlarik (Springer eta Deutsch, 1981).

Bestalde, Gages-ek (1994) egindako irakurketen ondorioz, jarduera espazialen konplexutasuna handitzen den heinean, ikasleek, nahiz eta hasiera batean hitzezko estrategiak aukeratu eta erabili, estrategia aldaketa egin eta bisualetara pasatzeko joera izaten dutela ziurtatzen du.

Cossío-k (1997) ere eredu bera erabili zuen bere ikerketetan. 36 ikasleri egin zizkien elkarrizketak, bakoitzak erabilitako estrategien berri edukitzeko. Ondoko ondorioetara iritsi zen: item bakoitzeko gutxienez bi estrategia ezberdin agertu ziren; okerren egindako itemetan estrategia ezberdinen kopurua handiagoa zen, eta alderantziz. Hitzezko estrategiak erabiltzen zituztenen emaitzak okerragoak ziren estrategia bisualak erabiltzen zituztenenak baino.

Bestalde, eta aurretik aipatu dugun moduan, gure ikerketan 18 urtetik gorako pertsonen ahalmen espazialaren neurketa Eskola Politeknikoko ikasleekin egingo dugunez, ikus dezagun ikasketa horiek egiten ari diren ikasleek erabilitako estrategiei buruz ikerlariak orain arte aztertu dutena:

Normalean, ikasle horiek, estrategia bisualak erabiltzera jotzen dute, horiek baitira beraien egunerokotasunean, bai zientziak eta baita matematikaren oinarriak lantzerakoan erabiltzen dituztenak.

Gages-ek (1994) arlo horretan egindako ikerketan, ahalmen espazialean maila altuagoa zuten ikasle gehienek estrategia bisualak edota nahasiak erabiltzen zituztela ondorioztatu zuen; eta ikasle horiek, ahalmen espazialeko jarduerak egiterakoan, erabilitako estrategian aldaketak sarriagotan egiten zituztela (ahalmen espazialaren maila baxuagoa zutenak baino) ikusi zuen. Ahalmen espazialean maila baxuagoak zuten ikasleek, aldiz, orokorrean, hitzezko estrategiak erabiltzen zituzten.

Lehen aipatu dugun bezala, zeregin espazialak ebazteko orduan erabilitako strategiak sailkatzeko Burden eta Coulson-en (1981) eredu teorikoa aukeratu da, azken urteetan erabiliena izan delako eta strategiak (eta ez pertsonak) sailkatzen dituelako. Hala ere, guk ez ditugu baliabide lagungarriak aztertuko, orain arteko ikerketetan ez direlako esanguratsuak suertatu.

Estrategiak bi modutan sailkatzen dira: alde batetik, errepresentazio moduaren bidez, eta bestetik, ikasleak atentzioa zentratzen duen lekuaren bidez.

Errepresentazio moduetan hiru bereizten dira:

1. **Modu bisuala:** item espazialak ebazterakoan, “irudi mentalen” bat osatzea beharrezkoa denean.
2. **Modu analitikoa:** item espazialak ebazterakoan, “irudi mentalen” laguntzarik behar ez denean.
3. **Modu nahasia:** proba bereko item ezberdinetan aurreko bi moduak erabiltzen direnean.

Atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez bi modu bereizi zituzten:

1. **Modu osoa:** item espazialak ebaztean atentzioa objektu osoan zentratzen denean.
2. **Modu partziala:** item espazialak ebaztean atentzioa objektuaren zatiren batean zentratzen denean.

III. KAPITULUA

Ikerketaren helburuak

Aurreko gaien ikusi dugun moduan, ahalmen espazialaren ikerketan zentratu dugu gure lana. Horretarako, hiru multzo nagusi bereizi ditugu, ikasleen adinaren arabera:

- Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala.
- Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala.
- Unibertsitate mailako ikasleen ahalmen espaziala.

Lehendabizi, ahalmen espazialaren eredu teorikoak finkatu eta osatuko ditugu; eta posible den heinean, maila batetik besterako bideak ezarri. Hau da, Haur Hezkuntzatik hasita unibertsitaterainoko ikasleen ahalmen espaziala neurtu nahi dugu (batxilergoa salbu), eta hori egin ahal izateko, maila horietako ereduak bateratzen saiatuko gara.

Behin ereduak zehaztuta, ikasleen ahalmen espaziala neurtuko dugu, eta ondoren, ahalmen espaziala ezaugarri desberdinekiko aztertuko dugu: ahalmen espazialaren hazkuntza nolakoa eta zenbatekoa den, nesken eta mutilen artean desberdintasunik badagoen ala ez, Eskola Politeknikoko espezialitate desberdinetako ikasleen ahalmen espaziala konparatu, etab. Bestalde, Eskola Politeknikoko ikasleek zeregin espazialetan erabilitako estrategien azterketa bat ere egin nahi dugu.

Guzti honekin, gure ikerketan lortu nahi duguna ahalmen espazialaren oinarri sendoak finkatzea da, eta egindako neurketa guztiekin, ondorio garrantzitsuak ateratzea, proposamen didaktiko interesgarrien kontrola egin ahal izateko. Gure ikerketarekin, gai izango gara ikusteko ea proposamen didaktiko batek ikasleen ahalmen espaziala hobetzen duen ala ez.

Beraz, ikus ditzagun banan-banan ikerketa honen helburu nagusiak:

1. HELBURUA:

Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertu.

- 1.1 Haurren ahalmen espazialaren eredu teorikoa finkatu eta osatu, erabilitako bi galdetegiak konparatuz.

Alde batetik, Frostig eta Horne-k (1964) eta Del Grande-k (1987) osatutako eredu teorikoan oinarritutako galdetegiak pasako zaizkie Haur Hezkuntzako ikasleei; bestetik, Carroll-en (1993) ereduaren oinarritutako beste galdetegiak ere pasako zaizkie haur horiei. Horrela, datu horiekin, bi ereduak baliokideak diren ala ez aztertu ahal izango da.

Modu horretan, aurrerantzean, Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko Frostig eta Horne-ren ereduak jarraitu beharko den edo Carroll-en ereduarekin edozein adineko pertsonen ahalmen espaziala neurtu dezakegun ondorioztatu ahal izango dugu.

- 1.2 Haurren ahalmen espaziala neurtu eta sexu desberdintasunak aztertu.

- 1.3 Haurren adinaren arabera ahalmen espazialean desberdintasunak aztertu.

Haurrek 6/7 urterekin aldaketa handiak ematen dituzte (Frostig eta Horne, 1964; Piaget, 1954), eta interesgarria izango da kurtso bereko ikaskideen artean, adinaren arabera (hilabete kopurua kontuan hartuta), erlaziorik badagoen aztertzea, ahalmen espazialaren garapena zehatzago ezagutzeko.

2. HELBURUA:

Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertu.

2.1 2003-an hasitako eta 2011-ean bukatutako ikerketa longitudinala osatu eta 2003-an egindako zeharkako ikerketaren emaitzekin konparatu.

Ikerketa longitudinalean lortutako emaitzak aztertuko dira. Eta ondoren, 2003-an Arrieta-k egindako zeharkako ikerketako emaitzekin konparaketak egingo dira, ondorio garrantzitsuak lortzeko asmoz.

2.2 Ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera aztertu.

Aurreko helburuko emaitzen laguntzaz grafiko longitudinala osatuko da. Lortutako grafikoetan oinarrituz, ahalmen espazialaren garapena aztertu eta hazkuntza handienak noiz eta nola ematen diren ondorioztatuko da.

2.3 Ahalmen espazialari buruzko literaturan hain ohikoak diren nesken eta mutilen arteko desberdintasunak aztertu.

2.4 Carroll-en eredu teorikoa osatu.

Carrollen ereduan, ahalmen espaziala osatzen duten bost faktoreetatik lauen pisuak bakarrik zehazten dira; horregatik, guk falta den pisua zehaztuko dugu, itxidura abiadurarena (CS), hain zuzen; horrela, ahalmen espaziala neurtzeko formula zehatzagoa proposatuko dugu.

2.5 Ahalmen espazialaren formula berriarekin baremoak osatu.

Carrollen ereduan oinarrituz, 7-16 urte bitarteko baremoak eguneratuko dira.

3. HELBURUA:

Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala aztertu.

3.1 Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala neurtu eta aztertu.

3.1.1 Lehenengo mailako ikasleen ahalmen espaziala aztertu ezazgarri desberdinekiko.

Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoko 1.go kurtsoko ikasleen ahalmen espaziala neurtuko da Carroll-en (1993) eredu teorikoa erabiliz.

3.1.1.1 Ikasleen ahalmen espaziala espezialitateen arabera aztertu.

1. mailako ikasleen ahalmen espaziala neurtu eta espezialitate desberdinen arabera aztertuko da, hau da, Arkitektura Teknikoa, Herri-Lanak, Ingeniaritza Mekanikoa eta Ingeniaritza Kimikoaren arabera.

3.1.1.2 Ikasleen ahalmen espaziala sexuaren arabera aztertu.

3.1.1.3 Ahalmen espazialaren eta marrazketako notaren arteko erlazioa aztertu.

Ahalmen espazialean lortutako puntuazioaren eta Adierazpen Grafikoa irakasgaiari ateratako notaren arteko erlazioa aztertuko da.

3.1.2 Hirugarren mailako ikasleen ahalmen espaziala aztertu ezau-
garri desberdinekiko.

Bi urteren ostean, aurretik aipatutako ikasle horiek 3. kur-
tsoan egonik, beraien ahalmen espaziala neurtuko da berriz.

3.1.2.1 Ikasleen ahalmen espaziala espezialitateen arabera azter-
tu.

3.1.2.2 Ikasleen ahalmen espaziala sexuaren arabera aztertu.

3.1.3 Lehenengo eta hirugarren mailako emaitzak konparatu.

Aztertutako bi kurtsoetan lortutako emaitzen arteko konpa-
raketa egingo da. Horrela, 18 urtetik aurrerako pertsonen
ahalmen espazialaren maila hobetzeko aukerarik baduten edo
ez ondorioztatu ahal izango dugu, zenbait ikerketen arabera,
adin horretatik aurrera ahalmen espazialaren maila hobetzea
ia ezinezkoa baita.

3.1.3.1 Bi kurtsoetan galdetegiak osatu dituzten ikasleen ahal-
men espaziala aztertu.

Bi kurtsoetako lagina ez da berbera izan: ikasle batzuk
“bidean” geratu direlako errepikatzen eta, bestetik, hiru-
garren mailako laginean ikasle berriak ere sartu direlako
(aurretik errepikatutakoak). Horregatik, interesgarria da
karrera urtez-urte gainditzen ari diren ikasleen ahalmen
espaziala bereziki aztertzea, hau da, bi kurtsoetan galde-
tegiak osatu dituzten ikasleena, hain zuzen. Modu horre-
tan, ikerketa longitudinala burutu ahal izango dugu.

3.1.3.2 Ahalmen espazialaren grafiko longitudinala osatu, azter-
tutako maila guztiak kontuan hartuz (5/6 urtetik 20/21
urtera).

3.2 Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleak ahalmen espazialeko zereginetan erabiltzen dituzten estrategiak aztertu eta norberaren ahalmen espazialaren mailarekin duen erlazioa aztertu.

3.2.1 Lehenengo mailako ikasleek erabilitako estrategiak aztertu.

3.2.1.1 Estrategia motak eta maiztasunak aztertu.

3.2.1.2 Ahalmen espazialaren eta estrategia kopuruaren arteko erlazioa aztertu.

3.2.1.3 Ahalmen espazialaren eta estrategia motaren arteko erlazioa aztertu.

3.2.1.4 Sexuaren eta estrategia motaren arteko erlazioa aztertu.

3.2.2 Hirugarren mailako ikasleek erabilitako estrategiak aztertu.

3.2.3 Lehenengo eta hirugarren mailan erabilitako estrategien emaitzak konparatu.

2. ZATIA: AZTERKETA ENPIRIKOA

IV. KAPITULUA

Metodologia

IV.1 Sarrera: Ikerketaren diseinua

Aurreko gaian ikusi dugun moduan, ikerketaren helburu nagusietako bat ondokoa da: maila desberdinetan (Haur Hezkuntzan, Derrigorrezko Hezkuntzan eta unibertsitate mailan) ahalmen espaziala neurtu. Neurketa horri esker, maila desberdinetako ereduak finkatzeaz gain, beste zenbait ezaugarri interesgarri ere aztertzea lortu nahi izan da (ahalmen espazialaren bilakera aztertzea, Carroll-en ereduko faktoreen pisuak zehaztea eta formula berria sortzea, sexuen arteko desberdintasunak aztertzea, Unibertsitate Eskola Politeknikoko espezialitateen arteko desberdintasunak nabarmentzea, etab.). Beraz, neurketa horiek egiterakoan, ikerketa kuantitatiboa burutu da.

Hala ere, gure lana ez dugu horretara mugatu nahi izan, eta ahalmen espazialaren neurketaz gain, ikasleek bertako galdetegiak egiterakoan erabiltzen dituzten estrategiak ere aztertu nahi izan ditugu. Horretarako, eta aurrerago zehaztuko dugun moduan, beharrezkoa izan da ikasleekin elkarriketak egitea, bakoitzak erabilitako estrategiak identifikatu ahal izateko. Eta beraz, bigarren lan honetan, ikerketa kualitatiboa egin da.

Behin diseinu orokorra zehaztuta, ikus ditzagun mailaz-maila ikerketarako erabili ditugun laginak, aldagaiak, frogak, prozedurak eta datu-analisiak.

IV.2 Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialaren azterketa

IV.2.1 Lagina

Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertzeko Gipuzkoako bi ikastola aukeratu dira. Eskola horiek aukeratzeko ikasle kopurua hartu da kontuan: Zarauzko Salvatore Mitxelena Ikastola (kurtso bakoitzean 3 edo 4 gela daude) eta Anoetako Herri Ikastola (kurtso bakoitzean gela bakarra dago). Gainera, galdetegi batzuk bakarka pasa behar zitzaenez, 80-100 ikaslez osatutako lagina nahi genuen. Irizpide horietaz gain, bi ikastola horien aukeraketa komenentziaz egin da.

Salbatore Mitxelena Ikastolan, 5-6 urteko (Haur Hezkuntzako 2. mailan) lau talde zeuden 2012 urtean, eta guztira 77 ikasleri pasa genizkion galdetegiak. Gela bakoitzean ikasle kopuru antzekoa zegoen: A taldean 20 haur, B taldean 19 haur (baina bi haur ez ziren etorri, beraz 17), C taldean 20 haur eta D taldean 20 haur.

Anoetako Ikastolan, berriz, talde bakarra zegoen urte berean, 26 haurrekoa, baina gu galdetegiak pasatzera joan ginen egunean 20 haur zeuden (falta zirenak gaixorik zeudelako).

Hau da, lehenengo ikerketa honetan 97 haurri pasa genizkien galdetegiak, ondoko taulan ikusten den bezala:

IV.1 Taula

Haur Hezkuntzako lagina.

Gela	HH2			Ikastola	Herria
	Neska	Mutila	N		
A	9	11	20	Salbatore Mitxelena	Zarautz
B	9	8	17		
C	10	10	20		
D	10	10	20		
-	6	14	20	Herri Ikastola	Anoeta
GUZTIRA	44	53	97		

IV.2.2 Aldagaiak

“Marko teorikoa” kapituluaren azaldu dugun moduan, alde batetik, Frostig eta Horne-k (1964) proposatutako eredutik abiatuta lortu dugun bost gaitasuneko eredu hartuko dugu aintzat, eta bestetik, Carroll-en (1993) eredutik abiatutako Bickley, et al. (1995) ikerlarien bi gaitasuneko eredu. Horrela, bien arteko konparaketa egin ahal izango dugu, eta ondoren, helburuetan aipatu dugun bezala, biak bateratzen saiatuko gara.

Lehenengo ereduari dagokionez, ondoko bost gaitasunek osatzen dute ahalmen espaziala:

1. **Irudi-hondoaren pertzepzioa:** atentzioa estimulu egokitan zentratzeko hurrak duen ahalmena, hau da, hondo konplexu batean irudi jakin bat identifikatzeko ekintza bisuala.
2. **Iraunkortasun pertzeptuala:** objektu batek propietate aldagaitzak (forma, posizioa eta neurria) dituela antzemateko gaitasuna, hau da, espazioan irudiak edo objektuak antzemateko gaitasuna, irudiaren dimentsioa, posizioa edo orientazioa edozein izanda ere.
3. **Espazioko posizioaren pertzepzioa:** behatzaileak objektu batekiko duen erlazioa espazioan.
4. **Erlazio espazialen pertzepzioa:** behatzaileak bi edo objektu gehiagoren posizioa antzemateko gaitasuna, bai berarekiko eta baita bata bestearekiko ere.
5. **Bereizketa bisuala:** objektuen arteko berdintasunak eta desberdintasunak bereizteko gaitasuna (posizioarekiko independentea da).

Eta Carroll-en (1993) ereduari dagokionez, bost faktoretatik Bickley et al. (1995) ikerlariak aukeratutako biak neurtu ditugu (aurreko gaian aipatu bezala, bost faktoreko eredu maila altuagoakoa izanik, Haur Hezkuntzako ikasleak oraindik ez direlako gai osorik egiteko):

1. **Itxidura abiadura (CS):** bestelakoa dirudien pertzepzio eremu bat irudi bakar batean lotzeko azkartasuna.
2. **Pertzepzio abiadura (P):** ikuste-eredu ezagun bat aurkitzeko azkartasuna.

IV.2.3 Frogak

Gaitasun horiek guztiak neurtu ahal izateko, bakoitzerako froga bana aukeratu da:

- Alde batetik, Frostig-ek (1988) erabilitako eta balidatutako testak erabili ditugu gure bost gaitasuneko ereduak lau gaitasun neurtzeko:

Irudi-hondoaren pertzepzioa: geroz eta hondo konplexuagoak dituzten marrazkietan irudi jakin batzuk bereiztean datza. 8 item ditu (ikus 1A Eranskina).

Iraunkortasun pertzeptuala: tamaina, posizio,... desberdinetako irudi geometriko jakin batzuk identifikatzean datza. 32 item ditu (ikus 1B Eranskina).

Espazioko posizioaren pertzepzioa: irudi berdinez osatutako serie batean posizio desberdinean dauden irudiak identifikatzean datza. 8 item ditu (ikus 1C Eranskina).

Erlazio espazialen pertzepzioa: geroz eta zailagoak diren marrez eta angeluz osatutako irudi baten kopia egitean datza. 8 item ditu (ikus 1D Eranskina).

- Aurretik aipatu eta egiaztatu den bezala, eredu bateko “bereizketa bisuala” eta besteko “pertzepzio abiadura (P)” baliokideak dira eta ondorioz, galdetegi bakarria erabili dugu bien neurketak egiteko.

Bereizketa bisuala (Pertzepzio abiadura, P): Martin-ek (2006) sortutako eta balidatutako galdetegi erabili dugu adin jakin horretako ikasleen kasuan. Antzekoak diren irudien artetik ereduaren berdina den irudia identifikatzean datza. 16 item ditu (ikus 1E Eranskina).

- **Itxidura abiadura (CS):** Arrieta-k (2006) erabilitako eta balidatutako galdetegi erabili dugu. Osatu gabe dauden irudien identifikazioan datza. 20 item ditu (ikus 1F Eranskina).

Froga horiek guztiak pasatzeko, ez da denbora zehatzik ematen. Haur gehienek eskatutako jarduera bukatzen dutenean hurrengo jarduerara pasa behar da; haurren batek bukatzeko denbora izan ez badu, beragana hurbildu, eta jarduera hori utzi eta hurrengora pasatzeko agindua ematen zaio.

IV.2.4 Prozedura

Behin lagina eta frogak zehaztuta, azter dezagun zein prozedura jarraitu dugun hau guztia aurrera eramateko:

2012 urtean burutu genuen lan hau. Lehendabizi bi ikastolekin kontaktuan jarri ginen; gure planteamendua azaldu eta Haur Hezkuntzako ardura-dunarekin eta orientatzailearekin hitz egiteko bilera bat ezarri genuen. Bilera horietan, ikerketaren nondik norakoak azaldu, eta galdetegiak noiz eta nola egin proposamen bat eskaini genien.

Hurrengo urratsa Haur Hezkuntzako irakasleekin zuzenean hitz egitea izan zen. Galdetegiak irakasleei erakutsi genizkien, eta froga bakoitzean zer egin behar den azaldu genien. Hasiera batean zailak iruditu zitzaizkien eta batez ere, ikasle batzuen urduritasuna medio, kezka ere azaldu zuten, haurrak “gaizki” pasatzeko arriskua ikusten baitzuten. Beraz, irakasleei, galdetegiak pasatzerako momentuan gelan bertan egoteko proposamena luzatu genien.

Bestalde, irakasle bakoitzari, bere gelako ikasleen zerrenda eskatu zitzaion, bakoitzaren izen-abizenak, adina eta sexuarekin.

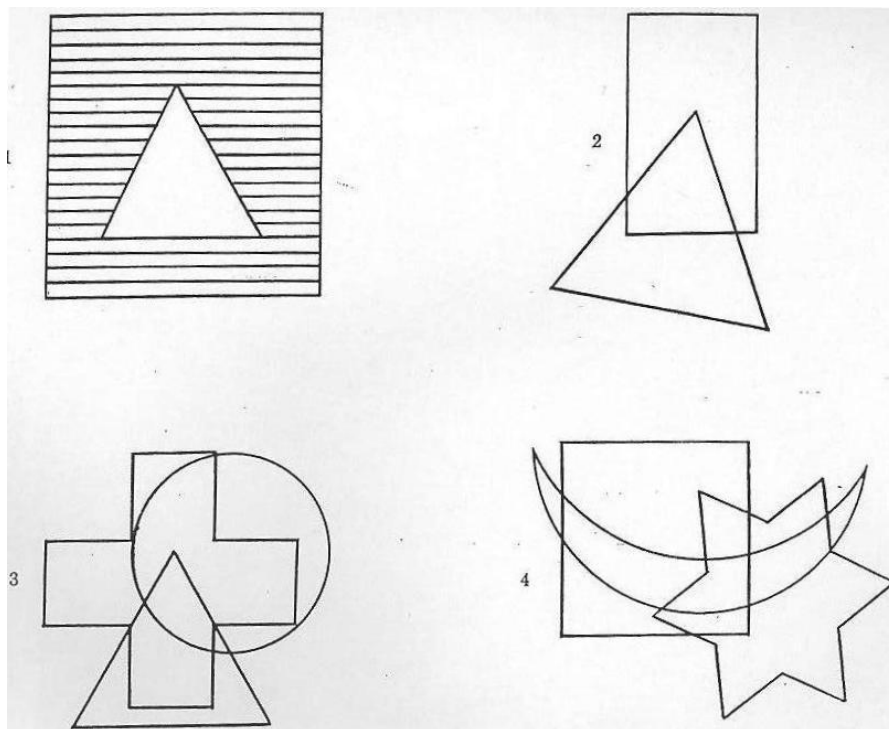
Lehenengo lau frogak, talde osoarekin batera egin genituen, eta ordubete inguruko denbora behar izan genuen horretarako. Beste bi galdetegiak pasatzeko, arratsalderako geratu ginen.

Goizeko lau frogak koaderno batean bilduta eraman genituen (talde osoan pasatzeko frogak baitira), eta haur bakoitzari horrelako kopia bat eman zitzaion. Koaderno bakoitzean ondoko datuak beteta eraman genituen: ikaslearen izen-abizenak, adina, sexua, froga pasa den eguna eta ikastolaren izena.

Koadernoak banatu ondoren, ikasle bakoitzari, margoak eta arkatza eman

zitzaizkien, eta azalpen labur bat eman ondoren lanean hasi ginen:

Irudi-hondoaren pertzepzioa gaitasuna neurtzeko, lehendabizi, IV.1 irudiko 4 itemeko orrialdea irekitzeko eskatu zitzaaien haurrei.

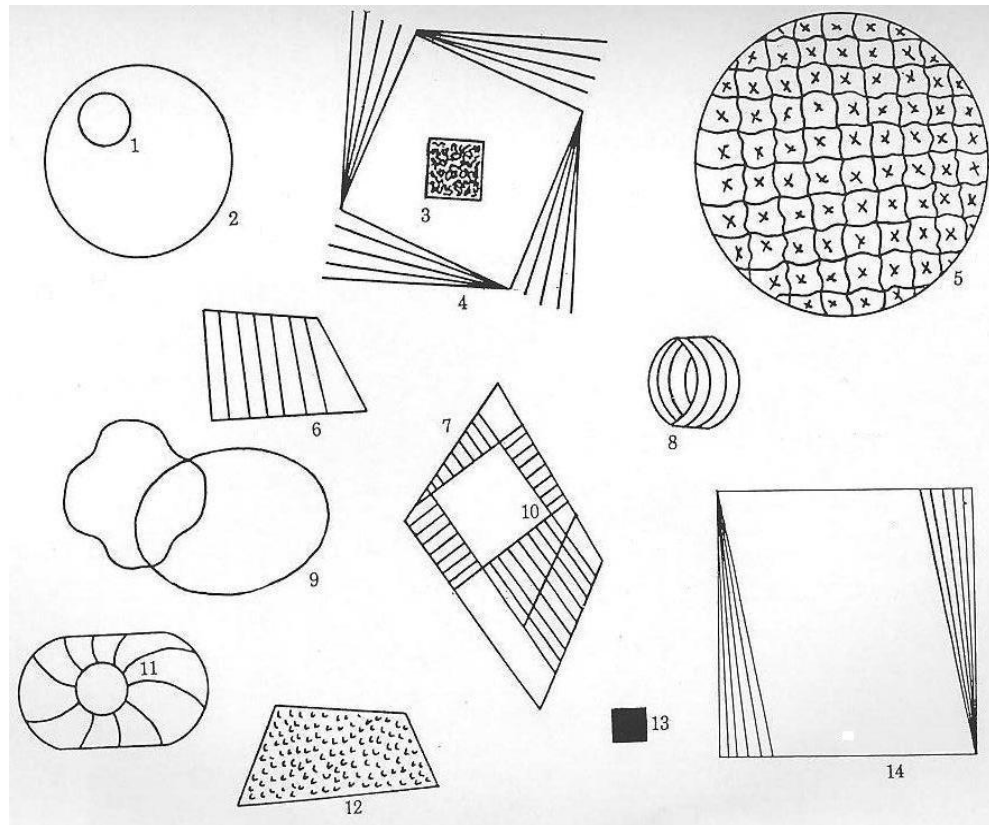


IV.1 Irudia. Irudi-hondoaren pertzepzioa neurtzeko lehenengo 4 itemak (Frostig, 1988).

Lehenengo irudian, triangelua urdinez “gainetik markatu” behar da. Bigarren irudian, laukizuzena edo kutxa itxurako irudia urdinez “gainetik markatu” behar da. Hirugarrenean, gurutzea; eta laugarrenean ilargia. Guztietan, lehendabizi, markatu behar zituzten lau irudien ereduak erakutsi genizkien folio banatan, garbi izateko zein zen eredu bakoitza.

Koadernoko hurrengo orrialdeko beste 4 itemetan ere antzeko lana burutu genuen.

Iraunkortasun pertzeptuala neurtzeko 32 itemeko froga pasa genien ikasleei, bi orritan banatuta (14 lehenengoan eta 18 bigarreanean). IV.2 irudian agertzen dira frogaren lehenengo orriko 14 irudiak.

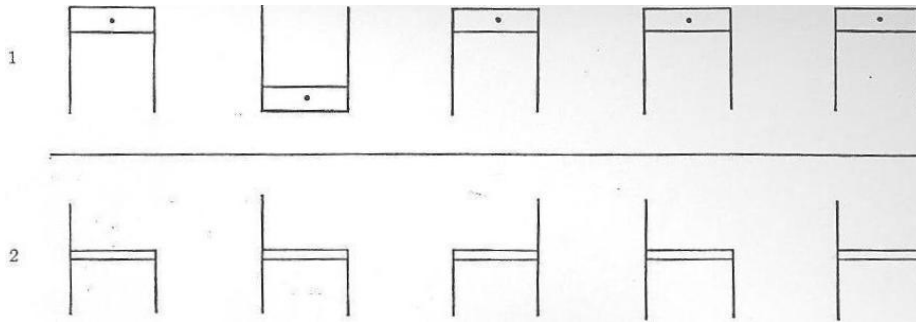


IV.2 Irudia. Iraunkortasun pertzeptuala neurtzeko froga (Frostig, 1988).

Ikasleei, lehendabizi, zirkunferentziaren eta karratuaren irudiak erakutsi zitzaizkien folio banatan; elipsearekin eta laukizuzenarekin desberdintzeko eskatu zitzaien. Lehenengo 14 irudietan, topatzen zituzten zirkunferentzia guztiak urdinez markatzeko eskatu zitzaien. Eta ondoren, karratu guztiak gorritz markatzeko.

Hurrengo orrialdeko 18 irudietan gauza berbera egin behar zuten, baina, kasu honetan, ereduak erakutsi gabe.

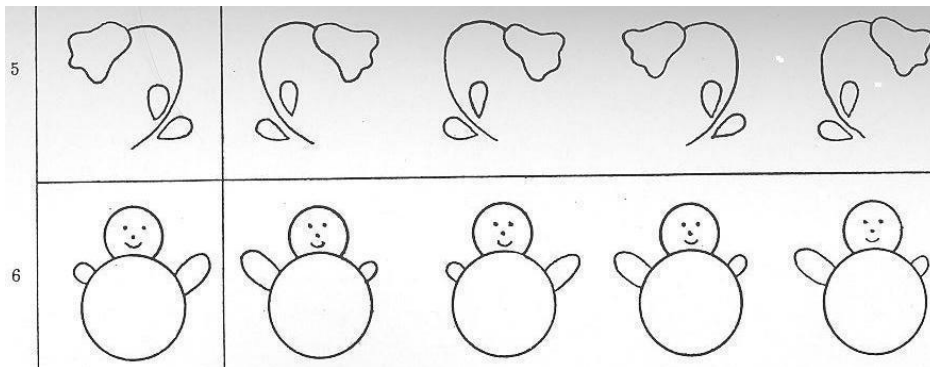
Espazioko posizioaren pertzepzioa gaitasuna neurtzeko 8 itemeko froga pasa zitzaien ikasleei. Galdetegiaren lehenengo orrian IV.3 irudian agertzen diren moduko 4 item agertzen ziren.



IV.3 Irudia. Espazioko posizioaren pertzepzioa neurtzeko galdetegia (Frostig, 1988).

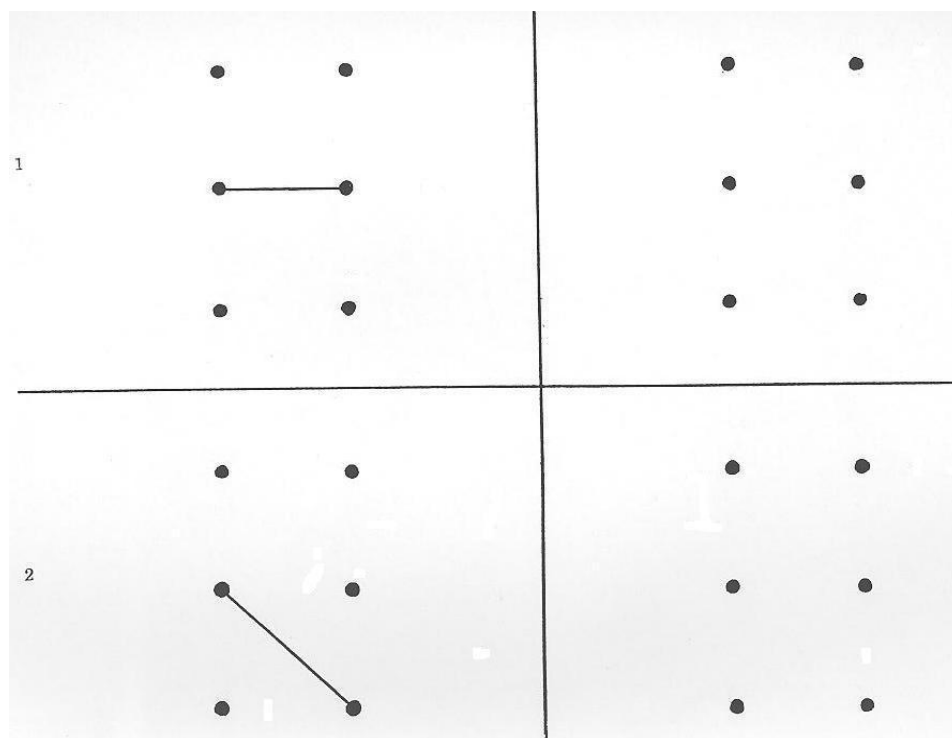
Lerro bakoitzean agertzen diren bost marrazkietatik desberdina dena markatzeko esan zitzaien ikasleei.

Ondoren, hurrengo orriko 4 itemak egiteko eskatu zitzaien; hau da, ezkerrean dagoen ereduaren berdina markatzeko esan zitzaien. Ondoko irudian hoietariko bi ikus ditzakegu:



IV.4 Irudia. Espazioko posizioaren pertzepzioa neurtzeko galdetegia (Frostig, 1988).

Ikasleei banatutako koadernoetako azken froga, **erlazio espazialen pertzepzioa** neurtzeko balio duena da. 8 item ditu, errazenetik zailenera ordenatuak. Ondokoak lehenengo bi itemak dira:



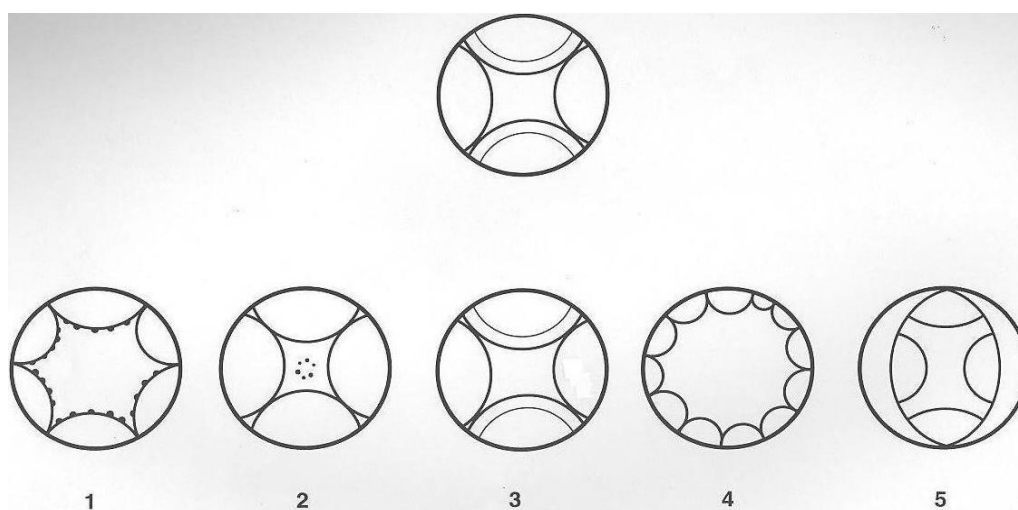
IV.5 Irudia. Erlazio espazialen pertzepzioa frogako lehenengo bi itemak (Frostig, 1988).

Ezkerraldean ikusten den irudi berbera eskuinaldeko puntuetan egiteko eskatu zitzaien ikasleei.

Aurretik esan bezala, lau galdetegi hauek egiteko ez zen denbora zehatzik eman. Hau da, ikaslearen gehiengoak galdetegi bukatu zuenean, hurrengora pasatzen ginen. Norbaitek ez bazuen bukatu, jarduera zegoen horretan utzi eta hurrengora pasatzeko eskatzen zitzaion. Lau galdetegi hauek talde osoan batera pasa ziren, ia beti bi arduradunekin, behar ziren azalpenak emateko eta suertatu zitezkeen zalantzak uxatzeko; eta orokorrean, ordu beteko iraupena izan zuen gela bakoitzean.

Azken bi probak egiteko, arratsaldean, ikasleak banaka-banaka deitu genituen. Gutxi gora behera, ikasle bakoitzarekin 10 bat minutu behar izan genituen bi galdetegiak egiteko.

Bereizketa bisuala neurtzeko galdetegiak 16 item ditu guztira. Haurrari adibide bat erakutsi ondoren, lehenengo itema erakusten zitzaion (hurrengo irudian ikus daiteke). Goian dagoen ereduaren berdina zein den esan behar zuen haurrak, eta hatzarekin seinalatu behar zuen erantzun zuzena.

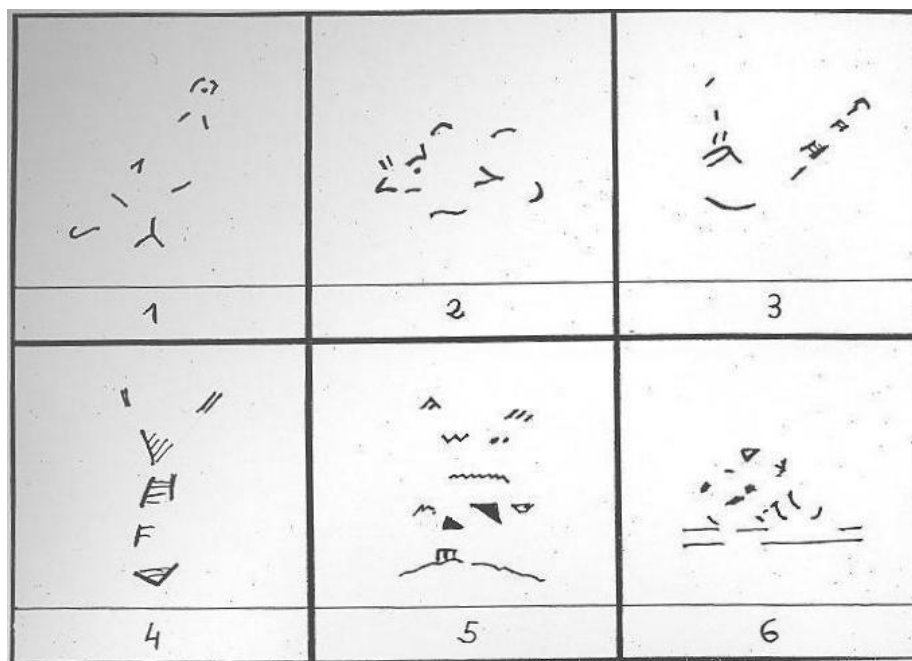


IV.6 Irudia. Bereizketa bisuala neurtzeko lehenengo itema (Martin, 2006).

Ondoren, hurrengo orria erakutsi, eta 2. itema egin behar zuen haurrak. Bitartean, bere erantzunak beste taula batean jaso genituen; 3 item segidan gaizki erantzuten bazituen, ez zituen gehiago egin behar, eta hurrengo frogara pasatzen ginen. Ez bazituen inoiz 3 item segidan gaizki egiten, 16 itemak osatu behar zituen.

Froga honetan garrantzitsua da irudiak handiak izatea, irudien arteko desberdintasun guztiak haurrak ongi ikusi ahal izateko. Horregatik, orrialde bakoitzean item bakarra dator, eta hau da laguntzailearekin eta haurrak bakarka hartuta egitearen arrazoia; haurrak orriak banaka-banaka pasatzerakoan denbora asko galduko bailuke, eta bere horretan arreta galtzeko eta oharkabetzeko arriskua handituko bailitzateke.

Eta azkenik, **itxidura abiadura** neurtzeko galdetegia aztertuko dugu. 20 itemeko froga da; ondorengoak dira lehenengo seiak:



IV.7 Irudia. Itxidura abiadurako lehenengo itemak (Arrieta, 2006).

Kasu honetan, erdi ezabatuta dagoen irudian zer ikusten den esan behar zuen haurrak. Irudia bakarka erakutsi (besteak folio zuriekin estaliz) eta “zer ikusten duzu?” moduko galderak egin zitzaizkien haurrei. Haurraren erantzunak, beste taula batean idatzi genituen. Haurrak ez bazuen ezer ikusten, hurrengo irudira pasatzen ginen. Froga hau egiteko ere, ezinbestekoa da haurrak bakarka hartuta eta laguntzailearekin egitea, adin horretan oraindik haur gehienak ez baitira idazteko gai, eta beraz, laguntzaileak idazten zituen haurrak emandako erantzunak.

Ondoren, Anoetako ikastolarekin modu berean jokatu genuen. Bertan gela bakarra zegoenez, egun batean egin genuen guztia (jarraian egin genituen bi froga-multzoak). Lehendabizi gelan, talde osoarekin lehenengo lau

galdetegiak egin genituen, eta ondoren, alboan zegoen bilera gela batean, bakarkako bi frogak pasa genizkien.

IV.2.5 Datuen analisisa

Kalkulu guztiak SPSS programa estatistikoarekin egin dira.

Frostig eta Horne-n ereditik sortutako gure ereduari dagokionez, galdetegiak zuzendu ondoren, kalkuluak ondoko moduan egin dira:

Irudi-hondoaren pertzepzioa (IHP) galdetegian, gainetik ondo markatutako irudi bakoitzagatik puntu 1 eman zaio, gaizki egindakoagatik 0 puntu; horretaz gain, azken bi itemetan, irudi okerren bat markatzeagatik puntu 1 kendu zaio. Puntuazio maximoa 20 puntukoa da.

Iraunkortasun pertzeptuala (IP) neurtzeko galdetegiari dagokionez, antzeko moduan zuzendu da: puntu 1 ondo markatutako irudi bakoitzagatik, 0 gaizki markatutakoengatik eta puntu 1 kendu zaio zirkunferentzia edo karratua ez den eta markatu duen irudi bakoitzagatik. Kasu honetan, puntuazio maximoa 17 da.

Espazioko posizioaren pertzepzioa (EPP) galdetegian berriz, 8 item daude eta ondo egindako bakoitzagatik puntu 1 eta gaizki egindakoengatik (edo egin gabe utzitako bakoitzagatik) 0 puntu eman dira. Puntuazio maximoa 8koa da.

Erlazio espazialen pertzepzioa (EEP) galdetegiari dagokionez, aurreko galdetegiko zuzenketa berbera egin da; beraz, hemen ere puntuazio maximoa 8koa da.

Eta azkenik, **bereizketa bisualeko (BB)** galdetegian, puntu 1 eman zaio ondo egindako bakoitzagatik eta 0 gaizki egindako edo egin gabe utzitako item bakoitzagatik. Puntuazio maximoa 16 da kasu honetan.

Horretaz gain, ahalmen espazialaren puntuazio maximotzat 100 hartuko dugu, beste ikerketetan lortutako emaitzekin konparaketak errazagoak izateko. Eta beraz, galdetegi bakoitzean lortutako puntuazioa 100-era pasa

beharko dugu:

$$IHP = (100 \times \text{lorrutako puntuazioa}) : 20$$

$$IP = (100 \times \text{lorrutako puntuazioa}) : 17$$

$$EPP = (100 \times \text{lorrutako puntuazioa}) : 8$$

$$EEP = (100 \times \text{lorrutako puntuazioa}) : 8$$

$$BB = (100 \times \text{lorrutako puntuazioa}) : 16$$

Ondorioz, Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala (AHESP) neurtzeko ondoko formula erabili da (maximoa 100):

$$AHESP = \frac{IHP + IP + EPP + EEP + BB}{5}$$

Bestalde, Carroll-en bi faktoreko ereduan, aurretik esan bezala, Frostig eta Horne-n eredutik sortutako gure ereduko **Bereizketa bisualaren (BB)** puntuazioa erabiliko da pertzepzio abiadura neurtzeko. **Itxidura abiadura (CS)** neurtzeko, berriz, honela egin dira kalkuloak (100eko puntuazioa edukitzeko):

$$CS = (\text{asmatuen kopurua}) \times 5$$

Eta ondorioz, Carroll-en ereduan oinarritutako ahalmen espaziala (AHESP2) neurtzeko formula hurrengoa da (maximoa 100):

$$AHESP2 = \frac{CS + BB}{2}$$

IV.3 Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialaren azterketa

IV.3.1 Lagina

Maila honetan, Arrieta-k 2003-an hasi zuen ikerketari jarraipena eman diogu, beraz, lehendabizi azter dezagun berak egindako lana eta aukeratutako lagina:

Arrieta-k ahalmen espazialaren neurketaren bi ikerketa hasi zituen 2003 urtean. Alde batetik zeharkako ikerketa bat, eta bestetik, ikerketa longitudinala. Zeharkako ikerketa egiteko 2003-an 7/8, 9/10, 11/12, 13/14 eta 15/16 urte zituzten ikasleak aukeratu zituen. Hau da, Lehen Hezkuntzako 2., 4. eta 6. mailako ikasleak eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 2. eta 4. mailako ikasleak aztertu zituen.

Ikerketa hori egiteko Gipuzkoako ikastoletako ikasleen lagin esanguratsu bat aukeratu zuen. Horretarako, ahalik eta multzo uniformeena hartzen saiatu zen, guztien ikaskuntza ama hizkuntzan izanik, metodologia banaketa ahalik eta txikiena izanik, etb.

Gipuzkoako ikastola guztietatik modu horretako lagin esanguratsua lortzeko, metodo estratifikatu proportzional bietapikoa eta konglomeratua erabili zuen (Azorín Poch eta Sánchez Crespo, 1986; Díaz Godino, Batanero eta Cañizares, 1989), zatiketa-irizpide bezala bailaraka, ikastolak bailaraka eta gela kopurua ikastolako (gelak bailaraka) ezarriz, hurrenez-hurren, eta 2. etapa batean zentroen tamainaren arabera ezarriz. %5-eko errorearekin, lagina osatzeko kurtso bakoitzeko 17 gela behar ziren.

Beraz, lehendabizi ikastolak zoriz aukeratu ziren, eta ondoren ikastola bakoitzeko gelak. Hala ere, Arrieta-k (2006) baieztatzen duen moduan, zuzendariak galdetegiak gela guztietan pasatzea eskatu zuten, nahiz eta gero lagin esanguratsurako behar zirenak soilik kontuan hartu.

Esan bezala, beraz, Arrieta-k guztira Gipuzkoako zazpi ikastolekin egin zuen lan, bailara bakoitzeko ikastola bana, alegia:

1. Bidasoa: Txingudi ikastola (Irun)
2. Donostialdea: Santo Tomas lizeoa (Donostia)
3. Tolosaldea: Herri ikastola (Anoeta)
4. Goierri: Haztegi ikastola (Legazpi)
5. Deba Garaia: Arizmendi ikastola (Arrasate)
6. Urola Kosta: Salvatore Mitxelena ikastola (Zarautz)
7. Deba Behera: Goizeko Izarra ikastola (Mutriku)

Hona hemen ikastola bakoitzeko datuak:

IV.2 Taula

Arrieta-k zeharkako ikerketan aukeratutako lagina (Arrieta, 2006)

ZEHARKAKO IKERKETA - 2003											
Ikastola	LH2		LH4		LH6		DBH2		DBH4		Guztira
	N	M	N	M	N	M	N	M	N	M	
Txingudi	41	37	49	37	46	41	32	34	28	43	388
S. Tomas	34	39	38	41	42	40	50	49	47	53	433
Anoeta	11	14	12	21	10	14	12	5	5	7	111
Haztegi	17	17	19	13	16	22	18	22	28	22	194
Arizmendi	22	20	22	29	27	31	23	38	31	23	266
S. Mitxel.	42	33	22	23	20	18	26	27	-	-	211
G. Izarra	10	16	5	12	17	12	13	10	15	14	124
Guztira	177	176	167	176	178	178	174	185	154	162	1727

N: Neska M: Mutila

Bestalde, atalaren hasieran esan dugun moduan, Arrieta-k ikerketa longitudinala ere abian jarri zuen urte hartan; ikerketa hori, 2003an Lehen Hezkuntzako 2. mailan zeuden ikasleekin hasi zuen. Guk ikerketa horri eman

diogu jarraipena, beraz, lagina mantendu egin dugu: 353 ikasle (ikus aurreko IV.2 taulan belztutako datuak). Ikasle berberei bi urtetik behin pasa genizkien galdetegiak: 2005ean LH4ean zeudenean, 2007an LH6an, 2009an DBH2n eta 2011ean DBH4n zeudenean.

