gizarte-zientzietarako

Datuen eta eskalen analisia Rcommander-ekin

Paula Elosua

ARGITALPEN ZERBITZUA
SERVICIO EDITORIAL

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

www.argitalpenak.ehu
ISBN:978-84-9860-342-2

IRUDIAK. AURKIBIDEA

1 Sarrera

Datuen analisi kuantitatiboa egin behar duen edonork, gaur egun, aukera zabala du. Programa ugari daude, komertzialak zein doakoak, edozein analisi mota, sinpleena zein konplexuena, egiteko. Programa komertzialen artean, SPSS, SAS, STATISTICA, Systat, Stata edo GenStat aipa daitezke. Programa horiek merkatu osoaz jabetu dira, eta Europako eta Amerikako unibertsitateetan analisi-tresna moduan erabiltzen dira. Programa horiek joan dira, lehenengo bertsioetatik gaurkoetaraino, interfaze grafikoak hobetuz (`GUI Graphical User Interfaces`) eta analisi-eredu gero eta konplexuagoak erantsiz. Leihoen kudeaketan oinarrituriko testuinguru-menuen eta goitik beherako menuen garapenari esker, programak erabilerrazagoak dira, eta analisi zein eredu formal konplexuenekin lan egiteko aukera izan du erabiltzaileen komunitateak.

Hala eta guztiz ere, merkaturatuta dauden programa horiek guztiek ezaugarri bat dute komunean: kostu handia. Programa garestiak dira, eta, hortaz, haien erabilera mugatua da: kostua beren gain har dezaketen erakunde handietako kide ez diren erabiltzaileengandik urrun daude. Unibertsitateko irakaslearen ikuspuntutik ezaugarri hori kontuan hartu beharko litzateke, eskolak emateko erabiliko den tresna aukeratzerakoan. Izan ere, irakasleak arduratu behar du ikasleari etengabeko prestakuntza eskaintzeaz eta errazteaz, eta hori ez da mugatzen unibertsitateko ikasturte batera; aitzitik, unibertsitatetik irtetean izan behar dituen gaitasunak garatzeko aukera emango dizkioten tresnen jabe izan beharko luke ikasleak. Horrek esan nahi du ikasprozesua ezin dela bideratu ikasleari unibertsitatea utzi eta gero lortezinak izango zaizkion tresnekin (Elosua, 2009).

Kostuaz gain, programa komertzialek badituzte beste zenbait desabantaila. Hala nola, ez dira erraz manipulatzen; izan ere, analisi-egoera zehatzetara nekez moldatzen dira. Ezin manipulatuzko paketeak osatzen dituzten algoritmo ezkutuekin egiten dute lan.

Dena den, aipatutako bi egoerak aise gaindi ditzakete datu-analisia irakasten duen irakasleak eta analisi estatistikoan espezializatua ez dagoen ikasleak. Badago, doako banaketakoa izateaz gain, erabiltzailearen interesetara egokitzeko aukera erraza ematen duen programa bat: R. Datu-tratamendurako programa bati eska diezazkiokegun ezaugarriak ditu R-k; hala nola, kalitatea, eskuragarritasuna eta moldakortasuna. Estatistikarien artean inplementazio handiena duen ingurunea da R, eta horrek bermea ematen dio.

Nahiz eta orain dela denbora gutxi arte estatistikariek edo pertsonal oso espezializatuak ia soilik erabili R, interfaze grafiko bat erantsiz gero (adibidez, John Fox-en `Rcommander`) erabilerraza da. R doakoa da, ahalmen handikoa eta erabilerraza. Ezaugarri horiek direla eta, aliatu boteretsua da R, bai datu-analisiko irakaslearentzat, bai ikasleentzat, ezagutzak eskuratzeko, bai lanerako autonomia eskaintzen duen erremintarekin interesaturik dagoen edonorentzat.

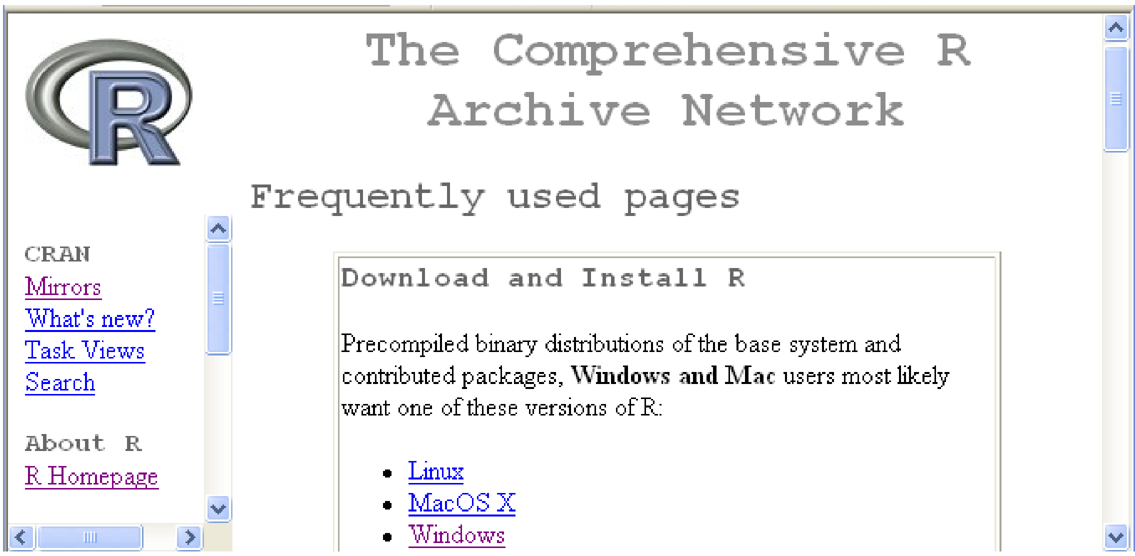
1976. urtean Bell laborategietan (AT&Trena, orduan, eta gaur egun Lucent Technologies-ena) garatu zen S programaziorako hizkuntzaren (Becker, Chambers eta Wilks, 1988; Chambers, 1998; Chambers eta Hastie, 1992; Venables eta Ripley, 2000) aldaera da R ingurunea. S programazio-hizkuntzaren bi bertsio daude: bata, *Insightful Corporation*-ek banatutako bertsio komertziala, S-Plus; eta bestea, kode irekia duen bertsio askea, R. Azken hori 1990eko hamarkadan sortu zen Auckland-eko Unibertsitateko Estatistika Sailean, Zeelanda Berrian, Ross Ihaka eta Robert Gentleman-en eskutik (hori da R izenaren arrazoietako bat; Ihaka eta Gentleman, 1996). Nazioarteko ikertzaile askok sortzen dituzte programazio-ingurune horretarako funtzioak eta paketeak ekarpen moduan, eta 1997an hainbat pertsonaz osatutako talde bat sortu zen (R *core team*; garapen-unitatea), R-ren bertsioak eguneratzeko ardura duena.

Badaude R ingurunea berezi eta bakar bihurtzen duten zenbait faktore: librea da; plataforma guztientzako bertsioak ditu (Windows, Linux, Unix, Mac); etengabe eguneratzen da, eta estatistika-eredu aurreratuenen abangoardian dago. R ingurunea GNU (*GNU in not UNIX*en akronimo errekurtsiboa) proiektuan erregistraturiko software librea da; beraz, erabiltzaileek erabili, aldatu eta eguneratu egin dezakete beren beharren arabera. Orain artean R-ri buruz dagoen informazio gehiena proiektuaren webgune ofizialean, CRANen (*Comprehensive R Archive Network*; http://cran.r-project.org/) aurki daiteke.

R datuen analisirako softwarea baino zerbait gehiago da; etengabe bere gaitasunak hobetzen eta zabaltzen dituzten pakete anitzekin lan egiten duen programazio-ingurunea da. Datuen analisi deskribatzaileekin erlazionatutako oinarrizko funtzioetatik hasita, informatika, medikuntza, biologia edo psikologia jakintza-arloetan aplikatzen eta erabiltzen diren azkeneko eredu formal konplexuenak barne hartzen ditu. R ingurunea, analisirako gaitasun handia izateaz gain, grafiko-sortzaile boteretsua da. R erabiliz sortutako zenbait grafiko orri honetan ikus daitezke: http://addictedtor.free.fr/graphiques/.

1.1 R-ren instalazioa

R erabiltzeko lehenengo urratsa instalatzea da. Plataforma guztietarako instalazioa antzerakoa izanik, guk Windows-ekoa deskribatuko dugu (GNU-Windows kontraesana dela dirudien arren!). Instalazioa egiteko, proiektuaren webgune nagusia da abiapuntua: http://cran.r-project.org/.

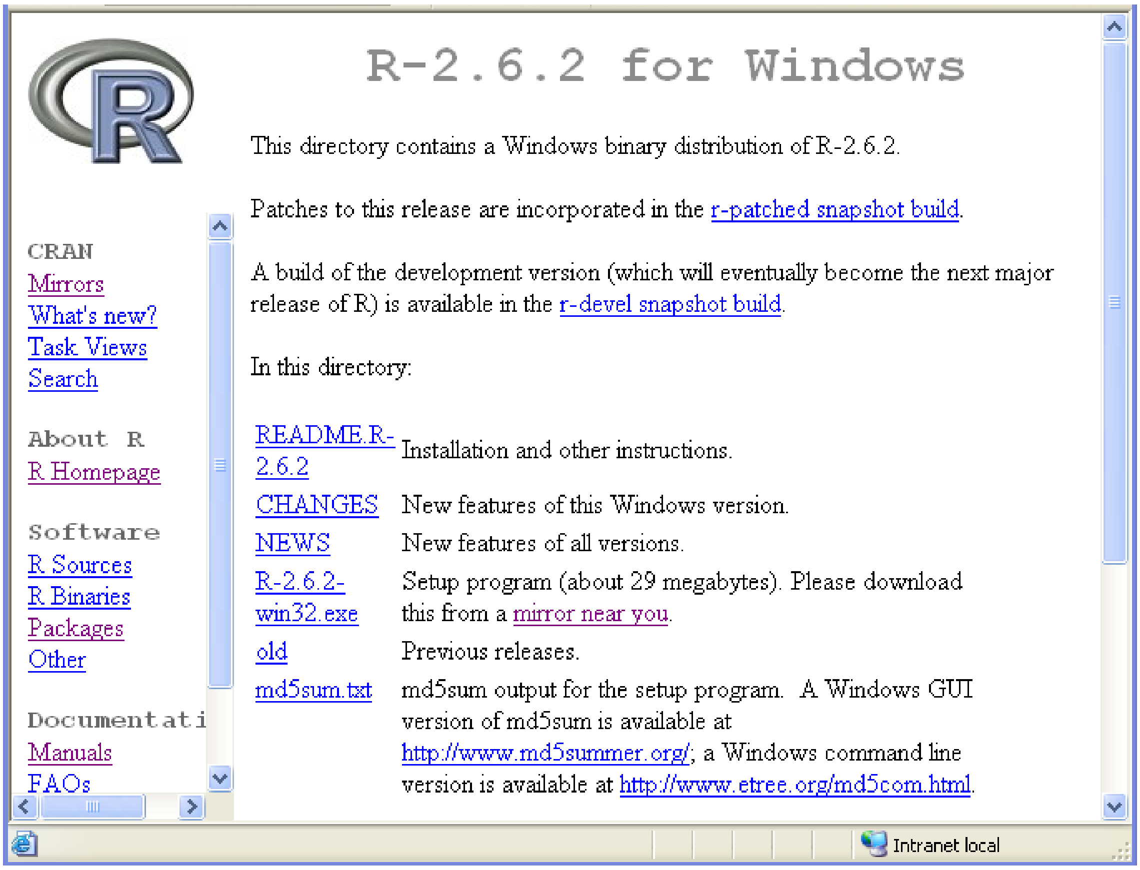


1.1. irudia. CRAN web-orria.

Orri honetan, `Windows` aukera hautatuz gero, irudi honetan ageri den pantaila agertuko da.

1.2. irudia. R jaitsi.

Hor, hirugarren pantaila batera eramango gaituen `base` aukera hautatuko dugu. Aukera horrek esan nahi du R-ren exekuziorako oinarrizko paketea instalatuko dugula. Aurrerago ikusiko dugun moduan, R inguruneari gehitu zaizkion (eta gehituko zaizkion) pakete edo ekarpenei esker (egun 1.400 baino gehiago dira), oinarrizko paketean barneratutako funtzionaltasunak erraz handitu daitezke.



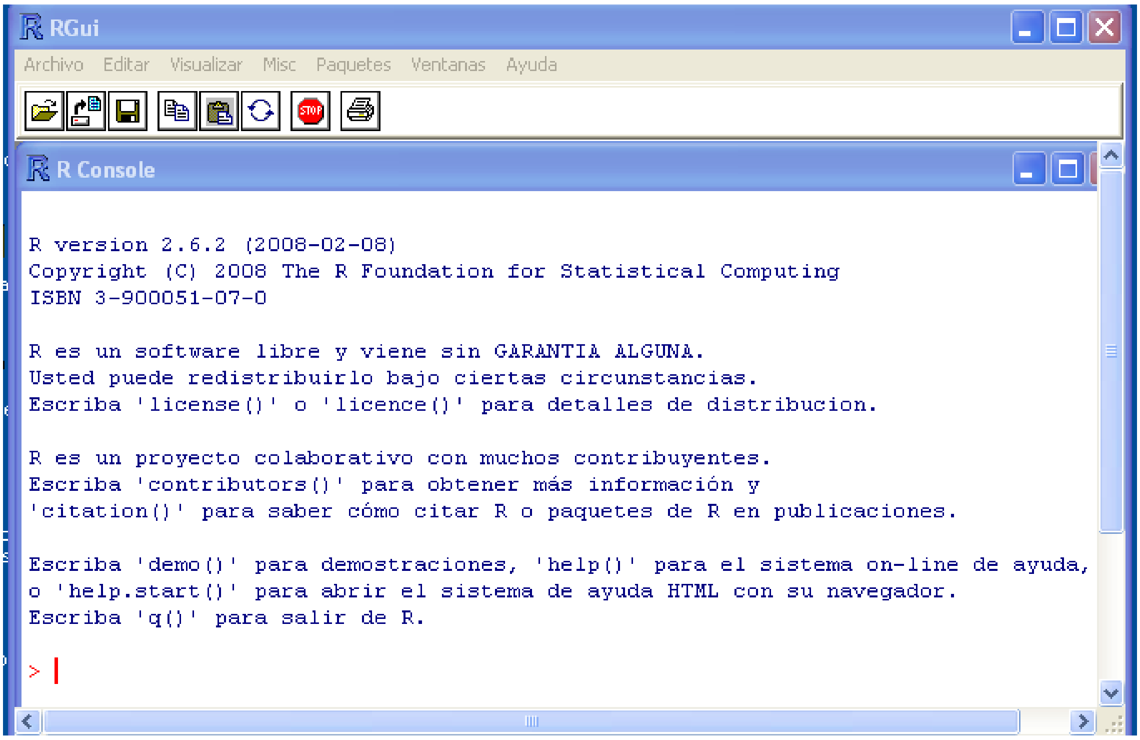
1.3. irudia. R artxiboak.

R-ren instalaziorako artxiboak `.exe` luzapena du (`R-2.6.2-win32.exe`, eskuliburu hau idazten ari garenean aktibo dagoen bertsioa). Artxibo hori hautatu ondoren, ordenagailuan gorde edo zuzenean exekuta daiteke. Artxiboaren tamaina (29 megabyte) eta Interneteko konexio mota direla eta, batzuetan gomendagarria da bizilekutik gertu dagoen *mirror* bat (CRAN-en ispilua) aukeratzea transferentzia bizkortzeko.

Instalazioko artxiboa exekutatzean instalaziorako hizkuntza eta direktorioak aukeratu ditzakegu. Komeni zaigunaren arabera aldatzeko aukera izango dugun arren, besterik adierazi ezean `C:\Archivos de programa\R\R-2.6.2` karpetan instalatuko da programa. Beste hainbat konfigurazio-aukera ere aurkeztuko zaizkigu. Hortaz, bi aukera ditugu: bata, guztiari datorren moduan baietz esatea edo onartzea (aukera gomendagarria, R ingurunea arakatzen hasi berri direnentzat); eta bestea, aldaketa batzuk egitea norberaren interesen arabera.

1.2 Lehen harremana

Instalazioa bukatu ondoren, mahai-gainean agertuko den lasterbideko ikonoa sakatuz edo `Inicio>Todos los programas>R>R2.6.2` bideari jarraituz exekutatu ahal izango dugu R. Exekutatzean, R kontsola (`R console`) izenekoa irekiko da. Hor, gure ordenagailuan instalatutako bertsioa egiaztatu ahal izango dugu (`R version 2.6.2`, kasu honetan).



1.4. irudia. R kontsola.

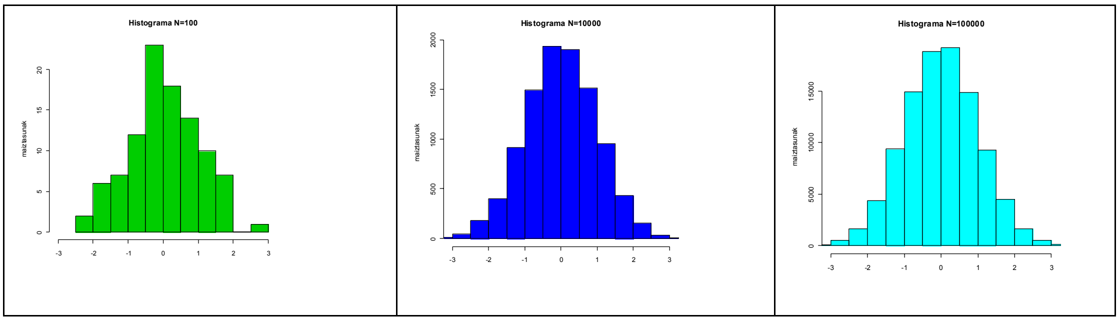
Sistemako sinboloa edo *prompt*a (`>` gorria) agertzeak adierazten du R edozein komando jasotzeko prest dagoela. Adibidez, `2+3` tekleatzen badugu (irakurleak beste edozein eragiketa probatu dezake) eta <ENTER> sakatu, R-k operazioaren emaitza itzuliko digu: `5`.

```
> 2+3
[1] 5
>
```

[1]-ek emaitzen agerpenaren ordena adierazten du; guk aginduriko eragiketak emaitza bakarra du. Emaitza konplexuagoa izan balitz eta hori balio bat baino gehiagoz osaturik balego, emaitza bakoitzaren posizioa kortxete arteko zenbakiaren bidez identifikatuko luke R-k. Sistemaren sinboloak (>-k) adierazten du R beste aginduren bat jasotzeko prest dagoela.

Eman dezagun, bigarren adibide modura, banaketa normalaren legeari darraion zorizko zenbakien segida bat sortu dugula eta, gainera, sortutako segida hori histograma baten bidez irudikatu nahi dugula. Bi eginbehar horiek betetzeko, nahikoa litzateke honako hau idaztea sistemaren sinboloaren ondoren.

```
> hist(rnorm(100), col=3, xlim=c(-3,3),main="Ejemplo histograma
N=100",xlab="", ylab="frecuencia")
```



1.5. irudia. Grafikoak (adibidea).

Hiru aldiz exekutatu dugu adibideko komandoa, horietariko bakoitzean sortu beharreko elementuen kopurua aldatuz (N=100, N=10000, N=100000). Irudiko histogramen segidak erakusten du sortutako elementu kopurua gehitu ahala hobetzen dela banaketa normalarekiko hurbiltasuna. Adibide horrekin erakutsi nahi genuen zein sinplea eta sintetikoa den R erabiltzea eta moldatzea. Liburuan zehar bi propietate horietaz —moldagarritasunaz eta sinpletasunaz— jabetuko gara.

R kontsolak, sistemako sinboloaz gain (>), batuketaren sinboloa ere erakuts dezake (+, hori ere gorria). Sinbolo horrek R-ri emandako agindua osatugabe dagoela adierazten du, eta, ondorioz, R-k ezin duela bete agindua ongi idatzi arte. Esaterako, 3+5+ idatziz gero, agindua ez dago osatua, eta, beraz, R-k + sinboloaren bidez jakinaraziko digu. Kasu horretan, agindua behar bezala osatzeko zerbait tekleatuko bagenu (`7*3`, adibidez), R-k eragiketaren emaitza emango liguke: `29`.

Beste sinbolo garrantzitsu bat R programazio-ingurunean `#` da. Kode bat idaztean exekutagarriak ez diren azalpenak edo argibideak gehitzeko erabiltzen da.

Komando-lerro batean agindu bat baino gehiago idatzi nahi izanez gero, *;* karaktere mugatzailea jarri beharko da aginduen artean.

```
> 3+5+(
+


> 3+5+(
+ 7*3)
[1] 29
> 2+3;4*7
[1] 5
[1] 28
```

Lan-saioaren ondoren, hainbat modu daude R-tik irteteko:

1.- Kontsolan zuzenean `q()` tekleatuz.

2.- Menu-barraren bidez (`Archivo>Salir`) aukeratuz.

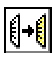
3.- Zuzenean  irteera-ikonoa sakatuz.

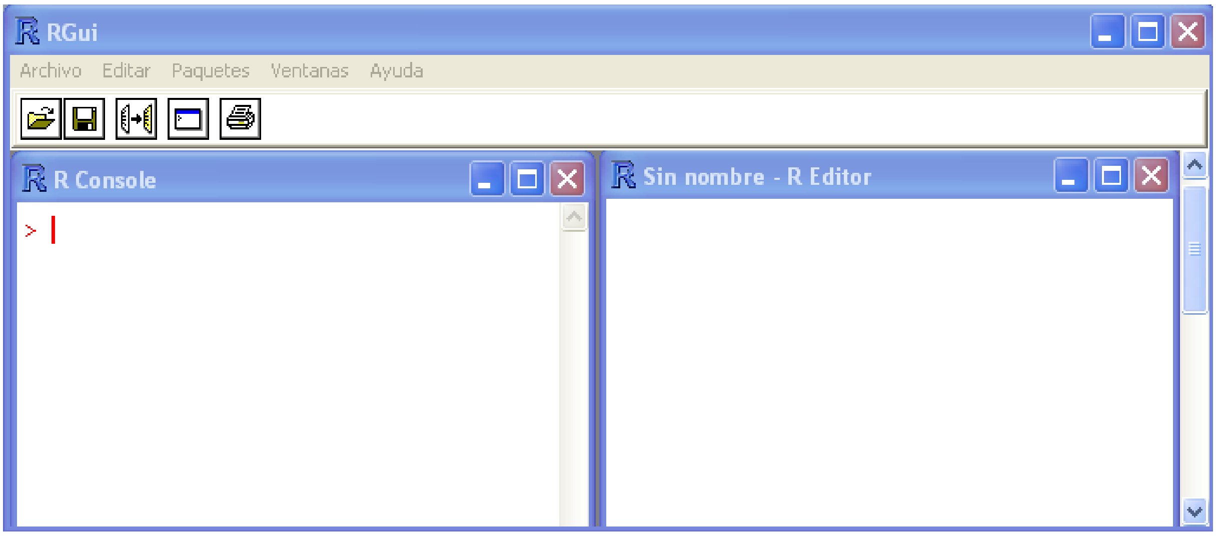
Lan-saioa amaitu baino lehen, sistemak lan-eremuaren irudiaren kopiarik gorde nahi dugun galdetuko digu. Baietz erantzun gero, lan-saioan sortutako "objektu" guztiak gordeko dira; aldiz, ezezkoa aukeratzen bada, ez da gordeko lan-saioan sorturiko objekturik. Sorturiko objektuetatik zenbait gorde nahi izanez gero erabili beharreko komandoa `save(objektuaren izena, file="artxiboaren izena")` da. Besterik adierazi ezean, lan-eremua gordetzeko erabiliko den luzapena `.Rdata` da. Lan-saioan sorturiko komandoak `.Rhistory` fitxategian biltzen dira, eta edozein testu-editore erabiliz fitxategi horretan dagoen informazioa berreskura daiteke.

1.3 R-rekin lan egiteko moduak

Windows plataforman (R-ren sarrera honetan zehar deskribatuko dugun plataforma), R-rekin lan egiteko hainbat modu daude; alegia, bide bat baino gehiago daude aginduak sartzeko eta exekutatzeko. Horietako bakarra erabil daiteke, edo hainbat erabil daitezke aldi berean. Erabiltzaileak zehaztuko du kasuan kasu nola lan egin nahi duen. Oro har, lau modu deskribatuko ditugu:

1.- Komandoen leihoan zuzenean (R `console`). Horretarako nahikoa da sistemako sinboloaren (>) lerroan idaztea. Lan egiteko modu interaktibo honek ekintza sinpleak exekutatzeko balio du. R-k komando bakarra exekutatzen du aldi bakoitzean. Kontsola testu-editorea ez bada ere, norabide-geziak erabil daitezke eta zenbait lan erraztu. Goranzko geziak (↑) aurreko komandoetara heltzeko modua emango digu, eta beheranzko gezia (↓) ondorengo komandoetara iristeko erabili ahal izango dugu. Ezkerreranzko (←) eta eskuineranzko (→) geziek kurtsorea noranzko horietan mugituko dute, betiere lerro berean. Gainera, komandoak kopiatu eta itsatsi egin daitezke, eta, horrenbestez, horiekin egiten den lana nabarmen errazten da.

2.- Menu-barratik `Archivo>Nuevo Script` aukeratuz, idazketa-leiho bat (`Script window`) irekitzen da, eta bertan lan egin daiteke. Horrela, kode konplexuagoak sor daitezke, eta multzoka nahiz banaka exekutatu ahal izango dira. Kodeak zuzenean leiho horretan idatz daitezke, edo ASCII formatuko artxibo batetik kopiatu daitezke. Komandoen azpimultzo bat exekutatzeko, hori markatu behar da, eta CTRL+R edo  exekuziorako ikonoa sakatu. Idazketarako leihoa erabiltzen denean, R-k sorturiko irteerak kontsolan agertzen dira, eta gomendagarria da bi leihoak zabalik edukitzea: kontsola eta komandoen leihoa.



1.6. irudia. R kontsola eta idazketa-leihoa.

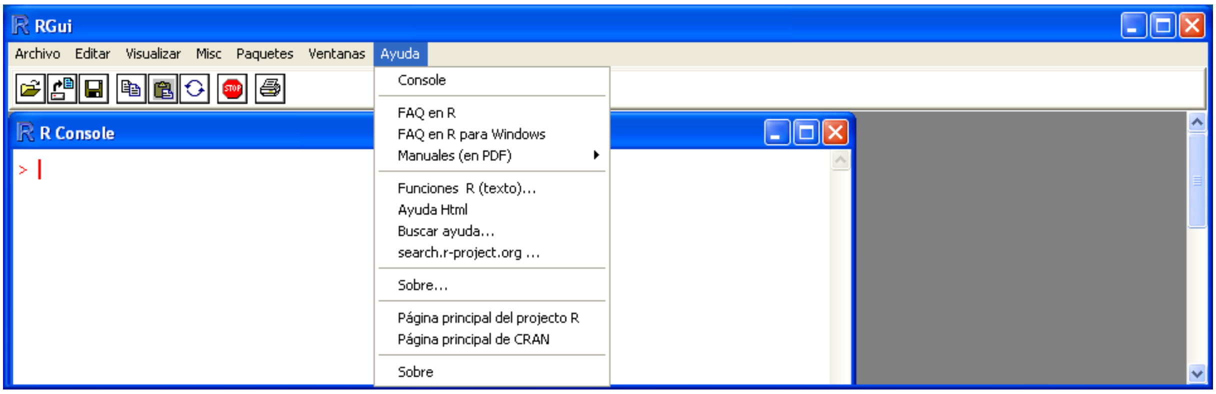
3.- Kodeen ediziorako programa berariazkoak erabiltzea. Erabilienen artean Tinn-R (http://www.sciviews.org/Tinn-R/), WinEdit (http://www.winedt.com/) edo Emacs (http://www.gnu.org/software/emacs/) aipa ditzakegu. Azken hori, hasiera batean, GNUren filosofian Unix-entzat sortutako softwarea da. WinEdit-en bertsio libre bat dago, eta hori erabiltzeko beharrezkoa da RWinEdit paketea. Konplexuak diren kodeak sortzeko aipatutako edizio-programa horiek lana asko errazten dute. R-ren erabiltzaile adituentzako aukera ederra.

4.- Interfaze grafikoak erabiltzea. R ingurunea ezagutzen ez dutenentzat badaude zenbait interfaze grafiko (GUI; *graphical user interface*), R-rekin lan egitea errazten dutenak. Horien artean, aipatzekoak dira R.NET (http://www.u.arizona.edu/~ryckman/RNet.php), Poor Man`s GUI (http://www.math.csi.cuny.edu/pmg) edo `Rcommander` (Fox, 2005). Horietatik R-n aditua ez den erabiltzailearentzat azkenekoa gomendatuko genuke; izan ere, erabilerraza da, eta oinarrizko datu-analisiak eta grafikoak egiteko nahikoa funtzio eskaintzen ditu. `Rcommander` (*Rcmdr*) John Fox-ek sortutako R-ren pakete gehigarria da. Pakete horrek interfaze grafikoa du eta R ingurunea atsegin bilakatzen du. Bertan lan egiteko leihoak eta goitik beherako menuak erabil daitezke. SPSS edo SAS pakete komertzialen erabiltzailea R programazioaren ingurura hurbiltzeko bitarteko bikaina da. `Rcommander`-ek R-rako trantsizio-bidea errazten du. `Rcommander`-ek dituen aukerak, oraingoz, nahikoak dira datu-analisiko ikasle batentzat kasu gehienetan. Gauzak horrela, gidaliburu txiki honen xedea da `Rcommander` erabiliz R-ra hurbiltzea. Beraz, liburuaren helburua da R-rekin lan egiteko egin behar diren lehen urratsak erraztea, eta, aldi berean, espero dugu programazio-ingurune horren erabiltzaile talde zabala handitzea.

1.4 R-ri buruzko laguntza

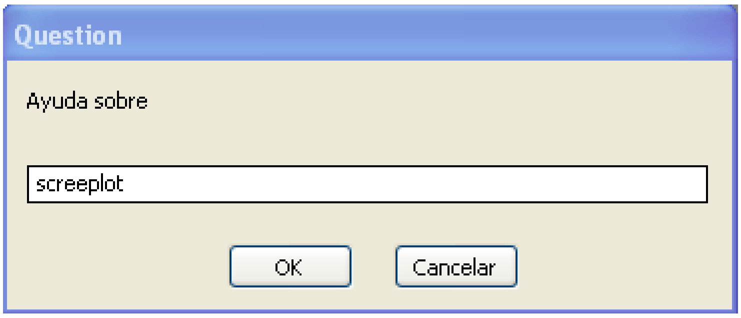
R ingurunea oso zabala izanik, ezinbestekoa da laguntza-sistema arin eta osoa erabiltzaileen esku jartzea. Edozein unetan gerta daiteke informazioa gehitu behar izatea, hala nola, paketeei, komandoei, prozedurei edo eredu formalei buruzkoa. Informazioaren eta laguntzaren beharrei erantzuteko R proiektuak baditu hainbat iturri.

R-k eskaintzen duen informazioa lortzeko era oinarrizkoena menu-barra erabiltzea da. R kontsolaren menu-barran `Ayuda` aukerak leiho bat irekitzen du; eta hor, interesatzen zaigun aukera hautatu ahal izango dugu.



1.7. irudia. Laguntza-menua.

1.- `Ayuda>Funciones R(texto)` menuko aukerak leiho interaktibo bat irekiko du eta bilatu nahi den informazioa identifikatzeko topikoa idazteko eskatuko zaigu.



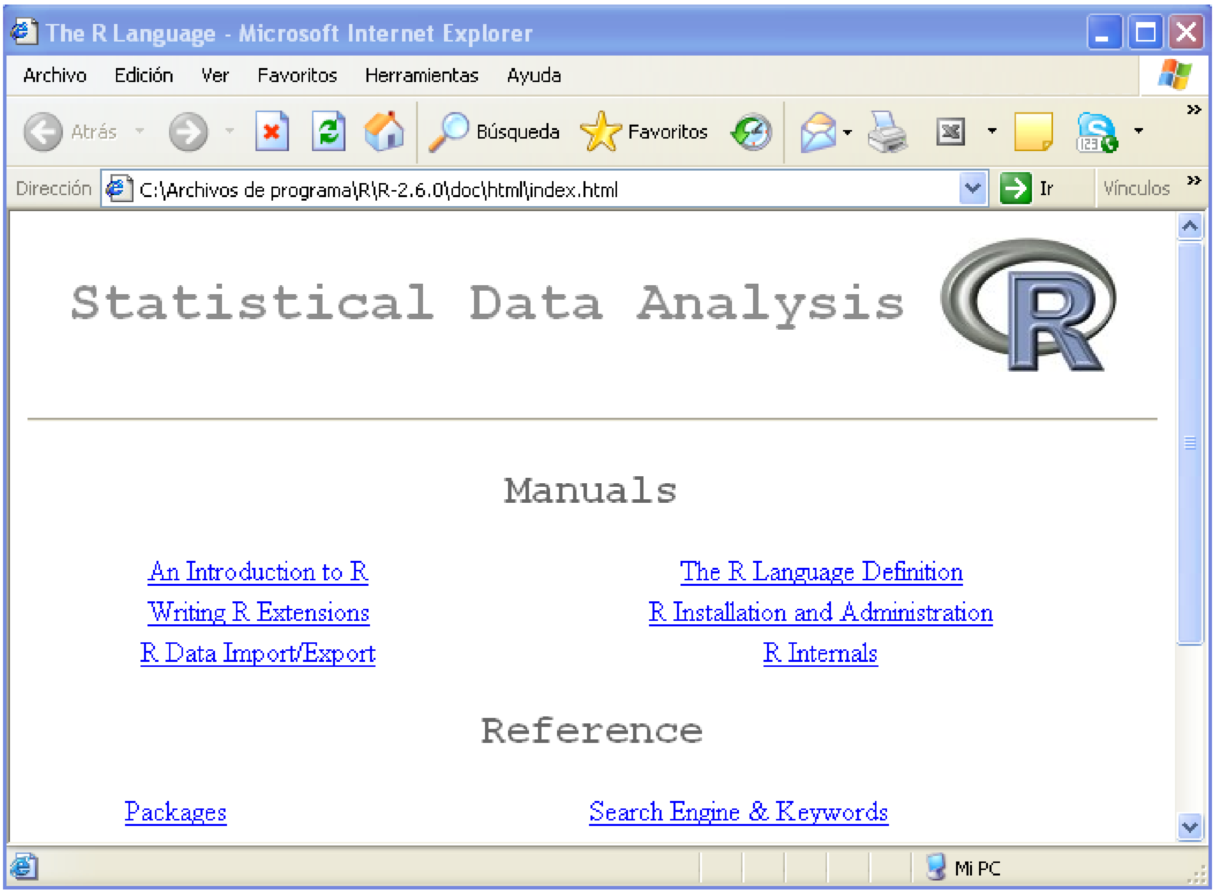
1.8. irudia. Laguntza-menua.

Laguntza eskuratzeko modu hori, gai zehatz bati buruzko informazioa, R kontsolan `help(nahi dugun gaia)` edo `?nahi dugun gaia` idaztea bezala da. Adibidez, `screeplot` funtzioaren inguruko informazioa nahi badugu:

```
> help(screeplot)
```

Aipatutako bi moduek adierazitako gaiari buruzko informazioa duen orri baterako sarrera emango digute.

2.- `Ayuda>Ayuda Html` menu-barrako aukerak, besterik adierazi ezean, definituta daukagun esploratzailea irekiko du, eta horrek zabalduko du gure ordenagailuan gordeta daukagun informaziora heltzeko aukera ematen digun pantaila.



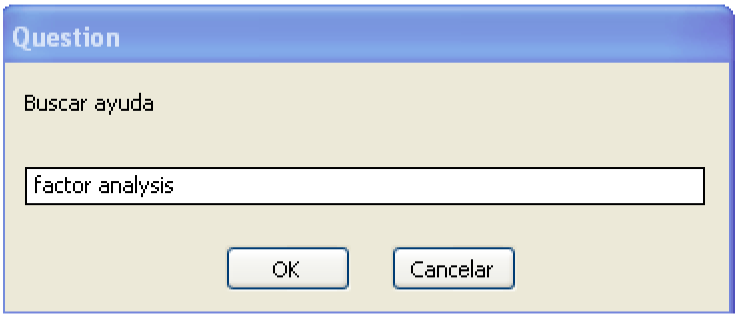
1.9. irudia. Html laguntza.

Orri berera iristeko beste modu bat `help.start()` komandoa R kontsolan zuzenean idaztea da.

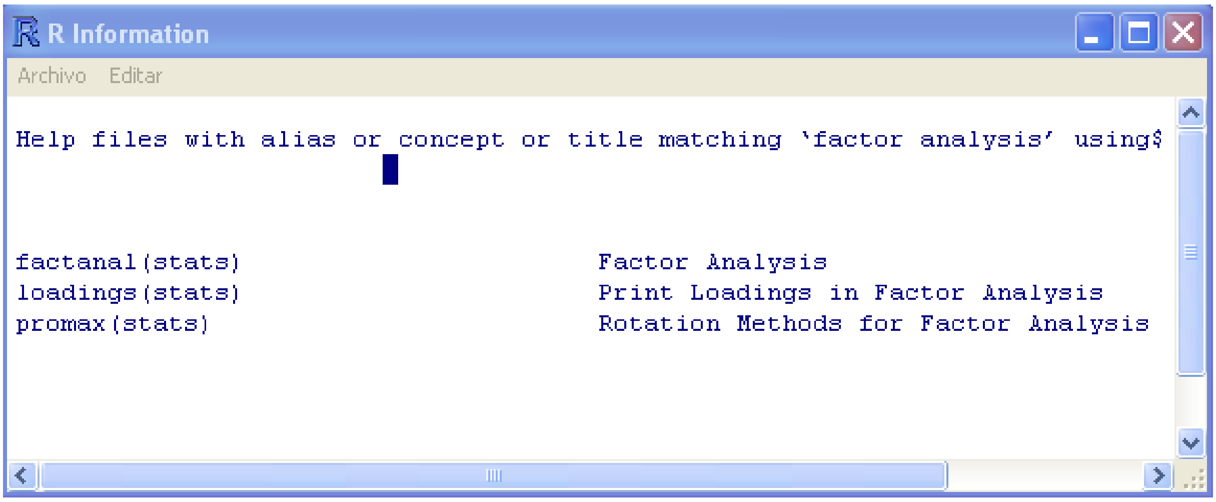
3.- Badago informazio bilatzen laguntzen duten beste bi funtzio ere, `help.search("bilaketa- helburua")` eta `apropos()`. Eredu edo funtzio zehatz bati buruzko informazioa non aurkitu ez dakigunetan dira bi horiek bereziki interesagarriak. Adibidez, imajina dezagun faktore-analisiari (*factor analysis*) buruzko informazioa lortu nahian gabiltzala. Menu-barran `Ayuda>Buscar Ayuda...` hautatuz leiho bat irekiko da, eta hor bilatu nahi duguna zehaztu dezakegu. Kontsolan zuzenean idatziz ere emaitza berbera lor genezake.

```
help.search ("factor analysis")
```

Komando horrek komatxo artean idatzi duguna jasotzen duten funtzio guztien zerrenda eskaintzen du. Geure adibidean, *factor analysis*.



1.10. irudia. Laguntza-menua.

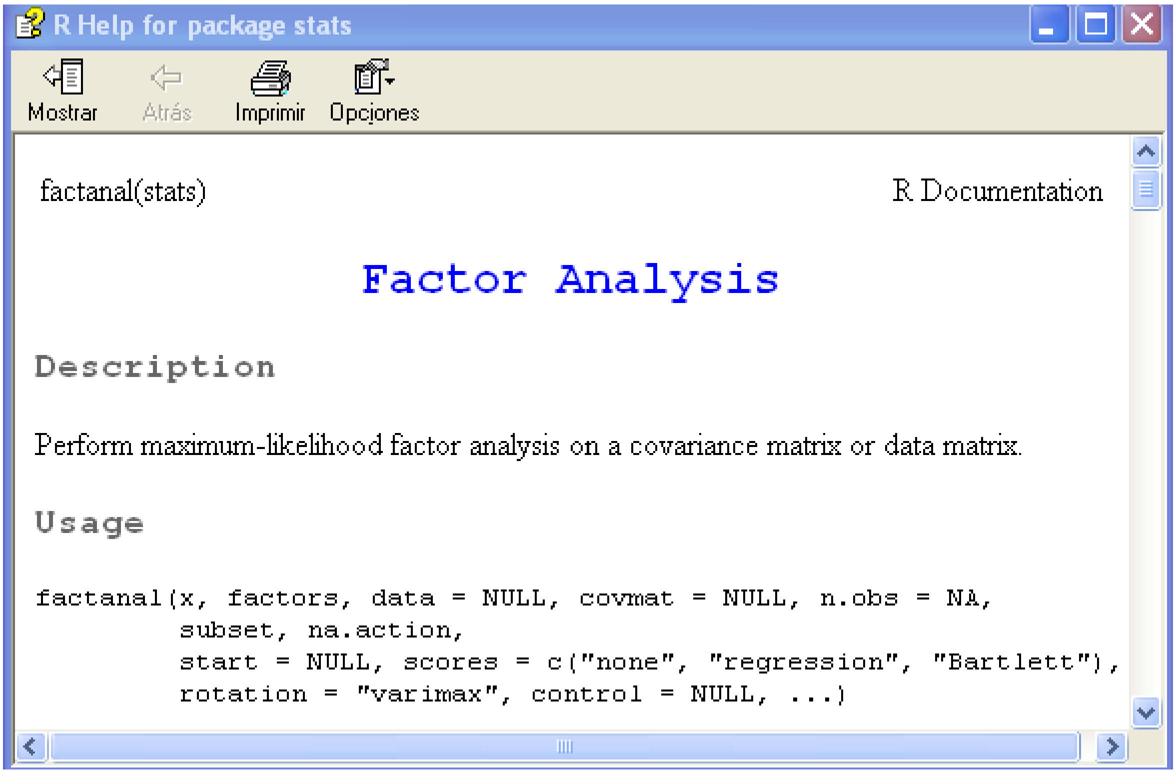


1.11. irudia. Help.search().

Pantaila horrek `stats` paketean `factanal`, `loadings` eta `promax` izeneko funtzioak daudela esaten digu, eta horietan *factor analysis* hitzak agertzen direla. Funtzio horien edukiaren deskribapena ezagutu nahi izanez gero, nahikoa izango litzateke funtzioaren eta hori barne hartzen duen liburutegiaren izenak kontsolan idaztea: (`help(funtzioaren izena,package=liburutegiaren izena)`).

```
help (factanal,package=stats)
```

Komando horrek `stats` liburutegian dagoen `factanal` funtzioari buruzko laguntza-orria irekiko du (deskribapena, erabilera, argudioak eta adibideak).

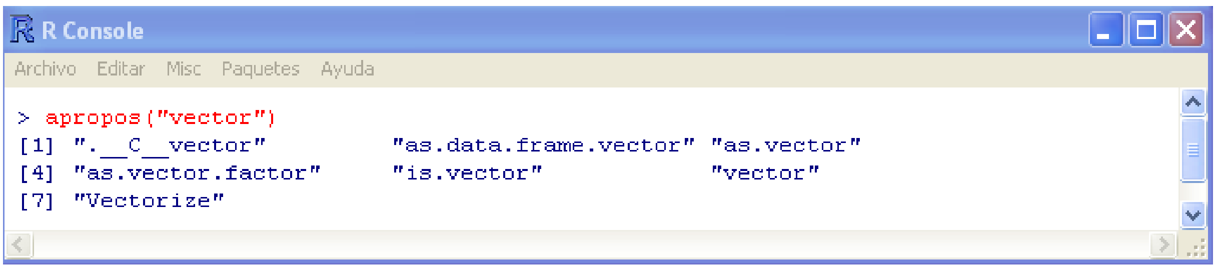


1.12. irudia. Komandoari buruzko informazio-orria.

Bere aldetik, zuzenean kontsolan idatziz...

```
> apropos("vector")
```

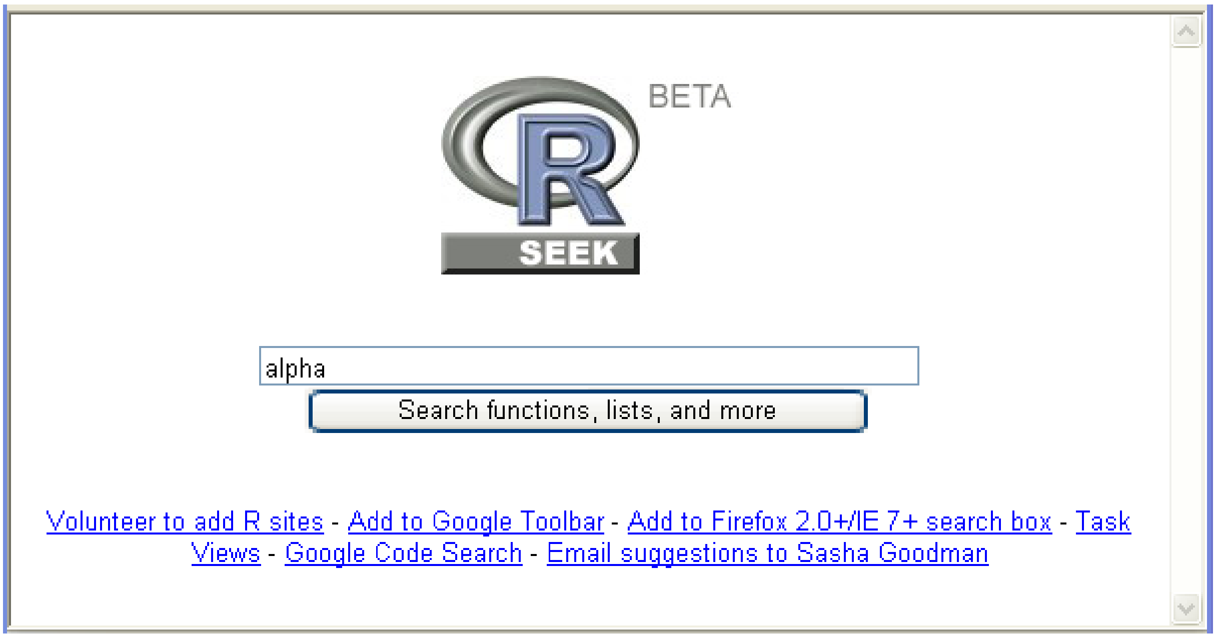
...komatxoen artean jarritako testua barneratzen duten funtzio guztien zerrendara heltzen gara.



1.13. irudia. `apropos()`.

4.- Laguntza-funtzio horiek guztiek gure ordenagailuan instalatutako paketeei buruzko informazioa eskaintzen dute. Bilaketa zabaltzeko eta R-ren webgunean dagoena arakatzeko, nahikoa izango da `Ayuda>search.r.project.org` bilaketarako aukera hautatzea. Emaitza berbera lor daiteke, R kontsolan zuzenean `RSiteSearch("testua")` idatziz.

R-ren erabiltzailearentzat aipatutako laguntza-funtzioez gain, R-ren sarea bera da informazio-iturririk zabalena, R-ren funtzionamenduari buruz nahiz eredu konkretu baten erabileraren inguruan sor daitezkeen edozein motatako zalantza edo arazoak konpontzeko. Esaterako, R-ren erabiltzaileek inguruneari buruzko banaketa-zerrenda bat elikatzen dute (https://stat.ethz.ch/mailman/listinfo/r-help). Gainera, funtzioei, komandoei edo R-rekin erlazionatutako galderei buruzko informazioa aurki daiteke http://www.rseek.org/ bilatzailea erabiliz.



1.14. irudia. Rseek.

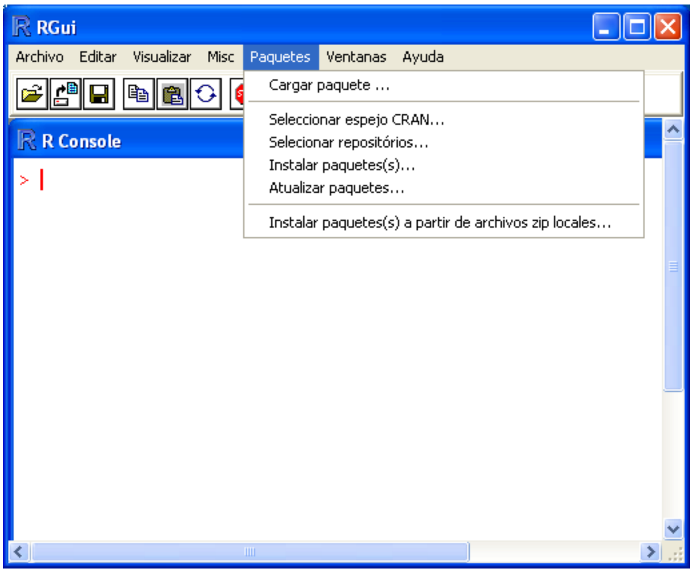
CRANen orri nagusiak eskaintzen ditu, besteak beste, hainbat hizkuntzatan idatziriko eskuliburuak, paketeei buruzko informazioa eta erabiltzaileari zalantza bat baino gehiago argitu diezazkioketen FAQak. Eskaintza guztien artean, bereziki da erakargarria *wiki*-zerbitzua (http://wiki.r-project.org/rwiki/doku.php).

R-ri buruzko bibliografia zabala da, S edo S-plus-i buruzkoa ere baliagarria baita R-rentzat. Liburürik aipagarrienen artean R Development Core Team-ek urtero eguneratzen duen erreferentzia-eskuliburua dago, edo klasikoa den Venables-en eta Ripley-ren liburua (2002): *Modern Applied Statistics with S-plus*. Sarrerako liburu gisa *An Introduction to R* gomendatuko genuke (Venables, Smith eta R Development Core Team, 2007) eta Paradis-en *R for Beginners* (2005) (liburuxka hori hainbat hizkuntzatan dago eskuragai, http://cran.es.r-project.org/, baita euskaraz ere). Dalgaard-en *Introductory Statistics with R* (2002) liburuak estatistikarako lehen mailako ikastaro bat jasotzen du, eta R-ren oinarrizko kontzeptuak erakusten ditu. Berriagoak dira Braun-en eta Murdoch-en liburua (2007) edo Crawley-ren (2008) 900 orrialdeko eskuliburua. Asko gustatzen zaigu guri Fox-en *An R and S-plus Companion to Applied Regression* (2002). Behin oinarriak ezaguturik, hurrengo pausoa izan daiteke Chambers-en liburuaren azken eguneratzea (2007); Chambers *S* hizkuntzaren sortzaileetako bat da. SPSS edo SAS ezagutzen dutenentzat *R for SAS and SPSS Users* interesgarria izan daiteke. Azken horrek bi bertsio ditu, bata sarean aurki daiteke (http://rforsasandspssusers.com), eta bestea, berriz, Springer-ek argitaratu du (Muenchen, 2009).

1.5 Paketeak

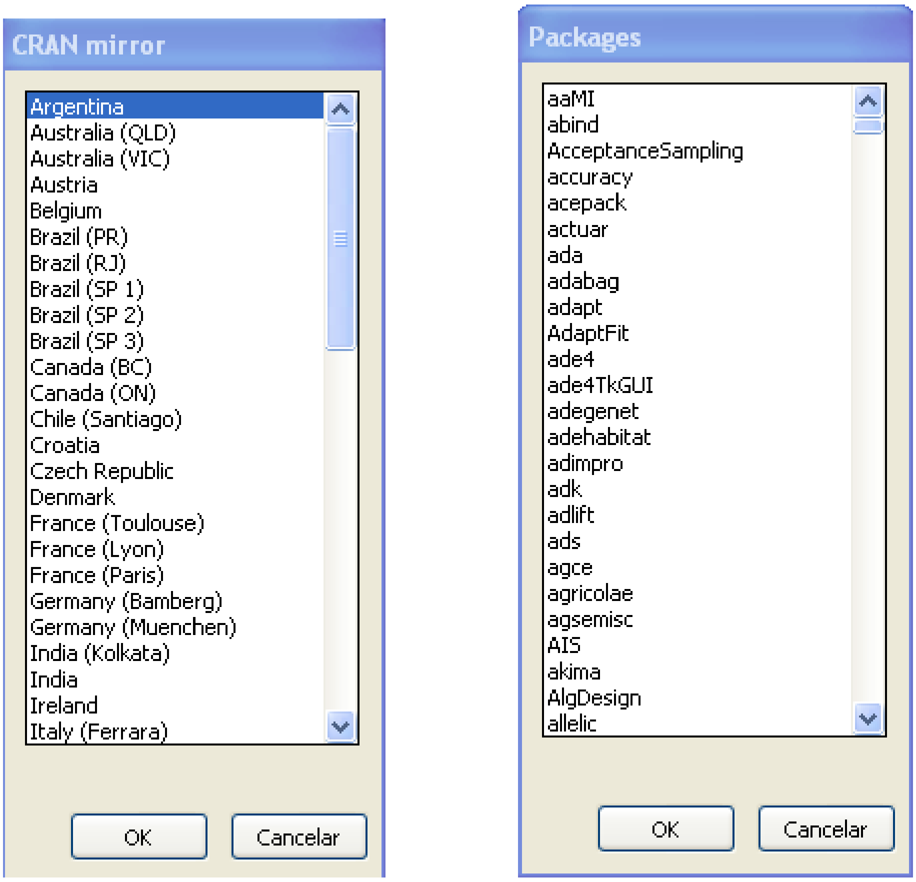
R etengabe eguneratzen den sistema dinamikoa da. Norbanakoen ekarpenak eskuragarri daude pakete (*packages*) izeneko egituretan. Egun R-k 1.400 pakete baino gehiago ditu; horiek hainbat jakintza-arlotako funtzio orokorrak eta espezifikoak (Fox, 2008) egiteko sortuak dira. Psikometriari dagokionez, adibidez, R-k pakete espezifikoak ditu itemari erantzutearen teorian lan egiteko, korrespondentzien analisirako, egitura-ekuazioen ereduekin lan egiteko, eredu hierarkikoentzat… Aberastasunaren adibide gisa aipa daiteke *Journal of Statistical Software* aldizkariak zenbaki berezi bat eskaini ziola testen teoriako azken ekarpenei (Leeuw eta Mair, 2007).

R lehen aldiz instalatzen denean, R-ren funtzionamendurako oinarrizko paketeak instalatzen dira. Erabiltzailearen beharren arabera pakete gehiago instalatu ahal izango dira. Horretarako, R kontsolako menu-barra erabil daiteke, `Paquetes` aukeraren barnean `Instalar apaquete(s)...` hautatuz.



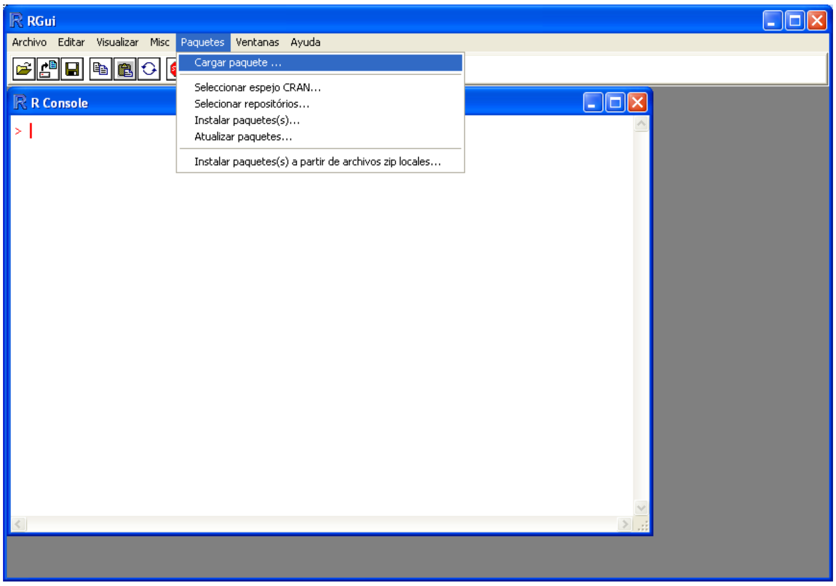
1.15. irudia. Paketeak instalatu.

Aukera horrek *mirror* edo ispiluen zerrenda erakusten duen leihoa irekiko du, eta leiho horretan ispilua hautatuz gero, interesatzen zaizkigun paketeak transferitu ahal izango ditugu.



1.16. irudia. CRAN ispiluak eta paketeak.

Paketeak instalatzeko beste modu bat da kontsolan zuzenean `CRAN.packages()` komandoa idaztea. Horrek irudien zerrenda itzultzen digu, eta irudia aukeratu ondoren instalatzera goazen liburutegiak hautatu ahal izango ditugu. Behin liburutegiak instalaturik, horiekin lan egin nahi bada kargatu egin beharko dira. Pakete bat kargatzeko, nahikoa da menu-barran `Paquetes>Cargar Paquete` hautatzea, edo kontsolan zuzenean `library(paketearen izena)` idaztea. Paketeak lan-saio bakoitzean kargatu behar dira.



1.17. irudia. Paketeak kargatzea.

Erraza da instalatuta ditugun paketeak zein diren ikustea; horretarako, `installed.packages()` komandoa idatzi behar da. R-k instalatutako paketeen zerrenda itzuliko digu; hor, paketearen bertsioa, izena eta kokapena agertuko dira.

1.6 R kalkulagailu moduan

R-rekin lan egiteko modurik sinpleena kalkulagailu gisa erabiltzea litzateke. R-k komandoen lerroan idatzitako espresioak ebaluatzen ditu, eta emaitzak itzultzen ditu. Taula honetan dituzu R-k ezagutzen dituen oinarrizko funtzio aljebraikoak:

Funtzioa	Eragiketa
+	Batuketa
-	Kenketa
*	Biderketa
/	Zatiketa
abs()	Balio absolutua
exp()	Funtzio esponentziala
log()	Logaritmo naturala
round	Biribiltzea
sin()	Funtzio trigonometrikoak

cos() tan()	
asin() acos() atan()	Funtzio trigonometriko alderantzizkoak
sqrt () x ^n	Erro karratua Berreketa
%/%	Zatiketa osoa
%%	Zatiketaren hondakina

1.1. taula. Funtzio aljebraikoak.

Adibide moduan eta R-rako lehen hurbilpen gisa, funtzio horietako batzuen exekuzioa erakutsiko dugu.

```
> 2+3
[1] 5
> sqrt(20)
[1] 4.472136
> 5%/%3 # 5/3 zatiketaren zati osoa
[1] 1
> 5%%3 # 5/3 zatiketaren hondarra
[1] 2
> pi*5^2  # 5-eko erradioa duen zirkulua
[1] 78.53982
> 1000*(1+0.05)^3-100
[1] 1057.625
> sqrt(c(10,100,1000))
[1] 3.162278 10.000000 31.622777
```

1.7 R-ri buruzko oinarrizko oharrak

R objektuetara zuzenduta dagoen programazio-ingurunea da. Komando berberak modu desberdinean jokatuko du, aplikatzen zaion objektu motaren arabera; alegia, objektuen ezaugarri edo atributuen arabera. Lehen kapitulu honetan, ez ditugu objektu motak deskribatuko, ezta bakoitzaren ezaugarriak aipatuko. Hori eskuliburu honen amaieran egingo da. Oraingoz, nahikoa da aipatzea SPSS, Systat edo antzeko programekin lan egitean erabiltzen den datu-fitxategiaren kontzeptuak R-ren inguruan malgutasun handiagoa duela. R-n analisirako unitate edo objektu arruntena *datu-markoa* (`data frame`) da. Beraz, guretzat *datu-markoa* (aurrerago hobeto definituko ditugu objektuak), SPSS edo BMDP programekin maneiatzen ditugun datu-fitxategien antzeko datuen matrizea da.

Estatistika-pakete guztiek bezala, R-k ere, lan-saioak, irteerak eta objektuak gordetzeko, lan-direktorio bat erabiltzen du. Aktibo dagoen lan-direktorioa zein den jakiteko, `getwd()` funtzioa erabiltzen da; eta `setwd("direktorio berria")` komandoa erabiliz, hori aldatzeko aukera izango dugu. Lan-direktorioa finkatzea gomendagarria da, ekintza sinple horrek lana errazten baitu. R-n direktorioak finkatzeko, “/” edo “\\” sinboloak erabiltzen dira (Kontuz! Windows-en ”\” erabiltzen da).

```
> setwd ("C:\\Documents and Settings\\Rliburu") ## ZUZENA
> setwd ("C:/Documents and Settings/Rliburu") ## ZUZENA
> setwd ("C:\Documents and Settings\Rliburu") ## OKERRA
```

Objektuak izendatzen

Objektuak izendatzeko letrak, zenbakiak eta “.” karaktereak erabil daitezke. Oinarrizko arauek ez dute zenbakiz hasitako izenik onartzen; baina edozein objektu izendatzeko lehenengo karaktere moduan “.” erabil daiteke. Letra larriak eta xeheak desberdintzen dira; hau da, R kasuarekiko sentikorra da; ez da berdina `Reskuliburu` edo `reskuliburu` idaztea.

2 Rcommander

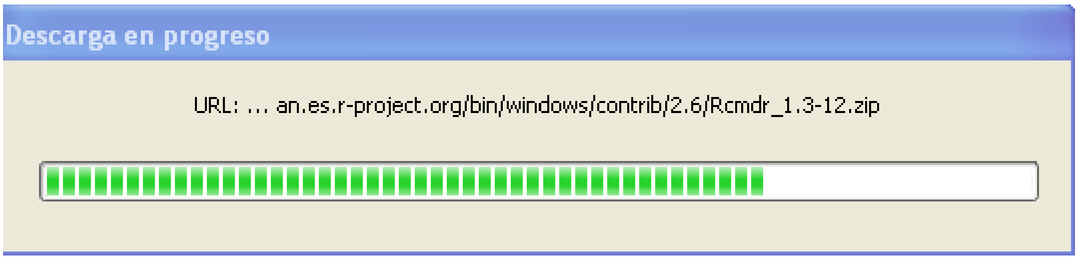
2.1 Instalazioa

`Rcommander` R-ren pakete gehigarri bat da; oinarrizko analisi estatistikoak eta grafikoak egiteko funtzioak dituen interfaze grafikoa (*Graphical User Interface – GUI*) da. Leihoen eta goitik beherako menuen sistemaren bidez, `Rcommander`-ek R inguru atsegina bihurtzen du, baita R-rekin ohitu gabekoei ere. `Rcommander`-en laguntzarekin, antzera lan egiten da R-rekin eta datuen analisirako ohiko estatistika-paketeekin (SPSS, SAS, Splus). R ingurunea gutxi ezagutzen duten erabiltzaileek hainbat funtzio egin ditzakete; hala nola, fitxategiak inportatu/esportatu, aldagaiak manipulatu (birkodetu, zenbatu), kasuak hautatu, datuak deskribatu, grafikoak sortu edo zenbait eredu formal egokitu. Gainera, erabiltzailearen beharrei egokitzen zaizkion eginkizunak betetzeko, `Rcommander`-ek oinarrizko komandoak aldatzeko eta komando berriak sortzeko aukera ematen du.

`Rcommander`-en gaitasunak (R ingurunearenak bezala) egunero gehituz doaz. Ezagutzen hasi berri garen `Rcommander`-en bertsioa, oinarrizko datu-analisiari buruzko ikastaro baterako sortu zen. Horrek esan nahi du `Rcommander`-ekin R-k datu-kudeaketarako duen potentzial estatistikoaren zati txiki bat (egun, 1.400 baino gehiago dira eskuragarri dauden paketeak) bakarrik eskuratuko dugula. Hala eta guztiz ere, gizarte-zientzietako datu-analisiko ikastaro batek eskaintzen dituenak jasotzen ditu `Rcommander`-en oinarrizko paketeak.