Esan beharra dago, urteak aurrera joan ahala, lagina zertxobait aldatzen joan dela, ikasle batzuk errepikatu egin dutelako eta beste ikasle berriak laginean sartu direlako. Gure ikerketa lagin osoarekin egin dugu, hau da, joan diren ikasleak kenduta eta etorri diren berriak gehituta. Ahalmen espazialaren neurketa eta bilakaera aztertzeko, ikasle guztiak kontuan hartzeak lagina adierazgarriagoa egiten duela iruditu baitzaigu.

Aukeratu zitekeen LH2n hasi eta DBH4 arte mantendu diren ikasleen lagina soilik, baina, kasu horretan, ikasle hobeagoen selekzioa izango litzateke (errepikatzailak aurreko mailetan geratzen joan direlako). Gainera, selekzio horretan lagina txikiagoa izango litzateke, urtez-urte maila gainditu dutenek soilik osatuko luketelako.

IV.3.2 Aldagaiak

Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko, aurretik ikusi dugun moduan, Carroll-en (1993) eredu erabiliko dugu. Gogora ditza-gun eredu horretan, ahalmen espazialaren bost faktoreak:

1. **Bistaratzea (VZ)**: bi edo hiru dimentsiotan ikuste ereduak mentalki berregiteko (sortzeko, desegiteko, tolesteko, garatzeko,...) gaitasuna.
2. **Erlazio espazialak (SR)**: bi edo hiru dimentsiotan nahiko sinpleak diren ikuste-ereduak mentalki biratzeko gaitasuna.
3. **Itxidura malgutasuna (CF)**: irudi bat gogoan gordetzeko gaitasuna, ondo definituriko beste irudi batzuekin ezberdindu ahal izateko.
4. **Itxidura abiadura (CS)**: bestelakoa dirudien pertzepzio eremu bat irudi bakar batean lotzeko azkartasuna.
5. **Pertzepzio abiadura (P)**: ikuste-eredu ezagun bat aurkitzeko azkartasuna.

IV.3.3 Frogak

Gaitasun horiek guztiak neurtzeko, hezkuntza matematikoaren ikerkuntzan tradizio handia duten eta analisi faktorialaren bermea duen Carroll-en eremuan oinarritutako galdetegiak sortu zituen Arrieta-k (2006), euren balidezia eta fidagarritasuna kontrastuak izan zirelarik. Ondokoak dira galdetegiak:

- **Bistaratzea (VZ):** Solidoen garapenei buruzko proba. 20 item ditu eta 8 minututan egin behar da (ikus 2A Eranskina).
- **Erlazio espazialak (SR):** Irudi lauen errotazioari buruzko proba. 20 item ditu eta 6 minututan egin behar da (ikus 2B Eranskina).
- **Itxidura malgutasuna (CF):** Konfigurazio konplexuetan dauden irudien identifikazioari buruzko proba. 12 item ditu eta 9 minututan osatu behar da (ikus 2C Eranskina).
- **Itxidura abiadura (CS):** Haur Hezkuntzako ikasleekin erabilitako galdetegi berbera: osatu gabe dauden irudien identifikazioari buruzko proba. 20 item ditu eta 4 minututan egin behar da (ikus 2D Eranskina).
- **Pertzepzio abiadura (P):** Irudi berdinen identifikazioari (berdinak ez direnen artetik) buruzko proba. 48 item daude eta 2 minutu daude proba bukatzen saiatzeko (ikus 2E Eranskina). Galdetegi hau Haur Hezkuntzako ikasleekin ezin izan dugu erabili irudiak txikiak direlako, eta, ondorioz, maila horretan pasatzeko egokia ez delako (Martin, 2006).

Beraz, guztira 29 minutu behar dira bost probak egiteko; baina azalpenak ematen, adibideak egiten, etab. pasatzen den denbora batuz 45-50 bat minutu behar dira ikasle talde bakoitzarekin (klase saio batean egiteko egokia, beraz).

Bestalde, eta aurretik aipatu dugun moduan, bost galdetegi horietatik bi bakarrik aplikatu daitezke 11/12 urte baino gutxiago dituzten ikasleetan. Beraz, ikasle horiekin 20-25 minutu nahikoak izango dira galdetegiak pasatzeko.

IV.3.4 Prozedura

Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko prozedura Haur Hezkuntzakoekin jarraitutakoa baino sinpleagoa izan da, alde batetik, kasu honetan galdetegi guztiak talde osoan pasatzea nahikoa zelako eta horretarako talde bakoitzarekin klase-saio bat erabili behar izan dugulako, eta bestetik, luzeagoa, laginaren tamaina askoz handiagoa zelako, ikastola desberdin kopuru handiagoarekin.

Baina, bestela, jarraitutako prozedura antzekoa izan da:

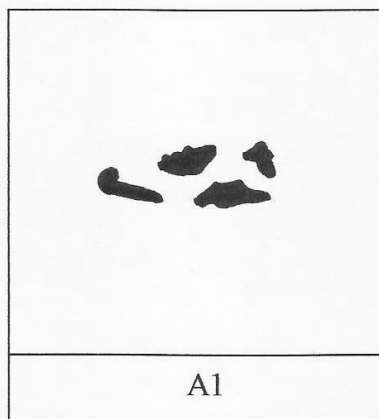
Lehendabizi, ikastoletako zuzendaria eta orientatzailearekin harremanetan jarri eta gure ideia azaldu genien. Ondoren, galdetegiak pasatzeko egunak eta orduak zehaztu genituen. Ikastola txikietan, egun bakarrean pasa genituen galdetegiak, baina, handietan, egun bat baino gehiagotan ere joan behar izan genuen.

LH2-ko ikasleei Carroll-en bi faktoreko ereduan (CS eta P) oinarritutako galdetegiak pasa genizkien. Horretarako, ikasle bakoitzari koaderno bana eman genien. Lehendabizi, beraien datuak betetzeko eskatu genien: izen-abizenak, adina, sexua, maila, taldea, ikastolaren izena eta data.

Ondoren, lehenengo galdetegian, itxidura abiadurarenean (CS), zer egin behar zuten azaldu genien. Denok batera IV.8 Irudiko bi adibideak egin eta zalantza guztiak argitu genituen.

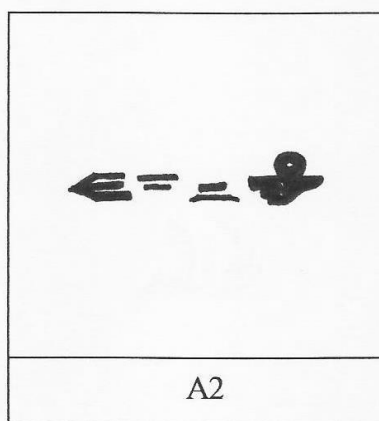
Azkenik, 4 minututan galdetegia egiteko eskatu genien. Item-en bat egin ez bazekiten, hutsik utzi eta hurrengora pasatzeko aholkua eman genien.

1. adibidea: **Zer da irudi hau?**



Zapata dela asmatu behar duzu. Eraitza **erantzun-orrian idatzi**.

2. adibidea: **Zer da irudi hau?**

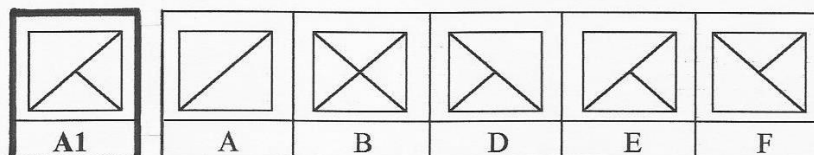


Ezpata dela asmatu behar duzu. Eraitza **erantzun-orrian idatzi**.

IV.8 Irudia. Itxidura abiadura (CS) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).

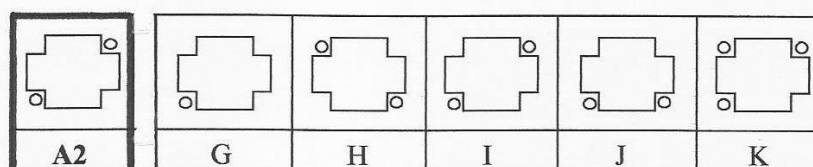
Ondoren, bigarren galdetegiari ekin genion. Berriz ere lehendabizi galdetegian zer egin behar zuten azaldu eta ondoko bi adibideak denok batera egin genituen:

1. adibidea: Zein da ereduaren berdina?



Bakarra da ereduaren berdina. Emaita **E** da.
Beraz letra hori **X** batez markatu behar duzu **erantzun-orrian**.

2. adibidea: Zein da ereduaren berdina?



Bakarra dago ereduaren berdina. Emaita **I** da.

IV.9 Irudia. Pertzepzio abiadura (P) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).

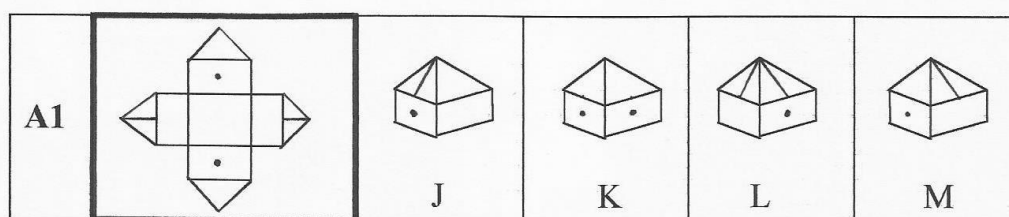
Jarraian, 2 minututan ahal zuten item gehien egiteko eskatu genien.

LH6, DBH2 eta DBH4ean zeudenean ere prozedura berbera jarraitu genuen, baina kurtso horietako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko 5 faktoreko ereduari oinarritu ginen. Kasu horietan, ikasleei galdetegiaren osatutako koaderno bat eta erantzun orri bat eman genizkien.

Aurreko mailetan ez bezala, erantzunak ez zituzten koadernoetan idatzi behar, erantzun orrietan baizik (aurreko urteetan ez genuen prozedura hori jarraitu, ikasleak, adin txikiagokoak izanik, zailtasunak izango zituztelako emaitzak koadernoetatik kanpo idazteko, eta modu horretan, transkripzio erroreak saihestu nahi genituen).

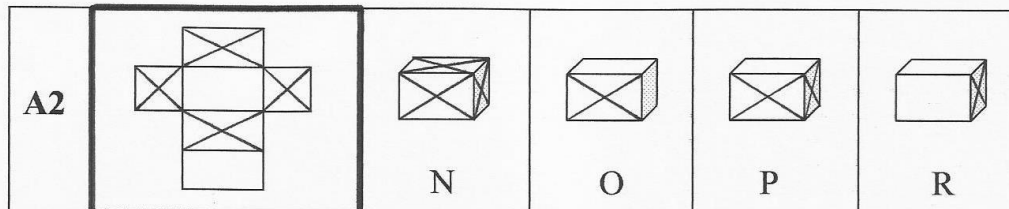
Beraz, lehenengo urratsa, erantzun orrietan ikasleen datuak betetzea izan zen. Ondoren, koadernoak ireki eta lehenengo galdetegia azaldu genien. Ondoko bi adibideak ere denon artean egin genituen:

1. adibidea: Zein solido dagokio ereduari?



Eredua interakoan bi puntuak ezin dira elkarren ondoan egon, ezta triangeluetako bi marrak ere. Beraz K eta L ezin dira emaitzak izan. Marrak ezin du puntuaren gainean egon. Beraz J ezin da emaitza izan. **Emaitza posible bakarra M da eta erantzun-orrian X batez markatu behar duzu.**

2. adibidea: Zein solido dagokio ereduari?



Eredua interakoan lau gurutzeak elkarren ondoan geratuko dira. Beraz O eta R ezin dira emaitzak izan. N ez da emaitza bi gurutzeren gainean beste bat duelako. Beraz **emaitza posible bakarra P da eta erantzun-orrian X batez markatu behar duzu.**

IV.10 Irudia. Bistaratzeko (VZ) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).

20 minututan galdetegia amaitzen saiatu behar ziren. Erantzunak, noski, erantzun orrian idatzi behar zituzten.

Ondoren, erlazio espazialeko (SR) galdetegia azaldu eta ondoko adibideak egin genituen guztion artean; aurretik zehaztu dugun moduan, 6 minututan

egin behar zuten galdetegia:

1. adibidea: Zeintzuk dira ereduaren berdinak?

A1	A	B	D	E	F	G	H	I

Lehen adibide honetan 5 dira ereduaren berdinak: **A, D, E, F eta H**, hau da, paperetik atera gabe eta eredu biratuz lortu daitezkeenak. Beraz, letra horiek **X** batez markatu behar dituzu **erantzun-orrian**.

2. adibidea: Zeintzuk dira ereduaren berdinak?

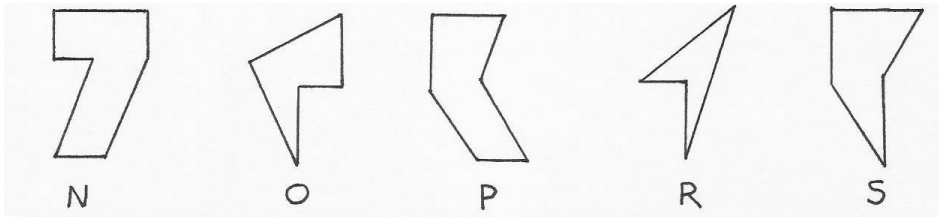
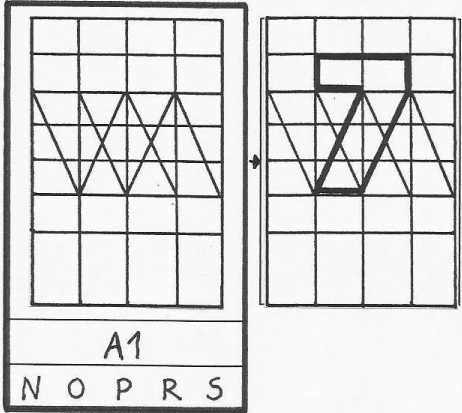
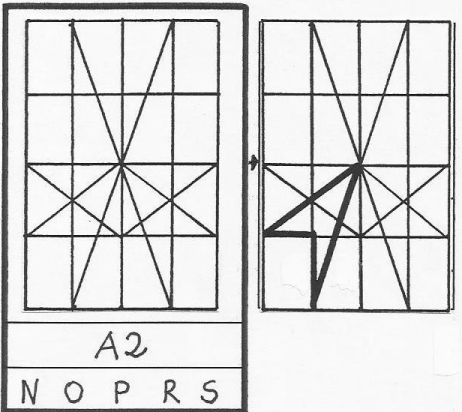
A2	J	K	L	M	N	O	P	R

Bigarren adibide honetan 4 dira ereduaren berdinak: **K, M, O eta R**, hau da, paperetik atera gabe eta eredu biratuz lortu daitezkeenak. Beraz letra horiek **X** batez markatu behar dituzu **erantzun-orrian**.

IV.11 Irudia. Erlazio espazialak (SR) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).

Ondoren, itxidura malgutasuneko (CF) galdetegian zer egin behar zuten azaldu eta hurrengo adibideak egin genituen (ikus IV.12 Irudia). Galdetegi hau egiteko 9 minutu utzi genizkien.

Eta azkenik, itxidura abiadura (CS) eta pertzepzio abiadurako (P) galdetegiak azaldu eta eginarazi genizkien, aurretik azaldu dugun modu berdinean (ikus IV.8 eta IV.9 irudiak).

	
1. adibidea: Zein dago eredu honetan?	
	
Adibide honetan N dago ezkutaturik. N letra markatu behar duzu X batez	
2. adibidea: Zein dago eredu honetan?	
	
Adibide honetan R dago ezkutaturik. R letra markatu behar duzu X batez	

IV.12 Irudia. Itxidura malgutasuna (CF) galdetegiko adibideak (Arrieta, 2006).

IV.3.5 Datuen analisia

Kalkulu estatistikoak SPSS eta STATS programa informatikoekin egin dira.

Carroll-en bi faktoreko ereduko galdetegiari dagokienez, zuzendu ondoren, kalkuluak ondoko moduan egin dira:

$$\text{asmatutako item kopurua} - \frac{\text{akats kopurua}}{\text{erantzun posible kopurua} - 1}$$

Galdetegietan egindako akatsak “zigortu” egiten dira itemek erantzun anizkoitza duten kasuetan; horrekin, zoriz asmatzeko probabilitatea kentzen zaio. Erantzun posibleen kopurua, berriz, galdetegien arabera, hauek dira:

- **Itxidura abiadura (CS):** erantzun librea; zigorrik ez.
- **Pertzepzio abiadura (P):** bost erantzun posible.

Horretaz gain, galdetegiak gehienez 100eko puntuazioa dute, beste ikerketetan lortutako emaitzekin konparaketak errazagoak izan daitezten. Beraz, faktore bakoitzaren puntuazioa ondoko moduan kalkulatu da:

$$CS = (\text{asmatuen kopurua}) \times 5$$

$$P = [(\text{asmatuen kopurua} - (\text{akats kopurua} : 4)) \times 100] : 48$$

Eta ondorioz, ahalmen espaziala (AHESP2) neurtzeko formula hurrengoa da:

$$AHESP2 = \frac{CS + P}{2}$$

Modu berean egin dira kalkuloak Carroll-en bost faktoreko ereduan oinarritutako ahalmen espaziala neurtzeko. Aurretik aipatutako bi faktoreez gain, besteen erantzun posibleen kopuruak ondokoak dira:

- **Bistaratzea (VZ):** lau erantzun posible.
- **Erlazio espazialak (SR):** bi erantzun posible.
- **Itxidura-malgutasuna (CF):** bost erantzun posible.

Ondorioz, faktore horien puntuazioak modu honetan kalkulatu dira:

$$VZ = (\text{asmatuen kopurua} - (\text{akats kopurua} : 3)) \times 5$$

$$SR = (\text{asmatuen kopurua} - \text{akats kopurua}) \times 100 : 160$$

$$CF = (\text{asmatuen kopurua} - (\text{akats kopurua} : 4)) \times 100 : 12$$

Eta beraz, ahalmen espaziala (AHESP) neurtzeko formula ondokoa da:

$$AHESP = \frac{VZ + SR + CS + CF + P}{5}$$

IV.4 Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren azterketa

IV.4.1 Lagina

Ikerketa hau aurrera eramateko Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleak aukeratu ditugu, bertako ikasleek beste ikasketa batzuetakoak baino (psikologiakoak, filologiakoak, zuzenbidekoak, magisteritzakoak, etab.) ahalmen espazial hobea dutela pentsa daitekeelako, eta interesgarria iruditzen zitzaigulako ikasle jakin horien ahalmen espaziala aztertzea.

Aipatutako eskolako bi lagin erabili ditugu: bat, 2005/06 ikasturteko Unibertsitate Eskola Politeknikoko lehenengo kurtsoko 157 ikasleek osatu dute; eta, bestea, bi kurtsu beranduago (2007/08) hirugarren mailan zeuden ikasleek osatutakoa.

Lehenengo laginari helduko diogu lehendabizi:

2005/06 ikasturtean, eskolan zeuden espezialitate desberdinak honakoak ziren:

- Industri Ingeniaritza Mekanikoa.
- Industri Ingeniaritza Kimikoa.
- Industri Ingeniaritza Elektrikoa.
- Industri Ingeniaritza Elektronikoa.
- Herri Lanak.
- Arkitektura Teknikoa.

Sei espezialitate horietatik guk lau aukeratu ditugu, ikasleen ahalmen espazialaren mailan desberdintasun handienak egon zitezkeen lau, hain zuzen. Ingeniaritza Mekanikoko, Elektrikoko eta Elektronikokoak multzo berean sartu ditugu, irakasgaiak kontuan hartuta, ikasketa antzekoak direlako; beraz, hortik bakarra aukeratu dugu, komenentziaz: Ingeniaritza Mekanikoa. Falta diren beste hiru espezialitateak kontuan hartzea erabaki genuen, Ingeniaritza Kimikoko ikasleek ahalmen espazialean guztietan maila baxuena edukiko luketela aurreikusiz, eta aitzitik, Herri Lanekoek eta Arkitektura Teknikoek ahalmen espazialean maila altuena eduki zezaketela suposatuz. Beraz, interesgarrienak iruditu zitzaizkigun ikasleak ikerketa hau egiteko Ingeniaritza

Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren azterketa 123

Mekanikoko, Ingeniaritza Kimikoko, Herri Lanetako eta Arkitektura Teknikoko ikasleak izan ziren.

Ikasle horien gehiengoak 18-19 urte zituen, errepikatzen ari ziren ikasleak salbu (edo beste karrera edo lan batetik zetozen ikasleak salbu). Espezialitate bakoitzeko ikasleen banaketa ondokoa izan zen:

- Ingeniaritza Mekanikoko ikasleak: 47 ikasle.
- Ingeniaritza Kimikoko ikasleak: 20 ikasle.
- Arkitektura Teknikokoak: 57 ikasle.
- Herri Lanetako ikasleak: 33 ikasle.

Hau da, guztira 157 ikasle.

Bestalde, hasieran esan dugun moduan, frogak bi kurtsotan pasa dira: lehenengoa, 2005/06 kurtsotan eta, bigarrena, bi urte beranduago, 2007/08 kurtsotan. Azter dezagun orain bigarren lagin hori:

Aukeratutako lagina bi kurtsotan berbera izan da, hau da, ikasle berei pasa zaizkie galdetegiak, lehendabizi 1. mailan zeudenean, eta gero, 3. mailan zeudenean. Hala ere, bigarren lagina zertxobait aldatu da, lehenengo lagineko ikasle batzuk errepikatu egin zutelako, edota aurreko urteetan errepikatu eta 3. mailan zeuden ikasle “berriak” ere sartu direlako laginean.

Horietatik 51 izan dira bi laginetan parte hartu duten ikasleak. Bi laginetan lortutako emaitzak konparatzeko, lagin osoa har dezakegu, hau da, 1. go mailako 157 ikaslek eta 3. mailako 95 ikaslek osatutakoa. Baina kasu honetan, interesgarriagoa iruditu zaigu lagin mugatuarekin lan egitea. 51 ikasle horiek, karrera kurtsoz kurtsu gaintitu dutenak direlako, eta errepikatzen geratu direnak, edo aurretik errepikatu eta orain 3. kurtsotan daudenak, kontuan hartu gabe geratuko direlako modu horretan.

Derrigorrezko Hezkuntzako kasuan, lagin osoarekin lan egitea erabaki dugu eta ez “selekzioarekin”. Kasu horretan, ahalmen espaziala neurtu eta bere bilakaera aztertzeko, Gipuzkoa osoko lagin esanguratsu batekin (ikasle-maila desberdineko lagina aukeratuz) lan egitea egokiagoa iruditzen zaigu. Gainera, helburuetan ikusi dugun bezala, lagin horrekin ahalmen espazialeko

baremoak zehaztu nahi ditugu eta, horretarako, beharrezkoa da lagin osoarekin lan egitea.

Eskola Politeknikoko laginaren kasuan, berriz, helburuak bestelakoak dira. Dagoeneko lagina “berezia” da, normalean, eskola horretako ikasleek beste ikasketetakoak baino ahalmen espazial altuagoa edukiko dutelako; eta beraz, lagin hori dagoeneko “selekzio” bat da. 1.go mailako eta 3. mailako ikasleen ahalmen espazialaren konparaketa egiterakoan, ahalmen espazialeko maila altu hori gehiago hobetzen den ala ez ikusi nahi dugu, eta horretarako, 51 ikasleko lagin murriztuarekin, ondorio zehatzagoak lortuko ditugula uste dugu. Hau da, ahalmen espazial altuko ikasleen artetik “hoberenak” aukeratuz (karrera kurtsoz kurtso gainditu dutenak, alegia), eta ikasle horiek ahalmen espazialean maila handiagotzen duten ala ez aztertzeak zeresan handiagoa emango duelako, beste ikasleak aukeratuz baino.

Ondorengo taulan ikus daitezke bi laginetako datuak:

IV.3 Taula

Bi laginetako datuak.

Espezialitatea	1. maila (2005/06)			3. maila (2007/08)			Bi kurtsoak		
	Neska	Mutila	N	Neska	Mutila	N	Neska	Mutila	N
Arkitektura t.	26	31	57	14	16	30	9	12	21
Herri lanak	17	16	33	1	17	18	0	7	7
I. Mekanikoa	11	36	47	13	21	34	6	8	14
I. Kimikoa	14	6	20	9	4	13	8	1	9
Guztira	68	89	157	37	58	95	23	28	51

Gure asmoa, ikasle horien guztien ahalmen espazialak hobekuntzarik izan duen aztertzea izan da, eta horrekin batera, ezaugarri desberdinen arteko konparaketak egitea, helburuetan aipatu dugun moduan.

Azken finean, gure ikerketaren oinarria ahalmen espazialaren neurketa eta bilakaera aztertzea da, eta, horri lotuta, interesgarria iruditu zaigu estra-

Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren azterketa 125

tegien bidea ere aztertzea.

Horrela, ahalmen espazialeko zereginetan erabilitako estrategiak aztertzeko 157 ikasle horietatik zoriz 12 aukeratu ditugu. Estrategiak aztertzeko, beharrezkoa da ikasleekin bakarka elkarrizketa egitea, eta horrek lagin murritza eskatzen du.

Aipatutako 12 ikasle horiek bi aldagai kontuan hartuta aukeratu genituen: bata, ikasle bakoitzaren ahalmen espazialean lortutako maila eta, bestea, ikaslearen sexua.

Horretarako, lehendabizi, aurretik egindako galdetegiak zuzendu eta ikasle guztiak hiru mailatan bereizi genituen: ahalmen espazial altua zuten ikasleak, ahalmen espazialean maila normala zutenak eta normala baino baxuago zutenak. Bereizketa horiek datu guztien batezbestekotik desbidazio tipiko bat gora eta behera hartuta lortu ditugu. Ondoren, hiru multzo horietako ordezkariak egotea nahi genuen elkarrizketak egiterakoan, erabilitako estrategiak eta ahalmen espazialean norberak duen mailak erlazioa izan dezaketela uste baikenuen. Eta horrexegatik, zoriz, multzo bakoitzetik launa ikasle aukeratu genituen, bi neska eta bi mutil.

Bi kurtso beranduago, ikasle berak elkarrizketatu genituen. Gure ideia, ikasle bereberik elkarrizketatzea izan da, bi kurtsoren ondoren izan duten aldaketa edo joera aztertzeko asmoz. Hala ere, arazoak topatu ditugu ikasle bereberekin harremanetan jartzeko. 12 horietariko bat karrera utzita zegoen; beste bat Bilboko Goi Ingeniaritza Eskolara joanda zegoen; beste bi errepikatzen zeuden, eta, beraz, ez zeuden ahalmen espazialeko galdetegiak pasatzeko bigarren lagin horren barruan. Eta azkenik, bigarren laginean zeuden 8 ikasle horietatik eskolan zeuden lauek pasa zituzten galdetegiak. Beraz, lau horiei egin genizkien elkarrizketak; eta, aurrerago, beste laurekin ere saiatu ginen arren (nahiz eta beraiei galdetegia bigarren aldiz pasa gabe egon), bakararrekin jarri ahal izan genuen harremanetan.

Ondorioz, arazo guzti hauek tarteko, lehenengo lagineko 12 ikasle horietatik 5-ekin errepikatu ahal izan dugu elkarrizketa.

IV.4.2 Aldagaiak

Ikasle hauen ahalmen espaziala neurtzeko Carroll-en bost faktoreko erudian oinarritu gara, beraz, aldagaiak Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialean erabilitako berberak izan dira.

IV.4.3 Frogak

Galdetegiak Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleei pasatako berberak erabili ditugu hemen ere (Arrieta, 2006).

IV.4.4 Prozedura

Froga hauek aurrera eraman ahal izateko Eskola Politeknikoko zuzendari-tzarekin hitz egin genuen, beharrezkoak ziren baimenak lortzeko. Ondoren, galdetegiak pasatzerakoan eragina izan zuten irakasleekin ere hitz egin genuen, ikerketaren nondik norakoak azaldu eta beraien klaseetan galdetegiak pasatzeko zenbat denbora behar genuen finkatuz.

Ondoren, parte hartu behar zuten ikasleei abisua pasa zitzaien. Gutxi gora behera 45 minutu behar izan ziren talde bakoitzari galdetegi guztiak pasatzeko. Eta jarraitutako prozedura Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleekin erabilitako berbera izan zen.

Bestalde, ikasleek zeregin espazialean erabilitako estrategia ezberdinak aztertzeko, esan dugun moduan, zoriz aukeratutako 12 ikasleri banaka elkarrizketatu genituen, galdetegiak zuzendu bezain azkar (galdetegiak pasa eta hilabete inguru beranduago).

Lan hori egiteko, zozketa egin ondoren, aukeratuak izan ziren 12 ikasleekin harremanetan jarri ginen, eta zer egin behar genuen azaldu ondoren, banan-banan elkarrizketak egiteko hitzorduak ezarri genituen.

Elkarrizketak 20-30 minutukoak izan ziren eta kasetean grabatu ziren.

Beharrezkoak ziren azalpenak eman ondoren, ikasle bakoitzari galdetegi bakoitzeko item bat edo bi egiteko eskatu zitzaion: lehenengo itemaren erantzuna okerra bazen, zuzena zein zen esaten genien. Ahal izanez gero erantzun

zuzen hori justifikatzeko eskatzen genien. Ondoren, bigarren item bat egiteko eskatu zitzaien, errazagoa zena (aurretik aukeratu genituen bi itemak), eta aurreko itemarekin egindakoa errepikatu genuen. Gauza bera egin genuen beste galdetegi eta item bakoitzarekin.

Kasu bakoitzean, ariketa nola burutu zuen azaltzeko eskatu zitzaion, aurretik prestatuko protokoloako galderak eginez (ikus 3A Eranskina):

- “Zergatik iruditzen zaizu hori dela erantzuna?”
- “Zein bide jarraitu duzu erantzun horretara iristeko?”
- “Buruan zer imajinatu duzu?”
- “Irudiko zerbait zehatzean fijatu zara ala osotasunean behatu duzu irudia?”
- “Zergatik beste aukerak ez dira zuzenak?”
- “Inoiz egin al zenuen lehendik mota honetako ariketarik?”
- ...

Behar izan ziren galdera guztiak egin genizkion erabilitako estrategia zein zen garbi geratu arte (ikus 3B Eranskina).

Ondoren, elkarrizketa guztiak transkribitu, eta behar diren ondorioak ateratzen saiatu ginen.

Bi kurtso beranduago, guztia errepikatu genuen, bai galdetegiak pasatzeko prozedura, baita elkarrizketena ere.

IV.4.5 Datuen analisisia

Helburu eta emaitza hauek guztiak lortzeko ere kalkulu estatistikoak SPSS programa informatikoarekin egin dira.

Ahalmen espaziala neurtzeko Derrigorrezko Hezkuntzan erabilitako formula berbera erabili da hemen ere.

V. KAPITULUA

Emaizak eta interpretazioa

V.1 Haur Hezkuntzako haurren ahalmen espaziala

III. Kapituluaren ezarri dugun **lehenengo helburua** Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertzea da. Ikus ditzagun lortutako emaitzak eta ondorioak:

V.1.1 Haurren ahalmen espazialaren eredu teorikoa zehazten

Lehenik eta behin, 1.1 helburuari helduko diogu. Bertan, haurren ahalmen espazialaren eredu teorikoa finkatu eta osatu nahi dugu.

Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko bi eredu jarraitu dira: bata, Bickley et al. (1995) ikerlariak proposatutako Carroll-en (1993) eredu murriztua, eta, bestea, Frostig eta Horne-n (1964) eredutik abiatuta guk egokitu duguna. Lehenengo helburuan esan bezala, bi eredu horien arteko konparaketa egin nahi da; Carroll-en ereduak Lehen Hezkuntzatiko eta aurrerako ikasleen eta helduen ahalmen espaziala neurtzeko balio du, eta beraz, helburua da, Carroll-en eredu murriztua eta Frostig eta Horne-n eredutik egokitutakoa baliokideak diren edo ez zehaztea.

Horretarako, lehendabizi bi ereduarekin lortutako emaitzak konparatuko ditugu, eskala berdinean jarriz bi ereduarekin lortutako emaitzak, bietan lortu daitekeen puntuazio maximoa berbera izanik (100 puntu).

Ondoko taulan daude lortutako emaitzak:

V.1 Taula

Eredu bakoitzarekin lortutako emaitzak.

Ahalmen espaziala	N	\bar{X}	D. T.
Frostig-Horne egokitua	96	58,48	9,72
Carroll murriztua (CS, P)	97	25,71	9,62

Jasotako datuekin, Pearson-en korrelazio koefizientea kalkulatu dugu, subjektu berberei pasatzen zaizkielako bi eredu-tako galdetegiak; eta emaitzak esanguratsuki erlazonaturik daudela ikusi dugu ($R = 0,652^{**}$).

Baina eskolako eguneroko praktikan guri gehien interesatzen zaiguna zera da, ikasle batek ahalmen espazial altua, normala edo baxua duen jakitea, laguntza eskeini behar zaion ala ez erabakitzeke. Beraz, ildo horri helduz eta bi aldagaiak banaketa normala jarraitzen dutela jakinik, bi aldagaiak birkodifikatu ditugu ondoko moduan eta V.1 taulako emaitzak kontuan hartuta:

1 (maila baxua dutenak): ahalmen espaziala $\leq \bar{X} - D.T.$

2 (maila normala dutenak): $\bar{X} - D.T. < \text{ahalmen espaziala} \leq \bar{X} + D.T.$

3 (maila altua dutenak): ahalmen espaziala $> \bar{X} + D.T.$

Beraz, ikasle bakoitzak bi eredu-tan lortutako puntuazioekin aldagai berriak sortu ditugu. Modu horretan, bi aldagai berri horien artean desberdintasun esanguratsurik ba ote dagoen ikusiko dugu, eta horrela, aurreko baieztapena (bi ereduak erlazonaturik daudelarena) indartzen dugun ala ez erabaki ahal izango dugu.

Horretarako, heinen zeinuen Wilcoxon proba erabili dugu. Ondokoa da lortutako emaitza:

V.2 Taula

Birkodifikatutako bi eredu-en arteko Wilcoxon proba.

Ahalmen espaziala	Z	p
Frostig-Horne egokitua	1,177	0,239
Carroll murriztua (CS, P)		

p: adierazgarritasun maila

Taulan ikus dezakegunez, ez dago desberdintasun esanguratsurik bi eredu-en artean.

Aurretik, ikasleen puntuazioak bere horretan hartuta, ikusi dugu korrelazio esanguratsua dagoela bi ereduen artean, eta orain, aldagai birkodifikatuekin ereduak baliokideak direla ziurtatu dugu.

Beraz, bi eruedetatik Carroll-ena (CS eta P) aukeratuko dugu Haur Hezkuntzako ikasleen (5-6 urte) ahalmen espaziala aztertzeko, ikasleei pasatzen askoz ere laburragoa eta errazagoa baita (bi galdetegi, bost izan beharrean).

I. Kapituluaz azaldu dugu ahalmen espaziala neurtzeko ez dagoela ezarrita oinarri finkorik, ezta definizio eta kontzeptu bateraturik ere, gaiaren inguruko nahasmena nabaria izanik (Committee on the Support for Thinking Spatially, 2006; Eliot eta Czarnolewski, 2007; Gersmehl, 2005; Gershmel eta Gershmel, 2006, 2007; Maris eta Noriega, 2010; Montello, et al., 1999; Sarasua, 2010).

Guk arazo honi irtenbidea eman nahi izan diogu; kontzeptuen izenak eta definizioak finkatu ondoren, eredu zehaztea ezinbestekoa da. Horretarako II. Kapituluaz arrazoitu dugun moduan, Carroll-en (1993) eredu hartu dugu aintzat, analisi faktorialaren oinarri oso sendoa duelako batik bat; hala ere, Carroll-en eredu Lehena Hezkuntzako ikasleen adinetik aurreragoetarako da egokia (12 urtetik aurrera), eta ikerlariak ez zuen zehaztu adin horretatik behera dauden ikasleentzat egokia izan zitekeen ala ez.

Bickley, et al. (1995) 7-8 urteko haurrei pasatzea lortu zuten, bost galdetegiak (VZ, SR, CF, CS eta P) pasa beharrean, bi bakarrik (CS eta P) pasatuz eta emaitza onak lortuz, gainera. Guk, jasotako emaitzen arabera, beste bi ikasturte beherago pasatzea lortu dugu, Carroll-en eredu Haur Hezkuntzako azken ikasturteraino luzatuz (5-6 urte). Horretarako nahikoa litzateke ahalmen espazialaren emaitzak aurreko orrialdean aipatzen den bezala birkodifikatzea.

Beraz, esan daiteke guztiz finkatuta geratzen zaigula ahalmen espazialaren neurketa eta Carroll-en eredu irakaskuntza guztian pasatu daitekeela: Haur Hezkuntza, Lehena Hezkuntza, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza, Batxilergoa eta Unibertsitatea.

Ondorioz, hemendik aurrerako ikerketetan, eredu berbera erabiltzea bultzatzen dugu ikerlari oro, beti egon den ereduaren nahasmenari irtenbidea topatu eta ahalmen espazialaren neurketari oinarri sendo bat ezarri asmoz.

V.1.2 Mutilen eta nesken arteko desberdintasunak ahalmen espazialean

1.2 helburuari dagokionez, ikus dezagun ea Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialean ba ote dagoen sexuen artean desberdintasunik. Horretarako T-test proba erabili dugu. Hauek dira emaitzak:

V.3 Taula

Sexuen arteko T-test probak eredu bakoitzean.

Ahalmen espaziala	Sexua	N	\bar{X}	D. T.	t-balioa	p
Frostig-Horne egokitua	Mutila	52	57,69	10,10	-0,871	0,386
	Neska	44	59,42	9,28		
Carroll murriztua (CS, P)	Mutila	53	24,35	7,93	-1,411	0,162
	Neska	44	27,10	11,21		

p: adierazgarritasun maila

V.3 Taulan ikusten denez, bai Frostig eta Horne-ren ereduaren kasuan eta, baita, Carroll-en ereduaren ere, ez dago desberdintasun esanguratsurik.

Bi ereduaren gaitasunak banaka aztertuta, berriz, V.4 taulan agertzen diren emaitzak lortu dira. Bertan argi ikusten denez, T-test proba eginez gaitasun bakoitzean ere desberdintasun esanguratsurik ez dagoela frogatzen da.

V.4 Taula

Sexuen arteko T-test frogak gaitasun bakoitzean.

Bi erduetako gaitasunak	Sexua	N	\bar{X}	D. T.	t-balioa	p
Irudi hondoaren pertzep.	M	52	16,48	3,90	-1,144	0,256
	N	44	17,34	3,38		
Iraunkortasun pertzep.	M	52	10,38	3,04	-1,064	0,290
	N	44	11,07	3,24		
Espazioko posizioaren per.	M	52	6,67	1,04	1,001	0,320
	N	44	6,43	1,32		
Erlazio espazialen pertzep.	M	52	5,65	1,71	-0,574	0,567
	N	44	5,84	1,43		
Pertzepzio abiadura (P)	M	53	4,25	2,08	-0,623	0,535
	N	44	4,55	2,66		
Itxidura abiadura (CS)	M	53	4,43	2,34	-1,402	0,164
	N	44	5,16	2,75		

p: adierazgarritasun maila

Ondorioz, bigarren emaitza garrantzitsua ondokoa izango da: ez dago aztertutako Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espazialean inongo desberdintasunik mutilen eta nesken artean, ezta gaitasunak bakarka aztertuta ere.

V.1.3 Ahalmen espazialaren azterketa adinaren arabera

Frostig eta Horne-k (1964) aipatzen duten moduan, ahalmen espazialaren garapen maximoa 3 urte eta 7 urte eta erdi bitartean ematen da. Piaget-ek (1954) ere, geometriako hainbat kontzeptu aztertu zituen, eta hurrek kontzeptu horiek zenbat urterekin bereganatzen dituzten zehaztu zuen. Hau da, adin horretan aldaketa handiak jasaten dira haurraren. Horrexegatik, interesgarria iruditzen zitzaigun 5/6 urtetako haurren adinak (hilabetetan zenbatuta) beraien ahalmen espazialean eraginik duen aztertzea.

Beraz, azter dezagun orain 1.3 helburuan esandakoa, hau da, ea ahalmen

espaziala ba ote dagoen erlazionaturik adinarekin. Horretarako korrelazio koefizienteak kalkulatu ditugu eredu bakoitzarekin ateratako ahalmen espazialeko puntuazioen eta ikasleen adinaren (hilabeteka kontatuta) artean:

V.5 Taula

Adinaren eta eredu bakoitzeko ahalmen espazialaren arteko korrelazioa.

		Ahalmen espaziala	
		Frostig-Horne egokitua	Carroll (CS, P)
Adina	N	96	96
(hilabeteka)	Korrelazioa	0,047	0,166

Ondorioz, adinak (hilabeteka), 5-6 urteko haurraren garapenean oso garrantzitsua izan arren, ez du eraginik (ikus V.5 taula), ez eredu batean eta ezta bestean ere.

V.2 Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala

Bigarren helburuan Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala aztertu dugu. Maila honetan, helburu zehatz desberdinak ezarri ditugu. Ikus ditzagun banan-banan lortutako emaitzak eta ondorioak:

V.2.1 Ahalmen espazialaren neurketa

2.1 helburuan 2003an hasi eta 2011ean bukatutako ikerketa longitudinalean lortutako emaitzak aztertu ditugu lehendabizi eta, ondoren, Arrieta-k (2006) zeharkako ikerketan lortutako emaitzekin konparatu.

Aurretik esan bezala, Arrieta-k 2003 urtean hasitako ikerketari jarraipena eman diogu guk. Urte hartan egileak, alde batetik, zeharkako ikerketa bat egin zuen, eta bestetik, ikerketa longitudinalari hasiera eman zion; guk ikerketa hori bukatu dugu 2011 urtean. Beraz, interesgarria izango da bi ikerketetan lortutako emaitzen arteko konparaketa bat egitea.

Hurrengo bi tauletan LH2tik LH6ra lortutako emaitzak eta DBHn lortutakoak ikus ditzakegu, hurrenez-hurren, bai zeharkako ikerketakoak, baita ikerketa longitudinalekoak ere.

LH6, DBH2 eta DBH4 mailetako ikasleek AHESP2an lortutako datuak parentesien artean agertzen dira; horrela jarri ditugu maila horietan bost galdetegiak pasatzen zaizkielako ikasleei eta AHESP2 ez delako berez zertan kalkulatu. Guk datu horiek taulan jarri ditugu LH2 eta LH4ko datuekin konparatuz garapena ikusten laguntzen dutelako.

Ikus ditzagun datuok:

V.6 Taula

Bi ikerketetan lortutako emaitzak LH2, LH4 eta LH6-n.

		LH2			LH4			LH6		
		N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
Z-I	AHESP2	351	29,72	9,61	341	44,04	10,68	(355)	(48,76)	(10,29)
	AHESP	-	-	-	-	-	-	355	41,78	10,77
I-L	AHESP2	351	29,72	9,61	350	48,78	11,18	(337)	(56,8)	(9,87)
	AHESP	-	-	-	-	-	-	337	45,57	10,37

Z-I: Zeharkako ikerketa

I-L: Ikerketa longitudinala

V.7 Taula

Bi ikerketetan lortutako emaitzak DBH2-n eta DBH4-n.

		DBH2			DBH4		
		N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
Z-I	AHESP2	(359)	(58,19)	(10,11)	(315)	(62,26)	(9,16)
	AHESP	359	50,24	11,02	315	56,61	12,74
I-L	AHESP2	(377)	(66,28)	(9,82)	(334)	(74,28)	(9,07)
	AHESP	376	58,29	12,68	334	69,85	11,73

Z-I: Zeharkako ikerketa

I-L: Ikerketa longitudinala

Tauletan ikus daitekeenez, ikerketa bakoitzean, ahalmen espazialaren puntuazioak handitzen doaz mailak igotzen diren heinean; hau da, adinarekin batera, ahalmen espazialaren maila igo egiten da. Igoera horiek, gainera, esanguratsuak dira, ondoko taulan ikus dezakegun bezala. Horretarako T-test probak egin dira, lagin independenteetarako zeharkako ikerketaren kasuan (STATS), eta erlazionatutako laginetarako ikerketa longitudinalan (SPSS):

V.8 Taula

T-test probak Derrigorrezko Hezkuntzako maila desberdinetako puntuazioen artean.

	Zeharkako ikerketa				Ikerketa longitudinala			
	AHESP2		AHESP		AHESP2		AHESP	
	t	p	t	p	t	p	t	p
LH2 vs. LH4	18,552	0,000	-	-	-37,225	0,000	-	-
LH4 vs. LH6	5,938	0,000	-	-	2,147	0,000	-	-
LH6 vs. DBH2	12,352	0,000	10,373	0,000	-24,524	0,000	-32,560	0,000
DBH2 vs. DBH4	5,447	0,000	6,960	0,000	-18,089	0,000	-26,047	0,000

Bestalde, ikerketa longitudinaleko puntuazio guztiak altuagoak dira zeharkako ikerketakoak baino. Bien arteko diferentziak, gainera, pixkanaka handitzen doaz.

Horretaz gain, maila bakoitzean ematen diren desberdintasunak esanguratsua dira ($p \leq 0,01$), STATS programarekin ziurtatu dugun moduan, T-test probak eginez (ikus V.9 Taula):

V.9 Taula

Bi ikerketetako emaitzen arteko desberdintasunak maila guztietan.

Zeharkako ikerketa vs. Ikerketa longitudinala						
AHESP	LH2	LH4	LH6	DBH2	DBH4	
t-balioa	-	5,696	4,711	9,169	13,783	
Adierazgarritasun maila (p)	-	0,000	0,000	0,000	0,000	

Baina beharbada, V.6 eta V.7 Taula horietako datuetatik gehien harritzen duena azkenekoa da, hau da, ikasleak DBH4-n daudenekoa, bi batezbeste-

koen arteko diferentzia handia baita (ikus V.7 Taulan letra lodiz idatzita dauden datuak). Gainera, V.9 Taulan ikusi dugun moduan, desberdintasun horiek esanguratsuak dira.

Egia esanda, emaitza antzekoagoak espero genituen, eta deigarriak dira bi ikerketetan lortzen diren puntuazioen arteko diferentzia nabarmenak (aurrerago sakonduko dugu).

Hasiera batean, bi laginetatik ikerketa longitudinalekoak ematen du garrantzitsuagoa, ikasle berberak lortutako emaitzak baitira, eta gutxi gora behera, urtez-urte lagina mantendu egiten delako; baina, desberdintasun horiek ikusita, gutxienez zer pentsatu ematen du.

Bestalde, faktoreak bakarka aztertuz gero, hauek dira Arrieta-k (2006) zeharkako ikerketan, Lehen Hezkuntzan, lortu zituen emaitzak:

V.10 Taula

Zeharkako ikerketako emaitzak faktoreka (LH-koak).

	LH2-2003			LH4-2003			LH6-2003		
	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
VZ	-	-	-	-	-	-	355	53,86	19,33
SR	-	-	-	-	-	-	355	37,00	19,49
CF	-	-	-	-	-	-	355	20,53	17,62
CS	351	30,44	15,56	341	47,31	16,65	355	54,18	16,55
P	351	28,96	8,70	341	40,72	8,70	355	43,32	9,06

Eta DBH-koak, berriz:

V.11 Taula

Zeharkako ikerketako emaitzak faktoreka (DBH-koak).

	DBH2-2003			DBH4-2003		
	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
VZ	359	59,48	19,04	315	67,59	19,47
SR	359	46,59	20,45	315	49,29	23,33
CF	359	28,77	21,13	315	41,28	26,55
CS	359	64,99	14,37	315	67,56	13,33
P	359	51,39	11,24	315	56,90	11,18

Eta guk, 2003tik 2011era egindako ikerketa longitudinalean lortu ditugunak, Lehen Hezkuntzako ikasleekin ondokoak dira:

V.12 Taula

Ikerketa longitudinaleko emaitzak faktoreka (LH-koak).

	LH2-2003			LH4-2005			LH6-2007		
	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
VZ	-	-	-	-	-	-	337	51,90	19,61
SR	-	-	-	-	-	-	337	42,01	18,76
CF	-	-	-	-	-	-	337	20,35	16,27
CS	351	30,44	15,56	350	53,54	16,41	337	65,55	14,92
P	351	28,96	8,70	350	44,00	9,97	337	48,03	10,42

Eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzakoekin, berriz, ondoko emaitzak lortu dira:

V.13 Taula

Ikerketa longitudinaleko emaitzak faktoreka (DBH-koak).

	DBH2-2009			DBH4-2011		
	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
VZ	378	61,10	19,13	334	72,88	16,93
SR	377	60,45	22,12	334	74,28	19,23
CF	378	37,34	23,83	334	53,52	27,13
CS	378	74,21	12,94	334	81,16	10,11
P	377	58,35	11,98	334	67,41	12,58

Konpara ditzagun orain bi ikerketetan lortutako emaitzak:

Ikerketa longitudinaleko ia datu guztiak zeharkakoak baino altuagoak dira; ikus ditzagun diferentzia horiek ondoko taulan (“ikerketa longitudinaleko datuak - zeharkako datuak” kalkulua egin da):

V.14 Taula

Zeharkako ikerketako eta ikerketa longitudinaleko batezbestekoen arteko diferentziak.

	LH2	LH4	LH6	DBH2	DBH4
VZ	-	-	-1,96	+1,62	+5,29
SR	-	-	+5,01	+13,86	+24,99
CF	-	-	-0,18	+8,57	+12,24
CS	0	+6,23	+11,37	+9,22	+13,6
P	0	+3,28	+4,71	+6,96	+10,53

Taulan ikus daitekeenez, ikerketa longitudinaleko puntuazioak altuagoak dira zeharkakoak baino, LH6an bistaratzean (VZ) eta itxidura malgutasunean (CF) izan ezik; bi kasu horietan, aldea oso txikia izan arren, zeharkako

ikerketako puntuazioak hobeak dira. Aipatutako diferentzia horietan desberdintasun esanguratsuak dauden jakiteko, STATS programa erabili dugu:

V.15 Taula

T-test proba bi ikerketetako batezbestekoen artean.

Faktoreak	T-test	LH2	LH4	LH6	DBH2	DBH4
VZ	t-balioa	-	-	1,324	1,152	3,699
	p	-	-	0,186	0,250	0,000
SR	t-balioa	-	-	3,442	8,815	14,925
	p	-	-	0,001	0,000	0,000
CF	t-balioa	-	-	0,139	5,156	5,804
	p	-	-	0,889	0,000	0,000
CS	t-balioa	-	4,954	9,476	9,162	14,695
	p	-	0,000	0,000	0,000	0,000
P	t-balioa	-	4,603	6,354	8,119	11,225
	p	-	0,000	0,000	0,000	0,000

p: adierazgarritasun maila

Taula horrek ia desberdintasun guztiak esanguratsuak direla ziurtatzen du ($p \leq 0,01$), salbuespen batzuk izan ezik: LH6 mailako bistaratzean (VZ) eta itxidura malgutasunean (CF), eta DBH2ko bistaratzean (VZ). Kasu horietan, diferentziak ez dira esanguratsuak eta, beraz, bi emaitzak berdintzat har daitezke.

Beraz, garbi dago zeharkako ikerketan eta longitudinalean lortutako emaitzetan desberdintasun esanguratsuak daudela, ahalmen espazialean maila guztietan betetzeaz gain, ia faktore guztietan ere ematen direlako (aipatutako salbuespenak izan ezik).

Hasiera batean bi ikerketetan antzeko puntuazioak espero bagenituen ere, horrelako desberdintasunak ikusteak zer pentsatu ematen du. Zortzi urtetako (2003tik 2011ra) gure ikerketa longitudinalean bereziki igotzen dira ikasleen

puntuazioak (ikus V.6 eta V.7 Taulak); eta batez ere DBH4ko emaitzetan (ikus V.7 Taulan letraz lodiz dauden emaitzak). Puntuazio horiek zeharkako ikerketako puntuazioekin duten diferentziaren arrazoiak desberdinak izan daitezke:

- Urte horietan ordenagailuaren erabilera hedatu egin da.
- Play station eta antzeko jokoen erabilera nagusitu egin da.
- Testak bi urtetik behin errepikatzerakoan ikasleek “ikasi” egin dutela dirudi.
- Eskola batzuetan zeharkako laguntza egon daiteke.

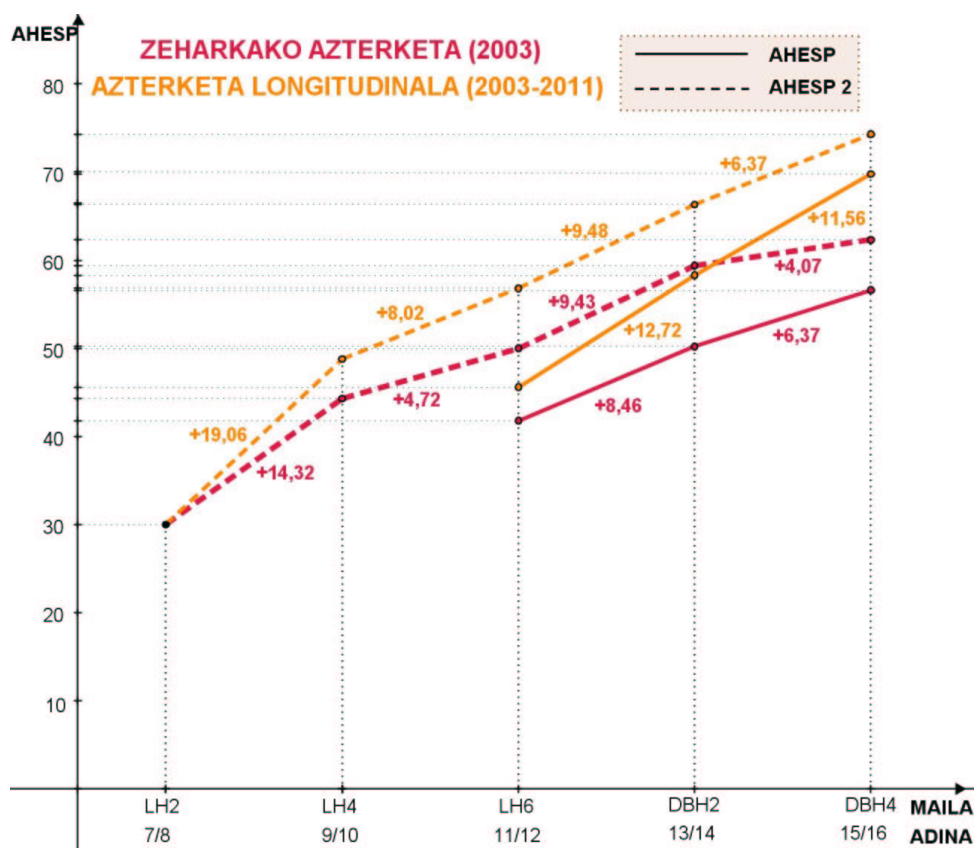
Beraz, “a priori” ikerketa longitudinaleko datuak fidagarriagoak baziruditen arren (ikasle berberen jarraipena egin dugulako bertan), gerora, zeharkako ikerketakoak fidagarriagoak iruditzen zaizkigu, batez ere, ikasleek galdetegiak bi urtetik behin pasata, “ikasi” egin dutela dirudielako.

V.2.2 Ikasleen hobekuntza ahalmen espazialean. Grafikoak

Bi ikerketetan lortutako emaitzetan oinarrituz, ikasleek urtez-urte izan duten hobekuntza aztertuko dugu (2.2 helburua). Azterketa hori egiten laguntzeko grafikoak osatu eta aztertuko ditugu.

Has gaitezen ikasleek ahalmen espazialean lortutako puntuazioen grafikoa aztertzen; berehala ohartzen gara 2003an Arrieta-k lortutako grafikoaren forma berbera duela (ikus V.1 Irudia).

Arrieta-k (2006) ikusi ahal izan zuen bere zeharkako ikerketaren grafikoak “M irekia” forma zuela. Hau da, LH6-n lortutako hobekuntza LH4-n lortutakoa baino txikiagoa da eta gauza berbera gertatzen da DBH-n; DBH4-n lortutako hobekuntza DBH2-n lortutakoa baino txikiagoa da, alegia.



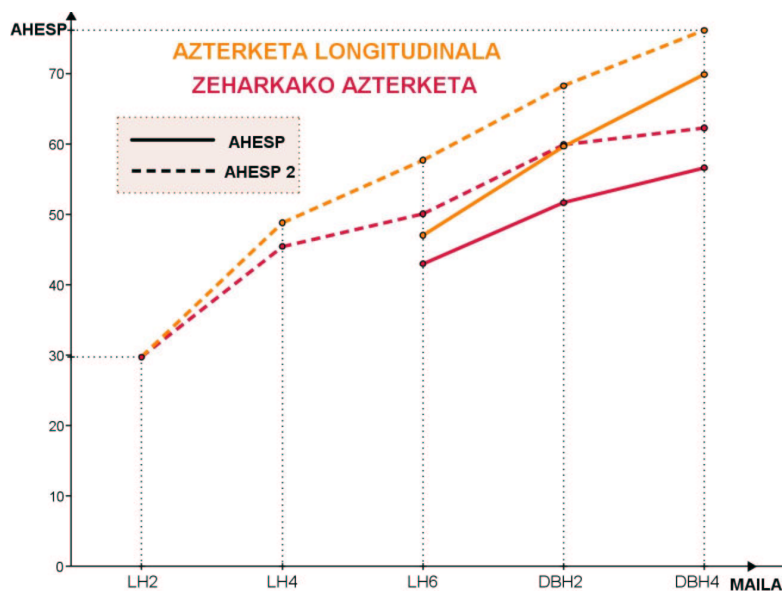
V.1 Irudia. Ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.

Ondorioz, ahalmen espazialean eman diren hobekuntza handienak eta txikiak ondokoak dira:

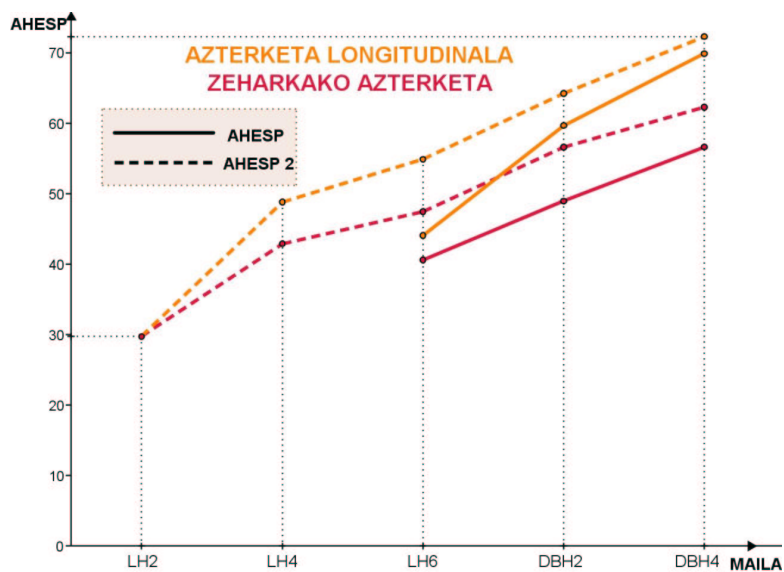
- Hobekuntza handiagoak: LH2-tik LH4-ra eta LH6-tik DBH2-ra.
- Hobekuntza txikiagoak: LH4-tik LH6-ra eta DBH2-tik DBH4-ra.

Hobekuntza horren kadentzia baieztatu egin da 8 urteko (2003-2011) ikerketa longitudinalean, nahiz eta hobekuntza handien eta hobekuntza txikiaren arteko diferentziak txikiagoak izan (M irekiagoa).

Aipagarria da nesken eta mutilen emaitzak aparte aztertuz gero ere, grafikoaren forma hori mantendu egiten dela:



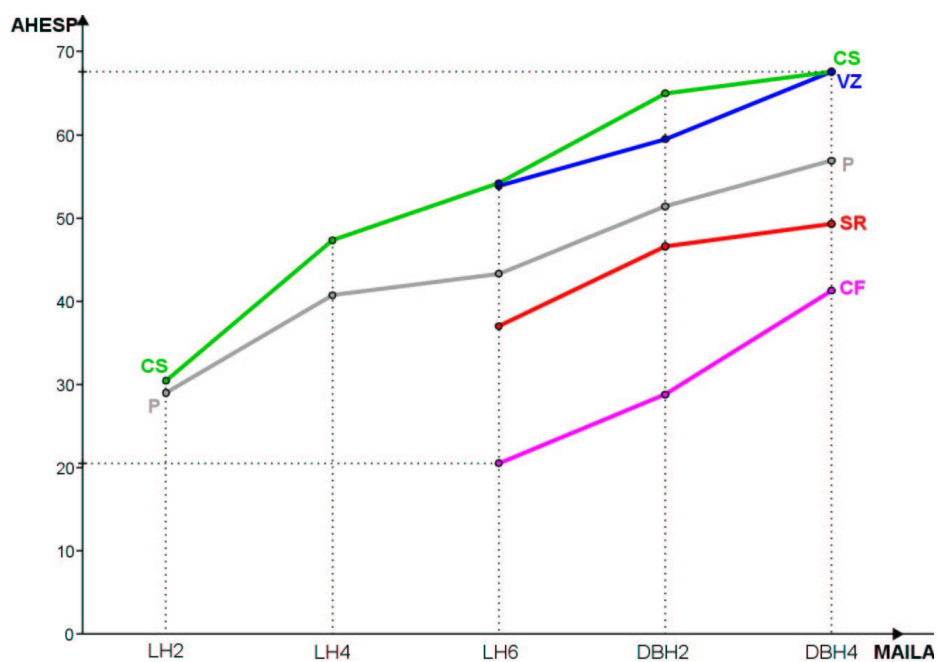
V.2 Irudia. Nesken ahalmen espazialaren bilakaera.



V.3 Irudia. Mutilen ahalmen espazialaren bilakaera.

Eta beraz, garbi geratu da ahalmen espazialaren bilakaerak Derrigorrezko Hezkuntzan “M irekia” forma hartzen duela.

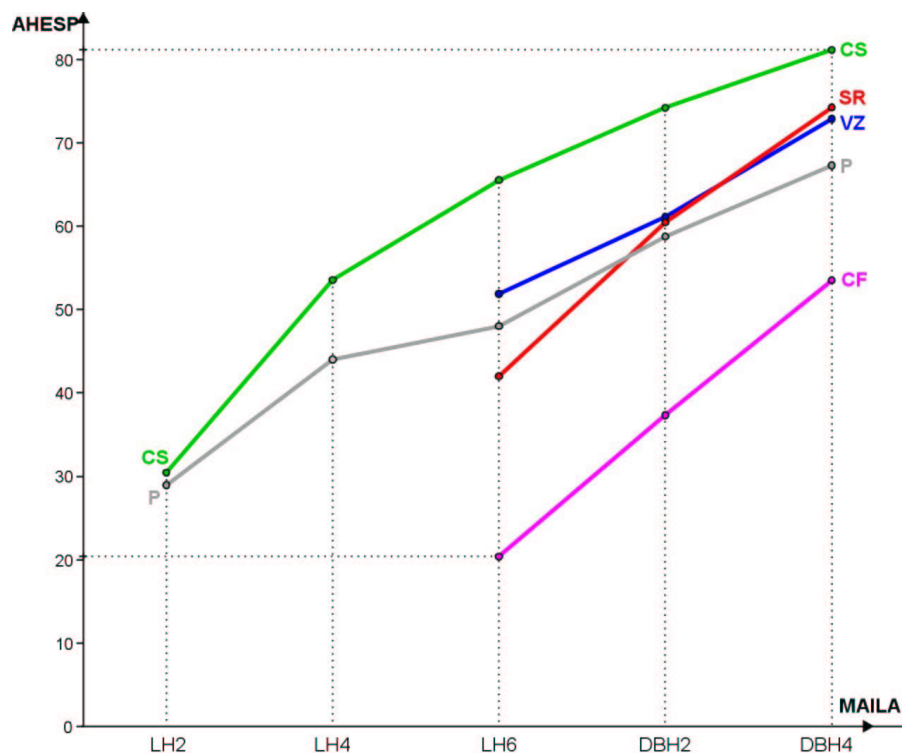
Faktoreak bakarka hartzen baditugu eta ikasleek faktore bakoitzean duten garapena aztertu, ondoko grafikoak lortzen dira:



V.4 Irudia. Ahalmen espazialaren bilakaera faktoreka (zeharkako ikerketa).

Ikus daitekeenez, zeharkako ikerketan (ikus V.4 irudia) kadentzia hori mantendu egiten da, bistaratzean (VZ) eta itxidura malgutasunean (CF) izan ezik.

Eta ikerketa longitudinalean ere (ikus V.5 irudia) aipatutako forma mantendu egiten da, bistaratzean (VZ) eta itxidura abiadurako (CS) LH4tik DBH2rako saltoan izan ezik:



V.5 Irudia. Ahalmen espazialaren bilakaera faktoreka (iker. longitudinala).

Beraz, bi ikerketetan kadentzia horretatik aldentzen den faktore bakarra bistaratzea da (VZ). Beharbada hori gertatzen da, ahalmen espazialean pisu handiena duen faktorea izanik (ikus hurrengo ataleko V.19 Taula), ikasleek adin altuagoarekin erraztasun handiagoa dutelako faktore horren galdetegian puntuazio hobekuntza lortzeko. Hau da, faktore horretan DBH2ko hobekuntza ez da hain handia, ziur asko, zailtasun handiagoa dutelako beste faktoreen galdetegiarekin baino; eta, DBH4-n, berriz, bistaratzean (VZ) hobekuntza nabarmenagoa da. Badirudi, guzti horrek zer ikusia izan dezakeela faktore guztietatik pisu handiena duena izateak.

Ondorioz, ikus daiteke, aipatutako salbuespen txikiez aparte, ahalmen espazialaren bilakaerak Derrigorrezko Hezkuntzan “M irekia” forma duela: ahalmen espazial osoa kontuan hartuta (ikus V.1 Irudia), baita neskak (ikus V.2 irudia) eta mutilak (ikus V.3 Irudia) aparte aztertzen badira ere eta,

baita, faktoreak bakarka aztertuta ere (ikus V.4 eta V.5 Irudiak); eta emaitza horiek guztiak, Arrietaren (2006) zeharkako ikerketan eta gure ikerketa longitudinalean errepikatu dira. Gainera, azterketa horrek, beste ikerketa longitudinal bateko emaitzekin bat egiten du (De Juan-Espinosa, 1997, 427 or.). Beraz, azpimarratuta geratzen da emaitza honen garrantzia.

Aurrerago ikusiko dugu ea unibertsitate mailako ikasleekin ze joera hartzen duen ahalmen espazialak eta, baita, faktore bakoitzak ere.

V.2.3 Nesken eta mutilen ahalmen espazialaren arteko desberdintasunak

Aurretik esan bezala, XX. mendeko eztabaidagai nagusi bat hau izan da: ahalmen espazialari lotutako hainbat zereginetan mutilen aldeko desberdintasun esanguratsuak egon ohi direla; eta bazirudiela, urteekin batera, emakumea ikaskuntzara eta lan mota guztietara heltzen ari zen heinean, desberdintasun horiek gutxitzen zihoaztela (Colom, et al., 1999).

Arrieta-k (2006) zeharkako ikerketa burutu zuenean, nesken eta mutilen ahalmen espazialen artean desberdintasunik ba ote zeuden ere aztertu zuen, aipatutako mutilen aldeko desberdintasun horiek mantentzen ziren ala ez ziurtatu nahi zuelako. Bere ikerketan, ordea, faktore gehienetan desberdintasunik ez zegoela ondorioztatu zuen, baina beste zenbait kasutan ageri ziren desberdintasunak; nesken aldeko desberdintasun esanguratsuak, hain zuzen.

Beraz, 2.3 helburuan ikerketa longitudinalean ea mutilen eta nesken artean desberdintasunik badagoen ikusi dugu, eta bide batez, ikerketa longitudinalaren eta zeharkako ikerketaren arteko emaitzekin konparaketa bat egin, Arrieta-k lortutako ondorioak mantentzen diren ala ez ziurtatu ahal izateko.

Baina, gogora ditzagun lehendabizi, Arrieta-k lortutako emaitzak; ondoko tauletan aztertutako mailetan jasotako emaitzak daude, sexuka eta faktoreka banatuta:

Sexua	LH2 – 2003				LH4 – 2003				LH6 – 2003						
	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p
VZ	N	-	-	-	-	177	56,85	18,65	-	-	177	56,85	18,65	2,943	0,003
	M	-	-	-	-	178	50,88	19,59	-	-	178	50,88	19,59	-	-
SR	N	-	-	-	-	177	36,26	19,99	-	-	177	36,26	19,99	-0,709	0,479
	M	-	-	-	-	178	37,73	19,00	-	-	178	37,73	19,00	-	-
CF	N	-	-	-	-	177	21,67	18,13	-	-	177	21,67	18,13	1,211	0,227
	M	-	-	-	-	178	19,40	17,07	-	-	178	19,40	17,07	-	-
CS	N	177	30,54	15,41	0,115	154	49,35	16,22	2,057	0,040	177	54,80	15,86	0,702	0,483
	M	174	30,34	15,76	0,826	187	45,64	16,86	-1,515	0,131	178	53,57	17,24	4,300	0,000
P	N	177	29,35	8,08	0,436	154	41,50	8,73	2,195	0,029	177	45,35	8,95	-	-
	M	175	28,58	9,29	0,436	188	40,07	8,65	-	-	178	41,31	8,74	-	-
AHESP2	N	177	29,94	9,20	0,436	154	45,43	10,32	-	-	177	50,08	9,40	-	-
	M	174	29,49	10,03	0,436	187	42,89	10,86	-	-	178	47,44	10,97	-	-
AHESP	N	-	-	-	-	-	-	-	-	-	177	42,99	10,14	2,118	0,035
	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	178	40,58	11,25	-	-

p: adierazgarritasun maila

V.6 Irudia. Mutilen eta nesken arteko T-test probak zeharkako ikerketan (LH) (Arrieta, 2006, 119 eta 120 or.)

Sexua	DBH2 – 2003					DBH4 – 2003				
	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p
VZ	N	174	62,10	17,49		147	67,81	17,15		
	M	185	57,01	20,13	2,550	166	67,40	21,37	0,187	0,852
SR	N	174	46,03	21,20		148	47,79	21,85		
	M	185	47,12	19,75	-0,503	166	50,62	24,57	-1,074	0,283
CF	N	174	30,35	20,99		147	38,97	23,90		
	M	185	27,29	21,21	1,376	168	43,30	28,59	-1,447	0,149
CS	N	174	65,17	14,11		147	67,45	13,64		
	M	185	64,81	14,65	0,238	168	67,65	13,10	-0,133	0,895
P	N	174	54,58	10,05		148	59,04	9,49		
	M	185	48,39	11,49	5,420	168	55,00	12,19	3,255	0,001
AHESP2	N	174	59,88	9,58		147	63,33	8,60		
	M	185	56,60	10,36	-	168	61,33	9,56	-	-
AHESP	N	174	51,65	10,65		147	56,31	11,46		
	M	185	48,92	11,22	2,357	166	56,86	13,80	-0,380	0,704

p: Adierazgarritasun maila

V.7 Irudia. Mutilen eta nesken arteko T-test probak zeharkako ikerketan (DBH) (Arrieta, 2006, 119 eta 120 or.)

Aurreko tauletan ikus daitezke, baita ere, zeharkako ikerketan Arrieta-k, estatistikoki, lortutako nesken aldeko desberdintasunak (letra lodiz adierazita daude tauletan):

- LH2-n ez dago inongo desberdintasunik.
- LH4n, berriz, itxidura abiaduran (CS) nesken aldeko desberdintasun esanguratsua dago ($p \leq 0,05$) eta horren ondorioz, ahalmen espazialean (bi faktorekoa, AHESP2) ere desberdintasun esanguratsuak daude ($p \leq 0,05$).
- LH6 eta DBH2ko ikasleetan bistaratzean (VZ) eta pertzepzio abiaduran (P) daude desberdintasun esanguratsuak, eta horrek ahalmen espazialean (bost faktorekoa, AHESP) ere desberdintasun esanguratsuak egotea bultzatzen du ($p \leq 0,05$).
- DBH4-n pertzepzio abiaduran (P) daude desberdintasun esanguratsuak ($p \leq 0,05$), baina kasu horretan, ez dio eragiten ahalmen espazialari (AHESP).

Beraz, azter ditzagun orain gure ikerketa longitudinalean lortutako emaitzak.

Aurretik egin dugun bezala, ikus ditzagun 2003tik 2011era egindako ikerketa longitudinaleko emaitzak eta mutilen eta nesken arteko desberdintasun esanguratsuak. Kasu honetan ere, T-test froga erabili dugu desberdintasun horiek antzemateko:

Sexua	LH2 – 2003				LH4 – 2005				LH6 – 2007							
	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	
VZ	N	-	-	-	-	-	-	-	-	-	172	54,05	17,96	2,063	0,040	
	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	165	49,66	21,07	-	-	
SR	N	-	-	-	-	-	-	-	-	-	172	43,14	18,79	1,121	0,263	
	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	165	40,85	18,78	-	-	
CF	N	-	-	-	-	-	-	-	-	-	172	20,59	15,34	0,290	0,772	
	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	165	20,08	17,27	-	-	
CS	N	177	30,54	15,41	0,115	0,908	174	55,14	16,02	1,693	0,091	172	66,69	13,84	1,392	0,165
	M	174	30,34	15,76	-	-	176	52,19	16,64	-	-	165	64,42	15,94	-	-
P	N	177	29,35	8,08	0,826	0,409	175	44,39	10,43	0,723	0,470	172	50,65	10,01	4,862	0,000
	M	175	28,58	9,29	-	-	176	43,62	9,57	-	-	165	45,30	10,17	-	-
AHESP2	N	177	29,94	9,20	0,436	0,663	174	49,79	11,17	1,581	0,115	172	58,67	8,93	-	-
	M	174	29,49	10,03	-	-	176	47,90	11,15	-	-	165	54,86	10,43	-	-
AHESP	N	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	M	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
											172	47,02	9,62	2,641	0,009	
											165	44,06	10,94	-	-	

p: adierazgarritasun maila, N: neska, M: mutila

V.8 Irudia. Mutilen eta nesken arteko T-test probak ikerketa longitudinalean (LH).

Sexua	DBH2 – 2009					DBH4 – 2011				
	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p
VZ	N	194	62,87	16,14		175	74,49	14,38		
	M	184	59,23	21,73	1,855	159	71,05	19,28	1,863	0,063
SR	N	193	62,46	22,34		175	74,45	19,31		
	M	184	58,34	21,76	1,814	159	74,27	19,12	0,086	0,932
CF	N	194	36,72	23,23		175	53,07	24,25		
	M	184	38,00	24,48	-0,522	159	53,98	30,13	-0,306	0,760
CS	N	194	74,74	12,35		175	82,26	9,94		
	M	184	73,64	13,54	0,827	159	79,94	10,22	2,102	0,036
P	N	194	61,73	10,38		175	69,97	11,33		
	M	183	54,76	12,54	5,889	159	64,60	13,34	3,977	0,000
AHESP2	N	194	68,24	8,59		175	76,11	8,33		
	M	183	64,20	10,61	-	159	72,27	9,48	-	-
AHESP	N	193	59,66	11,58		175	70,85	10,25		
	M	183	56,85	13,62	2,163	159	68,77	13,15	1,621	0,106

p: Adierazgarritasun maila

V.9 Irudia. Mutilen eta nesken arteko T-test probak ikerketa longitudinalean (DBH).

Aurreko orrialdetako tauletan ikus daitekeenez, ez dago gure ikerketa longitudinalanean ere desberdintasun esanguratsurik nesken eta mutilen ahalmen espazialaren artean. Eta, ematen diren desberdintasun esanguratsu bakar-rak ($p \leq 0,05$), nesken aldekoak dira (letra lodiz daude adierazita tauletan). Baina, azter ditzagun sakonago lortutako emaitzak:

- LH2-n eta LH4-n ez dago inongo desberdintasun esanguratsurik.
- Zeharkako ikerketan bezala, LH6-n desberdintasun esanguratsuak daude bistaratzean (VZ) eta pertzepzio abiaduran (P), nesken alde, eta beraz, ahalmen espazialean (AHESP) ere desberdintasun esanguratsuak daude.
- DBH2-n, aldiz, desberdintasunak pertzepzio abiaduran (P) bakarrik daude, baina nahikoak dira ahalmen espazialean (AHESP) ere isladatzeko.
- DBH4-n desberdintasun esanguratsuak daude itxidura abiaduran (CS) eta pertzepzio abiaduran (P), baina ez ahalmen espazialean (AHESP).

Beraz, bi ikerketetan errepikatzen diren desberdintasunak ondokoak dira:

LH6 mailan, nesken aldeko desberdintasun esanguratsuak bistaratzean (VZ) eta pertzepzio abiaduran (P) ematen dira, eta desberdintasun horiek ahalmen espazialean eragin zuzena dute. Hau da, maila horretako ikasleen ahalmen espazialean nesken aldeko desberdintasun esanguratsuak daude, eta hori bi ikerketetan berdin-berdin ematen da.

DBH2-n ere, ahalmen espazialean, desberdintasun esanguratsuak mantentzen dira bi ikerketetan: zeharkakoan, berriz ere, bi faktore horien eraginez (VZ eta P) eta, ikerketa longitudinalanean, pertzepzio abiaduran (P) dauden desberdintasun esanguratsuen eraginez.

Maila horietan, ikasleek 11-14 urte dituzte, eta adin horretan, jakina da neskek garapen ebolutibo azkarragoa dutela. Hori izan daiteke bi faktore horietan neskek duten maila altuagoaren arrazoi nagusia. Eta beraz, horren eraginez sortutako desberdintasunak izan daitezke LH6-n eta DBH2-n ematen direnak.

Gainera, deigarria da, DBH4-n, faktorearen batean desberdintasun esanguratsuak egon arren, ahalmen espazialean dauden desberdintasun esanguratsuak desagertu egiten direla. Eta beraz, horrek gure aurreko arrazoiketa indartzen du, maila jakin horietan bakarrik daudelako desberdintasunak, baina ez lehenago eta ezta beranduago ere (nesken eta mutilen heldutasun mailak berdinak direnean, alegia).

Bestalde, pertzepzio abiadura (P) faktorearen joera ere bi ikerketetan berdin-berdin ematen da: LH2 eta LH4-n ez daude desberdintasun esanguratsuak, baina LH6, DBH2 eta DBH4-n bai. Froga hori abiadurazkoa da, eta badirudi desberdintasunak frogaren formatoagatik izan daitezkeela, LH2n koadernoan bertan erantzuten baitute eta LH4tik aurrera erantzun orrian; agian, neskak azkarragoak dira transferentzia hori egiten, eta hor lortzen dute abantaila mutilen aurrean, eta ez, froga beraren zailtasunagatik. Hau da, badirudi nesken aldeko desberdintasun esanguratsu horiek ez direla ahalmen espazialeko zereginean oinarritutako zerbaitengatik, datuak idazteko orduan erakusten duten abiadura azkarragoagatik, baizik.

Beraz, orokorrean ez dago Derrigorrezko Hezkuntzako nesken eta mutilen ahalmen espazialean desberdintasun esanguratsurik, ezta bere faktoreetan ere. Ikusi dugun moduan, agertzen diren desberdintasunak LH6 eta DBH2-n dira, nesken aldekoak, hain zuzen. Baina desberdintasun horiek kanpoko eragile batzuen ondorioz sortutakoak dira (nesken garapen fisiko eta psikologiko azkarragoa), eta beraz, ez dira aintzat hartu behar mutilen eta nesken arteko desberdintasunak ezartzeko momentuan.

Arrieta-ren zeharkako ikerketan emaitza berberak lortzen dira, baina kasu honetan, LH4 mailan ere nesken aldeko desberdintasunak antzematen dira. Ondorioz, bi ikerketetan emaitzak errepikatzeak ateratako ondorioa indartu egiten du.

Betidanik aztertu den gaia da honako hau. Ikerketa ugarik erakutsi dute mutilen eta nesken ahalmen espazialen artean desberdintasun esanguratsuak egon direla, eta beti ere, mutilen aldekoak. Azken urteetako ikerketetan ikusi da, ordea, hasierako sexu desberdintasunak desagertu direla, eta, gaur egun, esan daiteke ez dagoela mutilen eta nesken ahalmen espazialen artean desberdintasunik, ezta ahalmen espazialaren faktore bakoitzean ere.

Gure ikerketan ere garbi geratu da hori. Beraz, azken urteetako ikerketan lortutakoa baieztatu egin da gure azterketan ere.

Ikusi beharko dugu ea ondorengo mailetan ere emaitza berberak eskuratzeko diren.

V.2.4 Ahalmen espazialaren faktoreen pisuak

Carroll-en erdua aztertu dugunean, gabezi batetaz jabetu gara: ahalmen espazialeko bost faktoretatik lauren pisu faktorialak ematen ditu autoreak (Carroll, 1993, p. 609). Horrexegatik, kalkuluak egiteko orduan, ezin izan diogu faktore bakoitzari zegokion pisua eman, bosgarren hori falta zitzaigulako; eta ondorioz, denek pisu berbera duteneko hipotesiarekin lan egin behar izan dugu, eta ahalmen espaziala neurtzeko orduan, 5 faktoreetan lortutako puntuazioen batezbestekoa kalkulatu dugu.

Beraz, gure ikerketako helburu nagusienetariko bat, bosgarren faktorearen pisu faktoriala lortzea da, 2.4 helburuan zehaztutakoa, hain zuzen; behin hori lortuz, ahalmen espazialaren neurketa guztiz zehatza izango da, eta Carroll-en ikerketako gabezia konponduta geratuko da modu horretan.

Hauek dira Carroll-ek, analisi faktorialaren bidez, lortutako pisu faktorialak:

V.16 Taula

Carroll-ek (1993) lortutako pisu faktorialak.

Ahalmen espaziala	AHESP	Pisu faktorialak
Bistaratzeta	VZ	0,67
Erlazio espazialak	SR	0,60
Itxidura malgutasuna	CF	0,47
Pertzepzio abiadura	P	0,47
Itxidura abiadura	CS	???

2003ko zeharkako ikerketaren emaitzetatik abiatuz faktoreen pisuak kalkulatu ditugu, analisi faktorialaren bidez. Ondoko taulan agertzen dira lortutako emaitzak; ohartu, LH2-ko eta LH4-ko datuak ez ditugula kontuan hartu, maila horietan Carroll-en bi faktoreko eredua erabili behar delako eta, beraz, bistaratzeko (VZ), erlazio espazialeko (SR) eta itxidura malgutasuneko (CF) daturik ez dagoelako:

V.17 Taula

2003ko datuekin lortutako pisu faktorialak (zeharkako ikerketa).

Faktoreak	LH6	DBH2	DBH4	Batezbestekoa
VZ	0,72	0,73	0,78	0,74
SR	0,70	0,64	0,78	0,71
CF	0,62	0,60	0,67	0,63
P	0,66	0,70	0,63	0,66
CS	0,60	0,55	0,46	0,54

Ondoren, guk lortutako pisu faktorialen eta Carroll-ek zehaztutakoen arteko korrelazioa kalkulatu dugu:

V.18 Taula

Pisu faktorialen arteko korrelazioa.

		VZ	SR	CF	P	Korrelazioa
Zeharkako ikerketatik lortutakoak	x	0,74	0,71	0,63	0,66	0,97**
Carroll-enak	y	0,67	0,60	0,47	0,47	

Taulan ikus daitekeenez, bi aldagaien arteko korrelazio lineala oso altua da; eta beraz, bien arteko erregresio-zuzena kalkulatu ahal izan dugu:

$$y = 1,95x - 0,7847$$

Eta horrela, erregresio zuzenak itxidura abiaduraren (CS) pisu faktorialaren predikzioa ahalbidetzen digu:

$$y(0,54) = 0,27$$

Beraz, Carroll-en ereduko pisu faktorialak horrela geratuko dira:

V.19 Taula

Pisu faktorial berriak.

AHESP	Pisu faktorialak
VZ	0,67
SR	0,60
CF	0,47
P	0,47
CS	0,27

Eta pisu horiek guztiak ehunekoetara pasatuz, ahalmen espazialaren (AHESP) formula berria hauxe izango da:

$$AHESP = \frac{27 \cdot VZ + 24 \cdot SR + 19 \cdot CF + 19 \cdot P + 11 \cdot CS}{100}$$

Konprobazio gisa, ikus dezagun ea faktoreen pisuak berdinak hartuta edota pisu berriak hartuta desberdintasun esanguratsuak dauden ala ez:

V.20 Taula

χ^2 proba faktoreen pisu berdinen eta berrien artean.

AHESP	VZ	SR	CF	P	CS	Guztira	χ^2	Askatasun maila
Pisu berdina	20	20	20	20	20	100	9,94	4
Pisu berriak	27	24	19	19	11	100		

χ^2 taulak 9,49 ($p \leq 0,05$) ematen du (askatasun maila 4 denean). Beraz, $9,94 > 9,49$ betetzen denez, desberdintasun esanguratsua dago 0,05 adierazgarritasun mailaz.

Ondorioz, baremoak zehazteko garaian formula berria erabiltzea komeni da (hurrengo atalean ikusiko dugu).

Bi faktoreko Carroll-en ereduari dagokionez, Bickley, et al. (1995) autoreek faktoreen pisuak zehazten dituzte: pertzepzio abiadurak (P) %54 eta itxidura abiadurak (CS) %46. Beraz, AHESP2-rako formula berria ondokoa izango da:

$$AHESP2 = \frac{54 \cdot P + 46 \cdot CS}{100}$$

Bost faktoreko ahalmen espazialeko pisuekin egin dugun bezala, bi faktorekoarekin χ^2 proba egin dugu:

V.21 Taula

χ^2 proba bi faktoreen pisu berdinen eta Bickley, et al.-en pisuen artean.

AHESP2	P	CS	Guztira	χ^2	Askat. maila
Pisu berdina	50	50	100	0,64	1
Bickley, Keith, Wolfle-n pisuak	54	46	100		

χ^2 taulak 3,84 ematen du (askatasun maila 1 denean). Beraz, kasu honetan ez dago desberdintasun esanguratsurik, $0,64 < 3,84$ betetzen delako.

Baina baremoak egiteko formula berria erabiltzea gomendatzen dugu, zertxobait zehatzagoak izango dira-eta emaitzak.

Kalkulu guzti horiek 2003an jasotako datuekin egin ditugu. Baina zer gertatzen da ikerketa longitudinaleko datuak hartzen baditugu aintzat? Formula berbera lortuko al genuke? Azter dezagun:

V.22 Taula

Ikerketa longitudinaleko datuetatik lortutako pisu faktorialak.

Faktoreak	LH6-2007	DBH2-2009	DBH4-2011	Batezbestekoa
VZ	0,73	0,76	0,71	0,73
SR	0,74	0,79	0,74	0,76
CF	0,52	0,63	0,68	0,61
P	0,58	0,62	0,66	0,62
CS	0,53	0,60	0,55	0,56

Berriz ere, gure pisuen (x aldagaia) eta Carroll-enaren (y aldagaia) arteko korrelazioa kalkulatu dugu:

V.23 Taula

Pisu faktorialen arteko korrelazioa.

		VZ	SR	CF	P	Korrelazioa
Ikerketa longitudinaletik	x	0,73	0,76	0,61	0,62	0,91**
lortutakoak						
Carroll-enak	y	0,67	0,60	0,47	0,47	

Oraingoan ere erlazioa handia da, baina ez aurrekoa bezain handia ($R = 0,97$). Erregresio zuzena kalkulatuz gero:

$$y = 1,17x - 0,2454$$

Eta ondorioz, itxidura abiaduraren (CS) pisu berria ondokoa izango da:

$$y(0,56) = 0,41$$

Datu hori kontuan hartuta, konpara ditzagun, orain, zeharkako ikerketan (2003ko datuak erabiliz) eta ikerketa longitudinalean lortutako ehuneko portzentaiak:

V.24 Taula

χ^2 proba faktoreen bi ikerketetako emaitzekin lortutako pisuen artean.

AHESP	VZ	SR	CF	P	CS	Guztira	χ^2	A. m.
Zeharkako ikerketan	27	24	19	19	11	100	1,64	4
Ikerk. longitudinalean	26	23	18	18	15	100		

A. m.: Askatasun maila

χ^2 taulak 9,49 ematen du (askatasun maila 4 denean). Eta, beraz, $1,64 < 9,49$ betetzen denez, desberdintasun esanguratsurik ez dagoela ziurtatu daiteke.

Ondorioz, ez da horren garrantzitsua izango bat edo beste erabiltzea.

Bien artean desberdintasun esanguratsurik egon ez arren, zein pisu faktorial komeni dira erabiltzea? Bi ikerketetatik lortutako faktoreen pisuak konparatuz gero (ikus V.24 Taula), desberdintasun handiena itxidura abiduran (CS) dago; ikerketa longitudinalean 4 puntu altuagoa da, hain zuzen. Baina, galdetegia nolakoa den gogoratuz (erdi ezkutatuta dagoen irudia zer den asmatu behar da), beharbada, ikasle berberak, galdetegi hori bi urtetik behin eginez, “ikasi” egin dutenaren susmoa nabaria da; irudia zer den argi ikusi ez arren, aurreko urteetatik gogoratu baitaitezke ikasleak emaitzetaz. Beraz, alde horretatik, zeharkako ikerketan lortutako pisuak erabiltzea garbiagoa dirudi.

Bestetik, bi korrelazio koefizienteak konparatuz, zeharkako ikerketan lortutakoa handiagoa da ($R = 0,97$). Beraz, kasu honetan ere, zehatzagoa dirudi pisu faktorial horiek aukeratzea eta ez ikerketa longitudinaleko datuekin lortutakoak.

Ondorioz, hemendik aurrerako ikerketetarako, LH6 eta aurrerako mailetako ikasleen ahalmen espaziala (AHESP) neurtzeko ondoko formula erabiltzea gomendatzen dugu:

$$AHESP = \frac{27 \cdot VZ + 24 \cdot SR + 19 \cdot CF + 19 \cdot P + 11 \cdot CS}{100}$$

Eta maila horretatik beherako ikasleen ahalmen espaziala (AHESP2) neurtzeko, berriz, hurrengo formula:

$$AHESP2 = \frac{54 \cdot P + 46 \cdot CS}{100}$$

Honekin bukatzeko, esan beharra dago, gure ikerketan ez ditugula formula berriak erabili, azken finean ikerketa longitudinala 2011 bukatu genuelako, eta horko datuekin lortutako emaitzen zain egon garelako formulak guztiz zehaztu ahal izateko.

Baina baremoak zehazteko interesgarria iruditu zaigu formula berriarekin lortutako puntuazioak jartzea, baremoak ahalik eta zehatzenak izatea garrantzitsua baita ikasleen ikaskuntzan oinarritutako ondorio egokiak atera ahal izateko.

V.2.5 Baremoak

Aurreko atalean ikusi dugun bezala, Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko formula berria lortu dugu, Carroll-en ereduan oinarrituz beti ere. Formula hori erabiliz, 7-16 urte bitarteko ikasleen ahalmen espazialen baremoak eguneratu ditugu (2.5 helburua).

Lortutako emaitzak, zeharkako ikerketako datuetan formula berria aplikatuz lortutakoak dira. Baremo hauekin, edozein ikasleren ahalmen espaziala aztertzeko eta hortik ondorioak atera ahal izateko aukera izango dugu aurrerantzean.

Bestalde, taulan, mutilen eta nesken puntuazioak desberdindu ditugu desberdintasun esanguratsuak zeuden kasuetan, datu zehatzagoak edukitzeko.

Hauexek dira lortutako baremoak:

AHALMEN ESPAZIALA BAREMOAK	LH2 - 7/8			LH4 - 9/10			LH6 - 11/12			DBH2 - 13/14			DBH4 - 15/16		
	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.	N	\bar{X}	D.T.
VZ															
Mutil	-	-	-	-	-	-	178	50,88	19,59	185	57,01	20,13	315	67,59	19,47
Neska	-	-	-	-	-	-	177	56,86	18,65	174	62,1	17,49	-	-	-
SR															
Mutil	-	-	-	-	-	-	355	37	19,49	359	46,59	20,45	315	49,29	23,33
Neska	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CF															
Mutil	-	-	-	-	-	-	355	20,53	17,62	359	28,77	21,13	315	41,28	26,55
Neska	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CS															
Mutil	351	30,44	15,56	187	45,64	16,86	355	54,18	16,55	359	64,99	14,37	315	67,56	13,33
Neska	-	-	-	154	49,35	16,22	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P															
Mutil	351	28,96	8,70	341	40,72	8,70	178	41,31	8,74	185	48,39	11,49	168	55,00	12,19
Neska	-	-	-	-	-	-	177	45,35	8,95	174	54,58	10,05	147	59,04	9,49
AHESP2															
Mutil	351	29,66	9,28	187	42,67	10,49	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Neska	-	-	-	154	45,11	9,97	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AHESP															
Mutil	-	-	-	-	-	-	178	40,22	11,82	185	48,21	11,85	315	56,25	13,76
Neska	-	-	-	-	-	-	177	42,82	10,84	174	51,12	11,44	-	-	-

V.10 Irudia. Ahalmen espazialaren baremoak (LH2 - DBH4 bitartean).

Aurreko taulak eskoletako ikasleen ahalmen espazialeko maila diagnostikatzen lagundu dezake. Maila bakoitzeko puntuazioetan, batezbestekotik desbidazio tipiko bat gora eta behera hartuta, ikasleek ahalmen espazialean puntuazio “baxua”, “normala” ala “altua” duten zehaztu ahalko da.

Horrekin, puntuazio baxua dutenei, ikasleak eduki ditzakeen gabeziak osatzeko, banakako laguntza eskeintzeko aukera izango du irakasleak, errendimendu hobea ahalbidetuz. Eta puntuazio altua dutenei, berriz, jarduera osagarriak proposatzeaz gain, irakasgai hautazkoen eta gerorako ikasketen aukeraketan laguntzeko bidea eman diezaiekete.

Ondorioz, baremoen taula tresna ona izan daiteke maila horretako ikasleak marrazketan eta, batez ere, matematikan dituzten hutsuneei konponbidea topatzen laguntzeko, edo, alderantziz, ikasleak izan dezakeen abileziari probetxua ateratzeko.

V.3 Unibertsitate E. Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala

Hirugarren helburua Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala neurtzea eta aztertzea da. Horretarako bi helburu zehatz ezarri ditugu III. Kapituluari. Ikus ditzagun helburu bakoitzean lortutako emaitzak eta ondorioak:

V.3.1 Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren neurketa eta azterketa

3.1 helburua lortzeko Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espaziala neurtu eta aztertu dugu (Arrieta, 2015).

II. Kapituluari aipatu dugun bezala, hainbat ikerketetan frogatu da ingeniarietako ikasleek beste zenbait karreretako ikasleek baino ahalmen espazial hobeak dutela (Casey, et al., 1990; Maris eta Noriega, 2010; Miller, 1996).

Guk Eskola Politeknikoko ikasleak aztertu ditugu soilik, baina interesgarria izango da, bertako espezialitate desberdinen artean (Ingeniaritza Mekanikoa, Ingeniaritza Kimikoa, Herri Lanak eta Arkitektura Teknikoa) zer motatako desberdintasunak dauden aztertzea eta, baita ere, Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleek lortutako emaitzekin konparatzea, ikusteko ea, ikerketa horietan aztertu den bezala, ingeniarietako ikasleek ahalmen espazialean maila altua duten ala ez.

Guzti horretarako, aurretik azaldu dugun moduan, bi lagin aukeratu dira: alde batetik, Arkitektura Teknikoko, Herri Lanetako, Ingeniaritza Mekanikako eta Ingeniaritza Kimikoko 1. mailako ikasleak (2006 urtean) eta, bestetik, bi urte beranduago, ikasle berberak 3. mailan zeudenean (2008an). Beraz, lehendabizi, emaitzak bakarka aztertuko ditugu eta, ondoren, bien arteko konparaketak egingo ditugu.