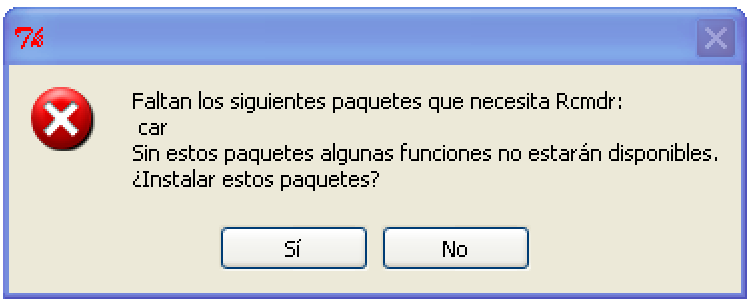
Labur esanda, *`Rcommander`* (*Rcmdr*) R-ra hurbiltzeko bitarteko hobezintzat hartzen dugu. Erabiltzaile askok ez dute izango `Rcommander`-en baliabideak gehitzeko beharrik. Alabaina, `Rcommander`-ekin trebatzeak erabiltzaileari R programazioinguruan sakontzeko aukera ematen dion heinean, bere beharrei egokitzen zaizkion gaitasunak gehitzen eta hobetzen lagunduko dio (Fox, 2007).

`Rcommander`-ekin (`Rcmdr`) lan egiten hasi baino lehenago, `Rcmdr` paketea instalatu eta kargatu behar da; `Paquetes>Instalar` aukeraren bidez egiten da hori. Horrela, CRAN-en irudi bat hautatuko dugu, `Rcmdr` instalatzen hasteko, eta bertatik ekingo diogu deskargari eta instalazioari.



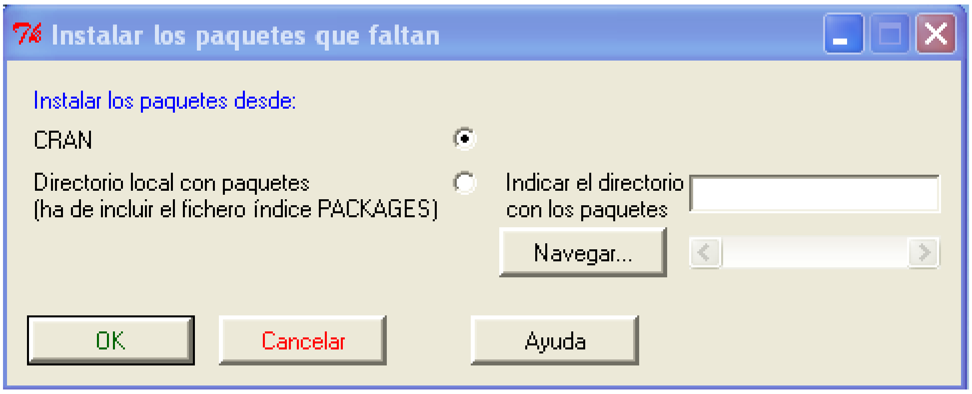
2.1 irudia. `Rcommander`-en deskarga leihoa.

Behin `Rcmdr` gure ordenagailuan instalatuta, kargatu egin beharko dugu. Horretarako, R exekutatzean `Paquetes>Cargar` aukera hauta dezakegu, eta, ondoren, gure pantailan agertuko den zerrendan (gure ordenagailuan instalatutako paketeak dira) `Rcmdr` aukeran klikatu. Nahiago izanez gero, zuzenean kontsolan `library(Rcmdr)` idatz genezake. `Rcmdr` paketea lehen aldiz kargatzeko eskatzen dugunean, R-k jakinaraziko digu behar bezala ibiltzeko gomendagarria dela beste pakete batzuk ere instalatzea. Instalazio-prozesuan guk egin beharreko gauza bakarra lehenetsiriko aukerak onartzea da.



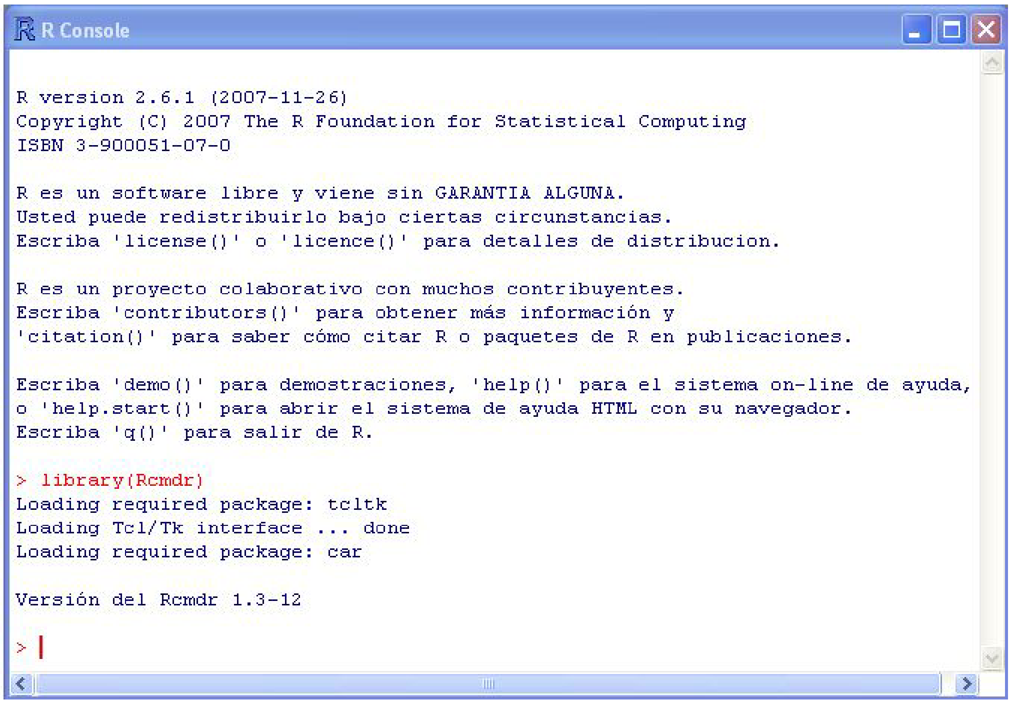
2.2 irudia. Paketeak instalatzeko baimenaren eskaera.

R-k beste leiho bat bistaratuko du, oraindik falta zaizkigun paketeak nondik instalatu nahi ditugun aukeratu dezagun. CRAN hautatuko dugu.



2.3 irudia. Pakete gehigarrien instalazioa.

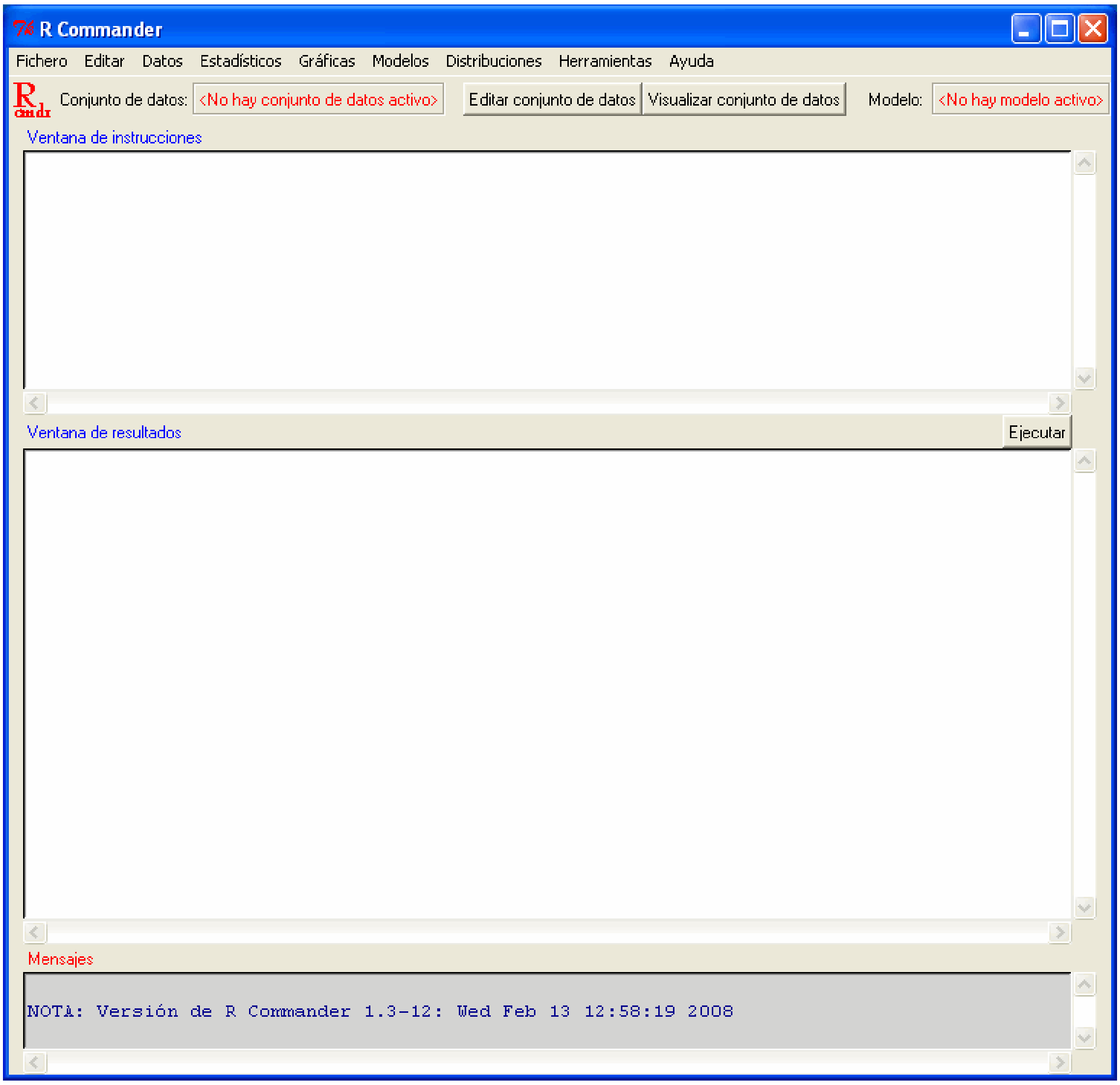
`Rcmdr` kargatu eta instalatu ondoren, R kontsolak itxura hau izango du.



2.4 irudia. R kontsola, `Rcommander`.

2.2 Deskribapena

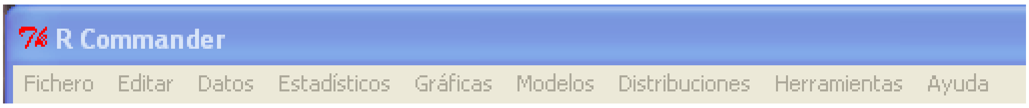
Datorrena, `Rcommander Graphical user Interface`-ren hasierako pantaila da. Oinarrizko leihoa bost ataletan zatituta ageri da.



2.5 irudia. `Commander` leihoa.

1.- Menu-barra

Beste hainbat aplikaziotan bezala, menu-barra goitik beherako aukeretarako sarbidea da. Menu-barrak eskaintzen dituen aukerak hauek dira: fitxategiak maneiatzea; datuak manipulatzea eta deskribatzea; estatistika-ereduak egokitzea; grafikoak sortzea, eta `Rcommander`-ekin lotutako hainbat konfigurazio-aukera zehaztea. Aurrerago, eskuragarri dagoen aukera oro zehatz-mehatz aurkeztuko da.



2.6 irudia. `Rcommander`-en menu-barra.

2.- Datuak

`Rcommander`-eko pantaila nagusiko bigarren lerroak eskuragarri dauden datuen berri ematen du (“*Conjunto de datos*”). Komando eta funtzioak aktibo dagoen datu multzoan exekutatzen dira, nahiz hainbat datu multzo izan ditzakegun lan-saio bakarrean. Datu multzoen artean trukeak egiteko, aktibo dagoen datu multzoaren leihoan sakatzen da. Hala, datu multzoak erakutsiko zaizkigu, horietatik bat aukeratzeko.

`Rcommander`-ek datuak editatzeko eta datuak ikusteko aukerak eskaintzen ditu. `Rcommander`-en datu-editorea datu multzo txikiak sartzeko erabil daiteke; haren gaitasunak, editore moduan, beste edozein datu-editoreren aldean urriak dira. Beraz, datuak sartzeko editore ahaltsuagoak erabiltzea gomendatzen dugu. `Rcommander`-en leihoaren bigarren lerro honetan eredu aktiboa zein den erakusten da (`modelo activo`); hots, datuei aplikatzen ari zaien eredu matematikoa.

2.7 irudia. `Rcommander`-en datu multzoen leihoa.

Datuak bistaratzeko aukera (`Visualizar conjunto de datos`) 100 aldagai baino gutxiago dituen datu multzoetara mugaturik dago. Muga hortatik aurrera (aldatu egin daiteke) datu-editorea erabiltzen da (`Editar conjunto de datos`).

3.- Komandoen leihoa (*Script Window*)

`Rcommander`-eko menuak erabiliz agindutako eragiketa guztiak komandoen leihoan idatzirik agertzen dira. Leiho horrek kode-editorearen funtzioak betetzen ditu eta bertan zuzenean idatz daitezke exekutatuko diren komandoak. Komando bat idatzi ondoren exekutatzeko, komandoak hartzen dituen lerroak saguarekin markatu, eta

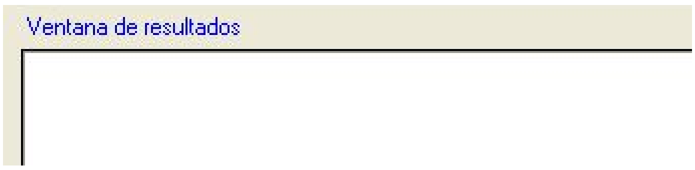
aukera edo `Ctrl+r` (`run`) klikatu behar da. Komando batek lerro bat baino gehiago hartzen baditu, bigarren eta ondorengo lerro guztien hasieran tabulazioa edo espazio bat utzi beharko da. `Ctrl+a` teklen konbinazioak komandoen leihoaren lerro guztiak aukeratuko ditu; eta `Ctrl+s` konbinazioak komandoen fitxategia gordetzeko leihoa zabalduko du.

`Rcommander`-en exekutatutako eragiketa guztiak komandoen leihoan agertzeak laguntzen dio erabiltzaileari R programazio-ingurunearekin ohitzen. Hortaz, dedikazio eta interes apur batekin, leiho horretan agertzen diren oinarrizko komandoak ezagutu ahal izango dira; eta, noski, baita egokitu eta manipulatu ere.

2.8 irudia. `Rcommander`-en aginduen leihoa.

4.- Emaitzen leihoa *(output window)*

Emaitzen leihoan agertzen dira bai exekutatzeko komandoak (kolore gorriz), bai horietatik etorritako emaitzak ere (kolore urdin ilunez).



2.9 irudia. `Rcommander`-en emaitzen leihoa.

Egindako eragiketen emaitza guztiak emaitzen leihoan agertzen dira, grafikoak ezik. `Rcommander`-ek sortutako grafikoek, besterik adierazi ezean, beste leiho bat irekitzen dute.

5.- Mezuen leihoa

Mezuen leihoak informazioa ematen du `Rcommander`-ekin lan egitean egindako erroreez (kolore gorriz), komandoen exekuzioetan sortutako oharrez (*warnings*, kolore berdez) edo erabiltzen ari den datu multzoaz (kolore urdin ilunez).

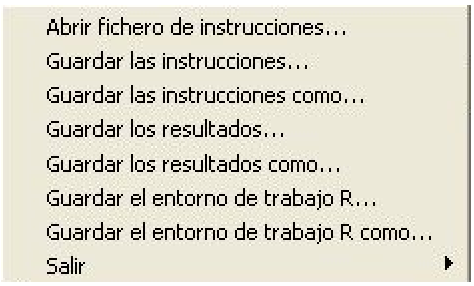
2.10 irudia. `Rcommander`-en mezuen leihoa.

2.3 Menu-barra

`Rcommander`-en menu-barrak aukera orokor hauek ditu.

Fitxategia

"Fitxategia" aukerak duen goitik beherako menuaren bidez, komandoen leihoan sortu diren kodeak eta eginiko prozesuen emaitzak graba edo berreskura daitezke.

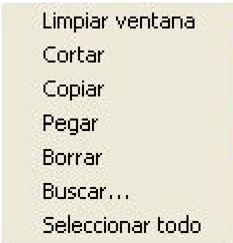


2.11 irudia. Menu-barrako fitxategia.

Menu horren aukerek balio dute `Rcommander` erabiliz egindako lan-saioak gordetzeko eta eskuratzeko. Komandoen fitxategiak, besterik esan ezean, ".R" luzapenarekin gordetzen dira eta sortutako irteerek ASCII formatuko ".txt" luzapena izaten dute. Lan-ingurunearekin erlazionatutako aukerei esker, lan-saio batean sorturiko objektu guztiak (bektoreak, matrizeak, datu-markoak...) gorde daitezke. Gorde diren objektuak kargatu daitezke datuen kudeaketarekin loturiko goitik beherako menuan (`Datos`) dagoen `Cargar conjunto de datos` aukeraren bidez. Lan-saioa edozein luzapenekin gorde daitekeen arren, besterik esan ezean datuak kargatzeko aukerak ".Rda" luzapena erabiltzen du.

Edizioa

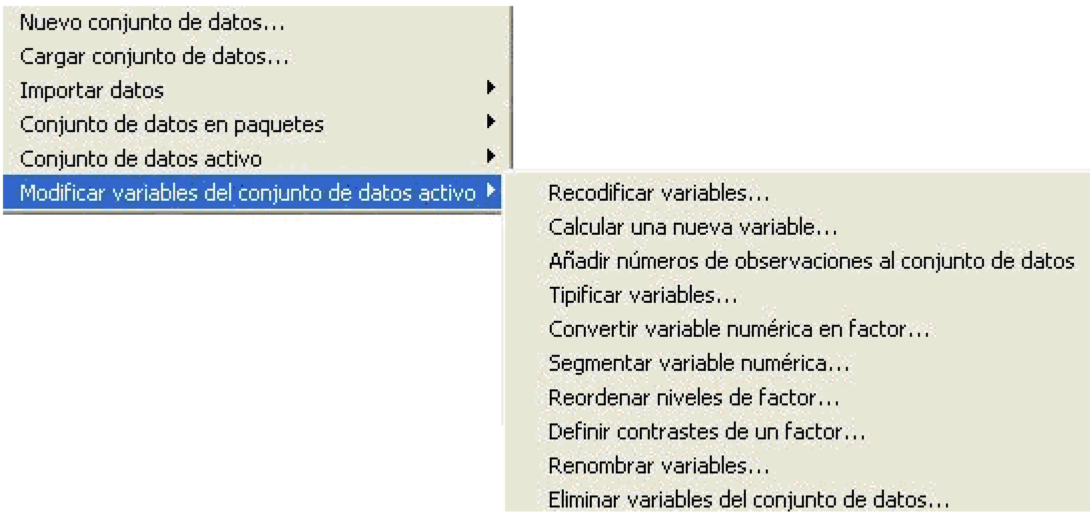
Edizioak ohiko edozein editoreren aukerak ematen ditu (moztu, kopiatu, itsatsi, bilatu...). Edizio-funtzioak komandoen leihoan eta emaitzen leihoan erabil daitezke.



2.12 irudia. Menu-barrako editorea.

Datuak

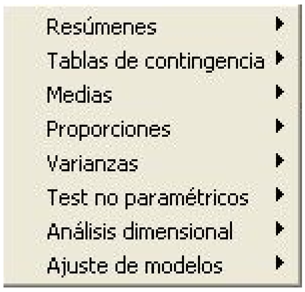
Aukera horrek goitik beherako menu bat irekitzen du, datu multzoak irakurtzearekin edo inportatzearekin eta datuak manipulatzearekin loturik dagoena.



2.13 irudia. Menu-barrako datuak.

Estatistikoak

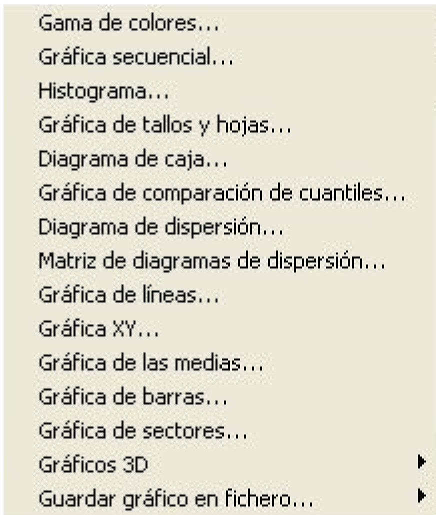
Aukera horrek bideak zabaltzen dizkigu datuen deskribapenarekin, oinarrizko estatistika-analisiekin, test ez-parametrikoekin, fidagarritasunaren eta dimentsionalitatearen azterketarekin eta eredu linealaren zenbait aukeraren erabilerarekin loturiko funtzioetarako.



2.14 irudia. Menu-barrako estatistikoak.

Grafikoak

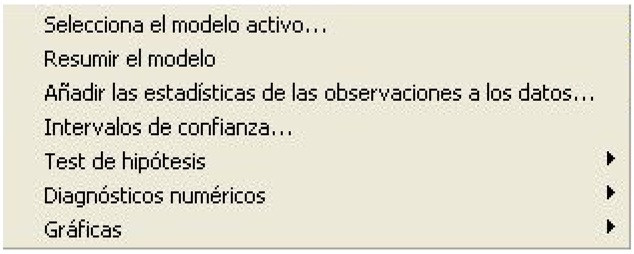
Horren bidez oinarrizko grafikoak sor daitezke. `Rcommander`-ek eskaintzen duen aukera benetan zabala da.



2.15 irudia. Menu-barrako grafikoak.

Ereduak

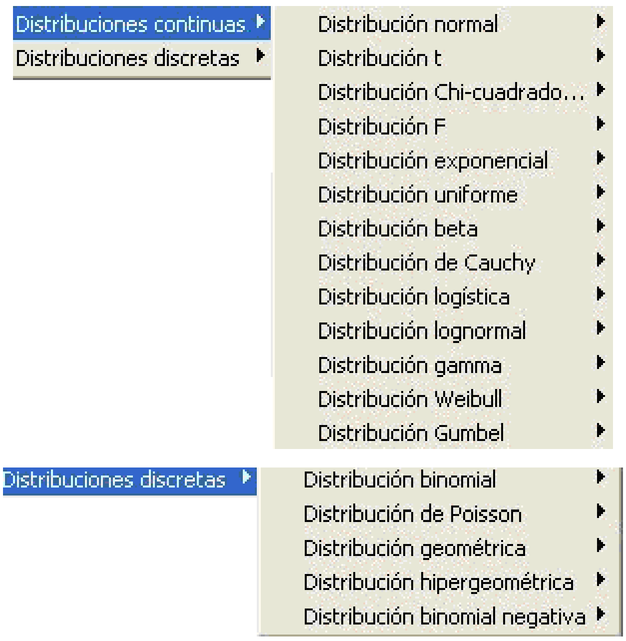
Eredu formal bat datuei aplikatu ondoren, `Rcommander`-ek datuen eta ereduaren arteko doiketa-mailan sakontzeko aukera ematen du.



2.16 irudia. Menu-barrako ereduak.

Banaketak

Aukera horrek aldagai jarraituen eta diskretuen probabilitate-banaketa ohikoak jartzen ditu erabiltzailearen eskutan. `Rcommander`-ek probabilitate-banaketa bakoitzerako kuantilak, probabilitateak eta grafikak ematen ditu. Tresna horrek probabilitate-taulak erabili beharra saihestu dezake.



2.17 irudia. Menu-barrako banaketak.

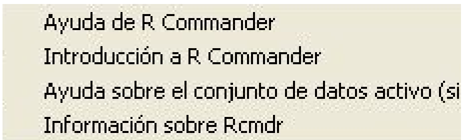
Tresnak

"`Herramientas`" aukerak eskaintzen dizkigu R-ren paketeak kargatzeko (jada instalatuta egon behar dute) eta `Rcommander`-en konfigurazioarekin erlazionaturiko hainbat funtzio.

2.18 irudia. Menu-barrako tresnak.

Laguntza

Aukera horrek `Rcommander` maneiatzeko informazioa ematen digu.



2.19 irudia. Menu-barrako laguntza.

2.4 Datuak irakurtzea eta inportatzea

R hizkuntzan ez da *fitxategi* hitza erabiltzen; haren lekuan objektuez hitz egiten da (bektoreak, matrizeak, faktoreak, zerrendak, datu-markoak, funtzioak). R ingurunean ia guztia da objektua. Datuen analisian erabiltzen diren egiturak (errenkadak × zutabeak, kasuak × aldagaiak), *datu-markoak* dira R-n. Alegia, datu-markoa izaera desberdinekoaldagaiak biltzen dituen errenkaden eta zutabeen egitura da. Bertan, zutabe nahiz errenkada bakoitzari izenak jartzeko aukera dago (hori ezinezkoa da SPSS moduko paketeekin). Datu-markoak objektu mota ohikoenak dira R-n. Horiek izendatzeko objektuak izendatzeko aipaturiko arauak errespetatu behar dira (adibidez, izena ezin da zenbakiz hasi). Datu-markoko aldagai bat identifikatzeko datu-markoaren izenari "`$`" sinboloa gehituko zaio eta horren ondoren aldagaiaren izena idatziko da.

Adibidez, eman dezagun pertsona talde batek asteko lehen hiru egunetan sartutako lan-orduak biltzen dituen “lan.orduak” izeneko datu-fitxategia dugula.

Datu-marko horrek 4 aldagai ditu: asteko egunekin erlazionatutako hiru aldagai (astelehena, asteartea, asteazkena) eta langileak autoa duen ala ez esaten diguna.

	astelehena	asteartea	asteazkena	autoa
Joxepo	7	8	8	BAI
Antxon	7	7	8	BAI
Maite	0	8	8	EZ

Datu-marko horren aldagai bakoitza honela izendatuko da:

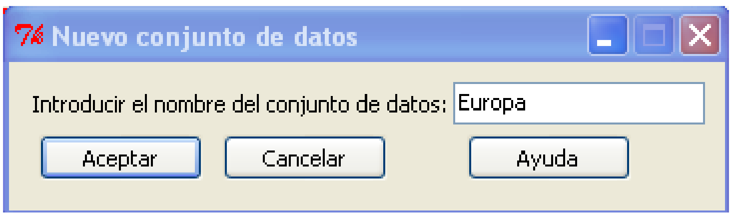
`lan.orduak$astelehena`, `lan.orduak$asteartea`,
`lan.orduak$asteazkena`, `lan.orduak$autoa`

R-n aztertu nahi diren datuek datu multzo aktiboak izan behar dute. Datu multzo aktiboa definitzeko hiru dira `Rcommander`-ek eskaintzen dituen aukerak. Goitik beherako menuan:

- `Datos> Nuevo Conjunto de datos`: datu multzo berria sortu.
- `Datos>Cargar conjunto de datos`: aurrez dagoen datu multzoa kargatu.
- `Datos> Importar datos`: beste formatu batean dauden datuak eskuratu.

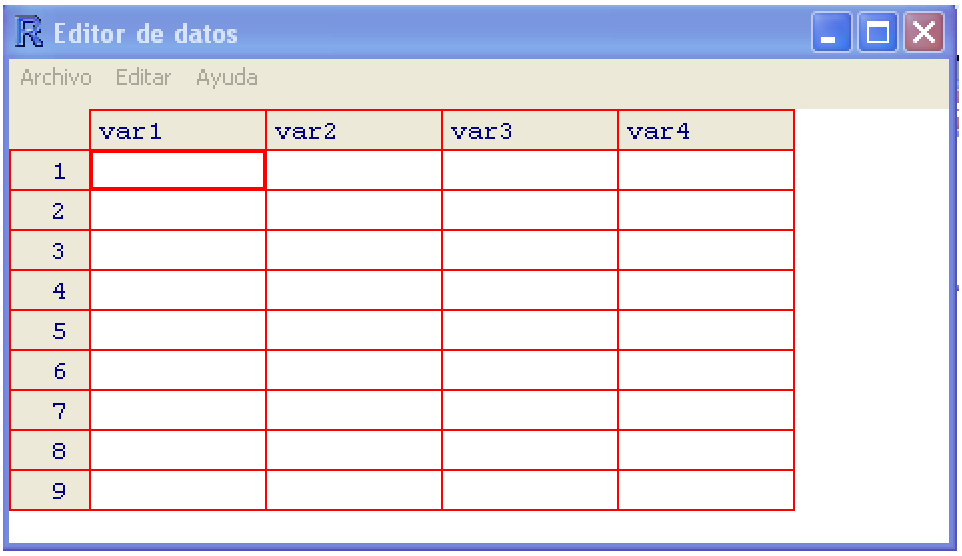
Datu multzo berria sortu

R-k badu datu-editore bat, eta hori erabiltzen du `Rcommander`-ek datuak sartzeko. Sortu nahi den datu multzoari izena eman ondoren sar daitezke datuak.



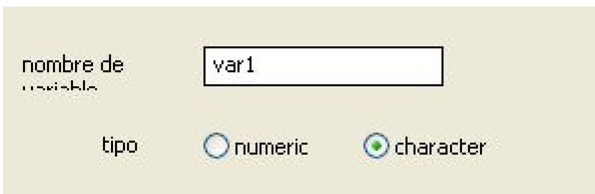
2.20 irudia. Datu multzo berria.

Adibide honetan sortu nahi dien datu-markoari “`Europa`” izena jarri zaio. `Rcommander`-eko datu-editorea nahiko mugatua denez, sartu nahi diren datuen kopurua oso handia ez denean bakarrik erabiltzea komeni da.



2.21 irudia. `Rcommander`-eko datu-editorea.

Edizio-leihoan sartu nahi diren aldagaiak izenda daitezke, eta horrekin batera aldagai jarraituak edo kualitatiboak diren zehaztu. Ekintza horiek egiteko, editorearen lehenengo errenkadako edozein zutabetan (`var1`, `var2`...) sakatuko da; hala, leiho hau irekiko da:



2.22 irudia. Aldagai moten definizioa.

Editor de datos

	Nazioa	Biztanleak	var3	var4	var5	var6
1	Alemania	82900000				
2	Austria	8e+06				
3	Belgica	1.03e+08				
4	Chipre	790000				
5	Dinamarca	5300000				
6	Eslovaquia	5400000				
7	Eslovenia	2e+06				
8	España	42700000				
9	Estonia	1400000				
10	Finlandia	5800000				
11	Francia	59600000				
12	Grecia	1.1e+07				
13	Holanda	16100000				
14	Hungria	10100000				
15	Irlanda	3900000				
16	Italia	57300000				
17	Letonia	2300000				
18	Lituania	3700000				
19	Luxemburgo	448000				

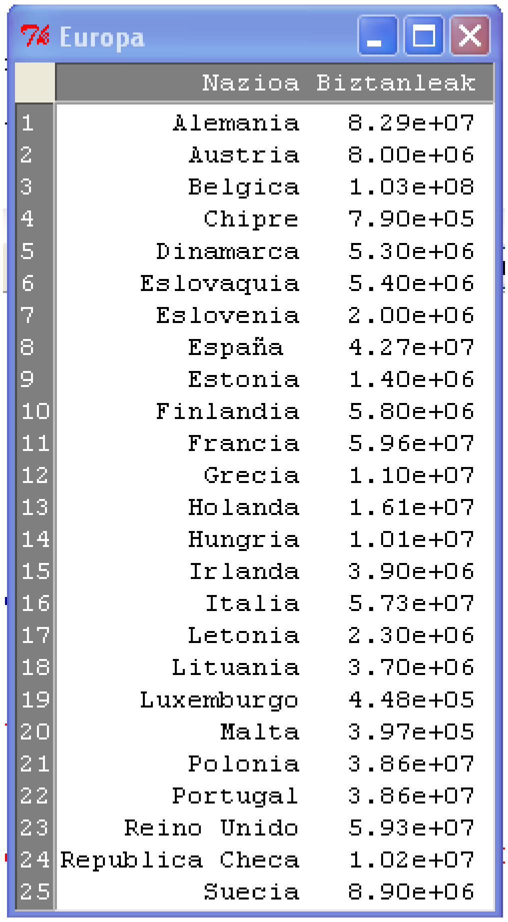
2.23 irudia. Datu-editorea.

Editorean mugitzeko ohiko teklak eta funtzioak erabil daitezke; hala nola, orrietan aurrera egiteko tekla (AvPag) eta atzera egitekoa (RePag) erabiliz, uneko pantailaren aurrekoa eta ondorengoa bistaratuko da. Hasiera-teklak kurtsorea matrizeko lehenengo laukitxoan (1. errenkada, 1. zutabea) ipiniko du; amaiera-teklak azkeneko laukitxora eramango du kurtsorea. Edozein laukitxotan saguaren eskuineko botoia sakatuz, zutabeen tamaina automatikoki alda daiteke.

Datuak sartzen bukatu ondoren, edizioko leihotik ateratzeko `Archivo` menuko `cerrar` aukera hautatu behar da (`Archivo>Cerrar`). Komandoen leihoan mezu bat aterako da, “`Europa`” izeneko datu-markoa sortu dugula esanez. Orain, `Conjunto de Datos` leihoan `Europa` agertuko da. Horrek, datu multzo aktibo baten jabe garela adierazten du, eta definituko diren komandoak eta funtzioak datu multzo horretan aplikatuko dira.

```
Europa <- edit(as.data.frame(NULL))
```

Datuak bistaratzeko aukerak (*Visualizar conjunto de datos*) `Europa` datu-markoaren edukia erakutsiko du. Hala nola, aldagaien izenak (*Nazioa, Biztanleak*) eta horien edukiak.



	Nazioa	Biztanleak
1	Alemania	8.29e+07
2	Austria	8.00e+06
3	Belgica	1.03e+08
4	Chipre	7.90e+05
5	Dinamarca	5.30e+06
6	Eslovaquia	5.40e+06
7	Eslovenia	2.00e+06
8	España	4.27e+07
9	Estonia	1.40e+06
10	Finlandia	5.80e+06
11	Francia	5.96e+07
12	Grecia	1.10e+07
13	Holanda	1.61e+07
14	Hungria	1.01e+07
15	Irlanda	3.90e+06
16	Italia	5.73e+07
17	Letonia	2.30e+06
18	Lituania	3.70e+06
19	Luxemburgo	4.48e+05
20	Malta	3.97e+05
21	Polonia	3.86e+07
22	Portugal	3.86e+07
23	Reino Unido	5.93e+07
24	Republica Checa	1.02e+07
25	Suecia	8.90e+06

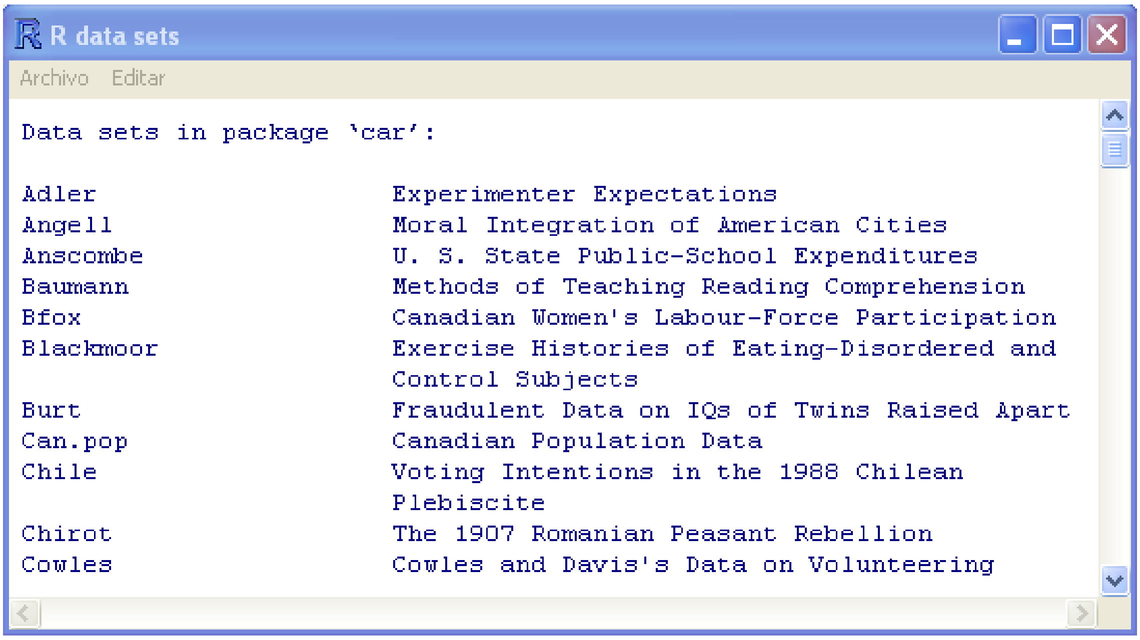
2.24 irudia. Datuak bistaratzeko leihoa.

Datu-markoa sortzeak ez du esan nahi "Europa" izenpean dauden datuak gordetzen direla (garrantzitsua da gogoan izatea). Hurrengo lan-saioan datu horiek erabili nahi badira, datuak gorde egin behar dira: ***Datos>Conjunto de datos activo>Guardar conjunto de datos activos.***

Datu multzoa kargatu

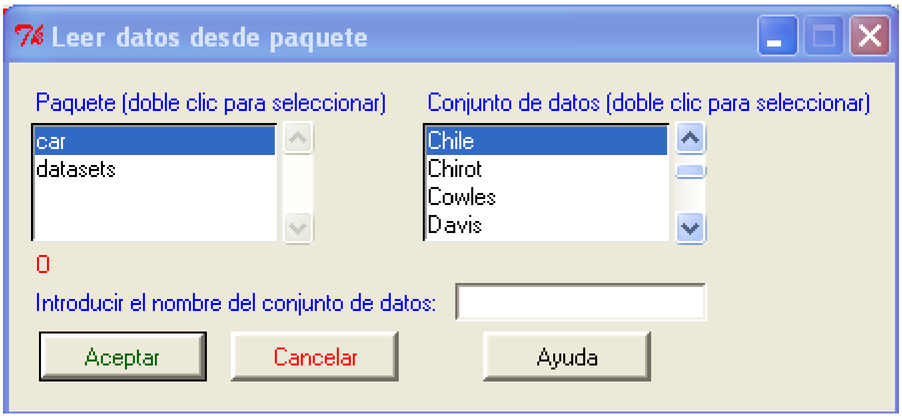
Kargatu nahi diren datuak guk geuk sorturikoak badira, menu-barrako aukera zuzena `Datos>Cargar conjunto de datos` da. Hori erabiliz, aurreko lan-saioetan ".RDA" luzapenarekin gorde ditugun objektuetara iritsiko gara; adibidez, "Europa.rda" datuak berreskuratzeko hori da erabili beharko litzatekeen aukera.

Instalatzen diren pakete askok berezko datu multzoak ekartzen dituzte. Horiek ikusteko eta kargatzeko, `Datos>Conjunto de datos en paquetes` hautatu behar da. Horren barnean bi aukera ditugu: `Lista de conjuntos de datos en paquetes` eta `Leer conjunto de datos desde paquete adjunto…`. Lehenengoak zenbait xehetasun ematen dizkigu: instalaturiko paketeetan dauden datu multzoen zerrenda, horien kokapena (zer paketetan aurkitzen den) eta datu multzoen edukiaren laburpena.



2.25 irudia. “car” paketeko datu multzoen zerrenda.

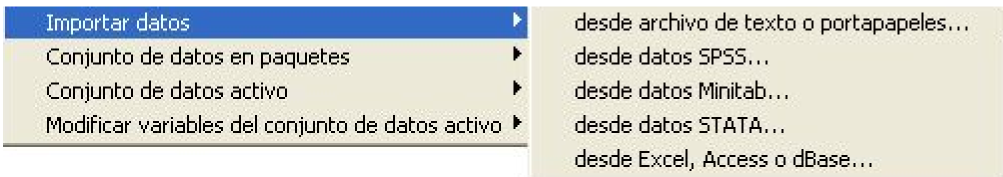
Bigarrenak, berriz, horiek kargatzeko aukera: `Conjunto de datos en paquetes>Leer conjunto de datos desde paquete adjunto…` Lehenik, datuak dauden paketea aukeratu behar da (ezkerraldeko leihoa) eta gero datu multzoa aukeratu, eta nahi izanez gero, datu multzoari izen berria jarri.



2.26 irudia. “car” paketeko datu multzoak.

Datuak inportatzea

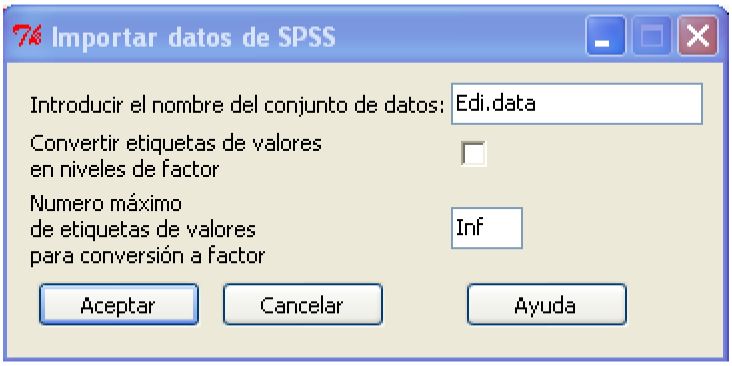
`Rcommander`-ek hainbat fitxategi-formatu irakur ditzake. Lehen pausoa da datu horiek inportatzea ASCII fitxategietatik, datu-analisirako softwarearekin (STATA, Minitab, SPSS...) sorturiko fitxategietatik, edo Excel eta Acces moduko programetatik. Datuak inportatzeko menu-barratik `Datos>Importar datos` goitik beherako menura joan behar da.



2.27 irudia. R-tik inporta daitezkeen fitxategien formatuak.

Jarraian aurkezten den adibidean SPSSrekin sortutako artxiboa (“.sav) inportatuko da, baina, azalpenak eta prozedurak orokorrak direnez, formatu guztietarako balio dute.

SPSStik fitxategi bat inportatzeko, `Datos>Importar Datos>desde datos SPSS`... bideari jarraituz, inportazio-aukerak zehazteko elkarrizketa-leihoa irekitzen da.



2.28 irudia. SPSStik artxiboa inportatzea.

Lehenik eta behin, datu multzoaren izena zehaztu behar da. Ez du zertan bat egin inportatu nahi dugun artxiboaren izenarekin. `Convertir etiquetas de valores en niveles de factor` leihoko aukera oso garrantzitsua da aldagai kategorikoen kasuan. R ingurunean aldagai kategorikoek `faktore` izena hartzen dute, eta horien erabilera estatistikoa mugatua dago. Hau da, faktoreekin ezin dira egin aldagai jarraituekin egiten diren ohiko analisiak; esaterako batezbesteko aritmetikoa edo korrelazioa; hori kontuan eduki behar da datuak inportatzerakoan.

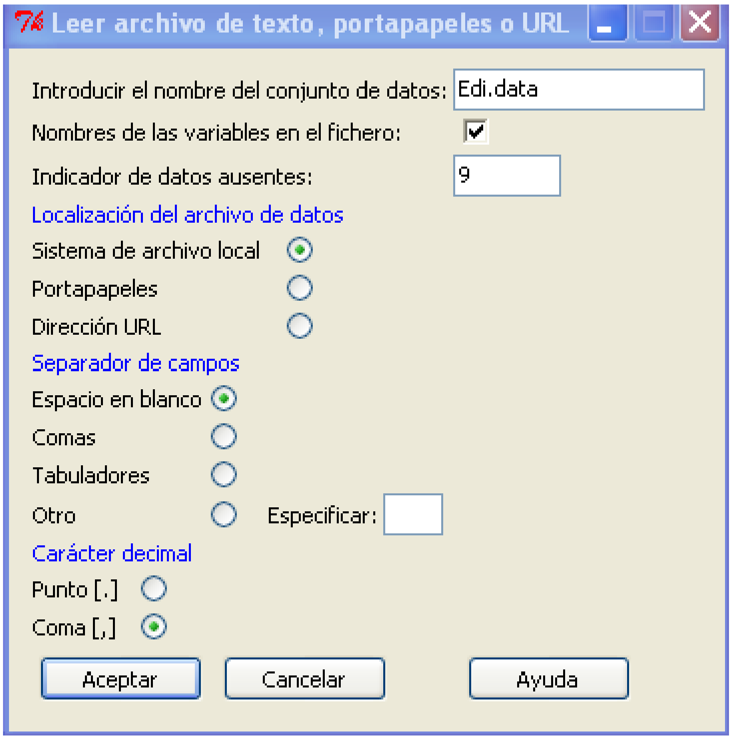
> *"Convertir etiquetas de valores en niveles de factor"*
> *Eskala psikometrikoak aztertzerakoan berebiziko garrantzia du aukera horrek. Galdesortetan ohikoak diren Likert itemak ordenaturiko eskala graduatuak dira, eta R-k faktoretzat hartzen ditu. Aukera hori aldatzen ez bada, ezingo da fidagarritasunaren azterketarik egin.*

Inportatze-prozesuaren parametroak definitu ondoren, `Aceptar` sakatuz inportatzera goazen fitxategia irekitzen utziko digu `Rcommander`-ek. Aukera horrek sortzen duen komandoak (ikus komandoen lehioa), “Edi_Liburu.sav” fitxategira heltzeko `read.spss` funtzioa erabiltzen du, eta irakurritako fitxategiari “Edi.data” izena ematen dio.

```
Edi.data <- read.spss("C:/Edi_Liburu.sav", se.value.labels=FALSE,
max.value.labels=Inf, to.data.frame=TRUE)
```

Fitxategia inportatu ondoren “`NOTA: El conjunto de datos Edi.data tiene 976 filas y 24 columnas`” agertuko da mezuen leihoan.

ASCII formatua dagoen edozein fitxategi inportatzeko `Datos>Importar Datos>Desde archivo de testua o portapapeles` hautatu behar da. Aukera horrek leiho berri bat zabaltzen du, eta hor zenbait inportazio-parametro finkatuko dira.



2.29 irudia. ASCII formatutik artxiboa inportatzea.

Inportazio-parametroak zehazterakoan, bereziki dira garrantzizkoak faltako balioak (*missing value*) eta karaktere hamartarra. R-n, faltako balioen presentzia `NA` letrek (*Non Available*; ez erabilgarria) adierazten dute. Ez bada zehazten nola kodetu diren faltako balioak inportatu beharreko fitxategian, `NA` letrekin bereizten diren balioek ez dute faltako balioen tratamendurik, eta, horrela jokatuz gero, emaitza benetan arraroak lortuko dira.

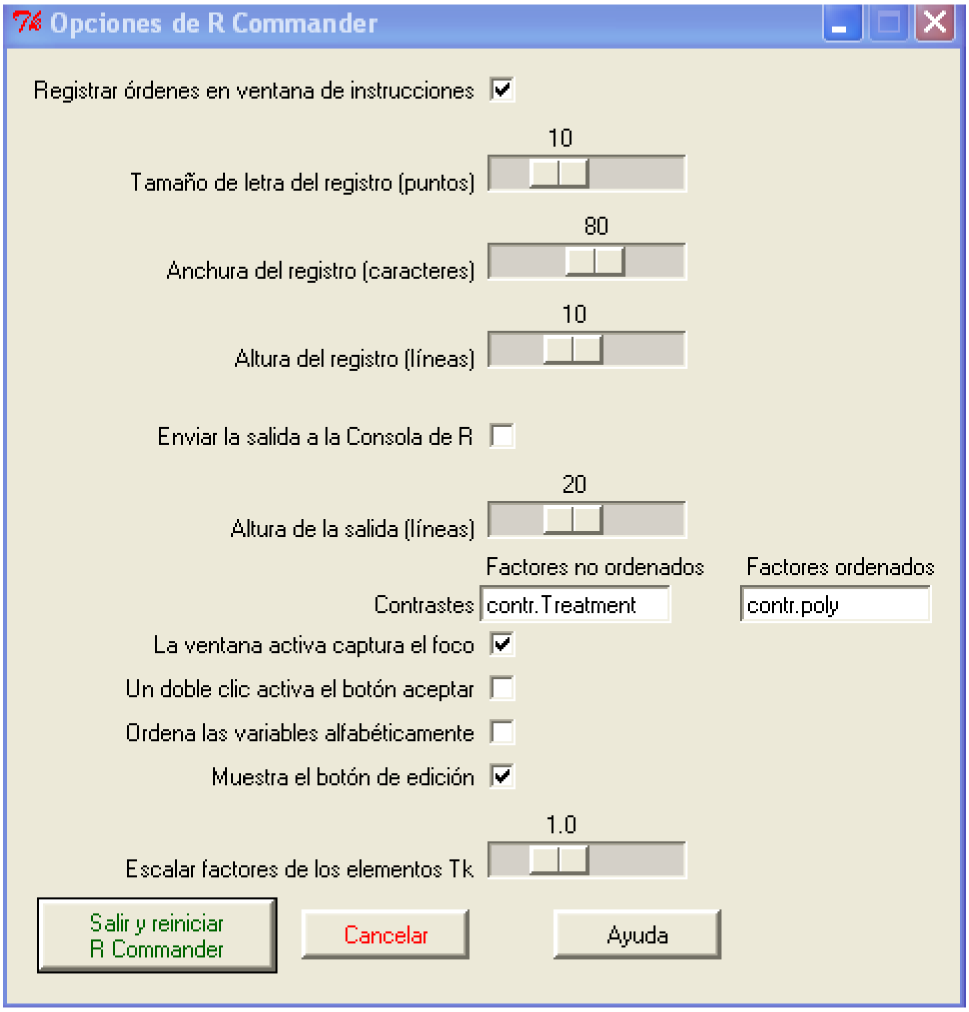
Faltako balioez gain, ASCII fitxategian erabilitako kode hamartarra adierazi behar da. Koma erabiltzen bada baina hori zehaztu gabe, aldagai guztiak aldagai kategorikotzat hartuko dira; izan ere, R-k lehenetsitako aukera puntua da.

R-k ASCII fitxategiak irakurtzeko erabiltzen duen funtzioa komandoen leihoan agertuko da.

```
    Edi.data <- read.table("C:/EDI.txt", header=TRUE, sep="",
na.strings="9", dec=",", strip.white=TRUE)
```

2.5 Konfigurazio-aukerak

Menu-barraren `Herramientas>Opciones...` aukeran, `Rcommander`-en oinarrizko konfigurazioari dagozkion hainbat aldaketa egin daitezke, `Rcommander`-en itxura aldatzeko nahiz gure lan-ohituretara egokitzeko.



2.30 irudia. `Rcommander`-en konfigurazioa.

Ziur aski, horien artean praktikoena, datu multzoaren aldagaien bistaratzeari dagokio. Eskuarki, ikertzaileak, datuak sortzen dituenean, ordena zehatz bat finkatzen du, baina, besterik adierazi ezean, `Rcommander`-ek aldagaiak alfabetikoki ordenatzen ditu. Horrek analisien emaitzak aldatuko ez baditu ere, norberak ordena aukeratzea gomendatzen da.

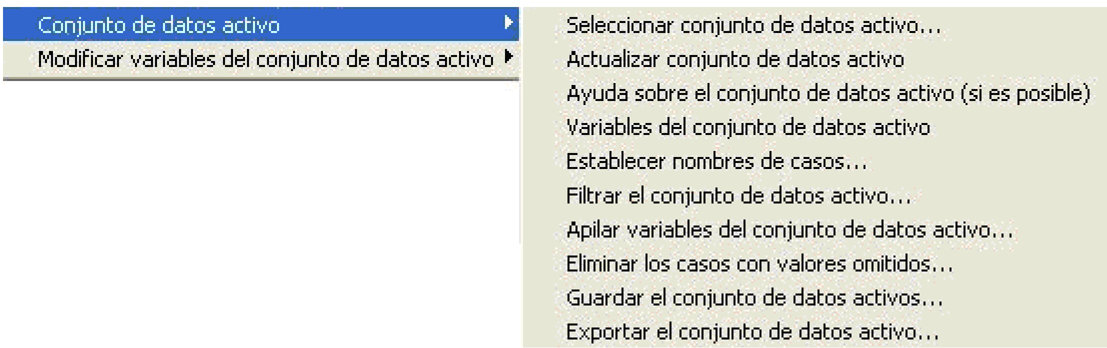
.

3 Datuak manipulatzea eta aldagaiak eraldatzea

Datu multzo aktiboa finkatu ondoren, `Rcommander`-en goitik beherako menuen bidez datu multzoko datuak manipula eta alda daitezke. `Datos >Conjunto de datos activo` aukeraren barnean, datu multzo aktiboaren zehaztapenekin eta kudeaketarekin loturiko funtzioak daude. `Rcommander`-ek kasuak edo aldagaiak hautatzeko, kasuak edo aldagaiak ezabatzeko edo aldagaiak sortzeko eta aldatzeko aukerak eskaintzen ditu. Aldagaien manipulazioarekin loturiko funtzioak (aldagai berriak sortzea, balioak birkodetzea edo balioak aldatzea) `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo` bideari jarraituz egiten dira. Kapitulu honetan, `Rcommander`-ek eragiketa horiek exekutatzeko dituen aukerak laburki azalduko dira.

3.1 Datuak manipulatzea

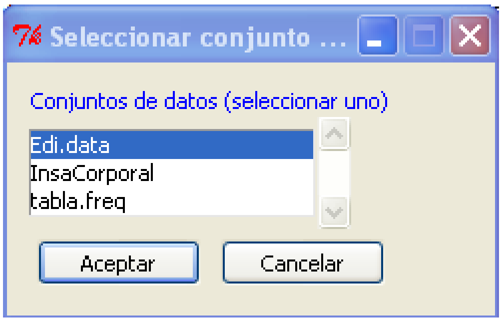
Aukera hori zuzenean lotua dago datu multzo aktiboa manipulatzearekin zerikusia duten eragiketekin; eragiketa horien artean dago aipatutako faltako balioak ezabatzea, kasuak hautatzea edo datuak esportatzea.



3.1. irudia. Datuak maneiatzeko aukerak.

3.1.1 Datu multzo aktiboa hautatzea

`Rcommander`-en komandoak eta funtzioak datu multzo aktiboan exekutatzen dira; horrek ez du esan nahi datu multzo bat baino gehiago aldi berean erabiltzeko aukerarik ez dugunik. Adibidez, orain arte “Europa” izeneko datu multzoa sortu dugu, eta “Edi.data” izeneko SPSSko fitxategia inportatu dugu; biak agertuko dira `Rcommander`-eko `Conjunto de Datos` leihoan. Hala ere, beharrezkoa da lan egiteko erabili behar dugun datu multzoa hautatzea: `Datos> Conjunto de datos activo>Seleccionar conjunto de datos activo`….



3.2. irudia. Datu multzo aktiboa aukeratu.

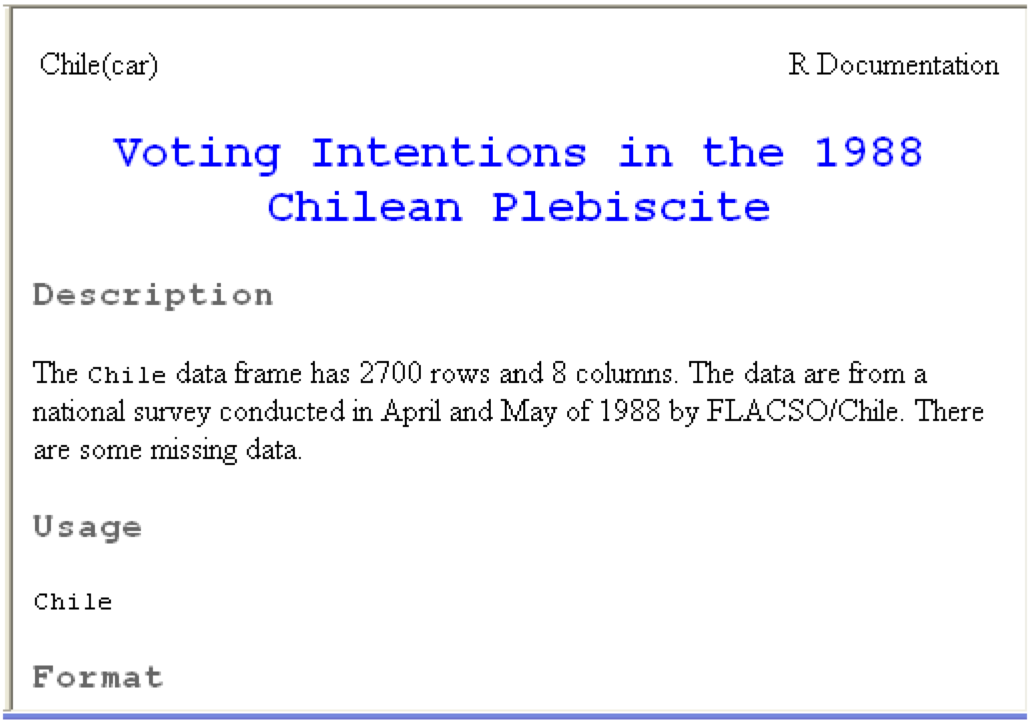
3.1.2 Datu multzo aktiboa eguneratzea

Datu multzo baten balioak birkodetuak edo aldatuak izan direnetan, datumultzoa eguneratzea komeni da, aldaketak ongi gorde daitezen. `Datos> Conjunto de datos activo>Actualizar conjunto de datos activo` aukerak funtzio hori betetzen du.

3.1.3 Datu multzo aktiboaren inguruko laguntza

R-n instalatzen diren pakete gehienek datu multzoak dakartzate eta horiekin batera datuei buruzko dokumentazioa ere. Horiei buruzko informazioa lortzeko erabili beharreko bidea hau da: `Datos>Conjunto de datos activo>Ayuda sobre el conjunto de datos activo (si es posible)`.

Adibidez, `Rcommander`-ek erabiltzen dituen paketeetako batean (`car`) `Chile` izeneko datu multzoa dago; horri dagokion informazioa honako hau da:


Chile(car) R Documentation

Voting Intentions in the 1988 Chilean Plebiscite

Description

The `Chile` data frame has 2700 rows and 8 columns. The data are from a national survey conducted in April and May of 1988 by FLACSO/Chile. There are some missing data.

Usage

`Chile`

Format

3.3. irudia. `Car` paketeak dakarren `Chile` datu multzoari buruzko informazioa.

3.1.4 Datu multzo aktiboko aldagaiak

Datu multzo aktiboak dituen aldagaien izenen zerrenda lortzeko, nahikoa da aukera hau hautatzea: `Datos>Conjunto de datos activo>Variables del conjunto de datos activo`. Hori eginez, `Edi.data` datu multzoaren aldagaiak ikus daitezke.

```
> names(Edi.data)
[1] "Adina" "Sexua" "Pisua" "Altuera"  "OD_1"  "OD_2" "OD_3" "OD_4" "OD_5" "OD_6"
[11] "OD_7" "IC_1" "IC_2" "IC_3" "IC_4" "IC_5" "IC_6" "IC_7" "IC_8"   "IC_9"
[21] "IC_10"  "Pisunahi" "BA"    "B”
```

Zerrenda hori lortzen duen R-ko komandoa kontsolan ageri da: `names(datu multzoaren izenburua`. Zerrendaz gain, kortxetez inguratutako zenbakiak ere agertzen dira; elementu horiek aldagaiaren lekuaren adierazleak dira. Gure kasuan, lortutako irteeran sortu den [1] zenbakiak adierazten du datu multzoko aldagai guztien artean ADINA aldagaiaren kokapena zein den. OD_7 aldagaia [11] hamaikagarren lekuan dago, eta IC_10 aldagaia [21] hogeitabatgarrenean.

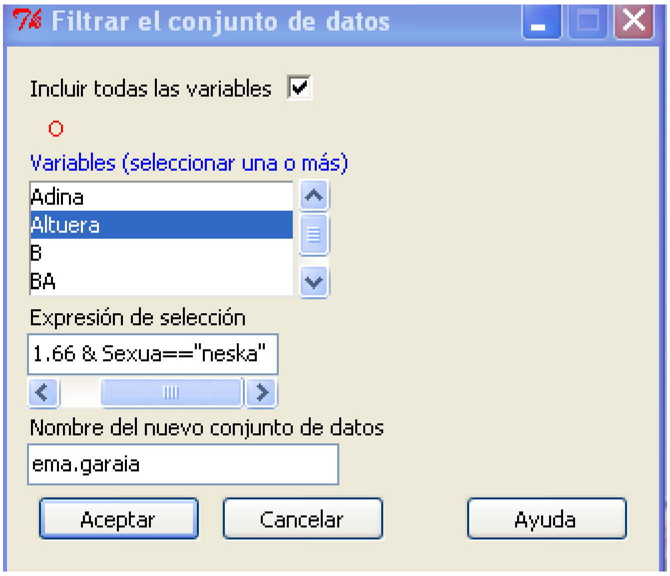
3.1.5 Kasuei izenak jartzea

Aldagaiek izenak dituzten bezala, datu multzoko errenkada bakoitzari izen bat jarri diezaiokegu, Datos > Conjunto de datos activo > Establecer nombres de casos... aukeraren bidez. Lerroei izenak jartzeko agintzen denean Rcommander-ek zutabe berri bat gehitzen dio datu-markoari, *rowname,* eta bertan gordetzen dira zehazturiko izenak.

Maneiatzen ari garen datu multzoari izen jakin bat esleitzeak zentzurik ez badu ere, aukera interesgarria da zenbait irteera antolatzeko. Adibidez, itemen analisia egin ondoren irteerak datu-marko batean gorde daitezke; han, zutabeak hainbat adierazle estatistiko islatuko dituzte, eta errenkada bakoitza defini genezake dagokion itemaren izena ipiniz.

3.1.6 Datu multzo aktiboa iragaztea

Datos>Conjunto de datos activo>Filtrar el conjunto de datos activo aukeraren helburua kasuen azpimultzo bat hautatzea da. Hor klikatuz gero, kasuak hautatzeko leihoa zabaltzen da. Iragazteak datu multzo berri bat sortuko du, eta hor jatorrizko aldagai guztiak edo horien bilduma bat gordeko dira.



3.4. irudia. Datuak iragaztea.

"`Expresión de selección`" leihoan, iragazi nahi ditugun datuek bete behar dituzten baldintzak zehazten dira. Adibide moduan, emakumea izatea eta 1,66 m baino altuagoa izatea baldintzak betetzen dituen azpilagin bat hautatu dugu. Sexuaren aldagaia kategorikoa denez, haren balioak komatxoen artean jarri behar dira. Datu multzo berriaren izena `ema.garaia` da, eta komandoa exekutatu ondoren datu multzo aktiboa da. Mezuen leihoan, testu hau irakur daiteke: "`NOTA: El conjunto de datos ema.garaia tiene 136 filas y 24 columnas.`"

Adibide horretan kasuak bakarrik iragazi ditugu. Aldagaiak ere iragazi nahi izanez gero, lehenik, `Incluir todas las variables` aukeraren aldamenean dagoen laukitxoari marka kendu beharko genioke; Hori egin ondoren `Variables (Seleccionar una o más)` laukian agertzen den zerrendatik interesatzen zaizkigun aldagaiak hautatuko genituzke.