V.3.1.1 Lehenengo mailako ikasleen ahalmen espaziala ezaugarri desberdinekiko

3.1.1 helburuarekin lehenengo mailako ikasleen ahalmen espaziala aztertu nahi izan dugu. Horretarako beste hiru azpi-helburu zehaztu ditugu. Ikus ditza-gun emaitzak banan-banan:

Ikasleen ahalmen espazialaren azterketa espezialitateen arabera

Aurretik esan bezala, Unibertsitate Eskola Politeknikoan espezialitate desberdinak daude (gaur egun, plan berriarekin aldatu egin diren arren), eta guk lau espezialitateko ikasleen ahalmen espaziala neurtu dugu 3.1.1.1 helburu zehatzean. Hauek izan dira lehenengo mailako ikasleekin lortutako emaitzak (2006an):

V.25 Taula

Kruskal-Wallis proba espezialitateen arabera.

Espezialitatea	N	\bar{X}	D. T.	Kruskal-Wallis	p
Arkitektura Teknikoa	57	65,43	8,64	13,875	0,003
Herri Lanak	33	66,46	11,29		
Ingeniaritza Mekanikoa	47	61,72	11,08		
Ingeniaritza Kimikoa	20	57,78	9,32		
Ikasle guztiak	157	63,56	10,40		

p: adierazgarritasun maila

Ahalmen espazialaren galdetegiak pasa ondoren ikasleek lortutako notak, orokorrean, nahiko altuak izan dira, gehienek 18-19 urte dituztela kontuan hartuta.

Arrieta-k (2006) egindako zeharkako ikerketan, 15-16 urteko haurren ahalmen espazialaren batezbestekoa 56,61 da. Aurreko taulan ikusten denez, espezialitate guztiek gaintitzen dute batezbesteko hori. Alde batetik, normala da ahalmen espazialaren maila handitzea, adin handiagoko ikasleak direlako. Baina bestalde, Arkitektura Teknikoko edo Herri Lanetako ikasleek, bereziki, 56,61-eko batezbestekoa erraz gaintitzen dute; eta, ondorioz, ikasketa horiek

egiten hasten diren ikasleek, gehiengoak baino ahalmen espazial hobe eta dutela esan dezakegu. Beraz, ikasketa horiek egitea erabaki aurretik, puntu garrantzitsua litzateke ikasleen ahalmen espaziala neurtzea eta 56,61-eko batezbesteko hori erraz gainditzen duten ala ez aztertzea.

Hemen gehien harritzen gaituen datua ikerketa longitudinalean lortutakoa da, DBH4-ko ikasleen ahalmen espazialaren batezbestekoa 69,85 baita, hau da, ingeniarietako ikasleen lau batezbestekoak baino altuagoa! Aipatu ditugu aurretik horren batezbesteko altua lortzeko egon daitezkeen arrazoi desberdinak. Baina benetan deigarria da datuen arteko desberdintasun hori.

Espezialitate desberdinetako ikasleen ahalmen espazialaren artean ezberdintasunak ba ote dauden ikusteko, Kruskal-Wallis proba erabili da, Ingeniaritza Kimikoko ikasleak 30 baino gutxiago direnez, ez direlako baldintza parametrikokoak betetzen. V.25 Taulan ikusten denez, espezialitate desberdinetako ikasleen ahalmen espazialaren artean desberdintasun esanguratsua daude ($p \leq 0,05$). Beraz, orain Scheffé proba estatistikoa egin dugu desberdintasun horiek zein espezialitateen artean dauden zehazteko:

V.26 Taula

Espezialitateen arteko desberdintasunak ahalmen espazialean (Scheffé proba).

(I) Espezialitatea	(J) Espezialitatea	p
Arkitektura Teknikoa	Herri Lanak	0,974
	Ing. Mekanikoa	0,327
	Ing. Kimikoa	0,040
Herri Lanak	Ing. Mekanikoa	0,237
	Ing. Kimikoa	0,029
Ing. Mekanikoa	Ing. Kimikoa	0,545

p: adierazgarritasun maila

Taulan ikusten denez, desberdintasun horiek Arkitektura Teknikoaren eta

Ingeniaritza Kimikoaren artekoak dira eta, baita, Herri Lanen eta Ingeniaritza Kimikoaren artekoak ere ($p \leq 0,05$). Hau da, Arkitektura Teknikoko ikasleek Kimikakoek baino ahalmen espazial handiagoa dute eta, baita, Herri Lanetako ikasleek ere.

Emaitza horrek logikoa dirudi, nahiz eta guztiak ingeniaritzako espezialitateetakoak izan, Arkitektura Teknikoko ikasleek eta Herri Lanetakoek matematikari eta marrazketari lotutako irakasgai gehiago eta kreditu kopuru handiagokoak dituztelako: matematikako bi irakasgai dituzte hiru espezialitateetan baina kreditu kopuru handiagokoak Herri Lanetakoek eta Arkitektura Teknikokoek; marrazketari dagokionez, Ingeniaritza Kimikokoek irakasgai bakarra dute eta beste biek gutxienez bi irakasgai.

Gainera, ikasketa horietan sartzeko behar den nota altuagoa da, eta beraz, aipatutako bi ikasketak egiten hasten diren ikasleak orokorrean “hobeak” izango dira beste bi espezialitateetakoak baino.

Bestalde, ikasleak karrera aurreko azken urtean, garai hartako COU zena, irakasgai ezberdinak emanda sar zitezkeen karreran, eta beraz, horrek eragina izan zezakeen ikaslearen ahalmen espazialaren mailan. Adibidez, ikasle batek orduko “zientziak” aukeratu bazuen, matematika eta marrazketa teknikoko irakasgaiak izango zituen COU-n eta baita selektibitateko azterketan ere eta, beraz, ikasle horrek ahalmen espazialean maila altuagoa izateko aukera gehiago izango zituen COU-n adar hori aukeratu ez zuen beste ikasle batek baino. Horrexegatik logikoa dirudi karrerako lehenengo kurtsoan, eta batez ere espezialitate ezberdinetako ikasleen artean desberdintasun esanguratsua egotea.

Ikasleen ahalmen espaziala sexuaren arabera

Ikus dezagun orain ea sexuaren arteko ezberdintasunik ba ote dagoen maila honetako ikasleen artean (3.1.1.2 helburu zehatza). Horretarako T-test proba estatistikoa erabili da.

Ondorengo V.27 Taulan ikus dezakegunez ez dago desberdintasun esanguratsurik nesken eta mutilen ahalmen espazialen artean, ezta faktore bakoi-tzean ere. Salbuespen bakarra pertzepzio abiaduran (P) daukagu ($p \leq 0,05$),

eta horko desberdintasun esanguratsuak nesken aldekoak dira. Ikusi beharko da ea 3. mailan ere nesken aldekoa den desberdintasun jakin hori mantentzen den ala ez.

V.27 Taula

T-test proba ahalmen espazialean eta faktore bakoitzean sexuaren arabera.

	Sexua	N	\bar{X}	D. T.	t-balioa	p
Erlazio espazialak (SR)	Mutilak	89	64,00	17,37	0,313	0,754
	Neskak	68	64,82	15,13		
Bistaratzea (VZ)	Mutilak	90	72,41	15,85	1,591	0,114
	Neskak	70	76,24	14,09		
Itxidura abiadura (CS)	Mutilak	90	69,50	13,09	-0,204	0,839
	Neskak	70	69,07	13,33		
Itxid. malgutasuna (CF)	Mutilak	90	48,56	23,39	-1,347	0,180
	Neskak	70	43,54	23,42		
Pertzepzio abiadura (P)	Mutilak	91	60,77	9,37	4,163	0,000
	Neskak	70	67,54	11,27		
AHALMEN ESPAZIALA	Mutilak	89	63,07	11,52	0,675	0,500
	Neskak	68	64,20	8,75		

p: adierazgarritasun maila

Beraz, ez dago desberdintasun esanguratsurik Eskola Politeknikoko 1. mailako nesken eta mutilen ahalmen espazialaren artean.

Faktoreak bakarka aztertuta ere, desberdintasun esanguratsurik ez dagoela ikus daiteke taulan. Salbuespen bakarra pertzepzio abiaduran (P) ematen da: neskek, esanguratsuki, puntuazio altuagoa lortu dute. Horren arrazoia, DBH-ko ikasleen azterketan aipatutakoaren berbera dela deritzogu; hau da, neskek, mutilek baino azkarrago egiten dutela emaitzen transferentzia koa-dernora; eta abiadurak garrantzi handia duen galdetegi bat dela kontuan

harturik, transferentzi azkarrago horren eraginez neskek puntuazio handiagoa lortzen dutela uste dugu. Beraz, ez da ahalmen espazialari zuzenki lotutako arrazoi bat, datuen transferentzian erabilitako estrategiari lotutakoa baizik. Eta ondorioz, pertzepzio abiadurako desberdintasun hori ez da kontuan hartzeko modukoa (sexuaren arabera ahalmen espazialaren azterketan).

Ahalmen espazialaren eta marrazketako notaren arteko erlazioa

Ezarritako lehenengo helburuarekin bukatzeko, ikus dezagun ea ikasleek marrazketan (*Adierazpen Grafikoa* irakasgai) ateratako noten eta ikasle bakoitzaren ahalmen espazialaren artean erlaziorik badagoen (3.1.1.3 helburu zehatza).

Bi aldagai horien erlazioa esanguratsua da ($R = 0,448^{**}$). Hau da, ikasleak ahalmen espazialean zenbat eta maila altuagoa eduki, orduan eta nota hobea ateratzen du *Marrazketa Teknikoa* irakasgai.

Bestalde, ahalmen espazialean egon daitezkeen desberdintasun esanguratsuak marrazketako notaren arabera aztertzeko eta ondorio zehatzagoak lortu ahal izateko, “Marrazketa Teknikoko nota” aldagaia birkodifikatu dugu, ondoko taularen datuak erabiliz, eta bi aldagaiek banaketa normala jarraitzen dutela jakinik:

V.28 Taula

Ahalmen espazialeko eta Marrazketa Teknikoko emaitzak.

	N	\bar{X}	D.T.
AHESP	157	63,56	10,40
Marrazketa	125	4,84	2,26

1 (nota “baxua”): Marrazketako nota $\leq \bar{X} - D.T.$

2 (nota “normala”): $\bar{X} - D.T. < \text{Marrazketako nota} \leq \bar{X} + D.T.$

3 (nota “altua”): Marrazketako nota $> \bar{X} + D.T.$

Eta hauek dira multzo bakoitzean lortutako emaitzak:

V.29 Taula

Kruskal Wallis proba ahalmen espazialean Marrazketa Teknikoko notaren arabera.

Marrazketa Teknikoa (birkodifikatuta)	Ahalmen espaziala			Kruskal Wallis	p
	N	\bar{X}	D.T.		
1: nota “baxua”	15	53,37	11,36		
2: nota “normala”	89	65,05	9,29	15,826	0,000
3: nota “altua”	19	66,84	8,10		
Ikasle guztiak	125	63,90	10,14		

p: adierazgarritasun maila

Hiru multzoen artean desberdintasun esanguratsuak dauden ikusteko Kruskal Wallis proba erabili da. Eta V.29 Taulan ikusten den bezala, desberdintasun esanguratsuak daude multzo ezberdinetako ikasleen artean ($p \leq 0,01$). Desberdintasun horiek zehazki zein multzoren artean ematen diren zehazteko Scheffé proba burutu da. V.30 Taulan ikus daitezke lortutako emaitzak.

Bertan ikus daitekeenez, ahalmen espazialean desberdintasun esanguratsuak daude marrazketa nota “baxua” eta nota “normala” duten ikasleen artean eta, baita, nota “baxua” eta nota “altua” duten artean ere. Beraz, ikasle batek zenbat eta ahalmen espazial hobe eduki, orduan eta nota hobe lortuko du Marrazketa Teknikoan.

V.30 Taula

Ahalmen espazialean desberdintasunak birkodifikatutako Marrazketa Teknikoko notaren arabera (Scheffé proba).

(I) Marrazketa Teknikoa	(J) Marrazketa Teknikoa	p
1: nota “baxua”	2: nota “normala”	0,000
	3: nota “altua”	0,000
2: nota “normala”	3: nota “altua”	0,752

p: adierazgarritasun maila

Eta ondorioz, ahalmen espaziala marrazketan ondo ibiltzeko tresna garrantzitsua izan daiteke. Eta bestalde, ikasle batek ahalmen espazialean duen mailak ingeniartzako Marrazketa Teknikoa irakasgaiari izango duen maila aurreikusten lagundu dezake.

V.3.1.2 Hirugarren mailako ikasleen ahalmen espaziala

Kasu honetan, 3.1.2 helburuan, ikasle berak hirugarren mailan zeudenean aztertutako ditugu, ikerketa longitudinala osatuz; aurretik zehaztu dugun bezala, lagina ez da guztiz berbera izango, ikasle batzuk ikasketak utzi edo kurtsoren bat errepikatu dutelako, eta bestetik, ikasle zaharrago batzuk, errepikatzaileak, sartu direlako gure laginean. Hala ere, azterketa modu berdinean egin da. Ikus ditzagun emaitzak:

Ikasleen ahalmen espazialaren azterketa espezialitateen arabera

Has gaitezen espezialitateka lortu diren emaitzak aztertzen (3.1.2.1 helburu zehatza). Ondoko taulan agertzen dira 3. mailako ikasleen ahalmen espazialen batezbestekoak espezialitate desberdinen arabera:

V.31 Taula

Kruskal-Wallis proba espezialitateen arabera.

Espezialitatea	N	\bar{X}	D. T.	Kruskal-Wallis	p
Arkitektura Teknikoa	30	72,00	11,30	4,520	0,211
Herri Lanak	18	72,97	12,08		
Ingeniaritza Mekanikoa	34	68,62	9,90		
Ingeniaritza Kimikoa	13	65,94	9,07		
Ikasle guztiak	95	70,15	10,80		

Azter dezagun ea 1.go kurtsoan zeuden espezialitateen arteko desberdintasunak mantentzen diren ala ez. Horretarako, Kruskal-Wallis proba erabili da, Herri Lanetako eta Ingeniaritza Kimikoko ikasleak 30 baino gutxiago direlako, eta, beraz, ez direlako baldintza parametrikoak betetzen.

V.31 Taulan ikus dezakegunez, espezialitate desberdinetako ikasleen ahalmen espazialen artean ez dago ezberdintasun esanguratsurik. Beraz, 1.go mailan agertzen ziren desberdintasunak desagertu egin dira 3. mailan.

Emaitza horrek ere izan dezake bere logika. Azken finean, espezialitate desberdinak izan arren, enborreko irakasgai asko berberak dituztelako ikasketak horiek guztietan; eta nahiz eta lehenengo mailan desberdintasunak antzeman, bi kurtso beranduago, desberdintasun horiek desagertu egiten dira, antzeko lana egin baitute ikasleek karreran zehar, eta denak ahalmen espazialean maila berberera iristen direlako.

Hau da, Ingeniaritza Kimikoko ikasleak dira ahalmen espazialean hobekuntza handiena jasaten dutenak bi kurtsoetan zehar (lehenengo kurtsoan maila baxuena baitzuten), eta Herri Lanetakoak, berriz, hobekuntza txikiena dutena (lehenengo kurtsoan maila altuena baitzuten). Beraz, ahalmen espazialean denak antzeko mailara iristen dira.

Ikasleen ahalmen espaziala sexuaren arabera

3.1.2.2 helburu zehatzari helduko diogu orain. Hau da, ikus dezagun ea sexuaren arabera 3. mailako ikasleen ahalmen espazialean desberdintasunik ba ote dagoen. Horretarako T-test proba estatistikoa erabili da.

V.32 Taulan ikusten denez, hirugarren mailan ere ez dago desberdintasun esanguratsurik ahalmen espazial osoan sexuaren arabera, ezta faktoreak bakarka aztertuta ere; lehenengo mailako salbuespena ere desagertu egin da (pertzepzio abiadura, ikus V.27 Taula). Beraz, sexuen arteko desberdintasun esanguratsurik ez dago maila honetan ere.

V.32 Taula

T-test proba ahalmen espazialean eta faktore bakoitzean sexuaren arabera.

	Sexua	N	\bar{X}	D. T.	t-balioa	p
Erlazio espazialak (SR)	Mutilak	58	74,63	15,60	0,707	0,481
	Neskak	37	72,33	15,27		
Bistaratzeta (VZ)	Mutilak	61	78,39	14,23	-0,461	0,646
	Neskak	38	79,65	11,47		
Itxidura abiadura (CS)	Mutilak	61	76,56	13,12	0,516	0,607
	Neskak	38	75,26	10,33		
Itxid. malgutasuna (CF)	Mutilak	61	61,17	24,67	1,487	0,140
	Neskak	38	53,51	25,33		
Pertzepzio abiadura (P)	Mutilak	61	64,56	9,99	-1,158	0,250
	Neskak	38	67,09	11,48		
AHALMEN ESPAZIALA	Mutilak	58	70,70	11,52	-0,623	0,535
	Neskak	37	69,28	9,65		

p: adierazgarritasun maila

Eta ondorioz, azken urteetako ikerketek esandakoa baieztatu egin da uni-

bertsitate mailan ere. Hau da, ez dago desberdintasun esanguratsurik mutilen eta nesken ahalmen espazialen artean, ezta faktore bakoitzean ere.

V.3.1.3 1. eta 3. mailan lortutako emaitzen arteko konparaketa

Bi laginak bakarka aztertu ondoren, interesgarria izango da bi laginen arteko konparaketa egitea, lortutako emaitzak zer nolako aldaketa jasan duten aztertzeko (3.1.3 helburua).

Bi kurtsoetan galdetegiak osatu dituzten ikasleen ahalmen espaziala

Beste puntu interesgarria bi galdetegiak pasa dituzten 51 ikasleen ahalmen espaziala aztertzea izango da (3.1.3.1 helburu zehatza). Hau da, lehenengo kurtsoko eta hirugarren kurtsoko laginak ez dira guztiz berdinak: lehenengoko ikasle batzuk bi urtetan ez direlako hirugarrenera iritsi, eta hirugarren mailan, beste zenbait errepikatzaile dagoelako.

Horretarako, lehendabizi, bien arteko korrelazioa kalkulatu dugu: $R = 0,791^{**}$. Hau da, 2006 eta 2008 urteetako ikasleen ahalmen espazialaren emaitzak korrelazionaturik daude. Desberdintasun esanguratsurik badagoen aztertzeko, erlazionatutako laginetarako T-test proba estatistikoa erabili dugu ikasle guztietarako eta, Wilcoxon proba, espezialitate bakoitzerako ($N < 30$ delako kasu bakoitzean). V.33 Taulan ikusi daitezke lortutako emaitzak.

Taulako azken lerroan ikus daitekeenez, 51 ikasleen bi kurtsoetan neurtutako ahalmen espazialen arteko hobekuntzak esanguratsuak dira ($p \leq 0,01$). Hau da, 51 ikasle horiek ikasle “onak” dira, 3. mailan ere galdetegiak pasa badituzte, kurtsoak urtez-urte gaingitu dituztela esan nahi baitu. Beraz, deigarria da ikasle “on” horien ahalmen espazialak ere hobekuntza nabarmena jasatea bi kurtso beranduago.

Gainera, ikasle guztiak kontuan hartuta lortutako emaitza hori espezialitate bakoitzean ere errepikatzen da (ikus V.33 Taula). Hau da, ahalmen espazialean, espezialitate guztietan hobekuntza esanguratsuak lortu dira 3. mailan ($p \leq 0,01$).

V.33 Taula

Wilcoxon proba espezialitate bakoitzerako eta T-test proba ikasle guztietarako bi kurtsoetan lortutako emaitzen arabera.

Espezialitatea	Urtea	Maila	N	\bar{X}	D. T.	Z / t-balioa	p
Arkitektura	2006	1	21	65,05	11,10	-3,875	0,000
Teknikoa	2008	3	21	76,21	9,64		
Herri	2006	1	7	67,84	8,78	-2,366	0,018
Lanak	2008	3	7	79,32	9,98		
Ingeniaritza	2006	1	14	63,97	8,13	-3,296	0,001
Mekanikoa	2008	3	14	75,40	6,50		
Ingeniaritza	2006	1	9	57,80	11,56	-2,547	0,011
Kimikoa	2008	3	9	67,77	9,86		
Ikasle	2006	1	51	63,86	10,32	-12,279	0,000
guztiak	2008	3	51	74,93	9,40		

p: adierazgarritasun maila

Garrantzitsua da, emaitzetan ikusi ahal izan dugun moduan, 18 urtetik aurrera ikasleen ahalmen espaziala hobetu egin dela nabarmentzea eta, beraz, landu ezker, hobetu egin daitekeela dirudi.

51 ikasle horien azterketa longitudinalarekin amaitzeko, faktoreak bakar-bakar hartuta zer nolako emaitzak lortzen diren ikusiko dugu.

Ikasleak 1. mailan eta 3. mailan zeudenean faktore bakoitzean lortutako emaitzak kalkulatu ditugu eta, ondoren, euren arteko desberdintasunak esanguratsuak diren ala ez aztertu dugu, erlazionaturik dauden laginetarako T-test probaren bidez (ikus V.34 Taula).

V.34 Taula

T-test proba faktore bakoitzean bi kurtsoetan lortutako emaitzen arabera.

Faktoreak	Urtea	N	\bar{X}	D.T.	t-balioa	p
SR	2006	51	66,52	13,22	-8,672	0,000
	2008	51	79,80	13,00		
VZ	2006	56	74,08	16,09	-4,437	0,000
	2008	56	82,38	11,28		
CS	2006	56	70,36	12,39	-8,598	0,000
	2008	56	80,98	9,31		
CF	2006	56	48,92	24,34	-4,889	0,000
	2008	56	64,77	23,69		
P	2006	57	62,39	11,72	-6,014	0,000
	2008	57	69,26	10,86		

p: adierazgarritasun maila

Taulan ikusten denez, diferentzia guztiak esanguratsuak dira ($p \leq 0,01$). Beraz, ahalmen espazial osoarekin gertatzen den bezala (ikus V.33 Taulako azken lerroa), esan dezakegu faktoreak bakarka hartuta ere 1. kurtso eta 3. kurtsoko emaitzen artean desberdintasun esanguratsuak daudela eta, ondorioz, ikasleek, 18 urtetik gorakoak izan arren, ahalmen espazialean hobekuntza esanguratsua eduki dutela.

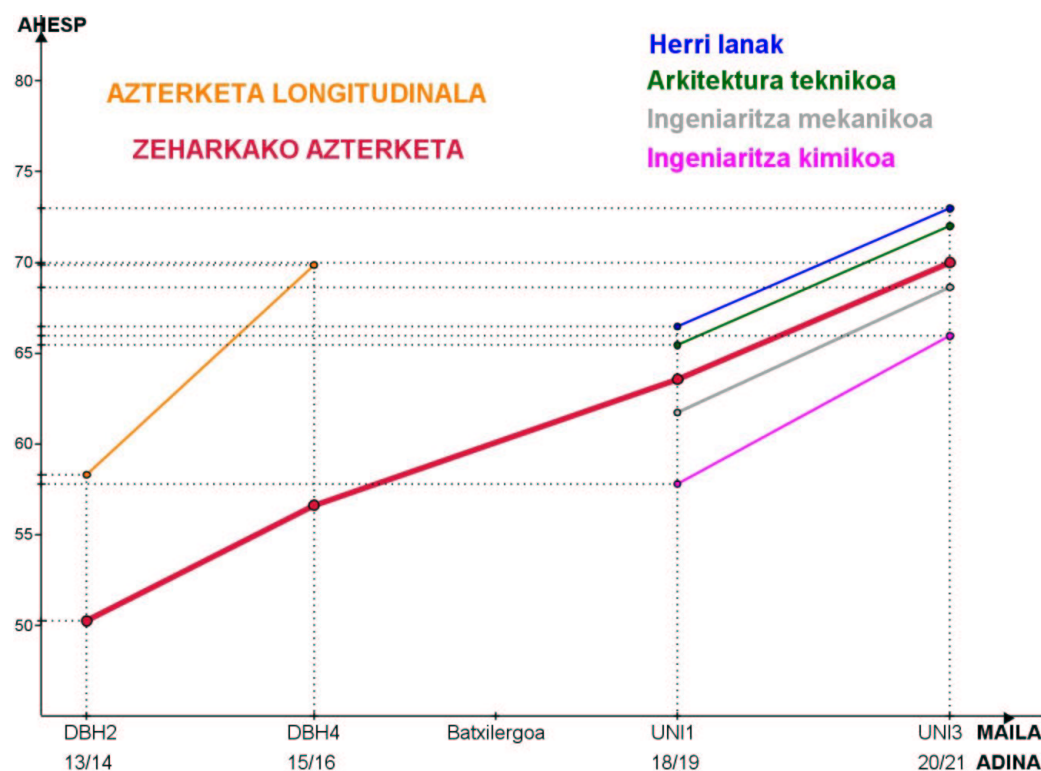
Emaidza horrek Carroll-en eredua indartu egiten du, ahalmen espazialaren hobekuntza hori ez delako gaitasun batzuetan bakarrik ematen, faktore guztietan baizik.

Ahalmen espazialaren bilakaera

3.1 helburuarekin amaitzeko 3.1.3.2 helburu zehatzean zentratuko gara. Hau da, zeharkako ikerketak eta ikerketa longitudinalak zer nolako jarraipena izan

duten maila hauetan aztertu nahi dugu.

V.11 Irudian ikus dezakegu ikasleen ahalmen espazialak aipatutako unibertsitate mailetan izan duen bilakaera.



V.11 Irudia. U. E. Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.

Grafikoan argi ikusten da aurretik aipatu dugun datu deigarriena: DBH4 mailan ikerketa longitudinaleko ikasleek lortutako emaitzak unibertsitateko 1. mailan, espezialitate guztietan, lortutakoak baino hobeak direla, alegia; eta baita, unibertsitateko 3. mailako bi espezialitateetan (Ingeniaritza Mekanikoa eta Ingeniaritza Kimikoa) lortutakoak baino hobeak ere.

Zeharkako ikerketan erreparatzen badugu aldiz, bilakaera “logikoagoa” jarraitzen duela ikus daiteke. Urtez-urte ahalmen espazialen puntuazioa handitzen doa.

Aipatzekoa da, 18 urtetik aurrera ere ingeniartzako ikasleen ahalmen espazialak hobetzen jarraitzen duela, bai DBH4ko puntuazioekin konparatuz gero, eta baita, 3. mailan lortutakoak 1. mailakoekin konparatuz gero ere. Ikasketa horietan, hala ere, matematikan eta marrazketan lan handia egiten da, eta, beraz, horrek eragina izan dezake ahalmen espazialeko puntuazioak ere hobetzen joatearekin.

V.3.2 Zeregin espazialean erabilitako estrategiak

Azken helburu zehatzari helduko diogu orain, 3.2 helburuari, hain zuzen. Bertan, Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleek zer nolako estrategiak erabili dituzten ahalmen espazialeko galdetegiak erantzuterakoan aztertuko dugu.

Gorgorió-k (1994) estrategiak aztertzearen garrantzia azpimarratzen du bere ikerketan; hau da, ahalmen espaziala eskolan lantzeko orduan eragina du erabiltzen den metodologiak, eta hori zehazteko puntu garrantzitsua da ikasleen estrategiak ezagutzea.

Gainera, estrategia jakin bat erabiltzeak jarduera geometrikoetan arrakasta izaten lagun dezake (Gorgorió, 1998). Horretarako, interesgarria izango da ikasle bakoitzak zeregin espazialean erabiltzen duen estrategia motaren azterketa egitea, hortik, geometriaren ikaskuntzarako lagungarri suerta da-kioken ondorioak atera ahal izateko.

Azterketa hori aurrera eramateko, hemen ere bi lagin multzo bereiziko ditugu: bata, aurrez zoriz aukeratutako 12 ikasleak 1. mailan zeudenean eta, bestea, 3. mailan zeudenean.

V.3.2.1 Lehenengo mailako ikasleen estrategiak

Azter ditzagun, beraz, lehenengo mailako ikasleek erabilitako estrategiak (3.2.1 helburua).

Estrategiei dagokionez, galdetegi bakoitzean erabili diren estrategia motak hartu dira kontuan. Hau da, galdetegi bakoitzean ikasle bakoitzak erabili-

tako errepresentazio modua eta atentzioa zentratzeko lekua. Gogora dezagun estrategia espazialak ebaluatzeko eredua (ikus V.35 Taula):

V.35 Taula

Estrategia motak (Burden eta Coulson, 1981).

ESTRATEGIAK		Atentzioa zentratzeko lekua	
		Osoa	Partziala
Errepresentazio modua	Bisuala	BISUAL-OSOA	BISUAL-PARTZIALA
	Analitikoa	ANALITIKO-OSOA	ANALITIKO-PARTZIALA
	Nahasia	NAHASI-OSOA	NAHASI-PARTZIALA

Estrategia motak eta maiztasunak

Azter ditzagun, 3.2.1.1 helburu zehatzaren baitan, lehenengo mailako ikasleek galdetegi bakoitzean erabilitako estrategiak eta euren maiztasunak.

Gure ikerketan, elkarrizketatutako 12 ikasleek bost galdetegietan erabilitako estrategiak V.36 Taulan ikus daitezke.

Lehenengo galdetegian (SR) ia denek estrategia bisual-partziala (B-P) erabiltzen dute (hiru kenduta).

Bigarren galdetegian (VZ), berriz, estrategia mota desberdinak erabiltzen dituzte, bai errepresentazio moduan eta baita atentzioa zentratzeko lekuan ere.

Hirugarren galdetegian (CS), 11 pertsonak estrategia bisualak erabiltzen dituzte eta bakarra da analitikoa erabiltzen duena; baina atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez, bi aukerak erabili dituzte.

Laugarren galdetegian (CF), errepresentazio modu analitikoa gehiagok erabili dute, eta atentzioa zentratzeko lekuan, partziala.

Eta azken galdetegian (P), aipatzekoa da bost ikaslek estrategia berbera erabili dutela, bisual partziala (B-P).

V.36 Taula

Ikasleek galdetegi bakoitzean erabilitako estrategiak.

Ikaslea	AHESP	1. mailako ikasleak					Estr. kop.
		SR	VZ	CS	CF	P	
1I	86,33	B-P	B-P	B-P	B-P	B-P	1
2I	78,17	B-P	B-P	B-P	A-P	B-P	2
3I	77,48	B-P	B-O	B-P	B-P	B-P	2
4I	74,08	B-P	B-P	B-P	A-P	B-P	2
5I	69,73	B-O	A-P	B-P	B-P	B-P	3
6I	68,10	B-P	A-P	B-O	A-O	B-P	4
7I	67,92	B-P	B-P	B-P	A-P	B-O	3
8I	59,40	B-P	B-O	B-O	A-O	B-P	3
9I	51,90	B-O	B-O	B-O	A-P	A-P	2
10I	51,69	B-P	A-P	A-P	A-P	A-O	3
11I	46,83	A-P	N-O	B-P	A-P	A-O	4
12I	44,73	B-P	N-O	B-O	A-P	A-P	4

Estr. kop.: estrategia kopurua

B: bisuala, A: analitikoa, N: nahasia, O: osoa, P: partziala

Eta estrategien maiztasunei dagokionez, V.37 Taulako emaitzak lortu dira. Ikasleek erabilitako estrategiak anitzak izan dira, eta aurretik definitutako 6 estrategietatik 5 erabili dituzte.

Errepresentazio moduetatik bisuala da gehien erabili den estrategia mota (%66,67); nahasia bi alditan bakarrik erabili da. Atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez, %73,34 dira estrategia partziala erabili dutenak eta %26,66 osoa erabili dutenak. Gehien erabili den estrategia mota bisual-partziala da (%50) eta, jarraian, analitiko-partziala (%23,24); nahasi-partziala behin ere erabili ez den estrategia mota bakarra da.

V.37 Taula

Estrategien maiztasunak.

Estrategiak	Osoa (%)	Partziala (%)	Guztira (%)
Analitikoa (%)	4 (6,66)	14 (23,34)	18 (30,00)
Bisuala (%)	10 (16,67)	30 (50,00)	40 (66,67)
Nahasia (%)	2 (3,33)	0 (0,00)	2 (3,33)
Guztira (%)	16 (26,66)	44 (73,34)	60 (100)

Lehen esan dugun bezala, guri interesatzen zaiguna erabili diren estrategia motak aztertzea da, eta ez ikasle bakoitzak nolako estrategiak erabiltzeko joera duten ikustea, normalean, ikasle berak estrategia bat baino gehiago erabiltzen duelako. Gure kasuan, ikasle bakarrak erabili du galdetegi guztietan estrategia mota bera (bisual-partziala); beste guztiek gutxienez bi estrategia mota ezberdin erabili dituzte. Azpimarratzekoa da estrategia mota bera erabili duen ikasle bakar hori, zehazki, elkarrizketatuak izan diren 12 ikasleetatik ahalmen espazial altuena duena dela (1I ikaslea), baina baita 157 ikasleetatik puntuazio hobereana atera duena ere. Berak erabilitako estrategia bisual-partziala izan da. Beraz, pentsa daiteke estrategia hori egokia izan daitekeela emaitza onak lortzen laguntzeko (aurrerago aztertuko dugu).

Ahalmen espazialaren eta estrategia kopuruaren arteko erlazioa

Ikasleek erabilitako estrategia kopuruarekin jarraituz (3.2.1.2 helburu zehatza), alderantzizko korrelazio esanguratsua dago ($R = -0,778^{**}$) galdetegietan ateratako ahalmen espazialaren nota eta erabilitako estrategia kopuruaren artean; hau da, zenbat eta estrategia kopuru handiagoa erabili, orduan eta puntuazio txikiagoa atera dute ahalmen espazialean, eta alderantziz.

Badirudi, ahalmen espazial ona duten ikasleek segurtasun gehiago dutela erabili beharreko strategiaren aurrean, eta horregatik, estrategia bakarra edo bi erabili dituzte galdetegi guztiak egiteko; puntuazio txikiagoa dutenek, berriz, galdetegiak egin ahala eta zalantzak handitzen zaizkien heinean, estrategia aldatzera jotzen dute, eta jarrera horrek, oraindik eta emaitza txarragoak lortzera bultzatzen ditu.

Emaidza horrek Yalow eta Web-ek (1977) lortutakoa baieztatzen du; ahalmen espazialean maila altuagoa duten ikasleek eurengan segurtasun handiagoa dutela ziurtatzen baitute ikerlari horiek, eta horrek estrategia-mota guxtiago erabiltzera bultzatzen baititu ikasleak.

Bestetik, emaitza horrek Cossío-k (1997) ateratako ondorioarekin ere bat egiten du. Autoreak 36 ikasleri egindako elkarrizketetan ikusi ahal izan zuen okerren egindako itemetan estrategia ezberdinen kopurua handiagoa zela, eta alderantziz.

Ondorioz, badirudi emaitza hobekak lortu daitezkeela erabilitako estrategia kopurua murriztuta. Beraz, ikasleekin strategiak lantzeko orduan, estrategia egokia zein izan daitekeen pentsatzen lagundu beharko zaie, eta ez estrategia desberdinekin probak egiten ibiltzea.

Ahalmen espazialaren eta estrategia motaren arteko erlazioa

Galdetegi bakoitzean erabilitako estrategia motak, bertan lortutako puntuazioan duen eragina aztertuko da orain (3.2.1.3 helburu zehatza). Ikasleek normalean estrategia mota bat baino gehiago erabiltzen dute bost galdetegietan eta, ondorioz, interesgarriagoa eta zentzuzkoagoa da galdetegi bakoitzean erabilitako estrategia mota eta bertan lortutako puntuazioaren arteko erlazioa aztertzea.

Horretarako, eta baldintza parametrikokoak betetzen ez direnez ($N=12 < 30$), Kruskal-Wallis proba estatistikoa erabili dugu errepresentazio moduaren eta estrategia mota osoaren eragina aztertzerakoan, eta Mann-Whitney proba, berriz, atentzioa zentratzeko lekuaren eragina aztertzerakoan.

Beraz, azter dezagun galdetegi bakoitzean lortutako puntuazioen eta erabilitako estrategia motaren artean (errepresentazio modua eta atentzioa zentratzeko lekua kontuan hartuta) desberdintasun esanguratsurik dauden ala ez. V.12 irudiko Taulan ikus daitezke lortutako emaitza guztiak.

Taulan ikusten denez, lehenengo bi galdetegietan ez dago inongo desberdintasun esanguratsurik.

	Errepresentazio modua					Atentzioa zentratzeko lekua					Estrategia mota							
	Mota	N	\bar{X}	D.T.	χ^2	p	Mota	N	\bar{X}	D.T.	U	p	Mota	N	\bar{X}	D.T.	χ^2	p
SR	Analitikoa	1	72,50	0,00			Osoa	2	55,62	2,65			A-O	0	-	-		
	Bisuala	11	72,39	13,78	0,000	1,000							A-P	1	72,50	0,00		
	Nahasia	0	-	-			Partziala	10	75,75	11,63	1,000	0,053	B-O	2	55,62	2,65	3,821	0,148
VZ	Analitikoa	3	84,45	3,85			Osoa	5	60,33	25,12			A-O	0	-	-		
	Bisuala	7	81,67	10,41	5,528	0,063				7,000	0,075		A-P	3	84,45	3,85		
	Nahasia	2	35,00	11,78			Partziala	7	84,76	7,42			B-O	3	77,22	11,10	5,724	0,126
CS	Analitikoa	1	55,00	0,00			Osoa	4	60,00	8,16			A-O	0	-	-		
	Bisuala	11	72,73	12,72	1,723	0,189				3,500	0,033		A-P	1	55,00	0,00		
	Nahasia	0	-	-			Partziala	8	76,88	11,63			B-O	4	60,00	8,16	7,848	0,020
CF	Analitikoa	9	35,88	19,92			Osoa	2	28,12	30,94			A-O	2	28,12	30,94		
	Bisuala	3	82,64	15,91	6,231	0,013				5,000	0,283		A-P	7	38,10	18,54		
	Nahasia	0	-	-			Partziala	10	51,46	27,36			B-O	0	-	-	6,429	0,040
P	Analitikoa	5	44,17	18,27			Osoa	4	40,23	16,50			A-O	3	35,07	15,77		
	Bisuala	7	67,34	8,73	4,823	0,028				2,000	0,017		A-P	2	57,81	14,73		
	Nahasia	0	-	-			Partziala	8	66,41	10,10			B-O	1	55,73	0,00	7,127	0,068

p: adierazgarritasun maila A-O: analitiko-osoa, A-P: analitiko-partziala, B-O: bisual-osoa, B-P: bisual-partziala, N-O: nahasi-osoa, N-P: nahasi-partziala

V.12 Irudia. Galdetegi bakoitzean erabilitako estrategien eragina bertan lortutako puntuazioan (proba ez parametrikok).

Itxidura abiaduran (CS) desberdintasun esanguratsuak daude atentzioa zentratzeko lekuan eta, horren eraginez, baita estrategia motan ere ($p \leq 0,05$). Hau da, galdetegi horretan estrategia partzialak erabiltzen dutenek galdetegi horretan bertan puntuazio hobea lortzen dute estrategia osoa erabiltzen dutenek baino. Estrategia mota orokorrari dagokionez, estrategia bisual-partziala (B-P) da galdetegi horretan emaitza onenak lortzera bultzatzen duena eta analitiko-partziala (A-P), berriz, emaitza eskasena lortzera eramaten duena. Beraz, galdetegi horretan puntuazio onak lortzeko, badirudi bisual-partziala erabiltzeak lagundu egin dezakeela.

Bestalde, itxidura malgutasunean (CF) ere desberdintasun esanguratsuak ageri dira, bai errepresentazio moduan, eta baita estrategia motan ere ($p \leq 0,05$). Galdetegi horretan estrategia bisualak erabiltzeak emaitza hobekia lortzea ondorioztatzen du, eta analitikoekin, berriz, emaitza eskasagoak lortzen dira. Estrategia motan, aurreko galdetegikoa errepikatzen da, estrategia “hoberena” bisual-partziala (B-P) da, alegia; ondorengoa, analitiko-partziala da (A-P), eta, estrategia kaskarrena, berriz, analitiko-osoak (A-O).

Azkenik, pertzepzio-abiaduran (P), errepresentazio moduan eta atentzioa zentratzeko lekuan daude desberdintasun esanguratsuak ($p \leq 0,05$). Errepresentazio moduari dagokionez estrategia bisualekin lortzen dira emaitza hoberenak eta analitikoekin, berriz, eskasena. Atentzioa zentratzeko lekuan partzialak dira “hoberenak”. Estrategia motan desberdintasun esanguratsurik ez dagoen arren, strategiak binaka aztertuta, analitiko-osoaren (A-O) eta bisual-partzialaren (B-P) artean desberdintasun esanguratsuak ageri dira, Mann-Whitney probaren bidez ikusten denez ($p=0,020 \leq 0,05$). Beraz, aurreko bi galdetegietako emaitza errepikatu egin da.

Ondorioz, desberdintasunak galdetegi guztietan ez dauden arren, desberdintasunak ageri diretan errepikatu egiten dira; hau da, errepresentazio moduan estrategia bisualak dira emaitza onenak lortzera bultzatzen dutenak, eta, atentzioa zentratzeko lekuan, berriz, partzialak.

Errepresentazio moduaren emaitza horiek bat datoz Cossío-k (1997), Gages-ek (1994), Krutetskii-k (1976) eta Sternberg eta Weil-ek (1980) esandakoarekin: lehenengo bi autoreen ikerketan errepresentazio bisualak erabiltzen zituztenek puntuazio altuagoak lortzen zituzten; eta besteek, estrategia analitikoak erabiltzen zituztenen emaitzak okerragoak zirela ondorioztatu zuen

estrategia bisualak erabiltzen zituztenenak baino. Atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez, ordea, gure emaitza ez dator bat Cooper-ek (1982) emandakoarekin, gaitasun handiagoko pertsonak estrategia osoak erabiltzen dituztela baieztatzen baitzuen. Hala ere, Cooper-en ikerketan errotazio mentaleko jarduerak egiterakoan erabiltzen diren estrategiak aztertzen dira, eta, beraz, ez da guztiz konparagarria gure ikerketarekin.

Bestalde, gogora dezagun estrategien atalaren hasieran komentatu duguna, gure ikerketan 157 ikasletatik puntuazio altuena lortu duenak estrategia bakarra erabili duela eta, zehazki, bisual-partziala (B-P), alegia. Gainera, desberdintasun esanguratsuak ageri direnean, beti bisual-partzialaren aldekoak izan dira. Ondorioz, interesgarria izango da, “estrategia mota” aldagaia birkodifikatzea bi multzotan: alde batetik, estrategia bisual-partziala (B-P) erabili dutenak, eta bestetik, estrategia mota hori erabili ez dutenak.

Horretarako, Mann-Whitney proba estatistikoa erabili da, baldintza parametrikokoak betetzen ez direlako eta aldagai birkodifikatua dikotomikoa delako. Ondoko emaitzak lortu dira:

V.38 Taula

Bisual-partziala strategiaren erabileraren eragina galdetegi bakoitzean lortutako puntuazioan (proba ez parametrikokoak).

	Bisual-partziala	N	\bar{X}	D.T.	U	p
SR	Bai	9	76,11	12,27	-1,732	0,083
	Ez	3	61,25	9,92		
VZ	Bai	4	85,00	10,00	-0,710	0,478
	Ez	8	69,38	22,82		
CS	Bai	7	80,00	8,16	-2,780	0,005
	Ez	5	59,00	7,42		
CF	Bai	3	82,64	15,91	-2,496	0,013
	Ez	9	35,88	19,92		
P	Bai	6	69,27	7,75	-2,803	0,005
	Ez	6	46,09	17,01		

Taulan ikus daitekeen moduan, itxidura abiaduran (CS), itxidura malgu-

tasunean (CF) eta pertzepzio abiaduran (P) daude desberdintasun esanguratsuak ($p \leq 0,05$). Kasu horietan guztietan, estrategia bisual-partziala erabiltzeak eramaten du, aipatutako galdetegietan, puntuazio altuena lortzera. Beraz, aurretik lortu ditugun emaitzak baieztatu egin dira.

Ondorioz, gure emaitzak kontuan hartuta, ikasleekin strategiak lantzerakoan, badirudi komenigarria izan daitekeela estrategiaz behin eta berriz ez aldatzera ohitzera ikasleak; eta ahal den neurrian, estrategia bisualak erabiltzera bultzatzea, eta, zehazki, bisual-partzialak.

Sexuaren eta estrategia motaren arteko erlazioa

Azkenik, 3.2.1.4 helburu zehatzean azter dezagun sexuaren eta estrategia moten artean desberdintasunik ba dagoen. Horretarako χ^2 proba erabili dugu. Hurrengo taulan ikus daitezke emaitzak (ikus V.13 taula).

Sexua	Errepresentazio modua				Atentzioa zentratzea				Estrategia mota				
	Mota	N	χ^2	p	Mota	N	χ^2	p	Mota	N	χ^2	p	
SR	An.	0	1,091	0,296	Osoa	1	0,000	1,000	A-O	0	1,111	0,574	
	N	Bi.			6	Partz.			5	B-O			1
		Na.			0	N-O			0				
						N-P			0				
	M	An.			1	Osoa			1	A-P			1
		Bi.			5	Partz.			5	B-O			1
Na.		0			B-P	4							
VZ	An.	2	2,476	0,920	Osoa	2	0,343	0,558	A-O	0	2,667	0,446	
	N	Bi.			4	Partz.			4	B-O			2
		Na.			0	N-O			0				
						N-P			0				
	M	An.			1	Osoa			3	A-P			1
		Bi.			3	Partz.			3	B-O			1
Na.		2			B-P	2							
				N-O	2								
				N-P	0								

p: adierazgarritasun maila; N: neska, M: mutila; A-O: analitiko-osoa, A-P: analitiko-partziala, B-O: bisual-osoa, B-P: bisual-partziala, N-O: nahasi-osoa, N-P: nahasi-partziala

Taulan ikusten denez, orokorrean ez dago inongo desberdintasun esanguratsurik galdetegi bakoitzean erabilitako estrategia motaren eta sexuaren artean; salbuespen bakarra itxidura-malgutasuneko (CF) galdetegian ageri da: errepresentazio moduan ($p \leq 0,05$) desberdintasun esanguratsua dago; hau da, neskek estrategia analitikoak erabili dituzte, eta mutilek, aldiz, bisualak eta analitikoak.

Emaitza zehatz horrek bat egiten du Gorgoriók (1994) esandakoarekin, neskek estrategia analitikoak erabiltzeko joera handiagoa dutela, hain zuen, eta mutilek, berriz, estrategia bisualak. Guk, ordea, hori galdetegi bakarrean soilik antzeman dugu.

Beraz, orokorrean neskek eta mutilek erabiltzen dituzten estrategien artean desberdintasun esanguratsurik ez dagoela esan daiteke.

V.3.2.2 Hirugarren mailako ikasleen estrategiak

3.2.2 helburu zehatzean zentratuko gara orain, hau da, hirugarren mailako ikasleek erabili dituzten estrategiak aztertuko ditugu. Horretarako, aurretik aipatu dugun moduan, lagin berbera mantendu dugu; lehenengo mailan elkarrizketatutako 12 ikasleak, alegia. Baina arrazoi desberdinengatik (norbaitek karrera utzi duelako, besteren bat Goi Ingeniaritza eskolara joan delako, etab.), bosti bakarrik lortu dugu elkarrizketa errepikatzea. V.39 Taulan ikus daitezke lortutako emaitzak (oharra: 4I ikasleak ez zituen galdetegi guztiak pasa eta horregatik ez da ahalmen espazialeko puntuazioa agertzen taulan).

Taulan ikusten den bezala, lehenengo galdetegian (SR) ikasle guztiek estrategia partzialak erabiltzen dituzte, eta gainera bisualak (batek nahasia eta beste laurak bisuala). Bigarren galdetegian (VZ), errepresentazio mota desberdin gehiago erabili dituzte: biek bisuala, beste biek nahasia eta batek analitikoa; baina, hemen ere, gehienek modu partziala erabiltzen dute (bostetik lauk). Hirugarren galdetegian (CS), erabilitako estrategia mota desberdin gehiago dira: hiruek bisuala eta biek analitikoa, eta hiruek partziala eta beste biek osoa. Laugarren galdetegian (CF), errepresentazio moduan hiru aukerak agertzen diren arren, atentzioa zentratzeko lekuan denek estrategia berbera erabili dute, partziala. Eta azken galdetegian (P), aipatzekoa da bost ikasleek estrategia berbera erabili izatea, bisual partziala.

V.39 Taula

Ikasleek galdetegi bakoitzean erabilitako estrategiak.

3. mailako ikasleak							
Ikaslea	AHESP	SR	VZ	CS	CF	P	Estr. kop.
1I	-	-	-	-	-	-	-
2I	-	-	-	-	-	-	-
3I	-	-	-	-	-	-	-
4I	-	B-P	A-P	A-P	B-P	B-P	2
5I	-	-	-	-	-	-	-
6I	-	-	-	-	-	-	-
7I	-	-	-	-	-	-	-
8I	75,25	B-P	N-P	B-O	A-P	B-P	4
9I	61,58	B-P	B-O	B-P	N-P	B-P	3
10I	69,35	N-P	B-P	B-O	A-P	B-P	4
11I	75,63	B-P	N-P	A-P	A-P	B-P	3
12I	-	-	-	-	-	-	-

Estr. kop.: estrategia kopurua

B: bisuala, A: analitikoa, N: nahasia, O: osoa, P: partziala

Bestalde, erabilitako estrategien maiztasunei dagokienez, V.40 Taulako emaitzak lortu dira. Gehien erabiltzen den estrategia mota bisual-partziala da (%48). Maila honetan bi estrategia mota inork ez ditu erabili: analitiko-osoa eta nahasi-osoa.

Errepresentazio moduari dagokionez, 15 kasuetan bisuala erabili dute (%60), 6 kasuetan analitikoa (%24) eta 4tan nahasia (%16). Beraz, 1.go mailan gertatzen zen bezala, estrategia bisualak dira estrategia erabilienak.

V.40 Taula

3. mailako ikasleek erabilitako estrategien maiztasunak.

Estrategiak	Osoa (%)		Partziala (%)		Guztira (%)	
Analitikoa (%)	0	(0)	6	(24)	6	(24)
Bisuala (%)	3	(12)	12	(48)	15	(60)
Nahasia (%)	0	(0)	4	(16)	4	(16)
Guztira (%)	3	(12)	22	(88)	25	(100)

Eta atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez, berriz, %88ak modu partziala erabili du, eta beraz, %12ak bakarrik erabili du osoa.

Esan beharra dago inork ez duela galdetegi guztietan estrategia mota berbera erabili.

Ondorioz, 3. mailako laginari erreparatzen badiogu, kasu honetan ere bisual-partziala izan da estrategia erabiliena (%48) eta, ondoren, analitiko-partziala (%24). Beraz, 1.go mailako emaitzak errepikatzen dira. Orokorrean esan daiteke, estrategia partzialak osoak baino erabiliagoak izan direla eta errepresentazio moduan, berriz, estrategia bisualak izan direla gehien nagusitu direnak.

Bukatzeko, aipatu 1.go mailako laginean aztertutako zenbait puntu ezin izan ditugula lagin honekin aztertu, 3. mailakoa soilik 5 pertsonaz osatutako lagina delako.

V.3.2.3 Bi laginen arteko konparaketa

Emaitzekin bukatzeko bi laginetan parte hartu duten ikasleek erabilitako estrategiak aztertuko ditugu (3.2.3 helburu zehatza). Ondoko taulan daude lortutako emaitzak:

V.41 Taula

1. eta 3. mailan elkarrizketatuak izan diren ikasleen estrategiak.

Ikaslea	Maila	SR	VZ	CS	CF	P	Estr. kop.
4I	1	B-P	B-P	B-P	A-P	B-P	2
	3	B-P	A-P	A-P	B-P	B-P	2
8I	1	B-P	B-O	B-O	A-O	B-P	3
	3	B-P	N-P	B-O	A-P	B-P	4
9I	1	B-O	B-O	B-O	A-P	A-P	2
	3	B-P	B-O	B-P	N-P	B-P	3
10I	1	B-P	A-P	A-P	A-P	A-O	3
	3	N-P	B-P	B-O	A-P	B-P	4
11I	1	A-P	N-O	B-P	A-P	A-O	4
	3	B-P	N-P	A-P	A-P	B-P	3

Estr. kop.: estrategia kopurua

B: bisuala, A: analitikoa, N: nahasia, O: osoa, P: partziala

V.41 taulan ikus daitekeenez, orokorrean, ikasleek ez dituzte lehenengo mailan erabilitako estrategiak mantendu. Ikasleek galdetegiren batean errepikatu dute bi kurtsoetan estrategia berbera, baina inork ez ditu bost galdetegiak erabilitakoak errepikatu.

Gainera, ikasleek maila bakoitzean erabilitako estrategia kopurua ere aldatu egin da ia kasu guztietan. 4I ikaslea izan da, bi kurtsoetan, estrategia kopuru berbera erabili duen ikasle bakarra; erabilitako estrategiak bietan berdinak izan dira: bisual-partziala (B-P) eta analitiko-partziala (A-P). Beste lau ikasleek, estrategia mota desberdinak erabili dituzte bi kurtsoetan, eta kopurua ere ez da berbera izan.

Galdetegiak bakarka aztertuta, ez da ikusten maila batetik besterako jautzian estrategia mota baterako edo besterako joerarik, ezta estrategia mota berbera mantentzeko joerarik ere, ez errepresentazio moduan ezta atentzioa zentratzeko lekuan ere.

Bi laginetan parte hartutako bost ikasleek erabilitako estrategien maiztasunek, ordea, jasan dute desberdintasunik. Ikus ditzagun ondoko taulan maiztasun horien ehunekoak:

V.42 Taula

1. eta 3. mailan elkarriketatuak izan diren ikasleek erabilitako estrategien maiztasunak.

Estrategiak	1. maila			3. maila		
	Osoa	Partziala	Guztira	Osoa	Partziala	Guztira
Analitikoa	%6,66	%23,34	%30,00	%0	%24	%24
Bisuala	%16,67	%50,00	%66,67	%12	%48	%60
Nahasia	%3,33	%0,00	%3,33	%0	%16	%16
Guztira	%26,66	%73,34	%100	%12	%88	%100

Taulan ikus dezakegunez, emaitzak errepikatu egin dira bi mailetan:

Errepresentazio moduari dagokionez, estrategia bisualak izan dira erabiliak. Atentzioa zentratzeko lekuari erreparatuz gero, estrategia partzialak nabarmendu dira bi mailetan. Ondorioz, eta estrategia motari dagokionez, bi mailetan estrategia erabiliena bisual-partziala (B-P) izan da.

VI. KAPITULUA

Ondorio nagusiak

Aurreko gaian, hiru maila-multzoetan lortutako emaitza guztiak eta ondorioak azaldu ditugu. Kapitulu honetan, emaitza horien ondorio nagusiak azpimarratuko ditugu:

1) Haur Hezkuntza mailako eredia

Alde batetik, Haur Hezkuntza mailako haurren ahalmen espaziala neurtzeko eredia finkatu dugu (ikus 130. or.). Gainera, Frostig eta Horne-ren (1964) eredutik guk egokitutako eredia eta Carroll-en (1993) eredian oinarritutako Bickley, et al.-en (1995) bi faktoreko eredia, hezkuntza praktikan, baliokidetzat har daitezkeela ikusi dugu (ikus V.1.1 Atala).

Horretarako, lehendabizi, bi ereduaren artean korrelazio esanguratsua dagoela egiaztatu dugu. Ondoren, bi aldagaiak birkodifikatu egin ditugu, ikasleek ahalmen espazialean lortutako puntuazioaren arabera, hiru multzotan banatuz (puntuazio “altua”, “normala” eta “baxua”), ikasleari laguntza eskeini behar zaion ala ez erabakitzeke informazio hori ezagutzea interesatzen zaigulako. Eta azkenik, bi aldagai birkodifikatuen artean desberdintasun esanguratsurik ez dagoela ondorioztatu dugu; bi ereduak baliokideak direla egiaztatu ahal izan dugu, alegia.

Bi ereduetatik Carroll-ena aukeratu dugu haur txikien (5-6 urte) ahalmen espaziala neurtzeko, laburragoa eta errazagoa delako (bi galdetegi, bost izan beharrean).

Beraz, Carroll-ek definitutako bost faktoreetatik biren galdetegiak pasa (ikus 1 eta 2 eranskinak) eta bakoitzeko puntuazioak ehunekoetara pasa ondoren, ondoko formularekin lortuko da ahalmen espazialeko puntuazioa Haur Hezkuntzan (P pertzepzio abiadura izanik eta CS itxidura abiadura):

$$AHESP2 = \frac{54P + 46CS}{100}$$

Hau da, Carroll-en (1993) eredua 7-8 urtetik aurrera erabili zitekeela bagenekien baina guk beste bi ikasturte beherago ere erabili daitekeela frogatu dugu, Haur Hezkuntzako azken ikasturteraino luzatuz (5-6 urte).

Modu horretan, guztiz finkatuta geratzen da ahalmen espazialaren neurketa: Haur Hezkuntzan eta Lehen Hezkuntzako 5. maila arte Carroll-en bi faktoreko eredua (CS eta P) erabiliz, eta Lehen Hezkuntzako 6. mailatik aurrera (Derrigorrezko Bigarren Hezkuntza, Batxilergoa eta Unibertsitate maila barne) Carroll-en bost faktoreko eredua (VZ, SR, CF, CS eta P) erabiliz.

Ondorioz, hemendik aurrerako ikerketetan, Carroll-en eredua erabiltzera bultzatzen ditugu ikerlariak, beti egon den ereduaren nahasmenari irtenbidea emateko eta ahalmen espazialaren neurketari oinarri sendo bat ezartzeko asmoz. Gainera, modu horretan, ikerketak erreplikagarriak izango dira.

2) Zeharkako ikerketa vs. ikerketa longitudinala

Derrigorrezko Hezkuntzan 8 urteko ikerketa longitudinala burutu dugu (2003-2011), bi kurtsoetik behin ikasle bereberari ahalmen espazialeko galdetegiak pasatuz. Modu horretan, Arrieta-k (2006) 2003an egindako zeharkako ikerketako emaitzekin konparatu ahal izan dugu (ikus V.2.1 Atala).

Bertan ikusi dugunez, Arrieta-ren (2006) zeharkako ikerketaren eta gure ikerketa longitudinalaren artean desberdintasun esanguratsuak daude maila guztietan (ikus V.9 Taula) eta, baita, faktoreak bakarka hartuta ere, salbuespenen bat izan ezik (ikus V.15 Taula). Zehazki, ikerketa longitudinalean lortutako puntuazio guztiak altuagoak dira zeharkako ikerketakoak baino. Kontuan hartzeko da, baita ere, diferentzia horiek mailaz-maila geroz eta handiagoak izan direla, gainera.

Egia esanda, ikerketa longitudinaleko puntuazio horiek espero genituenak baino altuagoak izan dira (zeharkako ikerketan Arrieta-k lortutakoen antzekoak espero baikenituen).

Puntuazio altu horien arrazoiak hainbat izan daitezke, baina bi nagusiak

ondokoak dira: alde batetik, bi ikerketak egin diren urteen arteko diferentzia horretan, ikasleek ordenagailuen eta play-station edo antzeko jolasen erabilera askoz handiagoa egin dutela, eta horrek ahalmen espaziala zeharka lantzea eta hobetzea bultzatu diela; beste aldetik, ikerketa longitudinaleko ikasleek, bi kurtsotik behin galdetegi berberak bost aldiz pasatzean, “ikasten” joan direla eta horrek emaitza hobeak izaten lagundu diela.

Beraz, aurrerantzean aztertu beharreko kontua izango da hori, bereziki, puntuazio altu horien iturburua non dagoen zehazteko eta beharrezkoak diren ondorioak ateratzeko.

3) Carroll-en ereduaren formula berria

Carroll-en bost faktoreko ereduaren formula zehaztu dugu. Hau da, Carroll-ek bere erdua definitu eta zehaztu zuenean lau faktoreen pisuak eman zituen baina itxidura abiadurarena (CS) ez zuen zehaztu. Guk zeharkako ikerketa eta ikerketa longitudinaleko emaitzak aprobeztatuz, azken faktorearen pisua lortu dugu (VZ bistaratzea izanik, SR erlazio espazialak, CF itxidura malgutasuna eta P pertzepzio abiadura) (ikus V.2.4 Atala):

VI.1 Taula

Carroll-en ereduko pisu faktorialak.

AHESP	VZ	SR	CF	P	CS
Pisu faktorialak	0,67	0,6	0,47	0,47	0,27
Pisuak ehunekotan	27	24	19	19	11

Eta beraz, ahalmen espaziala neurtzeko formula berria ere lortu dugu:

$$AHESP = \frac{27VZ + 24SR + 19CF + 19P + 11CS}{100}$$

Gogoan hartu, formula hori LH6 eta ondorengo mailetako ikasleentzat dela, eta hortik beherako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko aurretik ikusitako bi faktoreko formula erabili beharko dela (adin horretan beste hiru galdetegiak zailegiak direlako ikasleentzat).

Bestalde, emaitzetan ikusi dugunez (ikus V.20 Taula), faktore guztiei pisu berbera emanda edo pisu berriak emanda, desberdintasun esanguratsuak daude, eta, ondorioz, pisu berriekin lortzen den ahalmen espazialeko puntuazioa zehatzagoa da.

Ondorioz, Carroll-ek bere eredua, analisi faktorialarekin, guztiz justifikatu zuen arren, ahalmen espazialaren faktoreen pisu guztiak zehaztu ez zituenenez, ahalmen espaziala neurtzerakoan faktore guztiei pisu berbera ematera behartuta egon gara; baina, guk, falta zen faktorearen (CS, itxidura abiadura) pisua lortu dugu, eta, horrela, ahalmen espaziala neurtzeko formula guztiz zehaztu dugu, Carroll-ek utzitako hutsunea gaindituz.

4) Baremoak

7-16 urte bitarteko ikasleen ahalmen espazialen baremoak eguneratu ditugu (ikus 164 or.). Zeharkako ikerketako datuekin osatu ditugu baremoak, ikerketa longitudinalanean lortutakoak baino zentzuzkoagoak ziruditelako (gogoratu ikerketa longitudinalanean espero genituenak baino puntuazio altuagoak jaso ditugula).

Arrieta-ren (2006) ikerketako datuetatik abiatuta eta ahalmen espazialaren formula berria aplikatuz osatu ditugu baremoak, beti ere, nesken eta mutilen artean dauden desberdintasun esanguratsuak ere kontuan hartuta.

Aurreko gaien esan dugun moduan, baremoen taula tresna erabilgarria izan daiteke Hezkuntza praktikarako: alde batetik, Lehen Hezkuntzako ikasleek matematikan dituzten hutsuneei konponbidea aurkitzen laguntzeko erabilgarria izan daiteke, edo, alderantziz, zenbait ikasleek izan ditzaketan abileziari probetxua ateratzeko; eta, bestalde, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako ikasleek ikasketa-mota aukeratzeko garaian oso lagungarria suerta daiteke.

Esan dugun moduan, garrantzi handikoa da eskola bakoitzean, inguruko (probintziako, adibidez) baremoak ezagutzea, erreferentzia ona ematen dutelako. Hala ere, are garrantzitsuagoa da, eskola bakoitzak bere baremo propioak edukitzea. Horretarako, urtero, orientatzaileak pasa behar ditu galdetegiak dagozkien mailetan; eta urteroko emaitza horiek pilatuz, baremo propioak piskanaka lortzen dira. Esperientziak erakusten digu baremo hauek direla eskola bakoitzeko erreferentzia onenak, egokienak eta zehatzenak.

5) Unibertsitate Eskola Politeknikoko espezialitateen arteko desberdintasunak

Donostiako Unibertsitate Eskola Politeknikoko espezialitateen artean desberdintasun esanguratsuak daude 1. mailako ikasleen ahalmen espazialean. Zehazki, Arkitektura Teknikoko eta Herri Lanetako ikasleek Ingeniaritza Kimikokoek baino ahalmen espazial altuagoa dute.

Baina, ikusi dugunez, desberdintasun horiek desagertu egin dira ikasleak 3. mailara iritsi direnean, hau da, bi urte beranduago.

Emaitzak interesgarria bezain logikoa dirudi, 1. mailako desberdintasun horiek, segur aski, aurretik burututako ikasketa motaren eraginez sortutakoak izango direlako: Arkitektura Teknikoa edo Herri Lanak egiten hasteko asmoa zuten ikasleek batxilergoan orduko “zientziak” lerroa aukeratuko zuten, marrazketa teknikoko eta matematikako irakasgaiekin; eta Ingeniaritza Kimikoa egiteko asmoa zutenek, berriz, beharbada beste lerroren bat aukeratuko zuten. Gainera, Ingeniaritza Kimikoko ikasketak egitera sartzeko eskatutako nota beste espezialitateena baino baxuagoa zen urte haietan eta, beraz, ikasketa horiek egiten hasten ziren ikasleak, orokorrean, beste espezialitateetakoak baino maila “baxuagoak” izan zitezkeen.

Beraz, logikoa dirudi 1. mailako ikasleen artean aipatutako desberdintasunak egotea. Baina, aldi berean, logikoa da 3. mailan desberdintasun horiek desagertzea, azken finean, hiru ikasketak (Arkitektura Teknikoa, Herri Lanak eta Ingeniaritza Kimikoa) antzekoak direlako eta, batez ere, enborreko irakasgaiak (marrazketa eta matematika barne) guztietan parekoak direlako.

Ondorioz, bi kurtsotan antzeko lana egin ondoren, ikasle guztiak ahalmen espazialean maila paretsura iritsi dira, eta, beraz, Arkitektura Teknikoko eta Herri Lanetako ikasleek hobekuntza txikiagoa izan da Ingeniaritza Kimikokoena baino, dagoeneko lehenengo kurtsuan maila “altua” zutelako, alegia. Eta, ondorioz, guztiak ahalmen espazialean pareko mailara iritsi direnez, espezialitateen arteko desberdintasunak desagertu egin dira.

6) Ahalmen espazialaren bilakaera

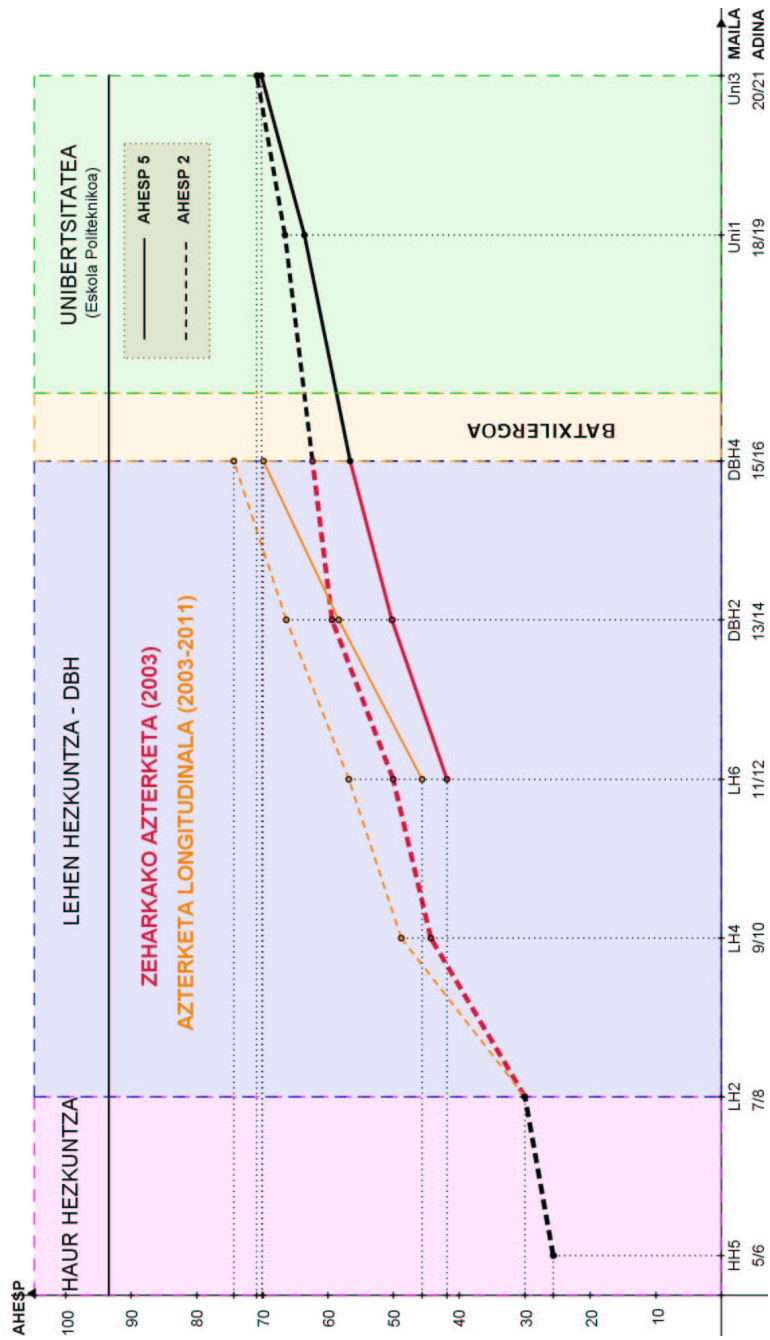
Gure ikerketan, ikasleek ahalmen espazialean izan duten bilakaera aztertu dugu, Haur Hezkuntzatik hasita unibertsitate maila arte. Hurrengo orrialdeko VI.1 Irudian ikus daiteke zeharkako ikerketan eta ikerketa longitudinalean lortutako emaitza guztiak laburbiltzen dituen grafikoa.

Ez dugu ezagutzen ahalmen espazialaren bilakaeraren hain tarte handiko (5/6 urtetik 20/21 urtera) grafikorik eta merezi du behar bezala zehaztea eta aztertzea:

1. Alde batetik, grafikan garbi ikusten denez, ikasleen ahalmen espazialaren maila kursoz-kurso hobetzen doa, salbuespenik gabe. Hau da, bi ikerketetan garbi ikusten da grafikoa duen joera gorakorra.

Derrigorrezko Hezkuntzako ahalmen espazialaren azterketan ikusi dugu, bertan ematen diren ahalmen espazialeko hobekuntza guztiak esanguratsuak direla (ikus V.8 Taula). Unibertsitate mailan ere ikusi dugu ahalmen espazialaren hobekuntza esanguratsua dela (ikus V.33 Taula). Eta gainera, esan beharra dago, Haur Hezkuntzatik LH2-ra eta DBH4-tik unibertsitateko lehenengo mailarako igoerak ere, esanguratsuak direla. Hurrengo VI.2 Taulan belztuta ikus daitezke desberdintasun esanguratsu berri horiek.

Mailaz-mailako ahalmen espazialaren igoera hori, nolabait, bat dator beste zenbait ikerketekin (Battista, et al., 1982; Ben-Chaim, et al., 1988; Bishop, 1980; Clements eta Battista, 1992; Del Grande, 1987; Johnson eta Meade, 1987), ahalmen espaziala landuz hobetu daitekeela baieztatzen dutenekin, alegia, gaitasun horiek bereganatu ondoren denborarekin gehiago garatu daitezkeela ziurtatzen baitute.



VI.1 Irudia. Ikasleen ahalmen espazialaren bilakaera.

VI.2 Taula

T-test probak maila guztietako puntuazioen artean.

	Zeharkako ikerketa				Ikerketa longitudinala			
	AHESP2		AHESP		AHESP2		AHESP	
	t	p	t	p	t	p	t	p
HH5 vs. LH2	3,637	0,000	-	-	-	-	-	-
LH2 vs. LH4	18,552	0,000	-	-	-37,225	0,000	-	-
LH4 vs. LH6	5,938	0,000	-	-	2,147	0,000	-	-
LH6 vs. DBH2	12,352	0,000	10,373	0,000	-24,524	0,000	-32,560	0,000
DBH2 vs. DBH4	5,447	0,000	6,960	0,000	-18,089	0,000	-26,047	0,000
DBH4 vs. UNI1	4,789	0,000	5,922	0,000	-	-	-	-
UNI1 vs. UNI3	-	-	-	-	-9,116	0,000	-12,279	0,000

Aipagarria da unibertsitate mailan ere ahalmen espazialaren maila handitu egiten dela; hau da, 18 urtetik aurrera, ahalmen espaziala landuz gero, hobetu daiteke, beti ere, ikasle horiek “bereziak” direla jakinik: Eskola Politeknikokoak izanik, beste zenbait ikasketetakoak baino ahalmen espazial hobe dute, eta ahalmen espaziala modu espezifiko batean lantzen dute.

Unibertsitate mailako bilakaeraren azterketarekin jarraituz, aipatzekoa da baita ere, 1.go mailatik 3. mailara dagoen ahalmen espazialaren hobekuntza aurrekoa baino handiagoa dela, hau da, DBH4 mailatik unibertsitateko 1.go mailarako baino. Kontuan hartu behar da, gainera, tarte horretan hiru kurtso daudela (batxilergoko biak daudelako) eta ez bi, beste grafiko osoan bezala; horrexegatik, garbi ikusten da unibertsitatean ematen den hobekuntza ez dela hala moduzkoa.

Galdetegiak bakarka hartuta ere ahalmen espazialaren mailaz-mailako hobekuntza ematen da (ikus V.34 Taula). Hau da, faktore guztietan hobekuntza horiek esanguratsuak dira. Ondorioz, horrek Carroll-en bost faktoreko eredua indartu egiten du, osotasunean betetzen diren emaitzak, faktoreak

bakarka hartuta ere errepikatu egiten baitira.

Hainbat egileren iritziz (Bickley, et al., 1995; De Juan-Espinosa, 1997; Horn, 1985; Schaie, 1995), 18 urtetik gora ahalmen espaziala ez da hobetzen. Beharbada, ahalmen espaziala lantzen ez bada (adibidez letretako ikasketetan) eta ikasleak ahalmen espazialean bereziki “onak” ez badira, posible da 18 urtetan egotea muga hori, baina hemen ikusi dugu, adin horretatik aurrera ere, eta Eskola Politeknikoko ikasleak direla ahaztu gabe, ahalmen espaziala igo daitekeela, beti ere modu espezifiko batean lan eginez. Beraz, ahalmen espaziala landuz (proposamen didaktiko egokiekin), hobekuntza horiek oraindik eta gehiago handitzea lortu daitekeela dirudi.

Bestalde, zeharkako ikerketa eta ikerketa longitudinale konparatzen baditugu, garbi ikusten da longitudinaleko emaitzak hobeak direla eta mailaz-maila hazkuntza hori handitzen joan dela gainera (bai bi faktoreko eredu kontuan hartuta, baita bost faktoretakoa hartuta ere).

Eta ikerketa longitudinalean zentratuz, ikus daiteke DBH4-n lortutako emaitzak harrigarriak direla, unibertsitateko 1. go kurtsokoak baino biziki altuagoak direlako eta 3. kurtsokoen parekoak. Zeharkako ikerketako emaitzak esku artean edukita, espero genituenak baino askoz puntuazio altuagoak lortu dira. Aurretik aipatu ditugu emaitza horien arrazoi posibleak (galdetegiak “ikasi” izana, ordenagailuen eta jolas elektronikoen erabilera anitza, etab.). Horrexegatik hartu ditugu aintzat zeharkako ikerketako puntuazioak Lehen Hezkuntzako eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako baremoak osatzeko garaian.

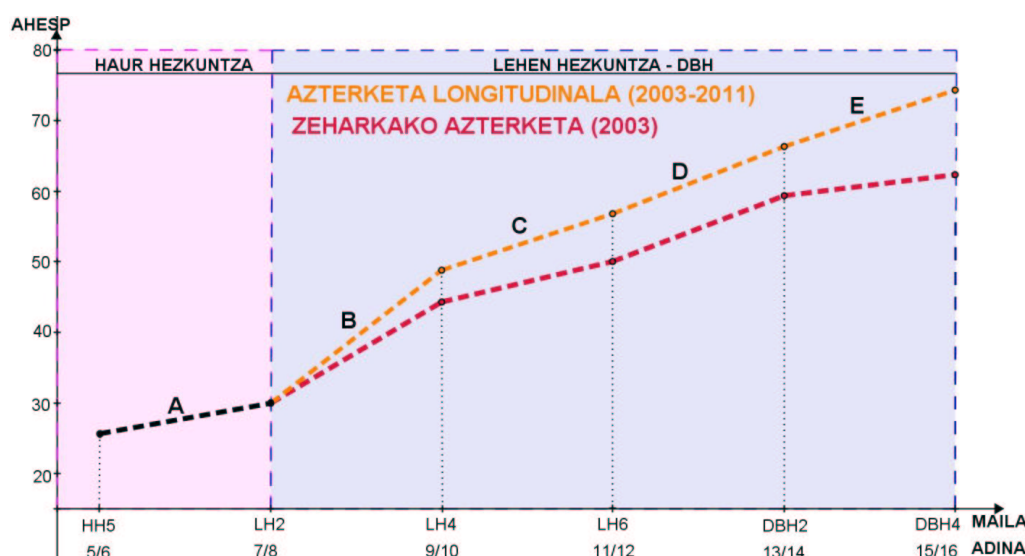
Laburbilduz, ahalmen espazialaren hobekuntza esanguratsua da Haur Hezkuntzatik Eskola Politeknikoko 3. maila arte, 18 urtetik aurrera ere, ahalmen espaziala esanguratsuki hobetu dela azpimarratuz; hobekuntza hori, gainera, bi ikerketetan ematen da: zeharkakoan eta longitudinalean.

2. Bestetik, Haur Hezkuntzako eta Derrigorrezko Hezkuntzako zatiak osotasunean hartuta grafikoak kadentzia bat jarraitzen du (unibertsitatekoa alde batera uzten dugu, tartean, Batxilergoa dagoelako eta gure ikerketan maila hori kanpoan utzi dugulako), bai Arrieta-ren zeharkako ikerketan eta, baita, gure ikerketa longitudinalean ere. Hau da, LH2-tik LH4-ra eta LH6-

tik DBH2-ra hobekuntza handiagoak ematen dira ahalmen espazialean beste hiru “saltoetan” baino.

Guzti hori hobeto ulertzeko VI.2 Irudian Haur Hezkuntzako eta Derrigorrezko Hezkuntzako grafikoa dago eta, aipatutako “saltoak” kontuan hartuta, kadentzia bat jarraitzen duela ikus daiteke, bai zeharkako ikerketan eta, baita, ikerketa longitudinalean ere, hau da:

- “B hazkuntza” > “A hazkuntza” eta “B hazkuntza” > “C hazkuntza”
- “D hazkuntza” > “C hazkuntza” eta “D hazkuntza” > “E hazkuntza”



VI.2 Irudia. Haur Hezkuntzako eta Derrigorrezko Hezkuntzako ahalmen espazialaren bilakaera.

Gainera, kadentzia hori bi ikerketetan errepikatzeaz gain, nesken eta mutilen puntuazioak aparte aztertuta ere forma hori antzematen da grafikotan (ohartu V.2 eta V.3 Irudietako grafikek “M irekia” forma dutela). Eta horrek, lortutako emaitza indartu egiten du.

Ahalmen espazialaren hobekuntza mailakatu hori, ikaslearen garapen kognitiboagatik izan daiteke, bi urtetik behin garapen handiagoa jasan dezaketelako eta, horrek, ahalmen espazialean maila handiagoa lortzera bultzatzen di-

tuztelako; baina beste aukera bat curriculum edota irakasgaien programengatik izan daiteke; hau da, puntuazioetan salto handiagoak daude, beharbada, geometria edota marrazketa gehiago landuko dutelako maila zehatz horietan.

7) Sexu desberdintasunak

Ikerketa osoan zehar aztertu dugun beste puntu garrantzitsu bat nesken eta mutilen ahalmen espazialeko desberdintasun posibleak izan dira, XX. mendeko literaturari jarraiki.

Ikerketa ugari erakutsi dute nesken eta mutilen ahalmen espazialen artean desberdintasun esanguratsuak egon direla, eta beti ere, mutilen aldekoak (Battista, 1990; Feingold, 1988; Linn eta Petersen, 1985; Maccoby eta Jacklin, 1974; McGlone eta Davidson, 1973; Sherman, 1974; Voyer eta Bryden, 1993).

Hala ere, denek ez dute ahalmen espaziala neurtzeko eredu berdina erabiltzen, ezta ahalmen espaziala berdin definitzen ere. Eta beraz, posible da ahalmen espazialarekin zerikusia duen galdetegiren batean desberdintasun esanguratsuak aurkitzea, baina ez oinarri sendoko eruedetan oinarritutakoak.

Gainera, azken urteetako ikerketetan ikusi da (Arrieta, 2006; Brosnan, 1998; Burin, et al., 2000; Delgado eta Prieto, 1997; Ehrlich, et al., 2006; Jordan, et al., 2006; Levine, et al., 1999; Rilea, et al., 2004; Tartre eta Fennema, 1995), sexuen arteko desberdintasun esanguratsuak desagertu egin direla, eta gaur egun badirudi ez dagoela nesken eta mutilen ahalmen espazialen artean desberdintasunik.

Gure ikerketa honetan ere, azken urteetako joera hori mantendu egin da, eta ikusi dugu ez dagoela inongo desberdintasun esanguratsurik, ez Haur Hezkuntzan (ikus V.3 eta V.4 Taulak), ez Derrigorrezko Hezkuntzan (ikus V.8 eta V.9 irudietako taulak) ezta Unibertsitate mailan (ikus V.27 eta V.32 Taulak) ere.

Hala ere, gure ikerketan badira salbuespen txiki batzuk, eta salbuespen horiek nesken aldekoak dira, gainera: ikerketa longitudinalean LH6-n eta

DBH2-n ahalmen espazialeko nesken puntuazioak mutilenak baino esanguratsuki altuagoak izan dira. Gainera, Arrieta-ren (2006) zeharkako ikerketan emaitza berberak lortzen dira, baina kasu horretan, bi maila horiez gain LH4 mailan ere nesken aldeko desberdintasunak ageri dira. Beraz, lortutako ondorioa guztiz indartuta gelditzen da, bi ikerketetan emaitzak ia berberak direlako.

Aurreko gaian esan dugun moduan, desberdintasun horiek nesken garapen azkarragoagatik izan daitezkeela uste dugu, adin tarte horretan (11-14 urte) neskek aldaketa fisiko eta psikologiko nabarmena jasaten baitute eta mutilek, berriz, beranduago. Beraz, aldaketa horren eraginez logikoa dirudi neskek emaitza hobeak lortzea. Gainera, mutilek bere garapena jasaten dutenean desberdintasunak desagertu egin dira, DBH4-ko emaitzetan ikusten den legez (ikus V.7 eta V.9 irudietako taulak).

Beraz, esan dezakegu LH6 eta DBH2 mailetan nesken aldeko desberdintasunak dauden arren, orokorrean desberdintasun horiek kanpoko eragile bazuen ondoriozkoak direla eta, beraz, ez direla aintzat hartu behar sexuen arteko desberdintasunak ezartzerako momentuan, beste maila guztietan (bai aurretik eta, baita, atzetik ere) ez dagoelako inongo desberdintasun esanguratsurik.

8) Estrategiak

Ahalmen espazialaren neurketa aztertzeaz gain, unibertsitateko ikasleek galdetegiak osatzeko orduan erabilitako estrategiak ere aztertu ditugu. Arlo horretan, hauek dira lortutako ondorio nagusiak:

- Aztertutako bi mailetan (unibertsitateko 1. eta 3. mailak) estrategia mota erabiliena bisual-partziala izan da. Errepresentazio moduan estrategia bisualak erabili dituzte gehienbat eta atentzioa zentratzeko lekuari dagokionez, estrategia partzialak erabiltzera jotzen dute ikasleek, eta are gehiago 3. mailan.
- 1. mailako ikasleek erabilitako estrategia kopuruaren eta ahalmen espazialaren puntuazioaren artean erlazio esanguratsua dago. Hau da,

ikasleek zenbat eta estrategia kopuru txikiagoa erabili orduan eta nota altuagoa lortzen dute ahalmen espazialean. Emaidza horrek Cossío-k (1997) eta Yalow eta Web-ek (1977) lortutakoak baieztatzen ditu.

- Bestalde, estrategia mota eta ahalmen espazialaren puntuazioaren artean, galdetegi guztietan errepikatzen ez diren arren, agertzen diren desberdintasun guztiak berberak dira: errepresentazio moduan bisualak eta atentzioa zentratzeko lekuan partzialak dira estrategia eman-korrenak. Eta beraz, badirudi horiek direla gehien landu eta bultzatu behar diren estrategia motak.

Errepresentazio moduan lortutako emaitzak Cossío-k (1997), Gages-ek (1994), Krutetskii-k (1976) eta Sternberg eta Weil-ek (1980) baieztatu-takoarekin bat egiten du, 2. gaian ikusi dugun bezala, ahalmen espazial altuagokoek errepresentazio modu bisualak erabiltzen dituztela baieztatzen baitute.

Atentzioa zentratzeko lekuari dagokion emaitza hori, aldiz, ez dator bat Cooper-ek (1982) lortutakoarekin; ikerlari horren iritziz, ahalmen espazialean gaitasun handiagoa dutenek estrategia globalak (osoak) erabiltzen baitituzte. Hala ere, aurretik aipatu dugun moduan, Cooper-en azterketan errotazio mentaleko jarduerak egiterakoan erabiltzen diren estrategiak ikertzen dira, eta, beraz, bere emaitza ez da guztiz konparagarria gurearekin.

- Aurreko bi puntuetan esandakoa kontuan hartuz, esan beharra dago elkarrizketatuak izan diren ikasleetatik bakarrak erabili duela estrategia mota berbera 5 galdetegietan. Esanguratsua da ikasle hori ahalmen espazialaren puntuazio hobereana lortu duena dela (157 ikasleko laginetik) eta berak erabilitako estrategia bisual-partziala izan dela.

Gainera, aurreko puntuan ikusi duguna ere kontuan hartuta, emaitza esanguratsuak lortzen diren bakoitzean bisual-partziala strategiaren aldekoak izan dira. Eta horrexegatik, interesgarria iruditu zaigu estrategia horren eta beste guztien artean desberdintasunik badagoen

aztertzea. Emaitzetan lortu dugunagatik, itxidura abiaduran (CS), itxidura malgutasunean (CF) eta pertzepzio abiaduran (P) estrategia zehatz hori erabiltzeak ahalmen espazialean puntuazio hobeak lortzera bultzatzen du (ikus V.37 Taula).

- Sexuaren eta estrategia motaren artean ez dago desberdintasun esanguratsurik. Soilik itxidura-malgutasuneko (CF) galdetegian eta erre-presentazio moduan agertzen dira ezberdintasunak: neskek estrategia analitikoak erabiltzeko joera izan dute eta mutilek, berriz, bisualak.

Gure ikerketan galdetegi batean betetzen den emaitza horrek bat egiten du Gorgorió-k (1994) esandakoarekin, haren ikerketaren arabera, neskek estrategia analitikoak erabiltzen baitituzte eta, mutilek, bisualak.

9) Proposamen didaktikoak

Bukatzeko, gure ikerketan lortutako emaitza guztiak proposamen didaktikoak egiteko baliagarriak izango direla azpimarratu nahi dugu. Beraz, gure ikerketa ahalmen espazialaren oinarriak sendotzeko ezinbestekoa iruditzen zaigun arren, gure azken xedea proposamen didaktikoak martxan jartzea litzateke.

Beti esan izan ohi da matematikaren ikas-irakaskuntzak zailtasun berezi bat duela eta, zailtasun horrek, matematikaren izaera abstraktuan duela sorburua. Gainera, zenbait kasutan, irakasleen metodologia tradizionalgiek ez dute zailtasun hori arintzen laguntzen.

Vygotsky-ren (1985) eredu pedagogiko eraikitzailea (Ekinez ikasi) zailtasun horiek leuntzen saiatzen da, eta abstrakzio horretara iritsi aurretik aurre-fase batzuk proposatzen ditu: konkretua, grafikoa eta sinbolikoa.

Jakina da gaur egungo matematikaren irakaskuntza baloreetan, ohituretan, jarreretan, trebetasunetan eta ezagupenetan oinarritu behar dela, ikaslea gizartean integratzea ahalbidetuz. Horrek jarrera positibo bat eskatzen

du matematikaren aurrean arrazoitzeko, problemak ebazteko eta norberaren ahalmenetaz jabetzeko garaian.

Geometriari dagokionez, oinarrizko kontzeptuak antzeman, deskribatu eta irudikatu beharko ditu ikasleak. Eguneroko bizitzako egoera ezagunak ere interpretatu beharko ditu; hala nola, planoak, maketak, ibilaldien krokiak,...

Bestalde, jarduerak, kontzeptuak bereganatzeko lagungarriak diren errekurtso eta materialak erabiliz proposatu beharko dira: paperaren tolestadurara, erregrla eta konpasa, geoplanoa edo tangrama bezalako materialak, geometria dinamikoko software-a (Geogebra, adibidez) etab. Geometria sortzaileari ere bultzada emateko, etengabe 2Dtik 3Dra (eta alderantziz) pasatzeko egoerak proposatuko dira.

Proposamen didaktiko batean aurkeztu behar diren egoera didaktikoek ikaskuntza ematen den testuingurua azpimarratu behar dute (Brousseau, 1998), pentsamendu matematikoa egituratzeko moduak ere agerian jarritz. Gainera, proposamen didaktikoa ikasle taldeari egokitu behar zaio, euren ezaugarriak, ikasteko moduak eta motibazioak kontuan hartuz, eta irakasleen bitartekari-lanari ekiteko tresnak eskaini behar ditu.

Ikaskuntzak konpetentzia matematikoen garapena bultzatu behar du, eta, beraz, era kognitibo askotako prozedurak proposatu beharko dira, ondoko hauek landuz: konparatu, elkartu, erlazionatu, ziurtatu, argudiatu, jakinarazi, eta, baita, autokritika, talde lana eta lantzen ari diren egoeren transferentzia egunerokora; eta hori guztia, ahal den neurrian, jakintza-arlo anitzeko ikuspegitik landu behar da.

Horretarako jarduera espezifikoa proposatzeko garaian, jarduera osagarriak ere proposatu beharko dira, ikasleen ahalmen espazialeko maila kontuan hartuta, maila baxua dutenentzat jarduera jakin batzuk eskeiniz eta maila altua dutenentzat beste jarduera egokiak proposatuz.

Bestalde, proposamen didaktikoak, irakasleen zereginetako tresnak direnez, ebaluatzeko tresnak ere proposatu behar dira, ondoko arloak garai desberdinetan kontrolatuz: kontzeptuen ulermena, prozeduren eraginkortasuna, pentsamendu estrategikoa, komunikazioa eta jarrerak.

Bukatzeko, proposamen didaktikoa praktikan jarri ondoren, proposamen didaktiko beraren ebaluaketa egin beharko du irakasleak. Batetik, ikasleen lorpen maila baloratu beharko du, eta, bestetik, ikasleen ahalmen espazialaren maila hobetu den ala ez aztertu. Horretarako tresna estatistikoak erabili beharko ditu. Balorazio bikoitz horren ondoren proposamen didaktikoa hobetu behar den erabaki beharko du, behar diren aldaketak gauzatuz.

VII. KAPITULUA

Ikerketaren mugak eta gerorako ikerketak

Gure ikerketa burutzeko garaian, hainbat hutsune somatu ditugu, eta interesgarriak iruditzen zaizkigu horiek aztertzea eta, aurrerantzean, horiei konponbidea emateko bideak irekitzea. Ikus ditzagun:

1) Ikerketa longitudinala

Ikerketaren mugak:

1. Lan honetan Derrigorrezko Hezkuntzako ikerketa longitudinala egin dugu, 2003an hasi eta 2011ean bukatu genuena. Horrenbeste urtetako lanaren ondoren, emaitzak ez dira guk esperotakoak izan, bertan lortutako ahalmen espazialeko puntuazioak oso altuak izan baitira. Zeharkakoarekin alderatuz, askoz hobeak izan dira longitudinalekoak, batez ere, Derrigorrezko Hezkuntzan aztertutako azken bi mailetan. Eskola Politeknikoko puntuazioekin konparatuz ere, DBH4ko emaitzak unibertsitateko lehenengo mailakoak baino hobeak izan dira; benetan datu harrigarria, dudarik gabe.

Hori horrela izatearen arrazoiak bi izan daitezkeela aipatu dugu aurretik:

- Teknologia berrien erabilera izugarri zabaldu da azken urteotan eta ikasleak “play station” edo antzekoekin jolastera ohitu direnez txikitatik, beharbada horrek, zeharka, ahalmen espaziala lantzea bultzatu ditu. Eta ondorioz, oraingo haurrek ahalmen espazialean maila hobeak dute.
- Beste arrazoi bat ikasleak galdetegien itemak urtez-urte “ikasten” joan direla izan daiteke. Hau da, ikasle berberak LH2-n, LH4-n, LH6-n, DBH2-n eta DBH4-n pasa dituzte galdetegiak gure ikerketa longitudinalean, eta beraz, badirudi pixkanaka “ikasten” joan direla, eta horregatik lortu dituztela geroz eta puntuazio altuagoak zeharkako ikerketakoekin konparatuz gero.

Hori horrela izanik, ikerketa longitudinalarekin lortu nahi genituen zenbait ondorio ezin izan ditugu eskuratu: baremoak definitzerakoan, ikerketa longitudinaleko emaitzak erabili nahi genituen, baina lortutako puntuazio altuak direla-eta, azkenean, Arrieta-ren (2006) zeharkako ikerketako emaitzak, gure formula berriarekin zehaztuak, erabili behar

izan ditugu; eta, bestalde, grafiko longitudinala osatzerakoan ere, ezin izan ditugu ikerketa longitudinaleko emaitzak erabili, unibertsitateko puntuazioekin konparagarria ez delako.

2. Bestalde, ikerketa longitudinalean ez da batxilergoa kontuan hartu, azterketa Lehen Hezkuntzako 2. mailatik Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako 4. maila arte egin baita. Maila horietan, ikasleak ikastetxe berdinean mantentzen dira, eta, beraz, beraien jarraipena egitea erraza da. Batxilergoa egiteko, ordea, normalean beste ikastetxe batetara mugitzen dira, ala beste ikasketak mota bati ekiten diote, eta, horrek asko zailtzen du beraien jarraipena egitea. Ondorioz, batxilergo-mailako ikasleen ahalmen espaziala neurtu ezinik geratu gara.

Hala ere, gure ikerketako emaitzak ikusita, oso interesgarria iruditzen zaigu ikasleen jarraipen hori Batxilergo arte luzatzea.

Gerorako ikerketa:

Hori guztia kontuan harturik, aurrerantzean aztertzeko puntu garrantzitsu bat beste ikerketa longitudinal bat egitea da, baina, kasu honetan, Haur Hezkuntzatik hasi, eta batxilergoan eta unibertsitatean ere jarraipena eginenez. Modu horretan, informazio gehiago eta zehatzagoa lortuko genukeela iruditzen zaigu, ikasle berberak Haur Hezkuntzatik unibertsitate mailaraino aztertu ahal izango genituzkeelako. Hala ere, esan beharra dago, ikerketa horrek badituela zenbait zailtasun: alde batetik, ikerketa longitudinal osoa burutzeko 15 urte inguru behar dira, eta, bestetik, ikasleak 16 urtetik aurrera eskolaz aldatu daitezkeenez (edo lanean hasi), beraien jarraipena egitea ez da bat ere erraza.

Zailtasunak zailtasun, gure proposamena ikerketa longitudinal berria egitea da, esan dugun moduan, aztertu ditugun maila guztiak kontuan hartuz.