Kasuak hautatzeko, `Rcommander`-eko baldintzen leihoan, bereizgarri egokia idatzi behar da. Horretarako, arau hauei jarraitu behar zaie:

Baldintza logikoak	
< <=	... baino txikiagoa ... berdina edo txikiagoa
> >=	... baino handiagoa ... berdina edo handiagoa
= =	... berdina
!=	... desberdina
Eragile logikoak	
&	eta
|	edo
!	Ez

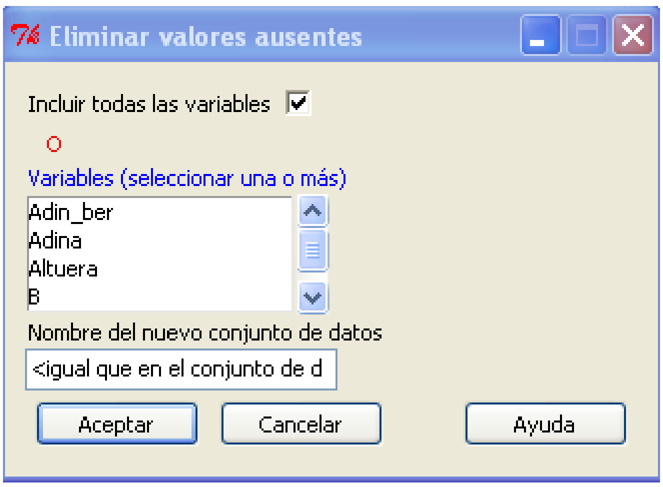
3.1 taula. Baldintzatzaileak eta eragile logikoak

Hau da iragaztea sortzen duen R-ren komandoa:

```
Ema.garaia <- subset(Edi.data, subset=Sexua=="neska" & Altuera>166).
```

3.1.7 Faltako balioak dituzten kasuak ezabatzea

Faltako balioak dituzten kasuak datu multzotik ezabatzeko, bide hau erabili beharra dago: `Datos>Conjunto de datos activo> Eliminar los casos con valores omitidos`. R ingurunean, faltako balioak `NA` (`Non Avaliable`) letraz kodetzen dira. Faltako balioak ezabatzean, datu multzo berri bat sor daiteke, edo, aitzitik, datu multzo zaharraren gainean gorde daiteke datu multzo berria; alegia, faltako baliorik ez duena.



3.5. irudia. Faltako balioak ezabatzea.

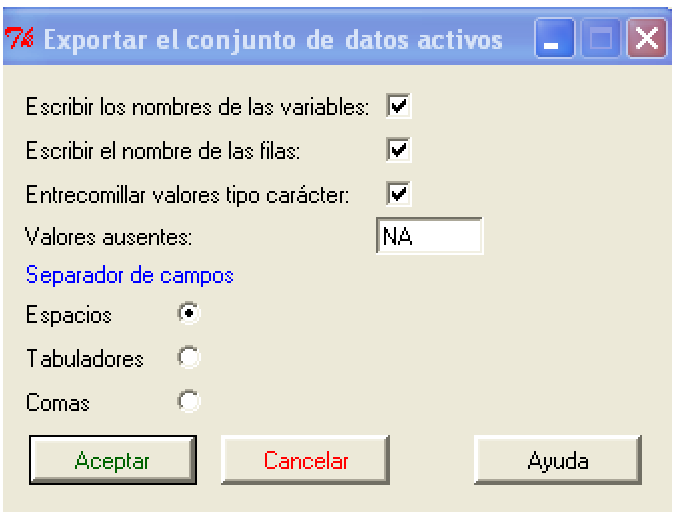
Komandoen leihoan ikusten den bezala, faltako balioen kudeaketari dagokion komandoa `na.omit` da.

```
mis.gabe <- na.omit(ema.garaia)
```

3.1.8 Datu multzo aktiboa gordetzea

`Datos>Conjunto de datos activo>Guardar conjunto de datos activos` aukerak lan-objektu aktiboa gordetzen du, besterik adierazi ezean, “.Rda” (R datuak) luzapenarekin. Garrantzitsua da gogoratzea, lan-objektuari edozein izen jarrita ere, aukera horren bidez gordetzen ari garena `Conjunto de Datos` leihoko datu multzo aktiboa dela.

Datuak testu-artxibo (".txt" edo “.dat” luzapenak) moduan esporta daitezke. `Datos>Conjunto de datos activo>Exportar el conjunto de datos activo` hautatzearekin elkarrizketa leiho bat irekitzen da; hor, datuak gordetzeko hainbat aukera finka daitezke. Ikertzailearen interes berezien arabera aukeratuko da bata edo bestea.



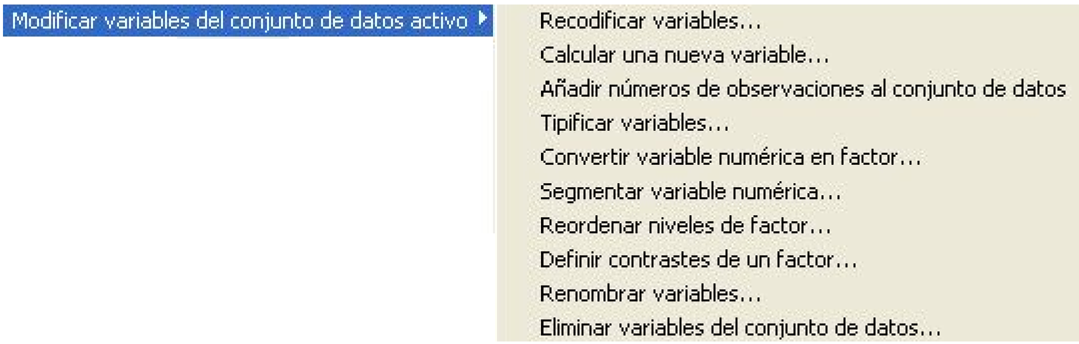
3.6. irudia. Datu multzoa esportatzea.

Objektuak esportatzeko `Rcommander`-ek `save` funtzioa erabiltzen du.

```
save("Europa", file="C:/Europa.txt")
```

3.2 Aldagaiak manipulatzea

Aldagaiak eraldatzeko eta aldagaiak sortzeko aukera hau da: `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo`. Aukera horrek goitik beherako menua irekitzen du, eta hor datu multzo aktiboaren aldagaiak manipulatzeko bideak daude. Irudi honetan, `Rcommander`-ek dituen aldaketa-bideak ikusten dira.



3.7. irudia. Aldagaiak maneiatzeko eragiketak.

3.2.1 Aldagaiak birkodetzea

Datu multzo aktiboan dauden aldagaiei balio berriak esleitzeko eta jatorrizko aldagaietatik aldagai berriak sortzeko erabiltzen da aukera hau: `Recodificar variables`. Adibidez, aztertzen ari garen datu multzoan “Edi.data” badago “Adina” izeneko aldagaia; Aldagaia jarritua da (10-27), baino hiru tartetan banatu behar dugu (<14, 14-16 eta >16). Hori egiteko erabili beharreko aukera hau da: `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Recodificar valores`). Aukera horrek elkarrizketa-leiho bat irekitzen du, eta bertan aldatzera goazen aldagaia hautatzen da.

3.8. irudia. Aldagaiak birkodetzea.

Adibidean aldagai bakarra birkodetu bada ere, aldagai multzoak birkode daitezke batera (pentsa galdesorta edo eskala baten itemen azpimultzotan). Oso garrantzitsua da aldagai berria `faktore` izango den ala ez zehaztea (bariantza-analisietarako erabilgarria). Aldatu beharreko aldagaia edo aldagaiak aukeratu ondoren, horiek izen berri batez izenda daitezke edo aurreko izena manten daiteke. Azkenik, komeni zaizkigun birkodetze-arauak adieraziko zaizkio programari.

Balio bakar batentzat nahikoa da `aurretiko balioa=balio berria` adieraztea. Balio-segida batentzat, koma (“,”) erabil daiteke elementuen artean, edo, errazago, bi puntuen (“:”) bidez adieraz daitezke segidako elementu guztiak. `else` argudioak horren aurretik zehaztu ez diren balioei balio berria esleitzea dakar.

```
18=1
18:23=1
18:23, 25, 27:30=1
ELSE=1
```

Komandoen leihoan funtzio hau agertzen da. Hor, aldagai berriaren izena (`Edi.data$Adin_ber`), birkodetzera goazen aldagaiaren izena (`Edi.data` datu-markoari dagokion "Adina" aldagaia) eta balio zahar eta berriak zehazten dira.

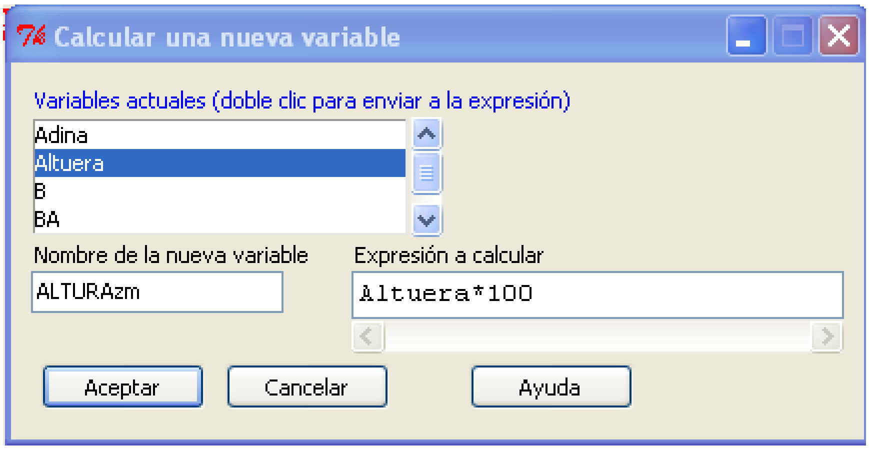
```
    Edi.data$ADIN_BER <- recode(Edi.data$Adina, '10:13=1; 14:16=2;
17:27=3; ', as.factor.result=TRUE)
    Edi.data $Sexua_Ber <- recode(Edi.data$Sexua, '"E"="1"; "G="2"; ',
as.factor.result=TRUE)
```

Aldagai kategorikoak birkodetzerakoan, beharrezkoa da balio zaharrak komatxoen (" ") artean adieraztea. Balio berriak aldagai kategorikoak izaten jarraituko badute, komatxoak erabiliz definitu behar dira. Aldiz, balio zaharrak zenbaki bihurtu nahi badira, balio berriak balira bezala definituko dira, komatxorik gabeko zenbakizko balioak erabiliz.

3.2.2 Aldagai berria kalkulatzea

Aukera horrekin aldagai berriak sortzen dira, jada datu multzoan ditugun aldagaiak nolabait eraldatuz edo konbinatuz, edo eragiketa aljebraikoen bitartez. Aldagai berriak zutabe berri bat gehitzen dio aktibo dagoen datu multzoari.

Altuera zentimetrotan definitzen duen aldagai berria kalkulatu dugu hurrengo adibidean. Komandoen leihoan agertuko den funtzioak aldagai berriaren izena "ALTURAzm" adierazten du. Aldagai hori "Edi.data" datu-markokoa dela adierazten duen sinboloa ("$") jartzen da datu-markoaren eta aldagaiaren izenaren artean.



3.9. irudia. Aldagai berri bat kalkulatzea.

Jarraian, `Rcommander`-ek eragiketa hori egiteko erabiltzen duen komandoa.

```
Edidata$ALTURAzm <- with(Edidata, Altuera*100)
```

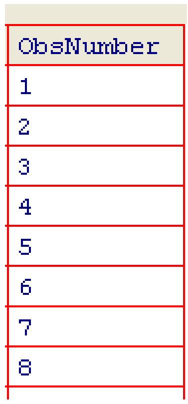
Taula honek agertzen du nola dauden definiturik funtzio aritmetiko ohikoenak R-n:

Funtzioa	Eragiketa
+, -, *, /	Batuketa, kenketa, biderketa, zatiketa
Abs	Balio absolutua
asin acos atan	Alderantzizko funtzio trigonometrikoak
exp, log	Esponentziala eta logaritmo naturala
Round	Biribiltzea
sin con tan	Funtzio trigonometrikoak
sqrt () , ^	Erro karratua, berreketa
%/%	Zatiketa osoa
%%	Zatiketaren hondakina

3.2 taula. Funtzio aljebraikoak

3.2.3 Datu multzoari kasu-zenbakia gehitzea

`Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Añadir números de observaciones al conjunto de datos` aukerak datu multzo aktiboari gehituko zaion aldagaia sortzen du. Horrek segidako balioak esleituko dizkio datu-fitxategi aktiboko kasu (errenkada) bakoitzari. Aldagai berri horren izena, besterik esan ezean, `ObsNumber` (behaketa-zenbakia) da.



ObsNumber
1
2
3
4
5
6
7
8

3.10. irudia. Behaketa-zenbakia.

`Rcommander`-ek eragiketa horrentzako erabiltzen duen funtzioa hurrengoa da.

```
DatosEdi3$ObsNumber <- 1:231
```

3.2.4 Aldagaiak tipifikatzea

Aukera horrek, `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Tipificar variables`, aldagaiak estandarizatzen ditu, eta sorturiko aldagai estandarizatuak datu multzo aktiboari gehitzen dizkio. Aldagai berri horien izena, besterik adierazi ezean, osatzen da tipifikatu gabeko aldagaiaren izenari "`Z.`" aurretik jarriaz. Esaterako, tipifikatutako aldagaia "Altuera" bada, sortutako aldagai berriaren izena `Z.Altuera` izango da.

Komandoen leihoan, tipifikazio-prozesua `scale` funtzioak betetzen duela ikusten da. Prozesua hiru alditan gertatzen da; batetik aldagaia tipifikatzen da (`scale`); gero, zutabe berria gehitzen zaio "Edi.data" datu-markoari, "`Z.ALTUERA`" izenekoa, eta, azkenik, sorturiko lehen aldagai tipifikatua (`.Z`) ezabatu egiten da (`remove .Z`).

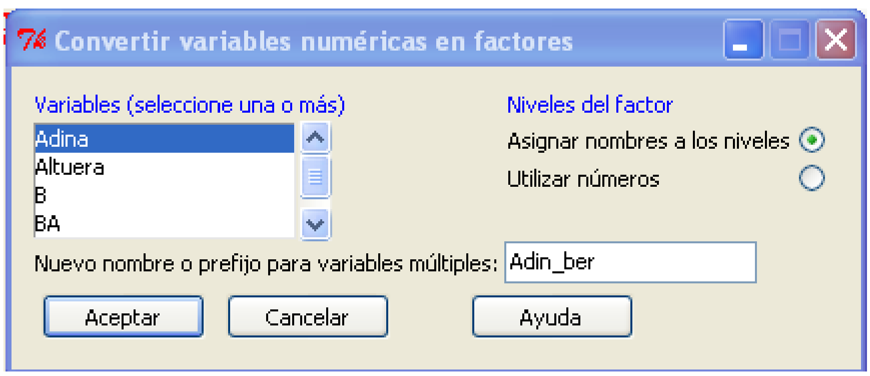
```
.Z <- scale(Edi.data[,c("Altuera")])
Edi.data$Z.ALTUERA <- .Z[,1]
remove(.Z)
```

3.2.5 Zenbakizko aldagaia faktore bihurtzea

Faktorea datuak ordenatzeko edo sailkatzeko erabiltzen den aldagai kategorikoa da. Faktoreak “K” maila ditu. Adibidez, sexua 2 mailako faktorea da. R ingurunean faktorea aldagai kategorikoak memorian gordetzeko modua da; modurik eraginkorrena. Besterik esan ezean, faktoreen mailak ordena alfanumerikoari jarraituz gordetzen dira; hortaz, “Gizon” eta “Emakume” mailak jasotzen dituen “Sexua” aldagaiaren kasuan, “Emakume” maila “Gizon” mailaren aurretik doa. Mailen arteko ordena garrantzizkoa da; izan ere, sortuko diren taula eta grafikoetan ordena mantenduko da.

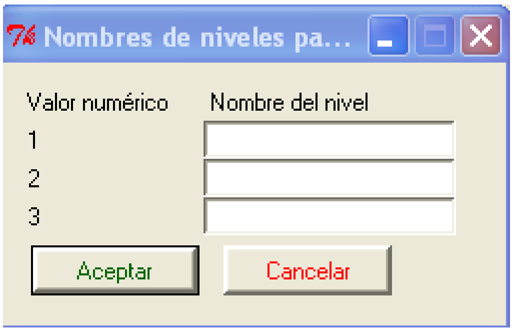
`Rcommander`-ek edozein aldagai faktore bihurtzeko aukera ematen du: `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Convertir variable numérica en factor`. Faktoreak sortu baino lehen, kontuan hartu behar da hobe dela eraldatu beharreko aldagaiak kategoria edo maila asko ez izatea; izan ere, mailak definitzea beharrezkoa da. Adibidez, ez luke inongo zentzurik izango “Altuera” aldagaia faktore bihurtzeak. Aldiz, aldagai hori birkodetuz hainbat mailatan zatitu ondoren, zentzua izan dezake birkodeturiko aldagaia faktore bihurtzeak.

Aldagaia faktore bihurtzeko `Rcommander`-ek leiho hau eskaintzen du:



3.11. irudia. Zenbakizko aldagaiak faktore bihurtzea.

Hor, faktore bihurtu nahi den aldagaia aukeratzen da, eta izen berria ematen zaio (nahiz aurreko izena ere manten daitekeen), gero faktorearen mailak letraz edo zenbakiz adierazteko. Faktorearen maila bakoitzari izenak jartzeko pantaila honako hau da:



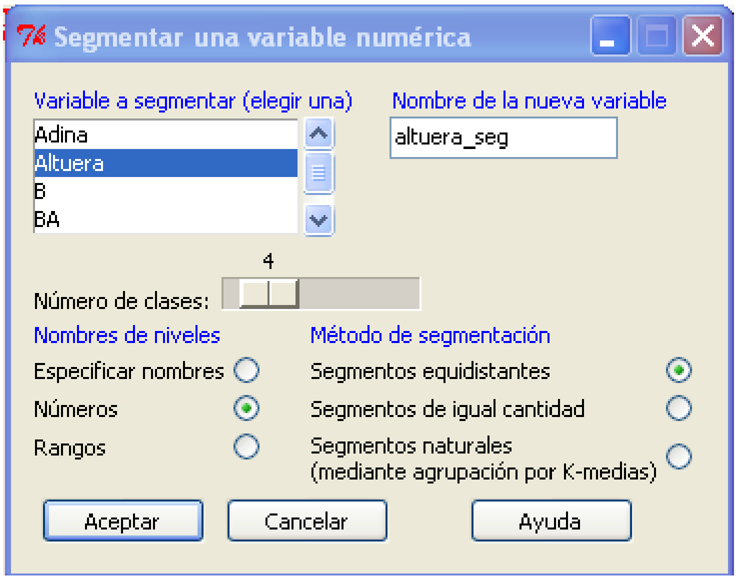
3.12. irudia. Faktoreen mailak.

Aldagaia faktore moduan erabiltzea ahalbidetzen duen komandoa `as.factor` da.

```
Edi.data$fac.Adina <- as.factor(DatosEdi3$Adin_ber)
```

3.2.6 Zenbakizko aldagaia segmentatzea

Zenbakizko aldagaia hainbat kategoriatan banatzeko `Rcommander`-ek badu funtzio berariazko bat. `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Segmentar una variable numérica` hautatzean, elkarrizketa-leiho bat irekitzen da. Segmentatze-prozesuan kategorizatu nahi den aldagaia aukeratu, izen berria eman, eta sorturiko segmentazioari buruzko zenbait irizpide zehaztu daitezke. Sorturiko aldagaia faktorea da. Gure adibidean, “Altuera” aldagaia lau segmentutan zatitu da, eta horietako bakoitzak altuera-tarte berdina hartzen du.



3.13. irudia. Aldagai baten segmentazioa.

Eragiketaren emaitza maiztasun-taula da.

```
  1   2   3   4
 52 133  39   7
```

Kasu kopuru berdineko segmentuak mantentzen dituen segmentazio-metodoa aukeratu izan bagenu, gutxi gorabehera uniformea den maiztasun-banaketa eskuratuko genuke.

```
1  2  3  4
63 66 47 55
```

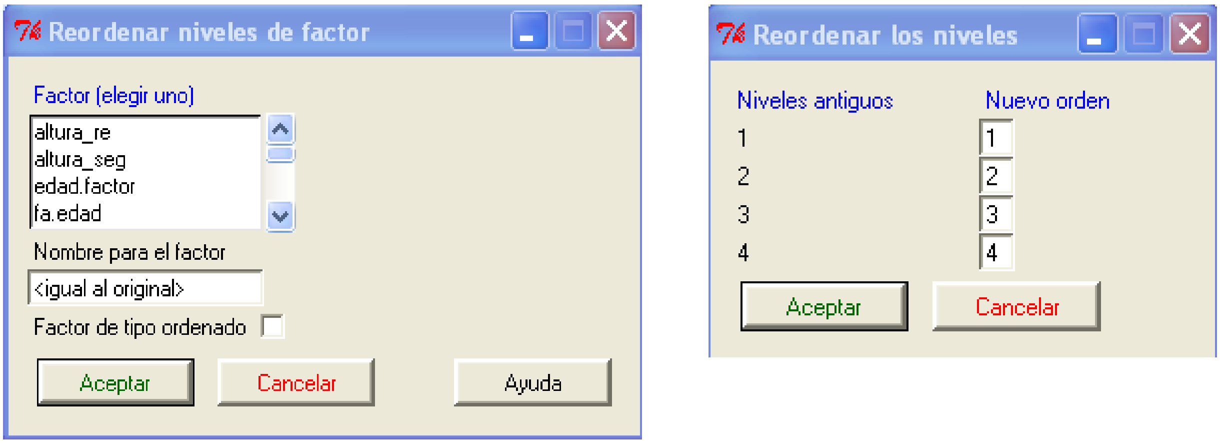
Eta, azkenik, `rangos` aukeratzeak balio-tarteentzako maiztasun-taula hau sortuko luke.

```
 (150,161] (161,173] (173,185] (185,196]
     52       133       39        7
```

```
DatosEdi3$Altuera_sesg <- bin.var(DatosEdi3$Altuera, bins=4,
method='intervals', labels=c('1','2','3','4'))
```

3.2.7 Faktorearen mailak berrantolatzea

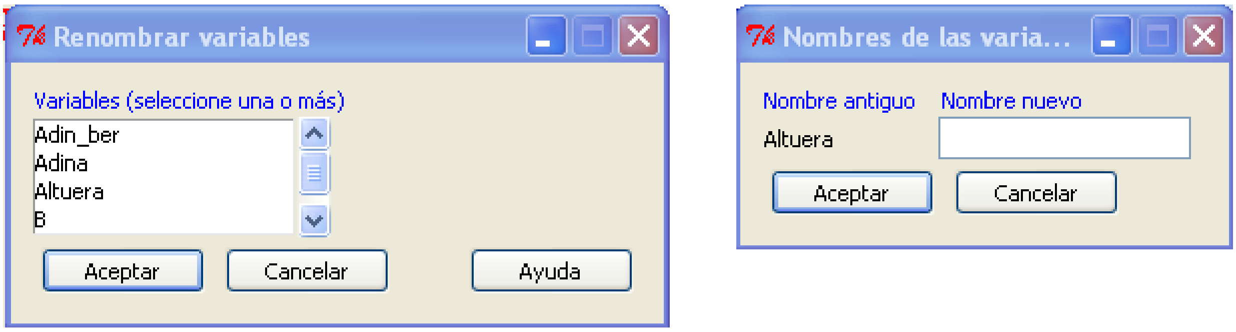
Besterik adierazi ezean, faktore baten mailak antolaketa alfanumerikoari jarraituz gordetzen dira; hori dela eta, “Emakume” “Gizon”en aurretik doa, eta “1”, “2”ren aurretik. Faktorearen mailen ordenak taula eta grafikoen itxura mugatzen du, eta, ondorioz, komeni da horiek kontrolatzea. Mailen arteko ordena kontrolatzeko `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Reordenar niveles de factor` aukera erabili behar da. Handik irudi honetan agertuko den leihora iritsiko gara, eta hor jatorrizko aldagaiaren izena manten edo alda daiteke. `Factor de tipo ordenado` hautatzen bada, aldagai kategoriko ordenatu gisa definituko dira faktoreak, edo, bestela, soilik aldagai kategorikotzat hartuko dira.



3.14. irudia. Faktorearen mailak berrantolatzea.

3.2.8 Aldagaiak berrizendatzea

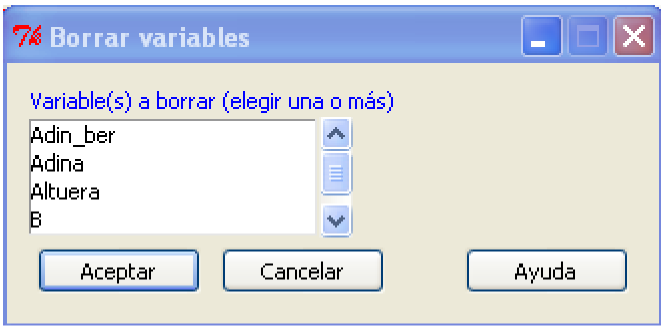
Aukera horren bidez, `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo> Renombrar variables`, lehendik dagoen aldagaiari beste izen bat ematen zaio.



3.15. irudia. Aldagaiei izena aldatzea.

3.2.9 Datu multzotik aldagaiak ezabatzea

`Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Eliminar variables del conjunto de datos` aukeratuz, ikertzaileak datu multzo aktibotik aldagaiak ezaba ditzake. Horretarako, nahikoa da zabalduko den elkarrizketa-leihoan kendu nahi diren aldagaiak hautatzea eta `Aceptar` sakatzea.



3.16. irudia. Aldagaiak ezabatzea.

4 Eskalen analisia

Pertsonei, instituzioei edo programei buruzko informazioa biltzerakoan eta horiekin erlazionaturiko erabakiak hartzerakoan, tartean dauden aldagaiak neurtu behar dituzte psikopedagogoek. Nola aukeratu depresioa duen pertsona bati dagokion tratamendua, hori neurtzerik ez badugu? Edo nola hautatu lanpostu baterako langilerik egokiena irizpiderik gabe? Eta nola eztabaidatu bi hezkuntza-programaren eraginkortasunaz, horien balioespenik egin ez bada? Kasu guztietan dugu irizpide objektiboen beharra. Hezkuntzan, psikologia klinikoan nahiz enpresetan, testak dira zeregin horretarako arduradunak. Aldagai psikopedagogikoak neurtzeko darabilgun tresna da testa; testaren osagaiei —hots, itemei— emandako erantzunetan oinarrituta inferentziak ahalbidetzen dituena.

Etimologikoki, *testis* (lekukoa) latinezkotik dator *test* hitza. XIX mendearen azkenetan sortu zen gaur test deritzona, eta hitza bera James K. Cattell-en *Mental Tests and Measurements* lanean aipatzen da lehen aldiz, 1890ean. Testari buruz aurki ditzakegun definizioak aztertuz, lau ezaugarri espezifiko aipatuko ditugu bereziki (Anastasi, 1982; Anstey, 1976; Cronbach, 1971; Martinez Arias, 1995):

a. Teknika *sistematiko* eta *estandarizatua* da, non aurrez erabat finkatuak baitaude eskatzen den lana, ematen diren argibideak, jarraitu beharreko aplikazio- eta zuzenketa-irizpideak, eta lortutakoen interpretazioa, eta berdinak baitira subjektu guztientzat.
b. Subjektuengandik *jokabide-lagin* bat jasotzeko taxutua dago testa, eta neurtu nahi den tasun edo aldagai psikopedagogikoaren adierazle enpirikoa izan nahi du.
c. Lortutako puntuazioak zenbait arau estandarren arabera interpretatzen dira. Puntuazioen esangurak dagozkion *taldeari* lotuak daude (testen teoria klasikoaz ari gara, eta *arauarekin erlazionaturiko neurketaz,* hain zuzen, *irizpidearekin* erlazionaturikoarekin kontrajarrita).

d. Bildutako puntuazioetan oinarrituz, neurtu nahi den tasunarekiko *inferentziak* eta iragarpenak egitea da testaren helburua.

Laburbilduz, aurrez finkaturiko egoerak dira testak, eta subjektuek argibide jakin batzuei jarraituz erantzun behar diete, gero, horietan oinarrituz, testaz kanpoko jokabideei buruzko inferentziak gauzatzeko.

Helburu horiei heltzeko, badira testek bete beharreko gutxieneko eskakizunak, hala nola:

a. Neurtu nahi duten aldagaiarekiko *sentikorrak* izan behar dute.
b. Helburuekin erlaziorik ez duten aldagaiekiko *askeak.*
c. Biltzen dituzten datuak *tinkoak* izango dira; hots, beren arteko kontraesanik gabeak.
d. Aplikatze- zein puntuatze-arau *bakunak* eskaini beharko dituzte.

Proben ezaugarri horiek zer neurritan betetzen diren egiaztatzeko, ordea, ez da nahikoa adituen epaia edo balioespena; horiek enpirikoki bermatu behar dira. Horien egiaztatze-bidean, ezinbestekoa da probaren barneko zein kanpoko ezaugarriak kontuan hartzea; hala nola, zertarako sortu den, nori zuzendua dagoen, zein den aurkezteko euskarririk egokiena, zein formatutan idatziko diren itemak, nolakoak izan behar duten interpretazio-arauek, zer aldagairekiko sortu behar diren arau horiek… Izan ere, probak ez dira egoera guztietan berdin aplika daitezkeen neurketa-tresna absolutuak, egoeraren arabera aztertu beharrekoak baizik.

Psikologo-, pedagogo- edo irakasle-lanetan ari direnek une batean edo bestean testekin topo egingo dutenez, nahitaezkoa deritzogu tresna horien ezaugarriak sakonki aztertzeari prestakuntzaldian —hori edozein alderditik joaten dela ere—, ezagutza horrek bermatuko baitu probak zuzen erabiltzen direla eta puntuazioak egoki interpretatzen direla. Testen inguruko prestakuntzak bakarrik emango dio erabiltzaileari gutxieneko oinarria, balioets ditzan probak erabiltzeak dakartzan abantailak eta horien interpretazio egokian kontuan hartu beharreko mugak. Hau da, testak, balioespenerako eta diagnostikorako tresna baliagarriak izanik, alferrikakoak eta kaltegarriak izan daitezke behar ez bezala erabiltzen badira. Testen oinarrian dauden eredu logiko eta matematikoak ezagutzeak eta erabilerari loturiko arau etikoez jabetzeak bakarrik gidatuko ditu aplikazio egokiak eta proba berrien sorkuntza egokiak.

Liburu honetan, psikometriaren eta test-sorkuntzaren alderdi guztietatik hiru bakarrik aztertuko ditugu: (1) test-sorkuntzaren eredu formalaren azterketa; (2) testaren bidez lortzen diren puntuazioei buruzko inferentziak sustatuko dituzten analisiak; (3) puntuazioen interpretazioa gidatzeko baremoak nola sortu. Lehen puntua testaren fidagarritasunarekin loturik dago; bigarrena, testaren baliagarritasunarekin, eta hirugarrena, testaren puntuazioen normalizazioarekin (Elosua, 2003).

Eredu formala aztertzea - Fidagarritasuna

Datuak lortu ondoren, azterketa formala dator, analisi kuantitatiboa, alegia. Azterketa horretan aukeraturiko eredu psikometrikoak gidatuko ditu egin beharreko lanak. Testen teoria klasikoaren barruan, item bakoitza zenbait adierazle zenbakizkoren bidez deskribatzen da. Itemen zailtasun-indizea, diskriminazio-indizea eta baliagarritasun-indizea erabili ohi dira.

Analisi horien emaitzen ondorioz, eta beti probaren helburu orokorrak gidaritzat harturik, itemek tasuna neurtzeko eraginkortasun formalaren berri izango dugu.

Banakako itemen analisiarekin batera, proba osoaren ezaugarri formalak ere aztergai dira. Izan ere, batak bestean eragina du. Testen teoria klasikoaren testuinguruan lortutako zenbakizko balioen tinkotasuna eta egonkortasuna aztertuko ditugu atal horretan. Psikometrian, fidagarritasuna esaten zaio horri (baina, ikusiko dugun bezala, baditu adiera gehiago). Neurketa-prozesuak biltzen dituen zorizko erroreen eragina zenbatestea da fidagarritasunaren azterketaren xedea.

Eredu substantiboaren azterketa - Baliagarritasuna

Test bat egiaztatzean, ordea, puntuazioen egonkortasuna ez da nahikoa, baliagarritasuna ere kontuan hartu behar baitugu; alegia, aztertu beharrekoa da ea probak jatorrian neurtu nahi zuena neurtzen duen, eta ez beste ezer. Aplikazioaren ondorioz sortzen den puntuazioaren esangura arakatu behar da, horretan oinarrituz egin daitezkeen inferentzia guztiak bermatzeko. Ezinbesteko urratsa da hori.

Pauso hori, ordea, ez dagokio probaren sorkuntza-prozesuaren aldi horri bakarrik. Horrekin batera, lehenengo puntuan ere, baliagarritasuna bermatu behar dugu, helburuak definitzeko edo eremua zehazteko garaian, zeren eta, sorkuntza-prozesu osoan zehar, baliagarritasunaren helburuak gidatu behar baititu hartutako erabaki guztiak.

Baliagarritasuna ongi ulertzeko, ez da ahaztu behar testak ez direla egoera eta helburu guztietarako baliagarriak. Testaren sorreran definituriko testuinguruak mugatzen du beti bai testaren erabilgarritasuna, bai baliagarritasuna. Eredu substantiboa aldagai jakin batzuen arabera aztertzen denez, proposatu behar genuke horien aldaketek baliagarritasunean eragin dezaketelako hipotesia. Aipatutako aldagaiak talde arautzaileak eta aplikazio-egoerak mugatzen dituzte batez ere, hala nola, laginaren ezaugarriak (adina, sexua, estatus sozioekonomikoa, ikasketa-maila…) eta aplikatze-baldintzak (aplikazio-hizkuntza, aplikazio-prozedura, itemen formatua…).

Estandarizazioa eta interpretazio-arauak

Neurketa-tresnak izan behar dituen gutxieneko ezaugarriak —formalak eta substantiboak— finkaturik, probaren erabiltzaile izango direnei interpretazio-arauak eskaintzea baino ez zaigu geratzen. Arau horiek testaren bitartez lor daitezkeen puntuazio gordinak taldekatzen dituzte (talde arautzailearen arabera); esate baterako, pertzentil bat errazago interpretatzen da dagokion puntuazio gordina baino. Eraldaketa-taulek edo baremoek bi ezaugarri izan behar dituzte nagusiki: *sinpletasuna* eta *esanguratsutasuna*; eta horiek dira lortu beharreko helburuak.

4.1 Adibidearen aurkezpena

Puntu horiek guztiak azaltzeko ikerketa batetik ateratako datu multzo bat erabiliko dugu. *Eating Disorder Inventory-3* (Garner, 2004; Elosua, López-Jáuregui eta Sánchez, 2010; Elosua eta López-Jáuregui, 2010) galdesortaren lehen hiru eskala partzialak erabiltzen ditu ikerketak. Hiru eskala horiek jatearekiko arazoarekin loturiko eskalak dira; hala nola, gorputz-asegabetasunarekin, argaltasun-obsesioarekin eta bulimiarekin. Horietatik bereziki lehena erabiliko dugu: gorputz-asegabetasuna. Eskala horren item bakoitzari sei erantzun posible lotzen zaizkio (“Beti”, “Ia beti”, “Askotan”, “Batzuetan”, “Gutxitan”, “Inoiz Ez”), eta horietako bakoitzari 0tik 5erako zenbakizko balioa ematen zaio. Eskala horretan lortutako puntuazioa adierazle positibo bat da, agertzen duena nor bere gorputzarekin zer neurritan dagoen gustura; beraz, zenbat eta puntuazio handiagoa lortu, orduan eta gorputzarekiko asegabetasun handigoa. Eskala osatzen duten hamar itemen edukia honako hau da :

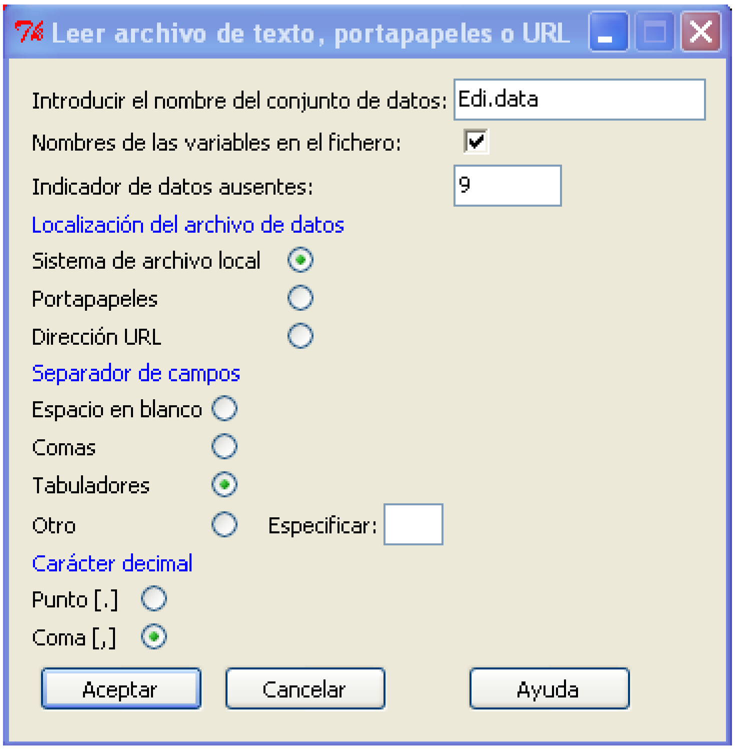
```
 1.- Nire sabela handiegia dela uste dut.
 2.- Nire izterrak lodiegiak direla uste dut.
 3.- Nire sabelak tamaina egokia duela uste dut.
 4.- Nire gorputzarekin gustura nago.
 5.- Nire ipurdia gustatzen zait.
 6.- Nire aldakak zabalegiak direla uste dut.
 7.- Ohiko otordu baten ondoren beteta sentitzen naiz.
 8.- Nire izterren tamaina egokia dela uste dut.
 9.- Nire ipurdia handiegia dela uste dut.
10.- Nire aldakek tamaina egokia dutela uste dut.
```

Datu horiekin egingo diren analisiak eskema honi darraizkio. Bertan agertzen diren puntuak dira ohiko eskalen azterketa batean egiten direnak, eta horiek azaltzen saiatuko gara, bai ikuspuntu teorikoa erabiliz, bai praktikan nola egiten den erakutsiz.

```
1.- Datuak irakurri.
2.- Proba zuzendu.
3.- Itemen analisi deskribatzailea egin.
4.- Fidagarritasuna. Diskriminazio-indizea eta alfa koefizientea.
5.- Barne-egitura. Faktore-analisi arakatzailea.
6.- Kanpo-baliagarritasuna. Taldeak alderatu.
7.- Baremoak sortu.
```

4.2 Datuak irakurtzea

Adibidean aztertuko diren datuak ASCII formatuan eta `Edi_liburua.dat` izena duen fitxategian daude; fitxategi horretan, aldagaiak tabuladoreen bidez mugarriturik daude. Lehenengo pausoa datuak inportatzean datza; horretarako, `Datos>ImportarDatos>Desde archivo de testua o portapapeles` bideari jarraitzen zaio. Aukera horrek irekiten duen leihoan, R-n lan egiteko erabiliko den datu multzoari izena emateko aukera dago. Izen horrek ez du zertan bat etorri jada sortua dagoen fitxategiko izenarekin. Horretaz gain, datuak zuzen irakurtzeko informazioa zehaztea ere beharrezkoa da. Gure kasuan, hurrengo irudian ageri den moduan, datu multzoari `Edi.data` izena jarri diogu. Leiho berean adierazten da aldagaien izenak fitxategian sartuta daudela, aldagaiak desberdintzeko tabuladorea erabiltzen dela, faltako datuak 9 zenbakiarekin kodetuak izan direla eta zenbakizko aldagaien karaktere hamartarra koma dela.



4.1. irudia. Datuak inportatzea.

`Aceptar` sakatzean, komandoen leihoan eta irteeren leihoan R-k datuak irakurtzeko erabilitako komandoa sortzen da, eta mezuen leihoan hau irakur daiteke.

```
    Edi.data <- read.table("E:/ Edi_liburua.dat ", header=TRUE,  sep="\t",
na.strings="9", dec=",", strip.white=TRUE)

    NOTA: El conjunto de datos Edi.data tiene 976 filas y 24 columnas.
```

Agindu horren bidez, objektu berri bat sortu dugu R-n. Objektu hori aztertu nahi diren datuez osaturik dago; formalki datu-markoa da, eta horren izena `Edi.data` da. Agindua exekutatu ondoren `Edi.data` da datu multzo aktiboa, eta horrela agertzen du `Rcommander`-ek.

Datu-markoa 976 errenkadaz eta 24 zutabez osaturik dago; hau da, 24 aldagai ditu gure datu-markoak, eta 976 kasu. Datuen itxura ikusteko, `Editar conjunto de datos` edo `Visualizar conjunto de datos` aukeratu daitezke.

Editor de datos

	Adina	Sexua	Pisua	Altuera	OD_1	OD_2	OD_3	OD_4	OD_5	OD_6
1	16	neska	58	1.67	0	5	5	5	5	5
2	18	neska	NA	1.7	3	2	0	5	2	2
3	17	neska	46	1.62	5	0	2	0	1	0
4	17	neska	55	1.6	0	5	3	5	4	4
5	17	neska	55	1.7	2	2	0	3	2	3
6	18	neska	NA	1.75	1	5	3	5	3	3
7	17	neska	NA	NA	5	0	0	0	3	0
8	17	neska	NA	NA	4	5	5	5	5	5
9	18	neska	52	1.59	4	1	0	1	0	0
10	18	neska	NA	1.65	1	2	3	3	3	2
11	17	neska	68	1.66	5	2	1	2	2	2
12	17	neska	64	1.52	2	2	0	1	1	1
13	18	neska	49	1.58	5	2	1	2	0	2

4.2. irudia. Datuak bistaratzea.

Hor aldagaien izenak agertzen dira ("Adina", "Sexua", "Pisua", "Altuera", "OD_1", "OD_2", "OD_3"…) eta ikerketako parte-hartzaileek aldagai horietan lortutako balioak.

Datu-fitxategia (datu-markoa) osatzen duten aldagaien ezaugarriak eta edukia erraz eskura daitezke: `Estadísticos > Resúmenes > Conjunto de datos activo`.

```
> summary(Edi.data)
     Adina          Sexua          Pisua            Altuera            OD_1
 Min.   :10.00   neska:517   Min.   : 26.00   Min.   :  1.320   Min.   :0.000
 1st Qu.:13.00   mutil:459   1st Qu.: 50.00   1st Qu.:  1.590   1st Qu.:2.000
 Median :14.00               Median : 56.00   Median :  1.650   Median :3.000
 Mean   :14.80               Mean   : 56.93   Mean   :  1.651   Mean   :2.756
 3rd Qu.:16.00               3rd Qu.: 64.00   3rd Qu.:  1.720   3rd Qu.:4.000
 Max.   :27.00               Max.   : 98.00   Max.   :  2.000   Max.   :5.000
 NA's   : 8.00               NA's   :204.00   NA's   :113.000   NA's   :3.000
      OD_2            OD_3            OD_4            OD_5
 Min.   :0.000   Min.   :0.000   Min.   :0.000   Min.   :0.000
 1st Qu.:0.000   1st Qu.:0.000   1st Qu.:1.000   1st Qu.:0.000
 Median :1.000   Median :1.000   Median :2.000   Median :1.000
 Mean   :1.490   Mean   :1.363   Mean   :2.263   Mean   :1.643
 3rd Qu.:3.000   3rd Qu.:2.000   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:3.000
 Max.   :5.000   Max.   :5.000   Max.   :5.000   Max.   :5.000
 NA's   :8.000   NA's   :9.000   NA's   :9.000   NA's   :3.000
```

4.3. irudia. Datuen laburpena.

Datu multzoa osatzen duten aldagaien zenbakizko deskribapen laburra ematen du aukera horrek (ez ditugu aldagai guztiak erakutsi aurreko taulan), hala nola, balio minimoa (`Min`), balio maximoa (`Max`), mediana (`Median`), batezbesteko aritmetikoa (`Mean`) eta lehen eta hirugarren kuartilen balioak (`1st Qu.`; `3rd Qu.`). Adibidez, “Adina” aldagaiaren balio minimoa 10 da, eta maximoa, 27. Adinaren batezbestekoa 14,8 da, eta adinaren banaketaren mediana, 14. Irteera ikusirik, badakigu 8 pertsonak ez dutela eman adinari buruzko informaziorik (NA=8).

Aldagaien deskribapenari so egitea garrantzizkoa da datuen analisian; izan ere, aldagaiak ongi kodetuta dauden ala ez jakin dezakegu; aldagaien ibilbidetik kanpo dauden balioak aztertu daitezke, eta oro har, puntu honetan datuen kalitateari buruzko lehen informazioa jaso daiteke.

```
summary(Edi.data)
```

4.3 Proba zuzentzea. Itemak kodetzea

Test edo eskala baten bidez lortzen den puntuazioa aldagai konposatua da; hau da, aldagai sinpleen baturaz lorturikoa. Aldagai konposatu hori, X-ren bidez adierazia, neurtu nahi den tasun edo konstruktuaren adierazle enpirikoa da. Proba osatzen duten (*n*) itemetan subjektuek lortutako puntuazio bakunen konbinazio lineala da X puntuazioa.

$$X_j = w_1 X_{1j} + w_2 X_{2j} + w_3 X_{3j} + ... + w_n X_{nj}$$

Hor Xj da j subjektuaren puntuazioa;
w_i, i itemaren pisua edo ponderazioa, eta
X_{ij}, i itemean j subjektuak lortutako balioa.

Aldagai bakunek aldagai konposatuan pisu edo ekarpen desberdinak izan ditzaketenez, haztatu egiten da bakoitzaren berezitasuna mantentzeko. Adibide gisa, eman dezagun ikasgai baten azken nota bi azterketaren emaitzek zehazten dutela, eta lehenbizikoak bigarrenaren balio bikoitza duela. Aldagai konposatua dugu, beraz, bi aldagai bakunez osaturikoa:

$$X_{osoa} = 2X_1 + X_2$$

Hala ere, testen teoria klasikoan, gehienetan, item guztien pisua berdintzat hartzen denez (w_i=1), sinplifikatu egiten da *X* lortzeko ekuazioa. Puntuazio konposatua itemetan lortutako balio gordinen batura soila izan ohi da.

$$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

Hor *n* item kopurua da;
X_i, *i* itemean lorturiko balioa.

Neurtu nahi den tasunaren adierazgarri enpirikoa izatea eskatzen zaio *X* puntuazioari. Baina, itemen baturaz sorturiko aldagai konposatua denez, osagai guztietara hedatzen da eskakizun hori. Azken puntuazioa ez da izango ez adierazgarria eta ez esanguratsua, baldin eta puntuazio hori osatzen duten puntuazio bakunek ezaugarri horiek (adierazgarriak eta esanguratsuak) ez badituzte.

Horregatik, testaren azterketak osagai bakunak analizatzea eskatzen du; hau da, osagai horien adierazgarritasun eta tinkotasun hipotetikoa. Izan ere, aldagai bakunak esanguratsuak eta tinkoak ez badira, ezin da indize enpiriko adierazgarririk lortu.

Puntuazio gordinaren kalkuluan aipatutako haztazeaz gain, badira kontuan izan beharreko faktore gehiago, besteak beste, itemen kodetzea eta zoria.

Oro har —nahiz beste formatu batzuk ere badiren—, itemak bi multzotan sailka daitezke; irizpide objektibo batekin alderatuz zuzendu daitezkeenak (zuzen-oker-partzialki zuzen) eta irizpide objektiborik ez dutenak (jarrerak, interesak, nortasuna…). Lehen motako itemak exekuzio maximoko itemak dira, eta bigarren motakoak exekuzio tipikoko itemak dira. Zoriak eragina izan dezake exekuzio maximoko itemetang; hots, subjektuak erantzun zuzena zoriz aukeratu dezake, zein den ez jakin arren. Exekuzio tipikoko itemetan, berriz, zoriak ez du jokatzen, baina erantzun-estiloak kontrolatzeko alderantzizko itemak erabiltzen dira maiz.

4.3.1 Alderantzizko itemak

Eskala baten puntuazioa itemen baturaren bitartez lortu baino lehen, arretaz aztertu behar dira itemek tasunarekiko duten norabidea. Izan ere, maiz, batez ere onespena kontrolatzeko, alderantzizko itemak edo item negatiboak erabiltzen dira.

Har ditzagun adibideko bi item:

```
1.- Nire sabela handiegia dela uste dut
            1.- Beti
            2.- Ia beti
            3.- Askotan
            4.- Batzuetan
            5.- Gutxitan
            6.- Inoiz ez

2.- Nire sabelak tamaina egokia duela uste dut.
            1.- Beti
            2.- Ia beti
            3.- Askotan
            4.- Batzuetan
            5.- Gutxitan
            6.- Inoiz ez
```

Begi-bistan dago biak tasun berberaz ari direla, gorputz-asegabetasunaz, baina aurkako norabideetan. Lehenengoan, “Beti” erantzuten duenari 5 puntu esleituko zaizkio, eta ondorioztatuko dugu “Ia beti” hautatu duenak baino gorputz-asegabetasun handiagoa duela. Bigarrenean, berriz, ez da horrelakorik gertatzen, zeren “Beti” erantzun duenak “Gutxitan” erantzun duenak baino asegabetasun txikiagoa azaltzen baitu. Mota horretako itemak dira *alderantzizkoak* edo negatiboak. Horietan aukeren ordena ez dator bat tasunaren mailarekin.

4.4. irudia. Alderantzizko itemak.

Puntuazio osoa kalkulatu edo azterketa kuantitatiboei ekin aurretik, item horiek birkodetu behar dira. Horretarako, honako eraldaketa hau aplikatzen zaie:

$$X' = (X_G + X_g) - X$$

Hor X', eraldaturiko puntuazioa da;
X_G eta X_g, aukeren balio maximo eta minimoak, hurrenez hurren;
X, subjektuaren aukera.

Horrela, lehen 0, 1, 2, 3, 4 edo 5 zutenek, orain, eta hurrenez hurren,5, 4, 3, 2, 1 eta 0 dute.

$$X'_0 = (5+0) - 0=5$$
$$X'_1 = (5+0) - 1=4$$
$$X'_2 = (5+0) - 2=3$$
$$X'_3 = (5+0) - 3=2$$
$$X'_4 = (5+0) - 4=1$$
$$X'_5 = (5+0) - 5=0$$

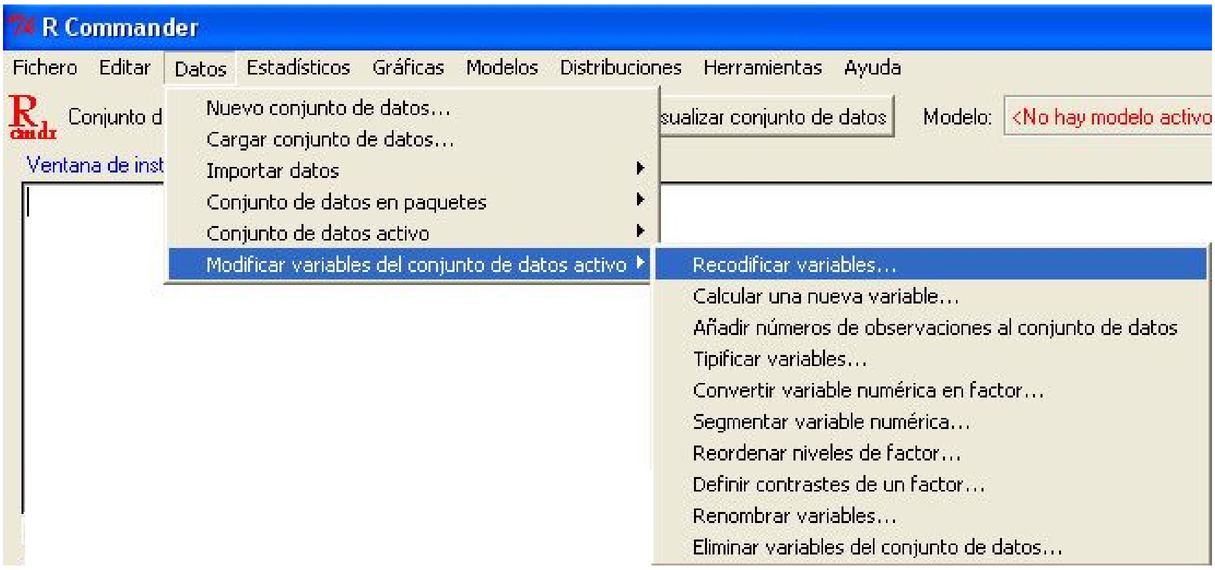
Mota horretako itemen presentziak, puntuazio osoaren esanahia kutsatu dezaketen bi faktore kontrolatzeko aukera eskaintzen diote ikertzaileari. Faktore horiek subjektuek erantzuteko erabiltzen dituzten erantzun-estiloekin zerikusia daukate. Alde batetik, desiragarritasun soziala edo sozialki onartua dagoen aukera hautatzeko joera; eta, bestetik, onespena (akieszentzia) edo itemaren enuntziatuak edozer esanda ere horrekin ados egoteko joera.

Gainera, alderantzizko itemak egoteaz gain, aldagaien balioen birkodetzea gomendatzen duten arrazoi teorikoak ere egon daitezke. Aztertzen ari garen *Eating Disorder Inventory-3* (EDI-3) horren adibide garbia da. EDI-3ren eskuliburuan (Garner, 2004), autoreak erantzunen aukera bakoitza puntuatzeko modua proposatzen du. Gorputz-asegabetasuneko eskalari dagokionez, balioen birkodetzea hurrengo ereduari egokitzen zaio.

Itema	Jatorrizko balioak	Birkodetutako balioak
1-2-6-7-9	5-4-3-2-1-0	4-3-2-1-0-0
3-4-5-8-10	0-1-2-3-4-5	0-0-1-2-3-4

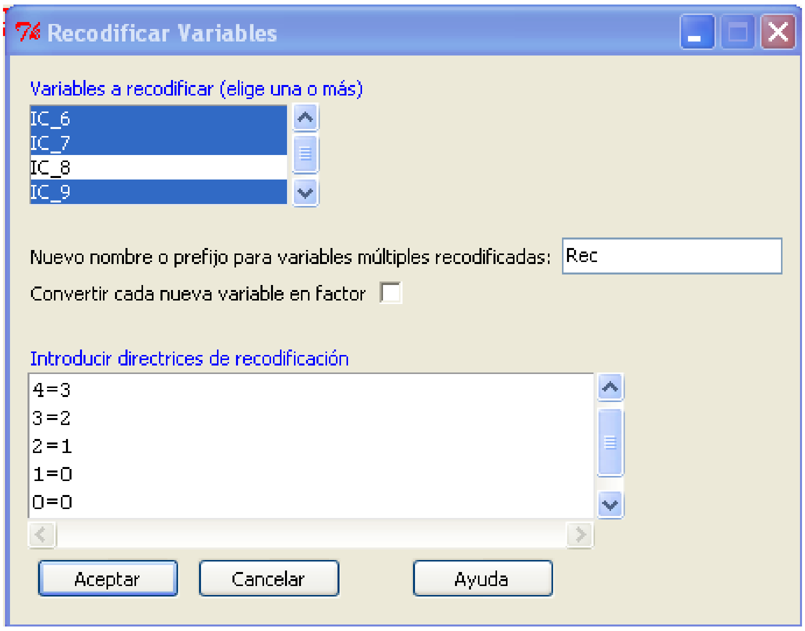
4.1 taula. EDI-3ko itemen birkodetzea.

Baloreak birkodetzeko modua: (`Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Recodificar variables`).



4.5. irudia. Aldagaien berraldatzea.

`Rcommander`-en leihoak birkodetze-eredu berdinari egokitzen zaizkien aldagaiak batera hautatzeko aukera ematen du. Birkodetze-prozesuan datu multzo aktiboko aldagaien izen berberak manten daitezke, horiei balio berriak esleituz, edo birkodetutako balioekin aldagai berriak sor daitezke. Hori da hautatu dugun aukera: aldagai berriak sortzea. Horien izenak jatorrizko aldagaiei `Rec_` aurrizkia gehituz definitu dira.



4.6. irudia. Aldagaiak birkodetzea.

Leihoan aldagai bat baino gehiago hautatzeko, “Ctrl” tekla sakatuta mantendu behar da. Birkodetze guztiak egin ondoren (gorputz-asegabetasunaren eskalari dagozkionak) datu-markoaren aldagaien kopurua handitu egin da; mezuen leihoan irakur daitekeenez, `Edi.data`-k 34 zutabe ditu orain (24+10).

```
NOTA: El conjunto de datos Edi.data tiene 976 filas y 34 columnas.
```

Aldagai berriak datu multzo aktiboari zuzen erantsi zaizkiola baieztatzeko datuak edita ditzakegu:

Editor de datos

	RecIC_1	RecIC_2	RecIC_6	RecIC_7	RecIC_9	RecIC_3	RecIC_4
1	3	4	4	0	4	4	4
2	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1	2
4	3	1	1	1	3	4	3
5	0	0	0	2	0	1	2
6	2	3	0	0	1	3	4
7	0	0	0	0	0	3	4
8	4	4	4	0	4	4	4
9	0	1	0	0	0	0	0
10	0	2	1	1	2	0	2
11	1	2	1	2	1	3	2
12	0	0	1	1	0	2	0
13	0	0	1	0	0	1	0
14	4	4	NA	1	4	3	4
15	3	4	4	3	3	3	3
16	4	4	4	0	4	4	4
17	0	2	0	0	3	2	1
18	2	2	1	0	0	2	1
19	0	0	1	2	0	0	1

4.7. irudia. Datu multzo aktiboaren bistaratzea.

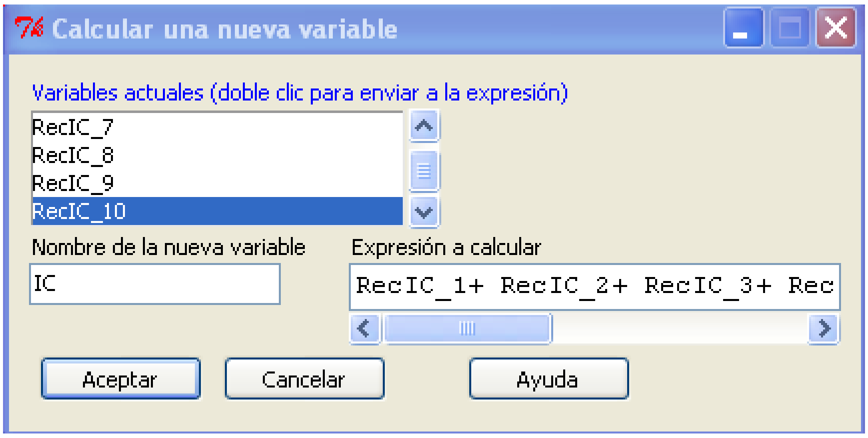
R-k birkodetzeko erabilitako komandoak komandoen leihoan agertuko dira; erabilitako funtzioa `recode` da. Komandoak `RecIC_10` izeneko aldagai berri bat sortzen du (`$`) datu multzo aktiboan (`Edi.data`). Azken hori lortu da datu multzo aktiboari (`Edi.data`) zegokion (`$`) `IC_10` aldagaiaren balioak birkodetuz. Beste bederatzi itemek tratamendu berdina jaso dute.

```
    > Edi.data$RecIC_10 <- recode(Edi.data$IC_10,
    +  '5=0; 4=0; 3=1; 2=2; 1=3; 0=4; ', as.factor.result=FALSE)
recode(Edi.data$item2, '6=4; 5=3; 4=2; 3=1; 2=0; 1=0; ',
as.factor.result=TRUE)
```

4.4 Proba zuzentzea. Puntuazioa lortzea

Itemak birkodetu ondoren, gorputz-asegabetasuneko eskalako puntuazio osoa lor daiteke. Horretarako nahikoa da eskala hori osatzen duten itemetan lortutako balioak batzea. Eragiketa horrek aldagai berri bat sortuko du (IC gure kasuan), eta datu multzo aktiboari erantsiko zaio.

Aldagai berri bat sortu behar dugunez, menu-barratik `Datos` aukeratu behar da: `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Calcular una nueva variable…`. Aukera horrek leiho hau irekitzen du, eta hor aldagai berria eta hori sortzeko behar diren eragiketak zehaztuko dira.

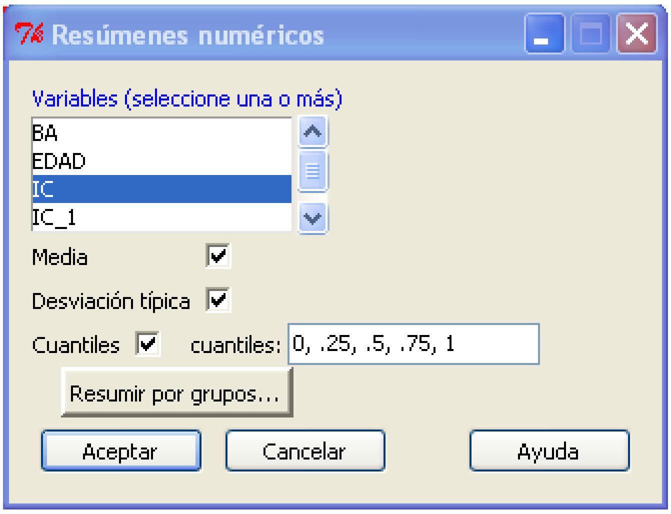


4.8. irudia. Puntuazio osoa kalkulatzea.

Puntuazio osoa kalkulatzerakoan kontuz hautatu behar dira aldagaiak; izan ere, aldagai bat birkodetu bada, birkodeturikoa aukeratu behar da eta ez jatorrizkoa!

```
> Edi.data$IC <- with(Edi.data, RecIC_1+ RecIC_2+ RecIC_3+ RecIC_4+
RecIC_5+ +  RecIC_6+ RecIC_7+ RecIC_8+ RecIC_9+ RecIC_10)
```

Aldagai berriei buruzko informazio laburra lortu nahi bada, `Estadisticos>Resumenes>Resumenes numéricos` aukeraren barnean “IC“ aldagaia hautatuko da.

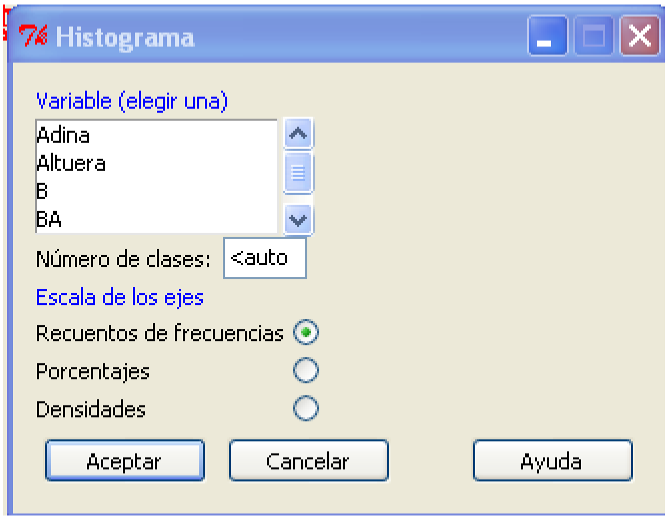


4.9. irudia. Puntuazio osoaren deskribatzaileak

Aukera horren bidez ikus daiteke aldagaiaren batezbestekoa 12,20 dela, banaketaren desbideratzea 10,22 dela edo medianaren balioa 11 dela.

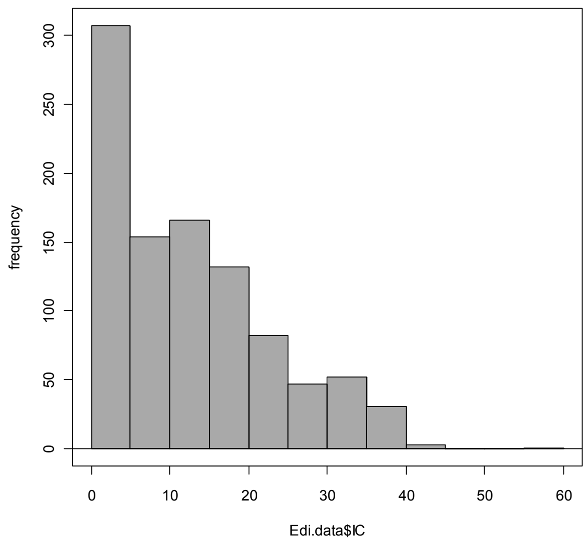
```
 mean     sd   0% 25% 50% 75% 100%   n  NA
12.20705 10.22606 0   3 11 18   40 908 68
```

Banaketaren adierazpen grafikoa lortzeko menu-barrako `Graficas` aukeran hainbat posibilitate dago. Gure kasuan histograma aukeratu dugu; izan ere, aldagaia jarraitua da, aldagai bakarra dugu, eta talde osoari dagokion banaketa interesatzen zaigu. `Graficas>Histograma` aukerak leiho hau irekitzen du; bertan interesatzen zaigun aldagaia hautatuko da, eta histograma margotzeko zenbait ezaugarri zehaztuko da.



4.10. irudia. Histograma margotzeko leihoa.

Agindu horrek eta grafikoekin loturiko beste guztiek lortzen dituzten emaitzak beste leiho batean agertzen dira; ez dira `Rcommander`-en emaitzen leihoan agertzen. Sorturiko grafikoak erraz kopia edo gorde daitezke. Horretarako nahikoa da grafikoaren gainean jartzea eta saguaren eskuineko tekla sakatzea.



4.11. irudia. Gorputz-asegabetasunaren histograma

Histogramaren X ardatzean, aldagaiaren izena agertzen da (Edi.data$IC), eta, Y ardatzean, aldagaiari dagozkion maiztasunak (*frequency*). Itxuraz oso oinarrizkoa den grafiko hori erraz molda daiteke grafikoak manipulatzeko bizpahiru komandorekin. Horietaz jardungo dugu liburuxka honetako azken kapituluan.

Histogramak adierazten duenez banaketa erabat alboratua dago; balio gehienak banaketaren ezkerraldean daude pilaturik, eta oso balio gutxi daude banaketaren eskuinaldean. Zer adierazten du horrek? Banaketa bat zuzen interpretatzeko inportantea da hori sortu duen aldagaia ezagutzea. Gure kasuan, gorputz-asegabetasuna neurtzen ari gara populazio ez-kliniko batean. Hortaz, histogramak erakusten diguna itxarongo genukeena da. Laginaren gehiengoak gorputz-asegabetasuneko maila baxua du, eta gutxiengoak du gorputz-asegabetasuneko maila handia. Populazio kliniko batekin aritu izan bagina, nolakoa izango litzake banaketa?

4.5 Itemen analisia

Itemen analisia item multzo baten azterketari dagokio. Azterketa hori kualitatiboa eta kuantitaboa da; lehenak hartzen ditu edukiaren eta eremuaren arteko adostasuna, itemen gailentasuna, eta edukiaren analisia (Elosua, 2003). Finkaturiko xedearekin loturik idatzi diren itemek, lehendabiziko adituen azterketa gainditu ondoren, bigarren analisi-aldi bat jasan behar dute. Test esanguratsua eta adierazgarria lortzeko bidean, haren elementuek xede horri nola eusten dioten aztertzean datza itemen analisia.

Itemei buruzko informazioa ematen diguten indizeak bi sail nagusitan bana ditzakegu; batetik, *eredu formala*rekin zuzenean lotzen direnak, eta, bestetik, *baliagarritasuna*ren azterketak eskatzen dituenak. Testen teoria klasikoaren barnean, *zailtasun-indizea, diskriminazio-indizea eta fidagarritasun-indizea* sartuko ditugu lehen sailean; lehenak *erantzunen banaketa*rekin du zerikusia; bigarrena eta hirugarrena, berriz, *erlazio-indizeak* dira. Baliagarritasuna arakatzen duten indizeen artean, *baliagarritasun-indizea* eta *itemaren funtzionamendu diferentziala* nabarmentzekoak dira. Lehena kanpo-baliagarritasunari dagokio; eta bigarrena, berriz, test baten barne-egituraren azterketarako oinarrizko tresna da.

Azkenekoa izan ezik, beste guztiak oso klasikoak dira literatura psikometrikoan, eta itemen ohiko analisi guztietan daude. Itemaren funtzionamendu diferentzialaren azterketa, ikerketa psikometrikoan berria ez den arren, oraindik ez dago behar bezala hedatua ikerketa aplikatuan.

Eredu formala	Zailtasun-indizea Erakargarritasun-indizea Diskriminazio-indizea Fidagarritasun-indizea
Baliagarritasuna	Baliagarritasun-indizea Itemaren funtzionamendu diferentziala

4.2 taula. Itemen analisia: indizeak.

Nahiz eta literaturan horiez gain hainbat indize aurki daitezkeen, guztien artean aukeratzerakoan, garrantzizkoa da gogoan izatea itemen analisian proba osoarekin lotura duten estatistikoak bakarrik interesatzen zaizkigula. Gure kasuan formarekin loturiko indizeak eta diskriminazio-indizea aztertuko ditugu.

4.6 Itemen analisia. Formari loturiko indizeak

4.6.1 Batezbesteko aritmetikoa

Itema dikotomikoa eta exekuzio maximokoa denean, itemaren batezbestekoari *itemaren zailtasun-indize* esaten zaio. Zailtasun-indizea itemari ongi erantzuten dioten subjektuen proportzioa da.

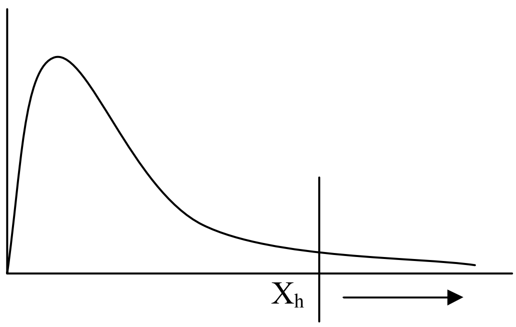
$$p_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} X_{ij}$$

Hor p_i da *i* itemaren zailtasun-indizea;
X_{ij}, *i* itemari *j* subjektuak emandako erantzuna, eta
N, subjektu kopurua.

Zailtasun-indizeak exekuzio maximoko probetan bakarrik du zentzua, ez baitu zentzurik jarrera baten zailtasunaz hitz egiteak. Hala, erantzuna zuzen/oker ez den kasuetan eta zoriak erantzunetan eraginik ez duenetan, itemaren batezbestekoaz arituko gara; izan ere, banaketaren zentralizazio-neurria da.

Finkaturiko helburuen arabera egin behar da beti itemen analisia. Xede horiek mugatuko dute subjektuen arteko bereizketa orokorra izango den edo tasun-maila tarte finko batean zehaztuko den. Testaren zertarakoen arabera, probaren osagai izango diren itemen batezbestekoaren balioen banaketak desberdinak izango dira. Adibidez, banaketa asimetrikoak nahi izanez gero —hots, puntuazioaren eskalaren tarte zehatz batean subjektuak zehatzago bereizi nahi badira— aurrez definitu beharko ditugu itemen batezbestekoen tarteak.

Eman dezagun ingeniaritza-eskolan zenbait beka banatu behar direla hautatze-prozesu batean. Xede horrek subjektuen artean hautatzea eskatzen du, bereizketa errendimendu gorenekoa dutenen artean finkatuz. Horretarako, eskuinerantz alboratutako banaketa behar dugu, eta, hori lortzeko, sortu beharreko testa item zailez osaturik egotea komeni zaigu; alegia, subjektu gutxik erantzuteko modukoak izango dira itemak. Hala balitz, taldeko kide gehienek puntuazio baxuak lortuko lituzkete, itemak zailegiak direlako. Hau da, kopuruaren aldetik, pertsona gehienak X_h ebakitze-puntuaren ezkerraldean geratuko lirateke, eta, eskuinaldean —hautatze-prozesuaren gunean—, berriz, gutxiago, helburua horixe baitzen: subjektu gutxi izatea eskalaren balio altuetan.

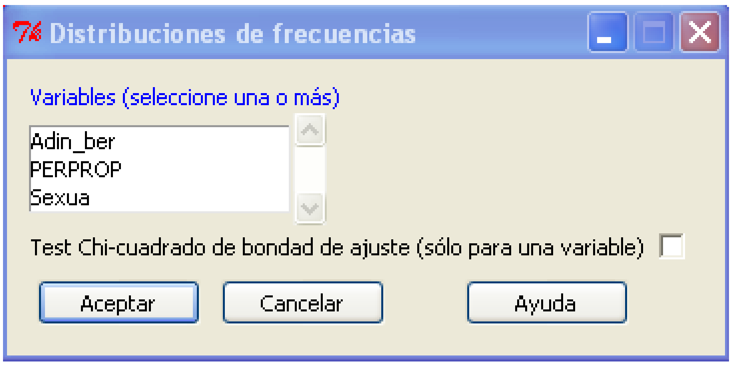


4.12. irudia. Eskuinerantz alboratutako banaketa.

4.6.2 Erakargarritasun-indizea

Aztertu nahi den aldagaiaren izaera dikotomikoa denean eta testak errendimendua edo gaitasunen bat neurtzen duenean, batezbesteko aritmetikoak elementuaren zailtasunaren berri ematen du. Izan ere, itemaren zailtasun-indizea (p_i) itemari zuzen erantzuten dioten subjektuen kopurua da. Eskala graduatuen kasuan —Likert eskalan, esaterako—, zailtasun-indizearen kontzeptuak zentzu oro galtzen du. Item bakoitzaren batezbesteko aritmetikoa lortzea posible bada ere, informazio gehiago lortuko da item bakoitzari dagokion maiztasun-banaketa aztertuz. Horrela, erantzun-aukera bakoitzarekin loturiko erakargarritasunaren berri izango genuke. Zenbait testen eskuliburuak, erantzun-aukera bakoitzaren *erakargarritasun-indizeaz* hitz-egitean, aukera bakoitza hautatzen duten subjektuen kopuruaz zein subjektuen proportzioaz ari dira.

Adibide honetan, item bakoitzaren maiztasun-banaketa eskuratuko dugu. Maiztasunen taula sortzeko, `Rcommander`-ek badu muga txiki bat, baina hori erraz gaindi daiteke. Maiztasun-taula eskaintzen duen aukera `Estadísticos > Resúmenes > Distribución de frecuencias` da. Aukera horrek zabaltzen duen leihoari erreparatzen badiogu, aldagai kategorikoak bakarrik agertzen direla ikusiko dugu; hots, faktoreak. Itemak jasotzen ari diren tratamendua zenbakizkoa denez, aldagaiak hautatzeko leihoan horiek ez dira agertzen.



4.13. irudia. Aldagaiak hautatzea.

Arazo hori gainditzeko bi irtenbide daude:

a) Aztertzera goazen aldagaiak faktore bihurtu, `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo> Convertir variable numérica en factor` aukeraren bidez, eta gero maiztasun-banaketaren analisira jo.

b) Komandoen leihoan, zuzenean, honako hau idatzi.

```
tabla.freq <- ( apply(Edi.data [,25:34],2,table))
tabla.freq
```

Bigarrena hautatu dugu; funtzio horretan datu multzoa zehaztu behar da (`Edi.data`), eta itemak matrizean zein zutabetan dauden; gure kasuan zutabeak 25.etik 34.era doazenez, hori da kortxete artean adierazi dugun tartea [,25:34].

Horrela jokatuz, irteera hau sortuko da. Hor ageri dira birkodeturiko item bakoitzaren izena eta bakoitzari dagokioen erantzunen banaketa.

```
  RecIC_1 RecIC_2 RecIC_6 RecIC_7 RecIC_9 RecIC_3 RecIC_4 RecIC_5 RecIC_8 RecIC_10
0   556   535   612   476   617   382   433   308   338   374
1   175   145   135   270   136   128   129   137   124   126
2   82   102   75   104   73   172   200   222   177   190
3   76   67   65   72   54   171   115   152   190   169
4   86   125   79   49   84   113   88   129   137   105
```

Taulan ikusten denez, gorputz-asegabetasuneko eskalako lehenengo itemean (RecIC_1) 0 puntuazioa 556 lagunek lortu dute; 1 puntuazioa 175ek; 2, 82k; 3, 76k, eta 5, 86k.

Maiztasunekin lan egin beharrean proportzioekin lan egin nahi izanez gero, komandoen leihoan hau idatziz item bakoitzaren erantzun-aukerari dagokion proportzioa lor genezake:

```
prop.table (tabla.freq,2)
```

```
   RecIC_1 RecIC_2 RecIC_6 RecIC_7 RecIC_9 RecIC_3 RecIC_4 RecIC_5 RecIC_8 RecIC_10
0  0.57  0.55  0.63  0.49  0.64  0.40  0.45  0.32  0.35  0.39
1  0.18  0.15  0.14  0.28  0.14  0.13  0.13  0.14  0.13  0.13
2  0.08  0.10  0.08  0.11  0.08  0.18  0.21  0.23  0.18  0.20
3  0.08  0.07  0.07  0.07  0.06  0.18  0.12  0.16  0.20  0.18
4  0.09  0.13  0.08  0.05  0.09  0.12  0.09  0.14  0.14  0.11
```

Banaketa horien estatistiko deskribatzaileak, batezbesteko aritmetikoa eta bariantza ezagutzeko, nahikoa da `Estadísticos>Resúmenes>Resúmenes numéricos` aukera hautatzea. Hor, datu multzo aktiboko aldagaiak hautatu ahal izango dira (gure kasuan, birkodetutako hamar itemak). Halako informazioa sortuko duen komandoa hau da.

```
numSummary(Edi.data[,c("RecIC_1", "RecIC_2", "RecIC_3", "RecIC_4",
 "RecIC_5", "RecIC_6", "RecIC_7", "RecIC_8", "RecIC_9",  RecIC_10")],
statistics=c("mean", "sd", "quantiles"), quantiles=c(0,.25,.5,.75,1))
```

Datu multzo aktiboaren aldagaiei aplikaturiko funtzioa `numSummary` izan da. (Oharra: datu multzo aktibokoari dagozkion aldagaietara iristeko, `$` sinboloaren ordez `c` kateatze-funtzioaren bitartez sorturiko bektorea erabili da). `Rcommander`-en irteeren leihoak hau erakusten du.

```
          mean       sd  0% 25% 50% 75% 100%   n  NA
RecIC_1 1.0225641 1.542520 0 0   0  1.5   5 975   1
RecIC_2 1.2063655 1.715512 0 0   0  2.0   5 974   2
RecIC_3 1.4875776 1.448727 0 0   1  3.0   4 966  10
RecIC_4 1.2704663 1.371921 0 0   1  2.0   4 965  11
RecIC_5 1.6381857 1.421251 0 0   2  3.0   4 948  28
RecIC_6 0.9057971 1.510731 0 0   0  1.0   5 966  10
RecIC_7 0.9670443 1.304609 0 0   1  1.0   5 971   5
RecIC_8 1.6521739 1.474175 0 0   2  3.0   4 966  10
RecIC_9 0.8962656 1.525017 0 0   0  1.0   5 964  12
RecIC_10 1.4865145 1.425486 0 0   1   3.0   4 964  12
```

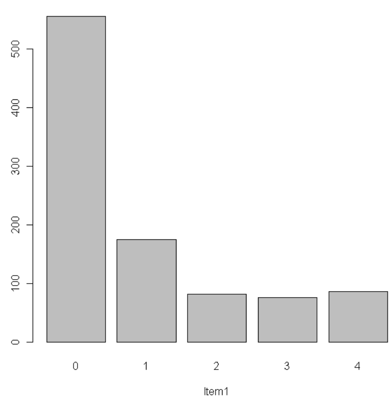
Hor jasota daude aldagai bakoitzaren batezbestekoa (mean), desbideratze estandarra (sd), lehengo kuartila (25%), bigarren kuartila edo mediana (50%), hirugarren kuartila (75%), subjektu kopurua (n) eta aldagai bakoitzean dauden faltako balioak (NA).

4.6.3 Maiztasun-grafikoak

Maiztasunen banaketari buruzko informazioa eskuratzeko beste modua barra-diagramak sortzea da. `Rcommander`-en oso erraz lortzen da hori; menu-barran `Graficas > Gráfica de barras` aukera hautatu behar da, eta hor aldagaiak hautatu. Aldagai horiek (menu-barraren bidez aukeratzen direnak) faktoreak izan behar dute. Gure adibideko itemak zenbakiak direnez, ez dira `Grafica de barras` aukerak irekitzen duen leihoan agertzen. Grafikoa egiteko, hau idatziko da komandoen leihoan:

```
barplot ( table(Edi.data[,25]), xlab="Item1")
edo
barplot (table(Edi.data$RecIC_1),xlab= "Item1")
```

Bi agindu horiek berdinak dira eta emaitza berdina sortzen dute. Horien arteko desberdintasun bakarra itemak izendatzeko erabilitako prozeduran datza. Lehenengoaren kasuan itemak datu multzoan duen tokia aipatzen da; 25. zutabea ([,25]). Bigarren kasuan berriz itemaren izena idatzi da (Datu multzoa$itemaren izena). Biak baliokideak direnez edozein erabil daiteke. Azkenik, `xlab=` argudioa erantsi dugu, horrek X ardatzari izena jartzen dio. Adibidean `Item1`.

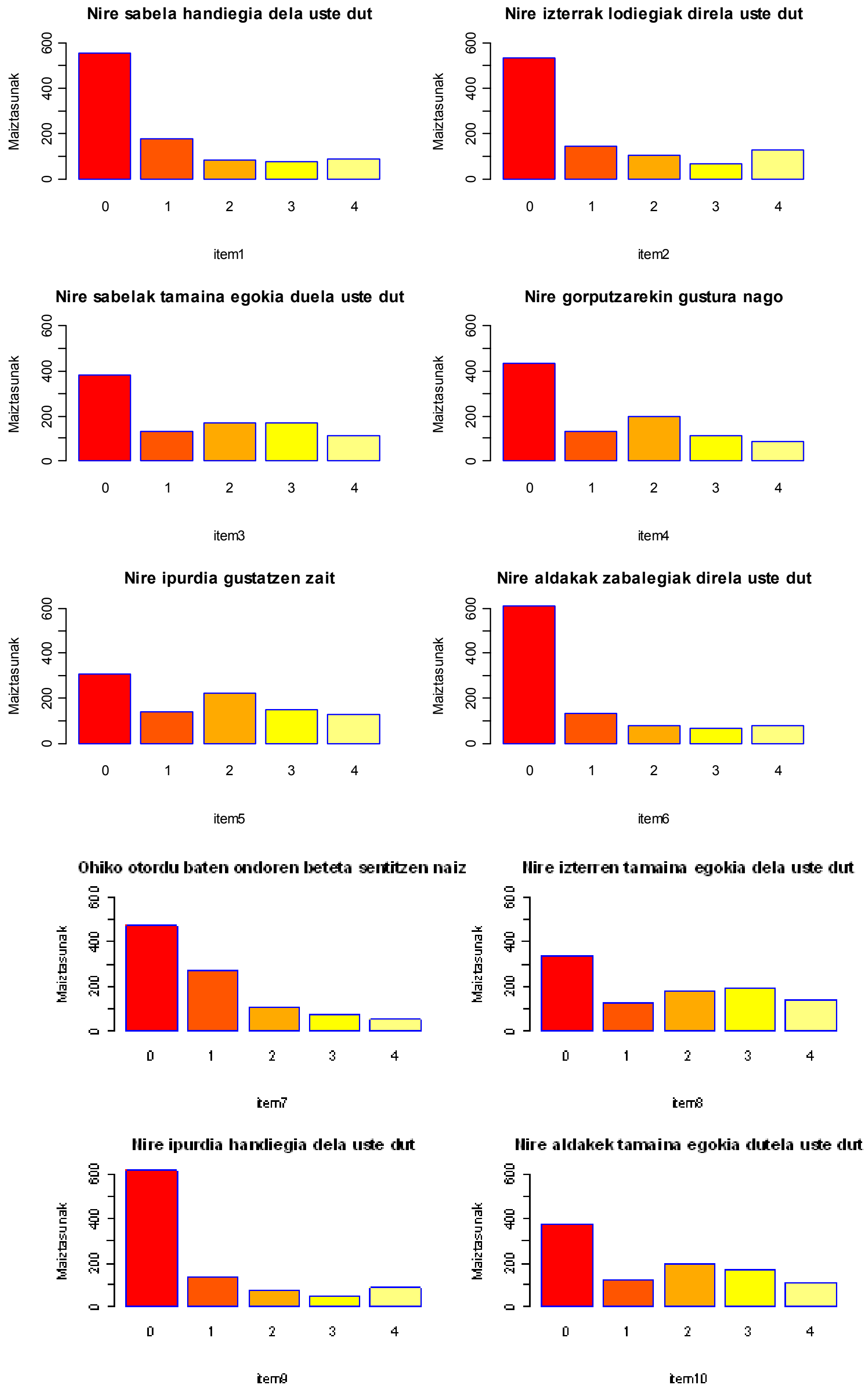


4.14. irudia. Barren diagrama.

Sortutako grafikoek itxura sinplea dute, eta zenbait parametro grafikoren bidez erraz alda eta hobe daitezke. Adibidez, diagramaren itxura erraz alda daiteke, ardatzean mugak finkatuz (`ylim=range(0,600)`), izenburua (`ylab=”Maiztasunak”`) eta koloreak (`col=heat.colors(5)`) gehituz, itemaren edukiarekin bat datorren izenburua (`main= "Nire sabela handiegia dela uste dut"`) ipiniz edo itemak eskalan betetzen duen lekuaren ohargarria ezarriz (`sub="Item1"`).

```
    barplot(table(Edi.data$Rec_item1),ylim=range(0,100),
ylab="Frecuencias", border="blue", col=heat.colors(5),main= "Creo que
mi estómago es demasiado grande", sub="Item1")
```

Eskalako item guztientzat, barra-diagrama hauek sortu ditugu prozedura automatizatuz.



4.15. irudia. Itemen barra-diagramak.

5 Fidagarritasuna. Diskriminazio-indizea eta alfa koefizientea

5.1 Erlazio-indizeak. Korrelazio-matrizea

Itemen analisiaren erlazio-indizeak itemen arteko korrelazioak aztertzen ditu. Korrelazioa bi aldagairen arteko erlazioaren adierazlea da; korrelazionatzen diren aldagaiak itemak baldin badira, itemen arteko erlazioei buruzko informazioa lortzen da.

Korrelazioaren zenbatespen-prozedura aldagaien izaerak mugatzen du. Kasuan-kasuan, egokiena hautatu beharko da korrelazio biserialaren, biserial puntualaren, phi-ren, tetrakorikoaren edo Pearson-en artean.

Korrelazio biserial puntuala

Aldagai bat dikotomikoa denean eta bestea jarraitua denean aplikatzen da; gure kasuan, itema dikotomikoa denean, eta puntuazio osoa, jarraitua.

$$\rho_{bp} = \frac{\mu_p - \mu_X}{\sigma_X}\sqrt{p/q} = \frac{\mu_p - \mu_q}{\sigma_X}\sqrt{pq}$$

Hor μ_p da itemari ongi erantzun dioten subjektuek proban lortutako batezbestekoa;
μ_X, probaren batezbestekoa;
μ_q, itemari oker erantzuten dioten subjektuen batezbestekoa proba osoan;
σ_X, probaren desbideratze estandarra,
p, itemari ongi erantzuten dioten subjektuen proportzioa, eta
q, itemari oker erantzuten dioten subjektuen proportzioa.

Korrelazio biseriala

Korrelazio biseriala zenbatets daiteke, aldagai dikotomikoaren azpian banaketa normalari egokitzen zaion aldagai jarraitua dagoela joz. Hau da, bi aldagai ditugu: bata, jarraitua, eta bestea, dikotomizatua (ez berez dikotomikoa). Horrelakoetan, honako formula hau erabiliko dugu:

$$\rho_b = \frac{\mu_p - \mu_X}{\sigma_X} \frac{p}{y}$$

Hor μ_p da itemari ongi erantzun dioten subjektuek proban lorturiko batezbestekoa;
μ_X, probaren batezbestekoa;
μ_q, itemari oker erantzun dioten subjektuen batezbestekoa proba osoan;
σ_X, probaren desbideratze estandarra;
p, itemari ongi erantzuten dioten subjektuen proportzioa, eta
y, banaketa normalean *p* balioaren azpitik dagoen azalerarekin loturiko *z*-ri dagokion ordenatua.

Lord-ek eta Novick-ek (1968) honela azaltzen dute korrelazio biserialaren eta biserial puntualaren arteko erlazioa:

$$\rho_{bp} = \frac{\rho_b \sqrt{pq}}{y}$$

Ikusten denez, korrelazio biserialak biserial puntualak baino balio altuagoak zenbatesten ditu datu bererako. Balioen arteko aldea erdi-mailako zailtasuna duten itemetarako txikia bada ere, areagotu egiten da muturreko zailtasuna dutenean. Korrelazio biseriala biserial puntuala baino lau aldiz handiagoa izatera irits daiteke (Magnuson, 1967).

Phi korrelazioa

Bi aldagaiak dikotomikoak direnean erabiltzen da.

$$\rho_{ij} = \frac{p_{ij} - p_i p_j}{\sqrt{p_i q_i p_j q_j}}$$

Hor p_{ij} da *i* eta *j* itemei ongi erantzun dieten subjektuen proportzioa;
p_i eta p_j dira, hurrenez hurren, *i* itemari eta *j* itemari ongi erantzun dieten subjektuen proportzioa, eta
q_i eta *q* dira *i* itemari eta *j* itemari oker erantzun dieten subjektuen proportzioa.

Korrelazio tetrakorikoa (polikorikoa)

Dikotomizaturiko (edo kategorizaturiko) aldagaiekin ari garenean, korrelazio tetrakorikoa (polikorikoa) erabil daiteke. Onartzen da behatutako banaketa normalari darraizkion bi ezkutuko aldagai jarraitu (edo gehiago) daudela bi aldagairen (edo gehiagoren) azpian.
Ez dago formularik korrelazio tetrakorikoaren balioa emango digunik, eta, nahiz hurbilketak badauden, datu-analisirako softwarea erabiltzen da hori zenbatesteko.

Pearson-en korrelazioa

Bi aldagaiak jarraituak badira, Pearson-en korrelazioa aplikatzen da. Hori bi aldagairen arteko kobariantzen balio normalizatua baino ez da. Pearson-en korrelazioaren formula honako hau da:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Hor ρ_{XY} da X testaren baliagarritasun-koefizientea;
σ_X eta σ_Y dira, hurrenez hurren, testaren eta irizpidearen desbideratze estandarrak, eta
Cov (X,Y) da testaren eta irizpidearen arteko kobariantza.

Formula hori orokorra da, eta korrelazio biserial puntuala eta phi-korrelazioak horren kasu bereziak baino ez dira.

Korrelazioak item guztien artekoak badira, korrelazio-matrizea lortzen da. Korrelazio-matrizea oso informazio-iturri garrantzizkoa da itemen barne-egitura aztertzeko. Itemak ezkutuko aldagai baten adierazle dira, eta harekin loturik daudelako dituzte beren artean erlazioak. Korrelazio-matrizea matrize simetrikoa da, izan ere, -item1-en eta item2-ren arteko korrelazioa item2-ren item1-en artekoaren berdina da. Korrelazio-matrizearen diagonaleko elementuak batekoak dira, zeren aldagai bakoitzak bere buruarekin duen korrelazioa 1 baita. Balioak positiboak zein negatiboak izan daitezke, baina inoiz ez +1 edo -1 baino handiagoak.

Itemen analisiari dagokionez, korrelazio positiboak esperoko genituzke korrelazio-matrizean. Balio negatiboak gehienetan sortzen dira, alderantzizko itemak birkodetu gabe geratu direlako. Eskala berdineko itemen arteko korrelazioak eskala desberdinekoak diren itemen artekoa baino handiagoak izango dira. Korrelazio-matrizeak datuen barne-egiturari buruzko lehen informazioa ematen du. Item asko direnean, zaila da korrelazio-matrizetik informazio erabakigarria lortzea; horretarako badaude indize eta prozedura zehatzagoak, baina, gure ustez, korrelazio-matrizearen azterketa beharrezko pausoa da itemen analisian.

5.2 Erlazio-indizeak. Diskriminazio-indizea

Itemen analisi klasikoak eskaintzen dituen indizeen artean, diskriminazio-indizea puntuazioen barne-tinkotasunarekin loturik dago. Diskriminazio-indizea itemaren eta puntuazio enpirikoaren arteko korrelazioa da. Adiera argia da. Probak subjektuak bereiztea ahalbidetu behar badu, itemak ere berdin jokatu beharko du. Ezaugarri hori enpirikoki egiaztatzeko, bi puntuazioren arteko korrelazioa erabili ohi da, itemaren eta proba osoaren artekoa, alegia.

Itemaren eta puntuazio osoaren arteko korrelazioaren bidez zenbatetsitako item-test erlazioa zuzendu egin behar da, eskala osatzen duten itemen kopurua txikia denean; bestela, zenbatetsitako item-test korrelazioa faltsuki puztua egongo da. Hori gertatzen da, ikergai den itemaren diskriminazio-indizea zenbatesterakoan item hori puntuazio osoaren barne dagoelako. Puntuazio osotik itemaren eragina ezabatuz, diskriminazio-indizea zuzentzea lortzen da. Horrela, itemaren eta eskalaren beste item guztiek osatutako multzoaren artean diskriminazio-indize zuzendua zenbatetsiko genuke. Ohikoena da indize horrek *diskriminazio-indize zuzendu* izena hartzea.

Diskriminazio-indize zuzendua lortzeko bi bide daude: batetik, korrelazioa kalkulatu baino lehenago puntuazio berria sortu, eta puntuazio horri dagokion itema kendu; bestetik, zuzenketa bereganatzen duen honako formula hau aplikatu:

$$\rho_{i(X-i)} = \frac{\rho_{iX}\sigma_X - \sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_X^2 - 2\rho_{iX}\sigma_i\sigma_X}}$$

Hor $\rho_{i(X-i)}$ da itemaren eta probaren arteko korrelazio zuzendua;
ρ_{iX}, itemaren eta probaren arteko korrelazio zuzendugabea;
σ_X, probaren desbideratze estandarra, eta
σ_i, itemaren desbideratze estandarra.

Diskriminazio-indizearen balioak teorikoki -1etik 1era bitartean egoten dira. Alabaina, itemen analisiaren testuinguruan, diskriminazio-indizearen balio negatiboek ez lukete zentzurik izango. Adierazle baten kalitatea ebaluatzeko, ebakitze-puntuak testuinguruaren arabera interpretatu behar badira ere, irizpide hauek ontzat ematen dira(Ebel, 1965; Elosua, 2005).

r_{iX}	Diskriminazio-maila
$0,40<r_{iX}$	Oso ona
$0,30<r_{iX}<0,39$	Ona
$0,20<r_{iX}<0,29$	Urria
$r_{iX}<0,19$	Gutxiegia

5.1 taula. Diskriminazio-indizea.

5.3 Fidagarritasuna

Edozein neurketa-prozesutan, zorizko errorea tartekatzen da, ezinbestean, objektu baten propietateei zenbakiak egokitzerakoan. Erroreek eragina dute neurketa guztietan; ez beti modu berean, noski. Fisikan, medikuntzan, kimikan edo gizarte-zientzietan, errorea neurketaren ezinbesteko ezaugarria da. Egia da, ordea, fisikan edo psikologian neurketarekin loturiko erroreen eragina oso desberdina dela. Esate baterako, distantzia fisiko bat zehazterakoan txerta daitekeen errorea txikiagoa izango da irudimen-gaitasuna neurtzean gertatzen dena baino. Oso urrun ez dauden bi punturen arteko distantzia metro batekin neurtzen badugu, behin eta berriz lorturiko datuen arteko diferentziak oso txikiak izango dira; nekez nabarituko dira. Izan ere, saialdi guztietan, distantzia berbera jasoko dugu. Hori, ordea, ez da hain nabarmena aipatutako irudimen-gaitasunari dagokionez, edo, medikuntzan, tentsioarekin edo hematokritoekin gabiltzanean. Horietan, nahiz eta tasunek berdin jarraitu, hainbat alditan bildutako neurrien arteko aldeei atzeman diezaiekegu. Bi medikuk pertsona beraren tentsioa neurtzean, balio desberdinak jaso ditzakete. Bildutako datuak ez dira erabat zehatzak. Horren ondorioa, ordea, ez da tentsioa neurtezina dela, baizik eta neurketak jasaten duen aldakortasun-maila ezagutu behar dela.

Psikopedagogiaren kasuak badu zerikusia tentsioarenarekin. Subjektu bati edozein gaitasun, zaletasun edo errendimendu neurtzeko test bat behin eta berriz aplikatuko bagenio, lortuko genituzkeen puntuazioak ez lirateke konstanteak. Fidagarritasunak, hain zuzen ere, puntuazio horien arteko berdintasun/desberdintasuna aztertu nahi du. Zenbat eta berdinagoak izan, orduan eta fidagarriagoa izango da proba. Aitzitik, desberdintasun handiak sumatuz gero, fidagarritasunik gabeko neurketatzat hartuko genuke.

Fidagarritasunaren kontzeptua, beraz, neurketaren zehaztasunari dagokio. Test baten bidez subjektuek lortzen dituzten puntuazio enpirikoetan errorearen eragina zenbaterainokoa den zenbatestean dago gakoa. Fidagarritasunaren azterketak hartzen dituen erroreak —neurketa-erroreak— zorizkoak dira —kontrolik gabekoak, hain zuzen—, eta neurketa-prozesu guztietan agertzen dira. Horiek zenbatestea da helburua.

5.3.1 Eredu lineal klasikoa

Testen teoria klasikoa fidagarritasunaren kontzeptuaren inguruan eraikitzen da. Spearman-en lanetan bila ditzakegu ereduaren oinarriak (1904a, 1907, 1913). Gulliksen-ek sistematizatu zituen (1950), eta, azkenik, Lord-en eta Novick-en liburuak (*Statistical Theories of Mental Test Scores*, 1968) —egungo psikometriarako hain garrantzizkoa izan denak— birformulatu eta aztertu zituen. Aldagai psikologikoen neurketan tarteka daitezkeen erroreak kalkulatzea da ereduaren helburu nagusia.

Neurketa-tresna aplikatu ondoren dugun informazio bakarra subjektuen puntuazio enpirikoa denez, zenbait aurretiko onartu behar dira, zenbateste-prozesua aurrera eramateko. Horiek osatzen dute eredua, hain zuzen.

EREDUA $X = V + E$

AURRETIKOAK
1. $V = E[X]$
2. $\rho_{V,E} = 0$
3. $\rho_{e_j,e_k} = 0$

TEST PARALELOEN DEFINIZIOA:

Bi test, *j* eta *k,* paraleloak dira, baldin eta beren erroreen bariantzak [$\sigma^2_{ej} = \sigma^2_{ek}$] eta subjektuen benetako puntuazioak [$V_j = V_k$] berdinak badira.

Test bat egitean lortzen den puntuazio enpirikoa (X) bi partek osatzen dute: benetako puntuazioak (V) eta errore-puntuazioak (E). Subjektuak lortzen duena ez da benetako puntuazioa, zeren eta emaitzetan eragin zuzena duten kontrolpeko erroreak agertzen baitira proba gauzatzean. Errore horiek onerako nahiz txarrerako izan daitezke, eta puntuazioa norabide batean zein bestean aldarazi. Testa aplikatu ondoren, ordea, puntuazio enpirikoa dugu bakarrik, eta benetako puntuazioa zenbatetsi egin behar da; horretarako, honako hauek onartzen dira:

Aurretikoa

Subjektuaren benetako puntuazioa puntuazio enpirikoaren itxaropen matematikoa da. Bestela esanda, benetako puntuazioa da behin eta berriz proba bera eginarazirik subjektu batek lor ditzakeen puntuazio enpiriko guztien batezbestekoa.

Aurretikoa

Ez dago korrelaziorik errorearen eta benetako puntuazioen artean. Erroreak zorizkoak direnez, ez dute, inolaz ere, benetako puntuazioaren balioa mugatzen, ez onerako ez txarrerako.

Aurretikoa

Subjektuek test jakin batean izan ditzaketen erroreek ez dute inongo erlaziorik beste proba batean izan ditzaketenekin. Erroreen arteko korrelazioa 0 da. Erroreak zorizkoak direnez, ezin daiteke beren arteko erlaziorik bila.

Forma paraleloen definizioa

Azkenik, proba paraleloak zer diren definitzen du ereduak. Labur esanda, bi test paraleloak dira, aldagai bera hainbat itemen bitartez neurtzen dutenean. Horren ondorio psikometrikoak honako hauek dira: forma paraleloetan, subjektuen benetako puntuazioak eta taldeen errore-bariantzak berdinak dira.

Aurretikoek eta definizio horrek zenbait ondorio zuzen dakartzate:

1.- Neurketa-errorea puntuazio enpirikoaren eta benetako puntuazioen arteko diferentzia da.

$$e = X - V$$

2.- Neurketa-erroreen itxaropen matematikoa zero da. Hau da, erroreak alboratu gabeak dira.

$$E(e) = 0$$

3.- Puntuazio enpirikoaren batezbesteko aritmetikoa benetako puntuazioaren batezbestekoaren berdina da.

$$\mu_X = \mu_V$$

4.- Benetako puntuazioaren eta errore-puntuazioaren arteko kobariantza 0 da.

$$Cov(V, e) = 0$$

5.- Puntuazio enpirikoaren eta benetakoaren arteko kobariantza benetako puntuazioen bariantzaren berdina da.

$$Cov(X,V) = \sigma_V^2$$

6.- Bi forma paraleloren puntuazio enpirikoen arteko kobariantza eta benetako puntuazioen bariantza berdinak dira.

$$Cov(X_j, X_k) = Cov(V_j, V_k) = \sigma_V^2$$

7.- Puntuazio enpirikoen bariantza benetako puntuazioen eta errore-puntuazioen bariantzen batura da.

$$\sigma_X^2 = \sigma_V^2 + \sigma_E^2$$

8.- Puntuazio enpirikoaren eta erroreen arteko korrelazioa erroreen desbideratze estandarraren eta puntuazio enpirikoen desbideratze estandarraren arteko arrazoia da.

$$\rho_{Xe} = \frac{\sigma_e}{\sigma_X}$$

9.- K test paraleloetan, batezbestekoak, bariantzak eta beren arteko korrelazioak berdinak dira.

5.3.2 Fidagarritasun-koefizientea

Ereduari jarraituz, test baten bi forma paralelotan lorturiko puntuazioen (X eta X') arteko Pearson-en korrelazio-koefizientea da fidagarritasun-koefizientea ($\rho_{xx'}$). Test paraleloetan errorerik ez balego, subjektuek lortuko lituzketen puntuazioak berdinak lirateke, eta, ondorioz, 1 litzateke horren fidagarritasun-koefizientea. Koefizientea 1 baliotik urrunduz doan neurrian, erroreen eragina areagotuz doa, eta, noski, egonkortasuna galtzen da.

Definizio hori garatuz, fidagarritasun-koefizientearen esangura formalari antzemango genioke:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_V^2}{\sigma_X^2}$$

Fidagarritasun-koefizientea benetako puntuazioen bariantzaren eta puntuazio enpirikoen bariantzaren arteko arrazoia da. Bariantzak beti positiboak direnez, fidagarritasun-koefizienteak balio positiboa izango du beti.

$$0 \leq \rho_{XX'} \leq 1$$

Fidagarritasun-koefizientea honela ere idatz daiteke:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_V^2}{\sigma_X^2} = \frac{\sigma_X^2 - \sigma_e^2}{\sigma_X^2} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_X^2}$$

Puntuazio enpirikoetan erroreek eragina ez dutenean, bariantza enpirikoa eta benetako puntuazioen bariantzak berdinak izango dira. Kasu horretan, balio maximoa hartzen du fidagarritasun-koefizienteak ($\rho_{XX'}=1$).

5.3.2.a Fidagarritasun-indizea

Korrelazioa, forma paraleloen puntuazio enpirikoen bitartez zenbatetsi beharrean, puntuazio enpirikoen eta benetako puntuazioen artean zenbatetsiko bagenu, fidagarritasun-indizea lortuko genuke (ρ_{XV}); ikusiko dugun bezala, indize hori fidagarritasun-koefizientearen erro karratua da.

$$\rho_{XV} = \sqrt{\rho_{XX'}} = \frac{\sigma_V}{\sigma_X}$$

5.3.2.b Neurketa-errore estandarra

Aurreko definizioetatik neurketa-errore estandarra eratortzen da, erroreen desbideratze estandarra, alegia.

$$\sigma_e = \sigma_X \sqrt{1-\rho_{XX'}}$$

Subjektuek testaren hainbat aplikaziotan lorturiko puntuazioen aldakortasuna adierazten du neurketa-errore estandarrak. Zenbat eta handiagoa izan sakabanatzea, orduan eta fidagarritasun-koefiziente baxuagoa izaten da; izan ere, puntuazio enpirikoen arteko aldeen adierazle da. Neurketa-errore estandarrari *fidagarritasun absolutu* deritzo; fidagarritasun-koefizienteari, berriz, *fidagarritasun erlatibo*.

5.3.3 Fidagarritasun-koefizientea zenbatesteko prozedura enpirikoak

Fidagarritasun-koefizientea formulatu den moduan, zenbatestezina da, ezin baita jakin zuzenean zein diren puntuazio enpirikoaren osagaien balioak. Hala, testaren fidagarritasun-koefizientea zenbatesteko, prozedura esperimentalak taxutu behar dira. Horien bidez bakarrik lor daitezke hura zenbatesteko beharrezkoak diren gutxieneko datuak.

Hiru aukera erabili ohi dira, hala nola *forma paraleloen*, *test-birtesten* eta *zatien* metodoak. Bakoitzak, berariazko abantailak izateaz gain, diseinuaren barne-baliagarritasuna bermatzeko kontrolatu beharreko alderdiak ditu.

Forma paraleloak. Ereduaren definiziotik zuzenean eratortzen den prozedura esperimentala da. Fidagarritasuna zenbatesteko proba beraren bi forma paralelo sortu eta horiek aplikatu ondoren, lorturiko puntuazioen arteko korrelazioa kalkulatu behar da. Hala eskuraturiko fidagarritasun-koefizienteak formen arteko *baliokidetasun*-maila adierazten du. Arazoa, noski, forma paraleloen kontzeptutik dator, oso zaila baita bi forma baliokide sortzea.

Test-birtesta. Diseinu horrek aurrekoaren zailtasuna gainditu nahi du. Horretarako, bi forma sortu beharrean, proba bera birritan eginarazten zaio laginari, eta bi pasaldietan lorturiko puntuazioen arteko korrelazioa kalkulatu. Puntuazioen *egonkortasuna* islatuko luke fidagarritasuna zenbatesteko era horrek. Diseinuak arazo bat planteatzen du, pasaldien artean utzi beharreko denbora, hain zuzen. Hori laburra bada, oroimenak diseinuaren barne-baliagarritasunaren kaltean jokatuko luke; eta, denbora gehiegi utziz gero, berriz, subjektuek jasan ditzaketen aldaketek puntuazioetan eragin zuzena izan lezakete.

Zatien metodoa. Prozedurarik sinpleena da. Ez du eskatzen ez forma paralelorik, ez proba beraren bi pasaldi. Aplikazio bakar batean lorturiko puntuazioetatik zenbatesten da fidagarritasun-koefizientea. Horretarako, testa bi azpiproba paraleloz osaturik dagoela jota, bi puntuazio multzo sortzen dira. Horien arteko korrelazioari zuzenketa bat aplikatuz (Spearman-Brown) lortuko genuke fidagarritasun-koefizientea. Hala zenbatetsiriko fidagarritasuna probaren *barne-tinkotasuna*ren adierazle da.

Sorturiko bi zatien arteko baliokidetasuna zaindu behar du bereziki prozedura horrek. Gehienetan, hori lortzeko ez da egokia izaten probaren lehen erdia eta bigarren erdia hartzea; batetik, itemak zailtasunaren arabera ordenaturik agertzearen ondorioz lehen aldia bigarrena baino askoz ere errazagoa izaten delako; eta, bestetik, testak luzeak direnean batik bat, subjektuak neka daitezkeelako lehen erditik bigarren erdira. Arazo horiek saihesteko, item bikoitiak eta item bakoitiak erabili ohi dira bi zatiak hautatzerakoan.

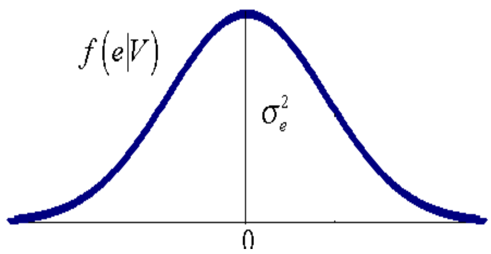
5.3.4 Benetako puntuazioa zenbatestea

Nahiz subjektuen benetako puntuazioa zein den zehazki jakitea ezinezkoa den, zenbatetsi egin daiteke, fidagarritasun-koefizientearen balioa ezagutuz gero. Bi prozedura aipatuko ditugu benetako puntuazioak zenbatesteko; bata, erroreen banaketa normalean oinarriturikoa, eta bestea, berriz, erregresio linealaren eredutik eratorritakoa.

5.3.4.a Erroreen banaketa

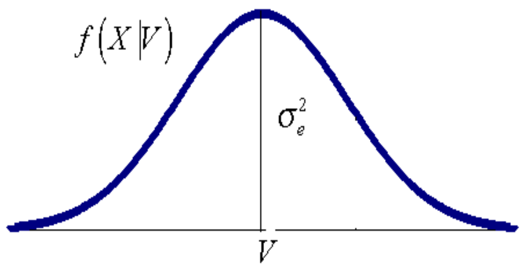
Orain, subjektu bakar bat hartuko dugu langai. Subjektu horrek, hainbat alditan test bera egin duela hipotesitzat hartuta, hainbeste X_i lortuko ditu, baina *V* bakarra. Hau da, *V* bakarraren inguruan banatuko dira *X* guztiak. Edozein exekuzioren aurrean, banaketa horretatik zoriz ateratako baliotzat har daiteke subjektuaren X_i, eta, beraz, *V*-ren zenbatesle alboratugabetzat (ikus ereduaren aurretikoak). Hala, aurrez finkaturiko konfiantza-maila kontuan harturik, *V*-rako tarte bat zenbatets dezakegu. Horretarako, nahikoa da *X* puntuazioen lagin-banaketaren informazioa izatea; baina *V*-ren eta *X*-ren arteko aldeak zorizko erroreen eraginen menpe daudenez, errorearenaren berdina izango da banaketa hori. Jakin badakigu errore-puntuazioen banaketa eta, ondorioz, puntuazio enpirikoen banaketa kurba normalari dagozkiola, beraz:

$$\mathrm{f}\left(\mathrm{e}\middle|\mathrm{V}\right) \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma_{\mathrm{e}}^2\right)$$



5.1 irudia. Errorearen banaketa

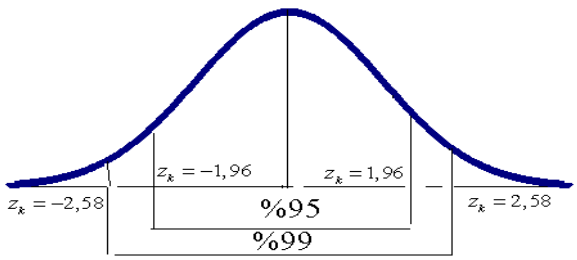
$$\mathrm{f}\left(\mathrm{X}\middle|\mathrm{V}\right) \sim \mathrm{N}\left(\mathrm{V}, \sigma_{\mathrm{e}}^2\right)$$



5.2 irudia. Puntuazio enpirikoaren banaketa

Banaketa normalaren ezaugarriak oinarritzat hartuta, neurketa-errore estandarra ezagutzea nahikoa da, zenbatesteko aurrez finkaturiko konfiantza-mailarekin puntuazio enpiriko (X_i) bati dagokion benetako puntuazio-tartea. Horretarako, honako pauso hauek egiten dira:

1.- *Konfiantza-maila zehaztu* (1-α). % 95ekin edota % 99rekin lan egin ohi da (α=0,05 eta α=0,01). Banaketa normalaren simetria dela medio, α/2-ri eta (1-α/2)-ri dagozkien $Z_{k\text{-}r}$-ren balio absolutuak berdinak dira, eta, jakina denez, azalera horiek $z_K=\pm1{,}96$ eta $z_K=\pm2{,}58$ balio kritikoekin loturik daude.



5.3 irudia. Banaketa normala (balio kritikoak).

2.- *Errore maximoa zenbatetsi*. Horretarako, zeta kritikoaren ($Z_{\alpha/2}$) balio absolutua dagokigun neurketa-errore estandarraz biderkatu beharko da.

$$E_{GEHI} = |Z_K|\sigma_e$$

3.- *V-ren konfiantza-tartearen mugak ezarri*. Interesgune den puntuazio enpirikoari onartuko dugun errore maximoa gehitu eta kendu beharko diogu.

$$M_G = X_i + E_G$$

$$M_b = X_i - E_G$$

Hor M_G eta M_b goi- eta behe-mugak dira, hurrenez hurren.

Zenbatespen horretan, neurketa-errore estandarra erabiltzen da. Kontzeptu hori taldeari dagokio, baina, kasu horretan, banakoen zenbatespena egiten ari gara. Horrenbestez onartzen dugu neurketa-errorea puntuazio guztientzat berdina dela; hau da, neurketa-erroreak *homozedastizitatea* duela.

Neurketa-erroreen banaketaren berdintasuna da testen teoria klasikoaren alderdirik ahulena, praktikan ez baita horrelakorik gertatzen. Puntuazio enpirikoaren ibilbidean zehar, neurketa estandarra ez da konstantea. Esate baterako, proba osatzen duten itemen zailtasunak erdi-mailakoak direnean, puntuazioen batezbestekoaren inguruko balioak muturrekoak baino aldakorragoak izaten dira, muturrekoak nahikoa egonkorrak izaten baitira. Lehenengo kasuan —batezbestekotik hurbilago daudenean, alegia— dauden subjektuentzat, beraz, besteentzat baino handiagoa izango da erroreen sakabanatzea.

Arazo horien aurrean benetako puntuazioen zenbatespena zehatzagoa nahi izanez gero, puntuazio-tarteak ezarri, eta berariazko neurketa-errore estandarra zenbatets daiteke bakoitzean. Dena den, erabilera-egoera bakoitzak finkatuko du horren beharra; izan ere, zenbatespenaren ondorioen araberakoa izango da zehaztasun-mailaren eskakizuna.

5.3.4.b Erregresio-eredua

Eredu linealean darabiltzagun X eta Y aldagaiak, testen teoriaren esparrura ekarriko bagenitu, X eta V bihurtuko lirateke: bata, iragarle; irizpidea, bestea. Arazoa, horrenbestez, V iragartzean datza, baldin eta onartzen badugu X-ren balio desberdinetan baldintzaturiko V-ren batezbestekoak lerro baten gainera erortzen direla.

Y aldagaiaren balioak (irizpide-aldagaia) iragartzeko, honetaz baliatzen da erregresio linealaren oinarrizko eredua:

$$Y' = \rho_{XY}\left(\sigma_Y \ / \sigma_X\right)\left(X_i - \bar{X}\right) + \bar{Y}$$

Hor Xi lorturiko puntuazioa da;
ρ_{XY}, X eta Y aldagaien arteko korrelazioa;
σ_X, X aldagaiaren (iragarlea) desbideratze estandarra;
σ_Y, Y aldagaiaren (irizpidea) desbideratze estandarra;
$\bar{X}$, X aldagaiaren batezbesteko aritmetikoa, eta
$\bar{Y}$, Y aldagaiaren batezbesteko aritmetikoa.

Gure arloan erlazionaturiko aldagaiak benetako puntuazioa eta puntuazio enpirikoa direnez, aurreko ekuazioa honela adieraziko genuke:

$$V' = \rho_{XX'}\left(X_i - \bar{X}\right) + \bar{X}$$

Hor $\rho_{XX'}$ fidagarritasun-koefizientea da;
X_i, puntuazio enpirikoa, eta
$\bar{X}$, puntuazio enpirikoen batezbestekoa.

Kelley-ren ekuazio esaten zaio horri (Kelley, 1947). Kelley-ren formularen hedapenak eskala partzialetan dagoen informazioa erabiltzen du fidagarritasuna zenbatesteko (Elosua, 2008).

Zenbatespen guztietan, ordea, badago diferentzia bat zenbatetsiriko eta egiazko balioen artean; gure kasuan, V'-ren eta subjektuaren V-ren artean. *Zenbatespen-errore* deitzen zaio bi horien arteko diferentziari. Horien banaketa —*zenbatespen-errore estandar* ($\sigma_{V.X}$) deritzona— ezagutuz gero, benetako puntuazioaren konfiantza-tartea zenbatets daiteke.

$$\sigma_{V.X} = \sigma_X\sqrt{1-\rho_{XX'}}\sqrt{\rho_{XX'}} = \sigma_e\sqrt{\rho_{XX'}}$$

Zenbatespen-errore estandarra banaketa normalari darraio, eta, gainera, homozedastikoa da; beraz, aurreko atalean aipatu ditugun pauso berak erabilita zenbatetsiko dugu benetako puntuazioaren tartea.

1.- *Konfiantza-maila zehaztu* (1-α). % 95 edota % 99 erabili ohi dira (α=0,05 eta α=0,01). Banaketa normalaren simetria dela eta, α/2-ri eta 1-α/2-ri dagozkien z_k-ren balio absolutuak berdinak dira, eta, jakina denez, z_K=±1,96 eta z_K=±2,58 balio kritikoekin lotuta daude.

2.- Errore maximoa zenbatetsi.

$$E_{GEHI} = |Z_K| \sigma_{V \cdot X}$$

3.- V-ren konfiantza-tartearen mugak zehaztu.

$$M_G = V_i^{'} + E_G$$

$$M_b = V_i^{'} - E_G$$

Hor M_G eta M_b goi- eta behe-mugak dira, hurrenez hurren.

5.3.5 Alfa koefizientea

Aplikatze-aldi bakarrean oinarrituriko prozeduren artean, Cronbach-ek (1951) proposaturiko alfa koefizientea (α) da garrantzizkoena. Itemen kobariantzen arteko indarraren indizea da alfa, eta, ondorioz, probaren barne-*tinkotasuna*ren adierazlea.

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2}{\sigma_X^2}\right) = \alpha = \frac{n}{n-1}\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} Cov(i,j)}{\sigma_X^2}\right)$$

Hor *n* item kopurua da;
σ^2_i, *i* itemaren bariantza;
σ^2_X, probaren bariantza, eta
Cov (i,j), i eta *j* itemen arteko kobariantza.

Eman dezagun proba *n* item paraleloz osaturik dagoela, eta bakoitzaren fidagarritasun-koefizientea $\rho_{ii'}$ dela. Kasu horretan, pentsa genezake fidagarritasunaren eta luzeraren arteko erlazioa dela-eta proba *n* (*n*=*K*) aldiz handitu dela.

$$\rho_{XX'} = \frac{n\rho_{ii'}}{1-(n-1)\rho_{ii'}}$$

Hor n item kopurua da, eta
$\rho_{ii'}$, item bakoitzaren fidagarritasun-koefizientea.

Beraz, argi ikusten da probaren fidagarritasun-koefizientea alfaren berdina dela.

5.3.5.a Alfa koefizientearen kasu bereziak

Alfa koefizientea eta zatien metodoa

Alfak n elementuz konposaturiko testaren tinkotasuna aztertzen du; bi osagai baldin baditugu, alfa koefizientea zatien metodotik eratorritako zenbait prozedurarekin berdindu daiteke (Guttman, 1945; Flanagan, 1937; edo Rulon, 1939).

Fidagarritasuna zenbatesteko metodo horiek, jatorrizko testa bi zati paralelotan banatu ondoren, honako adierazpen hauek aplikatzen dizkiete lortutakoei:

Rulon

$$\rho_{XX'} = 1 - \frac{\sigma_d^2}{\sigma_X^2}$$

Hor σ_d^2 bi zatien arteko puntuazioen diferentzien bariantza da, eta
σ^2_X, probaren bariantza.

Formulazio horren azpian dagoen oinarria hauxe da: sorturiko bi zatiak paraleloak baldin badira, haien artean ikus daitezkeen diferentziak neurketa-errorearen ondorioa dira. Adierazpide hori eta fidagarritasun-koefizientearena erabat berdinak dira, baldin eta errore-bariantza puntuazioen diferentzien bariantzarekin berdintzen bada.

Guttman-Flanagan

$$\rho_{XX'} = 2\left[1 - \frac{\sigma_{pa}^2 + \sigma_{im}^2}{\sigma_X^2}\right]$$

Hor σ^2_{pa} item bikoitietan lorturiko puntuazioen bariantza da;
σ^2_{im}, item bakoitietan lorturiko puntuazioen bariantza, eta
σ^2_X, probaren bariantza.

Fidagarritasunaren adiera hori eta Rulon-ek proposaturikoa berdinak dira.

Alfa koefizientea eta Kuder-Richardson

Itemak dikotomikoak direnean, Kuder-Richardson-en K_{20} formula erabil daiteke,fidagarritasun-koefizientea zenbatesteko.

$$KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{\sigma_X^2}\right]$$

Hor n item kopurua da;
p_i, i itemari ongi erantzun dioten subjektuen proportzioa;
q_i, i itemari gaizki erantzun dioten subjektuen proportzioa;
σ_X^2, proba osoaren bariantza enpirikoa.

Hori ere alfaren kasu berezitzat har daiteke, zeren aldagaiak dikotomikoak direnean horien bariantza $p_i q_i$ baita.

Autore horiek beste adiera bat erabiltzen dute, KR_{21}, itemen zailtasun-indizeak berdinak direnean aplika daitekeena:

$$KR_{21} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\bar{X} - \left(\bar{X}^2/n\right)}{\sigma_X^2}\right]$$

Hor n item kopurua da;
$\bar{X}$, testaren batez besteko aritmetikoa, eta
σ_X^2, proba osoaren bariantza enpirikoa.

5.3.5.b Faktore-analisian oinarrituriko indizeak

Nahiz eta faktore-analisiak nahikoa informazioa eskaintzen duen probaren barne-egituraz eta barne-tinkotasunaz, badaude ebazpen faktorialean oinarritzen diren zenbait fidagarritasun-koefiziente; Carmines-en theta (θ) (Carmines eta Zeller, 1979) eta Heise eta Bohrnstedt-en (1970) omega (Ω) dira ezagunenak (Elosua eta Zumbo, 2008).

Theta koefizientea

$$\theta = \frac{n}{n-1}\left(1-\frac{1}{\lambda_1}\right)$$

Hor n item kopurua da, eta
λ_1, berezko baliorik handiena eta biraketaren aurretik lehen faktorearekin loturiko bariantza.

Adierazpen horretan ikus daitekeen moduan, zenbat eta handiagoa izan lehen faktorearekin loturiko bariantza, orduan eta θ handiagoa dugu. Hori dela eta, dimentsiobakartasun-indizetzat ere hartzen da θ.

Korrelazio-matrizea Pearson-en korrelazioz osaturiko matrizea da; korrelazio horien ordez korrelazio polikorikoak erabili izan bagenitu, omega ordinala lortuko genuke (ikus Elosua eta Zumbo, 2008). Theta ordinala datuak kategoritan ordenaturik daudenean eta itemen banaketak alboratuak direnetan tinkotasun-adierazle alboratugabea da.

5.3.5.c Alfaren interpretazioa

Alfa zuzen interpretatu nahi bada, honako puntu hauek izan beharko dira gogoan:

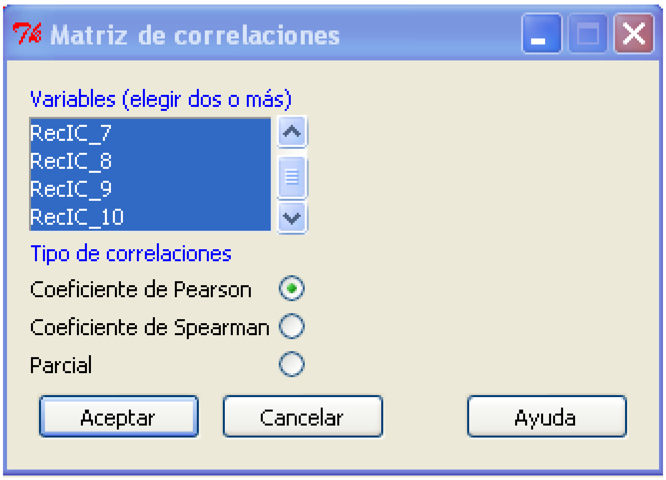
- Alfaren zenbatespenak ez du zerikusirik probaren bidez lor daitezkeen puntuazioen egonkortasunarekin eta probak beste tresna paralelo batekin izan dezakeen baliokidetasun-mailarekin.
- *n* itemez osaturiko probak hainbat konbinazio onartzen ditu bi zati sortzeko. Posibilitate horiekin guztiekin zenbatets daitezkeen fidagarritasun-koefizienteen batezbestekoa da Cronbach-en alfa (Cronbach, 1951). Zoriz sorturiko bi zatiekin Rulon-en fidagarritasun-koefizientea zenbatetsiko bagenu, balio horren itxaropen matematikoa litzateke alfa.

- Alfa ez da dimentsiobakartasunaren adierazle. Nahiz eta egia den alfaren balioa itemen arteko kobariantzez mugatua dagoela, itemen artean behaturiko kobariantza-balio altuen azpian, faktore anitz ezkuta daitezke (Green, Lissitz eta Mulaik, 1977; Hattie, 1984).

5.4 `Rcommander` eta fidagarritasuna

5.4.1 Korrelazio-matrizea

`Rcommander`-en bidez korrelazio-matrizea lortzeko `Estadisticos>Resumenes>Matriz de correlaciones` hautatu behar da. Horrek lehio bat irekitzen du, eta bertan korrelazionatu nahi diren aldagaiak aukeratuko dira. Gure kasuan, gorputz-asegabetasuneko eskalako itemak hautatu ditugu.



5.4 irudia. Itemen arteko korrelazioak.