Ildo horri jarraiki, gure ikerketa longitudinalean parte hartu duten Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleen jarraipena egiteko saiakera egin daiteke. Ikasle horiek, 2013-2014 kurtsoan hasi ziren unibertsitateko ikasketak egiten,

eta interesgarria izango da ikustea zer nolako ikasketak aukeratu dituzten.

Azterketa horrek zailtasun bereziak ditu, ikasleek aukera dezaketelako Euskal Herritik kanpo ikastea edota Euskal Herrian bertan baina unibertsitate pribatu batean, edo Nafarroan ikastea (edo beste zenbait lanean hasiko dira zuzenean). Eta, beraz, ikasle bakoitza non dabilen eta ze ikasketa egiten ari den jakitea ez da bat ere erraza, eskola bakoitzean baimenak ere eskatu beharko liratekeelako.

Hala ere, azterketa hori errazteko, ikasle guztien jarraipena egin ordez, puntuazio baxuak edo altuak lortu dituztenen jarraipena egin daiteke, hau da, batazbestekotik bi desbidazio tipiko gaineratik edo azpitik duten ikasleen jarraipena, alegia.

Modu horretako saiakera bat egin genuen 2007an, 2003an zeharkako ikerketan DBH4-n zeuden ikasleei jarraipena eginez. Ikasle haietatik 11 ziren bi desbidazio tipikoren gaineratik zeudenak, eta 6 ikasle, berriz, azpitik zeudenak. 11 ikasle “on” horiek hasitako ikasketak hauexek izan ziren:

- 2 Ingeniaritza T. Industrialak
- 1 Arkitektura
- 1 Arte Ederrak
- 1 Biologia
- 1 Fisika
- 1 Psikologia
- 4 ez dakigu (ez ziren hasi EHU-n ikasten)

Eta bi desbidazio tipikoren azpitik zeuden 6 ikasleetatik bakarra zegoen EHU-n ikasten (Kimika, hain zuzen). Beste bostak EHU-tik kanpo egon zitezkeen ala moduloren bat ikasten edo zuzenean lanean.

Azterketa hau 2003an DBH2 mailan zeuden ikasleekin ere egin genuen, bi urte beranduago, 2009an hain zuzen. Kasu horretan, 14 ikasle ziren bi desbidazio tipikoren gaineratik zeudenak, eta 13 azpitik zeudenak. Ikus ditzagun ikasle “on” horiek aukeratutako ikasketak:

- 3 Ingeniaritza T. Industriala
- 2 Arkitektura
- 1 Farmazia
- 1 Majisteritza
- 1 Kimika
- 6 ez dakigu (ez ziren hasi EHU-n ikasten)

Eta azpitik zeuden 13 ikasleetatik, berriz, inor ez zegoen EHU-ko karrera batean matrikulatuta. Deigarria benetan emaitza hori ere.

Datu horiekin, oraindik ezer ziurtatu ezin bada ere, argitasun izpi batzuk ematen dizkigu, eta ahalmen espazial oso ona duten ikasleek unibertsitateko ikasketak egiteko “plus” bat dutela dirudi; gainera, badirudi, ahalmen espazialeko puntuazioek ikasketa mota ere, era batean edo bestean, markatu dezaketela.

Beraz, interesgarria izango da, modu honetako azterketekin jarraitzea, joerak errepikatuz gero, ondorio interesgarriak atera ahalko direlako.

Ondorioz, eta datu horiek guztiak gehiago zehazteko, oso interesgarria iruditzen zaigu beste ikerketa longitudinal bat egitea baina, kasu honetan, Haur Hezkuntzatik hasi eta batxilergoan eta unibertsitatean ere ikasle horien jarraipena eginez. Batez ere, batxilergoko eta unibertsitateko emaitzekin lor ditzakegun emaitzak eta ondorioak oso aberasgarriak izan daitezkeela iruditzen baitzaigu.

2) Zeharkako ikerketa

Gerorako ikerketa:

Aurreko puntuan aipatutako ikerketaren lehenengo muga kontuan hartuta, oso interesgarria iruditzen zaigu Arrieta-k (2006) Derrigorrezko Hezkuntzan burututako zeharkako ikerketa gaur egungo ikasleekin errepikatzea. Modu horretan, gure ikerketa longitudinaleko puntuazio altu horien esanahaia

zehaztu ahal izango dugu: puntuazio altuak ateratzen badira, teknologia berrien erabilerak ahalmen espazialeko maila igo duela esan nahiko du, eta, beraz, gaur egungo ikasleekin ere puntuazio hobeak lortuko dira orokorrean; eta aitzitik, puntuazioak Arrieta-ren zeharkako ikerketan lortutakoaren antzekoak badira, longitudinaleko puntuazio altuak galdetegiak urtez-urte “ikasten” joan direlako izango da.

Azken hori betetzen bada, aurretik aipatutako ikerketa longitudinal berri bat egiteko, gure galdetegien beste bertsio bat sortu beharko genuke, bestela, lortzen ditugun puntuazio altuak ez dira-eta guztiz *benetakoak* izango. Eta ondorioz, ikasleak itemak “ikasten” joatea saihesteko, beharbada, faktore bakoitzetik bi galdetegi edukiz gero, ez lukete horrenbeste “ikasiko”. Modu horretan eginez, LH2-n LH6-n eta DBH4-n pasako lukete galdetegi bat, eta LH4-n eta DBH-2n bestea, hau da, lau urtekoa izango litzateke galdetegi berbera pasatzeko aldea, eta ez bikoa, gure ikerketan gertatu den bezala. Gainera, gure azterketan, ikasle bakoitzak bost aldiz pasa ditu galdetegi berberak, eta bi bertsioko galdetegiak edukiz gero, aldiz, gehienez hiru aldiz pasako lituzke. Beraz, segur aski, modu horretan jokatuz zailagoa izango zen ikasleek itemak “ikastea” eta arazoa konponduta geratuko litzateke.

3) Ordenagailuen erabilera

Ikerketaren muga:

Alde batetik, lehenengo gaian aipatu dugu azken urteetan ordenagailuek hartu duten indarraz eta presentziaz. Matematikaren eta, zehazki, geometriaren inguruko programa informatiko ugari daude, eta ziur gaude tresna oso garrantzitsuak izan daitezkeela ahalmen espaziala neurtzeko eta, era berean, lantzeko.

Gure ikerketan ezin izan dugu ordenagailua erabili. Alde batetik, galdetegiak informatizatu beharko genituzke, horrek dakarren lan eskerbarekin. Eta, ondoren, eskola horiek ere nahikoa baliabide eduki beharko lituzkete ikasle guztiek galdetegiak ordenagailuen bidez ebazteko aukera edukitzeko.

Zailtasun horiek direla eta, gure ikerketan ez dugu halakorik egin, baina ia ezinbestekoa iruditzen zaigu, hemendik aurrera, ordenagailuak erabiltzea

galdetegiak prestatzeko eta burutzeko garaian.

Gerorako ikerketa:

Horrexegatik, interesgarria izango litzateke, aipatu dugun bezala, gure galdetegiak informatizatzea, ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko modu errazagoa izango litzatekeelako. Gainera, item kopuru handiago batekin, zoriz aukeratzean, ez lirateke probak errepikatuko eta, beraz, ikasleek ezingo litzuzke itemak “ikasi” eta arazoa (“ikasi” egiten dutela baieztatuko balitz) konponduta geratuko litzateke.

Ondorioz, ikasleek itemak “ikastea” sailhesteko aukera bat, aurreko puntuan aipatu dugun moduan galdetegien bi bertsio prestatzea da, eta, bestetik, galdetegiak informatizatzea.

Hala ere, Haur Hezkuntzako ikasleekin ezingo genuke galdetegiak modu horretan ebatzi. Beraz, proposamen hau Lehen Hezkuntza eta aurreragoko mailetarako izango da.

Bestalde, ahalmen espaziala lantzeko jarduera informatiko osagarriak ere sortu daitezke. Hau da, ikasle bakoitzaren maila hobetzen laguntzeko, eta, batez ere, maila baxuagoa duten ikasleei laguntza eskaintzeko erabili daitezke.

Beraz, aurrerantzean, teknologia berriak eta ahalmen espaziala uztartzeko bidea irekitzea proposatzen dugu.

4) Curriculumaren azterketa

Gerorako ikerketa:

Zeharkako ikerketan eta ikerketa longitudinalean ikusi dugu grafikoek kadentzia bat jarraitzen dutela, hau da, LH2tik (7/8 urte) LH4ra (9/10 urte) eta LH6tik (11/12 urte) DBH2ra (13/14 urte) hobekuntza handiagoa ematen dela ahalmen espazialean beste maila-saltoetan baino.

Beraz, garrantzitsua izango da kadentzia horren zergatia topatzen saiatzea. Horretarako, Derrigorrezko Hezkuntzako curriculumak aztertzea in-

teresgarria izango da, maila horietako hobekuntzak zergatik ematen diren arrazoitzeko eta, bestetik, hobekuntza txikiagoak diren mailetan ahalmen espaziala gehiago lantzeko proposamenak egiteko; horrela, ahalmen espazialaren hobekuntza urtez-urte jarraituagoa izatea lortuko litzateke, eta, ondorioz, ikasleek ahalmen espazialean maila hobea izaten lagunduko luke.

Baina aurreko gaian aipatu dugun moduan, ahalmen espazialak kadentzia hori jarraitzea, haurraren garapen kognitiboagatik, soilik, ere izan daiteke. Eta, ondorioz, curriculumaz aztertzeak bi arrazoi horietatik balekoa dena aukeratzeko lagun gaitzake.

5) Unibertsitate Eskola Politeknikoko ikasleen azterketa

Ikerketaren muga:

Gure ikerketan marrazketako irakasgaiako notaren eta ahalmen espazialeko mailaren artean erlazio zuzena dagoela ikusi dugu, baina zer gertatzen da matematikako irakasgaiarekin? Gure ikerketan ez dugu hori kontuan hartu, matematikako irakasgai bat baino gehiago zeudelako espezialitate bakoitzean eta, gainera, espezialitate desberdinen artean ere irakasgaiak desberdinak zirelako. Hori horrela izanik, ezinezkoa suertatu zaigu matematikako irakasgai desberdinak kontuan hartu eta ahalmen espazialarekin izan dezaketen harremana aztertzea.

Gaur egun, plan berriekin, espezialitate desberdinen artean halako aldeirik ez dagoela uste dugu, eta beraz, lan hori egitea errazagoa iruditzen zaigu orain.

Gerorako ikerketa:

Ikerketaren muga hori kontuan harturik, beste ideia interesgarri bat Eskola Politeknikoko ikasleekin ikerketa berri bat egitea izango da. Modu horretan, karrera horretako ikasleen marrazketako iraskagaien, matematikakoen eta ahalmen espazialaren mailaren arteko erlazioa zehaztu ahal izango da.

Gainera, ikerketa berri horrek beste laguntza mota bat eskeintzeko ere balio duela uste dugu: ikasleak duen ahalmen espazialaren mailaren arabera,

aholkuak eman ahal izango dizkiogu bere ikasketaren, eta batez ere, aurretik aipatutako bi irakasgaien inguruan. Adibidez, arazoak izango ditzakeela aurreikusten den ikaslearentzat, laguntza espezifiko bat prestatu ahal izango da.

Gure ikerketan modu horretako saiakera bat egin dugu, hau da, ikasle bat Eskola Politeknikoko ikasketak egiten hasterakoan, ahalmen espazialean duen mailaren arabera, zenbat urtetan gaindituko duen aurreikuspen bat egitea.

Horretarako, galdetegiak pasa dizkiegun ikasleak aztertu ditugu, hau da, beraien ahalmen espazialeko maila ezagututa, ikasketak zenbat urterekin amaitu duten jakin nahi izan dugu, hortik lehen aipatutako aurreikuspen hori egin ahal izateko. Baina ezinezkoa suertatu zaigu: ikasketak urtean atera duten ikasleen zerrenda lortu dugu, baina hortik ikasle asko “ihesten” zaizkigu; alde batetik, beharbada batzuk goi ingeniarietza ikasketak egitera joan direlako Bilbora eta bertan amaitu dituztelako ikasketak, edo, bestetik, beharbada bi irakasgai bakarrik gainditu gabe geratu zaien ikasleak hurrengo kurtsoan amaitu dituztelako ikasketak. Eta horiek guztiek ikasketak urtean atera duten zerrenda horretan ez bazeuden ere, kontuan hartu beharrekoak direla uste dugu.

Beraz, modu horretako ikerketa berri bat egitea oso interesgarria iruditzen zaigu; hori bai, horretarako beraien jarraipen zehatza egin beharko da, eta jakin ikasketak noiz eta zein baldintzetan amaitu dituzten. Emaidza horiekin ondorio garrantzitsuak atera ahal izango ditugu: ikasketa horiek egitera doan ikasle bakoitzaren ahalmen espazialaren maila neurtuz, eta eskuartean izango ditugun emaitzekin alderatuz, ikasketa horietan zailtasunen bat izan dezakeen aurreikusteko aukera izango baitugu; eta horrela, zailtasun horiei aurre egiteko eta laguntza eskaintzeko aukera ere izango dugu.

6) Unibertsitate mailako ikasleen ahalmen espaziala

Gerorako ikerketa:

Unibertsitate mailako ikerketarekin jarraituz, beste proposamen bat ikasketak desberdinetako ikasleen ahalmen espazialaren konparaketa bat egitea da.

Gu Eskola Politeknikoko ikasleen ahalmen espazialean zentratu gara, beste ikasketetako ikasleak baino ahalmen espazial altuagoa eduki zezaketela aurreikusten baikenuen, eta espezialitate desberdinak egonik, haien arteko konparaketa egitea interesgarria iruditzen baitzitzaigun.

Baina lagina zabaldu daiteke, ingeniarietara alderatuz ahalmen espazialean maila desberdina (arkitekturako, psikologiako edo zuzenbideko ikasleak, adibidez) izan dezaketen ikasleak aztertuz. Modu horretan, ikasketak desberdinetako ikasleen ahalmen espazialaren arteko konparaketa egin ahal izango dugu eta hortik ondorio interesgarriak atera ahal izango ditugu, bereziki batxilergoan, ikasketak aukeratzeko direnean kontuan hartu ahal izateko. Eta, bestalde, gure ikerketan lortu dugun emaitza beste ikasketetan errepikatzen den ala ez aztertu ahal izango dugu, 18 urtetik aurrera ahalmen espaziala hobetu daitekeen, alegia.

7) Ahalmen espazialaren formula berria

Ikerketaren muga:

Gure ikerketan, Carroll-en faktoreei pisu berbera emanaz kalkulatu dugu ahalmen espazialaren puntuazioa. Baina jasotako emaitza guztiekin, Carroll-en faktoreen pisu desberdinak kalkulatu ditugu, eta, horri esker, ahalmen espaziala neurtzeko formula berria sortu dugu.

Hala ere, gure lanean egindako kalkulu-eraketarako, ez dugu formula berria erabili; Carroll-en faktoreen pisuak emaitza guztiak lortu ondoren kalkulatu ahal izan ditugu, eta, beraz, ezin izan ditugu emaitza guztiak berriki, kalkuluak banan-ban errepikatu beharko genituzkeelako. Soilik, baremoak zehazteko erabili dugu formula berria, kasu horretan, garrantzitsua iruditzen baitzitzaigun puntuazio zehatzak ematea.

Ondorioz, interesgarria izango da ondorengo ikerketa guztietan formula berriarekin neurketak egitea, gureak baino emaitza zehatzagoak lortuko direlako.

8) Estrategien azterketa

Bestalde, Eskola Politeknikoko ikasleekin, beraien ahalmen espaziala neur-tzeaz gain, galdetegiak ebazteko orduan erabilitako estrategiak zehaztu eta aztertu ditugu. Estrategien ikerketa horretatik abiatuz, uste dugu bide ugari geratzen direla aurrerantzean aztertzeko.

Ikerketaren muga:

Unibertsitateko lehenengo mailan 12 ikasleko lagina erabili da azterketa hau egiteko. Laginaren aukeraketa zuzena izan den arren (sexuaren arabera eta ahalmen espazialeko mailaren arabera zoriz aukeratu dira ikasleak) eta emaitza interesgarriak lortu ditugun arren, lagin handiago batekin emaitza are interesgarriagoak lortuko genituela uste dugu.

Azterketa hau egiteko, ikasleak bakarka hartu eta elkarrizketatu behar izan ditugu, eta, horrek asko zaildu du lagin handiago batekin lan egitea. Gainera, lagin murriztu horren ondorioz, hirugarren mailako azterketa bukatu ezinda geratu gara, 12 ikasletik 5ekin bakarrik egin ahal izan baitugu lana. Eta beraz, lehenengo mailakoekin ateratako zenbait ondorio ezin izan ditugu orokortu.

Gainera, unibertsitate mailan egin dugu soilik estrategien azterketa, eta oso interesgarria izango litzateke Derrigorrezko Hezkuntzan ere egitea.

Gerorako ikerketa:

1.go mailako ikasleekin ikusi dira kasu konkretu batzuetan desberdintasunak: galdetegi jakin batean ateratako notaren eta erabilitako estrategia motaren artean adibidez, eta, baita, sexuaren eta erabilitako strategiaren artean ere.

3. mailan oso lagin txikia genuenez ez da desberdintasunik atera, eta, ka-

su batzuetan, ezin izan dugu aztertu ere egin; beraz, oso interesgarria izango da, elkarrizketa hauek lagin handiagoarekin egitea, eta 1.go mailan ateratako ondorio horiek errepikatzen diren ala ez ikustea, eta baita galdetegi gehiagotara orokortzen diren ala ez ikustea ere; baiezko kasuan, ikasleen ahalmen espaziala ulertzeko eta hobetzeko bideak landu ahal izango baitira aurrerantzean.

Esan dugun moduan, estrategien ikerketa hori, unibertsitate-mailako ikasleekin soilik egin beharrean, Derrigorrezko Hezkuntzako ikasleekin ere burutu daiteke; modu horretan, unibertsitate-mailan lortutako ondorioak errepikatzen diren ala ez aztertu ahal izango baitugu. Eta maila desberdinetako ikasleen estrategien erabileraren ikerketa sakonago batekin, landu eta indartu behar diren estrategiak zein diren aztertu ahalko dugu.

9) Ahalmen deduktiboaren eta ahalmen induktiboaren azterketa

Gerorako ikerketa:

Ikuspegi orokor batetik abiatuz, ahalmen espazialarekin egin dugun bezalaxe, matematikaren ikas-irakaskuntzarekin lotura duten beste ahalmenak ere aztertu daitezke, ahalmen deduktiboa eta ahalmen induktiboa, hain zuzen.

Carroll-en (1993) "Human cognitive abilities" liburu ospetsuan, urteetan zehar metatutako beste bi ahalmen horien ikerketen emaitzak azaltzen dira; hortik abiatuz bi ahalmen berri horien neurketa egin daiteke, ahalmen espazialarekin egin dugun bezala.

Horrela, matematikaren ikas-irakaskuntzarekin zerikusi handia duten ahalmenei buruzko ikasle bakoitzaren maila ezagutuko genuke, **ikaslearen mapa kognitiboa**, alegia. Mapa horrek hautazko ikasgaiak, espezialitateak edota unibertsitateko ikasketak aukeratzeko garaian lagungarri suertatzea ahalbidetuko luke, eta, baita, ikasle bakoitzarentzat proposamen didaktiko egokituak burutzea ere.

Ikusi dugunez, guk egindako ikerketan hainbat hutsune geratu dira eta badago oraindik zer aztertu, aipatu dugun moduan, bide ugari irekita geratzen baitira. Gure ikerketa honen asmoa ahalmen espazialaren oinarri sendoak finkatzea izan da, eta, hori burutu ondoren, aipatutako bide horiek jarraitzea interesgarria izango da, ondorio garrantzitsuetara irits daitekeela uste baitugu, matematikaren eta geometriaren ikas-irakaskuntzarako oso lagungarria izan daitezkeenak, gainera. Guk horretan jarraituko dugu lanean, eta beste ikerlariak ere bide horiek jorratzera animatzen ditugu.

Erreferentzia bibliografikoak

- Albert, S. C., & Golledge, R. G. (1999). The use of spatial cognitive abilities in geographical information systems: The map overlay operation. *Transactions in GIS*, 3, 7-21.
- Allen, T. (2007). Digital terrain visualization and virtual globes for teaching geomorphology. *Journal of Geography*, 106, 253-266.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Arcavi, A., & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning. An example of an approach. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 5(1), 25-45.
- Arrieta, I. (2015). Un análisis de la capacidad espacial en estudios de ingeniería técnica. *PNA*, 9(2), 85-106.
- Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15(3), 57-76.
- Arrieta, M. (2006). La capacidad espacial en la educación matemática: estructura y medida. *Educación Matemática*, 18(1), 125-158.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Azorín Poch, F., & Sánchez Crespo, L. (1986). *Métodos y aplicaciones del muestreo*. Madrid: Alianza.
- Battersby, S. E., Golledge, R., & Marsh, M. (2006). Incidental learning of geospatial concepts across grade levels: Map overlay. *Journal of Geography*, 105,(4), 139-146.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (1), 47-60.

- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (843-908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Battista, M. T., Wheatley, G., & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 332-340.
- Bednarz, S. W. (2004). Geographic information systems: A tool to support geography and environmental education? *GeoJournal*, 60, 191-199.
- Bellemain, F., & Capponi, B. (1992). Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur'. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 59-97.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25, 51-71.
- Bennett, G. K., Seashore, H. G., & Wesman, A. G. (1973). *Differential aptitude tests: Space relations*. New York: Psychological Corporation.
- Berthelot, R., & Salin, M. H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire* (Doktore-tesia). Université de Bordeaux, Frantzia.
- Berthelot, R., & Salin, M. H. (1993). Conditions didactiques de l'apprentissage des plans et cartes dans l'enseignement élémentaire. In A. Bessot, & P. Verrilon (Eds.), *Espaces graphiques et graphismes d'espaces* (pp. 87-115). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Bickley, P.G., Keith, T. Z., & Wolfe, L. M. (1995). The three-stratum theory of cognitive abilities: Test of the structure of intelligence across the life span. *Intelligence*, 20, 309-328.
- Bishop, A. J. (1973). Use of structural apparatus and spatial ability: A

- Review. *Research in Education*, 9, 43-49.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education. A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Adquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- BOE (2007). Orden ECI/2211/2007, de 20 de julio, por lo que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Primaria. *BOE* 173 (20 julio 2007): 31557-31563.
- BOPV (2007). Decreto 175/2007, de 16 de octubre, por lo que se establece el currículo de la Educación Básica y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco. *BOPV* suplemento al nº218 (13 de noviembre 2007): 184-203.
- Bowers, D. (1986). Cognitive processing and the teaching of engineering graphics. *Engineering Design Graphics Journal*, 50(3), 15-18.
- Braine, L., Lerner, C., & Relyea, L. (1980). Levels in the identifying of orientation by preschool children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 30(1), 171-185.
- Bressan, A., Bogisic, B., & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- Bressan, A., & Chemello, G. (1998). *Informe sobre las pruebas de evaluación de matemáticas correspondientes a 6º grado de escuelas dependientes de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires*. Argentina: Programa de Evaluación y Prospectiva.

- Brock, C., Cappo, M., Carmon, N., Erdős, A., Kamay, Y., Kaplan, D., & Rosin, M. (2003). Geometry Inventor (v. 3.04)[Computer program]. San Francisco, USA: Riverdeep.
- Bronfenbrenner, U. (1962). The role of age, sex, class and culture in studies of moral development. *Religious Education*, 57, 3-17.
- Bronfenbrenner, U. (1985). Contextos de crianza del niño. Problemas y perspectiva. *Infancia y aprendizaje*, 29, 45-55.
- Brosnan, M. J. (1998). Spatial ability in children's play with Lego blocks. *Perceptual and Motor Skills*, 87, 19-28.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Bryant, P. (1972). The understanding of invariance by very young children. *Canadian Journal of Psychology*, 78-96.
- Bryant, P., & Trabasso, T. (1971). Transitive inferences and memory in young children. *Nature*, 232, 456-458.
- Burden, L. D., & Coulson, S. A. (1981). *Processing of spatial tasks*. Melbourne: Ed. Thesis.
- Burin, D. I., Delgado, A. R., & Prieto, G. (2000). Solution strategies and gender differences in spatial visualization tasks. *Psicológica*, 21, 275-286.
- Burt, C. (1949). The structure of mind: A review of the results of factor analysis. *British Journal of Educational Psychology*, 19, 100-111, 176-199.
- Canals, M. A. (1997). La geometría en las primeras edades escolares. *Suma*, 25, 31-44.

- Carpenter, P. A., & Just, M. A. (1982). *Processes in solving the Guilford-Zimmerman Spatial Orientation test*. Pittsburgh, PA: Carnegie-Mellon University.
- Carroll, J. B. (1989). Factor analysis since Spearman: Where do we stand? What do we know? In R. Kanfer, P. L. Ackerman, & R. Cudeck (Eds.), *Abilities, motivation and methodology: The Minnesota symposium of learning and individual differences*. Hillsdale, New Jersey: Earlbaum.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities*. Cambridge: University Press.
- Carroll, J. B. (1994). Constructing a Theory from data. In D. K. Detterman (Ed.), *Current topics in human intelligence: Theories of intelligence*. Norwood, New Jersey: Ablex Publishing Corporation.
- Casey, B., & Erkut, S. (2005, Apirila). *Early spatial interventions benefit girls and boys*. Paper presented at the Biennial Meeting of the Society for Research in Child Development, Atlanta.
- Casey, B., Kersh, J. E., & Young, J. M. (2004). Storytelling sagas: An effective medium for teaching early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 167-172.
- Casey, B., Nuttall, R. L., & Pezaris, E. (2001). Spatial-mechanical reasoning skills versus mathematical self-confidence as mediators of gender differences on mathematics subtests using cross-national gender-based items. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(1), 28-57.
- Casey, B., Paugh, P., & Ballard, N. (2002). *Sneeze builds a castle*. Bothel, WA: The Wright Group / McGraw Hill.
- Casey, B., Winner, E., Brabeck, M., & Sullivan, K. (1990). Visual-spatial abilities in art, math and science majors: Effects of sex, family, handedness, and spatial experience. In K. J. Gilhooly, M. T. G. Keane, R. H. Logie, & G. Erdos (Eds.), *Lines of thinking, 2* (pp. 275-294). Ingleterra: Wiley.

- Cattell, R. B. (1971). *Intelligence: Its structure, growth and action*. Boston: Houghton-Mifflin.
- Cheng, Y. L., & Mix, K. S. (2014). Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development, 15*, 2-11.
- Churchill, E. (1942). Effects of engineer school training on the Surface Development Test. *Educational and Psychological Measurement, 2*, 279-286.
- Clements, D. H. (1997). (Mis?)Constructing constructivism. *Teaching Children Mathematics, 4*(4), 198-200.
- Clements, D. H. (2003). *Teaching and learning geometry. A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston: VA-NCTM.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1991). A Logo-based elementary school geometry curriculum. *Clime News, 5*(8), 12.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., & Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal, 98*, 171-186.
- Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking "concrete" manipulatives. *Teaching Children Mathematics, 2*(5), 270-279.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Building blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly, 19*, 181-189.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 136-163.

- Clements, D. H., Sarama, J., & Wilson, D. C. (2001). Composition of geometric figures. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 273-280). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Clements, K. (1982). Visual Imagery and School Mathematics. Part II. *For the Learning of Mathematics*, 2(3), 33-38.
- Clements, M. A. (Ken) (1983). The question of how spatial ability is defined, and its relevance to mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 15, 8-20.
- Clements, M. A. (Ken) (1998). *Visualisation and mathematics education*. Barcelona: TIEM.
- Collins, A. (1988). *Cognitive apprenticeship and instructional technology*. Cambridge: MA.
- Colom, R., Quiroga, M. A., & De Juan-Espinosa, M. (1999). Are cognitive sex differences disappearing? Evidence from Spanish populations. *Personality and Individual Differences*, 27(6), 1189-1196.
- Committee on Support for Thinking Spatially (2006). *Learning to think spatially*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Connor, J. M., & Serbin, L. A. (1980). *Mathematics, visual-spatial ability and sex roles*. Washington: ERIC Reports.
- Connor, J. M., & Serbin, L. A. (1985). Visual-spatial skill: Is it important for mathematics? Can it be taught? In S. F. Chipman, L. R. Brush, & D. M. Wilson (Eds.), *Women and mathematics* (pp. 151-174). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cooper, L. A. (1980). Spatial information processing: Strategies for research. In R. Snow, P. A. Federico eta W. E. Montague (Eds.), *Aptitude, learning and instruction: Cognitive process analyses*, 149-176. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Cooper, L. A. (1982). Strategies for visual comparison and representation: Individual differences. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence* (Vol. 1, pp. 77-124). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cooper, L. A., & Mumaw, R. J. (1985). Spatial aptitude. In R. F. Dillon (Ed.), *Individual differences in cognition, 2*, 67-94. New York: Academic Press.
- Cooper, L. A., & Shepard, R. N. (1973). Chronometric studies of the rotation of mental images. In W. G. Chase (Ed.), *Visual information processing*. New York: Academic Press.
- Corman, H. H., & Escalona, S. K. (1969). Stages of sensorimotor development: a replication study. *Merrill-Palmer Quarterly, 15*, 351-361.
- Cossío, J. (1997). *Diagnosis de la habilidad de visualizar en el espacio 3D con estudiantes de Bachillerato (B.U.P.) del Bilbao metropolitano* (Doktore Tesia). Universidad del País Vasco, Leioa.
- Cunningham, S. A. (1991). The visualization environment for mathematics education. In W. Zimmermann, & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics, 19* (pp. 67-76). Washington, DC, USA: Mathematical Association of America.
- Cunningham, S. A., & Reagan, C. L. (1972). *Handbook of visual perceptual training*. Springfield, IL: Charles C. Thomas Publisher.
- Darke, I. (1982). A review of research related to the topological primary thesis. *Educational Studies in Mathematics, 13*(2), 119-142.
- De Juan-Espinosa, M. (1997). *Geografía de la inteligencia humana*. Madrid: Pirámide.
- Del Grande, J. J. (1986). Can grade two children' spatial perception be improved by inserting a transformation geometry component into their mathematics program? *Dissertation Abstracts International, 47*, 3689A.

- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. *Learning and Teaching Geometry, K-12*, 126-135.
- Delgado, A. R., & Prieto, G. (1997). *Introducción a los métodos de investigación de la psicología*. Madrid: Pirámide.
- DeMers, M. N., & Vincent, J. S. (2007). ArcAtlas in the classroom: Pattern identification, description, and explanation. *Journal of Geography*, 106, 277-284.
- Denis, M. (1989). *Image et cognition*. Paris: Presses Univ. de France.
- DeWindt-King, A., & Goldin, G. (2001). A study of children's visual imagery in solving problems with fractions. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Psychology of Mathematics Education (PME) International Conference, 2* (pp. 345-352).
- Díaz Godino, J., Batanero, M. C., & Cañizares, M. J. (1989). *Estudio estadístico de la población escolar de la provincia de Jaén: Aplicación al diseño de encuestas escolares*. Granada: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Granada.
- Dodwell, P. C. (1960). Children's understanding of number and related concepts. *Canadian Journal of Psychology*, 14, 191-205.
- Doering, A., & Veletsianos, G. (2007). An investigation of the use of real-time, authentic geospatial data in the K-12 classroom. *Journal of Geography, Special Issue on Using Geospatial Data in Geographic Education*, 106(6), 217-225.
- Domínguez de Posada, J. E. (1994). *Influencia de las asignaturas gráficas sobre el desarrollo de la visión espacial en los alumnos de escuelas técnicas superiores: estudio monográfico el E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid* (Doktore-tesia). Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.
- Dreyfus, T. (1995). Imagery for diagrams. In R. Sutherland, & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical edu-*

- cation* (pp. 3-9). Berlin: Springer.
- Duda, J. (1995). Mental skills training: what's it all about? *Technique*, 28-29.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., & Klevanov, J. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting North American Chapter of the International Group of PME* (pp. 3-26). Columbus, Ohio: ERIC.
- Ebbeck, M. (1984). Equity for boys and girls: Some important issues. *Early Child Development and Care*, 18, 119-131.
- Edwards, L. (1991). Children's learning in a computer microworld for transformation geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 122-137.
- Ehrlich, S. B., Levine, S. C., & Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology*, 42(6), 1259-1268.
- Ekstrom, R.B., French, J.W., Harman, H. H., & Dermen, D. (1976). *Kit of factor-referenced cognitive test*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Eliot, J. (1987). *Models of psychological space*. New York: Springer-Verlag.
- Eliot, J., & Czarnolewski, M. Y. (2007). Development of an everyday spatial behavioral questionnaire. *The Journal of General Psychology*, 134(3), 361-381.
- Elkind, D. (1961a). Children's discovery of the conservation of mass, weight and volume: Piaget replication study II. *Journal of Genetic Psychology*, 90, 219-227.

- Elkind, D. (1961b). Quantity conceptions in junior and senior high school students. *Child Development*, 32, 551-560.
- Eylon, B. S., & Rosenfeld, S. (1990). *The Agam Project: Cultivating Visual Cognition in Young Children*. Rehovot, Israel: Department of Science Teaching, Weizmann Institute of Science.
- Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2004). Towards a definition of function. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th PME International Conference*, 2 (pp. 367-374).
- Feingold, A. (1988). Cognitive gender differences are disappearing. *American Psychologist*, 43(2), 95-103.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization, and sociocultural factors. *American Educational Research Journal*, 14, 51-71.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1978). Mathematics achievement and related factors; A further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 189-203.
- Fennema, E., & Tartre, L. A. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 184-206.
- Fernández, T. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial* (Doktore-tesia). Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela.
- Fernández, T., Díaz Godino, J., & Cajaraville, J. A. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Boletín de Educação Matemática*, 26(42), 39-63.
- Fischer, U., Moeller, K., Bientzle, M., Cress, U., & Nuerk, H. (2011). Sensorimotor spatial training of number magnitude representation. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(1), 177-183.

- Fisher, D. (1983). Some perceptual influences in learning geometry. *Proceedings of the 7th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 217-222.
- Frostig, M. (1988). *Test de desarrollo de la percepción visual*. Madrid: TEA.
- Frostig, M., & Horne, D. (1964). *The Frostig Program for the development of visual perception*. Chicago: Follett Publishing Co.
- Furinghetti, F., Morselli, F., & Paola, D. (2005). Interaction of modalities in Cabri: a case study. *Proceedings of the 28th PME Conference*, 3, 9-16.
- Fuson, K., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- Gagatsis, A., Panaoura, A., Elia, I., Stamboulidis, N., & Spyrou, P. (2008). *The axis of reflective symmetry as representation in mathematics learning*. Paper presented at the 11th International Congress of Mathematics Education, Monterrey, Mexico.
- Gages, T. T. (1994). *The interrelationship among spatial ability, strategy used and learning style for visualization problems* (Doktore-tesia). The Ohio State University, Ohio.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 163-183.
- Gallou-Dumiel, E. (1989). Reflections, point symmetry and Logo. In C. A. Maher, G. A. Goldin, & R. B. Davis (Eds.), *Proceedings of the eleventh annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 149-157). New Brunswick, NJ: Rutgers University.
- Galvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. In C. Parra, & I. Saiz

(Eds.), *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 39-50). Buenos Aires: Paidós Educador.

García Ganuza, J.M. (2000). *Intervención para mejorar aptitudes espaciales en alumnos de ambos sexos* (Doktore-tesia). Universidad del País Vasco, País Vasco.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development, 78*, 1343-1359.

Geiser, C., Lehmann, W., & Eid, M. (2008). A note on sex differences in mental rotation in different age groups. *Intelligence, 36*(6), 556-563.

Gelman, R. (1972). Logical capacity of very young children: Number invariance rules. *Child Development, 43*(1), 75-90.

Gersmehl, P. J. (2005). *Teaching Geography*. New York: The Guilford Press.

Gersmehl, P. J., & Gersmehl, C. A. (2006). Wanted: A concise list of neurologically defensible and assessable spatial-thinking skills. *Research in Geographic Education, 8*, 5-38.

Gersmehl, P. J., & Gersmehl, C. A. (2007). Spatial thinking by young children: Neurologic evidence for early development and "educability". *Journal of Geography, 106*, 181-191.

Gibson, E. J., Gibson, J. J., Pick, A. D., & Osser, H. A. (1962). A developmental study of the discrimination of letter-like forms. *Journal of Physiology and Psychology, 55*, 897-906.

Giesecke, F. E., Mitchell, A., Spencer, H. C., Hill, I. L., Loving, R. O., Dygdon, J. T., & Novak, J. E. (1994). *Principles of Engineering Graphics*. New York: Macmillan.

Ginsburg, H. P., Greenes, C., & Balfanz, R. (2003). *Big Math for Little Kids*. Parsippany, NJ: Dale Seymour.

- Goldbenberg, E. P. (1996). "Habits of mind" as an organizer for the curriculum. *Journal of Education*, 178, 13-34.
- Golledge, R. G. (2002). The open door of GIS. In R. B. Bechtel, & A. Churchman (Eds.), *Handbook of environmental psychology* (pp. 244-255). New York: Wiley.
- Gorgorió, N. (1994). *Estratègies, dificultats i errors en els aprenentatges de les habilitats espacials* (Doktore-tesia). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.
- Gorgorió, N. (1996). Choosing a visual strategy: the influence of gender on the solution process of rotation problems. In L. Puig, & A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th P.M.E. Conference*, 3 (pp. 3-19). Valencia, España.
- Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 207-231.
- Gratch, G. (1977). Review of Piagetian infancy research: Object concept development. In W. F. Overton, & J. M. Gallagher (Eds.), *Knowledge and development*, 1 (pp. 59-91). New York: Plenum Press.
- Gray, E. (1999). Spatial strategies and visualization. *Proceedings of the 23th PME Conference*, 1, 235-242.
- Gray, E., & Pitta, D. (1999). Images and their frames of reference: A perspective on cognitive development in elementary arithmetic. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME International Conference*, 3, 49-56.
- Greenes, C., Ginsburg, H. P., & Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 159-166.
- Greenfield, P. M., Nelson, K., & Saltzman, E. (1972). The development of rulebound strategies for manipulating seriated cups: A parallel between action and grammar. *Cognitive Psychology*, 3, 291-310.

- Griffin, S., & Case, R. (1997). Rethinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education*, 3(1), 1-49.
- Guay, R. B., & McDaniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 211-215.
- Guay, R. B., McDaniel, E. D., & Angelo, S. (1978). *Analytic factor confounding spatial ability measurement*. West Lafayette, IN: U. S. Army Research Institute for the Behavioral Sciences.
- Guilford, J. P. (1985). The structure-of-intellect model. In B. B. Wolman (Ed.), *Handbook of intelligence: Theories, measurements, and applications* (pp. 225-266). New York: Wiley.
- Guillén, G. (1996). Identification of Van Hiele levels of reasoning in three-dimensional geometry. *Proceedings of the 20th PME Conference*, 1, 43-50.
- Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(1), 35-53.
- Gustafsson, J. E. (1988). Hierarchical models of individual differences. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*, 4 (pp. 35-71). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gutiérrez, A. (1991). La investigación en didáctica de las matemáticas. In A. Gutiérrez (Ed.), *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática, colección "Matemáticas: Cultura y aprendizaje"*, 1 (pp. 149-194). Madrid: Síntesis.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. *Proceedings of the 20th PME Conference*, 3-19.
- Gutiérrez, A. (1998). *Tendencias actuales de investigación en Geometría y Visualización*. Barcelona: TIEM.

- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning Geometry. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by te IGPME* (pp. 70-148). Cambridge: Cambridge UP.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Dormolen, J. V. (1996). Space and shape. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 161-204). London: Kluwer.
- Hoffer, A. R. (1977) *Mathematics resource project. Geometry and visualization*. Palo Alto: Creative Publications.
- Hogan, J. (1993). The death of proof. *Scientific American*, 92-103.
- Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra-ein software system für dynamische geometrie und algebra der ebene* (Master-tesia). University of Salzburg, Salzburg.
- Holland, G. (2001). Wissensbasierte experten in einem dynamischen geometriesystem. In H. J. Elschenbroich, T. Gawlick, & H. W. Henn (Eds.), *Zeichnung-figur-zugfigur, mathematische und didaktische aspekte dynamischer geometrie-software* (pp. 103-112). Berlin: DiVerlag Franzbecker.
- Hollebrands, K. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 55-72.
- Holmes, J., Adams, J. W., & Hamilton, C. J. (2008). The relationship between visuospatial sketchpad capacity and children's mathematical skills. *European Journal of Cognitive Psychology*, 20(2), 272-289.
- Horn, J. L. (1985). Remodeling old models of intelligence. In B. B. Wolman (Ed.), *Handbook of intelligence: theories, measurement and applications* (pp. 267-300). New York: John Wiley and Sons.
- Horn, J. L. (1988). Thinking about human abilities. In J. R. Nesselroade & R. B. Cattell (Eds.), *Handbook of multivariate experimental psychology*

(pp. 645-685). New York: Plenum Press.

- Hoyles, C., & Noss, R. (1988). Formalising intuitive descriptions in a parallelogram Logo microworld. In A. Borbás (Ed.), *Proceedings of the 12th annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 417-424). Veszprem, Hungary: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Hoyles, C., & Noss, R. (1989). The computer as a catalyst in children's proportion strategies. *Journal of Mathematical Behavior*, 8, 53-75.
- Hoyles, C., Noss, R., & Sutherland, R. (1989). Designing a Logo-based microworld for ratio and proportion. *Journal of Computer Assisted Learning*, 5, 208-222.
- Jackiw, N. (1991). *The Geometer's Sketchpad*. Berkeley, California: Key Curriculum Press.
- Jackson, S. (1965). The growth of logical thinking in normal and subnormal children. *British Journal of Educational Psychology*, 35, 255-258.
- Jahn, A. P. (2000). New tools, new attitudes to knowledge: the case of geometrical loci and transformations in dynamic geometry environment. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 92-102). Hiroshima, Japan: Hiroshima University.
- Jirotkova, D., & Littler, G. H. (2002). Investigating cognitive and communicative processes through children's handling of solids. *Proceedings of the 26th PME Conference*, 3, 145-152.
- Johnson, M., & Meade, A. C. (1987). Development patterns of spatial ability: An early sex difference. *Child development*, 58, 725-740.
- Johnson-Gentile, K., Clements, D. H., & Battista, M. T. (1994). The effects of computer and noncomputer environments on students' conceptualizations of geometric motions. *Journal of Educational Computing Research*, 11, 121-140.

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153-175.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850-867.
- July, R. A. (2001). *Thinking in three dimensions: Exploring students' geometric thinking and spatial ability with the Geometer's Sketchpad* (Doktore-tesia). Florida International University, Florida.
- Kadunz, G., & Kautschitsch, H. (1993). *Thales. Software zur experimentellen Geometrie*. Stuttgart: Ernst Klett.
- Kamii, C., Miyakawa, Y., & Kato, Y. (2004). The development of logico-mathematical knowledge in a block-building activity at ages 1-4. *Journal of Research in Childhood Education, 19*, 13-26.
- Kerski, J. J. (2008). The role of GIS in digital earth education. *International Journal of Digital Earth, 1*(1), 326-346.
- Kieran, C. (1986). Logo and the notion of angle among fourth and sixth grade children. *Proceedings of the 10th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 99-104.
- Klein, A., Starkey, P., & Ramirez, A. B. (2002). *Pre-K mathematics curriculum*. Glenview, IL: Scott Foresman.
- Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher 'math talk'. *Developmental Psychology, 42*(1), 59-69.
- Kosslyn, S. M. (1980). *Image and mind*. London: Harvard U.P.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press.

- Kwon, O. N., Kim, S. H., & Kim, Y. (2001). Enhancing spatial visualization through virtual reality on the web: Software design and impact analysis. *Proceedings of the 25th PME Conference, 3*, 265-272.
- Kyllonen, P. C., Lohman, D. F., & Snow, R. E. (1984). Effects of aptitudes, strategy training, and task facets on spatial task performance. *Journal of Educational Psychology, 76*, 130-145.
- Kyllonen, P. C., Woltz, D., & Lohman, D. F. (1981). *Models of strategy and strategy-shifting in spatial visualization performance* (Aptitude Research Project). Stanford University, Palo Alto.
- Kynigos, C., & Psycharis, G. (2003). 13 years olds' meanings around intrinsic curves with a medium for symbolic expression and dynamic manipulation. In N. Paterman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME international conference, 3* (pp. 165-172). Honolulu, Hawaii: Un. of Hawaii.
- Laborde, C. (1997). *Exposición sobre la geometría*. Río Negro: CPE.
- Laborde, C. (1998). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer based environment. In C. Mammana, & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 113-121). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 275-304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Laborde, J. M. (1999). Some issues raised by the development of implemented Dynamic Geometry as with Cabri-géomètre. *Proceedings 15th European Workshop on Computational Geometry*, 7-19.
- Laborde, J. M., Baulac, Y., & Bellemain, F. (1988). *Cabri-geometre, un logiciel d'aide a l'enseignement de la geometrie, logiciel et manuel d'utilisation*. Paris: Cedic-Nathan.

- Laborde, J.M., & Bellemain, F. (1998). *Cabri Geometry II*. Dallas, Texas: Texas Instruments Software.
- Lahrizi, H. (1984). *Etude de l'habilité a visualiaser des relations geometriques dans trois dimensions chez les élèves et les élèves-proffeseur au Maroc* (Doktore-tesia). Université de Laval, Quebec.
- Lampen, E., & Murray, H. (2001). Children's intuitive knowledge of the shape and structure of three dimensional containers. *Proceedings of the 25th PME Conference, 3*, 273-280.
- Lappan, G. (1999). Geometry: The forgotten strand. *NCTM News Buletin, 36*, 3.
- Lavy, I., & Bershadsky, I. (2002). "What if not?" Problem posing and spatial geometry - A case study. *Proceedings of the 26th PME Conference, 3*, 281-288.
- Lawrie, C., Pegg, J., & Gutiérrez, A. (2002). Unpacking students meaning of cross-sections: A frame for curriculum development. *Proceedings of the 26th PME Conference, 3*, 289-296.
- Lean, G., & Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics, 12*(3), 267-299.
- Lee, J., & Bednarz, R. S. (2009). The effect of GIS learning on spatial thinking. *Journal of Geography in Higher Education, 33*(2), 183-198.
- Lehrer, R., & Chazan, D. (1998). *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer, & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137-168). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lesévre, N. (1964). *Les mouvements oculaires d'exploration: étude électro-oculographique comparée d'enfants dyslexiques* (Doktore-tesia). Róneo, Paris.
- Lesh, R., & Mierkiewicz, D. (1978). Perception, imagery and conception in geometry. In R. Lesh (Ed.), *Recent research concerning the development of spatial and geometric concepts* (pp. 7-28). Columbus, OH: ERIC.
- Levine, S. C., Huttenlocher, J., Taylor, A., & Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. *Developmental Psychology*, 35(4), 940-949.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1979a, Urria). *Spatial ability: a review and reanalysis of the correlational literature* (Aptitude Research Project). Stanford University, Palo Alto.
- Lohman, D. F. (1979b, Urria). *Spatial Ability: individual differences in speed and level* (Aptitude Research Project). Stanford University. Palo Alto.
- Lohman, D. F. (1986). The effect of speed-accuracy tradeoff on sex differences in mental rotation. *Perception and Psychophysics*, 39(6), 427-436.
- Lohman, D.F., Pellegrino, J. W., Alderton, D. L., & Regian, J. W. (1987). Dimensions and components of individual differences in spatial abilities. In S. H. Irvine, & S. E. Newstead (Eds.), *Intelligence and cognition: contemporary frames of reference* (pp. 253-312). Dordrecht: Martinus Nijhoff.
- Lovell, K. A. (1961). A follow-up study of Inhelder and Piaget's "The Growth of Logical Thinking". *British Journal of Educational Psychology*, 32, 143-153.
- Lubinski, D. (2010). Spatial ability and STEM: a sleeping giant for talent

- identification and development. *Personality and Individual Differences*, 49, 344-351.
- Lurçat, L. (1976). *L'enfant et l'espace. Le role du corps*. Francia: PUF.
- Maccoby, E. E., & Jacklin, C. N. (1974). *The Psychology of Sex Differences*. Stanford: University press.
- Magina, S., & Hoyles, C. (1991). Developing a map of children's conception of angle. *Proceedings of the 15th PME International Conference*, 2, 358-465.
- Malara, N. A. (1998). On the difficulties of visualization and representation of 3D objects in middle school teachers. *Proceedings of the 22th PME Conference*, 3, 239-246.
- Mariotti, M. A. (2001). Justifying and proving in the Cabri environment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 257-281.
- Maris, S., & Noriega, M. (2010). La competencia espacial. Evaluación en alumnos de nuevo ingreso a la universidad. *Educación Matemática*, 22 (2), 65-91.
- Markman, E. M., & Siebert, J. (1976). Classes and collections: Internal organization and resulting holistic properties. *Cognitive Psychology*, 8, 561-577.
- Marsh, M., Golledge, R., & Battersby, S. E. (2007). Geospatial concept understanding and recognition in G6-college students: A preliminary argument for minimal GIS. *Annals of the Association of American Geographers*, 97(4), 696-712.
- Martin, N. (2006). *Test of visual perceptual skills*. USA: Academic Therapy Publications.
- McCarthy, D. (1954). Language development in children. In L. Carmichael (Ed.), *Manual of child psychology* (pp. 492-630). New York: Wiley.

- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- McGlone, J., & Davidson, W. (1973). The relation between cerebral speech laterality and spatial ability with special reference to sex and hand preference. *Neuropsychologia*, 11, 105-113.
- Meissner, H. (2001). Encapsulation of a process in geometry. *Proceedings of the 25th PME Conference*, 3, 359-366.
- Meissner, H., & Pinkernell, G. (2000). Spatial abilities in primary schools. *Proceedings of the 24th PME Conference*, 3, 287-294.
- Metz, S. S., Donohue, S., & Moore, C. (2012). Spatial skills: a focus on gender and engineering. In B. Bogue, & E. Cady (Eds.), *Apply Research to Practice (ARP) resources*. Retrieved from http://www.engageengineering.org/associations/11559/files/ARP_SpatialSkills.pdf
- Metzler, J., & Shepard, R. N. (1974). Transformational studies of the internal representation of three-dimensional objects. In R. Solso (Ed.), *Theories of cognitive psychology: The Loyola symposium* (pp. 147-202). Oxford, England: Lawrence Erlbaum.
- Miller, C. L. (1996). A historical review of applied and theoretical spatial visualization publications in engineering graphics. *Engineering Design Graphics Journal*, 60(3), 12-33.
- Milson, A. J., & Earle, B. D. (2007). Internet-based GIS in an inductive learning environment: A case study of ninth-grade geography students. *Journal of Geography*, 106, 227-237.
- Mitchelmore, M. C. (1980). Three dimensional geometrical drawing in three cultures. *Educational studies in Mathematics*, 11, 205-216.
- Montello, D. R., Lovelace, L. L., Golledge, R. G., & Self, C. M. (1999). Sex-related differences and similarities in geographic and environmental spatial abilities. *Annals of the Association of American Geographers*, 89,

515-534.

Moses, B. E. (1977). *The nature of spatial ability and its relationship to mathematical problem solving* (Doktore-tesia). Indiana University, USA.

National Research Council (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Whashington, DC: The National Academies Press.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2005). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nemirovsky, R., & Noble, T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 99-131.

Newcombe, N. S. (2010). Picture this: increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 29-43.

Newcombe, N. S., & Sanderson, H. L. (1993). *The relation between preschooler's everyday activities and spatial ability*. New Orleans, LA: Society for Research in Child Development.

Nideffer, R. M. (1985). *Athletes' guide to mental training*. Champaign, Illinois: Human Kinetics Publishers.

Oltman, P. K., Ratskin, E., & Witkin, H. A. (1981). *GEFT. Test de figuras enmascaradas (forma colectiva)*. Madrid: TEA.

Owens, K. (1992). Spatial thinking takes shape through primary school experiences. In W. Geeslin, & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th PME International Conference*, 2 (pp. 202-209). University of

- New Hampshire, Durham, NH: Program Committee of the 16th PME Conference.
- Owens, K. (1996). Responsiveness: A key aspect of spatial problem solving. *Proceedings of the 20th PME Conference, 4*, 99-106.
- Owens, K. (1999). The role of visualization in young students' learning. *Proceedings of the 23th PME Conference, 1*, 220-234.
- Pallascio, R. (1987). Les habiletés perspectives d'objets polyhédriques. In J. Bergeron, N. Herscovics, & K. Kieran (Eds.), *Proceedings of the 11th PME International Conference, 2* (pp. 39-46).
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Parmentier, C. (1989). Angles et pixels - Quelle synergie à 9 ans? In G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artigue (Eds.), *Proceedings of the 13th PME International Conference, 3* (pp. 90-97). Paris: ERIC.
- Parzysz, B. (1999). Visualization and modeling in problem solving: From algebra to geometry and back. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23th PME International Conference, 1* (pp. 212-219). Israel: ERIC.
- Patterson, M. W., Reeve, K., & Page, D. (2003). Integrating geographic information systems into the secondary curricula. *Journal of Geography, 102*, 275-281.
- Pearson, J. L., & Ferguson, L. R. (1989). Gender differences in patterns of spatial ability, environmental cognition, and math and English achievement in late adolescence. *Adolescence, 24*, 421-431.
- Pellisier, P., & Billouin, A. (1989). *Patinage*. Paris: Éditions Robert Laffon, S. A.
- Piaget, J. (1954). *The construction of reality in the child*. New York: Basic Books.

- Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *La conception de l'espace chez l'enfant*. Paris: Presse Universitaires de France.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York: W. W. Norton.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1971). *Mental imagery in the child*. London, England: Routledge and Kegan Paul.
- Pinard, A., & Laurendeau, M. (1969). "Stage" in Piaget's cognitive-developmental theory: Exegesis of a concept. In D. Elkind, & J. H. Flavell (Eds.), *Studies in cognitive development* (pp. 138-145). New York: Oxford University Press.
- Presmeg, N. C. (1985). *The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation* (Doktore-tesia). Cambridge University, England.
- Presmeg, N. C. (1986a). Visualization and mathematical giftedness. *Educational studies in Mathematics*, 17, 297-311.
- Presmeg, N. C. (1986b). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.
- Presmeg, N. C. (1997). Generalization using imagery in mathematics. In L. D. English (Ed.), *Mathematical Reasoning: analogies, metaphors and metonymies in mathematics learning* (pp. 299-312). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 205-235). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Presmeg, N. C., & Bergsten, C. (1995). Preference for visual methods: An international study. In L. Meira, & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th PME International Conference*, 3 (pp. 58-65). Recife: ERIC.

- Rafi, A., Samsudin, K. A., & Ismail, A. (2006). On improving spatial ability through computer-mediated engineering drawing instruction. *Educational Technology & Society*, 9(3), 149-159.
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79, 375-394.
- Raphael, D., & Wahlstrom, M. (1989). The influence of instructional aids on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 173-190.
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 137-157.
- Razel, M., & Eylon, B. S. (1991). *Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program*. Paper presented at the meeting of the Fifteenth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Genova, Italy.
- Reynolds, A., & Wheatley, G. H. (1996). Elementary students' construction and coordination of units in an area setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.
- Rilea, S. L., Roskos-Ewoldsen, & Boles, D. B. (2004). Sex Differences in Spatial Ability: a Lateralization of Function Approach. *Brain and Cognition*, 56(3), 332-343.
- Saads, S., & Davis, G. (1997). Spatial abilities, Van Hiele levels and language use in three dimensional geometry. *Proceedings of the 21th PME Conference*, 4, 104-111.
- Sacristán, A. I. (2001). Students' shifting conceptions of the infinite through computer explorations of fractals and other visual models. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME International Conference*, 4 (pp. 129-136). Utrecht, The Netherlands: ERIC.
- Sarasua, J. (2010). *Hacia una categorización de los objetivos geométricos*.

- Propuesta de nuevos descriptores de los niveles de Van Hiele para la representación externa de figuras planas* (Doktore-tesia). Euskal Herriko Unibertsitatea, Euskal Herria.
- Saxe, J. E. (1987). *Using preschool screening data to predict educational outcomes* (Doktore-tesia). The Pennsylvania State University, Pennsylvania.
- Schaie, K. W. (1995). *Intellectual development in adulthood: The Seattle Longitudinal Study*. New York: Cambridge University Press.
- Schultz, R. B., Kerski, J. J., & Patterson, T. C. (2008). The use of virtual globes as a spatial teaching tool with suggestions for metadata standards. *Journal of Geography, 107*, 27-34.
- Schwartz, J. L., & Yerushalmy, M. (1987). The Geometric Supposer: The computer as an intellectual prosthetic for the making of conjectures. *The College Mathematics Journal, 18*(1), 58-65.
- Senk, S., & Usiskin, Z. (1983). Geometry proof writing: A new view of sex differences in mathematics ability. *American Journal of Education, 91*, 187-201.
- Sereno, F. (1994). A perspective on fractals for the classroom. In J. P. Ponte, & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th PME International Conference, 4* (pp. 249-256), Lisboa.
- Shepard, R. N. (1975). Form, formation and transformation of internal representations. In R. Solso (Ed.), *Information processing and cognition: The Loyola symposium*. Potomac, Md: Lawrence Erlbaum.
- Sherman, J. A. (1974). Field articulation, sex, spatial visualization, dependency, practice, laterality of the brain and birth order. *Perceptual and Motor Skills, 38*(3), 1223-1235.
- Smith, I. M. (1964). *Spatial Ability*. San Diego: Knapp.
- Sorby, S. A. (1999). Developing 3D spatial visualization skills. *Engineering*

Design Graphics Journal, 63(2), 21-32.

- Sorby, S. A., & Baartmans, B. J. (1996). A course for the development of 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, 60(1), 13-20.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 498-505.
- Spearman, C. (1927). *The Abilities of Man*. London: Macmillan.
- Springer, S. P., & Deutsch, G. (1981). *Left brain, right brain*. San Francisco, CA: W. H. Freeman & Co Ltd.
- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 99-120.
- Steffe, L. P., & Cobb, P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. New York: Springer-Verlag.
- Sternberg, R. J., & Weil, E. M. (1980). An aptitude - strategy interaction in linear syllogistic reasoning. *Journal of Educational Psychology*, 62, 226-236.
- Stigler, J. W., Lee, S. Y., & Stevenson, H. W. (1990). *Mathematical knowledge of Japanese, Chinese and American elementary school children*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stylianou, D. (2001). On the reluctance to visualize in mathematics: Is the picture changing? In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME International Conference*, 4 (pp. 225-232). Utrecht: Freudenthal Institute.
- Stylianou, D. A., Leikin, R., & Silver, E. A. (1999). Exploring students' solution strategies in solving a spatial visualization problem involving nets. *Proceedings of the 23th PME Conference*, 4, 241-248.

- Suárez, J., Rubio, R., Gallego, R., & Martín, S. (2004). *Desarrollo de un entrenador para la percepción espacial basado en realidad virtual mediante tecnologías de dominio público*. Comunicación presentada en el *Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas*. Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Barcelona, Barcelona.
- Suwarsono, S. (1982). *Visual imagery in the mathematical thinking of seventh grade students* (Doktore-tesia). Monash University, Melbourne.
- Swaminathan, S., Clements, D. H., & Schrier, D. (1995). *The Agam curriculum in kindergarten classes: Effects and processes*. Buffalo: University of Buffalo, State University of New York.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Tartre, L. A., & Fennema, E. (1995). Mathematics achievement and gender: a longitudinal study of selected cognitive and affective variables (grades 6-12). *Educational Studies in Mathematics*, 28, 199-217.
- Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago: University of Chicago Press.
- Tillotson, M. L. (1984). *The effect of instruction in spatial visualization on spatial abilities and mathematical problem solving*. Gainesville: University of Florida.
- Travis, B., & Lennon, E. (1997). Spatial skills and computer-enhanced instruction in calculus. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16(4), 467-475.
- Turos, J., & A. Ervin (2000). Training and gender differences on a web-based mental rotation task. *Psychology Journal*, 4(2), 3-12.
- Usiskin, Z. (1987). Resolving the continuing dilemmas in school geometry. In

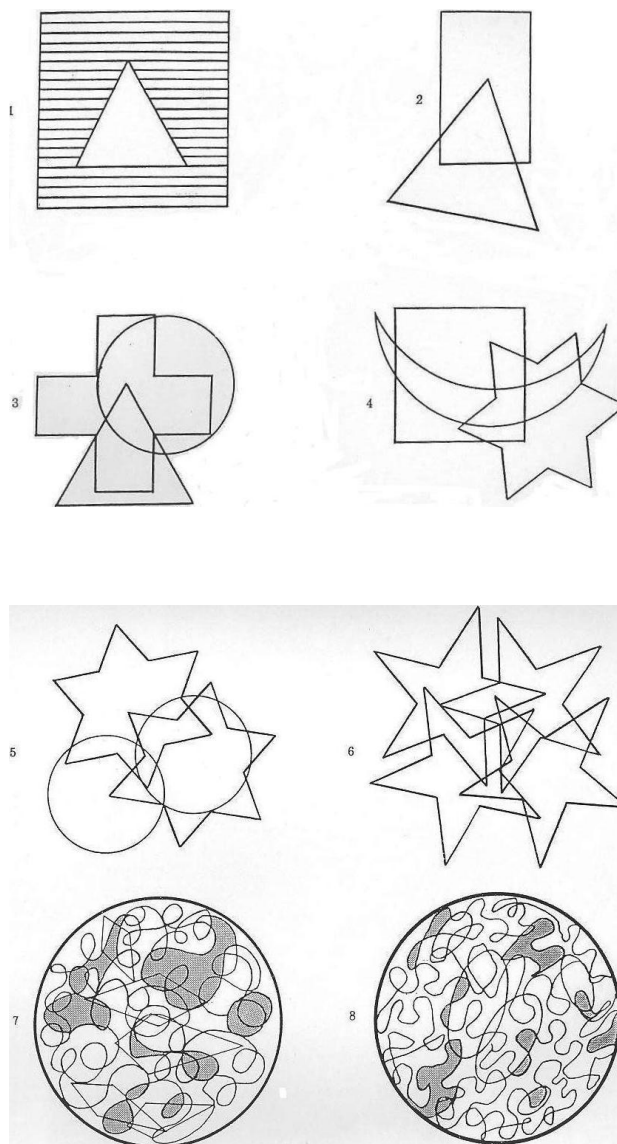
- M. M. Lindquist, & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry, K-12: 1987 yearbook* (pp. 17-31). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.
- Vereecken, P. (1961). *Spatial development. Constructive praxia from birth to the age of seven*. Groninga: J. B. Wolters.
- Vernon, P. E. (1950). *The structure of human abilities*. New York: Wiley.
- Voyer, D., & Bryden, M. P. (1993). Masking and visual field effects on a lateralized rod-and-frame test. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 47, 26-37.
- Vurpillot, E. (1976). *The visual world of the child*. London: George Allen & Unwin.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1985). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: Pléyade.
- Wattanawaha, W. (1977). *Spatial ability and sex differences in performance on spatial tasks* (Doktoro-tesia). Monash University, Melbourne.
- Whiteley, W. (2002). *Teaching to see like a Mathematician*. Paper presented at the Visual Representation and Interpretation Conference, Liverpool, England.
- Whiteley, W. (2004). *Visualization in mathematics: Claims and questions towards a research program*. Retrieved from <http://www.math.yorku.ca/whiteley>.
- Wohlwill, J. F., & Wiener, M. (1964). Discrimination of form orientation in young children. *Child Development*, 35, 1113-1125.

- Woolner, P. (2004). A comparison of a visual-spatial approach and a verbal approach to teaching mathematics. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th PME International Conference*, 4 (pp. 449-456). Bergen, Norway: ERIC.
- Yakimanskaya, I. S. (1991). *The development of spatial thinking in schoolchildren*. Reston, VA: NCTM.
- Yalow, E., & Webb, N. M. (1977). *Introspective strategy differences reflecting aptitude processes*. Paper presented at the American Psychological Association, San Francisco.
- Yates, S. M. (1998). Teacher perceptions, learned helplessness and mathematics achievement. In A. Olivier, & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22th annual conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, (pp. 217-244). Stellenbosch, South Africa: PME.
- Yerushalmy, M. (1991). Enhancing acquisition of basic geometrical concepts with the use of the SUPPOSER. *Journal of Educational Computing Research*, 7, 407-420.
- Yerushalmy, M., Shternberg, G., & Gilead, S. (1999). Visualization as a vehicle for meaningful problem solving in algebra. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME International Conference*, 1 (pp. 197-211). Haifa, Israel: PME.
- Zack, V. (1988). Say it's perfect then pray it's perfect: The early strategies of learning about Logo angle. In A. Borbás (Ed.), *Proceedings of the 12th PME International Conference*, 2 (pp. 657-664). Veszprem, Hungary: ERIC.
- Zazkis, R., Dubinsky, E., & Dautermann, J. (1996). Using visual and analytic strategies: A study of students' understanding of permutation and symmetry groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 435-457.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1992). Visualization in teaching and

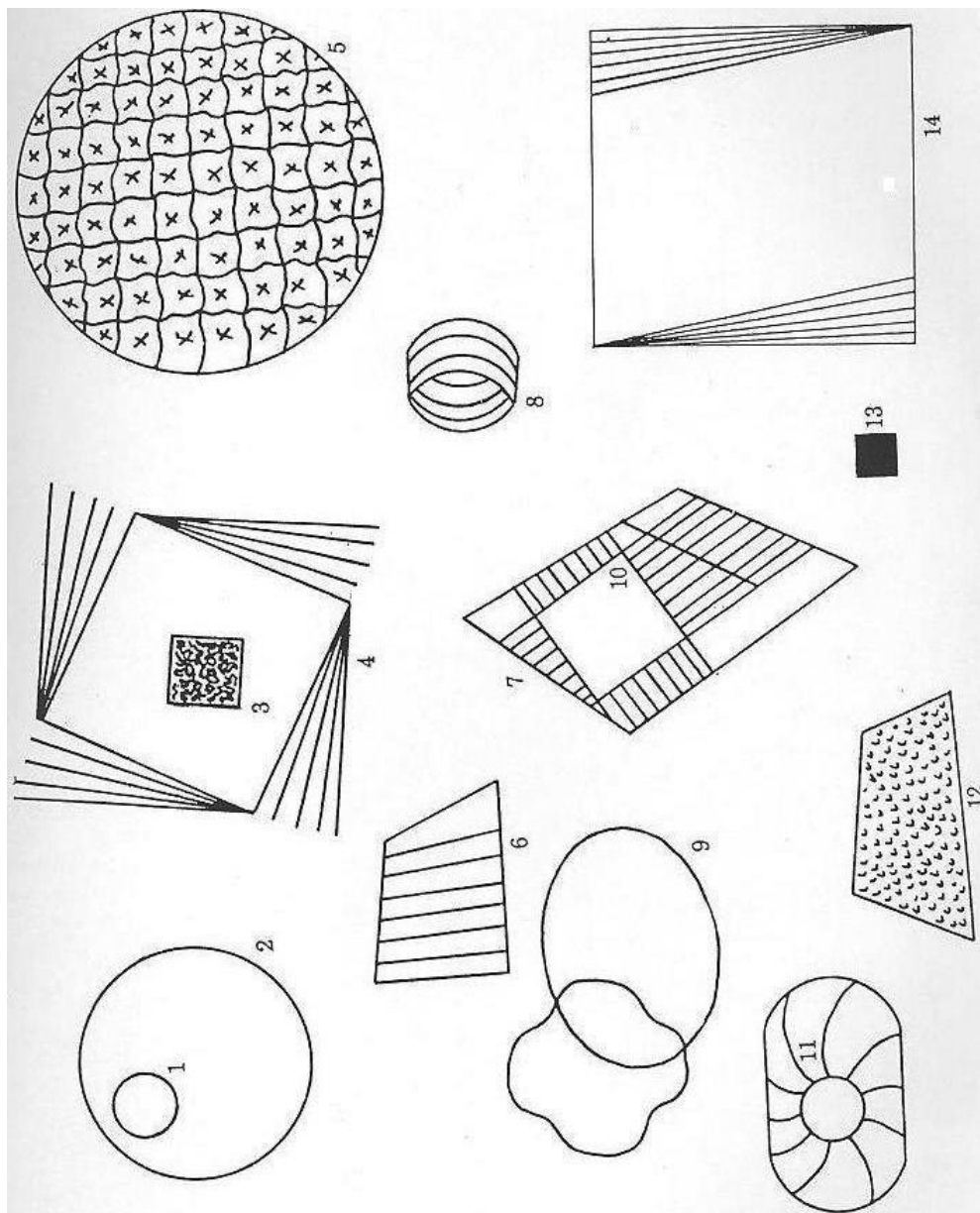
learning mathematics. *The College Mathematics Journal*, 23(3), 258-260.

Eranskinak

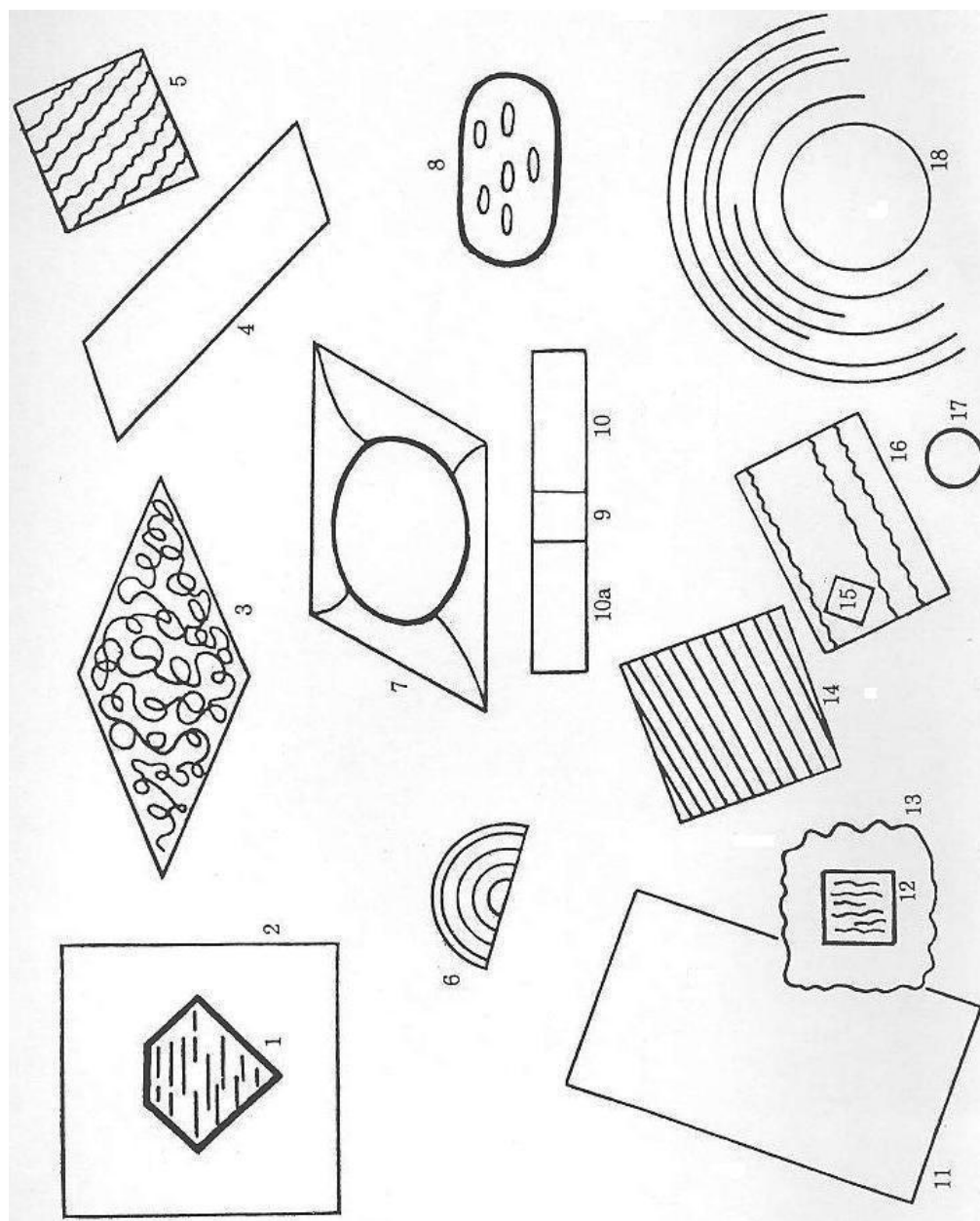
1.ERANSKINA: Haur Hezkuntzako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko galdetegiak



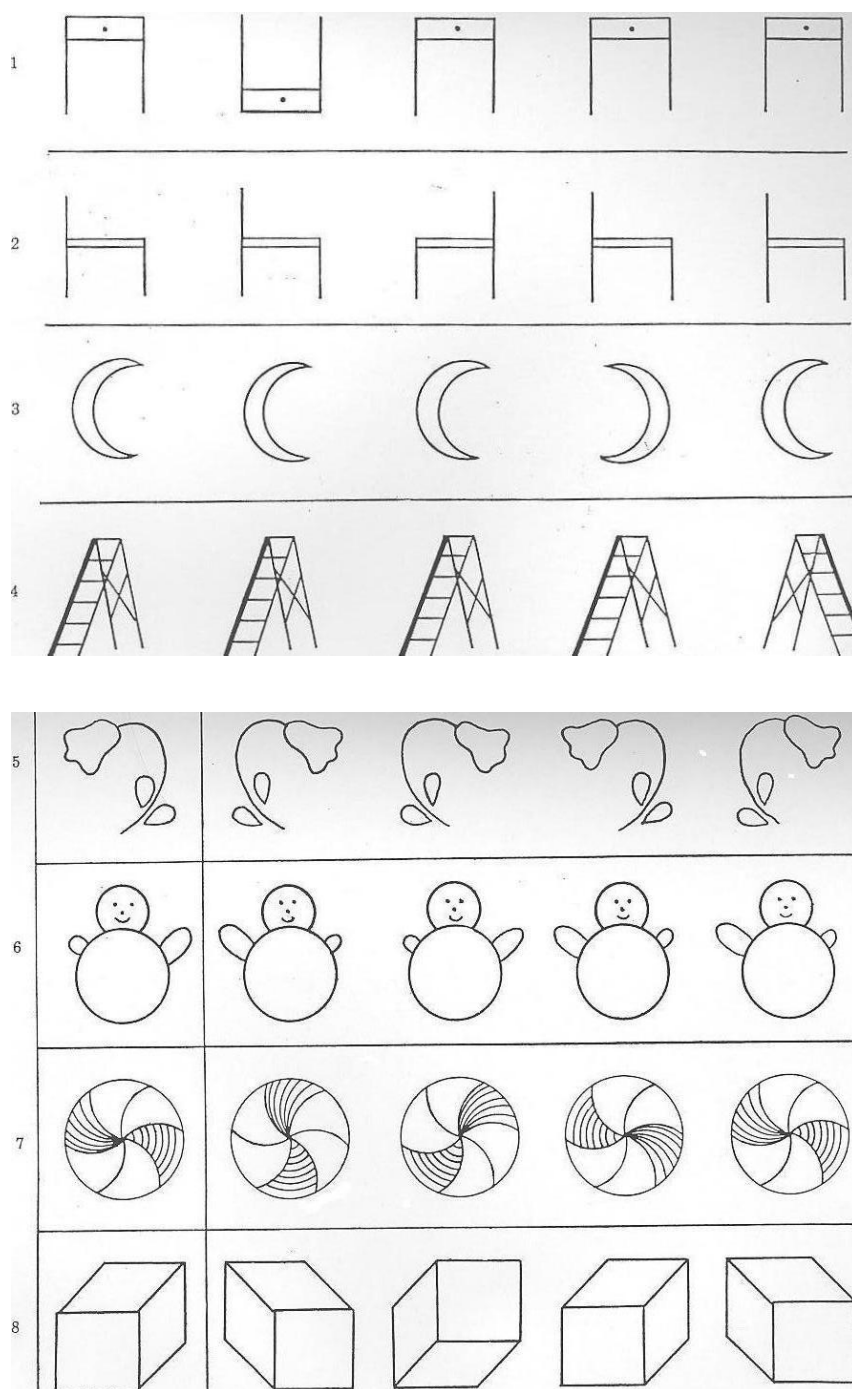
1A Eranskina: Irudi-hondoaren pertzepzioa (Frostig, 1988).



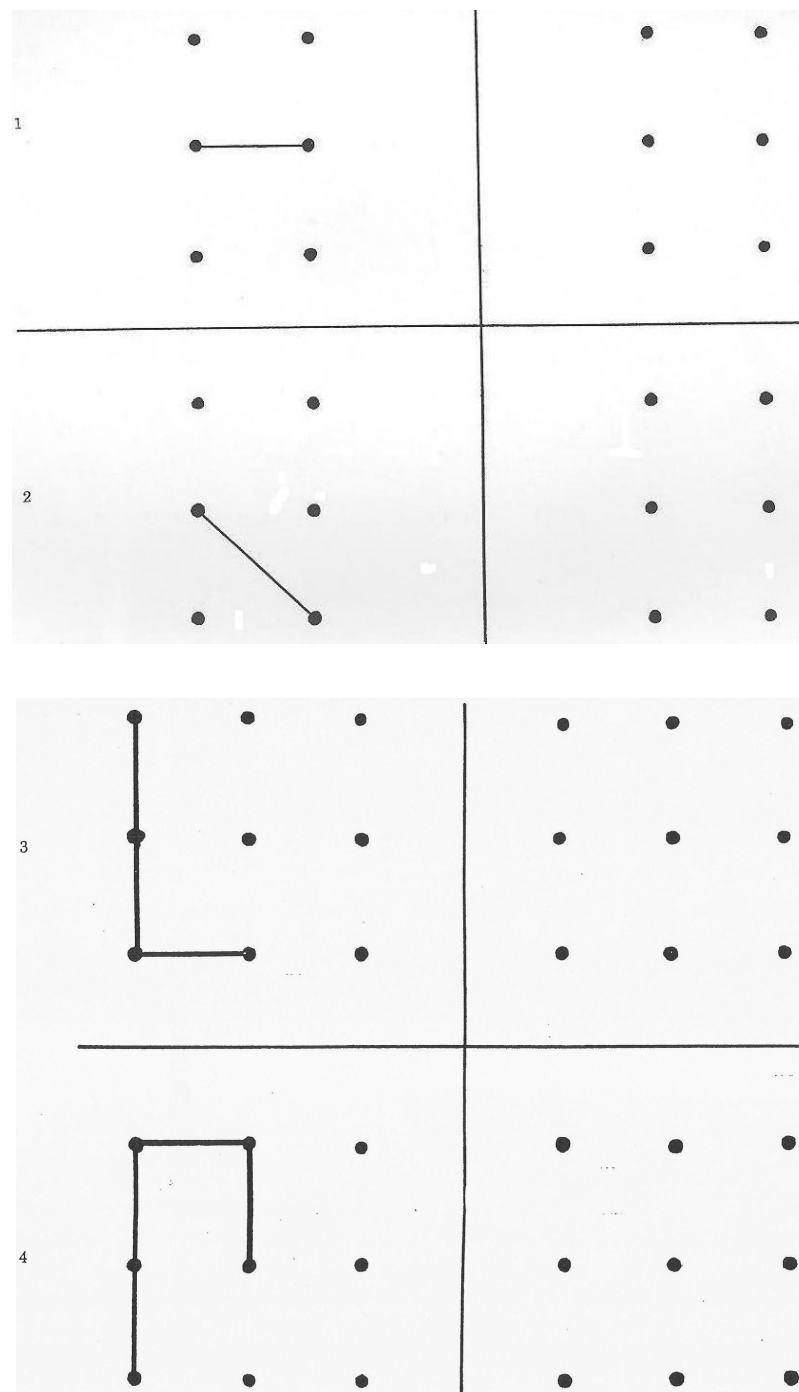
1B Eranskina: Iraunkortasun pertzeptuala (Frostig, 1988).



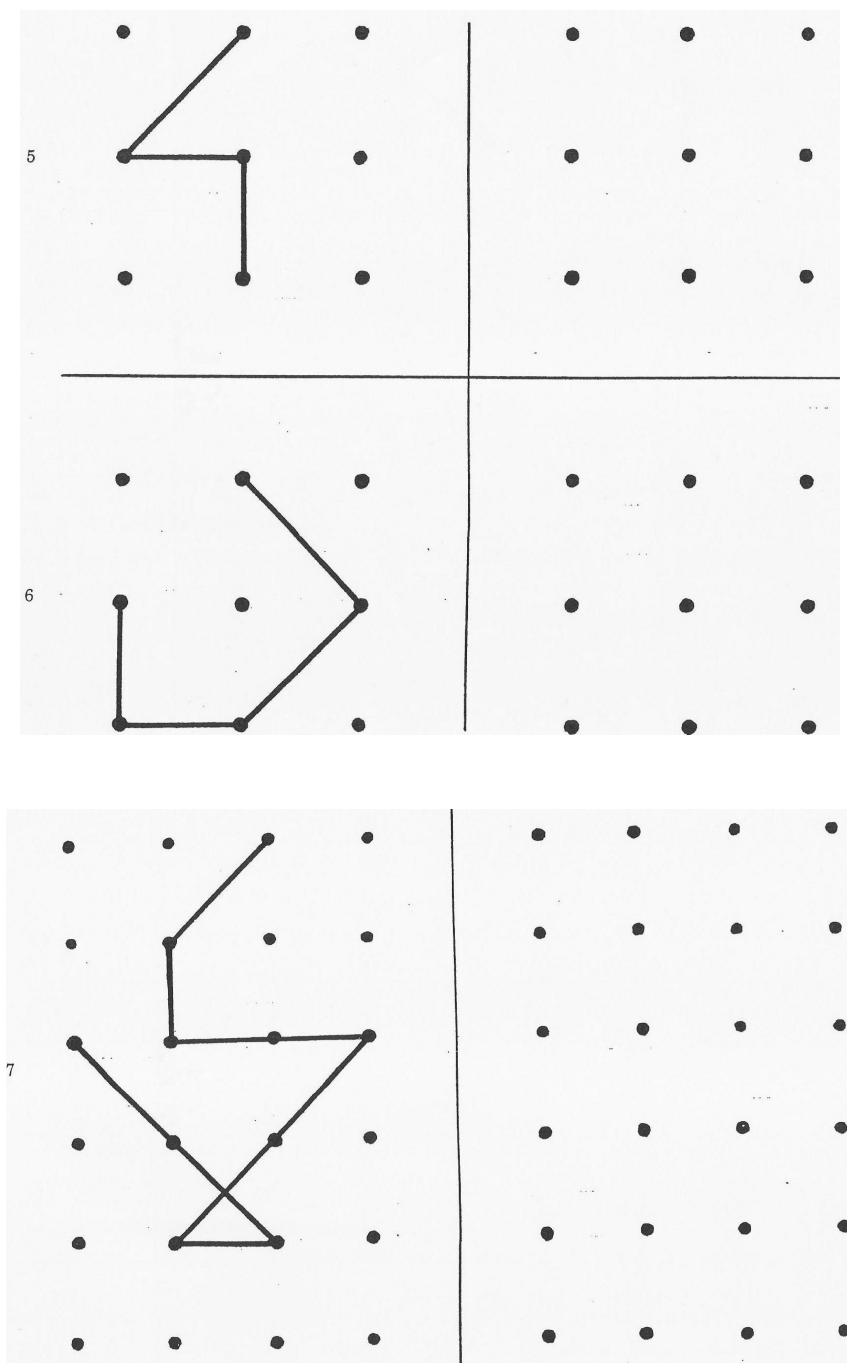
1B Eranskina: Iraunkortasun pertzeptuala (Frostig, 1988).



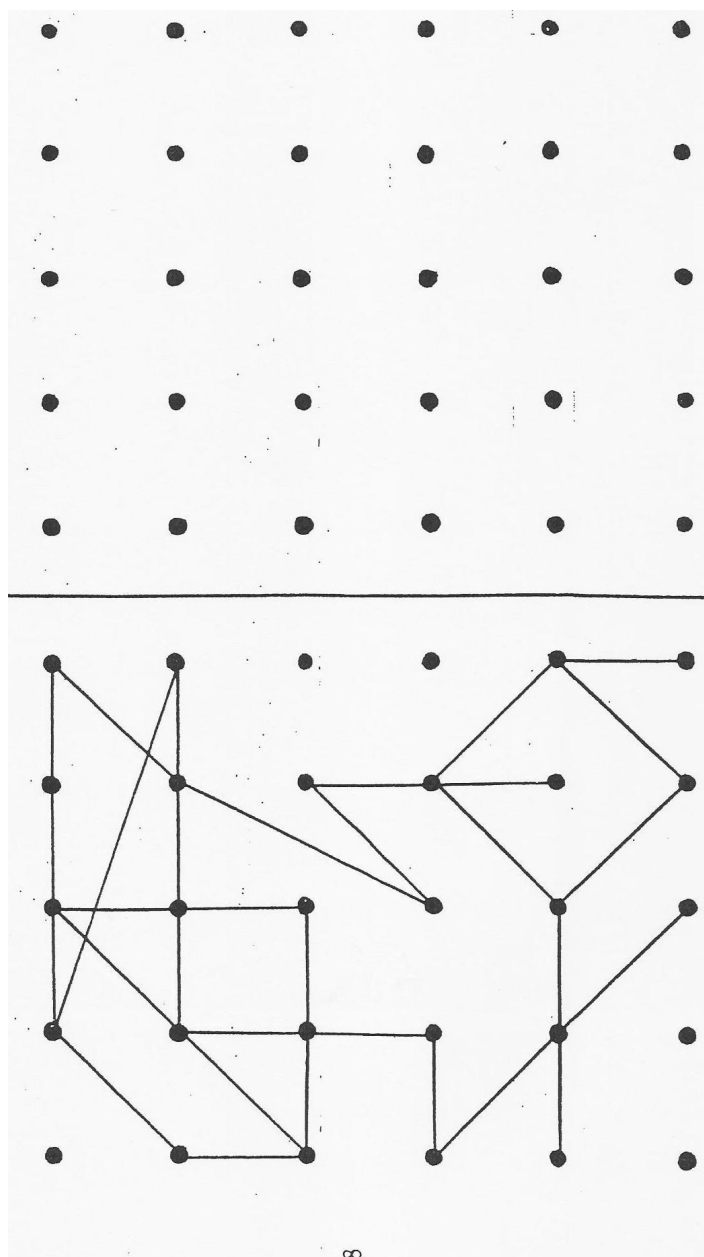
1C Eranskina: Espazioko posizioaren pertzepzioa (Frostig, 1988).



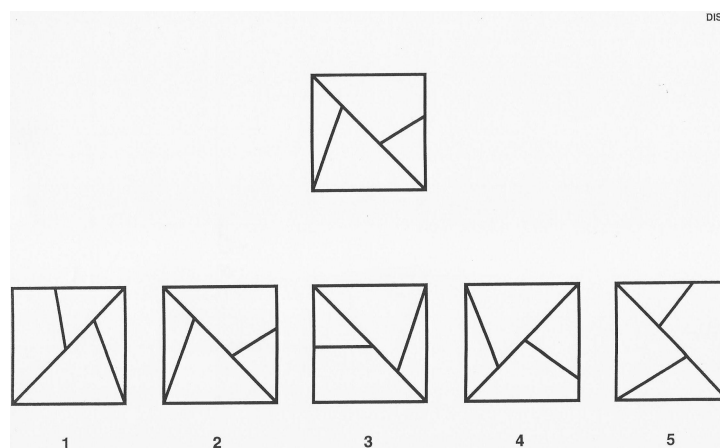
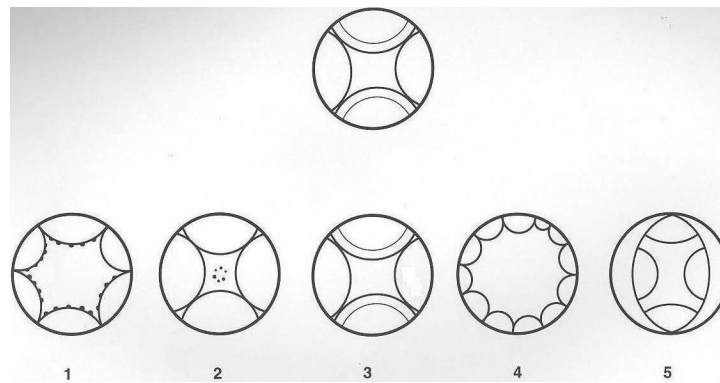
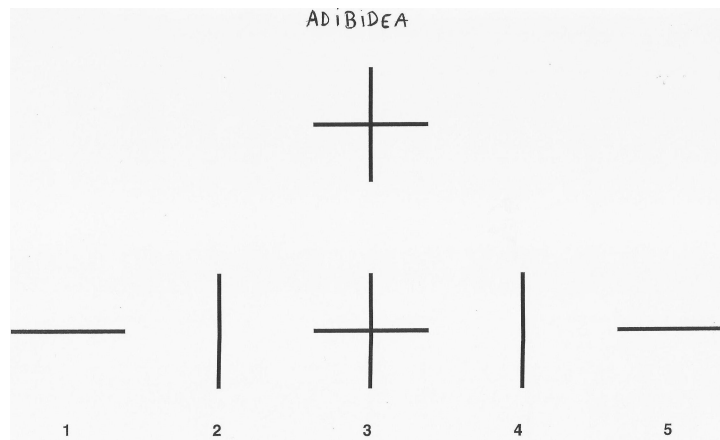
1D Eranskina: Erlazio espazialen pertzepzioa (Frostig, 1988).



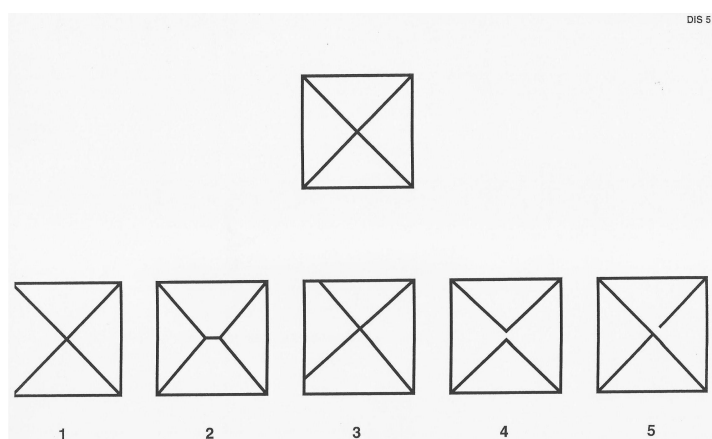
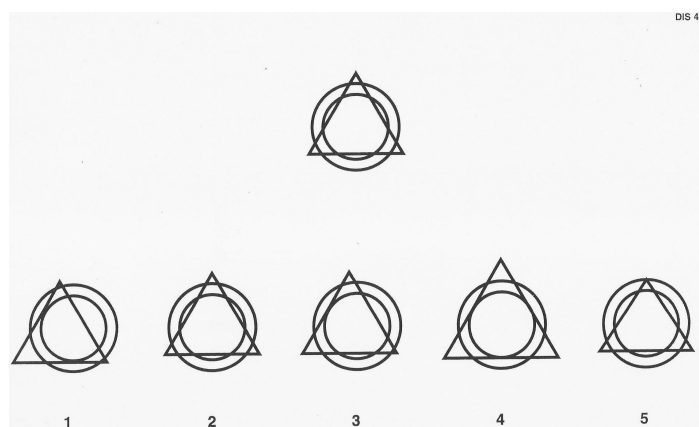
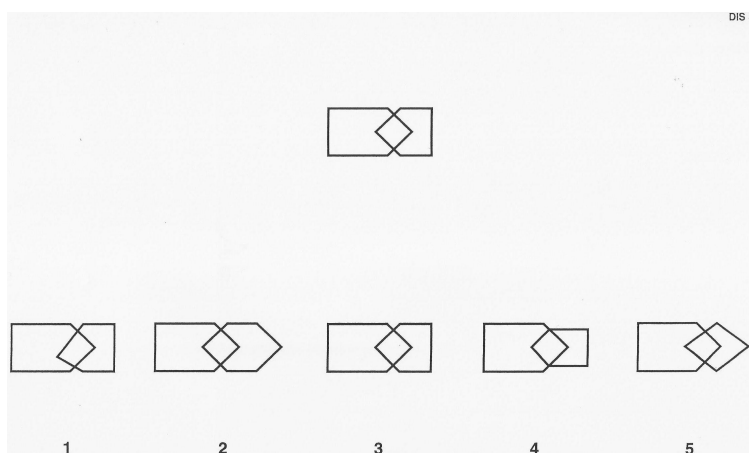
1D Eranskina: Erlazio espazialen pertzepzioa (Frostig, 1988).



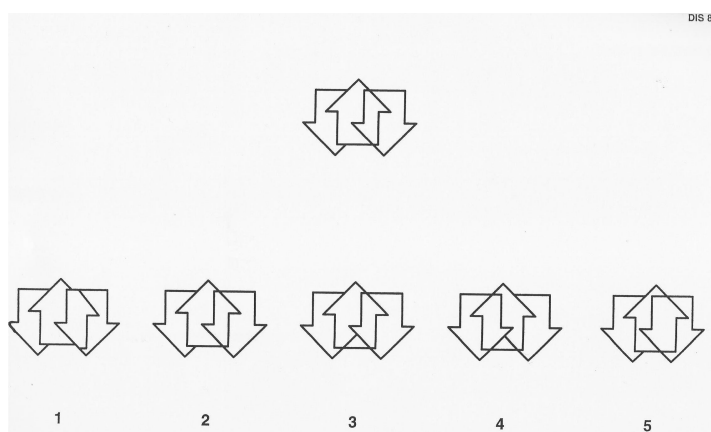
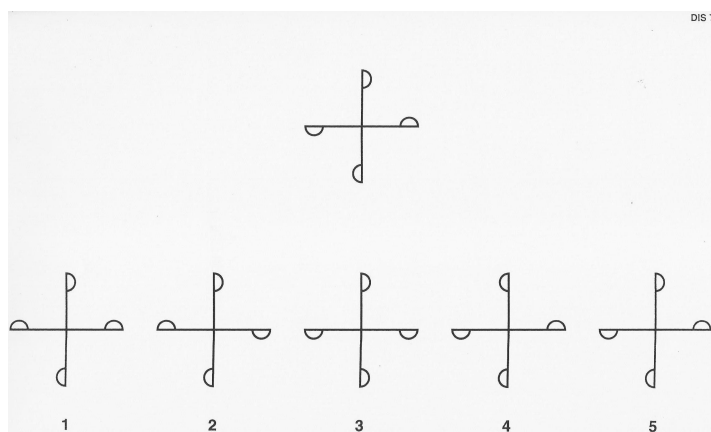
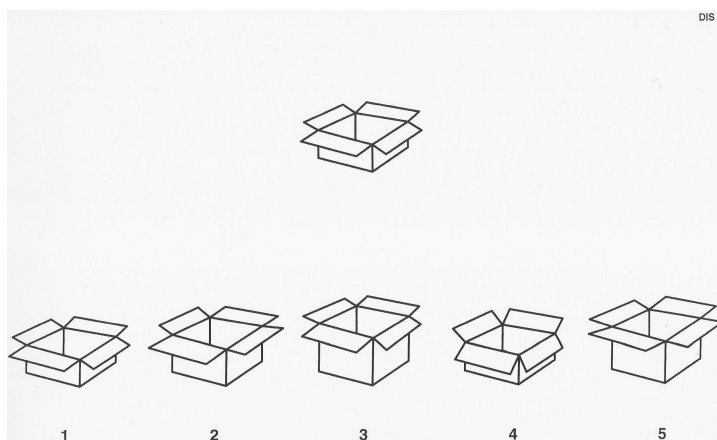
1D Eranskina: Erlazio espazialen pertzepzioa (Frostig, 1988).