Korrelazio-matrizea lortzeko `Rcommander`-ek duen funtzioa `cor` da;

```
cor(Edi.data[,c("RecIC_1","RecIC_2","RecIC_3","RecIC_4","RecIC_5","Rec
IC_6","RecIC_7","RecIC_8","RecIC_9",  "RecIC_10")],
use="complete.obs")
```

Funtzio hori exekutatu ondoren honako hau lortzen dugu:

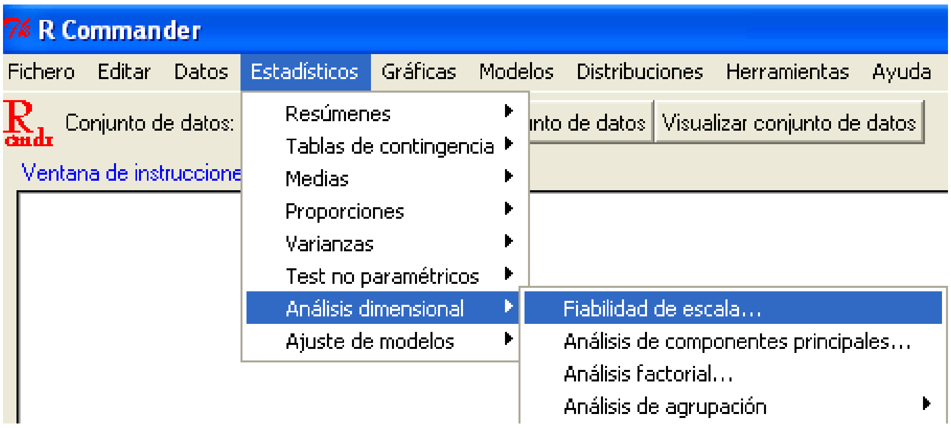
	RecIC_1	RecIC_2	RecIC_3	RecIC_4	RecIC_5	RecIC_6	RecIC_7	RecIC_8	RecIC_9	RecIC_10
RecIC_1	1.00	0.61	0.73	0.63	0.40	0.50	0.18	0.49	0.59	0.50
RecIC_2	0.61	1.00	0.52	0.61	0.47	0.62	0.19	0.70	0.70	0.56
RecIC_3	**0.73**	0.52	1.00	0.69	0.48	0.47	0.13	0.56	0.48	0.57
RecIC_4	0.63	0.61	0.69	1.00	0.60	0.58	0.16	0.65	0.61	0.67
RecIC_5	0.40	0.47	0.48	0.60	1.00	0.48	0.08	0.60	0.53	0.62
RecIC_6	0.50	0.62	0.47	0.58	0.48	1.00	0.18	0.55	0.67	0.66
RecIC_7	0.18	0.19	0.13	0.16	0.08	0.18	1.00	**0.11**	0.19	0.12
RecIC_8	0.49	0.70	0.56	0.65	0.60	0.55	0.11	1.00	0.58	0.73
RecIC_9	0.59	0.70	0.48	0.61	0.53	0.67	0.19	0.58	1.00	0.57
RecIC_10	0.50	0.56	0.57	0.67	0.62	0.66	0.12	0.73	0.57	1.00

Taulan ikusten den bezala, matrizearen diagonaleko elementuak 1ekoak dira eta matrizea simetrikoa da. Balio guztiak positiboak dira. Korrelaziorik handiena hirugarren eta lehenengo itemen artekoa da (r=0,73), eta korrelaziorik txikiena, berriz, zazpigarren eta zortzigarren itemen artean lortu da (r=0,11). Balio horiek interpretatzeko kontuan hartu behar dira beti itemen edukiak:

```
 1.- Nire sabela handiegia dela uste dut.
 3.- Nire sabelak tamaina egokia duela uste dut.
 7.- Ohiko otordu baten ondoren beteta sentitzen naiz.
10.- Nire izterren tamaina egokia dela uste dut.
```

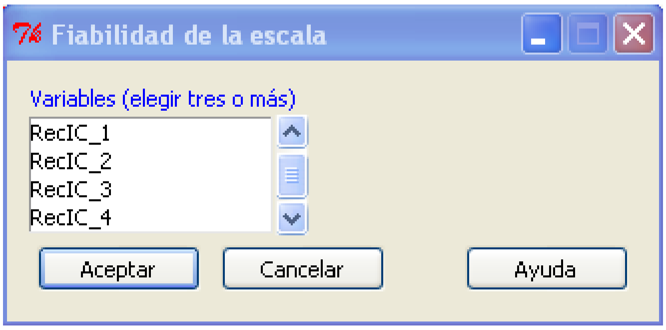
5.4.2 Diskriminazio-indizea eta alfa

Barne-kontsistntziarenadierazleak lortzeko (diskriminazio-indizeak eta alfa), bide honi jarraitu behar zaio: `Estadísticos > Análisis Dimensional > Fiabilidad de escala...`



5.5 irudia. Eskalen fidagarritasuna.

Aukera horrek leiho bat zabaltzen du, eta bertan aztertu nahi diren aldagaiak hautatzen dira.



5.6 irudia. Eskalen fidagarritasuna: aldagaiak.

`Rcommander`-ek badu berezko funtzioa Cronbach-en alfa zenbatesteko; `reliability` da funtzio hori:

```
reliability(cov(Edi.data[,c("RecIC_1","RecIC_2","RecIC_3","RecIC_4","R
ecIC_5","RecIC_6","RecIC_7","RecIC_8", "RecIC_9","RecIC_10")],
use="complete.obs"))
```

`Rcommander`-ek, sortzen duen irteeran bi parte bereiz daitezke: batetik, lehenengo bi lerroak, eta, bestetik, taula-itxura duena. Lehenengo partean alfaren balioa eskaintzen zaigu (`Alpha reliability`); gure kasuan, balio hori 0,9109 da. Horren ondoren aldagai guztiak (10 itemak) estandarizatu ondoren lortuko genukeen alfaren balio berria ematen zaigu (`Standardized alpha`). Bi horien artean lehenengoa erabiltzen da.

Bi balio horien ondoren dagoen taulak dakarren informazioa oso garrantzizkoa da, zeren eskalatik (10 item) erreskadan agertzen den itema ezabatuz gero sortuko litzatekeen eskala murriztuari buruzko (9 item) informazioa baita. Lehenengo zutabeak 9 itemez osaturiko eskalen alfa balioak ematen dizkigu; hau da, eskalatik aurrenengo itema ezabatuz geratuko lirateken 9 itemen alfa. Bigarren zutabean murriztutako eskala horren alfaren balio estandarizatua ematen du, eta, azkenik, itemaren eta eskala murriztuaren arteko korrelazioa eskaintzen zaigu. Azken hori da, hain zuzen, diskrimizio-indizea (diskriminazio-indizea== r(item, osoa). Zutabe horretan agertzen diren balio guztiak gainditzen dute 0,30eko haustura-puntua, batek izan ezik; zazpigarren itemaren diskriminazio-indizea 0,1881 da. Item horrek, bestalde, sortu du aurreko atalean ikusi dugun korrelaziorik baxuena.

Ikusten denez, alderantzizko erlazioa dago lehen zutabeko balioen eta azkeneko zutabeetako balioen artean; lehen zutabeko balio handienei diskriminazio-indize txikienak doazkie; izan ere, erlazio estua dago proba baten alfaren eta diskriminazio-indizearen artean.

```
Alpha reliability = 0.9109
Standardized alpha = 0.9077

Reliability deleting each item in turn:
     Alpha Std.Alpha r(item, total)
RecIC_1 0.9007  0.8967     0.6969
RecIC_2 0.8970  0.8931     0.7528
RecIC_3 0.9006  0.8967     0.6975
RecIC_4 0.8948  0.8908     0.7930
RecIC_5 0.9043  0.9005     0.6386
RecIC_6 0.9001  0.8959     0.7079
RecIC_7 0.9258  0.9261     0.1881
RecIC_8 0.8968  0.8932     0.7566
RecIC_9 0.8982  0.8938     0.7413
RecIC_10 0.8966  0.8929     0.7600
```

5.4.3 Theta indizea

Theta indizea zenbatesteko funtzioa eskaintzen dugu; funtzio hori `Rcommander`-en leihoan idatzi beharko da. Behin funtzioa idatzirik nahikoa izango da item-kopura (n) eta itemen arteko korrelazio-matrizeak (`kor`) zehaztea, `Rcommander`-ek indizea itzultzeko.

```
theta <- function (n,kor) {

      lambda <- eigen(kor, only.values=TRUE)$values[1]
      theta.indizea <- (n/(n-1))*(1-(1/lambda))
      print(theta.indizea)}
```

Korrelazio-matrizea, `cor` funtzioaren bidez lortzen dena, objektu bati esleitu behar zaio; adibididez:

```
kor <- cor(Edi.data[,c("RecIC_1","RecIC_2","RecIC_3","RecIC_4",
"RecIC_5","RecIC_6","RecIC_7","RecIC_8","RecIC_9",
"RecIC_10")], use="complete.obs")
```

Esleipenaren ondoren, guk definitu dugun omega funtzioa exekutatzeko nahikoa da `theta(10,kor)` idaztea, theta-indizea lortzeko. Gure kasuan, 0,9165 balioa du theta indizeak.

5.4.4 Neurketa-errore estandarra eta benetako puntuazioak

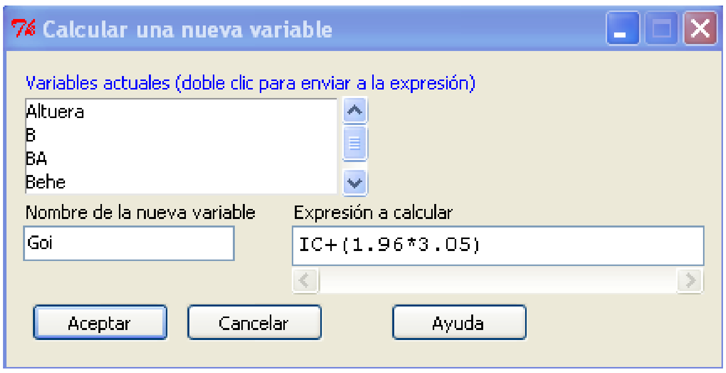
`Rcommander`-en `reliability` funtzioak alfaren balioa ematen du; neurketa-errore estandarra komandoen leihoan hori lortzeko beharrezkoa den sintaxia idatzirik lortzen da. Neurketa-errore estandarren formula $\sigma_e = \sigma_X \sqrt{1-\rho_{XX'}}$ izanik, honako hau idatzi behar genuke:

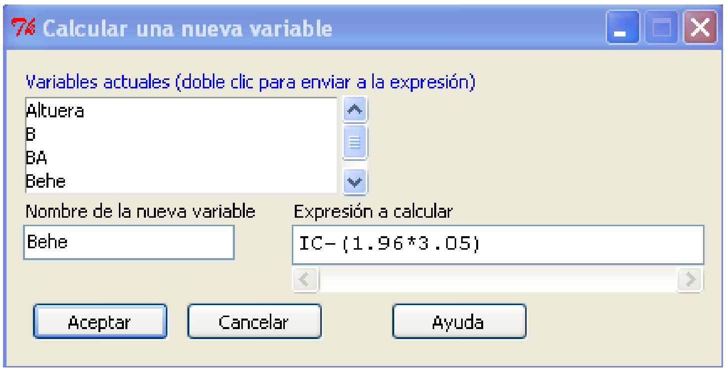
```
des <- sd(Edi.data$IC, na.rm=TRUE)

alfa <- 0.9109
Se <- des * (sqrt(1-0.9109))
print (Se)
```

`des` funtzioak gorputz-asegabetasun aldagaiaren (itemen batuketaz lortu duguna) desbideratze estandarra kalkulatzen du. Balio hori aurrerago ere lortu badugu ere, beste modu bat (hainbeste daude) erakutsi nahi genuen hori lortzeko. `alfa` alfa koefizientea da. Lerro horiek `Rcommander`-eko aginduen leihoan idatzi, saguarekin markatu eta exekutatu ondoren, emaitzen leihoan aztertzen ari garen eskalaren neurketa- errore estandarra inprimatuko da: 3,05244.

Balio horrekin edozein subjekturen benetako puntuazioaren tartea zenbatets daiteke. Subjektu guztientzako tartea zenbatesteko, bi aldagai berri sortu behar dira; hau da, interesaturiko konfiantzarekin zenbatetsitako tartearen behe-muga eta goi-muga. Gure kasuan, % 95eko konfiantza-maila erabiliko dugu ($z = \pm 1{,}96$), eta `Behe` eta `Goi` izango dira sortuko ditugun aldagai berriak.

Leihoen bidezko menuak erabiliz, `Datos>Modificar variables del conjunto de datos activo>Calcular nueva variable` hautatuko dugu:





5.7 irudia. Benetako puntuazioak zenbatestea.

Sintaxia erabili nahi izanez gero:

```
Edi.data$Goi <- with (Edi.data, IC+1.96*Se)
Edi.data$Behe <- with (Edi.data, IC-1.96*Se)
```

Horrela eginez gero, datu multzoan bi zutabe gehituko dira; horietan agertzen diren balioak benetako puntuazioen tarte-zenbatespenaren behe-muga eta goi-muga dira. Adibidez, esan genezake % 95eko konfiantza-mailaz gorputz-asegabetasuneko eskalan 35 puntu lortu duenaren benetako puntuazioa 29 eta 41 (40.978) puntuazioen artean dagoela.

IC	Behe	Goi
35	29.022	40.978
2	-3.978	7.978
14	8.022	19.978
23	17.022	28.978
7	1.022	12.978
18	12.022	23.978
19	13.022	24.978
36	30.022	41.978

5.8 irudia. Benetako puntuazioen tarteak.

6 Baliagarritasuna

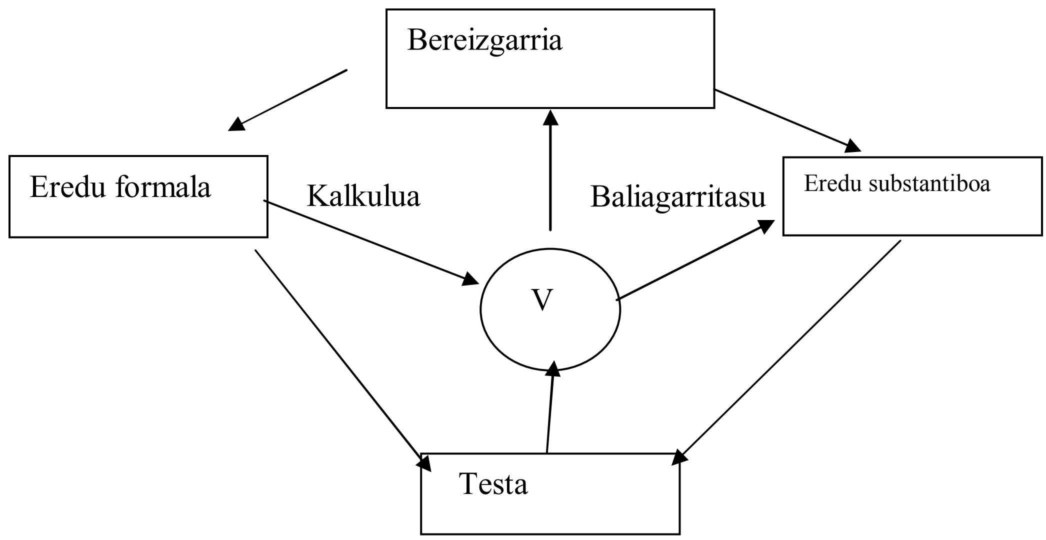
6.1 Sarrera

Testen bidez lortutako emaitzen aplikagarritasuna puntuazioek dakarten esangura substantiboari hertsiki lotua dago; izan ere, aldagai psikologiko baten zenbakizko adierazpena den heinean bakarrik interesatzen zaigu lorturiko zenbakia. Horregatik, puntuazioaren (adierazpen formala) eta horren azpiko esangura psikologikoaren arteko katea aztertzea ezinbesteko urratsa da testen eraikitze-prozesuan, bi elementuen uztardurak bakarrik bermatu ahal izango baititu puntuazioetan oinarrituriko inferentziak eta interpretazioak.

Testen teoriaren esparruan, baliagarritasuna da esteka horren adierazlea. Jatorrizko helburuak betetzen diren ala ez egiaztatzea litzateke xedea. Hala, edozein konstruktu psikopedagogiko neurtu nahi izango bagenu, honako pauso orokor hauek emango genituzke.

- Lehenik konstruktua definitu: zer den eta zer aldagairekin duen lotura. *Eremu teorikoa zehaztu*, alegia.
- Neurketa-objektua aldagai teorikoa den heinean, eta zuzenean behatu ezin zaionez, haren adierazpide moduak zehaztu beharko dira. *Konstruktua operazionalizatzea* deitzen zaio bigarren pauso horri.
- Ageriko jokabide horiei buruzko informazioa itemen bidez biltzen da. Horiei emandako erantzunei aplikaturiko *eredu formal*en bitartez lor daitezke puntuazioak; hau da, zenbakizko adierazpenak.
- Baina, noski, oraindik egiaztatzeke dago ea neurtu nahi genuen konstruktuaren ageriko adierazlea den puntuazioa. Bien arteko esteka hori ziurtatu egin behar da. Horretarako, probaren *baliagarritasuna*ren azterketa egin beharko genuke, hau

da, alderdi formalaren (puntuazio enpirikoa) eta alderdi substantiboaren (eremu teorikoak zehaztua) arteko erlazioen analisia. Bi alderdien arteko harremanak frogatu gabe geratuz gero, ez litzateke zuzena puntuazioari inolako esangurarik atxikitzea, eta, are gutxiago, horretan oinarrituz inolako ondorio eta erabakirik hartzea.



6.1 irudia. Testaren osagai formala eta substantiboa.

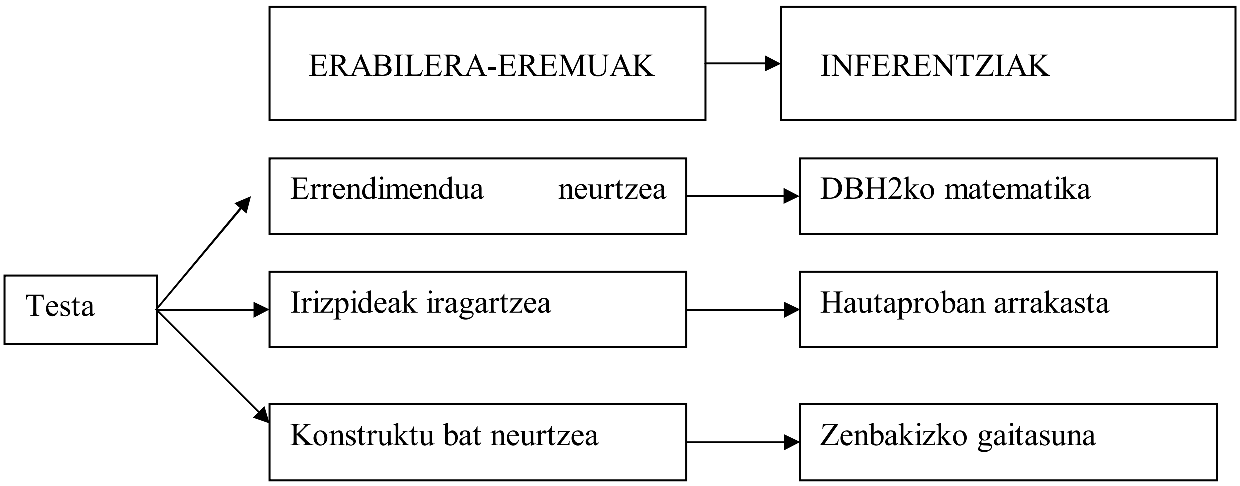
Irudiak agertzen duen moduan, edozein test bi oinarritan dago zedarriturik: formalean eta substantiboan; zenbakizkoan eta esangurazkoan, alegia. Psikometria-ereduek (testaren teoria klasikoa, itemari erantzutearen teoria, orokorgarritasunaren teoria…) puntuazioen analisi formala egiten dute; baliagarritasunaren azterketek, berriz, zenbakizko balio horien analisi substantiboa dute xedetzat. Test oro helburu zehatz batek gidatu duenez, guztiz zentzuzkoa da xede hori betetzen den ziurtatzea. Izan ere, bi oinarrien arteko uztardura sakona bermatu behar da, testaren emaitzak interpretatzeko. Fidagarritasunaren kontzeptua —benetako puntuazioaren zenbatespenaren inguruan sortua dena— ez da nahikoa testa egiaztatzeko, alderdi psikologikoa ere hor baitago. Baliagarritasunaren zeregina da hori .

Baliagarritasuna, neurketa-tresna ororentzat beharrezkoa, psikometriako kontzepturik garrantzitsuena da (Angoff, 1988). *Standards for Educational and Psychological Testing*-eko —testen erabilera eta balioespenerako erreferentzia— azkeneko bertsioan (American Educational Research Association, American Psychological Association eta National Council on Measurement in Education, 1999), hala aitortzen da: “Testen sorreraren eta balioespenaren alderdirik oinarrizkoena da baliagarritasuna”.

Kontzeptu zabala eta konplexua da. Ez dator, fidagarritasunaren moduan, eredu matematiko batetik. Teoria zientifikoen egiaztatze-bidean egiten diren pausoekin parekatzen dute zenbait autorek (Cronbach eta Meehl, 1955). Hara hor konplexutasuna. *Ongi definituriko erabilera-testuinguruan lorturiko puntuazioei interpretazio teorikoa ematea helburu duten ikerketak biltzen ditu baliagarritasunaren azterketak.*

Proba bati loturiko puntuazioen analisi substantiboak, tresna sortu aurreko momentuan hasi, eta haren garapena eta iraupena gidatu behar ditu. Proposaturiko erabilera bakoitzean puntuazioen interpretazio zuzena ahalbidetu eta bermatzeko, gutxieneko ebidentziak biltzea da helburua. Puntuazioak jatorrian gauzatu nahi ziren xedeekin lotzen direla erakusten duten ebidentziek bermatu behar dute testaren erabilera. Tresnari berari hainbat inferentzia lotuko bazaizkio, baliagarritasun-azterketa berariazkoa atxiki behar zaio horietako bakoitzari. Hau da, baliagarritasuna ez da kontzeptu absolutua, ezin da “izan” ala “ez-izan” sailetara mugatu, eta tokian tokiko azterketa eskatzen du.

Adibidez, matematikako zenbait itemekin osaturiko testa hiru helbururi aurre egiteko sortuz gero, horietako bakoitza bermatu beharko da. Gure xedeak honako hauek balira: Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzako Matematika irakasgaiaren errendimendua aztertzea, Zenbakizko Gaitasun deritzon kontruktu psikologikoa neurtzea, eta ikasleek Unibertsitatera Sartzeko Hautaproban lortuko duten kalifikazioa iragartzea, hiru erabilera-testuinguru izango genituzke. Beraz, definituriko erabilera-eremu bakoitzean egiaztatu beharko da probaren baliagarritasuna, ezinezkoa baita erabilera bakarraren baliagarritasuna beste testuinguruetara zabaltzea.



6.2 irudia. Erabilera-testuinguruak eta xede posibleak.

6.2 Bilakaera

Testen historian zehar, baliagarritasunak denotazio bat baino gehiago izan ditu. Jatorrizko ikuspuntu pragmatikotik egungo ikuspegi zabal eta integratzailera arte hiru aldi bereiziko ditugu (Elosua, 2003).

Operazionala. Horretan, ikuspuntu pragmatikoa da nagusi neurketa-tresnen sorreran. *"Test bat baliagarria da korrelazionatzen duen edozertarako"* (Guilford, 1946; or. 429). Jarrera hori 1954ko estandarretan agertu zen lehenengoz (AERA, APA eta NCME, 1954). Garai hartan baliagarritasunaz hitz egiterakoan, lau tipo bereizten ziren: *edukizkoa*, *iragartzezkoa*, *aldi berekoa* eta *konstruktuzkoa*. 1966ko estandarretan (AERA, APA eta NCME, 1966), iragartzezko eta aldi bereko baliagarritasunak bildu ziren, eta, hala, irizpideari loturiko baliagarritasuna sortu zen. Ordutik aurrera, baliagarritasunari izaera hirukoitza aitortu zaio.

Psikometriaren azalpen didaktikoetan, hiru alderdi horiek bereizi izan dira betidanik. Lehen jarritako adibidean, eduki-baliagarritasuna errendimenduaren erabilera-eremuarekin lotuko genuke; irizpideari loturiko baliagarritasunak, berriz, ziurtatua egon behar luke, hautaprobetako notak iragarri nahi izanez gero; eta, azkenik, zenbakizko gaitasunaz inferentziak gauzatzeko, probaren konstruktu-baliagarritasuna aztertu behar genuke nagusiki.

Teorikoa. Bigarren aldian, baliagarritasunaren alderdi teorikoa aldarrikatzen da. Cronbach izan zen ikuspuntu horren bultzatzailerik indartsuena (Cronbach, 1971, 1975, 1980, 1984, 1988; Cronbach eta Meehl, 1955). Testen sorreran teoria psikologikoak izan behar lukeen eginkizun nagusia defendatzen du autore horrek. Testa, neurketa-tresna den heinean, eredu teoriko bati loturik dago; eta esteka hori aztertu eta bermatu behar da.

Ikuspuntu bateratzailea onartzen da. Horrenbestez, aurreko aldian proposaturiko baliagarritasunaren alderdiak enbor berari loturiko adar desberdintzat hartzen dira. Etapa horretan, baliagarritasuna ulertzeko urrats nagusia egiten da; izan ere, hemendik aurrera, prozesu jarraitutzat hartzen da test baten baliagarritasunaren azterketa, eta, prozesu horretan, inferentziak sustatuko dituzten ebidentziak bildu behar dira, konstruktuarekin, edukiarekin eta irizpidearekin erlazionaturiko ikerketa-estrategien bidez.

Oraingo etapari *testuinguruzkoa* deituko diogu. Horretan, aurreko adiera zabaldu, eta *proposaturiko erabilera* kontzeptuarekin mugatzen da. Testa berme zientifikoz eta etikoz hornitzea da helburua.

Azkeneko berrikuspenean ez da jada baliagarritasun-formez hitz egiten. Aurreko konnotazioari beste alderdi bat gehitzen zaio, erabilerarena, hain zuzen. Horrezkero, ez da nahikoa puntuazioen justifikazio substantiboa. Oinarri teorikoak proposaturiko erabilerak mugaturiko *kanpo-testuinguruan* kokatu behar dira. Test batek izan ditzakeen erabilerak argi definitu ondoren, bakoitzerako gauzatu beharko dira konstruktuaren *gailentasuna*ren eta *erabilgarritasuna*ren azterketa berariazkoak.

Azken batean, ez dago erabilerarik gabeko interpretaziorik, eta erabilera orok testaren interpretazioa dakar. Jarrera horrekin, ardura handia helarazten zaio testaren erabiltzaileari, puntuazioen esangura eta testuinguruarekiko horren gailentasuna aztertzerakoan. Nahiz eta puntuazio enpirikoan eragiten duten aldagaien deskripzioa testaren sortzailearn lana den, erabiltzailearen esku egongo da egoera jakin batean kutsatzaile hipotetikoen eragina aztertzea. Bi erantzukizun biltzen dira erabiltzailearengan: bata, etikoa; eta interpretatiboa, bestea. Testaren sortzaileak erabilera justifikatuko du, baina erabiltzailea da azken erantzulea, erabiltzaileak balioetsi behar baitu testuinguruak baliagarritasuna bermatzen ote duen.

6.3 Alborapena

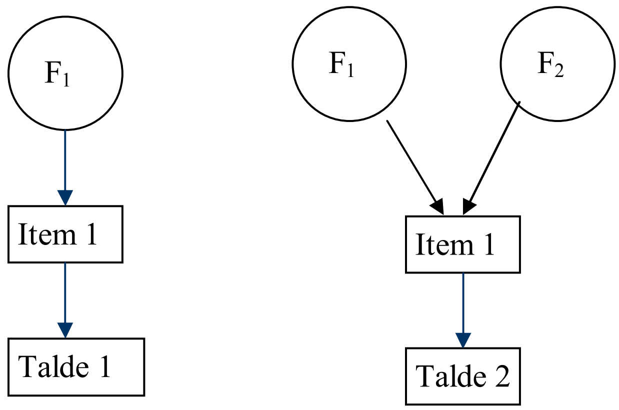
Testuinguruari emandako indarra bat dator azken urteotan psikometrian alborapenaren gaiak hartu duen garrantzi handiarekin. Konnotazio politikoak, sozialak, estatistikoak eta psikometrikoak dituen kontzeptu hori Estatu Batuetan sortu zen 1920ko hamarkadan, testek zenbait talderekin agertzen zuten partzialtasuna adierazteko (Cole eta Moss, 1989; Jensen, 1980).

Psikometriak dioenez, puntuazioetan eragiten duen errore sistematikoa da alborapena, eta haien esangura eta interpretazioa eraldatzen ditu. Kontzeptu beraren bi alderdi dira baliagarritasuna eta alborapena. Alborapena baliagarritasun-gabeziarekin lotua dago beti, eta baliagarritasunik ezak alborapena sor dezake. Bata maximizatzeko eta bestea minimizatzeko, proposaturiko erabilera guztien deskribapen sakonak lotu behar zaizkio testari, horrela bakarrik lortuko baita ebidentziak biltzeko beharrezkoa den testuinguru kontzeptuala. Konstruktuaren *infra-adierazpen hipotetikoa* eta horrekin loturiko *bariantza muntagabearen* azterketa ditu helburu. Proposaturiko xedea neurtu behar du testak, ahal den neurrian behintzat, eta ez beste ezer. Konstruktuaren konplexutasuna islatu behar du, inongo alderdirik utzi gabe (infraerrepresentazioa), eta ez du proposaturikoaz bestelako alderdirik neurtuko (bariantza muntagabea).

Alborapena gertatzeko arrazoiak azaltzeko, dimentsioaniztasunaren ikuspegia dago indarrrean egun. Hots, proba alboratuaren azpitiko egiturak (dimentsioak) ez datoz bat bi populaziotan (Ackerman, 1992; Mellenbergh, 1989). Bigarren taldean, jatorriz proposaturiko helburuetatik kanpo geratzen den alderdiren batekin loturik dago testa (bariantza muntagabea), eta subjektuek lortzen dituzten puntuazioen esangura erabat nahasten du kontrolik gabeko erlazio horrek.

Honela eskainiko genuke azaldurikoaren irudi grafikoa:

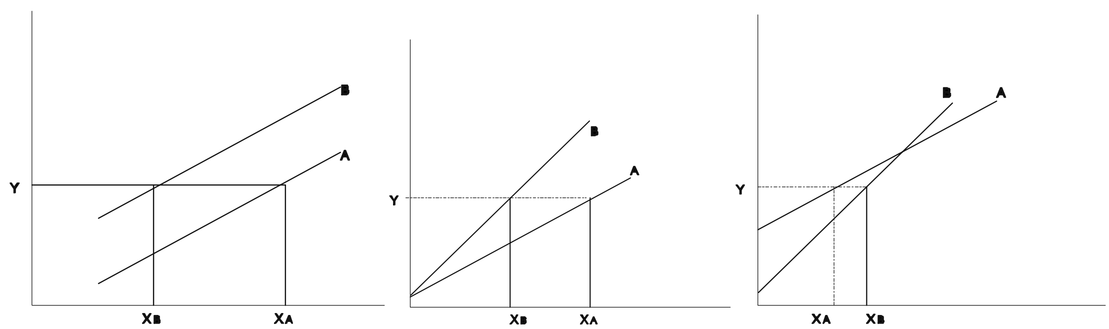
Demagun F1 faktorea dela probaren helburua. Faktore horrek item guztietan izango du pisua. Orain, demagun populazio jakin batean zenbait itemek F2 faktore berri batekin dituzten erlazioak aintzat hartzeko modukoak direla; alegia, probak neurtu behar ez zuen zerbaitekin erlazionaturik daudela item horiek bigarren populazioan. Aztergai diren bi populazioek bi faktore horietan azaltzen dituzten banaketak desberdinak badira, item horiek modu diferentzialez neurtuko dute F1 tasuna, eta horrek bigarren taldeko puntuazioetan eragingo du. Adibidez, eman dezagun gaztelaniaz sorturiko test baten bitartez neurtu nahi dugula nolako errendimendua duten Castelló-ko ikastetxe batean DBHko 3. mailako ikasleek Matematika arloko problemen ebazpenean. Beraz, baditugu populazio bat (DBH3ko Castelló-ko ikasleak) eta tasun psikologiko bat (errendimendua, F1). Proba baliagarria bada, subjektuen errendimendu-mailaren adierazle zuzenak izango dira lorturiko puntuazioak. Eman dezagun, orain, proba bera erabiltzen dugula inguru euskaldun batean; Aian, esate baterako. Bigarren populazioko ikasleen gaztelaniazko maila Castellókoena baino apalagoa delakoan gaude; izan ere, euskaraz ikasten dute. Hizkuntza-mailaren eraginez, jatorrizko taldekoenak baino baxuagoak izango dira haur euskaldunek lortuko dituzten puntuazioak, zeren Matematikako errendimenduarekin loturik ez dagoen bereizgarria jarri baita jokoan proban. Gaztelaniazko hizkuntza-gaitasuna da bigarren bereizgarri hori, F2. Ondorioz, proba berarekin bi bereizgarri azaltzen dira bigarren populazioan: Matematikako errendimendua eta hizkuntza-trebetasuna. Bigarren gaitasun horretan bi populazioen banaketak desberdinak direnez eta, gainera, probak neurtu nahi duen tasun nagusiarekin loturarik izan behar ez duenez hizkuntza-gaitasunak, alboratua izango da testa Aiako haurrentzat. Gauzak horrela, ezin izango dugu, inolaz ere, bi talde horien puntuazioen arteko erkaketarik egin, alderaezinak baitira.



6.3 irudia. Barne-alborapena.

Alborapena arakatzean, barnekoaren eta kanpokoaren arteko bereizketa onartu ohi da; hala ere, barnekoaren azterketa sakonak kanpokoa ondoriozta dezake. Lehena probaren barne-egiturarekin lotua dago; eta bigarrena, berriz, testak kanpo-aldagaiekin izan ditzakeen erlazioei dagokie, hau da, baliagarritasun diferentzialari. Horrek, funtsezko arrazoi teorikorik gabe, puntuazioak kanpo-irizpide batekin dituen erlazio desberdinak biltzen ditu.

Barne-alborapena ikertzeko, baditugu hainbat tresna, hala nola, faktore-analisia eta itemaren funtzionamendu diferentziala (hurrengo kapituluetan ikusiko ditugu). Kanpo-alborapena aztertzeko, berriz, proba eta irizpidea erlazionatzen dituen erregresio-lerroa da gunea. Erregresio-lerro komuna erabiliz populazio bati irizpidean iragartzen zaion puntuazioa bestearena baino altuagoa edo baxuagoa bada sistematikoki, proba alboratua da.



6.4 irudia. Kanpo-alborapena.

Irudian ikus daitekeen bezala, kanpo-alborapena hiru motatakoa izan daiteke:

- *Maldari dagokion alborapena.* Bi taldetan zenbatetsiriko erregresio-lerroen arteko desberdintasuna maldan baldin badago (erdiko irudia), irizpidearen zenbatespena ahulagoa da malda apalean duen populazioan.

- *Ordenatuari dagokion alborapena.* Taldeen arteko desberdintasuna Y ardatzean dagoenean, baina erregresio-koefizienteak berdinak direnean, lerroak paraleloak dira (lehen irudia). Proban puntuazio berdina lortu duten subjektuei irizpidean zenbatesten zaien balioa desberdina da, eta diferentzia hori konstante mantentzen da X-ren ibilbide osoan.

- *Maldari eta ordenatuari dagokion alborapena.* Kasu horretan, punturen batean gurutzatzen dira bi taldeetan zenbatetsiriko erregresio-lerroak (eskuinaldeko irudia). Alborapena ez da konstantea talde beraren aurka edo alde, X ardatzaren puntu batean aldatu egiten baita norabidea.

6.4 Ebidentzia-iturriak

Erabilera-testuinguru jakin batean puntuazioen interpretazioei oinarri zientifikoa eman diezaieketen ebidentziak hainbat iturritan bila daitezke. Bost bereizten dituzte azken estandarrek (AERA, APA eta NCME, 1999): edukia, erantzute-prozesua, barne-egitura, beste aldagaiekiko erlazioak, eta testaren ondorioak. Horiek inferentzien bermatze-bidean kontuan hartu beharreko alderdiak izanik, tokian-tokian zehaztu beharko da bakoitzari eman beharreko garrantzia, eta horretarako proposaturiko erabilera izan behar da kontuan.

Interesgunearen arabera sailka daitezke bost horiek. Ebidentzia-iturriak barnekoen eta kanpokoen artean bananduko ditugu. Lehenbizikoek itema banaka aztertzen dute; bigarrenen objektua, berriz, puntuazio osoa da. Hau da, probaren barneko eta kanpoko ebidentzia-iturriak ditugu, eta, horietan, itema eta puntuazioa analizatzen dira, hurrenez hurren.

6.5 Edukia

Ebidentzia-iturri horren xedea tradizioz eduki-eremua eta testa osatzen duten itemen arteko erlazioa izan bada ere (esaterako, zein den bien arteko lotura, eta testak ongi ordezkatzen duen eremua), motz geratu da, egun, ikuspegi hori. Izan ere, edukiaren azterketak bi motatako analisiak hartu behar lituzke gogoan: bata, ohikoena, konstruktuaren eta testaren edukiaren arteko erlazioetan finkatua, eta bestea, testuinguruari emandako garrantziaren eraginez test-egoeran agertzen diren kanpo- eta barne-faktoreen azterketaren ingurukoa.

Lehenak testak neurtu nahi duen eduki-eremuaren eta testaren beraren edukiaren arteko loturak aztertzen ditu. Testa helburu zehatz baterako baliagarri dela ziurtatzeko, testeko itemek neurketaren xedea den eduki-eremuarekiko dituzten adierazgarritasuna eta gailentasuna baieztatu behar dira. Iturri horrek berebiziko garrantzia du errendimenduaren neurketaren testuinguruan —non eduki-eremua argia izaten baita—, gehienetan gaikako arloak izaten baitira. Baina horrek ez du esan nahi neurketaren beste arloetan (gaitasunari edo nortasunari loturiko alderdiak xede dituzten probak) aipatutako lotura bermatu behar ez denik (testa/eduki-eremua, lagina/unibertsoa).

Hiru alderdik gidatu behar lukete edukiaren azterketa: *eremuaren definizioa*, *eremuaren adierazpena* eta *eremuaren gailentasuna* (Sireci, 1988). Lehena testaren kanpo-espezifikazioekin lotzen da; beste biek, berriz, testa bera arakatzen dute. *Eremuaren definizioa* eremu teorikoaren definizio operazionalarekin parekatzen da; neurtu nahi den arlo teorikoaren azalpen esplizituarekin, alegia. Azterketa horren ondoren, hainbat *alderdi* edo *atal*ez zehaztua geratuko litzateke neurketa-objektua. Edukiaren analisi hutsez gain, askotan, interesgarria izaten da horren alderdiak balioestea alderdi kognitiboetan. Horretarako zenbait sailkapen ere proposatu izan badira (Ebel, 1972). Bloom-en taxonomia da ezagunena, eta sei alderdi bereizten ditu horrek (Bloom, 1956; Bloom, Hastings eta Madaus, 1971):

- *Ezagutza:* Ikasle-garaian jasotako informazioa oroitzea. Adibidez, Cronbach-en alfa formula idaztea.

- *Ulermena:* kontzeptu bat alderatzea, interpretatzea edo estrapolatzea, aurkeztu zenaz bestelako moduan. Adibidez, test jakin baten eskuliburua aztertzea eta hor erabilitako baliagarritasunaren ebidentzia-iturriak identifikatzea.
- *Aplikazioa:* printzipio orokorren aplikazioen bidez atazak ebaztea. Adibidez, alfa zenbatestea.
- *Analisia:* arazo bat osagaika zatitzea. Horretarako, askotariko elementuen azterketa, elementuen arteko erlazioak eta antolakuntza-printzipioak erabili behar dira. Adibidez, itemak ezaugarrien arabera sailkatzea, hainbat irizpideri jarraituz.
- *Sintesia:* elementu guztiak konbinatzea, jatorrizko egiturak erabiliz; edo egoera berrietara aplikatzea, sintesiak eskatzen dituen printzipioez baliatuz. Adibidez, proba baten azterketa psikometrikoa gauzatzea.
- *Balioespena:* barne- edo kanpo-irizpideak erabiliz irizpenak ematea. Adibidez, test baten eskuliburua aztertzea.

Azterketa bukaturik, beheko taularen antzekoak sortzen dira; eduki-arloak eta balioetsi nahi diren arlo kognitiboak uztartzen dira bertan. Informazio hori oso erabilgarria izaten da item kopurua arrazionaltasunez zehazteko. Lehen aipaturiko zenbakizko errendimendu-testari aplikatuz, besteak beste, honako alor hauek ager zitezkeen zehaztapenen taulan:

	Ezagutza	Ulermena	Aplikazioa	Analisia	Sintesia	Balioespena
Operazioak						
Logika						
Geometria						
Arazoak ebaztea						

6.1 taula. Eremuaren definizioa.

Eremuaren adierazpena: testaren edukiak emandako zehaztapenekin dituen loturak aztertzea da. Horretarako, item bakoitza sailkatzen da eremuaren operazionalizazioaren ondorioz sorturiko zehaztapenen arabera. Itemen edukiez gain, horiek eskatzen dituzten prozesu kognitiboak ere kontuan hartu behar dira zeregin horretan.

Lorturiko adierazpenean oinarrituriko indize kuantitatiboak sor daitezke; horietako bat, *kongruentzia-indizea*, sailkapenen arteko adostasun-mailaren adierazle da. Esate baterako, 10 aditutik 7k item jakin bat eduki-sail berarekin lotzen badute, itemaren kongruentzia-indizea 0,7 izango da. Kongruentzia-indizea oso sinplea da, bai kalkulatzen bai interpretatzen; balioa zenbat eta handiagoa izan, orduan eta adostasun-maila handiagoa du adituen artean.

Eremuaren gailentasuna. Itemak duen eduki-eremuaren araberako garrantzia aztertzea du helburu. Hori arakatzeko, ez da nahikoa item bakoitzaren sailkapena, horiek balioetsi ere egin behar baitira; hau da, zehaztapenetan definituriko eduki-arloekiko item bakoitzak duen gailentasuna zehaztu behar da. Horretarako, Likert motako eskalak presta daitezke, eta bildutako datuen batezbestekoa hartu, besteak beste, itemaren gailentasun-indizetzat.

```
Erabil ezazu honako eskala hau item bakoitzak eduki-arlo bakoitzarekin
duen gailentasuna balioesteko.

1     2     3     4     5     6     7     8     9     10
Ez da egokia                                    Oso egokia da
```

Literaturak hainbat indize eskaintzen ditu zeregin horietarako. Dena den, saiakeraren oinarria bera da guztietarako: adituak testarekin lortu nahi diren helburuetan prestatzea, eta, gero, horien iritzietan oinarrituriko datuak biltzea eta aztertzea.

Azaldurikoak, eduki-baliagarritasuna aztertzeko modurik ohikoena izan arren, baditu bi arazo kontuan hartu beharrekoak. Batetik, eduki-arloak aurretik definitzen direnez, adituen irizpenak nola edo hala norabide jakin batera bideraturik egoten dira, adituek ezin baitute emandako zehaztasunetik at jokatu. Kasurako, nahiz eta item baten edukia aipatutako sailetan ez egon, kongruentzia-indize altua ager dezake, aditua beharturik baitago testuinguru jakin batean lan egitera. Bestetik, Likert itemak erabiltzearen arazoek ere saialdia kutsa dezakete: desiragarritasun soziala edo erdiko puntuak aukeratzeko joera, alegia. Arazo horiek gainditzeko, besteak beste, Thurstone-en (1927) bikoteen alderatzea erabil daiteke edukia aztertzean. Horretan, adituek binakako itemen arteko berdintasuna balioesten dute, aurrez inolako informaziorik jaso gabe. Datuak bildu ondoren, dimentsio anitzeko eskalamendu-teknikak aplika daitezke emaitzak aztertzeko.

Oro har, honako pauso hauek gomendatuko ditugu eduki-azterketa gauzatzeko:

1.- *Adituak hautzatzea.* Lorturiko indizeak judizioen azterketan oinarritukoak direnez, ezinbestekoa da testaren eduki-eremuan adituak ongi aukeratzea. Edukia ezagutzeaz gain, testaren objektu izango den populazioaren gaitasun- eta ezagutza-mailekin ere hurbiltasuna izan beharko dute. Hautaturiko adituek *adituen taldea* osatzen dute. Populazioan agertzen diren ezaugarri geografiko, demografiko eta etnikoen adierazgarri izan beharko du osaturiko aditu taldeak. Kopuruari dagokionez, oro har, pertsona gutxik osatzen dute adituen taldea, 15ek edo gutxiagok.

Edukiaren azterketa orokorraz gain, badira beste zenbait alderdi zaindu beharrekoak alborapena saihesteko; hala nola, hitz batek talde bakoitzean izan ditzakeen adierak, hori zailtasun muntagabearen iturri izango baita. Izan ere, hizkuntzaren erabilera alboratuak talde kultural edo etnikoen ikuspuntu estereotipatua ager dezake (Title, 1982). Bestalde, batez ere, errendimendu-probetan subjektuen esperientzia kurrikularra berdintsua izan dadin saiatu beharra dago bereziki (Elosua, López, eta Egaña, 2000a; Linn eta Harnisch, 1981).

2.- *Adituen trebakuntza*. Aztertu beharreko eremuko adituen laguntza behar du edukiaren azterketak, horien judizioek eskainiko baitizkigute aurrerago analizatuko ditugun datuak. Horregatik, adituen prestakuntza da edukiarekin loturiko ebidentziak biltzeko pauso garrantzitsua; hala ere, maiz, ahaztu egiten da. Testaren helburu orokorraz informatu, eta eskatuko diegun lanean trebatu behar dira. Hala, bi xede lortuko dira: batetik, aditu guztiek darabilten eduki-eremua orekatzea, eta, bestetik, Likert itemekin lan egitera ohitzea.

3.- *Datu-bilketa.* Adituek beren lana erraz bete dezaten, argitasunez eta sinpletasunez mugatuko dira edukiaren eremua eta horren adierazpena eta gailentasuna, zeren diseinua argia ez bada haren baliagarritasuna kolokan egongo baita.

4.- *Datu-analisia.* Datuak bildu ondoren, kongruentzia- eta gailentasun-indizeak zenbatetsiko dira. Horiekin erlazionaturiko haustura-punturik ez badago ere, itemaren edukia berrikusi beharko dugu, adituen arteko desadostasunak gertatuz gero.

Probaren sortze-aldian egindako analisi horiek lagungarri dira barne-egitura egokia ziurtatzeko.

Testuinguruarekin erlazionaturiko faktoreen azterketak populazio jakin batekin egin behar dira. Itemen formatuak (Scheuneman, 1984, 1987), eskatzen den lan motak eta test egoerak berak bariantza muntagabea ez sortzea da helburua. Horretarako, honako hauei egin beharko diegu so: banatzeko jarraibideei eta zuzenketa-baldintzei; aztertzailearen eta aztertuaren arteko interakzio posibleari; egoera ezaguna den ala ez; motibazio- eta antsietate-mailei, eta erabilitako material motari (Hambleton, 1993; van de Vijver eta Poortinga, 1991).

6.6 Erantzute-prozesua

Psikologia kognitiboak psikometria klasikoan izandako eraginaren ondorioz, testen bidez eginiko neurketa berraztertu egin da, eta, konstruktuaren erabilgarritasunari barik, horren adierazpenari jarri behar zaio arreta (Prieto eta Delgado, 1999, 2000; Snow eta Lohman, 1989, 1993). Eremu estatistiko soilera mugatzen ez diren tresnak lortzeko, oso informazio-iturri garrantzizkoa da itemen erantzunen azpitiko prozesu kognitiboak aztertzea.

Honako elementu hauetan oinarritzen da azpitiko prozesuen azterketarako metodologia: erantzun-protokoloetan, elkarrizketetan eta, oro har, item baten erantzuna sakonki analizatzea ahalbidetzen duten prozeduretan. Itemari erantzutearen teoriaren esparrutik, eredu formalak eskaini dira zeregin horretarako, *eredu konponentzialak,* hain zuzen ere (Elosua eta Lopez, 2003). Irudikapen formal eta substantiboa elkartzen dituzte eredu horiek, eta itemen zailtasuna osagai soil eta adierazgarritan deskonposatzen dute (Embretson, 1997; Fischer, 1973; Fischer eta Seliger, 1997). Lan-eremu berri horretan, testek, eredu kognitiboak baieztatzeko tresna bihurtzeaz gain, badute zeresanik taldeen arteko desberdintasunak aztertzeko garaian ere.

6.7 Barne-egitura

Azken bi estandarren berrikuspenen artean (AERA; APA eta NCME, 1985; 1999), gai hori da, beharbada, literatura psikometriko espezializatu gehien sortu duena. Itemen arteko erlazioek neurtu nahi d(ir)en konstruktua(k) nola definitzen d(it)u(z)ten aztertzea da ebidentzia-iturri horren helburua. Konstruktuaren baliagarritasunarekin (Loevinger, 1957) eta konstruktuaren adierazpenarekin (Embretson, 1983; 1985) pareka daiteke hori. Azken estandarren arabera, bi oinarri ditu ebidentzia-iturri horrek: *probaren dimentsionalitatea* eta *itemaren funtzionamendu diferentziala* (IFD).

6.7.1 Dimentsionalitatea

Dimentsionalitateak interes nagusia izan du ikerketa psikopedagogikoan betidanik. Hainbat ikuspuntu metodologikotatik analizatu da, behaturiko *n* ageriko aldagaien eta *m* ezkutuko (hipotesipeko) faktoreen arteko erlazioen bila.

Eredu psikologiko baten babesean gauzatzen den analisi formala da dimentsionalitatea, eta haren bidez ikus daiteke konstruktuak itemetan nola islatzen diren. Hala, esate baterako, ikasketa-ohituretan sakondu nahian hipotesitzat hartzen badugu azpian bi aldagai nagusi daudela —ikasketarekiko jarrera eta ikasketa-teknikak menperatzea—, bi alderdi horiek biltzen dituzten itemak sortu beharko ditugu proba sortzerakoan. Dimentsionalitatearen analisiaren bidez, ikusiko dugu itemak proposaturiko konstruktuen inguruan biltzen diren ala ez.

Dimentsionalitatearen analisi formalera lau ikuspegi nagusi hurbildu badira ere (eskalogramen analisia, itemari erantzutearen teoriatik ekarritakoa, faktore-eredua eta tinkotasunaren hurbilketa), liburu honen maila dela eta, egoki iruditzen zaigu faktore-ereduaren ikuspegia bakarrik azaltzea. Besteak beste, Elosua eta Lópezen (2002), Guttman-en (1944, 1945) Hattie-ren (1984, 1985) edo McDonald-en (1981) lanetan aurki daiteke besteei buruzko informazioa.

Faktore komunen eredua

Hurbilketa guztietatik, faktore-analisitik eratorritakoa da ezagunena. Izan ere, datu-analisirako software guztiek barneratzen dituzte faktore-analisia garatzeko errutinak, eta, inolako ezagutza formalik gabe, edonork egin dezake faktore-analisia. Aldagai anitzeko analisi-teknika horren helburua da ageriko aldagai multzo batek duen informazioa laburbiltzea da, kopuruz gutxiago diren aldagai hipotetikoak —hots, faktoreak edo dimentsioak— eratuz.

Datuen dimentsionalitatea aztertzeko sorturiko lehen proposamena da faktore komunen eredua, eta, nahiz eta horrelakorik gertatu ohi ez den, gure kasuan, indartsuena eta erabiliena da eredu hori. Spearman-en ereduak ageriko zenbait aldagai ezkutuko faktore batekin erlazionatzen ditu ekuazio linealaren bidez (Spearman, 1904a, 1927).

$$Y_i=\lambda_i F+E_i$$

Hor Y_i behaturiko aldagaia da;
F, ezkutuko aldagaia edo faktorea;
E, hondakina, eta
λ_i, erregresio-koefizientea.

Faktoreen analisiaren oinarria da ekuazio hori. Jatorrizko datu-matrizea —korrelazio- edo kobariantza-matrizea— berregiteko beharrezkoak den faktore kopururik gutxienekoa definitzea da horren xedea. Ikuspuntu horretatik, m da n aldagaien dimentsionalitatea, baldin eta m faktore behar badira ageriko korrelazio-matrizea azaltzeko. Ereduak duen garrantzia dela eta, polikiago azalduko dugu beste kapitulu batean.

6.7.2 Itemaren funtzionamendu diferentziala

Item batek funtzionamendu diferentziala izango du, baldin eta bi taldetatik datozen subjektuek, gaitasun-maila bera izanda ere, itemari ongi erantzuteko dituzten probabilitateak desberdinak badira. Bestela esanda, erantzun zuzena ez du mugatzen bakarrik neurketaren xede den tasunak, erantzunean eragina duen beste faktoreren bat badago, eta talde sozial, linguistiko edo kultural batekin lotua egon ohi da.

Alborapena arakatzen denean, lehen urratsa da IFDren azterketa; izan ere, alborapenaren definizio operazionala da IFD. Baina ez dira gauza bera, zeren maiz detekziorako erabilitako prozedura estatistikoek positibo faltsuak sortzen baitituzte: itemak funtzionamendu diferentziala duela ondorioztatzen da, baina emaitza hori okerra da. Hori dela eta, bi aldi ditu IFDren azterketak: detekzioa eta emaitzen analisia. Emaitzen analisiaren helburua da nahikoa ebidentzia biltzea funtzionamendu diferentziala duen item bat alboratu dela ondorioztatzeko (Elosua, López, eta Torres, 2000).

Neurketa-prozesuaren egokitasuna bermatzeko eta alborapena ekiditeko asmoarekin, hamaika lan egin izan dira azkeneko urteotan, itemaren funtzionamendu diferentziala (IFD) detektatzeko prozedurak sortzeko, aztertzeko (Berk, 1982; Camilli eta Shepard, 1994; Clauser eta Mazor, 1998; Elosua, 1996, 2006; Elosua eta Glas, 2008; Elosua eta Wells, 2008; Fidalgo, 1996; Holland eta Wainer, 1993; Millsap eta Everson, 1993; Osterlind, 1983; Potenza eta Dorans, 1995), eta kausak bilatzeko (Elosua eta López, 2007; Hambleton, Clauser, Mazor, eta Jones, 1993; López eta Elosua, 2002; Mellenbergh, 1989; Shealy eta Stout, 1993).

6.8 Beste aldagaiekiko erlazioak

Testaz kanpoko aldagaiekin puntuazio osoak izan ditzakeen erlazioen analisia da ebidentzia-iturririk zabalduena; izan ere, testen sorrerarako ikuspuntu funtzionalistak babestu eta sustatu du testen erabilera gidatzen duten lehenbiziko estandarretatik bertatik (*American Educational Research Association,* AERA; *American Psychological Association,* APA; eta *National Council on Measurement in Education,* NCME). Kanpo-alderdiaren (Loevinger, 1957) edo ibilbide nomologikoaren (Embretson, 1983) pareko iturri horretan, testak berak iragarri nahi duen kanpo-irizpidearekin edo konstruktu berdinak/desberdinak neurtzen dituzten beste testekin dituen erlazioak aztertzen dira. Kanpo-erlazioen adostasun-mailaren azterketaren bidez proposaturiko interpretazioari oinarria ematea da helburua. Hipotesipean jarritako erlazioen eta proposaturiko interpretazioen arteko tinkotasun-maila agertuko dute emaitzek.

Esate baterako, G adimen-faktore orokorreko proba batek erlazio positiboak izan beharko ditu faktore bera neurtzen duten beste testekin edo, halaber, faktore espezifikoak kuantifikatu nahi dituztenekin. Erlazio horiek, ordea, baieztatu egin behar dira. Nola? Baliagarritasunaren xede den testaren bidez aztertuko ditugu ea lorturiko puntuazioak jada erabiltzen diren beste hainbat testekin erlaziorik duen. Proba baliagarria bada, korrelazio positibo esanguratsuak erakutsi behar ditu.

Sail orokorra da, non ebidentzia konbergente/diskriminatzailea, test-irizpide erlazioak eta baliagarritasunaren orokortzea biltzen baitira.

6.8.1 Ebidentzia konbergente/diskriminatzailea

Hainbat metodoren bitartez neurtu diren aldagaien arteko korrelazioak analizatzen ditu matrize horrek. Neurketa-tresnak neurturiko objektuan izan dezakeen eragina aztertzea da horren helburua. *Baliagarritasun konbergentea* (bereizgarri bakarrekoa / metodo anitzekoa) konstruktu bera neurtzen duten metododiferenteen arteko erlazioari dagokio. Horiek esanguratsuak izan beharko dute. *Baliagarritasun* *diskriminatzileak,* berriz, aldagaiei neurketa-metodo bera (bereizgarri anitzekoa / metodo bakarrekoa) edo desberdinak (bereizgarri anitzekoa / metodo anitzekoa) aplikatzearen ondorioak aztertzen ditu.

Metodoen arteko konbergentziarik ez balego —hau da, korrelazio-balio txikiak lortuz gero (bereizgarri bakarrekoa / metodo anitzekoa)—, gerta daitezkeen bi arazo aztertu behar genituzke: metodo bakoitzarekin loturiko berariazko bariantza, eta konstruktu berdinak ez neurtzearen posibilitatea. Batak zein besteak kolokan jarriko lukete baliagarritasuna.

Nahiz eta bereizgarri anitzeko / metodo anitzeko matrizea baliagarritasunaren azterketan prozedura heuristikotzat hartzen den, faktore-analisi baieztatzailean oinarrituriko ereduak proposatzen ari dira, azken urteotan hori balioesteko (Bagozzi, 1993; Browne, 1984; Byrne, 1989; Marsh, 1989; Marsh eta Bailey, 1991; Schmitt eta Stults, 1986).

6.8.2 Test/irizpide-erlazioak

Erabilgarritasun-testuinguruetan, non zehazki iragartzeak berebiziko garrantzia baitu, test/irizpide-erlazioak funtsezkoak dira. Testez kanpoko aldagai batean —hots, irizpidean— probaren puntuazioetan oinarrituriko inferentziak dira horren helburu. Irizpidea testez ordeztea da azken xedea.

Irizpidea —iragarri nahi duguna, alegia— errendimendu akademikoa, lan-errendimendua, edo terapia baten ondorioa izan daiteke. Testa baliagarria izango da, subjektuek irizpidean lor ditzaketen puntuazioak iragar ditzakeen neurrian. Horretarako, beharrezkoa da testaren eta irizpidearen arteko erlazioa esanguratsua izatea, eta horixe aztertzen du, hain zuzen, test/irizpide-erlazioetan sustaturiko ebidentzia-iturriak. Bien arteko erlazioari —korrelazioari— testaren *baliagarritasun-koefiziente* esaten zaio.

Definituriko irizpidea egokia izango bada, zenbait eskakizun bete beharko ditu, hala nola, *bereizgarria*, *fidagarria*, *alborapenik gabea* eta *lortzen erraza* izatea.

Kontuan hartu behar da subjektuei puntuazioak egotzi behar zaizkiela irizpidean. Horregatik, nahitaezkoa da irizpidea operazionalizatzea. Esaterako, irizpidea subjektuek pilotu-lanetan izango duten errendimendua baldin bada, konstruktu hori puntuazioetan islatzeko modua bilatu beharko dugu.

Iragartzeko, beraz, testaren eta irizpidearen arteko erlazioa bermatzen duen ebidentzia jaso behar da. Oro har, honako pauso hauek egingo ditugu horretarako:

- Helburuetarako garrantzizkoa den irizpidea hautatu, eta hori neurtzeko metodoa zehaztu.
- Testak hartzen duen populazioaren lagina hautatu.
- Testa egin ondoren, subjektuen puntuazioak jaso.
- Subjektuen puntuazioak bildu irizpidean.
- Testaren eta irizpidearen arteko erlazioa aztertu (baliagarritasun-koefizientea).

Laugarren puntuari helduz —irizpidean subjektuen puntuazioak jaso behar direla dioena—, datu-bilketaren diseinuaren arabera, bi baliagarritasun mota bereizi ohi dira. Batetik, baliagarritasun *konkurrente edo aldi berekoa* eta, bestetik, *iragartze-baliagarritasuna*. Helburua bietan bera bada ere —hots, jokabide bat iragartzea—, bien arteko aldea da testaren eta irizpidearen datuak bildu bitartean iragandako denbora. Aldi bereko baliagarritasunean, une berean jasotzen dira testaren eta irizpidearen datuak. Iragartze-baliagarritasunean, berriz, testaren puntuazioak inguratzen direnean, ezinezkoa da irizpidea neurtzea; beraz, badago denbora-tarte bat bien artean. Erabilgarritasunari begira, aldi bereko baliagarritasuna diagnosi-egoeretan aplikagarria da; iragartze-baliagarritasuna, berriz, etorkizunean gerta daitekeen jokabidearen balioespena interesatzen zaigunean erabiltzen da.

Test-irizpide azterketaren emaitzak ongi interpretatuko badira, zenbait faktore kontrolatu behar dira; besteak beste, irizpidearen identifikazioa, laginaren tamaina, irizpidearen kutsadura edo alborapena, ibilbidearen murrizketa, eta testaren eta irizpidearen fidagarritasunik eza. Horietako bakoitzaren azalpen laburra egingo dugu, eta hurrengo kapituluan aztertuko ditugu sakonago.

a.- *Irizpidearen identifikazioa.* Irizpidea *berehalakoa*, *tartekoa* edo *xedekoa* izan daiteke (Thorndike,1949). Berehalako irizpidea erraz lortzen eta neurtzen da; ikasturteko notak edo ikuskatzaileen balioespenak, esate baterako. Sinpleak izanagatik, maiz ez dituzte betetzen irizpideari eskatzen zaizkion gutxieneko baldintzak, eta, ondorioz, ez dira nahikoa izaten azterturiko eremuan subjektuak zer egingo duen iragartzeko. Aitzitik, xede-irizpideek gailentasunaren baldintza betetzen duten arren, oso zaila da horiek zuzen operazionalizatzea, eta, ondorioz, neurtzea, konstruktu konplexuak baitira.

Adibide gisa, eman dezagun iragarri nahi dugula Psikologia Fakultateko bigarren mailako ikasleek izango duten eraginkortasuna etorkizunean psikologo kliniko gisa jarduterakoan. Beraz, “psikologo klinikoen eraginkortasuna” izango da xede-irizpidea, eta, lizentziatu ondoren, zenbait urte jardun profesionalean aritu eta gero egingo dugu horren neurketa. Psikologo klinikoen eraginkortasuna kuantifikatu behar litzateke datuak lortzeko. Hala definiturik, irizpide hori neurtezina da. Ezinezkoa da hainbeste pertsonari hainbeste urtetan jarraipena egitea. Beraz, tarteko irizpidea behar genuke. Esate baterako, ikasle gisa diharduen bitartean, psikologia klinikoaren arloan egindako lanen emaitzak jaso genitzake. Argi dago xede-irizpidea baino askoz ere errazago lortuko genukeela hori, baina, noski, zerbait galduko genuke, gailentasuna, hain zuzen.

Xedearen eta tarteko irizpideen artean hautatu beharra dago gehienetan. Baten urruntasuna eta gailentasuna bestearen hurbiltasunarekin eta galdutako garrantzi-mailarekin erkatu beharko dira. Azkeneko erabakia, beti bezala, ikertzailearena da.

b.- *Taldearen tamaina*. Talde txikietan zenbatetsiriko baliagarritasun-koefizienteen neurketa-erroreak handiak izaten dira, eta, horren ondorioz, inferentzia-prozeduren potentzia estatistikoa, txikia.

c.- *Irizpidearen alborapena.* Irizpide bat neurtzeak edozein aldagairen neurketak dakartzan arazo berak dakartza; hala nola, alborapena, garrantzirik gabeko bariantza, eta, oro har, neurri baten baliagarritasunaz esandako guztia.

d.- *Baliagarritasun-koefizientea eta erabilgarritasuna.* Test jakin bat erabakiak hartzeko erabiliko bada, ez da nahikoa baliagarritasun-koefizientea ezagutzea, zeren, horretaz gain, kontuan hartu behar baitira erabakiaren zuzentasunean eragina duten beste zenbait faktore; hala nola, populazioaren oinarri-tasa eta hautatze-ratioa. Horiek direla eta, azkenaldian, *erabilgarritasuna* eta baliagarritasuna bereiztea onartzen da. Proben erabilgarritasunaz hitz egiterakoan, testaren teoriaz gain, *erabaki-hartzeen teoria* ere jokoan sartzen da.

Baliagarritasunaren azterketan, probaren eta irizpidearen arteko korrelazioan oinarrituriko determinazio-koefizienteaz edo alienazio-koefizienteaz hitz egingo dugu; erabilgarritasunaren arloan, berriz, beste mota bateko kontsiderazioek parte hartzen dute, esaterako, erabakiak hartzerakoan egin daitezkeen errore motek.

e.- *Baliagarritasun-koefizientearen zenbatesleak.* Baliagarritasun-koefizientea bi neurriren arteko (testa/irizpidea) korrelazioaren bidez zenbatesten da. Korrelazioak, ordea, estatistikoki kontrolpean jarri beharreko zenbait arrisku bereganatzen ditu.

- *Irizpidearen eta iragarlearen (testa) fidagarritasunak.* Baliagarritasun-koefizientea testak eta irizpideak dituzten fidagarritasun-koefizienteen menpe dago. Balio horiek aldatuz (hobetuz edo gutxituz) gero, baliagarritasun-koefizientea ere aldatu egiten da.

- *Ibilbidea murriztea edo aldakortasuna urritzea.* Laginaren homogeneotasuna handitu ahala, murriztu egiten da baliagarritasun-koefizientea.

- *Testaren, irizpidearen edo bien dikotomizazioak.* Datu-bilketaren diseinuak balio posibleak murriztea eskatzen duenean, gutxitu egiten da baliagarritasun-koefizientea.

Irizpideak definitzea

Irizpidea definitzerakoan, ez da ahaztu behar hori zuzenean lotzen dela test horretarako proposaturiko erabilerarekin. Erabilera bakoitzeko, irizpide bat. Behin puntu hori onarturik, irizpidearen definizio operazionala bilatu beharko da, eta, gehienetan, xede-irizpidea lortzea ezinezkoa dela onartu.

Argitaraturiko testen inguruko eskuliburu asko begiratu ondoren, praktikan erabiltzen diren irizpideen sailkapena egin dezakegu.

Adimen-testetan eta eskolan diharduten ikasleei zuzendutako gaitasun-probetan, hezkuntza-errendimenduaren neurketarekin bat datozen irizpideak erabiltzen dira. Gehienetan, honelakoa izaten da lortzeko bidea: azterketa baten nota, irakasleak ikasleak ordenatzea, eta abar. Ildo beretik, gaitasun berezien azterketan, ikastaro espezializatuetan lorturiko emaitzak erabiltzen dira.
Lan- eta organizazio-alorretan, lanpostuaren analisi profesiografikotik eratorritako balioespena erabiltzen da maiz irizpide gisa. Hau da, ikuskatzaileek landutako langile-lanpostuen arteko balioespen kuantitatiboa.

Konstruktuak neurtzean, berriz, aldagai berarekin erlazionaturiko testak hartzen dira irizpidetzat. Test berri baten sortze-bidean, konstruktu bera neurtzen duen beste proba batean subjektuen puntuazioak inguratzen badira, lehena zuzentzat hartzen da, baldin eta bien arteko adostasuna formalki bermatua geratzen bada.

6.8.3 Baliagarritasuna orokortzea

Irizpide bati loturiko baliagarritasunaz hitz egiterakoan, ongi mugaturiko testuinguruaz ari gara, eta, horregatik, baliagarritasun-koefiziente bat baino gehiago atxiki dakizkioke test bakar bati; testuinguru bakoitzeko bat, hain zuzen. Sor daitekeen desadostasunaren aurrean, metodologiak metaanalisia eskaintzen du, baliagarritasunaren inguruko ikerketen emaitzak orokortzeko (Landy, Shankster eta Kohler, 1994; Schmidt, 1992).

Test berberaren aplikazio partikularren emaitzak bateratzea da metaanalisiaren xedea, eta, hala, tresna estatistikoen menpe dagoen aldakortasuna zenbatetsi eta zuzentzen da (Hunter eta Schmidt, 1990; 1991).

6.9 Ondorioak

Testaren aplikazioaren ondorioak (norbanakoarenak edo sozialak) baliagarritasunaren azterketa-prozesuaren barnean ulertu behar diren ala kontzeptu desberdinak diren eztabaidatzen ari da Psikometrian azkeneko urtetoan. Ondorioen baliagarritasuna 1999ko bertsioan agertzen da lehenengo aldiz, AERAk, APAk, eta NCMEk argitara emandako estandarretan, eta egun ebidentzia-iturri eztabaidatuena da.

Ondorioen inguruko gogoetari ireki zaion atea testen teoriaren barnean bat dator erabilerak hartu duen indarrarekin, ondorioak erabileratik eratortzen baitira. Messick-i jarraituz (1980, 1981, 1988, 1989), puntuazioak zuzen interpretatzeko ez da nahikoa eremu teorikoa. Neurtu nahi den konstruktuari buruzko ebidentziak eta erabilerarekiko gailentasuna eta egokitasuna garrantzizkoak izanda ere, ez dira nahikoak, aplikazioaren ondorioak ere kontuan hartu behar baitira. Elkar ukitzen duten bi alderdi horietariko bakoitzak —alegia, ebidentziak eta ondorioak— bi alde ditu: interpretazioa eta erabilera.

Ebidentzien oinarriaren osagaiak *testuinguru teorikoa* eta *erabilera-testuingurua* dira. Lehenengoan, testak beste konstruktuekin dituen loturak aztertzen dira; bigarrenean, berriz, puntuazioen gailentasuna eta erabilgarritasuna arakatu beharko dira tokian tokiko aplikazioetan. Testak bete behar lituzkeen helburuen balioespenak eta proposaturiko erabileraren ondorio sozial posibleek ondorioen oinarria mugatzen dute. Honela azal genezake aipatutako interakzio-planoa (Messick, 1988) eskematikoki:

	Testaren interpretazioa	Testaren erabilera
Ebidentzia-oinarria	Baliagarritasuna	Baliagarritasuna + Garrantzia/erabilgarritasuna
Ondorio-oinarria	Ondorioak	Ondorio sozialak

6.1 taula. Ebidentzien eta ondorioen oinarriak

Taulari jarraituz, puntuazioetan oinarrituriko inferentziei eta akzioei buruzko balioeste-irizpena da baliagarritasunaren azterketa. Horrek lau oinarri izango ditu: 1. baliagarritasuna; 2. interpretazioaren ondorioen balioespena; 3. aplikazio praktikoetan, konstruktuaren gailentasunaren eta puntuazioen erabilgarritasunari buruzko ebidentzia; 4. proposaturiko erabileraren ondorio sozial posibleen balioespena.

Ikuspuntu horrek defendatzaile (Linn, 1997; Shepard, 1997) adina aurkari ditu (Meherens, 1997; Popham,1997). Kontuan izan eztabaida ez dela testaren erabileraren ondorioak aztertzeko beharrari buruzkoa. Autore guztiak ados daude puntu horretan. Ondorioen azterketa baliagarritasun-prozesuaren parte den ala ez argitu nahi denean sortzen da liskarra. Aurka agertzen diren autoreek diote bi alderdi horiek nahasteak — hau da, inferentziaren egokitasuna eta testaren ondorioak— inolako premiarik gabe lohitzen duela baliagarritasunaren esangura. Azken batean, autore horiei jarraituz, baliagarritasunak inferentziak justifikatu behar ditu, eta ezin izango du inoiz aurrez bermatu zer egingo den lorturiko puntuazioarekin. Baliagarritasun-azterketan ondorio sozial posibleak barneratuz gero, neurketaren bi arlo nahasiko lirateke eta ez lirateke bereiziko: neurtze-prozesua eta balioespen psikologikoa, hain zuzen. Eztabaida alde batera utzita, Messick-en ikuspuntuaren ekarpen nagusiari begiratuko diogu: berme zientifikoaren eta berme etikoaren arteko diferentzia. Testa interpretatzea testa erabiltzea da, eta erabilera orok interpretazioa dakar.

Baliagarritasunaren zakuan ondorioen oinarria sartzen denean, testaren erabiltzailea baliagarritasunaren eragile aktibo bihurtzen da. Ondorioak testuinguru jakin batekin erlazionatuta balioesten direnez, erabiltzaileari dagokio balioestea ea erabilera-eremuko zenbait faktoreren eraginez aldaraz daitekeen konstruktuaren interpretazioa. Erabiltzailearen gainean, bi zama erortzen dira: bata etikoa eta bestea interpretatiboa. Testaren sortzaileak erabilera justifikatuko du, baina erabiltzailea da egoera zehatzaren azken aztertzailea. Horri buruz azken estandarretan emandako 11.1 eta 11.15 gomendioak aipatuko ditugu:

“Argitaraturiko test bat hartu eta erabili baino lehen, erabiltzaileak testaren sortzaileak eskainitako materiala aztertu eta balioetsi behar luke. Bereziki garrantzizkoak dira testaren helburuekin erlazionaturiko alderdiak, banatze-prozedurak, xede-populazioaren definizioa eta puntuazioen interpretazioa; horretarako, puntuazioaren fidagarritasunaren eta baliagarritasunaren datuak ditugu” (AERA, APA eta NCME, 1999, 113. or.).

“Erabiltzaileak arreta berezia jarri behar die puntuazioen interpretazioen errore posibleei eta testaren erabileraren ondorio bilatu gabeei. Erabiltzaileek neurriak hartu beharko dituzte interpretazio-erroreak eta bilatu gabeko ondorioak murrizteko eta ezabatzeko” (AERA, APA eta NCME, 1999, 116. or.).

Ondorioen azterketan, azken batean, bilatzen dira testaren erabileraren ostean detekta daitezkeen konstruktuaren infrarrepresentazioa eta konstruktuarentzako muntagabeko osagaiak. Ez dezagun ahaztu testen erabilera okerretatik eratorritako ondorio sozialak direla alborapenaren azterketaren sorburua.

7 Barne-egitura: dimentsionalitatea

Psikologian eta gizarte-zientzietan definitzen diren konstruktuei zuzenean behatu ezin zaienez, adierazleez baliatzen gara horiei buruzko informazioa lortzeko, haiekin erlazionaturiko ageriko aldagaiez, alegia. Zenbat eta estuagoa izan haien arteko erlazioa, orduan eta informazio zehatzagoa eskuratu ahal izango dugu. Hala, konstruktuak neurtzeko, horien adierazleak bilatu behar dira, eta horiek itemetan islatu ohi dira. Itemen bitartez inguraturiko informazioa, agerikoa, neurketaren helburuaren adierazlea izango da. Bistan da jokatzeko modu horren oinarria behaturiko aldagaien (itemak, testak) eta ezkutukoen arteko loturan dagoela; ezin bestela izan. Hala, beharrezkoa da esteka hori egiaztatzea, eta, besteak beste, faktore-analisia darabilgu horretarako bitarteko gisa.

Faktore-analisiak tresna matematiko-estatistikoen multzoa biltzen du, ageriko aldagaien arteko dependentzia-egiturak aztertzeko. Behaturiko *n* aldagaietan biltzen den informazioa *m* ezkutuko faktoreen bitartez azaltzea da helburua; hau da, bildutako datuen *barne-egitura* edo *dimentsionalitatea* arakatzea. Barne-baliagarritasunarekin lotzen da teknika hori, eta, psikometriaren esparruan, aldagai anizkuneko metodorik erabiliena da; hala ere, sarritan ez da zuzen erabiltzen.

Jatorrizko datuak ageriko aldagaien arteko erlazio-indizeekin sorturiko matrizeak dira, gehienetan korrelazio-matrizeak (itemen edo testen artekoa). Bertan, aurki daitekeen aldakortasunaren berri eman nahi da, horren azpian zenbait ezkutuko aldagai edo faktore badaudela hipotesitzat hartuta. Partsimonia eta sinpletasuna dira ebazpenaren helburuak, hobe baita faktore gutxi, esanguratsu eta interpretagarriak askatzea, faktore asko, ahulak eta esangurarik gabeak lortzea baino.

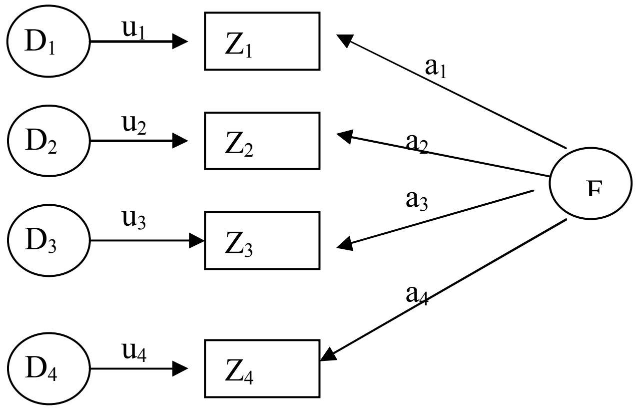
Ch. Spearman psikologoaren lanak dira faktore-analisiaren abiapuntua. Autore horrek —Psikometrian oso garrantzitsua izana—, testen teoria klasikoaren funtsak eskaintzeaz gain, faktore-analisiaren lehen formulazioak garatu zituen. Adimenaren teorian, faktore orokorraren eta faktore espezifikoen ikuspuntuari —oso ezaguna— sustapen formala ematea zen formulazio horien helburua. Thurstone-k (1931, 1947), teknikaren oinordekoak, egun faktore-analisia deritzonaren oinarriak sendotu zituen, eta jatorrizko lanak hobetu. Autoreak, adimenaren teoria desberdin bat proposatzeaz gain —talde-faktoreena, hain zuzen—, faktore-analisiari bultzada eman zion, ereduaren alderdi aljebraikoetan sakonduz. Horrek azaldu zituen, lehenengoz, ageriko aldagaien korrelazio-matrizearen eta matrize faktorialaren pisuen arteko erlazioak; egitura bakuna eta biraketaren arazoak, besteak beste. Burt-en (1949), Harman-en (1980), Horst-en (1965), Lawley-en (1943) eskutik bultzada nabaria izan zuten lan horiek, egun duen gorputza osatzeraino; faktoreak askatzeko metodo berriak sortzearekin batera (egiantz handieneko zenbatespen-metodoa), horien kontraste estatistikorako bideak zabaldu zituzten. Izatez prozedura aljebraikotzat hartzen zena estatistiko bihurtu zuten.

Faktore-analisiari ekiteko eta ebazpen faktorialak interpretatzeko ikasleari gutxieneko kontzeptuak azaltzea da atal honen helburu bakarra. Faktore-analisian sakondu nahi duenak bibliografia berezira jo dezake. Guk honako hauek gomendatzen ditugu: Comrey (1985), Mulaik (1972), Harman (1980), Gorsuch (1983), Ferrando (1993) edo McDonald (1999). Ulermenaren mesedetan, agertuko ditugun edukiei errazago antzemateko, faktore-analisian aurki daitekeen eredurik sinpleena erakutsiko dugu, lehenik, eta, gero, faktore anizkunekoa.

7.1 Dimentsio bakarreko eredua

7.1.1 Eredua

Faktore bakarreko eredua Spearman-en adimenaren teoria esplikatzailearen esparruan sortzen da. Ezkutuko aldagai edo faktore orokor bat dagoela adierazten du horrek, eta ageriko zenbait aldagairen aldakortasunaren iturri da. Wright-en eskema erabiliz, honela irudikatuko genuke grafikoki. Irudian, ageriko aldagaiak laukitan jartzen dira, eta ezkutuko aldagaiak, berriz, biribilez adierazten dira:



7.1 irudia. Faktore bakarreko eredua

Irudiari atxikiz azalduko ditugu faktore-analisian definitzen diren osagarriak:

- *Ageriko aldagaiak* (Z_i). Bildutako datu enpirikoak dira; testen puntuazioak zein itemei emandako erantzunak izan daitezke. Faktore-analisian, estandarizaturiko menpeko aldagaien tratamendua jasaten dute; hau da, 1eko bariantza ematen zaie.
- *Azpitiko aldagaiak*: *faktoreak*. Eredu horretan, faktoreak aldagai askeak dira, eta, aurrekoak bezala, estandarizatuak daude. Bi motatako faktoreak bereizi behar dira:
- *Faktore komuna* (F), ageriko zenbait aldagairekin lotura duena.
- *Faktore bakarrak edo espezifikoak* (D_i). Faktore komunak behaturiko aldagaietatik azaltzen ez duten bariantzarekin lotzen dira.
- Elementu osagarri horiekin, menpeko aldagaia (Z_i) aldagai askeen konbinazio linealaz azaltzen da. Baina, horretarako, elementu gehiago gehitu behar dizkiegu aurrekoei; izan ere, aldagai askeek menpeko aldagaian dituzten pisuak ez dira aldagai guztientzat berdinak.
    - *Pisuak edo haztapenak*. Ezkutuko aldagaiek (F, D_i) ageriko aldagaietan (Z_i) dituzten ekarpenak.
        - Faktore komunez aritzerakoan, a_i-z adierazten dira aldagaiak. Ageriko aldagaiek faktoreetan dituzten *saturazioak* dira pisu horiek.
        - Faktore espezifikoekin loturiko pisuei, berriz, u_i deritze.

Elementu guztiak definiturik, honako ekuazio hauek lotuko ditugu irudiarekin:

$$Z_1 = a_1F + u_1D_1$$
$$Z_2 = a_2F + u_2D_2$$
$$Z_3 = a_2F + u_3D_3$$
$$Z_4 = a_4F + u_4D_4$$

Hor Z_i ageriko aldagaia da;
F, ezkutuko faktore komuna;
D_i, ezkutuko faktore espezifikoa, eta
a_i, faktoreak *i* aldagaian duen pisua.

Ekuazio horiek faktore-analisiaren *oinarrizko eredua* osatzen dute; oro har, honela idatziko genuke:

$$Z_i = a_iF + u_iD_i$$

Ageriko aldagaia (Z_i) bi osagairen menpe dago: faktore komuna *(F)* eta faktore bakarra (D_i). Ikusten den bezala, nabaria da faktore-analisien eta erregresio anizkoitzaren arteko parekotasuna. Non dago, bada, aldea? Bietan darabiltzagu menpeko aldagaiak eta aldagai askeak, eta bietan ezartzen da linealtasuna aurretiko nagusitzat. Baina badago garrantzizko desberdintasun bat. Erregresio anizkoitzean, aldagai guztiak agerikoak dira; faktore-analisian, berriz, ez; horrek ezkutuko eta ageriko aldagaien arteko erlazioak definitzen ditu. Horregatik, faktore-analisiak erregresioan egiten ez den pauso bat behar du: faktoreak sortu. Eta horixe da, hain zuzen, helburua; alegia, ezarritako erlazio lineala partsimoniaz betetzen duen faktorea askatzea.

7.1.2 Aurretikoak eta ondorioak

Faktore-analisia eredu linealean oinarrituriko aldagai anizkuneko teknika izanik, hark onarturiko aurretikoek eta horietatik eratorritako ondorioek osatzen dute eremu teorikoa. Zehazki, honako hauek dira aurretikoak:

1.- Bai faktoreak bai ageriko aldagaiak estandarizaturik daude.

$$\begin{aligned} \mathrm{Z_i} &\sim \mathrm{N}(0,1) \\ \mathrm{F} &\sim \mathrm{N}(0,1) \\ \mathrm{D_i} &\sim \mathrm{N}(0,1) \end{aligned}$$

2.- Faktore komunen eta bakarren artean ez dago korrelaziorik.

$$\rho_{\mathrm{FD_i}} = 0$$

3.- Faktore bakarrak estatistikoki askeak dira.

$$\rho_{\mathrm{D_iD_j}} = 0$$

Baldintza horietan, zera ondoriotzen da:

1.- *Ageriko aldagaien arteko korrelazioa*. Balio hori pisuen biderketaren bidez berregin daiteke.

$$\rho_{\mathrm{Z_1Z_2}} = a_1 \times a_2$$

2.- *Ageriko aldagaien bariantza deskonposatzea.* Ageriko aldagaien bariantza 1 da, eta honela deskonposatzen da:

$$\sigma^2_{Z_i} = a_i^2 + u_i^2 = 1$$

Aldagai baten bariantza zera da: aldagai horrek faktore komunean eta bakarrean dituen saturazioen karratuen batura. Hau da, bi ekarpen ditugu bariantza osoan: faktore komunari zor zaiona eta faktore bakarraren menpe dagoena. Faktore komunak azaltzen duen bariantza-proportzioari *komuntasun* esaten zaio, eta honela adierazten da: h^2. Faktore bakarrarekin lotzen dena, *bakartasun* izenekoa, honela adierazten da: u^2.

$$a_i^2 = h_i^2$$
$$u_i^2 = 1 - h_i^2$$

Psikometrian, bakartasun-parametroa *(u_i^2)* beste bi terminotan deskonposatzen da: bereziki aldagaiarena den bariantza-proportzioa, *berariazko bariantza (b_i^2)* delakoa, eta *neurketa-errore*ek sorturikoa *(e_i^2).*

$$u_i^2 = b_i^2 + e_i^2$$
$$\sigma_{Z_i}^2 = a_i^2 + u_i^2 = a_i^2 + b_i^2 + e_i^2 = 1$$

Fidagarritasunaren kontzeptuarekin lotura hertsia du deskonposizio horrek. Aldagaiarena berariazkoa den bariantza-proportzioa errepikagarria da. Neurketa-erroreei zor zaiena, berriz, zorizkoa da; kontrolaezina, beraz. Horrek analogia bat ezartzen du testen teoria klasikoaren benetako bariantzaren eta berariazko bariantzaren artean. Biek handitu dezakete fidagarritasuna; azalezina den bariantza, berriz, errore-bariantza da. Hau da,

$$\rho_{ii'} = h_i^2 + b_i^2 = 1 - e_i^2$$

Hor b_i *i* aldagaiaren berariazko bariantza da, eta
e_i, *i* aldagaiari loturiko errore-bariantza.

3.- Aldagaiaren eta faktorearen arteko korrelazioa. Faktore bakarreko ereduan, ageriko aldagaiaren eta faktore komunaren arteko korrelazioa saturazioaren berdina da.

$$\rho_{Z_i F} = a_i$$

7.1.3 Korrelazio-matrizea berregitea

Onarturiko aurretikoetatik abiatuz, erraz berregin daiteke aldagaien arteko jatorrizko korrelazio-matrizea. Ereduaren eta datuen arteko doitze-mailaren azterketan, funtsezko elementua da berregite hori, gero ikusiko dugun bezala.

Ereduari jarraituz, aldagaien arteko korrelazioak faktore komunak aldagai horietan dituen pisuen biderkaduraren berdinak dira. Ondorio hori garatuta, jatorrizko korrelazio-matrizea lortzen da.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdot & \cdot & a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1a_2 & \cdot & \cdot & a_1a_n \\ a_2a_1 & a_2^2 & \cdot & \cdot & a_2a_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_na_1 & a_na_2 & \cdot & \cdot & a_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^2 & \rho_{12}^* & \cdot & \cdot & \rho_{1n}^* \\ \rho_{21}^* & h_2^2 & \cdot & \cdot & \rho_{2n}^* \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{n1}^* & \rho_{n2}^* & \cdot & \cdot & h_n^2 \end{bmatrix}$$

Hor a_i da faktore komunak i aldagaian duen pisua;
h_i^2, i aldagaiaren komuntasuna, eta
ρ^*_{ij}, i eta j aldagaien artean berreginiko korrelazio-koefizientea.

Lehenengo matrizeari —hau da, saturazioak jasotzen dituenari—, **A** deitzen zaio. Bigarren matrizea, berriz, **A**-matrizearen iraulia da, **A'**. Bi horiek biderkatuz lortuko genuke korrelazio-matrize berregina ($\mathbf{R}^*$).

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A'} = \mathbf{R}^*$$

Matrize horrek, ordea, badu berezitasun bat jatorrizkoak ez duena. Diagonal nagusiko elementuak ez dira batekoak, komuntasunak baizik. Faktore-analisia egiterakoan, faktore komunak aurkitzea da ikertzailearen helburua; hau da, aldagaien komuntasunetan interesaturik dago, ez bakoitzaren bariantza osoan. Zenbat eta altuagoa izan komuntasuna, orduan eta hurbilago egongo dira diagonal nagusiko elementuak 1etik. Komuntasun bakoitzari dagokion bakartasun osagarria gehituz lortuko genituzke aldagaien bariantzak (gogoratu aldagaiak estandarizatuta daudenean, haien kobariantzak eta korrelazioak berdinak direla). Ezaugarri hori dela eta, *korrelazio-matrize murriztu* esaten zaio berreginiko matrizeari.

Jatorrizko korrelazio-matrizearen eta matrize murriztuaren artean dagoen aldea *hondakinen matrizea*k jasotzen du. Bertan, elementuz elementu, ageriko aldagaien arteko jatorrizko korrelazioen eta ereduak berreginikoen arteko aldeak azter daitezke. Zenbat eta baxuagoak izan horiek, orduan eta egokiagoa ebazpen faktoriala; izan ere, aldeak handitu ahala, doitze-maila okerragotu egiten da.

$$hon_{ij} = \rho_{ij} - a_i a_j$$

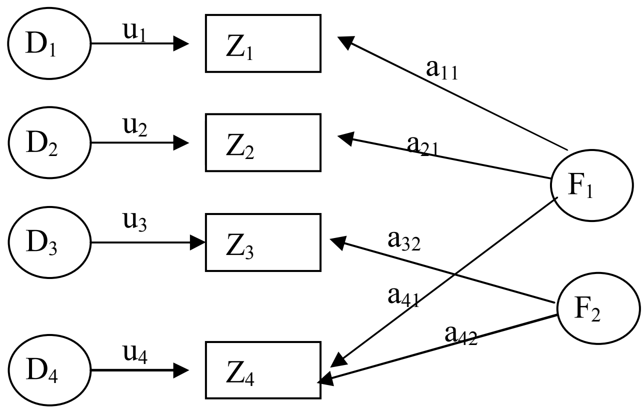
$$hon_{ij} = \rho_{ij} - \rho_{iF}\rho_{jF}$$

$$\mathbf{hon_{ij}} = \begin{bmatrix} u_1^2 & hon_{12} & \cdot & \cdot & hon_{1n} \\ hon_{21} & u_2^2 & \cdot & \cdot & hon_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ hon_{n1} & hon_{n2} & \cdot & \cdot & u_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdot & \cdot & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdot & \cdot & \rho_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1^2 & \rho_{12}^* & \cdot & \cdot & \rho_{1n}^* \\ \rho_{21}^* & h_2^2 & \cdot & \cdot & \rho_{2n}^* \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{n1}^* & \rho_{n2}^* & \cdot & \cdot & h_n^2 \end{bmatrix}$$

7.2 Faktore anizkuneko eredua

7.2.1 Eredua

Faktore bakarreko ereduak ezin izaten duenez azaldu psikologian maneiatzen ditugun aldagaien konplexutasuna, dimentsio anizkuntzat hartzen diren adierazpenak erabili behar izaten dira. Azpitiko faktorearen ordez ezkutuko faktoreez hitz egiten dugunean, faktore anizkuneko ereduez ari gara. Horiek, faktore bakarreko ereduaren hedapenak direnez, orain arte azalduriko kontzeptu nagusietan oinarritzen dira. Lehen bezala, Wright-en eskemaz lagunduko dugu azalpena. Eman dezagun behaturiko lau aldagaien azpian bi faktore daudelako hipotesia dugula:



7.2 irudia. Bi faktoreko eredua

Adierazpen grafikoari honako ekuazio hauek lotuko dizkiogu:

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + u_1D_1 \\
Z_2 &= a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + u_2D_2 \\
Z_3 &= a_{31}F_1 + a_{32}F_2 + u_3D_4 \\
Z_4 &= a_{41}F_1 + a_{42}F_2 + u_4D_4
\end{aligned}
$$

Hor Z_i ageriko aldagaia da;
F_j, ezkutuko faktore komuna;
D_i, ezkutuko faktore espezifikoa, eta
a_{ij}, *j* faktoreak *i* aldagaian duen pisua.

Eredua osatzen duten elementuak jadanik aipatu ditugu:

- *Ageriko aldagaiak*. Behaturiko aldagai estandarizatuak dira, eta, kopuruz, *n* dira. Gure kasuan, n=4.
- *Ezkutuko aldagaiak*, faktoreak edo dimentsioak. Bereizketa baten oinarri dira:
    - *Faktore komunak*. Kopuruari dagokionez *m* direnak, non *m*<*n*. Gure kasuan, *m*=2.
    - *Faktore bakarrak*. Aldagai bakoitzaren berezitasunarekin lotuak. Kopuruari dagokionez, *n* dira.

- *Pisuak edo haztapenak.* Ageriko aldagaiek faktoreetan dituzten saturazioak dira. Faktoreen arabera, bi motatakoak dira:
  - a_{ij}-k ezkutuko aldagai komunak (F_j) ageriko aldagaian (Z_i) duen ekarpena kuantifikatzen du.
  - u_i faktore espezifikoen pisua da.

Irudian ikus daitekeen bezala, zenbait pisu 0 dira, aldagai guztiak ez baitira faktore guztietan saturatzen. Horregatik, honela berridatz daiteke aipatutako irudiaren oinarrizko eredua:

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= a_{11}F_1 + u_1D_1 \\
Z_2 &= a_{21}F_1 + u_2D_2 \\
Z_3 &= a_{32}F_2 + u_3D_4 \\
Z_4 &= a_{41}F_1 + a_{42}F_2 + u_4D_4
\end{aligned}
$$

Bistan denez, faktore komun bakarra *(F_1)* behar da lehenengo aldagaia *(Z_1)* azaltzeko; eta, orobat, bigarren aldagaia adierazteko. Hirugarrena, berriz, bigarren faktore komunaz agertzen da, eta laugarrena bi faktore komunekin erlazionaturik dago. Gainera, aldagai bakoitzak berezko faktorea du *(D_i)*.

Kasu orokorra azaldu nahi izango bagenu, honela adieraziko genuke *m* faktore komuneko oinarrizko ekuazioa:

$$Z_i = a_{i1}\ F_1 + a_{i2}\ F_2 + a_{i3}F_3 + ... + a_{im}F_m + u_iD_i$$

$$Z_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}F_j + u_iD_i$$

7.2.2 Aurretikoak eta ondorioak

Faktore anizkuneko ereduak onarturiko aurretikoak bakarrekoaren berdinak dira, baina elementu gehigarri bat du: faktore komunen arteko erlazioari dagokiona. Horrenbestez, lau dira :

1.- Bai faktoreak, bai ageriko aldagaiak estandarizaturik daude.

$$\begin{aligned} \mathrm{Z_i} &\sim \mathrm{N}(0,1) \\ \mathrm{F_i} &\sim \mathrm{N}(0,1) \\ \mathrm{D_i} &\sim \mathrm{N}(0,1) \end{aligned}$$

2.- Faktore komunen eta bakarren artean ez dago korrelazioarik.

$$\rho_{\mathrm{F_iD_j}} = 0 \quad (i = j \vee i \neq j)$$

3.- Faktore bakarrak estatistikoki askeak dira.

$$\rho_{\mathrm{D_iD_j}} = 0$$

4.- Faktore komunak estatistikoki askeak dira.

$$\rho_{\mathrm{F_jF_k}} = 0$$

Aurretiko horiei honako ondorio hauek lotzen zaizkie:

1.- Ageriko aldagaien bariantza. Estandarizaturiko aldagaiaren bariantza bi elementuz osaturik dago: komuntasunaz eta bakartasunaz.

$$\sigma_i^2 = 1 = h_i^2 + u_i^2$$

Hor h_i^2 da *i* aldagaiaren komuntasuna, eta
u_i^2, *i* aldagaiaren bakartasuna.

Komuntasuna lortzen da faktore komunek aldagaian dituzten pisuen karratuen batuketa eginez.

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \cdots + a_{im}^2 = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2$$

Beraz:

$$\sigma_i^2 = h_i^2 + u_i^2 = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2 + u_i^2$$

Fidagarritasunaren eta faktore bakarreko ereduaren arteko baliokidetasuna faktore anizkunekoan ere mantentzen da. Bakartasun-parametroak bi osagai ditu: berariazkoa eta errorea, hain zuzen. Komuntasuna eta berariazko bariantzak aldagaiaren benetako bariantzarekin baliokidetzen dira, eta geratzen dena errore-bariantza da.

$$u_i^2 = b_i^2 + e_i^2$$

$$\sigma_{Z_i}^2 = a_i^2 + u_i^2 = a_i^2 + b_i^2 + e_i^2 = 1$$

2.- Ageriko aldagaien arteko korrelazioa. Bi aldagairen arteko korrelazioa berregiten da, aldagai horietan faktore komunek dituzten pisuen biderkaduren batuketa eginez. Faktore-analisiaren *oinarrizko teoremak* zera dio:

$$\rho_{ik} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} a_{kj}$$

Hor ρ_{ik} da *i* eta *k* ageriko aldagaien arteko korrelazioa, eta
a_{ij} eta a_{kj}, *j* faktoreak *i* eta *k* aldagaietan, hurrenez hurren, dituen pisuak.

3.- Ageriko aldagaiaren eta faktore komunen arteko korrelazioa. Ageriko aldagaiaren eta faktore komunaren arteko korrelazioa saturazioaren berdina da.

$$\rho_{Z_iF_j} = a_{ij}$$

Hor ρ_{ZiFj} da *i* ageriko aldagaiaren eta *j* faktore komunaren arteko korrelazioa eta a_{ij}, *j* faktoreak *i* aldagaian duen pisua.

7.2.3 Matrizeen bidezko adierazpena

Faktore-analisia egitean, matrizeen hizkuntza erabiltzea ezinbestekoa da; bertan, honela adieraziko litzateke oinarrizko ekuazioa:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{AF} + \mathbf{UD}$$

Hor **Z** ageriko aldagaien matrizea da;
F, faktore-matrizea;
A, pisuen matrizea;
U, faktore bakarren pisuen matrizea, eta
D, faktore bakarren matrizea.

Hala ere, askotan, sinplifikatzearren, honako adierazpide hau erabiltzen da:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{AF} + \mathbf{E}$$

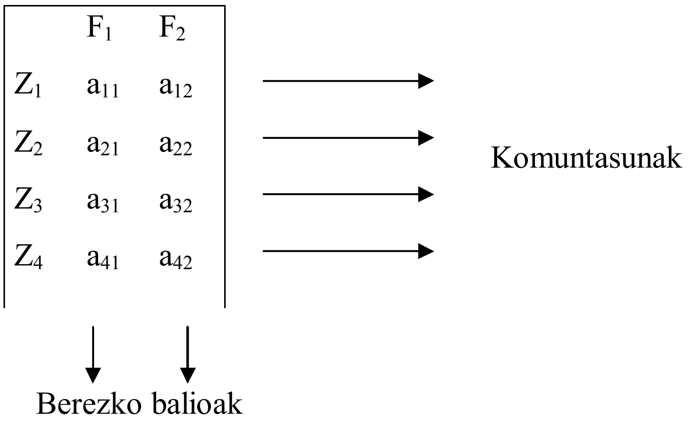
Hor **E** Erroreen matrizea da.

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}\ a_{12} \cdots a_{1m} \\ a_{21}\ a_{22} \cdots a_{2m} \\ \cdot \quad \cdot \cdots \cdot \\ \cdot \quad \cdot \cdots \cdot \\ a_{n1}\ a_{n2} \cdots a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11}\ 0 \cdots 0 \\ 0\ u_{22} \cdots 0 \\ \cdot \quad \cdot \cdots \cdot \\ \cdot \quad \cdot \cdots \cdot \\ 0\ \ 0 \cdots u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ D_n \end{bmatrix}$$

$$[n \times 1] = \quad [n \times m] \quad [m \times 1] + \quad [n \times n] \quad [n \times 1]$$

A matrizeari *faktore-matrize* esaten zaio. Horrek ageriko aldagaietan faktore komunek dituzten pisuak jasoten ditu (a_{ij}). Elementu bakoitza (a_{ij}) ageriko aldagaiaren eta faktorearen arteko korrelazioa da, non lehen azpiindizea, lerroa adierazten duena, aldagaiari baitagokio, eta bigarrenak, zutabearenak, faktorea islatzen baitu. Zutabe bakoitzean agertzen diren balioen karratuen baturei ***balio propio, balio berezko*** **edo**

***eigenvalue* deritze** (λ_j). Horiek faktorearen ezaugarriak izanik, aldagai kopuruaz zatituz, faktore bakoitzak bariantza osoaren zer proportzio azaltzen duen adierazten du.



7.3 irudia. Faktore-matrizea.

Matrizea lerroka irakurriko bagenu, ilara bakoitzaren balioen karratuen baturak zera emango liguke: dagokion aldagaiaren ***komuntasuna;*** hau da, faktore komun guztiek zer proportziotan azaltzen duten behaturiko aldagai jakin baten aldakortasuna.

Korrelazio-matrizea berregiteko, **A** matrizea bere irauliaz (**A’)** biderkatuko dugu**:**

$$\mathbf{R}^{*} = \mathbf{AA'}$$

eta, azkenik, bakartasun-matrizea gehituko diogu matrize murriztuari, jatorrizko korrelazio-matrizea lortzeko:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{*} + \mathbf{U}$$

7.2.4 Faktoreak askatzea

Faktoreak askatzean dago faktore-analisiaren muina. Azkeneko urteotan, hainbat prozedura, aljebraiko nahiz estatistiko, sortu dira horretarako. Ikasleari honako bibliografia hau gomendatzen diogu gai honetan sakontzeko: Comrey (1985), Gorsuch (1974), Harman (1980), Maxwell (1977), McDonald (1985) edo Mulaik (1972).

Faktore Nagusiaren prozedura

Behaturiko aldagaiaren bariantza deskonposatzean ikusi dugun bezala, bariantza bi osagaiz definiturik dago: komuntasunaz eta bakartasunaz. Aldagai bakarrarentzat dena **n** aldagairentzat orokortuz, honela adieraz dezakegu bariantza osoa:

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Z_i}^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2 + \sum_{i=1}^{n} u_i^2 = \sum_{i=1}^{n} h_i^2 + \sum_{i=1}^{n} u_i^2$$

Hau da, faktore komunek azaltzen duten bariantza osoaren zatia aldagaien komuntasunen baturaren berdina da.

$$\sum_{i=1}^{n} h_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}^2 = \mathbf{AA'}$$

Ezaugarri horretan oinarrituz, askaturiko faktoreak bariantza komunaren ahalik eta zatirik handiena azaltzea bilatzen du faktore nagusiaren metodoak. Horretarako, azalduriko bariantza maximizatzeko eskatzen zaio askatzen den lehen faktoreari,

$$\sigma_{F_1}^2 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + \cdots + a_{n1}^2 = \max$$

Lehen faktorearen ekarpenak zenbatetsi ondoren, horren eragina saihesten da, eta aldagai berriak sortzen dira:

$$Z_i^* = Z_i - a_{i1}F_1 - u_i D_i$$

Ondoren, birdefinituriko aldagai berrien arteko korrelazio-matrizea sortzen da. Lehen faktoreak azaltzen ez dituen hondakinez osaturik dago hori. Matrize horretan askatuko da bigarren faktorea. Jokatzeko modu hori behin eta berriz errepikatzen da, ebazpen egokia lortu arte.

Alfa metodoa

Kaiser-ek eta Caffrey-k (1965) sorturiko metodoak erlazio estua du fidagarritasunaren kontzeptuarekin. Faktore komunen fidagarritasuna maximizatzea bilatzen duen prozedura horrek irizpide horri jarraitzen dio lehen faktorea askatzeko.

Egiantza maximoko metodoa

Faktoreak askatzea egiantzik maximoko zenbatespenan oinarritzen da. Prozedura estatistikoa da eta, esplizituki populazioa definitzen duten parametroak zenbatesteari ekiteaz gain, ebazpen faktorialaren esangura aztertzeko aukera ematen du. Lorturiko zenbatesleek desiraturiko ezaugarriak dituzte, hala nola konbergentzia, barne-tinkotasuna, bariantza minimoa eta efizientzia. Lawley-renak (1940, 1943) izan ziren egiantzik handienekoa askatzearen inguruko lehen lanak, baina Joreskog (1969) izan zen bultzatzaile nagusia. Faktore-analisi baieztatzailearen esparruan, bereziki, garrantzitsua da.

Hondakin txikienak (MINRES)

Faktore bakoitza hondakinen karratuen batura minimizatzeko irizpidearekin lortzen da (Comrey, 1962; Harman eta Jones, 1966). Askaturiko lehen faktoreak jatorrizko korrelazio-matrizearen eta berreginikoaren arteko aldeen karratuen batura minimizatu behar du. Jokatzeko modu hori behin eta berriz errepikatuko da, ebazpen egokia lortu arte. Prozedura horrek bi aukera ematen ditu: *haztatugabea* eta *orokortua*. Bigarrenak aldagaien arteko korrelazioen desberdintasunak hartzen ditu gogoan.

Irudi-metodoa

Behaturiko aldagaien irudiaren definizioan oinarritzen da metodo hori. Irudia aldagaiaren bariantzaren zati bat da, komuna dena, hain zuzen. Hori erregresio anizkoitzeko prozeduraren bidez iragar daiteke, beste aldagaien konbinazio linealaz defini baitaiteke. Behin aldagai guztien irudiak zehazturik, faktorizatuko den irudien kobariantza-matrizea sortzen da.

7.2.5 Osagai nagusien eredua

Ereduaren aldetik esan behar genuke osagai nagusia ez dela faktore-analisia, nahiz askotan berdintzat hartzen diren. Osagai nagusien analisiak bariantza osoa berregin nahi du; faktore-analisiak, berriz, bariantza komunari jartzen dio arreta, hots, faktore komunekin loturikoari. Helburuen arteko diferentzia horrek ereduen arteko desberdintasunak dakartza.

Hala ere, osagai nagusien eredua faktoreak askatzeko prozedura gisa erabiltzen denean, faktore-ereduaren antzerako emaitzak lortzen dira ikerketa enpirikoan, eta bien arteko baliokidetasuna handituz doa bariantza komuna handitu ahala. Azterturiko datuetan faktore komunak azalduriko bariantza zenbat eta handiagoa izan, orduan eta berdinagoak izango dira osagai nagusien bidez eta faktore-analisiaren bidez eratorritako ebazpenak.

Faktoreak askatzerakoan, osagai nagusien ereduak antzekotasun nabaria du faktore nagusiarekin. Osagai nagusien ereduak Y aldagai berriak definitzen ditu, hots, osagaiak, jatorrizko n aldagaien konbinazio linealez Halako osagaiek bariantza maximoa izaten dute. Hau da, osagai nagusiak, faktorizazio-prozedura denez, lehen osagaia askatzen du lehenik, behaturiko aldagaien bariantza maximoa azaltzen duena, hain zuzen. Balio hori lortuz gero, haren eragina ezabatu, eta geratutako aldakortasunaren zati nagusia azaltzen duen bigarren osagai nagusia askatuko da.

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \cdots + a_{n1}X_n \\
Y_2 &= a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{n2}X_n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Y_n &= a_{1n}X_1 + a_{1n}X_2 + \cdots + a_{nn}X_n
\end{aligned}
$$

Osagai nagusien ereduaren eta faktore-ereduaren arteko alde nagusiak laburtzekotan, honako hauek aipatuko genituzke:

a.- Osagai nagusien analisian, jatorrizko n aldagaiek n osagaiak osatzen dituzte, eta osagai horiek bariantzen arabera ordenatzen dira. Egia da, ordea, ezen faktoreak askatzeko erabiltzen denean, askotan berezko balioak 1 baino handiagoak dituzten osagaiak bakarrik hartzen direla gogoan, emaitza guztia aintzat hartu beharrean. Faktore-ereduan, $m+n$ ezkutuko aldagaien bidez ordezten dira jatorrizko n aldagaiak, hau da, faktore komun eta bakarren bidez.

b.- Faktore-ereduaren alderdirik garrantzitsuenetariko bat komuntasunak dira; osagai nagusien analisian, berriz, bariantzak. Lehenak ezezagunak dira, eta bigarrenak, berriz, datu ezagunak.

7.2.6 Biraketak

Faktoreak askatu ondoren lortzen den faktore-matrizeak ereduaren ekuazioa betetzen du ($\mathbf{AA'}=\mathbf{R}^*$), baina horrek ez du esan nahi hura denik baldintzarekin bat datorren matrize bakarra. Hainbat matrize aurki daitezke helburu hori betetzen dutenak.

Matrize posible guztietatik, substantiboki interpretagarriena dena interesatzen zaigu, eta Thurstone-k (1947) definituriko *egitura bakuna* duena izan ohi da hori. Ebazpen faktorialak izan behar duen partsimoniari dagokio ezaugarri hori; hau da, aukera posible guztietatik sinpleena aukeratuko da. Egitura bakunera hurbiltzen den **P** matrizeak honako ezaugarri hauek ditu:

P matrizearen lerro bakoitzak, gutxienez, 0 (edo oso balio baxua) bat izango du. Hau da, aldagai bakoitzarentzat, gutxienez, badago faktore bat haren bariantzari ezer ekartzen ez diona.

Faktore bakoitzerako, aldagai multzo baten pisuak 0 (edo oso balio baxuak) izango dira. Zutabe bikote bakoitzerako, zenbait aldagai egongo dira, eta haien saturazioak 0 (edo oso balio txikiak) izango dira batean, eta ez bestean.
Faktore bikote baterako, aldagai gutxik izango dituzte 0 (edo oso balio baxuak) ez diren saturazioak.

Honako faktore-matrize honek aipatutako ezaugarriak betetzen ditu:

	1 faktorea	2 faktorea	3 faktorea
1	XX		
2	XX		
3		XX	
4		XX	
5			XX
6	XX		XX

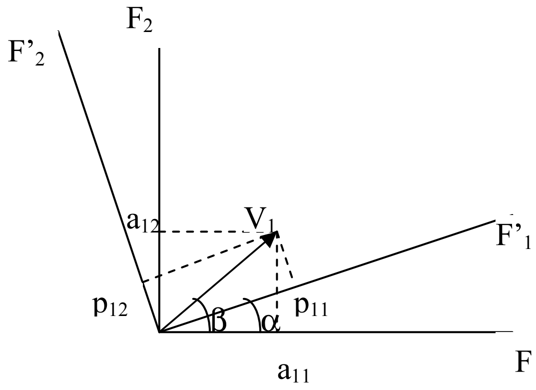
7.1. taula. Egitura bakuna.

Biraketa, beraz, **P** matrizea aurkitzean datza.

$$\mathbf{P} = \mathbf{AT}$$

Hor **A** faktore-matrizea da, eta
T, eraldaketa-matrizea.

Faktore-biraketak egiten duena errazago ulertzeko, komenigarria da faktoreen adierazpen grafikoa azaltzea; faktoreen identifikazio-prozesuan lagungarri gertatzen baita horiek ardatz kartesiarren bidez islatzea. Horretarako, binakako adierazpenak prestatzen dira, 1eko luzera duten ardatzetan (-1,+1). Adierazpide horretan, erraz ikusten da biraketak egiten duena: jatorrizko ardatzak mugitzen ditu eta aldagaien eta faktoreen arteko angeluak birdefinituzen



7.4 irudia. Faktore-biratze ortogonala.

Eman dezagun V_1 ageriko aldagai jakin bat adierazten duen puntua dela. Horrek F1 faktorean duen proiekzioa a_{11}-ren bidez adierazten dugu; bigarren faktorean, berriz, a_{12} izango du, pisuak hain zuzen. Izan bitez β eta α, hurrenez hurren, V bektoreak jatorrizko faktore eta biratuekin dituen angeluak. Baldintza horiekin, honako honek emango liguke jatorrizko pisuak ardatz biratuetan adierazteko (p_{11}, p_{12}) beharrezkoa genukeen eraldaketa-matrizea:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -sen\alpha \\ sen\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

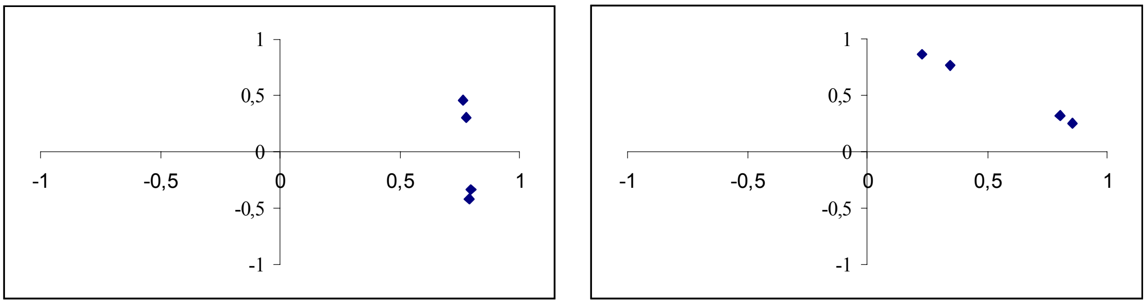
ADIBIDEA: Eman dezagun taulan ikusten den matrizea sortu dela faktore-matrizearen biraketaren ondorioz. Bi matrizeen adierazpen grafikoan ikus daitezke biraketaren ondorioak. Bigarren matrizean, ardatzetatik (faktoreetatik) oso hurbil daude aldagaiak, eta, hala, interpretazioa errazten da.

	Biratugabea	
	F_1	F_2
Z_1	0,780	0,304
Z_2	0,799	-0,328
Z_3	0,767	0,462
Z_4	0,789	-0,.417

	Biratua	
	F_1	F_2
Z_1	0,348	0,761
Z_2	0,802	0,321
Z_3	0,229	0,865
Z_4	0,857	0,250

7.2. taula.Faktore-biratzea

Biraketak ez dauka eraginik faktore-analisiaren egokitasun formalean. Nahiz faktore-matrizea eraldatzen den, komuntasunak ez dira berdin mantentzen. Faktore bakoitzarekin loturiko bariantza-proportzioa mugitzen da; izan ere, biraketak faktoreekin loturiko bariantza birbanatzen du.



7.5 irudia. Faktore-biratzea.

Faktore-matrizearen biratzeak bi motatakoak dira: ortogonalak eta zeiharrak. Lehenak faktoreen arteko independentzia dakar, eta bigarrenak, berriz, horien arteko korrelazioak onartzen ditu.

Eraldaketa ortogonalak

Faktoreen arteko korrelazioak 0 direnez, identitate-matrizea izango da horien matrizea (**Φ**). Matematikoki, **T** matrize ortogonala bilatu beharko da. Horrek honako hau betetzen du:

$$\mathbf{TT'} = \mathbf{T'T} = \mathbf{I_m}$$

Hor **T** eraldaketa-matrizea da;
T', eraldaketa-matrizearen iraulia, eta
$\mathbf{I_m}$, ordenako identitate-matrizea.

Prozedura ortogonalen barnean hainbat algoritmo erabil daitezke. Horien artean, ezagunenak:

- *Varimax*: Kaiser-ek (1958) sorturiko biraketa honek faktoreen bariantzak maximizatzen ditu. Hori lortzeko, faktore bakoitzean saturazio altuak dituzten aldagaien kopurua minimizatzen du. Praktikan, prozedurarik erabiliena da.
- *Qartimax*: Aldagaien azalpenak sinplifikatu nahi ditu, horietako bakoitza azaltzeko beharrezkoak diren faktore kopurua gutxituz. Gomendagarria da aldagai asko aztertzen direnean.
- *Equamax*: Aurreko bien konbinazioari esker sortzen da.

Eraldatze zeiharrak

Ebazpen faktorial zeiharrak korrelazionaturiko faktoreak sortzen ditu. Askotan, ikerketa aplikatuan, eta interpretazioaren mesedetan, erabilgarriena izaten da.

Faktoreen arteko korrelazio-matrizea (**Φ)** ez da jadanik identitate-matrizea, faktoreak korrelazionaturik baitaude eta, ondorioz, faktoreak islatzen dituzten ardatzen arteko angeluak ez baitira zuzenak. Horren eraginez, bi proiekzio-puntu lotu daitezke aldagai bakoitzarekin; bata, ardatzekiko paraleloa, eta bestea, berriz, perpendikularra. Horiek bi matrize berriren iturri dira: egiturazko matrizea (**S)** eta faktore-eredua edo konfigurazio-matrizea (**P**). Egiturazko matrizeak (**S**) aldagai bakoitzak faktore zeiharrekin dituen *korrelazioak* azaltzen ditu, eta faktore-ereduak (**P**), berriz, faktoreek aldagaietan dituzten *pisuak*.

$$\mathbf{S} = \mathbf{P\Phi}$$

Hor **S** egiturazko matrizea da;
P, eredu-matrizea, eta
Φ, faktoreen arteko korrelazio-matrizea.

Faktoreak ortogonalak direnean, **Φ**=**I** denez, berdinak dira bi matrizeak.

Eraldaketa zeiharraren ondoren, honela lortuko dugu korrelazio-matrize murriztua:

$$\mathbf{R}^{*} = \mathbf{P\Phi P} + \mathbf{U}^{2}$$

Eraldaketa zeiharren artean, bi dira bereziki nagusiak:

- *Oblimin* (Jennrich eta Sampson, 1966) izenekoa da ikerketa aplikatuan erabiliena. Eredu-matrizearen koefizienteen karraduren biderkadura gutxitzea da horren xedea. Delta koefizientea eskatzen du, faktoreen arteko korrelazioa kontrolatzen baitu horrek. Deltaren 0 balioa korrelazio maximoaren isla da.

- *Promax* prozeduraren helburua, berriz (Hendrickson eta White, 1964), pisu handien eta txikien arteko arrazoiaren maximizazioa da. Prozedura horrek Kappa balioa zehaztea eskatzen du SPSS-PC-ren barnean, hau da, bilatu nahi den osagai kopurua. Besterik adierazi ezean, 4 eskatzen dira.

7.3 Faktore-analisiaren gauzatzea

Faktore anizkuneko ereduaren aplikazioan, honako pauso hauek egiten dira:

1.- *Hipotesia*. Ageriko datuen azpian aurki daitezkeen egiturei edo faktoreei buruzko hipotesiak dira analisiaren abiapuntua. Hori zehazteko, datuen alderdi substantiboa ezagutu behar da, zenbat dimentsio eta zein diren definitu behar baita. Egia da, ordea, askotan hipotesirik gabe ere lan egiten dela; halakoetan, datuen deskribapen hutsa da xedea.

Oro har, testen barne-egitura arakatzeko, bi bide erabil daitezke: bata, *deskribatzailea;* eta *egiaztatzailea,* bestea. Faktore-analisiak bietan du tokia. Lehen kasuan, datuen azpitiko egiturak deskribatuko ditugu; bigarrenean, berriz, hari buruzko zenbait hipotesi kontrastatzeko erabiliko dugu eredua. Ikerketa berak mugatuko ditu zer hurbilpen hautatu behar ditugun, aztertzailea ala egiaztatzailea.

2.- *Faktoreak askatzea*. Korrelazio-matrizea oinarri dela, korrelazio hori azalduko duten faktoreak askatu behar dira.

3.- *Ebazpenaren egokitasuna*. Faktore-ereduak onarturiko aurretikoen eta aztergai diren datuen ezaugarrien arteko hurbiltasunaren menpe dago lortutako ebazpenaren egokitasuna. Ereduaren eta datuen ezaugarriak zenbat eta urrunago egon, orduan eta ahulagoa izango da ebazpena. Horren doikuntza aztertzeko, korrelazio-matrize berregina eta jatorrizkoa alderatzen dira. Ebazpenaren egokitasuna/desegokitasunaren adierazlea da horien arteko aldea.

4.- *Faktore-matrizearen biraketa*. Lorturiko lehen ebazpena maiz interpretaezina izaten denez, matematikoki ezaugarri berak dituen beste faktore-matrize batez ordezten da, horren esangura psikologikoa bilatzeko.

5.- *Interpretazioa*. Ebazpen faktorialaren interpretazioan, bi alderdik hartzen dute parte; bata matematikoa da, eta substantiboa, bestea. Faktore-analisiaren puntu horretan, elkar ukitzen dute biek, ikertzaileak lan substantiboa egiaztatzeko erabiltzen baitu tresna hori. Interpretazio zuzenaren bidean, zenbait alderdi formali buruzko erabakiak hartu behar dira lehenik; alegia, zenbat faktore mantendu, noiz hartu datuak dimentsiobakartzat…, gero horien arlo substantiboa lantzeko.

7.3.1 Ebazpenaren interpretazioa

7.3.1.a Dimentsio kopurua

Estatistikarako edozein informatika-programak behaturiko aldagai adina faktore askatzen dituenez, mantendu beharreko faktore kopuruaz arduratu behar du ikertzaileak, ebazpen faktorialak interpretatzeko garaian, zeren sorturiko guztiak ez baitira esanguratsuak. Galdera horri erantzuteko eta erabakia hartzeko, hainbat indize proposatu dira azken urteotan (ikus Elosua eta Lopez, 2002). Horien artean, azalpena arinago joan dadin, hiru mota egin ditugu: bariantzarekin loturiko adierazleak, hondakinetan oinarriturikoak, eta indize erlatiboak.

Bariantzarekin loturiko adierazleak

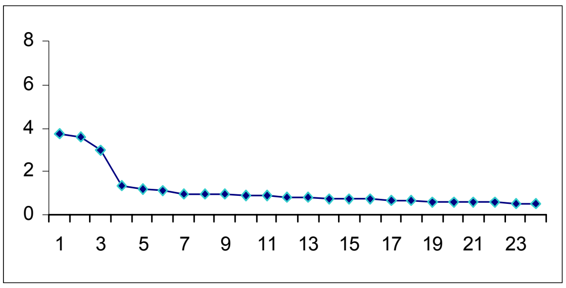
Faktore komunek azaltzen duten bariantza-proportzioaren azterketan oinarritzen dira adierazle horiek, eta, ikerketa aplikatuan, erabilienak dira, errazak baitira sortzen eta interpretatzen. Dimentsiobakartasuna aztertzeko (faktore bakarra), arrazoibidea oso sinplea da. Lehen faktorearekin loturiko bariantza beste faktoreek azaltzen dutenarekiko zenbat eta handiagoa izan, orduan eta ebidentzia handiagoa izango dugu dimentsiobakartasuna ondorioztatzeko. Argudio horrekin honako adierazle hauek proposatu dira:

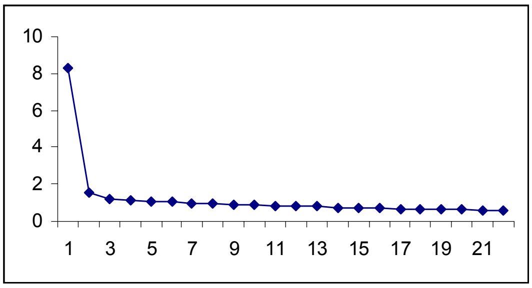
- *Carmines-en eta Zeller-en irizpidea* (Carmines eta Zeller, 1979). Datu multzo bat dimentsiobakarra da, lehen faktoreak bariantza osoaren % 40 azaltzen badu.
- *Reckase-ren irizpidea* (Reckase, 1979). Autore horrek aurreko proportzioa % 20ra jaisten du, eta ebakitze-puntu erabiliena da balio hori.
- *Lord-en indizea* (Lord, 1980). Askaturiko lehenengo faktoreak besteekiko duen gailentasuna baieztatzeko, lehen eta bigarren faktoreen arteko aldea bigarrenaren eta hirugarrenaren artean dagoenaz zatitzen du autore horrek. Kantitate hori dimentsiobakartasunaren edo dimentsioanizkoiztasunaren adierazlea da.

Dimentsio anizkunen aurrean, zenbat faktore mantendu behar ditugun jakiteko, honako erreferente hauek erabil ditzakegu, besteak beste:

- *Kaiser-Guttman-en irizpidea* (Guttman, 1954; Kaiser, 1960). Dimentsioak 1 baino balio handiagoko autobalioak dituzten faktoreekin berdintzen dituzte autore horiek. Maiz erabili den arren, irizpide horrek askotan dimentsioak gainezten ditu (sobreestima el numero de dimensiones).
- *Cattell-en Scree-Plot* (Cattell, 1966, 1978). Autore horrek proposatzen duen grafikoan, askaturiko faktoreak X ardatzean islatzen dira, eta Y ardatzean, berriz, haien autobalioak. Autobalio txikienetatik lerro zuzen bat marraztu ondoren, horien gainetik geratzen diren faktoreak mantendu behar dira. Prozeduraren sinpletasunak eta eraginkortasunak irizpiderik erabiliena bihurtu dute gaur egun.

Honako irudi hauetan, bi *scree-plot* agertzen dira. Lehenengoan, hiru faktore edo dimentsio onartuko ditugu, eta bigarren irudia, berriz, faktore bakarreko ereduarekin parekatuko dugu.





7.6 irudia. Catell-en *scree-plot*a

Hondakinen analisian sustaturiko adierazleak

Korrelazio-matrize berreginak jatorrizkoarekiko duen hurbiltasuna ereduaren eta datuen arteko doitasunaren araberakoa da. Doitzea egokia baldin bada, 0rantz joko dute hondakinen matrizean agertuko diren balioek. Aldiz, doitzea desegokia denean, hondakin matrizearen balioetan islatuko da hori. Izan ere, behaturiko eta berreginiko korrelazio-matrizeen arteko aldeen azterketa oso bitarteko baliagarria da erabilitako ereduari buruzko informazioa biltzeko. Azken urteotan, nagusitasuna ematen ari zaio hondakinetan oinarrituriko informazioari eredu formalen egokitzapenaren arloan. Horretan oinarrituta, *borondatezko indizeak* proposatu izan dira. Adibidez:

Hondakinen *adierazpen grafiko*en analisi deskribatzaileak. Eredua zuzena bada, hondakinek 0 balioaren inguruan banaketa uniformea izango dute.

Hondakinen batezbesteko erro koadratikoa (HBEK). Ikerketa aurrerakoietan, indizerik erabilienetakoa da. Doitzea egokia denean, indize horren balioa 0tik oso hurbil egoten da.

$$HBEK = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij} - r_{ij}^{*}\right)^2}{n(n-1)}}$$

Hor r_{ij} da *i* eta *j* aldagaien arteko korrelazioa (kobariantza);
r_{ij}^{*}, *i* eta *j* aldagaien berreginiko korrelazioa (kobariantza);
n, azterturiko aldagai kopurua.

Adierazle erlatiboak.

Faktoreak egiantz handieneko zenbatespen-prozeduraz askatzen direnean, egiantza arrazoian oinarrituriko indizeak erabil daitezke, hainbat ereduren arteko doitze-maila aztertzeko. Faktore kopuru desberdineko ereduak alderatu nahi direnean, partsimoniaren irizpideari helduz, kontraste estatistiko hori eredu murritzaren edo sinpleenaren hipotesi nuluaren arabera egiten da (Lawley, 1940).

$$L = -2n \log \frac{P\left(datuak \middle| \text{eredu murritza}\right)}{P\left(datuak \middle| \text{eredu zabala}\right)}$$

Egiantz-arrazoiaren balioa 0 eta 1 artean dagoenez, L-ren balioa handitu egiten da kozientea txikitu ahala. Izan ere, probabilitateen arteko zatidura 0ra gerturatzean, egiantz handieneko arrazoiak infiniturantz jotzen du. Estatistikoa $(n\text{-}m)^2 - n\text{-}m$ askatasun-gradudun χ^2 banaketari darraio. *m* faktoredun hipotesi nulua baztertzen da, lorturiko L balioa onarturiko arrisku-maila jakin baterako χ^2 balioa baino handiagoa baldin bada. Hipotesi nulua baztertzean, faktore gehiago dituen eredua onartuko da.

Chi-karratuan oinarrituriko kontrasteak, ordea, arriskuz beterik daude. Laginaren tamainarekiko menpekotasuna da horien artean nagusia, nahikoa izaten baita lagina handitzea hipotesi nulua baztertzeko. Horren aurrean, doitzea balioesteko borondatezko probak erabiltzea da datu analisiaren azkeneko joera. Ikertzaileak balioetsiko dituen balio orientagarriak eskaintzen dituzte horiek (Akaike, 1987). Ez dira, aurrekoak bezala, proba estatistikoak. Haien artean, toki horri dagozkionetan, McDonald-ek (1999) proposaturikoa ekarriko dugu: doikuntza egokia denean, 0,05 baino txikiagoa izango da.

$$d = \frac{L - a.g.}{N}$$

$$RMSEA = \sqrt{d / a.g.}$$

Hor *L* egiantz handieneko arrazoia da,
a.g, askatasun-graduak;
N, laginaren tamaina.

7.3.1.b Interpretaziorako irizpide orokorrak

- Zer interpretatu behar da? Faktoreen interpretazioan, aldagaien saturazioak hartzen dira kontuan, eta, horiek ikusita, faktoreak identifikatzen dira. Faktoreak ortogonalak direnean, biraturiko faktore-matrizea da informazio-iturria. Biratzea zeiharra denean ebazpenak bi matrize sortzen dituenez, horietako zein erabiltzen den erabaki beharko da, egiturazkoa edo eredu-matrizea.