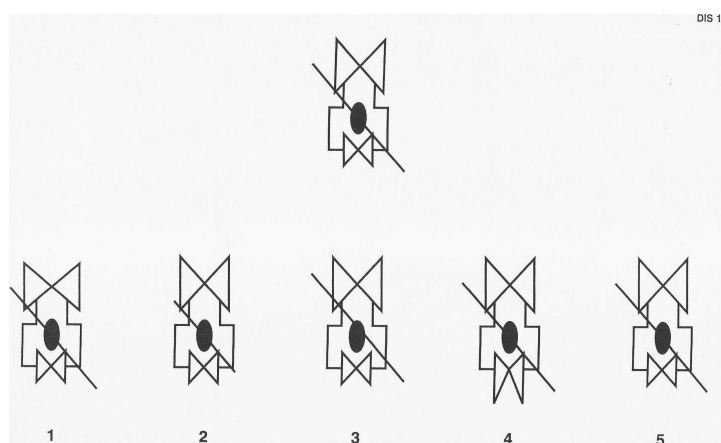
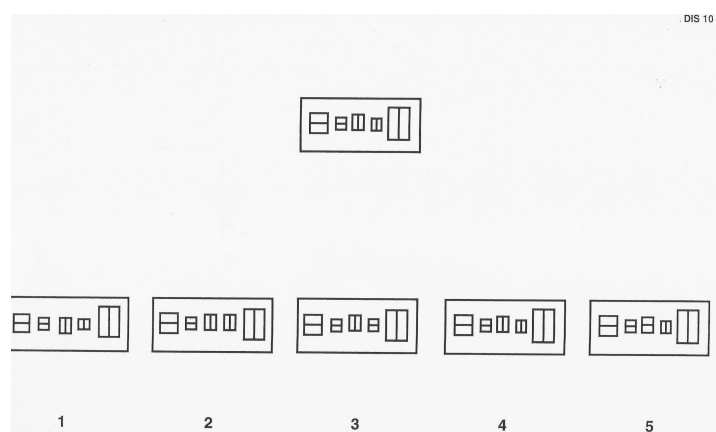
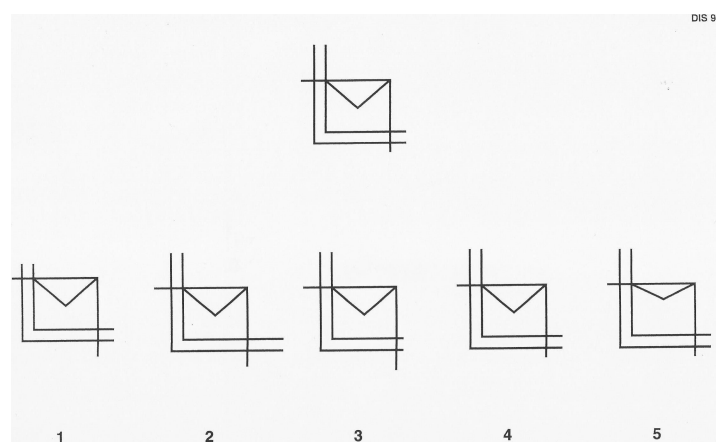
1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



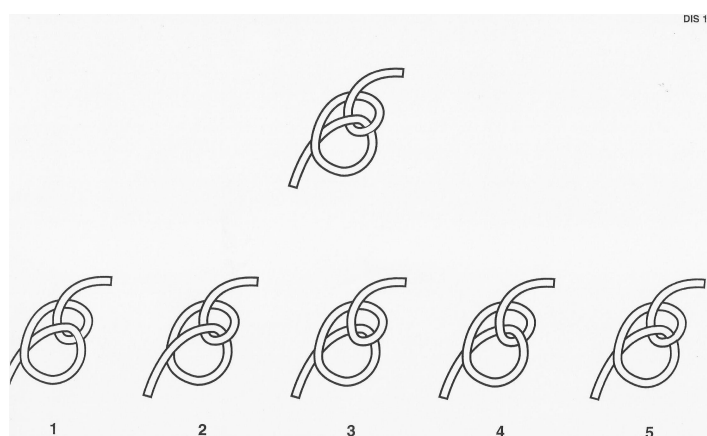
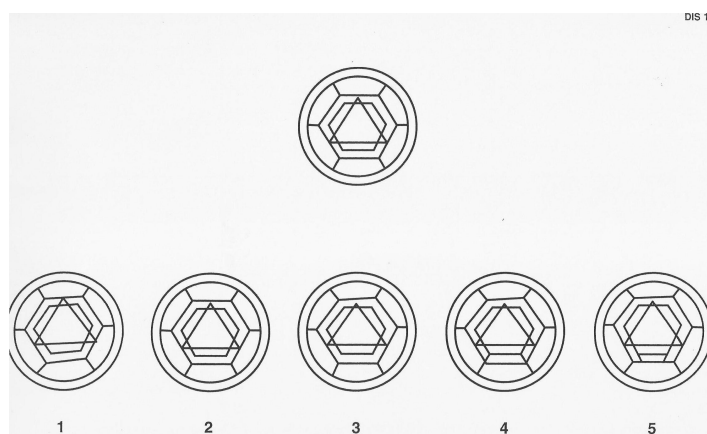
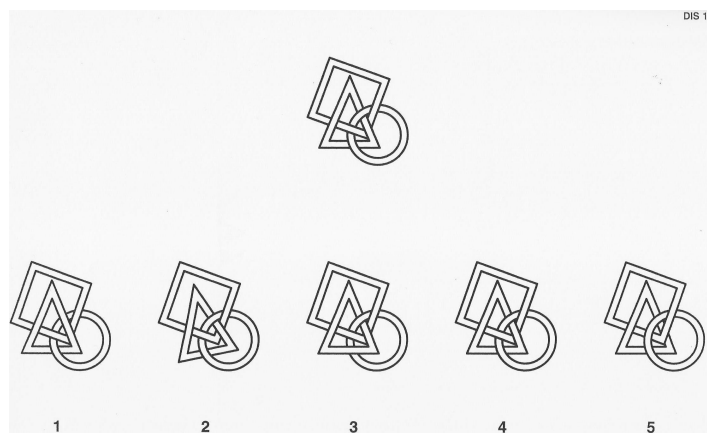
1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



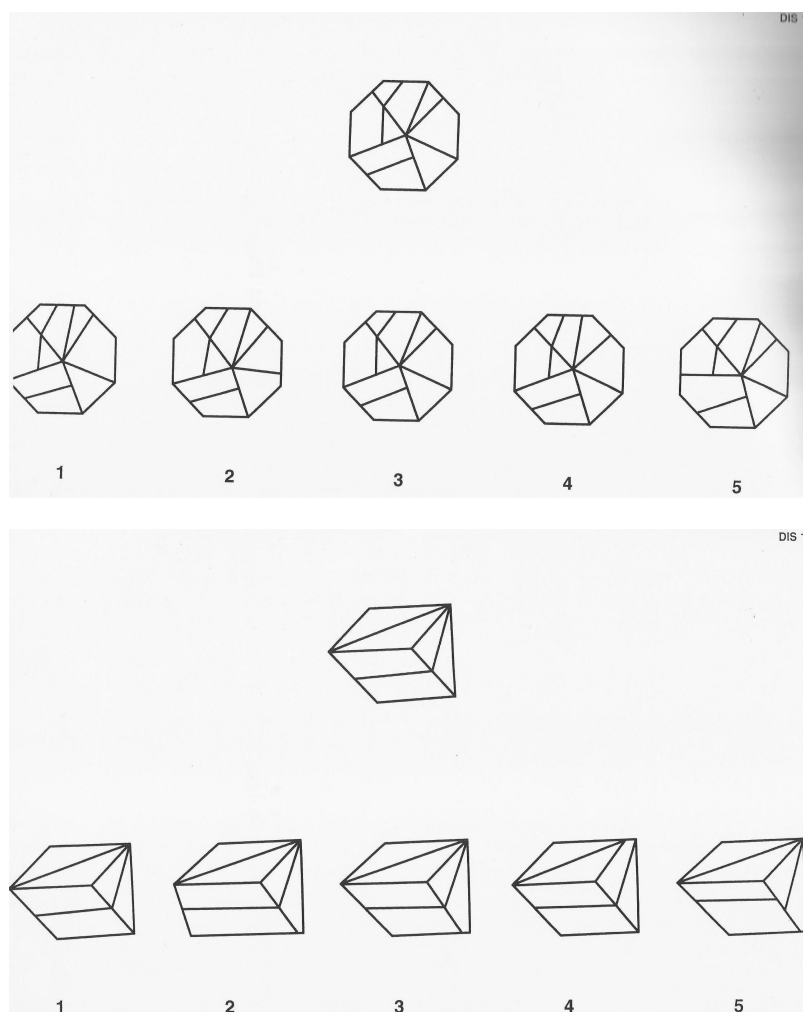
1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



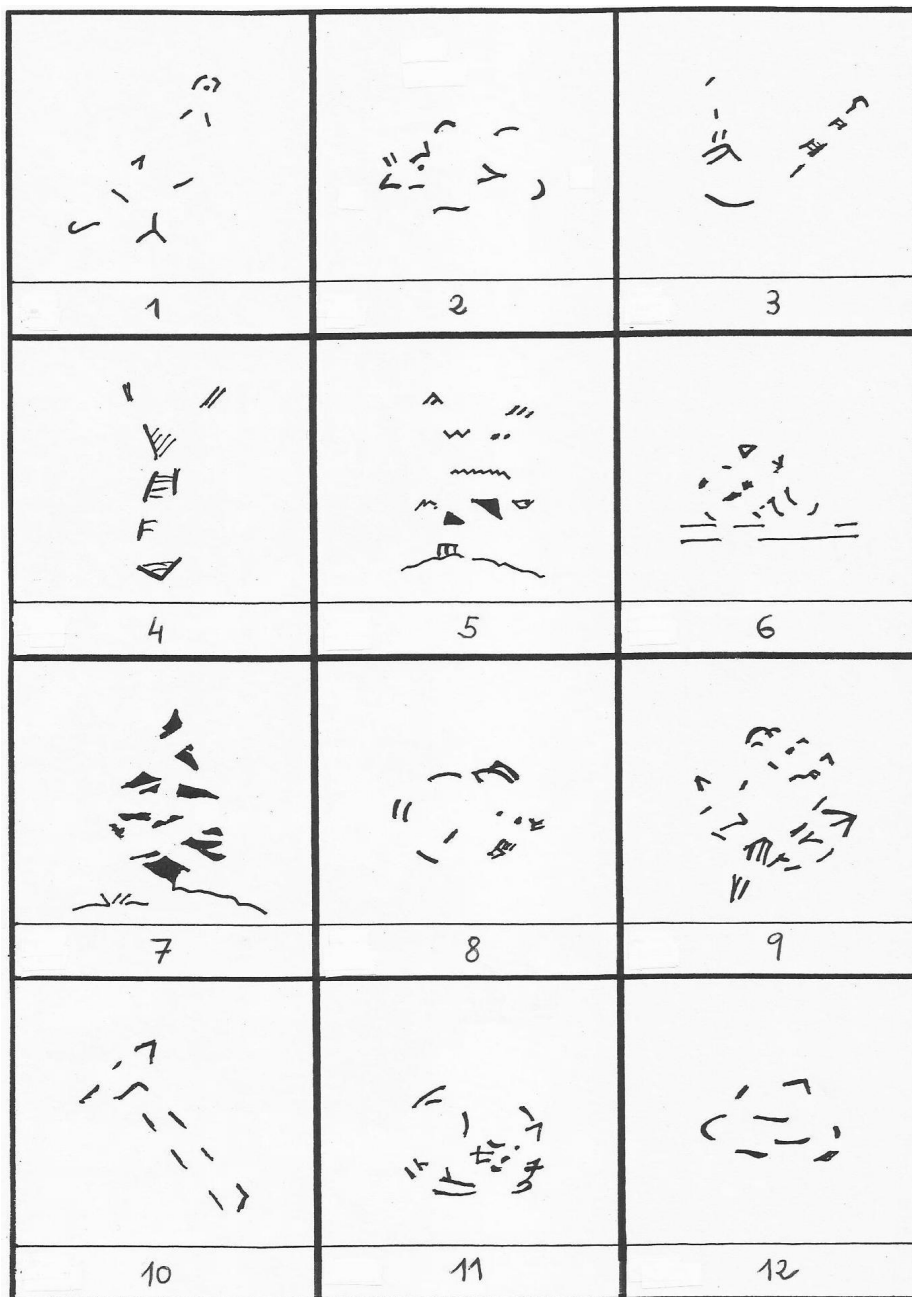
1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



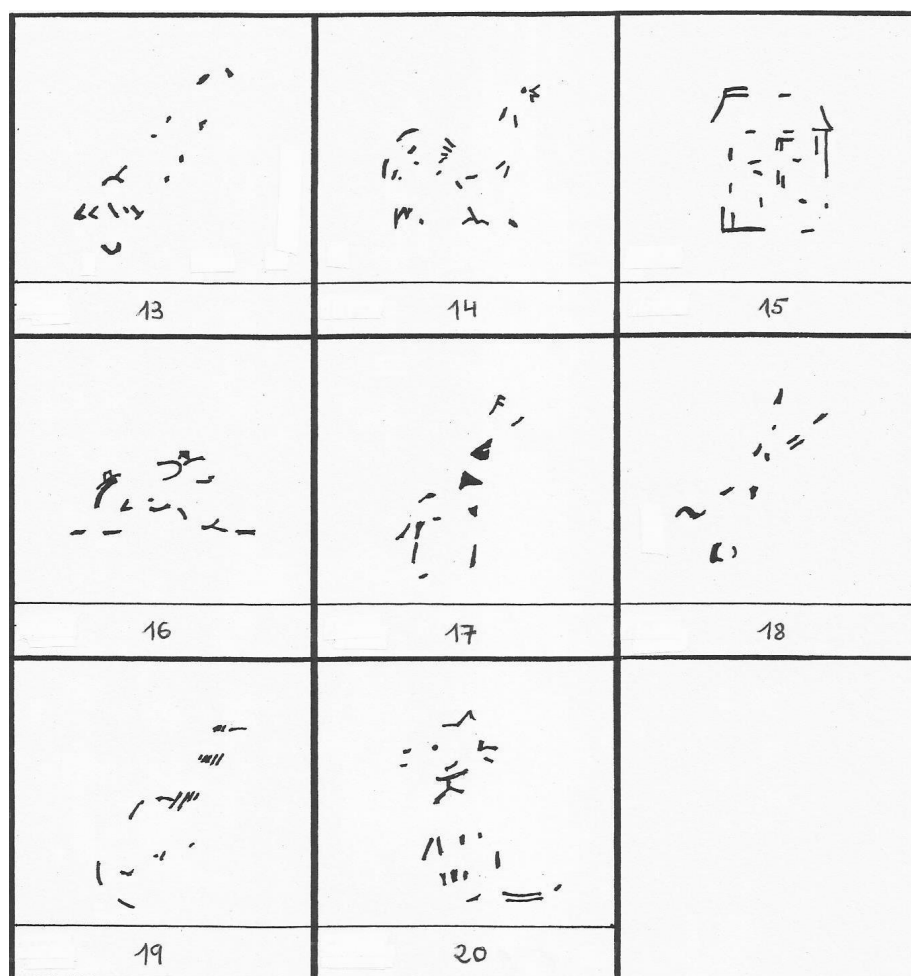
1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



1E Eranskina: Bereizketa bisuala (Martin, 2006).



1F Eranskina: Itxidura abiadura (Arrieta, 2006).



1F Eranskina: Itxidura abiadura (Arrieta, 2006).

2.ERANSKINA: Lehen Hezkuntzatik gorako ikasleen ahalmen espaziala neurtzeko galdetegiak (Arrieta, 2006)

1. testa: ERLAZIO ESPAZIALAK

Test honek irudien arteko desberdintasunak ikusteko gaitasuna neurtzen du.
Ondoko lau irudiak ereduaren berdinak dira, biratu besterik ez dira egin orrialdetik atera gabe:

--	--	--	--	--

Aldiz, ondoko beste lau irudi hauek ereduaren desberdintzat hartuko ditugu, bata ezin delako lortu bestea biratuta orrialde honetatik atera gabe.

--	--	--	--	--

Datorren adibidean zortzi irudi horien artean zeintzuk diren ereduaren berdinak esan behar duzu eta **X** batez markatu behar dituzu erantzun-orrian.

1. adibidea: Zeintzuk dira ereduaren berdinak?

A1	A	B	D	E	F	G	H	I	

Lehen adibide honetan 5 dira ereduaren berdinak: **A, D, E, F eta H**, hau da, paperetik atera gabe eta eredu biratuz lortu daitezkeenak. Beraz, letra horiek **X** batez markatu behar dituzu **erantzun-orrian**.



























































































2. adibidea: Zeintzuk dira ereduaren berdinak?

A2	J	K	L	M	N	O	P	R





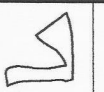
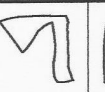
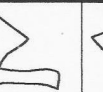
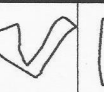






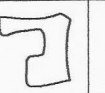
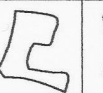
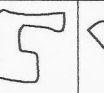





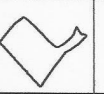

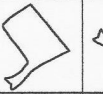








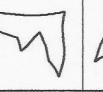
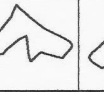


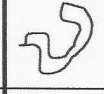

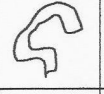
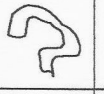
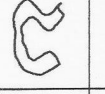
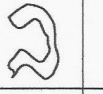
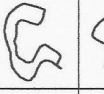


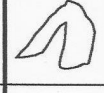


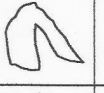
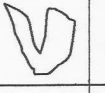
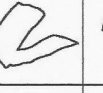
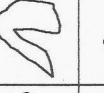





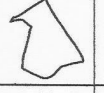
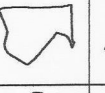
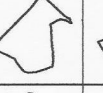
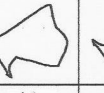
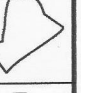

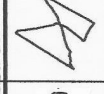
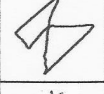
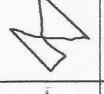
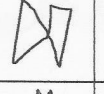
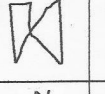
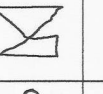
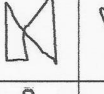
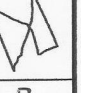

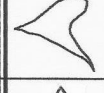
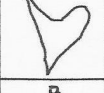

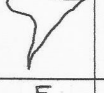
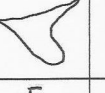
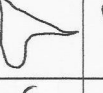
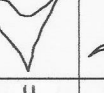


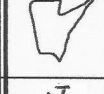

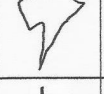
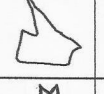
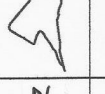
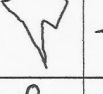
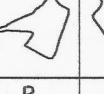
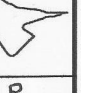
Bigarren adibide honetan 4 dira ereduaren berdinak: **K, M, O eta R**, hau da, paperetik atera gabe eta eredu biratuz lortu daitezkeenak. Beraz letra horiek **X** batez markatu behar dituzu **erantzun-orrian**.

Ezer ez idatzi koaderno honetan. Emaitzak idazteko erabili erantzun-orria.
Irakasleak hasteko esaten duenetik **6 minutu** dituzu.
Emaitzaren bat ez baldin badakizu utzi egin gabe eta aurrera jarraitu zuretzako errazena direnak ebaziz. Kontuan hartu erantzun okerrak negatibo kontatzen duela.
Bukatzen duzunean ez pasa orrialdea eta itxaron irakasleak esan arte.

2A Eranskina: Erlazio espazialak (Arrieta, 2006).

								
I	A	B	D	E	F	G	H	I
								
2	J	K	L	M	N	O	P	R
								
3	A	B	D	E	F	G	H	I
								
4	J	K	L	M	N	O	P	R
								
5	A	B	D	E	F	G	H	I
								
6	J	K	L	M	N	O	P	R
								
7	A	B	D	E	F	G	H	I
								
8	J	K	L	M	N	O	P	R
								
9	A	B	D	E	F	G	H	I
								
10	J	K	L	M	N	O	P	R

2A Eranskina: Erlazio espazialak (Arrieta, 2006).

								
11	A	B	D	E	F	G	H	I
								
12	J	K	L	M	N	O	P	R
								
13	A	B	D	E	F	G	H	I
								
14	J	K	L	M	N	O	P	R
								
15	A	B	D	E	F	G	H	I
								
16	J	K	L	M	N	O	P	R
								
17	A	B	D	E	F	G	H	I
								
18	J	K	L	M	N	O	P	R
								
19	A	B	D	E	F	G	H	I
								
20	J	K	L	M	N	O	P	R

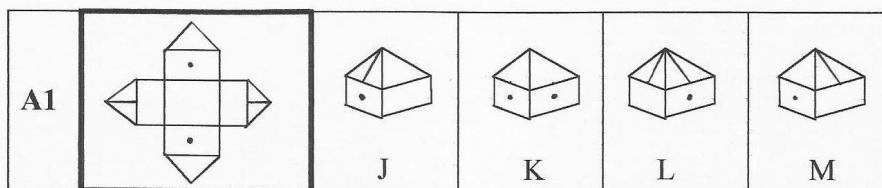
2A Eranskina: Erlazio espazialak (Arrieta, 2006).

2. testa: BISTARATZE

Test honek irudi lau bat solido bihurtzeko edota solido bat garatzeko gaitasuna neurtzen du. Zera imajinatu behar duzu: paperezko irudi bat tolesterakoan zer nolako solidoa osatzen den, edota alderantziz, solido bat garatzerakoan zer nolako irudi laua lortzen den.

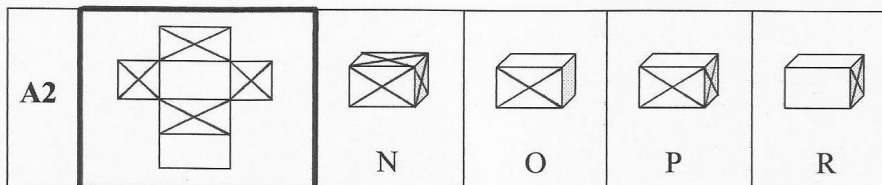
Kasu bakoitzean, lau aukeren artean hiru ezinezkoak dira, bakar bat posible izanik. Posible den kasu bakarraren letra X batez markatu behar duzu.

1. adibidea: Zein solido dagokio ereduari?



Eredua ixterakoan bi puntuak ezin dira elkarren ondoan egon, ezta triangeluetako bi marrak ere. Beraz K eta L ezin dira emaitzak izan. Marrak ezin du puntuaren gainean egon. Beraz J ezin da emaitza izan. **Emaitza posible bakarra M da eta erantzun-orrian X batez markatu behar duzu.**

2. adibidea: Zein solido dagokio ereduari?



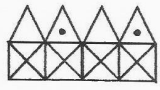




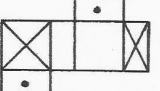




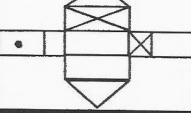




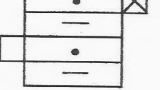




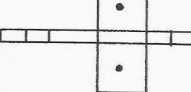




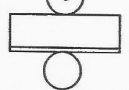




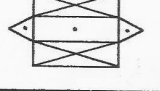




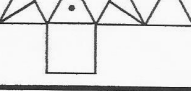




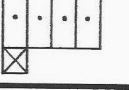




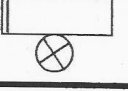




Eredua ixterakoan lau gurutzeak elkarren ondoan geratuko dira. Beraz O eta R ezin dira emaitzak izan. N ez da emaitza bi gurutzeren gainean beste bat duelako. Beraz **emaitza posible bakarra P da eta erantzun-orrian X batez markatu behar duzu.**

Ezer ez idatzi koaderno honetan. Emaitzak idazteko erabili erantzun-orria.


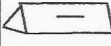
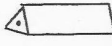
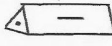
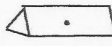
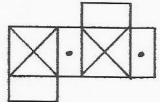




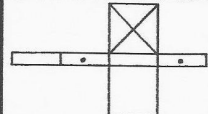




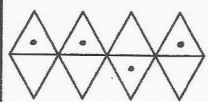




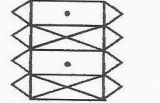




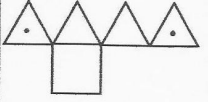




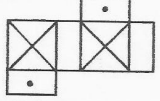




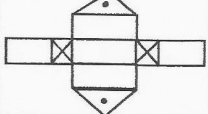




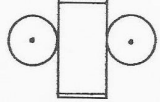




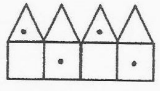




Irakasleak hasteko esaten duenetik **8 minutu** dituzu.

Emaitzaren bat ez baldin badakizu utzi egin gabe eta aurrera jarraitu zuretzako errazena direnak ebatziz. Kontuan hartu erantzun okerrak negatibo kontatzen duela.

Bukatzen duzunean ez pasa orrialdea eta itxaron irakasleak esan arte.

1		 J	 K	 L	 M
2		 N	 O	 P	 R
3		 S	 T	 U	 Z
4		 A	 B	 D	 E
5		 F	 G	 H	 I
6		 J	 K	 L	 M
7		 N	 O	 P	 R
8		 S	 T	 U	 Z
9		 A	 B	 D	 E
10		 F	 G	 H	 I

2B Eranskina: Bistaratzea (Arrieta, 2006).

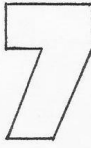
11		 J	 K	 L	 M
12		 N	 O	 P	 R
13		 S	 T	 U	 Z
14		 A	 B	 D	 E
15		 F	 G	 H	 I
16		 J	 K	 L	 M
17		 N	 O	 P	 R
18		 S	 T	 U	 Z
19		 A	 B	 D	 E
20		 F	 G	 H	 I


4. testa: ITXIDURA-MALGUTASUNA


Test honek, eredu konplexu batean eredu simple bat aurkitzeko gaitasuna neurtzen du. Horretarako bost irudi ematen zaizkizu eta horietako zein dagoen ereduan ezkutaturik esan behar duzu. Eredu konplexu bakoitzean eredu simple bakarra dago eta gainera hemen azaltzen diren bezalaxe, inongo biraketarik gabe.


Kasu bakoitzean emaitza posible bakarra X batez markatu behar duzu erantzun-orrian.


Bost irudi hauek

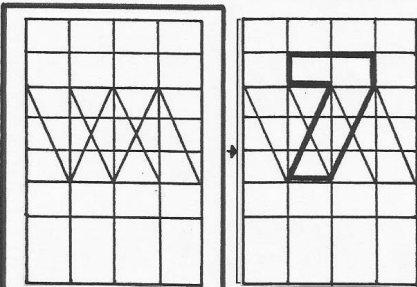
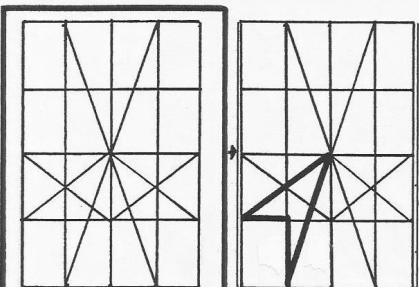

N


O


P


R

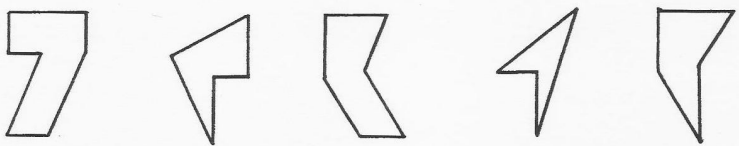
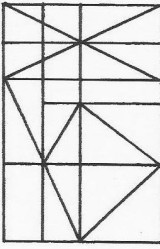
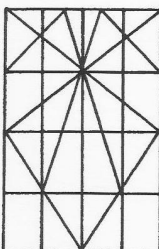
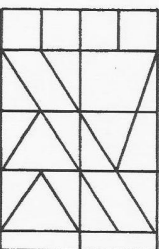
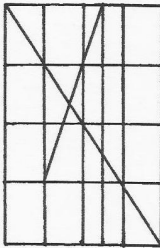
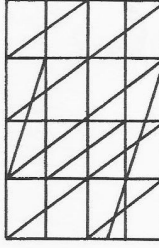
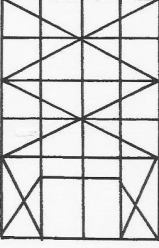

S

1. adibidea: Zein dago eredu honetan?	2. adibidea: Zein dago eredu honetan?
 <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">A1</p> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">N O P R S</p>	 <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">A2</p> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;">N O P R S</p>
Adibide honetan N dago ezkutaturik. N letra markatu behar duzu X batez erantzun-orrian .	Adibide honetan R dago ezkutaturik. R letra markatu behar duzu X batez erantzun-orrian .

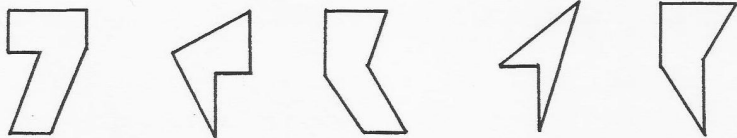
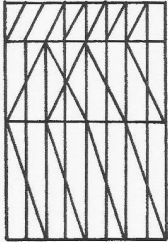
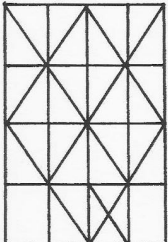
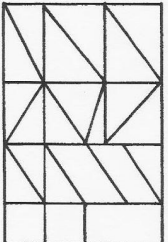
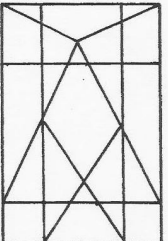
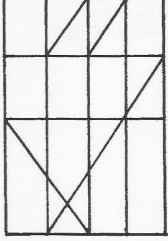
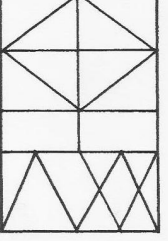
Ez da irudia markatu behar. Hemen adibideak ondo ulertzeko markatu ditugu.

Irakasleak hasteko esaten duenetik **9 minutu** dituzu.

Emaitzaren bat ez baldin badakizu utzi egin gabe eta aurrera jarraitu zuretzako errazetak direnak ebatziz. Kontuan hartu erantzun okerrak negatibo kontatzen duela. Bukatzen duzunean ez pasa orrialdea eta itxaron irakasleak esan arte.

				
<p>N O P R S</p>				
				
1	2	3		
N O P R S	N O P R S	N O P R S		
				
4	5	6		
N O P R S	N O P R S	N O P R S		

2C Eranskina: Itxidura malgutasuna (Arrieta, 2006).

				
N O P R S				
				
7		8		9
N O P R S		N O P R S		N O P R S
				
10		11		12
N O P R S		N O P R S		N O P R S

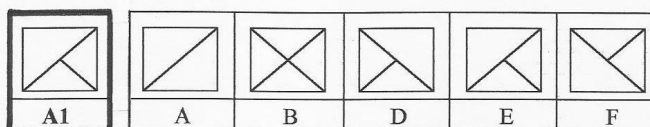
2C Eranskina: Itxidura malgutasuna (Arrieta, 2006).

5. testa: PERTZEPZIO-ABIADURA

Test honek irudi bat beste desberdinen artean azkar identifikatzeko gaitasuna neurtzen du.

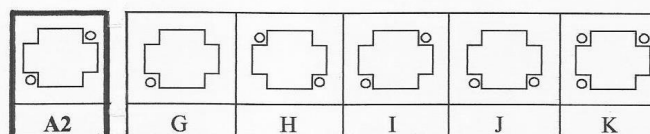
Eredu bat emanda, ondoan beste bost antzeko eskaintzen zaizkizu. Bakarra da ereduaren berdina eta dagokion letra X batez markatu behar duzu.

1. adibidea: Zein da ereduaren berdina?



Bakarra da ereduaren berdina. Emaita **E** da.
Beraz letra hori X batez markatu behar duzu **erantzun-orrian**.

2. adibidea: Zein da ereduaren berdina?



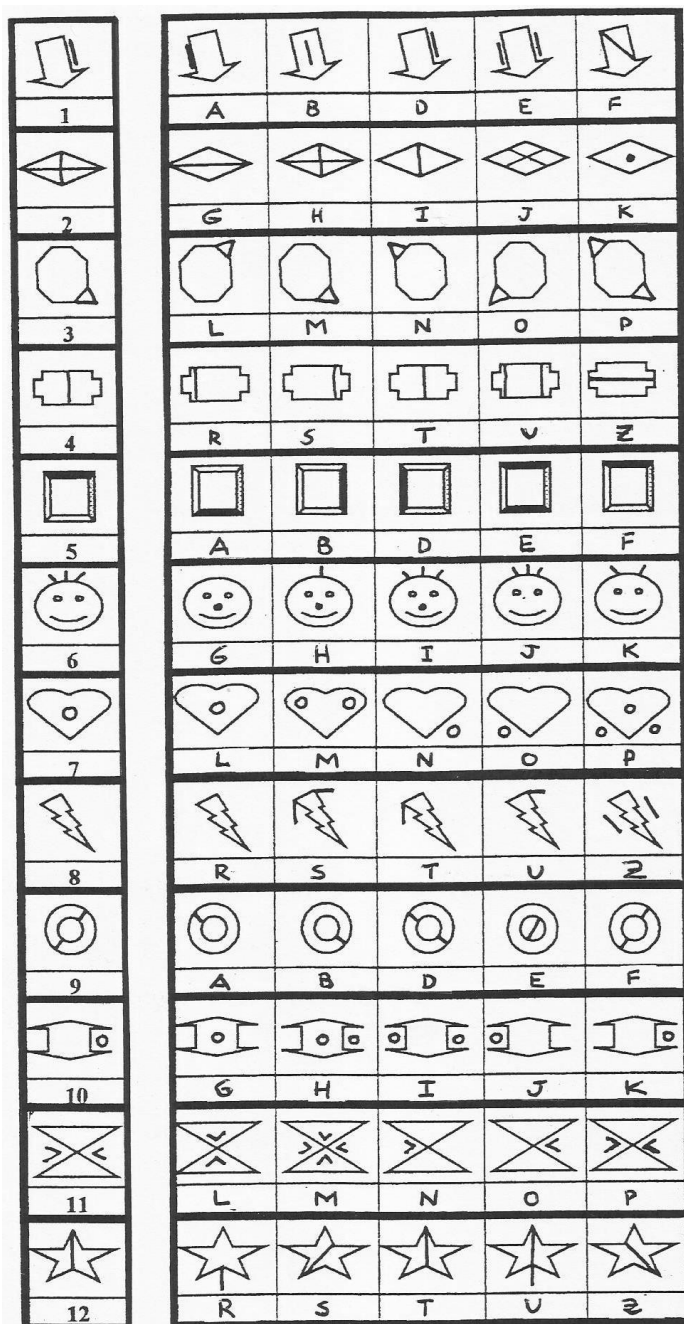
Bakarra dago ereduaren berdina. Emaita **I** da.
Beraz letra hori X batez markatu behar duzu **erantzun-orrian**.

Irakasleak hasteko esaten duenetik **2 minutu** dituzu.

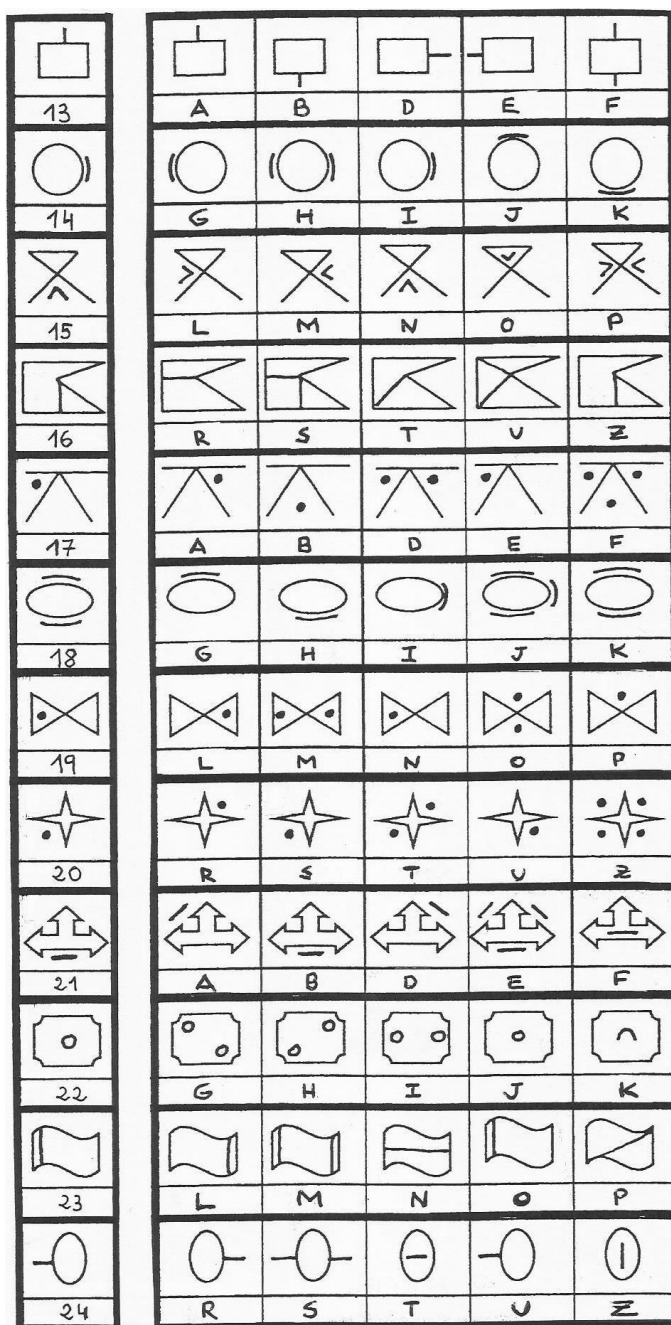
Emaitzaren bat ez baldin badakizu utzi egin gabe eta aurrera jarraitu zuretzako errazenak direnak ebatziz.

Kontuan hartu erantzun okerrak negatibo kontatzen duela.

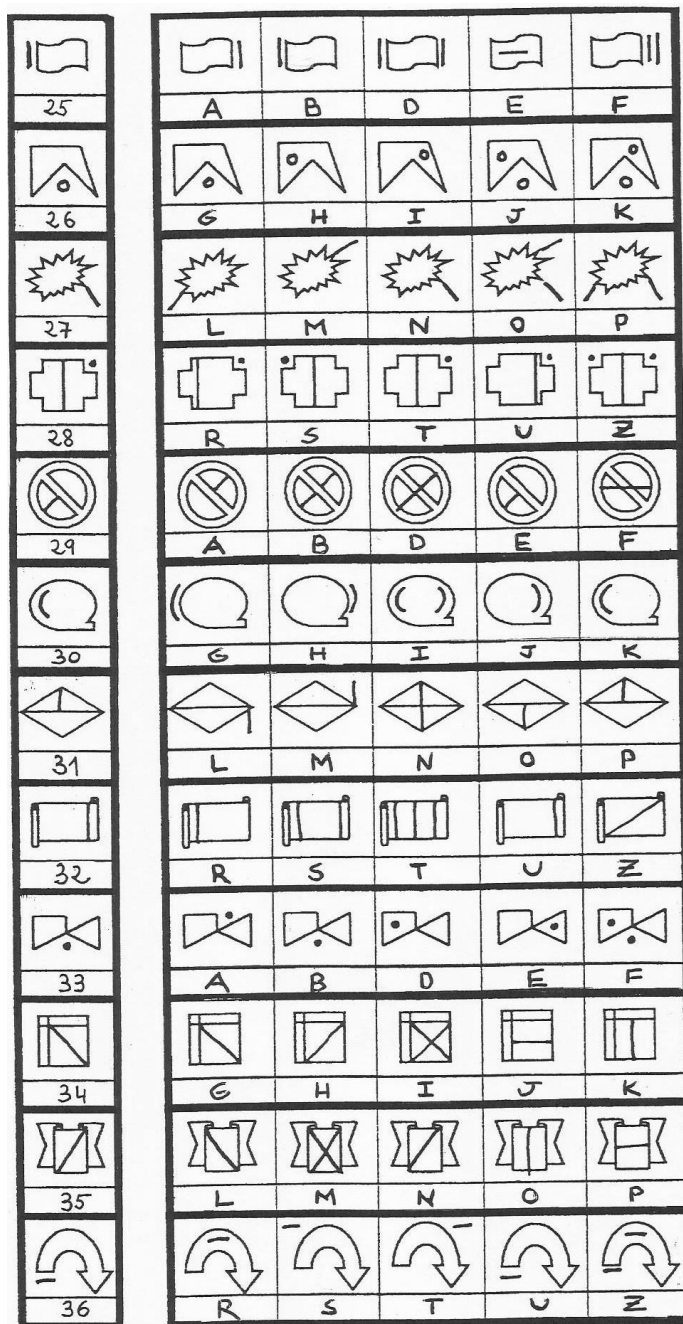
Bukatzen duzunean ez pasa orrialdea eta itxaron irakasleak esan arte.



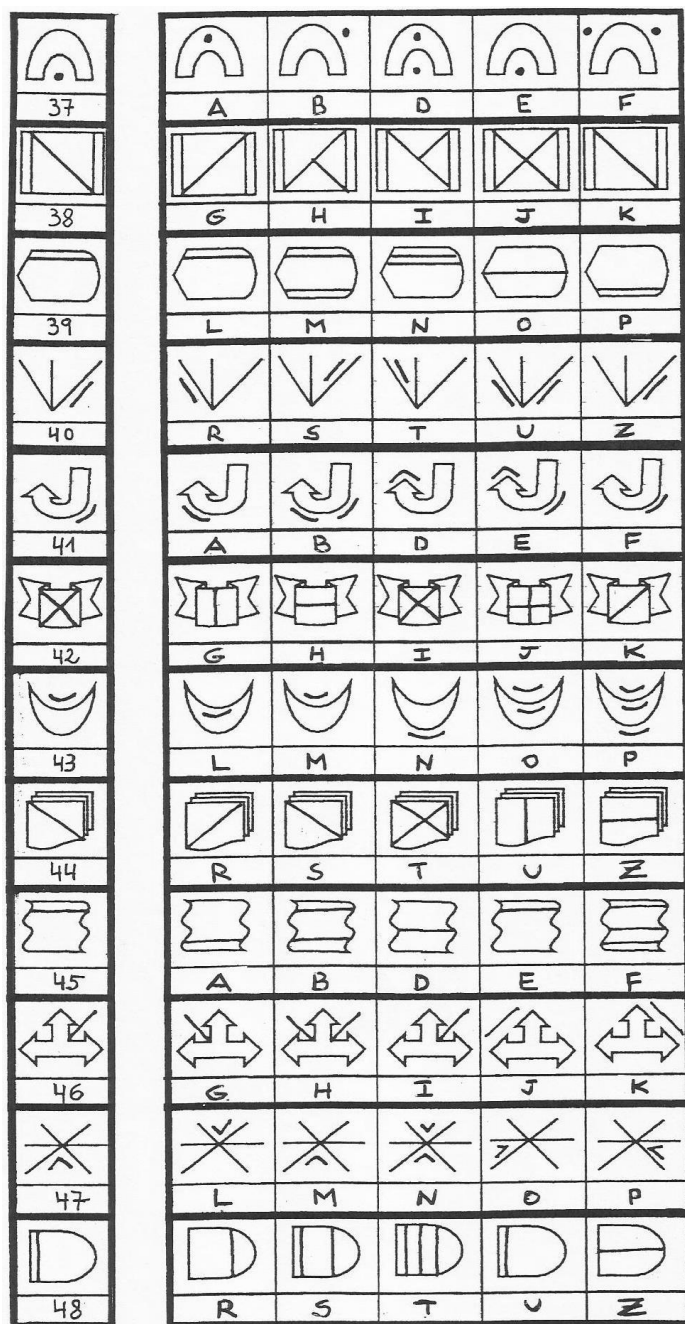
2D Eranskina: Pertzepzio abiadura (Arrieta, 2006).



2D Eranskina: Pertzepzio abiadura (Arrieta, 2006).



2D Eranskina: Pertzepzio abiadura (Arrieta, 2006).



2D Eranskina: Pertzepzio abiadura (Arrieta, 2006).

3. ERANSKINA: Estrategien protokoloa eta taula

- *Materiala:* grabagailua, pilak, kaseteak, testen koadernoa, orri zuria, protokoloa boligrafoa, elkarrizketatuak egindako testen eta itemen emaitzak.

- *Elkarrizketa-gidoia:*
 - 1- Nire lana esplikatzeko diot:

“Dakizun bezala, ahalmen espazialari buruzko ikerketa bat egiten ari naiz. Lehengoan pasatako testen emaitzak aztertzeaz gain, ariketa mota bakoitza egiteko erabili dituzuen estrategiak aztertu nahi ditut. Horretarako, testak egin dituzuenon artetik 6 neska eta 6 mutil aukeratu ditut zoriz, eta zuri tokatu zaizu.

Hauxe da orain egingo duguna: ariketa mota bakoitzetik item pare bat aukeratu ditut, eta banan-banan galdetuko dizut hori erantzuteko orduan erabiltzen duzun strategiari buruz; zuk buruz egindakoa hitzez esplikatu beharko didazu. Lasai hartu, honek ez du nota bat jartzeko balio; ez da hobe estrategia bat ala beste erabiltzea. Bakarrik jakin nahi dudana zure buruak nola funtzionatzen duen ikustea da, besterik ez”.

Elkarrizketa grabatu egingo dudala ere esaten diot, urduritu ez dadin.
 - 2- Testen koadernoa pasatzen diot eta egin behar dugun ariketa zein den adierazten diot. Enuntziatua irakurtzeko eskatzen diot. (grabagailua martxan jartzen dut)
 - 3- Enuntziatua irakurri ondoren ariketa horretan zer egin behar den esplikatu beharko dit, ulertu duen ala ez ikusteko.
 - 4- Behin ariketa ondo ulertu duela baieztatu ondoren, ariketa horretan zein item egin behar duen erakusten diot.
 - 5- Denbora pixka bat utzi ondoren, erantzuna zein den galdetzen diot.
 - 6- Hainbat galderari erantzun beharko dit, berak erabilitako estrategia zein motakoa den garbi ikusten dudana arte (orrian idatziko dut):
 - “Zergatik iruditzen zaizu hori dela erantzuna?”
 - “Zein bide jarraitu duzu erantzun horretara iristeko?”
 - “Buruan zer imajinatu duzu?”
 - “Irudiko zerbait zehatzean fijatu zara ala osotasunean behatu duzu irudia?”
 - “Zergatik beste aukerak ez dira zuzenak?”
 - “Inoiz egin al zenuen lehendik mota honetako ariketarik?”
 - 7- Galdera hauek guztiak erantzuten doan bitartean, berak egiten dituen keinuak (bide lagungarriak) orrian apuntatuko ditut.
 - 8- Erantzuna okerra bada, zuzena zein den esango diot. Ahal bada erantzun zuzen hori justifikatzeko eskatuko diot. Ondoren, bigarren item bat egiteko eskatuko diot, errazagoa dena, eta aurreko itemarekin egindakoa errepikatuko dugu.
 - 9- Gauza bera egingo dugu beste ariketa eta item bakoitzarekin.
 - 10- Grabagailua itzali, eskerrak eman eta lana amaitutzat emango dugu.

3A Eranskina: Estrategien protokoloa.

IZEN ABIZENAK:
ESPEZIALITATEA:
EGUNA ETA ORDUA:
PUNTUAZIOA: SR: VZ: CS: CF: P:
ELKARRIZKETA: - SR/ITEM 8: (ongi/gaizki) ITEM 4: (ongi/gaizki)??? - VZ/ITEM 12: (ongi/gaizki) ITEM11: (ongi/gaizki)??? - CS/ITEM 5: (ongi/gaizki) ITEM 2: (ongi/gaizki) ??? - CF/ITEM 6: (ongi/gaizki) ITEM 3: (ongi/gaizki)??? - P/ITEM 16: (ongi/gaizki) ITEM 6: (ongi/gaizki)???
IRAUPENA:

3B Eranskina: Estrategien taula.