- Zein saturazio interpretatu behar dira? Edozein faktore-analisi egiterakoan, ikusten da faktore guztiek aldagai guztietan pisuak dituztela, horixe baita edozein konputagailu programaren irteera. Baina saturazio guztiak ez dira esanguratsuak. Horiek aztertzeko test estatistikorik ez badugu ere, Stevens-ek (1992) $|0{,}40|$tik gorako saturazioak mantentzea gomendatzen du.

- Zein da faktore-analisia gauzatzeko laginaren tamaina minimoa? Galdera horri hainbat erantzun eman bazaizkio ere, ohikoenak dio aldagai bakoitzeko 5 subjektu izan behar direla gutxienez (Gorsuch, 1983; Stevens, 1992). Hala ere, gomendagarriagoa da ebazpen faktorialari erreparatzea lagin tamainari baino. Autore horiek eginiko ikerketetatik honako ondorio hauek atera ditzakegu:

a.- Komunalitateei buruzko ondorioak:

- Komuntasunak handiak direnean, (>0,60) eta faktoreak ongi definituta daudenean, 100eko lagin-tamaina nahikoa izaten da, baldin eta ebazpenik badago.
- Komuntasunak 0,5eko balio ingurukoak direnean, eta faktoreak ongi definituak daudenean, lagin-tamaina 100etik 200era bitartekoa izan daiteke.
- Komunalitateak 0,5 baino baxuagoak direnean, eta faktoreak gutxi izanik ongi definituta daudenean, 100eko laginek emaitza onak eman ditzakete.
- Komuntasuna baxuak, faktore kopurua baxua denean eta faktore bakoitzeko hiru edo lau adierazle ditugunean, 300eko lagina beharko dugu gutxienez.
- Azkenik, komuntasunak baxuak direnean, eta faktoreak asko eta gainera lausoki definituak daudenean, gutxienez 500ekoa izan beharko du laginaren tamainak, faktore-egitura egokia lortzeko.

b .- Faktoreen definizioari buruz, berriz (Guadagnoli eta Velicer, 1988):

- Lau aldagai edo gehiago baldin badaude faktore batean 0,60tik gorako saturiazioak dituztenak, orduan faktore hori fidagarria izango da.
- Saturazioak oso baxuak izanik, faktorea fidagarria izango da, hamar aldagairekin edo gehiagorekin erlazionatzeaz gain, laginaren tamaina 150tik gorakoa denean.

- Laginaren tamaina 300 baino txikiagoa denean, ez dira interpretatuko haztapen baxuak dituzten faktoreak.

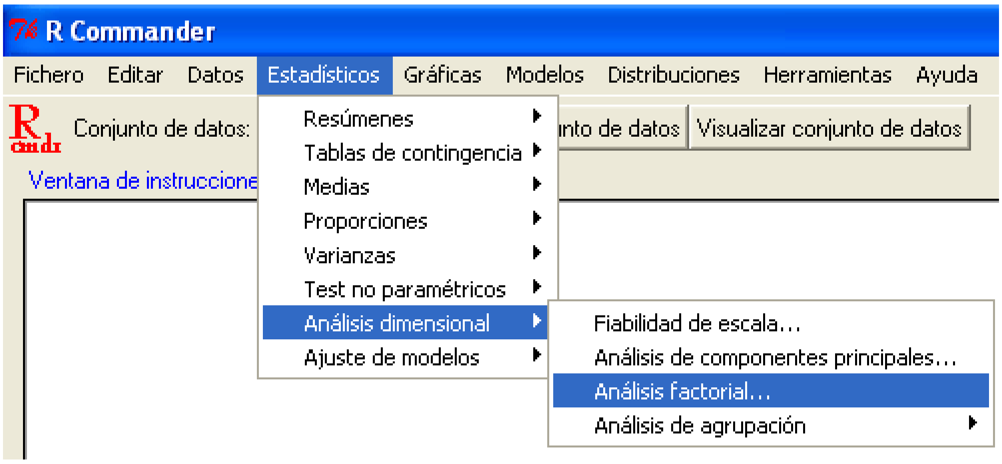
Oro har, gomendatzen da faktore-analisian parte hartzen duten aldagaien eta faktoreen kopurua gutxitzea, hala ziurtatuko baitira komuntasun esanguratsuak. Kontsiderazio horiek guztiak gogoan hartu ondoren, ikerketaren eremu teorikoa ongi ezagutu beharko da, ebazpen faktorialaren interpretazioan aurrera joateko, eta alderdi matematikoa bigarren maila batean utzi.

7.4 Rcommnader-en bidezko faktore-analisia

`Rcommander`-ek faktore-analisi esploratzailea, osagai nagusien analisia eta konglomeratuen analisia exekutatzeko aukerak ditu. Horiek oinarrizko funtzioak dira, eta R ingurunean erraz heda daitezke; esaterako, faktoreak askatzeko prozedura gehiago gehituz edo faktore-analisi baieztatzaileak egiten dituzten paketeak instalatuz (SEM, adibidez). Guk, liburu honen helburuei eutsiz, `Rcommander`-ek dakarrenarekin arituko gara.

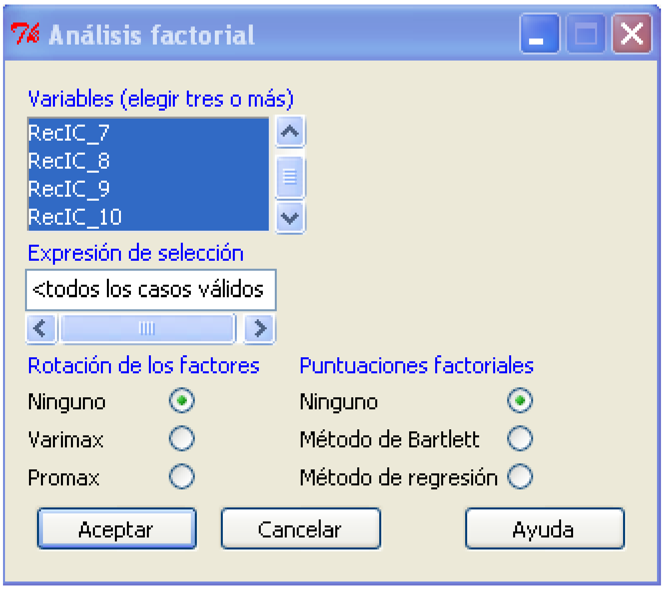
7.4.1 Dimentsio bakarra

Faktore-analisa dimentsionalitatea aztertzeko tresna da, eta horrela dago `Rcommander`-en adierazia. `Estadésticos > Análisis Dimensional > Análisis factorial` aukera exekutatuz faktore-analisia egiteko behar diren argudioak definitzen dira.



7.7 irudia. Faktore-analisia.

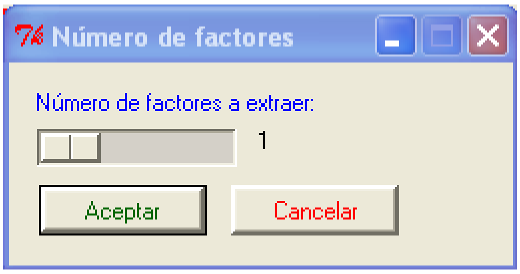
Aukera horrek leiho bat irekitzen du, eta bertan, aztertu nahi diren aldagaiak, faktoreak biratzeko metodoa eta puntuazio faktorialak zenbatesteko prozedura hautatuko dira. `Rcommander`-ek faktore analisia datu multzo osoan exekutatzen du, baina hala zehaztuz gero datu azpimultzo batean exekutatuko du.



7.8 irudia. Faktore-analisiaren menua.

Gorputz-asegabetasuneko eskala aztertzen ari garenez, leiho horretan eskala hori osatzen duten itemak hautatuko dira; birkodeturiko itemak dira aukeratu behar direnak. `Expresion de selección` aukeran ez dugu ezer zehaztuko, datu multzoko kasu guztiak aztertu nahi ditugulako. Faktore bakarra dugunez ez du zentzurik faktorea biratzeak;

horregatik, `Ninguno` laukitxoa markatuko da. Adibide honetan ez dira puntuazio faktorialak zenbatetsiko. Behin argudio horiek finkaturik, askatuko den faktore kopurua zehazteko leihoa irekiko da; oraingoan, faktore bakarra askatuko dugu. Faktoreak askatzeko prozeduren artean (Harman, 1980) `Rcommander`-ek egiantz handienekoa erabiltzen du.



7.9 irudia. Askatuko diren faktoreak.

Faktore-analisia egiteko, `Rcommander`-ek `factanal` funtzioari deitzen dio:

```
factanal(x = ~RecIC_1 + RecIC_2 + RecIC_3 + RecIC_4 + RecIC_5 +
RecIC_6 + RecIC_7 + RecIC_8 + RecIC_9 + RecIC_10, factors = 1,   data
= Edi.data, scores = "none", rotation = "none")
```

Eskatutako analisiari dagokion `Rcommander`-eko irteera multzoa hiru ataletan zatituta dago: bakartasuna (*Uniquenesses*), faktoreen pisuak (*Loadings*) eta ereduaren egokitzearen doiketari buruzko informazioa.

Bakartasuna

Bakartasuna, aldagai bakoitzari dagokion berariazko bariantzaren zatia da; egiazta daitekeen moduan, aldagai baten bakartasuna areagotu ahala, aldagaiaren eta beste itemen arteko bariantza komunari dagokion zatia jaitsi egiten da. Izan ere, aldagai baten bariantza bakartasunaren eta bariantza komunaren batuketaren arteko emaitza da. Lehenengo itemaren kasuan, adibidez, $1 = 0{,}479 + 0{,}722^2$. Operazioan agertzen diren hiru zenbakiak, hurrenez hurren, dira bariantza osoa (1), bakartasuna (0,479) eta bariantza komuna ($h^2=0{,}722^2$). Faktore bakarreko ereduan bariantza komuna saturazioaren edo pisu faktorialaren berredura da ($h^2=a^2$).

Faktore bakarreko ereduan faktoreek duten pisuak edo saturazioak faktorearen eta behaturiko aldagaien (itemak gure kasuan) arteko korrelazioak dira. Lerro-erregresioaren ikuspuntutik erregresio-koefizienteak dira. Eskalaren zazpigarren itemak du pisurik baxuena, eta beraz, bakartasun handiena. Eskalaren fidagarritasunaren azterketak ere, ondorio berdinera eraman gaitu; zazpigarren itemaren diskriminazio-indizea indizerik baxuena zen 0,1881.

Bakartasunak:

```
Uniquenesess:

RecIC_1 RecIC_2 RecIC_3 RecIC_4 RecIC_5 RecIC_6 RecIC_7 RecIC_8 RecIC_9 RecIC_10
0.479   0.380   0.464   0.316   0.534   0.448   0.962   0.355   0.407   0.356
```

Pisuak:

```
Loadings:
     Factor1
RecIC_1 0.722
RecIC_2 0.787
RecIC_3 0.732
RecIC_4 0.827
RecIC_5 0.683
RecIC_6 0.743
RecIC_7 0.196
RecIC_8 0.803
RecIC_9 0.770
RecIC_10 0.803
```

Ereduari buruzko informazioa:

```
       Factor1
SS loadings    5.30
Proportion Var  0.53

Test of the hypothesis that 1 factor is sufficient.
The chi square statistic is 822.41 on 35 degrees of freedom.
The p-value is 4.29e-150
```

Askaturiko faktoreari dagokion berezko balioari (`SS loadings`) eta faktore komunak azaltzen duen bariantza osoaren proportzioari (`Proportion Var`) buruzko informazioa eskaintzen du `factanal` funtzioaren irteeraren azkenengo zatiak. Berezko balioa saturazioen karratuen batuketaren bidez eskuratzen da ($5,30 = 0,722^2 + 0,787^2 + 0,732^2 + 0,827^2 + 0,683^2 + 0,743^2 + 0,196^2 + 0,803^2 + 0\ ,770^2 + 0,803^2$). Balio hori elementu kopuruarekin zatituz (n=10) faktore komunak azaltzen duen bariantzaren proportzioa lortzen da (5,30/10 = 0,53). Hots, gure ereduak behaturiko bariantzaren % 53 azaltzen du.

Balio hori, literatura psikometrikoan dimentsiobakartasunari buruzko erabakia hartzeko erabiltzen den Reckase-ren ebakitze-puntuaren gainetik dago. Autore horrek proposatutako ebakitze-puntua % 20an dago (Hattie, 1984; 1985). Faktore batek behaturiko bariantzaren % 40 baino gehiago azaltzen duenean, dimentsionalitatearen ebaluaziorako diseinatutako metodoek eskalak dimentsio bakarrekotzat hartzen dituztela aurkitu da hainbat lanetan (Elosua y López, 2002). Ondorioz, aztertzen ari garen hamar itemen azpian dimentsio edo faktore bakarra dagoela esan daiteke; gorputz-asegabetasuna, hain zuzen.

Azkenik, egiantz handieneko zenbatespen-metodoa erabili denez, `Rcommander`-ek hipotesi-testaren emaitza ematen du, faktore bakarreko eredua datuetara egokitzearen hipotesi nuluaren arabera. 35 askatasun-gradu dituen Chi-karratuaren balioa 822,41 da. Balio horren arabera, datuak azaltzeko ez da nahikoa faktore bakarra. Dena den, faktore-analisiaren inguruan ez da inoiz ere faktore-ebazpenari buruzko ondoriorik ateratzen Chi-karratuaren balioan bakarrik sustaturik; hainbat adierazle daude eta horiek laguntzen dute horrelako erabakiak hartzen.

Edukiaren azterketa

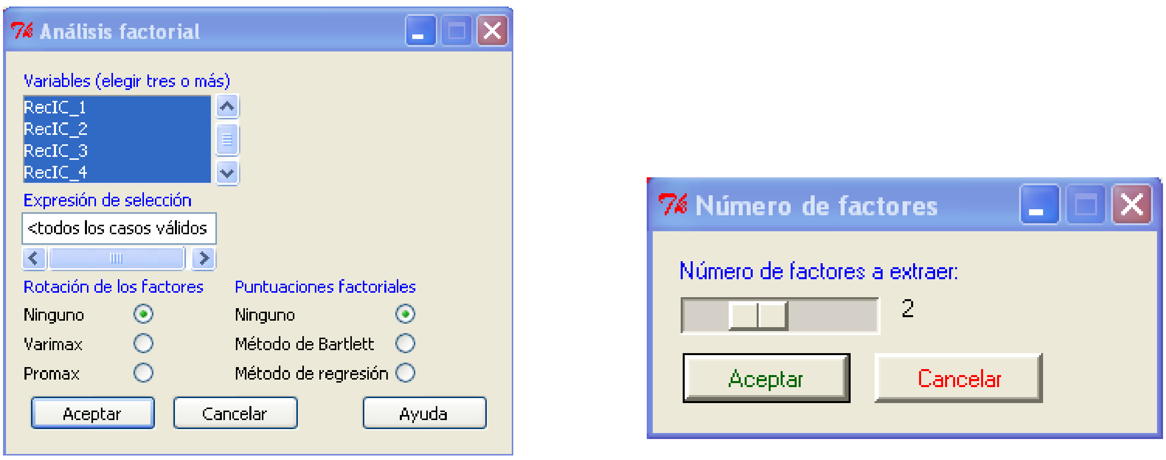
Datu multzo baten analisi formala aztertutako aldagaien edukiaren analisiarekin osatu behar da beti. Itemen arteko kobariantzei dagokienez, itemen edukiaren analisiak zenbakizko ondorioak sostengatzen ditu; izan ere, item guztien edukia, zazpigarren itemarena izan ezik, norbere gorputzaren atalen inguruko uste subjektiboak dira. Zazpigarren itemaren edukia, saturazio baxuena eta diskriminazio-indize baxuena dituena, aldendu egiten da, nonbait, eskalako beste elementuen eduki-eredutik; izan ere, egoera konkretu baten aipamena egiten du.

```
1. Nire sabela handiegia dela uste dut.
2. Nire izterrak lodiegiak direla uste dut.
3. Nire sabelak tamaina egokia duela uste dut.
4. Nire gorputzarekin gustura nago.
5. Nire ipurdia gustatzen zait.
6. Nire aldakak zabalegiak direla uste dut.
7. Ohiko otordu baten ondoren beteta sentitzen naiz.
8. Nire izterren tamaina egokia dela uste dut.
9. Nire ipurdia handiegia dela uste dut.
10. Nire aldakak tamaina egokia dutela uste dut.
```

7.4.2 Bi dimentsio

Faktore anitzeko ereduaren zehaztasunak azaltzeko teorikoki bi dimentsioko eredu bati egokitzen zaion datu multzoa aztertuko dugu. *Eating Disorder Inventory*-3 galdesortako bi eskalako itemak hautatu dira; gorputz-asegabetasuna eta argaltasun-obsesioa eskala partzialetako itemak hain zuzen. Emaitzak argiagoak izan daitezen, eskala bakoitzeko lau item aztertuko dira.

`Rcommander`-eko `Estadísticos >Análisis dimensional > Análisis facotorial` aukeraren barnean aztertu nahi diren itemak aukeratu eta bi faktoreko ebazpena zehaztuko dira.



7.10 irudia. Bi dimentsiodun faktore-analisia.

Bi dimentsioko konfigurazioa aztertu behar da, eta, horren interpretazioan faktoreak biratzeak duen eragina ikusteko, bi ebazpen azalduko dira; batetik, biratu gabekoa eta, bestetik, biraturikoa. Hori egiteko `Rotación de los factores` aukeran hautaturikoa markatuko da (`Ninguno`, `Varimax` edo `Promax`). Faktoreak biratzeko `Rcommander`-ek `varimax` eta `promax` biraketak eskaintzen ditu. `Varimax` biraketa (Kaiser, 1958) ortogonala da, eta `Promax` (Hendrickson & White, 1964) berriz zeiharra. Lehenengoak faktoreen arteko independentzia errespetatzen du; hots, askaturiko faktoreen arteko korrelazioa zero da. Bigarrenaren ebazpenean, berriz, faktoreak erlazionatuta daude, korrelazionaturik daude.

Biraketa mota bat edo bestea hautatzea, ikertzailearen esku geratzen da. Egoera guztietara heda daitekeen araurik ez badago ere, ikertzailearen interesa bere datuei hobekien egokitzen zaien eredua bilatzea denean, biraketa zeiharra gomendatzen da. Aldiz, interesa ondorioen orokortasuna bilatzea bada, biraketa ortogonala izango da aukerarik egokiena. Ebazpen ortogonalaren interpretazioa ebazpen zeiharrarena baino errazagoa da. Saturazioak edo pisuak behatutako aldagaien (itemak) eta faktoreen arteko korrelazioak dira. Biraketa zeiharrak bi matrize sortzen ditu: askaturiko faktoreetan aldagai bakoitzari dagozkion saturazioak jasotzen dituen konfigurazio-matrizea (`factanal` funtzioaren irteera) eta behatutako aldagaien eta faktoreen arteko korrelazioak jasotzen dituen egitura-matrizea.

Bi ebazpenak aztertuz, biratu gabekoa eta biraturikoa, ikusten da itemen bakartasunak edo berariazko bariantzak ez direla aldatzen. Biratu gabeko eta biraturiko irteeretan balioak berdinak dira 10 itementzat (0,340, 0,559, 0,376, 0,474, 0,555, 0,363, 0,353 eta 0,386). Bi ebazpenen arteko funtsezko desberdintasuna faktore-matrizean dago. Biraketak faktoreen pisuak berrantolatzen ditu; pisuak aldatu egiten dira. Lehenengo kasuan, lehenengo faktoreak item guztietan saturazio handiak ditu (0,790, 0,638, 0,735, 0,656, 0,659, 0,727 0,781 eta 0,751), eta bigarren faktorearen inguruan dauden pisuak, ordea, ez dira altuak eta zenbait itementzat positiboak dira eta beste zenbaitentzat negatiboak (0,191, 0,183, 0,289, 0,309, -0,103, -0,330, -0,194 eta -0,223). Bi faktoreek aldakortasunaren % 57,4 azaltzen dute.

Uniquenesses:	Uniquenesses:
RecIC_2 RecIC_3 RecIC_9 RecIC_10	RecIC_2 RecIC_3 RecIC_9 RecIC_10
0.340 0.559 0.376 0.474	0.340 0.559 0.376 0.474
RecOD_3 RecOD_4 RecOD_5 RecOD_7	RecOD_3 RecOD_4 RecOD_5 RecOD_7
0.555 0.363 0.353 0.386	0.555 0.363 0.353 0.386
Loadings:	Loadings:
Factor1 Factor2	Factor1 Factor2
RecIC_2 0.790 0.191	RecIC_2 0.687 0.434
RecIC_3 0.638 0.183	RecIC_3 0.576 0.330
RecIC_9 0.735 0.289	RecIC_9 0.719 0.327
RecIC_10 0.656 0.309	RecIC_10 0.679 0.255
RecOD_3 0.659 -0.103	RecOD_3 0.385 0.545
RecOD_4 0.727 -0.330	RecOD_4 0.270 0.751
RecOD_5 0.781 -0.194	RecOD_5 0.404 0.695
RecOD_7 0.751 -0.223	RecOD_7 0.363 0.694
Factor1 Factor2	
SS loadings 4.138 0.456	
Proportion Var 0.517 0.057	Factor1 Factor2
Cumulative Var 0.517 0.574	SS loadings 2.298 2.296
	Proportion Var 0.287 0.287
	Cumulative Var 0.287 0.574
Biratu gabeko ebazpena	Varimax biraketa

Biraketarean ondoren faktore-matrizea desberdina da. Itemak argi eta garbi desberdinak diren bi faktoreekin erlazionaturiko bi multzotan banaturik daude. Lehenengo lau itemek lehenengo faktorearekin korrelazio handiak dituzte, eta azkeneko lau itemak bigarren faktorearekin loturik daude. Lehenengo itemak gorputz-asegabetasuneko eskalatik datoz (IC), eta azkeneko lauak, berriz, argaltasun-obsesioko eskalakoak dira (OD). Lehenengo faktorearekin loturiko bariantza % 28,7 da, eta bigarrenarekin loturikoa % 28,7 da. Bi faktore horiek elkarren artean azaltzen duten aldakortasunaren proportzioa % 57,4 da. Balio hori biratu gabeko ebazpenean lorturikoaren berdina da beti.

```
IC-1. Nire sabela handiegia dela uste dut.
IC-8. Nire izterren tamaina egokia dela uste dut.
IC-9. Nire ipurdia handiegia dela uste dut.
IC-10. Nire aldakek tamaina egokia dutela uste dut.
OD-4. Gizentzearen ideiak izutu egiten nau.
OD-5. Gehiegizko garrantzia ematen diot pisuari.
OD-6. Arduratuta nago, argalagoa izatea gustatuko litzaidake eta.
OD-7. Loditzen banaiz, pisua hartzen jarraitzeak arduratzen nau.
```

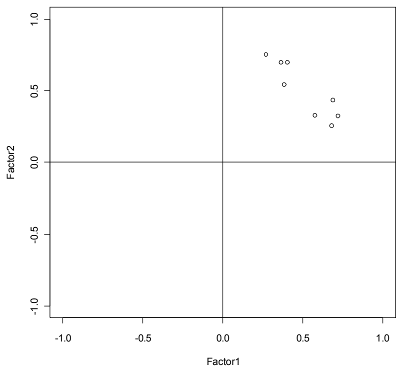
7.4.3 Faktore-ebazpenaren irudikapen grafikoa

Bi faktoreek sortzen duten bi dimentsioko espazioan itemen banaketa irudikatzeko, `plot` funtzioa erabil daiteke.

```
plot(.FA$loadings,xlim=range(-1,+1), ylim=range(-1,+1), type="n")
abline(h=0,v=0);
```

Faktore-analisiak sortutako faktore-matrizeko balioak grafikoki azaltzeko eskatzen dio R-ri `plot` funtzioak. `xlim` eta `ylim` parametroek adierazten dute bi faktoreak islatzen dituzten X eta Y ardatzentzako balio-tartea. 0 puntuan grafikoa mozten duen lerroa gehitzeko `abline` funtzioa erabiltzen da.

Ebazpen grafikoan 1 eta 2 faktoreekin loturiko puntuek bi taldetan banaturik daude. Puntu horien eduki psikologikoak "Gorputz-asegabetasuna" eta "argaltasun-obsesioa" faktoreak definitzen dituzte.



7.11 irudia. Faktoreen ebazpen grafikoa.

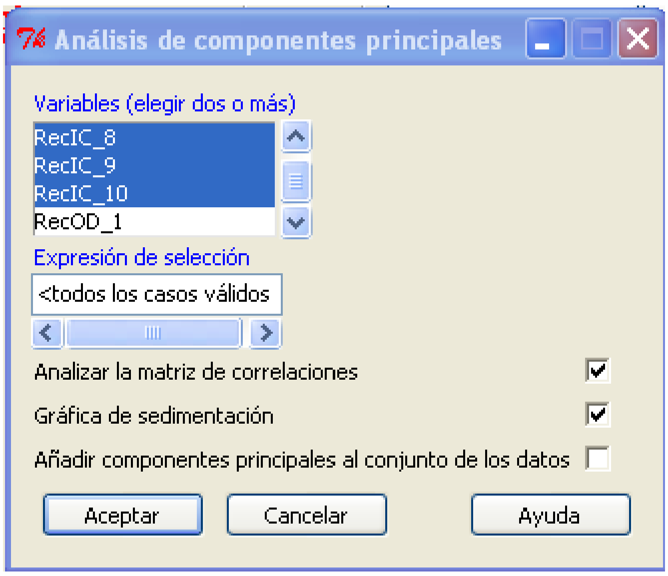
7.4.4 Faktore-puntuazioak zenbatestea

Ikerketa-testuinguru askotan, ereduaren parametroen zenbatespena eta ebazpen faktorialaren doiketaren azterketarekin bukatutzat hartzen da faktore-analisi esploratzailea. Baina, psikologia eta pedagogian, maiz, subjektuek askaturiko faktoreetan lortutako puntuazioak zenbatetsi nahi izaten dira. Matematikoki faktore-puntuazioak lortzea ez da sinplea. Faktore komuneko ereduaren aurkezpenean, behatutako aldagaiak faktore bidez azaltzen ziren; baina oraingoan, faktore-puntuazioak zenbatesterakoan, erlazioa atzekoz aurrera jarri beharko genuke; Testuinguru horretan ez litzateke zuzena izango faktore-puntuazioez hitz egitea; izan ere, faktore-puntuazioak ez dira parametroak, zorizko aldagaiak baizik. Beraz, arazoa balio horien iragartzea da.

`Rcommander`-ek, faktore-puntuazioak zenbatesteko, `factanal` funtzioa du; horrek Bartlett metodoa eta erregresio-metodoa erabiltzen ditu (`Metodo de Bartlett`, `Método de la regresión`). Bartlett-ek puntuazioak zenbatesteko bakartasun-parametroak zorizko gaitzat hartzen ditu, eta faktoreen puntuazioak, berriz, parametrotzat. Erregresioaren metodoan, faktoreak aldagaiak balira bezala maneiatzen dira. Zenbatetsitako puntuazioak datu multzoari gehituko zaizkio. Horrela, kasu bakoitzarentzako faktore adina puntuazio lortuko dira, eta horiek F1 eta F2 izenekin gordeko dira.

7.4.5 Osagai nagusien analisia

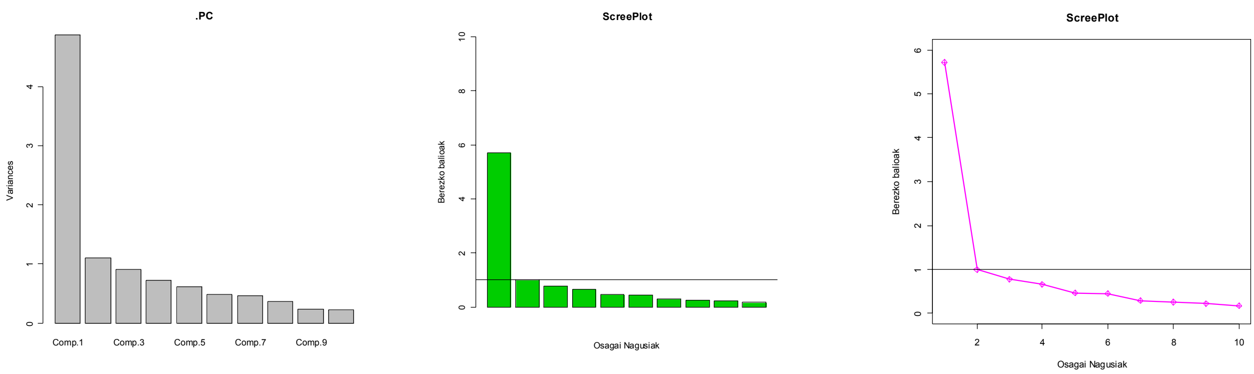
`Rcommander`-ek osagai nagusien analisia egiteko funtzio berezia du, eta hori ez dago faktore-analisiaren barne. Hori aukeratzeko `Estadísticos > Análisis Dimensional > Análisis de Componentes Principales` hautatzen da.



7.12 irudia. Osagai nagusien analisia.

Aukera horrekin irekitzen den leihoan, lortzen da korrelazio-matrizea aztertzea, Cattell-en (1966) *scree-plot* ere esaten zaion sedimentazio-grafikoa irudikatzea eta sorturiko osagai nagusiak datu multzo aktiboari eranstea.

Dimentsionalitatea aztertzean mantendu beharreko faktore kopuruari buruzko irizpenak biltzerakoan, Cattell-en *scree-plot* grafikoa erabilienetako bat da.



7.13irudia. *Scree-plot* gordina eta *Scree-plot* birmoldatuak.

`Rcommander`-ek osagai nagusien analisiaren barnean sortzen du `screeplot`, eta horren itxura birmoldatzea erraza da. Horretarako nahikoa da oinarrizko funtzioari zenbait argudio grafiko gehitzea. Hala ere, osagai nagusien analisiarik egin gabe ere sor daiteke `screeplot`. Horretarako bi modu deskribatuko ditugu.

`Barplot:` itemen arteko korrelazio-matrizearen berezko balioen grafikoa sortzen du. Adibidean, faktore-ebazpenaren interpretazioan mantendu beharreko faktore kopuruari buruzko Kaiser-Guttman-en irizpidea erantsi zaio grafikoari. Kaiser-Guttman-en irizpidearen arabera faktore baten berezko balioa 1 baino handiagoa denean mantendu egin behar da faktorea. Hori adierazteko lerro bat gehitu zaio grafikoari puntu horretan. Ikusten denez osagai bakarra dago balio hori gainditzen duena.

```
    barplot(eigen(korrelazio)$values,col=3,ylim=c(0,10),ylab="Berezko
balioak",xlab="Osagaiak", main="ScreePlot")
    abline(1,0)
```

`plot`: `Screeplot` puntuen bidez irudikatu nahi izanez gero (SPSSk egiten duen moduan), honako hau litzateke erabili beharreko komandoa (oinarrizko grafikoari Kaiser-Guttman-en irizpena gehitu diogu).

```
    plot (eigen(korrelazio)$values, col=6, pch=9,
ylim=c(0,6),ylab="Berezko Balioak",xlab="Osagai Nagusiak",
main="ScreePlot")
    lines (eigen(korrelazio)$values, lwd=2, col=6)
    abline(1,0)
```

8 Kanpo-baliagarritasuna. Taldeak alderatzen

Test baten kanpo-baliagarritasunaren azterketak mota askotariko analisiak hartzen ditu; izan ere, iragartze-baliagarritasunaz gain, test-irizpide erlazioak edo testaren bidez lorturiko puntuazioen sentirkortasuna/espezifikotasuna aztertuko beharko genituzke. Hau da, testa eredu sustantibo batean oinarriturik dagoenez ezinbestean neurtu nahi dugun aldagaiarekin loturiko teoria dago. Teoria horren arabera hainbat erlazio azter daitezke: testak antzeko beste test batzuekin duen erlazioa (baliagarritasun konbergentea), edo testak subjektu talde desberdinen artean bereizteko duen ahalmena (testaren sentikortasuna). Esaterako gure kasuan, aztertu beharko litzateke ea *Eating Disorder Inventory* testa baliagarria den bereizteko jatearekiko arazoak dituztenak eta arazorik ez dutenak. Azken mota horretako analisiak ohikoak dira psikologian; *screening* edo *galbahetze* esaten zaie. Horiek aztertzen dute testak arrisku-populazioak detektatzeko balio duen. Azterketa horiek egiteko badaude analisi bereziak; analisi diskriminantea edo erregresio logistikoa, esaterako. Guk, ordea, estatistika-tresna sinpleagoak erabiliko ditugu; hala nola, taldeak alderatzeko eta aldagaiak iragartzeko prozedurak eta metodoak ikusiko ditugu.

Helburua mota honetako galderei erantzutea da: Jatearekiko arazoak garatzeko arriskuan dauden mutilen proportzioa nesken proportzioa baino altuagoa al da? Esan al daiteke autoestimu baxuak zerikusia duela jatearekiko arazoekin? Zer adinetan dago arazo horiek sortzeko probabilitate handiagoa? Ikertzaileak horrelako galderei erantzuterakoan ez du soilik aztertzen datuetan (laginean) gertatzen dena; orokortasuna eman nahi dio bere ikerlanari. Hau da, ikertzaileak lortzen dituen emaitzak eta ondorioak datu horiek ordezkatzen duten populazioari zabaldu nahi dizkio. "Jauzi" hori, laginetik-populaziora doana, bermatzeko estatistikak arlo zabala garatu du, teknika inferentzialak, hain zuzen. Kasu bakoitzean erabili beharreko teknika erantzun nahi den galderaren menpe dago. Zehatzago, erantzun nahi den galderan dauden aldagaien izaerak eta kopuruak mugatzen dute kasuan-kasuan erabili behar den teknika, eta horregatik oinarrizkoa da egoera bakoitzean proba egokia hautazea. Behin proba zuzen hautatuta dagoela `Rcommander`-ek lana asko errazten du; baina `Rcommander`-ek ez du inolako irizpiderik aukera hori gure ordez egiteko.

8.1 Bi talde alderatzen. Batezbestekorako probak

Atal honetan agertzen diren estatistika-probek zenbakizko aldagaiei dagozkie eta horien batezbestekoak alderatzeko balio dute. Bi galdera motei erantzun nahi zaie; Behin datuak azterturik esan daiteke populazioan gorputz-asegabetasunaren batezbesteko aritmetikoak balio zehatz bat duela (esaterako, X)? Mutilen eta nesken artean alderik al dago gorputz-asegabetasunari dagokionez?

Adibidez, eman dezagun balleteko dantzariz osaturiko lagin batek (N=50) bete duela *Eating Disorder Inventory-3* testa, eta populazio osoan bulimiako eskalaren batezbesteko aritmetikoaren balioa ezagutzen dela. Frogatu nahi da lagin horrek bulimiako eskalan duen batezbestekoa populazio osoak duena baino altuagoa den. Norbaitek pentsa dezake nahikoa dela hori frogatzeko gure datuei dagokien batezbestekoa kalkulatzea eta μ (populazioaren batezbestekoa) balioarekin alderatzea. Baino alderaketa horren ondorioa 50eko lagin horri bakarrik dagokio, eta ikertzaileak ikerketaren emaitzak orokortzea bilatzen du. Horretarako proba estatistikoa erabili beharko luke; *behaturiko batezbestekoaren (laginean lortu den batezbestekoa) eta batezbesteko teorikoaren (populazio orokorrean ezagutzen den batezbestekoa) arteko alderatzea*.

Bigarren galdera mota bi talde edo laginetan behaturiko balioen arteko konparazioari dagokio. *Eating Disorder Inventory-3* testaren gorputz-asegabetasuneko eskalan gizonezkoen eta emakumezkoen arteko aldeak azter ditzakegu. Nesken gorputz-asegabetasunaren maila gizonezkoena baino altuagoa dela izan daiteke hipotesia. Bi taldetan behaturiko batezbestekoetan oinarrituz, lorturiko ondorioa zabaldu daiteke populazio orokorrera? Azterketa horretarako bi batezbestekoen arteko konparazioaren proba erabili beharko genuke.

8.1.1 Batezbesteko bakarra. Behaturiko batezbestekoaren eta batezbesteko teorikoaren arteko alderatzea

Eman dezagun datu multzoan dauden 976 kasuak balleteko dantzariak direla eta *Eating Disorder Inventory* galdesorta bete dutela, eta eman dezagun populazio osoak bulimiako eskalan duen batezbestekoa (μ) 3,30 dela. Baldintza horietan aztertu nahi da ea balleteko dantzarien batezbestekoa populazio osoaren batezbestekoa baino altuagoa den:

Hipotesi nulua hau litzateke:

H_0: μ=3,30

eta ordezko hipotesia:

H_1: μ>3,30

Dantzariek bulimia eskalan duten batezbestekoa 3,72 da; balio hori populazioaren batezbestekoa baino altuagoa da. Dantzarien taldearen batezbestekoaren (3,72) eta populazioaren batezbestekoaren (3,30) arteko diferentzia 0,42 da. Baina, diferentzia hori estatistikoki esanguratsua ahal da? Hori ondorioztatzeko lagin bateko "*t*" proba behar da. Esangura-estatistikoa lortzeko ondoko formula aplikatu behar da:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Hor, $\bar{x}$ laginaren batezbestekoa da;

μ, populazioaren batezbestekoa;

s, laginaren desbideratze estandarra, eta

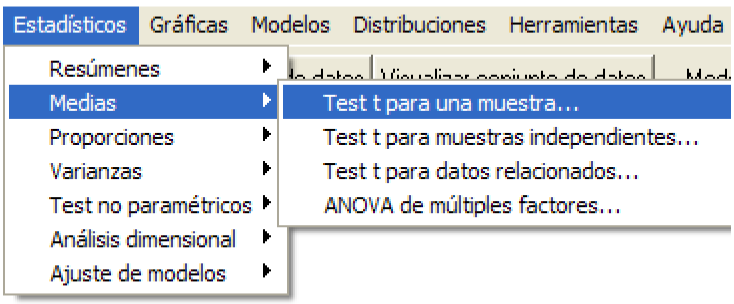
n, laginaren subjektu kopurua.

Estatistiko hori *n-1* askatasun-graduko Student-en *t* banaketari darraio. Estatistiko horren balioa behaturiko batezbestekoaren ($\bar{x}$) eta populazio-batezbestekoaren (μ) arteko aldeak mugatzen du. Zenbat eta handiagoa izan alde hori, orduan eta handiagoa da *t.* Formula horren izendatzailea *laginaren batezbesteko errore tipikoa* da (Standard Error, SE), eta kontzeptualki laginaren "zarata"ren edo aldakuntzaren neurri gisa interpreta daiteke. Zenbat eta handiagoa izan errore tipikoa, orduan eta handiagoak izango dira laginen batezbestekoen arteko aldeak. Aldakuntza edo zarata handia baldin bada, "seinale" (zenbatzailearen balioa) gehiago beharko dugu, hori nabarmentzeko.

t-ren balioak emango digu "esangura-maila", hau da, *t*-rekin loturiko probabilitatea. Esangura-mailak *(p)* laginean behaturiko balioa lortzeko probabilitatea aztertzen du, baldin eta populazioak duen batezbestekoa 3,30 bada. Hau da, esangura-mailak gure datuen eta jatorrizko hipotesiaren arteko bateragarritasuna aztertzen du. [1]

p probabilitatea da, eta horren balioa 0ren eta 1en artean dago. Esangura-maila txikia bada, (gure adibidean 0,003 da) 3,30eko batezbestekoa duen populazio batetik ateratako laginak 3,72ko balioa lortzeko duen probabilitatea baxua da. Hori dela eta, ebidentziak lagundurik, hipotesi nulua baztertuko genuke, eta dantzarien laginak bulimiako eskalan duen batezbestekoa populazioak bulimiako eskalan duen balioa baino altuagoa dela ondorioztatuko genuke.

`Rcommander`-en bidez honela egingo genuke analisia. `Estadísticos > Medias > test t para una muestra` da interesatzen zaigun aukera.

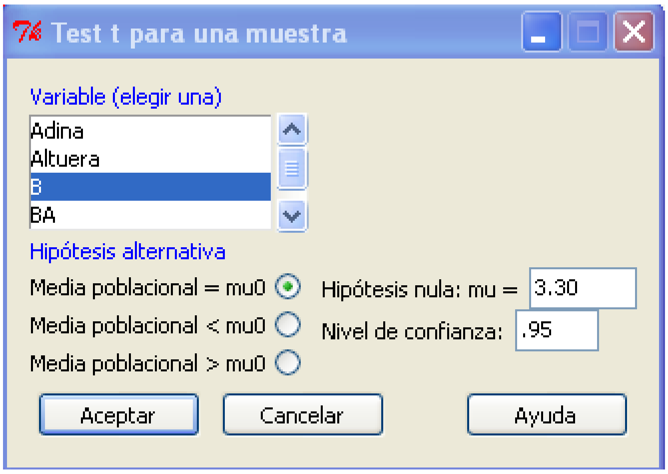


8.1 irudia. Behaturiko batezbestekoaren eta batezbesteko teorikoaren arteko alderaketa

Aukera horrek irekitzen duen leihoan aztertu nahi den aldagaia aukeratzen da (B da "Bulimia" aldagaiaren izena). Balio hipotetikoa idatziko dugu (3,30), eta ordezko

[1] Gogoratu: esangura-mailak ez du esaten hipotesi nulua egiazkoa izatearen probabilitatea. Esangura-mailak hipotesi nulua egiazkoa denean, lagin-datuak lortzeko probabilitatea ematen du .

hipotesi mota hautatuko dugu. Konfiantza-maila ere zehaztu dezakegu (1-α); `Rcommander`-ek lehenesten duen balioa 0,95 da. Konfiantza-maila batezbestekoaren konfiantza-tartea zenbatesteko erabiltzen da. `Rcommander`-ek *t*-rentzat ematen duen balioa 2,0319 da, askatasun-graduak (`degrees of freedom, df`) 901 dira (n-1= 902-1 = 901; bulimia aldagaian dagoen kasu kopurua da), eta esangura-maila (`p-value`) 0,04245 da. Azkenik, estatistika-erabakiko probaren ondorioa agertzen da: `true mean is not equal to 3.30`; hau da, hipotesi-nulua baztertzen da, eta ordezko hipotesia onartzen da.



8.2 irudia. Behaturiko batezbestekoaren eta batezbesteko teorikoaren alderaketa. Aldagaiak aukeratu.

```
> t.test(Edi.data$B, alternative='two.sided', mu=3.30, conf.level=.95)


      One Sample t-test


data: Edi.data$B
t = 2.0319, df = 901, p-value = 0.04245
alternative hypothesis: true mean is not equal to 3.3
95 percent confidence interval:
 3.310151 3.884971
sample estimates:
mean of x
 3.597561
```

`Rcommander`-en irteeran konfiantza-tartea ere agertzen da. Horren behe-muga 3,310151 da, eta goimuga, 3,884971. Zer esan nahi du horrek? Datuen arabera, lagina populazio jakin batetik dator, eta populazioaren batezbestekoa (μ) bi balio horien artean dago % 95eko probabilitatearekin. Gure hipotesian, μ 3,30 zen, eta balio hori zenbatetsitako tartetik kanpo geratzen da.

8.1.2 Bi batezbesteko alderatu

Sexuaren eta gorputz-asegabetasunaren artean erlaziorik dagoen ikusteko —zehatzago esanda, emakumezkoen gorputz-asegabetasuna gizonezkoena baino altuagoa den arakatzeko— bi laginetik (neskak eta mutilak) datozen batezbestekoak alderatu behar dira. Gorputz-asegabetasunaren eskalan emakumezkoen eta gizonezkoen batezbestekoak (`Estadísticos > Resúmenes > Tablas de estadísticas`) $\overline{x}_e$= 15,71 eta $\overline{x}_g$.= 8,09 dira, hurrenez hurren. Horien arteko aldea 7,62 da. Interesatzen zaiguna, ordea, ez da gure lagin zehatzean emakumezkoen eta gizonezkoen arteko aldea zein den; aztertu behar dugu ea diferentzia hori emakumezkoen eta gizonezkoen populazioetara zabaldu daitekeen eta horretarako estatistika-esangurako proba behar da.

Behaturiko bi batezbestekoak alderatzeko probarik ohikoena Student-en *t* da. Proba horren eraginkortasuna asko jaisten da, alderaturiko laginen bariantzak berdinak ez direnetan (batez ere laginen tamainak oso diferenteak direnetan). Kasu horietan, Student-en *t* probaren bertsio batekin egiten da lan, Welch-en probarekin.

Populazio-bariantza desberdinak dituzten bi laginen kasuan, *t* estatistikoa honela kalkulatzen da:

$$t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{s^{*2}}{n_1} + \frac{s^{*2}}{n_2}\right)}}$$

Hor, $\overline{x}_1$ aurreneko laginaren batezbestekoa da;

$\overline{x}_2$, bigarren laginaren batezbestekoa.

$$s^{*2} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

S_1^2 aurreneko taldearen bariantza da;

S_2^2, bigarren taldearen bariantza;

n_1, aurreneko laginaren subjektu kopurua, eta

n_2, bigarren laginaren subjektu kopurua.

Zenbatzailean behaturiko bi laginen batezbestekoen arteko aldea dago, eta izendatzailean laginen arteko aldearen laginketa-errorearen zenbatestatzailea. Estatistikoaren askatasun-graduak (ag) n_1-1-ren eta n_2-1-ren artean daude, eta horren balioa Welch-en formulak ematen du:

$$ag = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$$

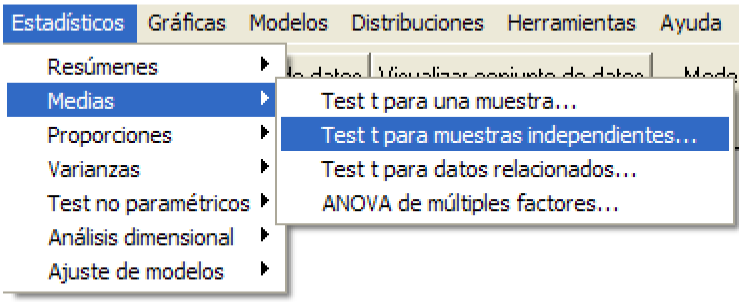
Hor, S_1^2, aurreneko laginaren bariantza da

S_2^2, bigarren laginaren bariantza;

n_1, aurreneko laginaren subjektu kopurua;

n_2, bigarren laginaren subjektu kopurua.

t-ren balioak emango digu "esangura-maila", hau da, *t*-rekin loturiko probabilitatea. Esangura-mailak *(p)* behaturiko diferentzia lortzeko probabilitatea aztertzen du. Hipotesi nulua egiazkoa bada, gizonezkoen eta emakumezkoen populazioak batezbesteko berdinak $\mu_1 = \mu_2$ dituzte, edo batezbestekoen arteko aldea 0 da. `Rcommander`-en laguntzaz honela egingo genituzke analisiak:



8.3 irudia. Lagin independeentzako batezbestekoen alderaketa.

Aukera horrek irekitzen duen leihoan taldeak definitzeko erabili den aldagia hautatzen da (Sexua) eta alderatu nahi dugun aldagaia (gorputz-asegabetasuna; IC). Horiekin batera ordezko-hipotesia, konfiantza-maila eta taldeen bariantzak berdinak diren ala ez adierazi behar dira. Adibide honetan “`Diferencia > 0`” hautatu da eta beste aukera guztiak `Rcommander`-ek lehenetsirikoak dira;hala nola , konfiantza-maila 0,95 eta bariantza-desberdineko taldeak.

8.4 irudia. Lagin independeentzako batezbestekoen alderaketa Aldagaiak aukeratzeko leihoa.

```
> t.test(IC~SEXUA, alternative='two.sided', conf.level=.95,
var.equal=FALSE,
+  data=Edi.data)

      Welch Two Sample t-test

data: IC by SEXUA
t = 12.2259, df = 905.177, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 6.395603 8.841581
sample estimates:
mean in group chica mean in group chico
     15.714286      8.095694
```

`Rcommander`-en irteeran, *t* estatistikoaren balioa (12,2259), askatasun-graduak (905,177) eta esangura-maila ikus daitezke (`p-value` =2,2e-16[2]). Horiekin batera aukeraturiko ordezko hipotesia (`true difference in means is not equal to 0`) eta konfiantza-tartea agertzen dira. Balioaren behe-muga 6,6395603 da, eta goi-muga 8,841581. Horrek esan nahi du % 95eko probabilitatearekin gorputz-asegabetasunaren batezbestekoaren egiazko diferentzia 6,395603 baino handiago dela. Batezbestekoen arteko aldea esanguratsua izan da. Ebidentzia enpirikoa aurkitu dugu, ikertzailearen jatorrizko hipotesia sustatzeko; emakumezkoek gizonezkoek baino gorputz-asegabetasuneko maila altuagoa dute.

Bi taldeen bariantzak berdinak

Bi taldeen bariantzak berdinak baldin badira, Student-en *t*-ren ohiko bertsioa erabil daiteke.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{s^{*2}}{n_1} + \frac{s^{*2}}{n_2}\right)}}$$

[2] Notazio esponentziala: 2.2e-16 =2.2 * 10^{-16}= 0.00000000000000022

Hor, $\overline{x}_1$ aurreneko laginaren batezbestekoa da;

$\overline{x}_2$, bigarren laginaren batezbestekoa;

$$s^{*2} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

S_1^2 aurreneko taldearen bariantza da;

S_2^2, bigarren taldearen bariantza;

n_1, aurrenengo laginaren subjektu kopurua, eta

n_2, bigarren laginaren subjektu kopurua.

Estatistiko horren askatasun-graduak $n_1 + n_2 - 2$ dira. `Rcommander`-ek eskaintzen duen prozedura orain arte azaldukoaren berdina da.

8.1.2.a Bi batezbesteko. Erlazionaturiko datuak

Zenbaitetan alderatu nahi diren batezbestekoak erlazionaturiko laginetatik datoz; subjektu berdinei bi alditan aplikaturiko galdesorta baten emaitzak alderatu nahi dira (test/birtest, test/postest), edo subjektuak, nahiz eta desberdinak izan, aldagai jakin batean lortu dituzten balioen arabera elkartuak izan dira. Ikuspuntu estatistiko batetik, alderatu nahi diren datuak korrelazionaturik daude (subjektu bat bere buruaren antzekoa da). Kasu horietan alderatzeko erabili behar den estrategia ez da orain arte ikusitakoa, nahiz erabili beharreko estatistika-testa batezbesteko bakarraren azterketan azaldutakoaren antzekoa den. Alderaketa egiteko datuak bikotetan antolatzen dira (adbibidez, testaren bi pasalditan subjektu bakoitzak dituen bi balioek bikote bat osatzen dute) eta bikoteen arteko aldea kalkulatzen da. Alde horiei dagokien batezbestekoa $\overline{x}_d$ hipotesi nuluarekin kontrastatzen da, $\mu_d = 0$. Batezbesteko bakarraren azterketan erabilitako estatistikoaren berdintsua da *t*;

$$t = \frac{\overline{x}_d - \mu_d}{s_d / \sqrt{n}}$$

Hor, $\overline{x}_d$ bikoteen arteko aldeen batezbestekoa da;

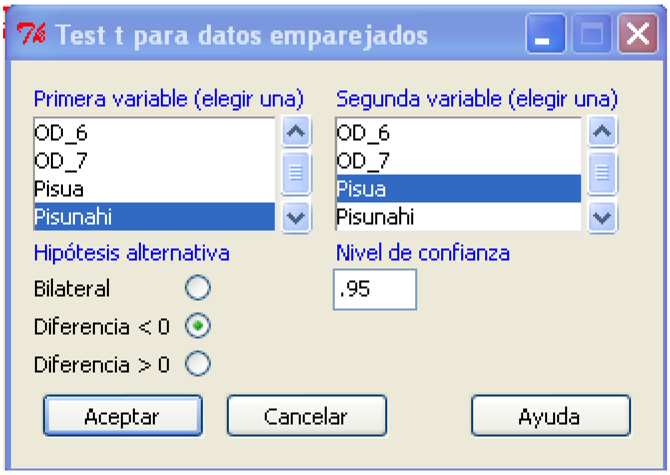
μ_d, diferentzien batezbestekoa populazioan;

s_d, bikoteen arteko aldeen desbideratze estandarra, eta

n, diferentzia kopurua

Estatistikoaren askatasun-graduak *n*-1 dira.

Eman dezagun nork bere pisua onesten duen aztertu nahi dugula; zehatzago esanik, norberaren “pisu ideala” norberaren pisu erreala baino baxuagoa den. Gure datu-basean ditugun subjektuek bi galdera horiei erantzun diete; hortaz, aipatutako azterketa egin dezakegu. `Rcommander`-en aukera egokia hautatuz, `Estadísticos > Medias > Test t para datos relacionados`, aztertu nahi diren aldagaiak (PISUA eta PISUAIDEAL), ordezko hipotesia eta konfiantza-maila aukeratzen dira.



8.5 irudia. Batezbestekoen alderaketa. Erlazionaturiko datuak.

```
       Paired t-test

data: Edi.data$Pisunahi and Edi.data$Pisua
t = -8.8598, df = 404, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
   -Inf -2.138298
sample estimates:
mean of the differences
       -2.627160
```

Aldagaien artean behaturiko diferentzien batezbestekoa (`mean of the differences`) -2,6271 da, eta kantitate horri dagokion *t*-ren balioa -8,85 da; Diferentzien kopurua 405 denez, askatasun-graduak 404 dira (`df; 405-1=404`), eta esangura-maila oso txikia (`p-value=2,2e-16`). Ondorioz, pisu ideala pisu errealaren azpitik dagoela baieztatzen duen hipotesia sustatzeko ebidentzia dugu. % 95eko konfiantza-tarteak dio populazioan pisu ideala pisu erreala baino 2,62 kg txikiagoa dela.

8.1.3 Bariantzentzako probak

8.1.3.a Bi bariantza alderatu

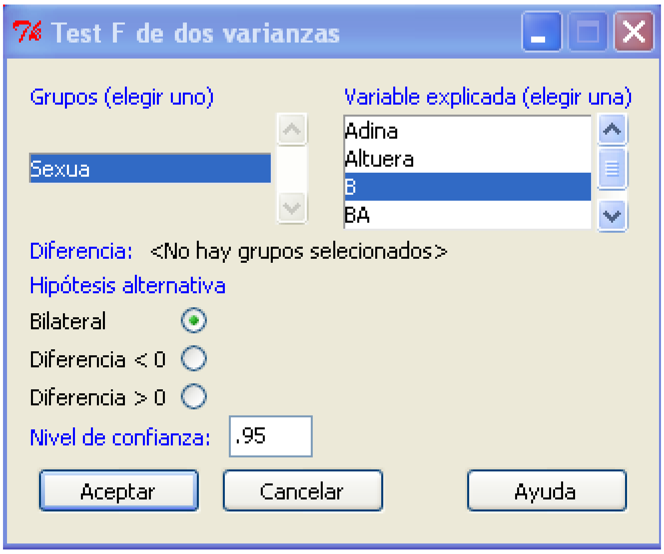
Bi taldeen bariantzak alderatzeko probarik ohikoena F da, nahiz helburu berdineko beste zenbait proba dauden (adibidez, Lévene-rena). Test hori, F testa, gehienetan batezbestekoen alderaketarako erabiltzen den Student-en *t*-ren aurretik egiten da. Izan ere, Student-en *t*-ren probaren aurrebaldintzetako bat aldagaien bariantzen berdintasuna da. F estatistikoa bi laginetan behaturiko bariantzen arteko arrazoiaren bidez lortzen da.

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Hor, S_1^2 lagin bateko bariantza da, eta
S_2^2, bigarren laginaren bariantza.

F-ri loturiko probabilitatea (esangura-maila) *F*-ren probabilitate-banaketaren bidez lor daiteke; askatasun-graduak n_1-1 eta n_2-1 dira.

Bulimiako aldagaiak emakumezkoen eta gizonezkoen populazioetan aldakortasun berdina duen aztertzeko, `Estadísticos > Varianzas > Test F para dos varianzas` aukera hautatu beharko dugu. Irekitzen den leihoan, taldeak definitzen dituen aldagaia (sexua) eta alderatu nahi den aldagaia (B, bulimia) aukeratuko dira. Hipotesi mota markatu (lehenetsitako `bilateral`) eta konfiantza-maila (0,95 balioan utziko dugu).



8.6 irudia. Bi bariantzen arteko F proba.

```
> var.test(B ~ SEXUA, alternative='two.sided', conf.level=.95,
data=Edi.data)

      F test to compare two variances

data: B by SEXUA
F = 0.8926, num df = 480, denom df = 420, p-value = 0.2284
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.7411259 1.0738893
sample estimates:
ratio of variances
     0.8926434
```

`Rcommander`-ek F-ren balioa ematen du (0,8926), askatasun-graduak (480 eta 420), esangura-maila (0,2284), ordezko-hipotesia eta bariantzen arteko arrazoirako (σ_1^2/σ_2^2) konfiantza-tartea. Azkenik, datuetan behaturiko bariantzen arteko arrazoia ikus daiteke (s_1^2/s_2^2 .); gure kasuan, 0,8926. Esangura-mailaren balioaren arabera (p = 0,2284) hipotesi nulua onartzen da. Ez dugu ebidentziarik, bi taldeen bariantzak desberdinak direla ondorioztatzeko.

8.1.3.b k bariantza alderatu

Bi talderen baino gehiagoren bariantzak alderatzeko proba egokia da Bartlett-ena. Hori egiteko, `Estadísticos > Varianzas > Test de Bartlett` hautatu, eta irteerak (aurreko kasuan bezala) estatistikoa, askatasun-graduak eta esangura-maila emango dizkigu.

8.2 Sarrera bikotzeko taulak

Zenbait aldagairen izaera kategorikoa da jatorriz (adibidez, sexua, arraza, lanbidea..), eta beste zenbaitetan, berriz, jarraitua den aldagaia kategorizatu egiten da; adibidez, gorputz-asegabetasuna zenbakizko aldagaia izanik, aldagai jarraitua, kategorizatu egin daiteke bi maila sortuz (gorputz-asegabetasun-maila altua dutenak eta gorputz-asegabetasun-maila baxua dutenak); kategorizatze hori egiteko irizpide klinikoak erabil daitezke. Aldagai kategorikoekin lan egiteko ohikoena kontingentzia-taulak erabiltzea da; han, aldagai bakoitzaren maila bakoitzean dauden pertsonen (objektuen) proportzioak eta maiztasunak agertzen dira.

Gure adibidean, jatorrian zenbakizkoak diren bi aldagairekin lan egingo dugu. Batetik, gorputz-asegabetasuna dugu, eta, bestetik, adina. Lehena irizpide klinikoen arabera kategorizatu da, eta adina, berriz, hiru sailetan banatu da; izan ere, interesatuagoak gaude adin-tarteetan adin-puntuetan baino. Bi aldagai horien arteko erlazioa aztertzeko, kontingentzia-taula eratu dugu.

Errenkadetan gorputz-asegabetasuna agertzen da, eta zutabeetan adina. Lehenak bi kategoria ditu (BAI/EZ), eta adinak, berriz, hiru (14 urte baino gutxiago dutenak, 14tik 16 urtera bitartekoak eta 16 urte baino gehiago dutenak). Gorputz-asegabetasun aldagaian bi talde egiteko, 18 ebakitze-puntua erabili da. Balio horrek mugatzen ditu bi taldeak: 0 eta 1. Bi aldagai horien mailen konbinazio bakoitza gelaxka bat da. Adibidez, 14 urte baino gutxiago eta gorputz-asegabatasuneko maila altua dutenak 67 dira. Taula hau 2 x 3koa da; 2 errenkada eta 3 zutabe ditu.

	Adina			
Gorputz-asegabetasuna	>14 urte	14-16 urte	<16 urte	Guztira
EZ	236	269	146	651
BAI	67	115	67	249
Guztira	303	384	213	900

8.1. taula. Sarrera bikoitzeko taula.

Eman dezagun gorputz-asegabetasuneko maila altua duten haurretan interesaturik gaudela. Horien proportzioa 67 zati subjektuen kopuru osoa da (900) 0,074; hau da, 14 urtetik beheragoko ikasleen % 7,4k gorputz-asegabetasuna du. Gelaxka bakoitzerako lorturiko proportzioek bi aldagai kategorikoen banaketa bateratua osatzen dute.

Banaketa-bazterrak

Sarrera bikoitzeko taula batean, aldagai bakar baten banaketa aldagaiaren banaketa-bazterra da. Taula batean bi banaketa-bazter daude; bat aldagaiko. Datuen arabera, 651 ikasle daude gustura beren gorputzekin, eta 249k gorputz-asegabetasuna dute. Gorputz-asegabetasunaren banaketa-bazterra da:

	EZ	BAI
Proportzioa	0,723	0,277

8.2. taula. Gorputz-asegabetasunaren banaketa-bazterrak.

Adibide horren bigarren banaketa-bazterra adinari dagokio,

	>14 urte	14-16 urte	16 urte <
Proportzioa	0,336	0,426	0,238

8.3. taula. Adinaren banaketa-bazterrak.

Kontingentzia-taula bateko banaketa-bazter bakoitza aldagai kategoriko bakun baten banaketa da.

Sarrera bikoitzeko taulak: erlazioak

Sarrera bikoitzeko taulan dagoen informazioa sakonagoa da aldagai bakun batek gordetzen duena baino. Taulan dauden balioen ehunekoen bitartez aldagaien arteko erlazioak azter daitezke. Aurreko adibidean, gorputz-asegabetasuna duten haurren proportzioa (67/303 = 0,221) % 22,1 da; 14 urtetik 16 urtera bitartekoen taldean, gorputz-asegabetasuna dutenen proportzioa (115/384 = 0,299) % 29,9 da, eta gazteen artean, berriz, (67/213=0,308) % 31,4 da.

Banaketa baldintzatuak

14 urtetik beherakoen taldean bigarren aldagai kategorikoak duen banaketari *banaketa baldintzatu* esaten zaio. Baldintzaturiko banaketak ematen ditu gorputz-asegabetasun aldagaiaren balizko balio guztietarako (EZ/BAI) proportzioak edo ehunekoak.

	EZ	BAI
Proportzioa	%77,8	%22,1

8.4. taula. Baldintzaturiko banaketa. Haurrak eta gorputz-asegabetasuna.

Geratzen diren adin-tarteekin kalkulu berdinak eginda:

	EZ	BAI
Proportzioa	% 70,05	% 29,95

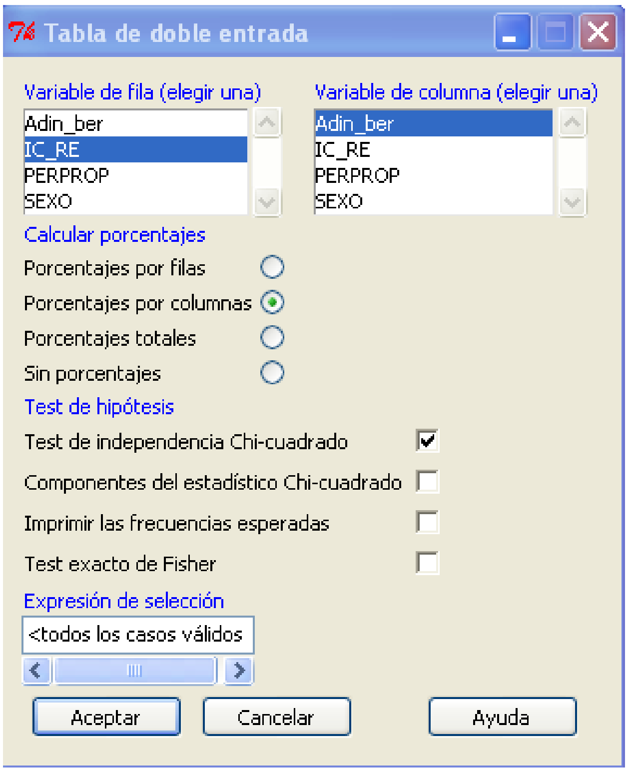
8.5. taula. Baldintzaturiko banaketa. Nerabeak eta gorputz-asegabetasuna.

	EZ	BAI
Proportzioa	% 68,5	% 31,45

8.6. taula. Baldintzaturiko banaketa. Gazteak eta gorputz-asegabetasuna.

Baldintzaturiko banaketak alderatuz adinaren eta gorputz-asegabetasunaren arteko erlazioari buruzko informazioa lor daiteke. Gorputz-asegabetasuna izateko probabilitate zertxobait altuagoa da 16 urtetik gorakoen artean 14tik 16rakoen eta haurren artean baino. Azken horiek, haurrek, dute gorputz-asegabetasuna izateko probabilitaterik baxuena. Datuen arabera gorputz-asegabetasuna adinarekin batera handituz doa.

`Rcommander`-ek banaketa bateratuak, banaketa-bazterrak eta banaketa baldintzatuak ematen ditu; Horretarako, `Estadísticos > Tablas de contingencia > Tabla de doble entrada` aukeratu behar da. Irekitzen den leihoan taularen errenkadan eta zutabean jarri nahi diren aldagaiak hautatuko dira; gorputz-asegabetasuna eta adina `(IC_RE eta Adin_Ber)`. Horietaz gain kalkulatu nahi diren ehunekoak (errenkadako, zutabeko, totalak, ehunekorik gabe), egingo diren hipotesi-testak (Chi-karratua, Fisher-en test zehatza), Chi-karratu estatistikoaren osagaiak eta gelaxka bakoitzari dagozkion itxarondako maiztasunak lortu nahi diren ala ez zehaztuko da. Azterketa horiek datu guztiekin edo datuen azpimultzo batekin egi daitezke.



8.7. irudia. Sarrera bikoitzeko taulak. Rcommander.

```
> colPercents(.Table) # Column Percentages
    ADIN_BER
IC_RE   <14 14-16  >16
 0    77.9 70.1 68.5
 1    22.1 29.9 31.5
 Total 100.0 100.0 100.0
 Count 303.0 384.0 213.0
```

Aukera honek `Porcentajes totales` banaketa bateratua ematen du. `Total` izenpean dauden errenkadan eta zutabean banaketa-bazterrak agertzen dira; gorputz-asegabetasunarena eta adinarena, hain zuzen.

```
> totPercents(.Table) # Percentage of Total
    <14 14-16 >16 Total
0   26.2 29.9 16.2 72.3
1   7.4 12.8 7.4 27.7
Total 33.7 42.7 23.7 100.0
```

8.2.1 Sarrera bikoitzeko taulak. Inferentzia

Proportzioen deskribapen hutsetik abiatuta, ondorio estatistikoak atera nahi badira, aldagaien erlazioa orokortzeko estatistika-esangurako probak behar dira. Hipotesi nuluak (H_0) dio errenkadan eta zutabean dauden aldagaien artean erlaziorik ez dagoela. Aurreko adibidean esango genuke gorputz-asegabetasunaren eta adinaren artean inolako loturarik ez dagoela. Ordezko hipotesiak (H_1) bi aldagaien artean lotura dagoela dio. Ordezko hipotesiak ez du argitzen erlazioaren norabidea: ezin daiteke esan alde bakarrekoa edo bikoa den; izan ere, aldagaien artean balizko lotura guztiak hartzen ditu. Gure adibidean, hipotesi nuluak, loturarik ez dagoela dioenak, gorputz-asegabetasunaren banaketa hiru adin-tartean berdina dela dio.

Itxarondako maiztasunak

Hipotesi nulua kontrastatzeko eta hipotesi nulua egiazkoa dela suposatuz, behaturiko eta itxarondako maiztasunak alderatzen dira. Nola lortu itxarondako maiztasunak? Taularen eskuinaldean dauden ehunekoak aztertuz, talde osoaren % 27,7 (adin-tarte guztiak hartuz) gorputz-asegabetasuna duela ikusten da. Desberdintasunik ez dagoela dioen hipotesia egiazkoa balitz, ehuneko hori adin-tarte guztientzat berdina izango litzake; hau da, haurren artean % 27,5 izango da asegabe. Taula aztertuz, adin-tarte horretan 303 pertsona daudela ikusten da, eta itxarondako maiztasuna (303ren % 27,5) 83,3 da. Itxarondako maiztasun guztiak modu berdinean kalkulatuko lirateke.

Itxarondako maiztasuna kalkulatzeko, gorputz-asegabetasuna dutenen (249/900) eta 14 urtetik beherakoen subjektu kopuruak (303) biderkatzen dira. Taulan ikusten denez, interesatzen zaigun gelaxkari dagozkion errenkadaren eta zutabearen kopuru osoak 249 eta 303 dira. Subjektu kopuru osoa 900 da. Gelaxka bati dagokion itxarondako maiztasuna kalkulatzeko, gelaxkari dagozkion errenkada eta zutabe kopuru osoak taulako balio osoaz zatitzen dira.

$$Itxarondako\ maiztasunak = \frac{errenkadaren\ osoa \text{ x } zutabearen\ osoa}{N}$$

Chi-karratu testa

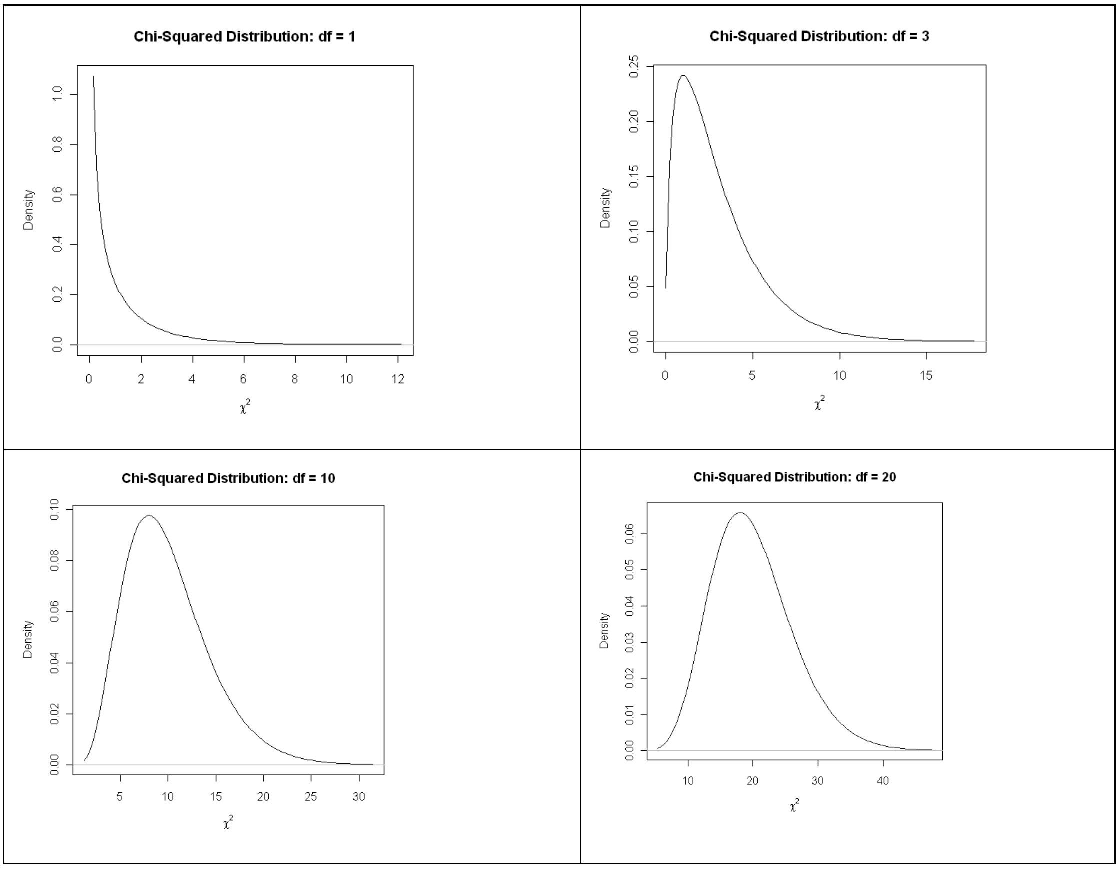
Hipotesi nulua kontrastatzeko, behaturiko maiztasunak eta itxarondako maiztasuak alderatzen dira. Behaturiko maiztasun bakoitzari dagokion itxarondako maiztasuna kalkulatu ondoren, balio horien arteko aldearen berredura kalkulatzen da. Diferentzia handi bat ez da garrantzizkoa, gelaxka horri dagokion itxarondako maiztasuna oso altua baldin bada; horregatik, diferentzien berredura bakoitza itxarondako maiztasunaz zatitzen da.

$$X^2 = \sum \frac{(behaturiko\ maiztasuna - itxarondako\ maiztasuna)^2}{itxarondako\ maiztasuna}$$

```
> .Test$expected # Expected Counts
   ADIN_BER
IC_RE  <14 14-16  >16
  0 219.17 277.76 154.07
  1 83.83 106.24 58.93
```

Behaturikoen eta itxarondakoen arteko aldea handitzearekin batera, Chi-karratuaren balioa handitu egingo da. Chi-karratuaren balio altuek hipotesi nuluaren aldeko ebidentziak dira. Estatistiko horren askatasun-graduak taularen errenkadek eta zutabeek ematen dituzte (l-1 eta z-1).

Chi-karratuaren banaketa parametro batez deskribatzen den banaketa-familia da; askatasun-graduak (ag; `df; degree of freedom`). Honela adieraziko da familia horretako norbanakoa: χ^2_{ag}. Irudi honetan lau banaketaren dentsitate-kurbak marraztu dira. Chi-karratu banaketek balio positiboak soilik hartzen dituzte, eta beti eskuinerantz alboratuak dira.



8.7 irudia. Askatsun-grado desberdineko Chi-karratu banaketak (1, 3, 10 eta 20)

Chi-karratuaren testak banaketaren goiko aldea erabiltzen du beti; izan ere, hipotesi nulutik aldentzeak estatistikoaren balioa igotzen du. Estatistiko horren (X^2) Chi-karratuaren banaketarekiko hurbiltasuna (χ^2) egokiagoa da, maiztasunak igo ahala. Gainera, zehatzagoa da 2x2 baino dimentsio gehigoko taulentzat. Hurbilketa egokia izango bada, 2x2ko tauletako itxarondako maiztasun guztiek 5 baino handiagoak izan behar dute. Chi-karratuaren testarentzat p-ren balioa da: $P\left(\chi^2_{(l-1)(z-1)} \geq X^2\right)$. `Rcommander`-ek X^2 balioa eta p emango dizkigu, `Test de independencia Chi-cuadrado` aukera sakatuz. Gure adibidean, Chi-karratuaren balioa 7,1976 da, banaketaren askatasun-graduak 2 dira ((2-1)(3-1) = 2), eta p-ren balioa, 0,02736.

```
> .Test

            Pearson's Chi-squared test

data: .Table
X-squared = 7.1976, df = 2, p-value = 0.02736
```

Chi-karratuaren testak hipotesi nuluaren kontrako ebidentzia ematen digu. Testak dio hiru adin-tartetan banaketak desberdinak direla, baina ez du esaten diferentzia horiek nolakoak diren edo zein mailatan dauden desberdinak. Test hori aldagaien arteko erlazioari buruzko informazioa ematen duen desrkibapenarekin osatu behar da.

Chi-karratuaren osagaiak aztertuz, behaturikoen eta itxarondakoen arteko aldeen analisia lortzen da; bertan, diferentzia handienak dituzten gelaxkei buruzko informazioa eskaintzen zaigu. `Rcommander`-en bidez lorturiko osagaien taula honako hau da:

```
> round(.Test$residuals^2, 2) # Chi-square Components
   ADIN_BER
IC_RE <14 14-16 >16
  0 1.29 0.28 0.42
  1 3.38 0.72 1.11
```

Bigarren errenkadari eta lehenengo zutabeari dagokien balioa lortzeko:

$$\frac{\left(behaturikomaiztasuna \text{ x } itxarondako\ maiztasuna\right)^2}{itxarondako\ maiztasuna} = \frac{\left(67-83,3\right)^2}{83,3}$$

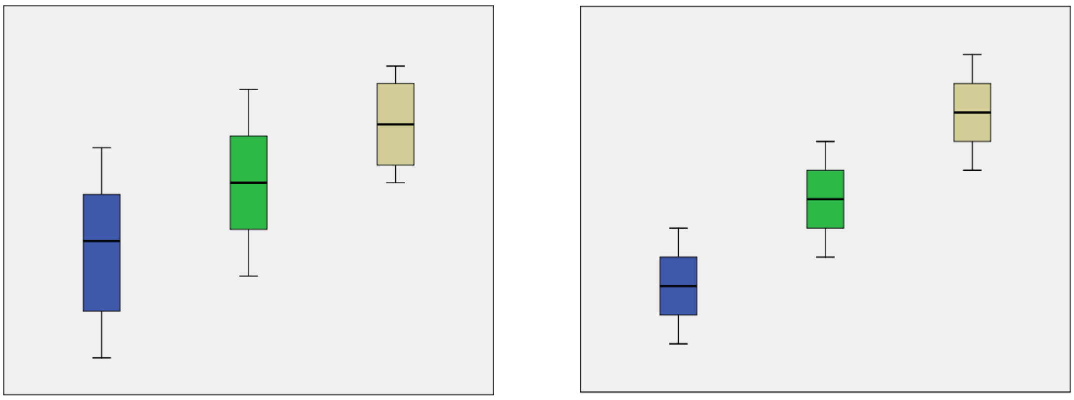
8.3 Bi talde baino gehiago alderatzen (ANOVA)

Bi talde baino gehiago alderatu nahi direnean talde horiekin sor daitezkeen bikote guztiak azter daitezke, banaka bikote bakoitzari *t* testa aplikatuz. Baina jokatzeko modu horrek I motako errorea gehitzen du. Bariantza-analisiak (ANOVA edo AVAR) batezbestekoak alderatzen ditu, I motako errorean eragin gabe. Oro har, ANOVA metodoak menpeko aldagaiaren bariantza bitan edo gehiagotan zatikatzen du, eta horietako zati bakoitza iturri (aldagai edo faktore) batekin lotzen du.

8.3.1 Faktore bakarreko ANOVA

Eman dezagun hiru adin-tartetan (14 urtetik beherakoak, 14-16 urtekoak eta 16 urtetik gorakoak) lortzen diren gorputz-asegabetasuneko batezbestekoak berdinak diren ala ez aztertu nahi dela. Aldagai independenteari (adinari) *faktore* esaten zaio ANOVA-ren testuinguruan (ez nahasi, mesedez, faktore-analisiarekin!), eta adibide honetan faktore horrek hiru maila ditu. Faktorea jatorriz aldagai kategorikoa izan daiteke, edo kategorizatu egin daiteke, gure kasuan bezala. Menpeko aldagaia gorputz-asegabetasuna (IC) aldagai jarraitua da. Nahiz hipotesi nulua egiazkoa izan eta populazioaren batezbetekoak adin-tarte guztietan berdinak izan, laginetan lortzen diren batezbestekoen artean aldeak egongo dira beti. Zenbatekoa da batezbestekoen aldakortasun hori? Datuen aldakortasunetik abiatuta lor daiteke batezbestekoen aldakortasunari buruzko informazioa. Populazioaren batezbestekoak desberdinak badira, laginen aldakortasuna populazio-batezbestekoak berdinak direnean baino handiagoa izango da. Batezbestekoen aldakortasuna zoriz itxarongo genukeena baino handiagoa den aztertzeko, hipotesi-testa behar da; laginketa-banaketa eredu berria behar da, F banaketa.

Testaren funtzionamendua ikusteko, eman dezagun hurrengo irudian agertzen diren lagin-batezbestekoak desberdinak ala berdinak diren aztertu nahi dela. Bigarren grafikoan zaila da onartzea laginen arteko aldeak laginketa-aldakortasunak sortu dituela. Areago, (a) grafikoari dagokionez pentsa daiteke batezbesteko berdinak dituzten populazioetatik sortuak direla laginak. Bi grafikoetan agertzen diren taldeek batezbestekoarekiko diferentzia berdinak dituzte. Baina talde bakoitzeko *barneko* diferentzien aldakortasunak desberdinak dira. Bigarrenean, talde-barneko diferentziak oso txikiak dira, eta taldeen arteko aldeak nabariak dira. Horixe da F testaren ideia nagusia. Taldearen barneko aldakortasunarekin alderatuz, batezbestekoen arteko aldeak handiak direnean, hipotesi nulua baztertzen da, eta batezbestekoak desberdinak direla ondorioztatzen da. (a) irudian ikusten diren batezbestekoen arteko aldeak zorizkoak izan zitezkeen; horregatik, ez dago nahikoa ebidentzia H_0 baztertzeko.



a) b)

8.8 irudia. Talde barneko aldakortasun desberdinak. Kaxa-diagramak.

Batezbestekoak zehatzago alderatzeko, proba estatistikoa behar da. Test guztiak diferentzien arteko arrazoiren batean sostengatzen diren bezala, ANOVAn batezbestekoen arteko aldeak zenbakitzailean jartzen dira eta izendatzailean konparagaia jartzen da.

8.3.1.a Taldeen barneko eta taldeen arteko aldakortasuna

Hipotesi nulua egiazkoa balitz eta talde guztiak batezbesteko bakarreko (μ) populazio batetik baletoz, talde bakoitzaren batezbestekoa populazioaren batezbestekoaren zenbateslea izango litzake, eta populazioaren batezbestekoaren zenbatespen desberdinak eta independenteak izango genituzke. Zenbatetsiriko batezbestekoak behaketa moduan hartu eta horien laginketa-bariantza kalkulatzen da ($s_{\bar{x}}^2$). Bariantza hori erabiltzen da taldeen batezbestekoen arteko diferentziak neurtzeko. Zenbat eta berdinagoak izan batezbestekoak, orduan eta bariantza txikiagoa lortuko da; eta, alderantziz, batezbestekoen arteko diferentziak handitzearekin batera handituko da bariantza.

Gure adibidearen datuei dagozkien batezbestekoak ondoan ikus daitezke; `Estadísticos > Resúmenes > Resúmenes numéricos` aukerak irekitzen duen leihoan `Resumir por grupos` aukeratuz, gorputz-asegabetasunak adin-tarte bakoitzean duen batezbestekoa zein den jakin dezakegu (emaitzak argiagoak izan zitezen adibide honetan, `Edi.data` objektuko azpimultzo batekin egin dugu lan):

```
      mean    n  NA
<14   10.82   184 14
14-16 12.89   184 16
>16   13.67 184 8
```

Batezbesteko horien bariantza 2,17 da.

```
Batbeste <- c(10.82, 12.89, 13.67)
Var(Batbeste)
[1] 2.17
```

Nola jakin balio hori altua ala baxua den? Horretarako eredu bat behar dugu; eta ereduak dio batezbestekoak berdinak direla. Hau da, adin-tartea edozein delarik, gorputz-asegabetasunaren batezbestekoa berdina da beti.

H_o: $\mu_1=\mu_2=\mu_3$

H_1: batezbestekoren bat desberdina

Laginen batezbestekoen bariantza $(s_{\bar{x}}^2\ )\ \sigma^2/n$ denez, σ^2 zenbatesteko nahikoa da laginetan behaturiko bariantza eta n biderkatzea $(ns_{\bar{x}}^2)$. Gure kasuan, biderketa horren emaitza (184 x 2,174) 400,016 da. Taldeen arteko aldakortasunak eman digu σ^2-ren zenbateslea. Kantitate hori taldeen arteko batezbesteko koadratikoa da (taldeen artekoa; ABK).

Kontrastea zehazteko konparagaia behar da, eta hori hipotesi nuluarekiko independentea den σ^2-ren zenbateslea da. Zenbatespen hori talde barneko bariantzen konbinazio batek ematen du; zenbaki hori errorearen batezbesteko koadratikoa da (taldeen barnekoa; BBK).

Lagin bakoitzaren desbideratze estandarra batezbestekoak lortzeko erabili den leiho berdinean lor daiteke, hots, `Estadísticos > Resúmenes > Resúmenes numéricos`. `Desviación típica` aukera hautatuz, `Rcommander`-ek adin-tarte bakoitzari dagozkion desbideratze estandarrak ematen ditu. Balio horien berredurak bariantzak dira: 111,87; 111,99 eta 93,412

```
    sd   n   NA
<14   10.57  184 14
14-16 10.58  184 16
>16  9.66 184 8
```

Zenbatesle bakar bat lortzeko honako hau aplikatzen da:

$$s^{*2} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + ... + (n_I - 1)s_k^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + ... + (n_k - 1)}$$

Gure datuekin:

$$s^{*2} = \frac{(184-1)10,577^2 + (184-1)10,583^2 + (184-1)9,665^2}{(184-1)+(184-1)+(184-1)} = 105,762$$

Kantitate hori errorearen batezbesteko koadratikoa da edo taldeen barneko batezbesteko koadratikoa (BBK).

8.3.1.b F estatistikoa

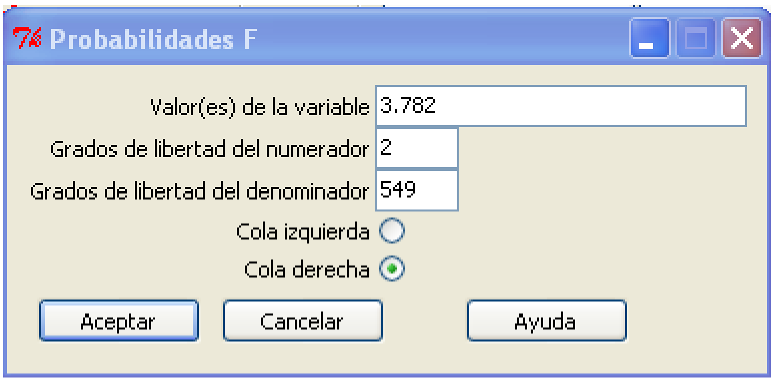
Bariantzaren bi zenbatesle ditugu. Lehena taldeen batezbestekoen arteko aldeetan oinarritzen da. Batezbestekoak berdinak badira (H_o egiazkoa), bariantza horrek σ^2 zenbatetsiko du. H_o egiazkoa ez bada, zenbatesle horrek sistematikoki egiazko balioa baino balio altuagoa emango du. Beste zenbatespena taldeen barneko aldakortasunean oinarritu da, eta hipotesi nuluarekiko independentea da. Horregatik, H_o egiazkoa denean bi balio horiek, ABK eta BBK, σ^2 zenbatetsiko dute, eta horien arteko arrazoia 1etik hurbil egongo da. Baina H_o faltsua denean, zenbatesleen arteko ratioa 1 baino handiagoa izango da.

ABK/BBK ratioa da F estatistikoa, eta H_o egiazkoa denean bi zenbakiren menpe dagoen *F* banaketari darraio; bi zenbaki horiek zenbakitzailearen askatasun-graduak eta izendatzailearen askatasun-graduak dira. K taldeko faktore bakarreko ANOVAren kasuan izendatzailearentzako askatasun-graduak *K-1* dira, eta zenbakitzailearentzako *N-K*.

F testa ilara bakarreko testa da; izan ere, batezbestekoen arteko edozein diferentziak handitzen du F estatistikoa. Testa esanguratsua izango da F ratioa nahikoa handia bada eta horrekin loturiko probabilitatea nahikoa txikia bada *(p)*. Gure adibidean ratioa hau da:

$$F = \frac{ABK}{BBK} = \frac{400,016}{105,762} = 3,782$$

Estatistiko horren banaketa da $F_{(K-1)(N-K)} = F_{(3-1),(552-3)} = F_{2,549}$. F testaren *p* balioa da $F_{(2,549)}$ banaketari darraion zorizko aldagiak laginean lorturiko balioa edo balio handiagoa lortzeko duen probabilitatea. `Rcommander`-ek `Distribuciones > Distribuciones continuas > Distribución F` aukeraren bidez ematen digu balio hori:



8.9 irudia. F banaketa Rcommander-en

```
pf(c(3.782), df1=2, df2=149, lower.tail=FALSE)
[1] 0.0233
```

8.3.1.c Eredua

Faktore bakarreko ANOVA-ereduak pertsona batek menpeko aldagaian duen puntuazioa hiru osagairen bidez azaltzen du: populazio guztien batezbesteko orokorra

(μ), aldagai askeari zor zaion efektua *(α_k),* eta ereduak azaltzen ez duen zorizko aldagaiaren edo hondakinen efektua *(ε_{ik}).* K talde baditugu eta x_{ik}-k *k* taldeko *i* behaketa adierazten badu, ereduaren arabera:

x_{ik}	=	$\mu + \alpha_k$	$+\varepsilon_{ik}$	=	$\mu_k + \varepsilon_{ik}$
DATUAK	=	DOIKETA	+ HONDAKINA		

Non α_k *k* laginaren batezbestekoak lagin hori datorren populazioaren batezbesteko orokorrarekiko duen desbideratzea baita ($\alpha_k = \mu_k - \mu$); hau da batezbesteko orokorretik *k* taldea zenbat urruntzen den. Erroreak edo hondakinak islatzen du behaketa batek datorren taldeko batezbestekotik duen desbideratzea, $\varepsilon_{ik} = x_{ik} - \mu_k$; hau da, ereduak azaltzen ez duen zorizko aldakortasuna. Erroreak zenbait baldintza betetzen dituzte ANOVAren ereduan: normalak dira, horien batezbestekoa 0 da, eta talde guztientzat bariantza berdinak dituzte. Analisiei ekin baino lehen, komenigarria izaten da baldintza horiek betetzen diren baieztatzea.

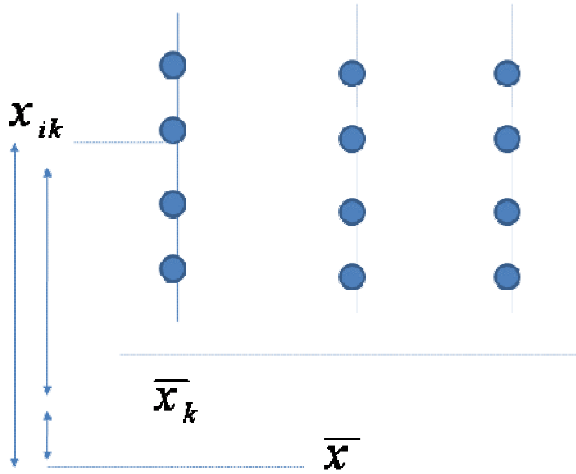
8.3.1.d Karratuen baturaren deskonposaketa

x_{ij} puntuazioak batezbesteko orokorrarekiko duen desbideratzea bi zatitan bana daiteke: puntuazioaren desbideratzea taldearen batezbestekoarekiko ($\bar{x}_k$), eta taldearen batezbestekoaren desbideratzea batezbesteko orokorrarekiko ($\bar{x}$).

$$x_{ik} - \bar{x} = \left(x_{ik} - \bar{x}_k\right) + \left(\bar{x}_k - \bar{x}\right)$$

Grafiko honek ideia hori islatzen du. Puntuazio bakar batez hitz egin beharrean N puntuazioetan aritzen bagara:

$$\sum_{i=1}^{n_k}\sum_{k=1}^{K}\left(x_{ik} - \bar{x}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n_k}\sum_{k=1}^{K}\left(x_{ik} - \bar{x}_k\right)^2 + \sum_{i=1}^{n_k}\sum_{k=1}^{K}\left(\bar{x}_k - \bar{x}\right)^2$$



8.10 irudia . Karratuen baturaren deskonposaketa (faktore bakarreko ANOVA)

Ekuazio horren gaiak karratuen baturak dira; berdinketaren lehen gaia karratuen batura osoa da (KBO), eta batugaiak taldeen arteko karratuen batura (EKB) eta erroreen karratuen batura (HKB) dira.

8.3.1.e Parametroen zenbatespena

Populazioen batezbestekoak horiei dagozkien lagin-batezbestekoen bitartez zenbatesten dira. μ_k zenbatesteko, *k* taldearen batezbestekoa erabiltzen da:

$$\overline{x}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{k=1}^{n_i} x_{ik}$$

Erroreak zenbatesteko, lagin-batezbestekoen inguruko desbideratzeak erabiltzen dira, hau da, $e_{ik} = x_{ik} - \overline{x}_k$. ANOVAk populazioen bariantzak berdinak direla jotzen du, eta lagin-bariantzak σ^2-ren zenbatespenak dira.

8.3.1.f ANOVA taula

Bariantzaren analisia egiterakoan behar den informazio guztia taula batean jartzen da; taularen zutabeetan idazten dira aldakortasun-iturriak, karratuen baturak askatasun-graduak, batezbesteko koadratikoak, F-ren balioak eta esangura-mailak. Taularen errenkadetan aldakortasun-iturriak jartzen dira; hala nola, eredua edo taldeen arteko aldakortasuna, errorea edo taldeen barneko aldakortasuna eta totala. Gure datuei dagokienez, taula honako hau da:

Aldakortasun-iturriak	Karratuen batura	Askatasun-graduak	Batezbesteko koadratikoak	F	p
Eredua	799,859	2	399,929	3,781	,023
Hondakina	58065,554	549	105,766		
Totala	58865,413	551			

8.8. taula. Faktore bakarreko ANOVAren taula

Ereduak (DOIKETA) taldeen arteko batezbestekoen aldakortasunari buruzko informazioa ematen du, eta hondakinak taldeen barneko aldakortasunari buruzko informazioa dakar.

DATUAK = DOIKETA + HONDAKINA

=

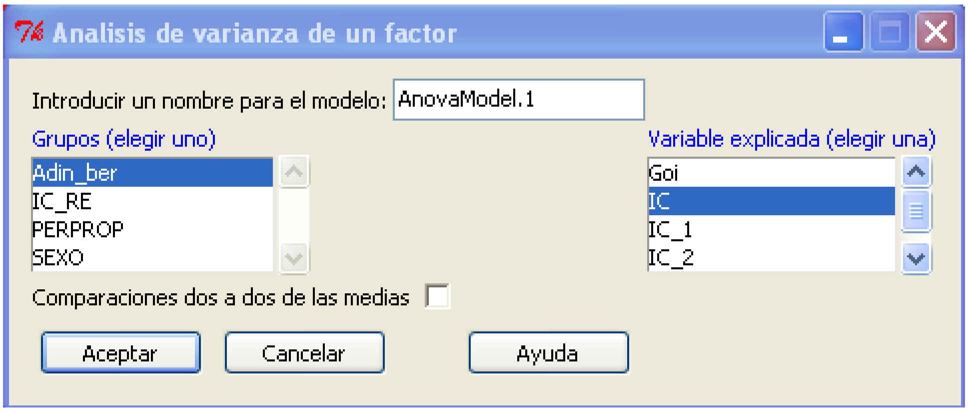
TOTALA = EREDUA + HONDAKINA

Karratuen batura bakoitza desbideratzeen karratuen batura da. Arruntean, HKB, EKB eta KBO erabiltzen dira hondakinen, ereduaren eta totalaren karratuen baturak adierazteko (`sums of squares`). Karratuen batura bakoitza aldakortasun-iturri batekin loturik dago. KBOk batezbesteko orokorraren eta behaketa bakoitzaren arteko aldakuntza neurtzen du $(x_{ik} - \bar{x})$. EKBk taldeen batezbestekoek batezbesteko orokorrarekiko duten aldakuntza jasotzen du $(\bar{x}_k - \bar{x})$, eta, azkenik, hondakinen aldakuntzak behaketa bakoitzaren eta taldearen batezbestekoaren arteko aldakuntza adierazten du $(x_{ik} - \bar{x}_k)$.

Karratuen batura bakoitzari askatasun-graduak dagozkio (`degrees of freedom`, `df`). KBOk N behaketen aldakuntzak adierazten dituenez, horren askatasun-graduak *N-1* dira. EKB *K* batezbestekoen aldakuntzari dagokionez, *K-1* askatasun-gradu izango ditu. Azkenik, HKBk *N* behaketa *K* batezbestekorekin alderatzen dituenez, horren askatasun-graduak *N-K* izango dira. Aldakortasun-iturri bakoitzarentzat batezbesteko koadratikoa zenbatesten da; balio hori askatasun-graduez zatituriko karratuen batura da.

8.3.2 `Rcommander`-en bidezko faktore bakarreko ANOVA

`Rcommander`-en bidez faktore bakarreko ANOVA egiteko honako hau aukeratu behar da: `Estadísticos > Medias > Anova de un factor.` Taldeak definitzeko aldagaia edo aldagai independentea hautatuko da (Adina, `Adin_ber`) eta azalduriko aldagaia edo menpeko aldagaia; hau da, talde desberdinetan alderatu nahi den aldagai jarraitua (gorputz-asegabetasuna, IC). –adibide hau laginaren azpilagin batekin egin dugu:



8.11 irudia. Faktore bakarreko ANOVA. Rcommander.

Lorturiko irteera honako hau da:

```
> AnovaModel.1 <- aov(IC ~ ADIN_BER, data=Edi.data)

> summary(AnovaModel.1)
       Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
ADIN_BER    2  800  400  3.7813 0.02339 *
Residuals  549 58066   106
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
76 observations deleted due to missingness

> numSummary(Edi.data$IC , groups=Edi.data$ADIN_BER,
statistics=c("mean",
+  "sd"))
     mean    sd  n NA
<14   10.82       10.57 184 14
14-16  12.89      10.58 184 16
>16   13.67   9.66 184 8
```

Rcommander-ek ematen duen taularen lehenengo errenkada ereduari dagokio; gure kasuan, aldagai askeari dagokio, adinari (Adin_ber); bigarren errenkada hondakinari dagokio. Taulak ez du totalari buruzko errenkadarik. Hori erraz ondorioztatzen da aurreko gaiak batuz.

Hipotesi nulua egiazkoa bada, ez da alderik egongo taldeen batezbestekoen artean, eta ABK/BBK arrazoia 1era hurbilduko da. Gure kasuan, ABK (*Mean Sq*) 400 da, eta BBK (*Mean Sq*) 106; ondorioz, F-ren balioa (400/106) 3,7813 da, eta horren esangura-maila 0,02339. Emaitza horrek ebidentzia ematen digu, hipotesi nulua baztertzeko; gorputz-asegabetasunaren batezbestekoak ez dira berdinak adin-tarte guztietan.

Rcommander-ek informazio gehiago ere ematen du: talde bakoitzari dagozkion batezbestekoak (10,82, 10,58 eta 9,66), desbideratze-estandarrak (10,57, 10,58 eta 9,66) eta talde bakoitzeko subjektu kopurua (184).

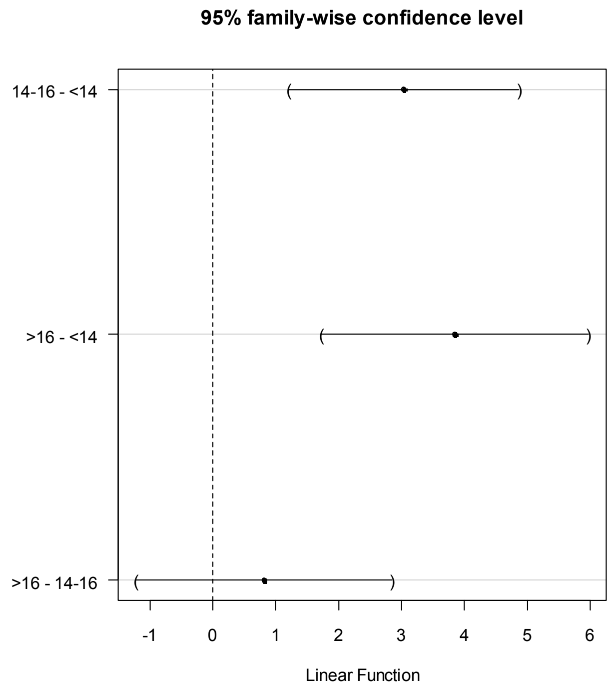
Batezbestekoen arteko askotariko alderatzeak

ANOVAren F testak taldeen arteko aldeak esanguratsuak diren ala ez ondorioztatzeko erantzun orokorra emante du; *p*-ren balio txiki baten ondoren batezbestekoak desberdinak direla ondorioztatzen da, baina ez dakigu diferentzia horiek zein talderen artean dauden. Nahiz batezbestekoen grafikoa diferentzia horien iturriak aztertzeko baliagarria den, beste zenbait azterketa egin daitezke. ANOVAren ondoren egiten diren askotariko konparazioetan batezbesteko-pare guztiak aztertzen dira, esanguraren iturria non dagoen arakatzeko. Azterketa hori egiteko diseinatu diren probek arrisku-maila kontrolpean dute.

`Rcommander`-ek ematen ditu Tukey-ren HSD (*Honestly Significantly Differences*; Diferentzia Oneski Esanguratsuak) proban oinarrituriko desberdintasun-pare guztientzako konfiantza-tarteak. Ondoko irudiak test horren emaitzak jasotzen ditu. Taldeen artean behaturiko diferentzia bakoitzaren ondoan (*Estimate* zutabea) diferentzia horrentzako probabilitate-tartearen behe-muga eta goi-muga agertzen dira. Zero balioa barneratzen ez duen tarte bakarra (alde esanguratsua) 16 urtetik gorakoen eta haurren artekoen tartea da (0,33 - 5,37).

```
         Simultaneous Confidence Intervals

Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts

Fit: aov(formula = IC ~ ADIN_BER, data = Edi.data)

Estimated Quantile = 2.3503
95% family-wise confidence level

Linear Hypotheses:
         Estimate lwr   upr
14-16 - <14 == 0 2.07  -0.44  4.59
>16 - <14 == 0   2.85  0.33  5.37
>16 - 14-16 == 0 0.7826 -1.73  3.30
```

`Rcommander`-ek konfiantza-tarteentzako grafikoa ematen du; batezbesteko-pare asko alderatu behar denean grafiko horrek asko errazten du datuak interpretatzea.



8.12 irudia. Askotariko alderatzeetarako konfiantza-tarteak

8.4 Bi faktoredun bariantza-analisia

Bi faktoredun bariantzaren analisiak bi irizpideren bidez ordenaturiko populazioen batezbestekoak alderatzen ditu. Bi faktoredun bariantzaren analisiaren aurretikoek diote datuak normalak direla eta taldeen bariantzak berdinak direla. Faktore bakarreko bariantza-analisiaren eta bi faktoredun bariantzaren analisiaren arteko alde nagusia DOIKETA gaiaren deskonposaketari dagokio. Bi faktoredun diseinuak faktore bakarreko diseinuaren aldean zenbait abantaila ditu; besteak beste, eraginkorragoa da bi faktoreen eragina batera ikertzea faktore bakoitzaren eragina bakarka aztertzea baino; izan ere, erantzunaren gain eragiten duen bigarren faktoreak hondakin-aldakuntza gutxitzen du, eta, gainera, bi faktoreen arteko interakzioa azter daiteke.

8.4.1.a Eredua

Bitez *K* lehen faktorearen arabera sorturiko taldeak edo mailak (*A* faktorea) eta *L* bigarren faktorearen mailak (*B* faktorea). Bi faktoredun diseinuan lehen faktorearen maila bakoitza (*A* faktorea) bigarren faktorearen maila bakoitzarekin konbinatzen da (*B* faktorea), eta, guztira, $K \times L$ dira alderatzen diren taldeak. *A* faktorearen *k* maila eta *B* faktorearen *l* maila konbinatuz sorturiko taldearen laginaren tamaina n_{kl}.. da. Behaketa guztien kopurua, berriz, $N = \sum n_{kl}$ da.

Ereduaren arabera, $K \times L$ populazio normaletatik ateratako n_{kl} tamainako zorizko lagin independenteak dira aztergai. Nahiz $K \times L$ populazioen batezbestekoak desberdinak izan daitezkeen, populazio horien guztien bariantzak berdinak dira. Populazio bakoitzaren batezbestekoa (μ_{kl}) eta bariantza (σ) parametro ezezagunak dira. Behaketa bat adierazteko, x_{ikl} erabiltzen da; *A* faktorearen *k* maila eta *B* faktorearen *l* maila dituen populazioari dagokio *i* behaketa.

x_{ikl}	=	$\mu + \alpha_k + \beta_l + (\alpha\beta)_{kl}$	$+ \varepsilon_{ikl}$
	=	μ_k	$+\varepsilon_{ik}$
DATUAK	=	DOIKETA	+ HONDAKINA

Faktore bakarreko ANOVAn aldagai independentearekin loturiko efektua ,α_k, gaiak jasotzen zuen. Orain, bi faktore ditugunez, bigarren faktorearen efektua jasotzen duen gaia behar da *(*β_l*)*. Faktore horien mailak elkartzean sor daitezkeen efektuak $(\alpha\beta)_{kl}$-ren bidez adierazten dira. Populazio baten batezbestekoa populazio horri dagokion laginaren batabestekoaren bidez zenbatesten da: $\bar{x}_{kl} = \frac{1}{n_{kl}} \sum_{k=1}^{n_{ikl}} x_{ikl}$. HONDAKINA, σ, desbideratze tipikoa da. Horren zenbateslea *(*s^{*2}*)* aurkitzeko lagin bakoitzari dagokion lagin-bariantza ezagutu behar da.

$$s^{*2} = \frac{\sum (n_{kl} - 1) s_{kl}^2}{\sum (n_{kl} - 1)}$$

Hor n_{kl} *kl* taldeko lagin kopurua da, eta
s_{kl}^2, kl taldeko bariantza.

8.4.1.b Efektu nagusiak eta interakzioak

$K \times L$ lagin independenteak ditugunez, *KL* taldeko faktore bakarreko ANOVAren moduan azter daiteke arazoa. Populazio-batezbesteko bakoitza μ_{kl} horri dagokion lagin-batezbestekoaren bidez zenbatesten da, $\bar{x}_{kl}$-ren bidez. Karratuen baturak eta askatasun-graduak faktore bakarreko ANOVAn bezala kalkula daitezke. Ereduari dagokion karratuen batura, $x_{kl} - \bar{x}$ desbideratzeetatik lortzen da; diferentzia horretan x_{kl} *kl* taldearen batezbestekoa da, eta $\bar{x}$ behaketa guztien batezbestekoa da. Ereduari dagozkion askatasun-graduak (*ag) KL-1* dira.

Bi faktoredun ANOVAn, ereduaren karratuen batura (EKB) eta askatasun-graduak ondoko osagaietan deskonposatzen dira: A-ren efektu nagusia (AKB; ag_A), B-ren efektu nagusia (BKB; ag_B) eta horien arteko interakzioa (ABKB; ag_{AB}).

EKB = AKB + BKB + ABKB

$$Ag_{E=} ag_{A+} ag_{B+} ag_{AB}$$

AKB gaia *A* faktorearen mailen batezbestekoen arteko aldakuntza da. *K* maila daudenez, *K*-1 askatasun-gradu ditugu (ag_A). *BKB B* faktorearen mailen arteko batezbestekoen aldakuntza da, eta askatasun-graduak *L-1* dira (ag_B). *ABKB* efektu nagusien menpe ez dagoen ereduaren aldakuntza-maila da. Hori interakzioaren karratuen batura da, eta horren askatasun-graduak *(ag_{AB})* hauek dira: *(KL*-1*)-(K*-1*)-(L*-1*)* = *(K*-1*)* *(L*-1*)*.

Interakzioa zer den errazago ulertuko da adibide baten bidez. Gorputz-asegabetasunaren eta adinaren arteko erlazioa aztertu nahi da, eta sexuaren eragina zein den ere ikusi nahi da. Adin-tarte bakoitzarentzako eta sexu bakoitzarentzako batezbestekoen taula honako hau da. Hori lortzeko, `Rcommander`-eko `Estadísticos > Resúmenes > Tablas estadísticas` aukeratu behar da:

Adina		Neskak	Mutilak	Batezbestekoa
	>14	12,8	7,5	10,0
	14-16	17,5	8,2	13,0
	<16	16,2	9,0	13,8
Batezbestekoa		15,7	8,0	12,2

8.9. taula. Gorputz-asegabetasuna. Adinaren eta sexuaren araberako batezbestekoak.

Taulak errenkadako eta zutabeko batezbesteko orokorrak ere ematen ditu. Gorputz-asegabetasunaren batezbestekoa 14tik 16 urtera bitartekoentzat 13,0 da. Hori kalkulatzeko:

$$\frac{(17,5)(198)+(8,2)(185)}{383}=13,0$$

Neskeen taldeari dagokion batezbestekoa, berriz, 15,7 da.

$$\frac{(12,8)(142)+(17,5)(198)+(16,2)(141)}{481}=15,7$$

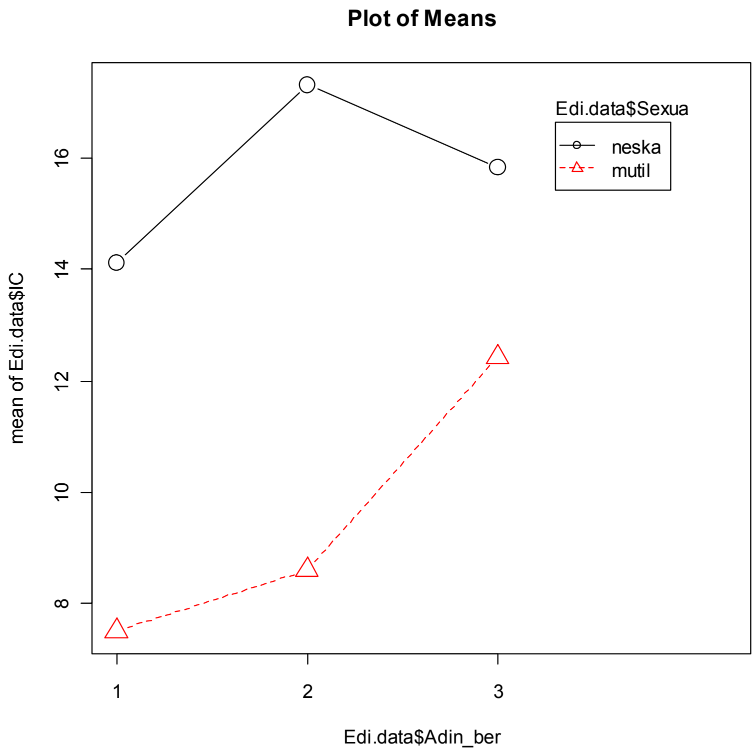
Batezbesteko horiek, batezbesteko-bazterrak dira.

Adina		Neskak	Mutilak	Guztira
	>14	142	161	303
	14-18	198	185	383
	<18	141	72	213
Guztira		481	418	899

8.10. taula. Sexuaren eta adinaren araberako subjektu kopurua.

Batezbestekoei dagozkien grafikoak lortzeko, `Gráficas> Gráficas de las medias` aukeratu behar da. Irudian argi ikusten da nesken gorputz-asegabetasuna mutilena baino altuagoa dela; hau da, sexuaren efektu nagusia dago. Grafikoaren arabera 14 urtetik 16 urtera bitartekoek haurrek baino asegabetasun altuagoa dute. 16 urtetik gorakoen artean, mutilen taldeak joera gorakorra du, baina nesken maila aurreko adin-taldekoarena baino baxuagoa da.

Efektu nagusiak batezbesteko-bazterren arteko aldeen bidez deskriba daitezke. Adibidez, neskentzat 15,7 da, eta mutilentzat 8,0. Hori sexu-ezaugarriaren efektu nagusia da. Taulako datuen arabera nesken eta mutilen arteko aldeak hiru adin-tartetan 5,3 9,3 eta 7,2 dira. Nahiz alderik handiena zaharrenen artean dagoen, sexuen arteko aldeei buruzko informazio gehiena efektu nagusiak gordetzen du; hau da, diferentzia-bazterra, 7,7. Adinaren efektu nagusia 10, 13 eta 13,8 balioetan laburtuta dago. Baina adinaren efektua ez da berdina mutilentzat eta neskentzat. 14 urtetik 16 urtera bitartekoentzat gorputz-asegabetasuna handiagoa da 14 urtetik beherakoentzat baino, bai neskentzat bai mutilentzat, baina nesken kasuan asegabetasunaren gehikuntza mutilen taldean izandakoa baino handiagoa da. 16 urtetik gorakoen taldean, joera hori aldatu egiten da: nesken taldean asegabetasun-maila jaitsi egiten da, eta mutilen taldean berriz igo egiten da. Hau da, mutilen eta nesken arteko aldea desberdina da adin-tarteen arabera. Hori da, hain zuzen, faktoreen arteko interakzioa. Interakzioa dagoenean, batezbesteko-bazterrek ez dute informazioaren laburpen egokia ematen; horrek noski ez du esan nahi efektu nagusiak informaziorik ematen ez dutenik. Grafikoan eta grafiko hori lortzeko erabili den taulan begibistakoa da nesken gorputz-asegabetasunaren maila mutilena baino altuagoa dela, eta gorputz-asegabetasuna adinarekin batera handitu egiten dela (16tik gorakoen neskentzat salbu). Interakzioa dagoenean eta dautak ongi interpretatu nahi direnetan, batezbestekoak kontuz irakurri behar dira. Interakziorik ez dagoenean faktore baten maila desberdinetan kalkulaturiko batezbestekoen arteko diferentziak bigarren faktorearen mailetan konstanteak dira. Interakziorik gabeko batezbestekoen grafikoetako lerroak paraleloak dira.



8.13 irudia. Gorputz-asegabetauna adinaren eta sexuaren arabera.

8.4.1.c Bi faktoredun ANOVA. Inferentzia

Bi faktoredun ANOVArentzako inferentziak efekto nagusientzako eta interakzioarentzako F estatistikoak eskatzen ditu. F-ren balioak lortzeko behar den informazioa aldakuntza osoaren deskonposaketan oinarrituriko taulan antolatzen da.

$$KBO = AKB + BKB + ABKB+HKB$$

$$ag_{o=} ag_{A+} ag_{B+} ag_{AB+} ag_{E}$$

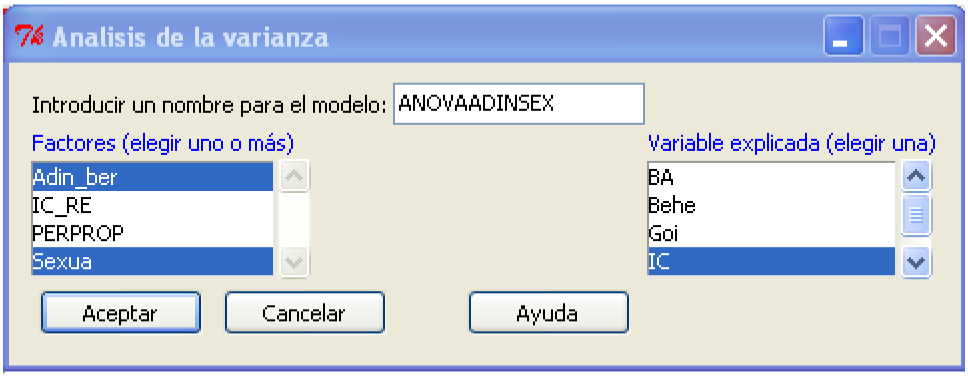
Karratuen batura bakoitzarekin eta horri loturiko askatasun-graduekin batezbesteko koadratikoak kalkulatzen dira (BK=KB/ag.). Efektu nagusi bakoitzaren eta interakzioaren esangura F estatistikoaren bidez aztertzen da. F estatistikoak efektu bakoitzaren menpe dagoen aldakuntza taldeen barneko aldakuntzarekin alderatzen du. Taularen itxura honelakoa da:

Iturria	Askatasun-graduak	Karratuen batura	Batezbesteko koadratikoa	F
A	I-1	AKB	ABK/ ag_A	AKB/ABK
B	J-1	BKB	BBK/ ag_B	BKB/BBK
AB	(I-1)(J-1)	ABKB	ABBK/ ag_{AB}	ABKB/ABBK
Errorea	N-IJ	HKB	HBK/ ag_e	
Totala	N-1	KBO	OBK/ ag_T	

Bi faktoredun ANOVAn hiru hipotesi nulu daude, eta horietako bakoitza F estatistiko baten bidez aztertzen da; hala nola, A efektu nagusiarena, B efektu nagusiarena eta AB interakzioarena. Lehenik, interakzioaren efektua aztertzen da; izan ere, interakziorik balego, horrek efektu nagusien interpretazioa baldintzatuko luke. F-ren balio altuak hipotesi nulua baztertzera garamatza. *p* balioa (esangura-maila) da dagokion F banaketari darraion zorizko aldagai batek behaturiko balioa edo altuagoa lortzeko probabilitatea.

8.4.2 `Rcommander`-en bidezko bi faktoredun bariantza-analisia

Bi faktoredun ANOVA egiteko, Rcommander-en `Estadísticos > Medias > ANOVA de múltiples factores` aukeratu behar da.



8.14 irudia. Bi faktoredun ANOVA. Rcommander.

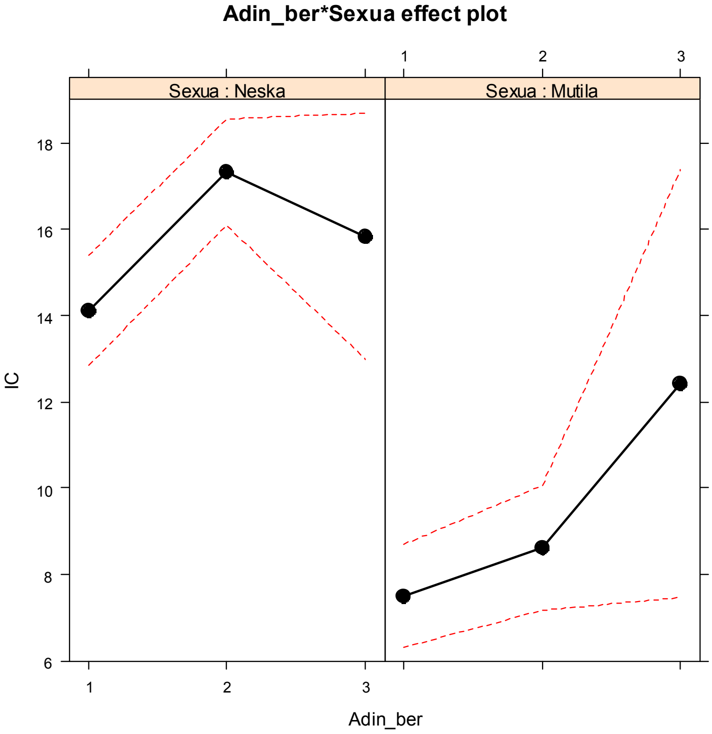
Hor ereduari izen bat jarriko zaio (gure kasuan ANOVAEDSEX), faktoreak aukeratuko dira (adin-tarteak eta sexua), eta azaldu nahi den aldagai jarraitua zehaztuko da; gorputz-asegabetasuna (IC).

```
> ANOVAADINSEX <- (lm(IC ~ ADIN_BER*SEXUA, data=Edi.data))
```

```
> Anova(ANOVAADINSEX)
Anova Table (Type II tests)
Response: IC
       Sum Sq Df F value   Pr(>F)
ADIN_BER     1318   2   7.4349 0.0006275 ***
SEXUA      12148   1 137.0088 < 2.2e-16 ***
ADIN_BER:SEXUA   652   2   3.6779 0.0256584 *
Residuals    79267 894
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ANOVAren taulak lehen zutabean bi faktore nagusien izenak ematen ditu (`Adin_ber` eta `Sexua`), horien arteko interakzioa (`Adin_ber:Sexua`) eta errorea edo hondakina (`Residuals`). Bigarren zutabeak karratuen baturak ematen ditu (`Sum Sq`). Hirugarrenean, askatasun-graduak irakur daitezke (`Df`); gero, F-ren balioak datoz (`F value`), eta azkenik balio horiekin loturiko esangura-mailak. Bi faktore nagusien `p` balioak oso baxuak dira; balio horien eskuinaldean hiru izarño daude; horiek adierazten dute esangura-maila 0,001 baino txiagoa dela. Interakzioari dagokion esangura-maila (`p`) 0,025 da.

Behin eredua sorturik, R-rentzat hori objektu berri bat da, `ANOVAADINSEX` izenekoa. Menu-barrako `Modelos` aukeran, `Gráficas> Gráficas de los efectos` hautatuz honako hau lor daiteke:



8.15 irudia. Efektuen adierazpen grafikoa.

Bertan sexuaren eta adin-tarteen araberako batezbestekoak eta horien inguruko konfiantza-tarteak islatzen dira. Ikusten denez, mutilen batezbestekoen joera gorakorra eta uniformea da; nesken kasuan, berriz, haurren taldetik nerabeen taldera gorputz-asegabetasunak duen gehikuntza nabarmena izanik, zertxobait jaisten da bigarren eta hirugarren adin-tarteen artean.

9 Kanpo-baliagarritasuna, test-irizpidea, erregresio lineala

Irizpide zehatz bat iragartzea da test askoren azken helburua. Hezkuntza-errendimendua, lanbide-arrakasta eta edonolako jokabidea iragarri nahi denean, iragarlearen (testa) eta iragarritakoaren arteko parekatzea bilatzen da. Horren arrazoiak askotarikoak izan daitezkeen arren, sinpletasuna, erraztasuna eta merketasuna dira nagusiak. Gertatzeke dagoen jokabidea edo orainaldian jazotzen dena iragartzeko irizpidearen ordez testa erabili nahi bada, bien arteko ordezkapena posible egiten duen erlazioa probatu egin behar da. Zenbat eta estuagoa izan lotura, orduan eta zehatzagoa da iragartzea.

Testaren eta irizpidearen erlazioaren analisia egiteko, eremu teoriko zuzena eskaintzen digu erregresio linealaren ereduak (Martinez Arias eta Rivas, 1991; Peña, 1986); kasurik sinpleenean, bi aldagaien arteko erlazio lineala formalki azaltzen du. Horietako bat menpeko aldagaia da, eta bestea, berriz, askea edo iragarlea. Gure testuinguruan, menpeko aldagaia irizpidea da, eta testa, berriz, aldagai iragarlea. Izan ere, eredua aplikatuz, testaren balioak aldaraziko ditu irizpidearenak. Testaren eta irizpidearen arteko erlazio-mailak —baliagarritasun-koefizientea izenekoak— mugatuko du iragartzearen zehaztasuna.

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Hor ρ_{XY} *X* testaren baliagarritasun-koefizientea da;
σ_X eta σ_Y, testaren eta irizpidearen desbideratze estandarrak;
Cov (X,Y), testaren eta irizpidearen arteko kobariantza.

9.1 Erregresio bakuna

Erregresio bakunak test bakar batean oinarriturik iragartzea du helburu. Egia da psikologian eta pedagogian jokabideak iragartzeko test bakarra baino askoz ere zuzenagoa dela iragarle anizkuna erabiltzea: zenbait test, zenbait behaketa, zenbait elkarrizketa...; baina, kontzeptuak eredu bakunean edo eredu anizkunean berdintsuak direnez, eredu bakuna azaltzeari ekingo diogu.

9.1.1 Lerroaren ekuazioa

Edozein ereduren azpian, zenbait aurretiko daude. Eredu horretan, iragarle edo aldagai askeak (*X*) menpeko aldagaiarekin (irizpide aldagaia,*Y*) duen erlazioa lineala izatea da oinarrizkoena. Hots, formalki, ekuazio linealaren bidez azaldu daiteke *X*-ren balio-aldaketak *Y*-ren balioetan duen eragina. Adibidez, lerroaren ekuazio honetan:

$$Y = a + bX$$

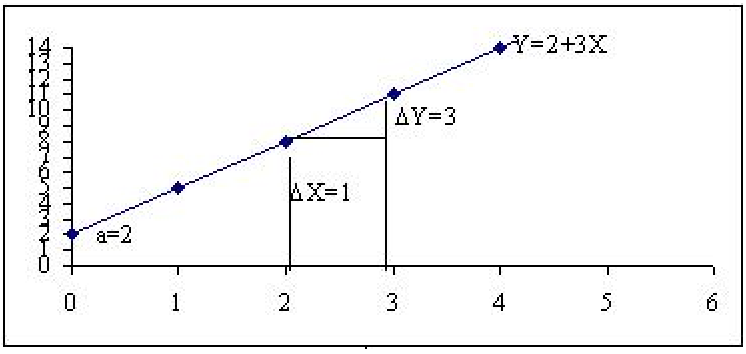
a eta *b* parametroak zenbakiz ordezkatuz, honela azal genezake *X*-ren eta *Y*-ren arteko erlazioa:

$$Y = 2 + 3X$$

Horrenbestez, *X*-ren balioei dagozkien *Y*-ren balioak honako hauek dira:

X	0	1	2	3	4	5	6
Y	2	5	8	11	14	17	20

Ageri den moduan, *Y*-k 3 puntu irabazten ditu, *X*-k bat irabazten duen bakoitzean:



9.1 irudia. Lerroaren ekuazioa.

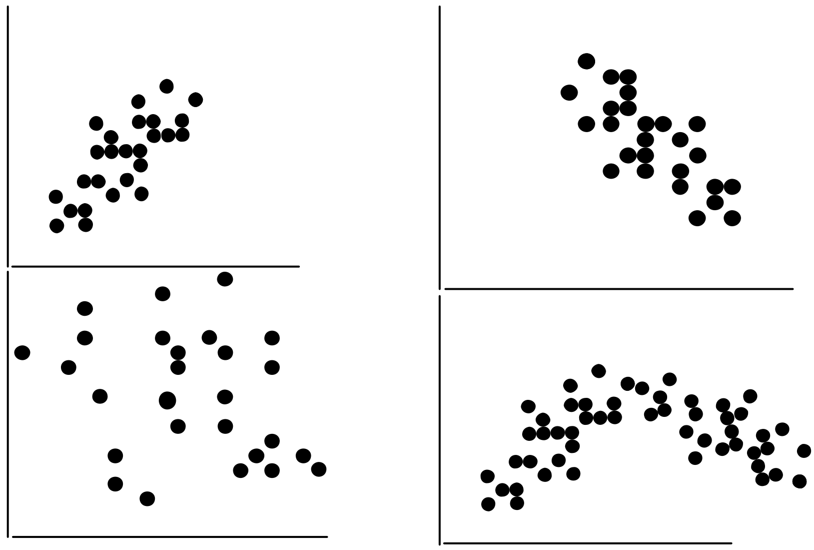
Lerroa definitzen duten parametroak interpretatzeko, lagungarri zaigun irudi horretan antzeman dakieke *a*-ri eta *b*-ri.

a. Aldagai askeak 0 balioa hartzen duenean (*X*=0), menpeko aldagaiari dagokion zenbakiak definitzen du *a* parametroa (*Y*=2). Gure kasuan, *a*=2. Puntu hori da lerroak Y ardatza (ordenatua) mozten duen tokia. Horregatik esaten zaio *a* parametroari *ordenatuaren balioa 0 puntuan (jatorrian)*.
b. *b* parametroa, berriz, lerroaren maldaren adierazlea da; izan ere, menpeko aldagaiak aldagai askearekiko duen gehikuntza azaltzen du (*b*=3). Zenbat eta handiagoa izan, orduan eta aldapatsuagoa izango da lerroaren malda. Beraz, *Y*-k jasaten duen aldakuntza txikitu ahala, lerroaren malda ere apalduz joango da *X*-ren balioak aldatzean.

Bi aldagairen arteko erlazioa lineala dela diogunean, esan nahi da azalduriko funtzioaren bidez adieraz daitekeela, besterik ez. Hori definitzeko, baldintza beharrezko eta nahikoa da maldak eta ordenatuak jatorrian duten balioa jakitea.

9.1.2 Aldagaien arteko erlazioak gizarte-zientzietan

Gizarte-zientzietan bi aldagairen arteko erlazioan sakondu nahi denean, eredu bat bilatzen da haren berri emateko. Erlazioari buruzko informazioa funtzio baten bidez laburbiltzea da xedea. Horretarako, honako pauso hauek eman ohi dira: lehenik, subjektu talde baten puntuazioak biltzen dira X (testa edo iragarlea) eta Y (menpeko aldagaia edo irizpidea) aldagaietan. Datu-bilketaren lehen emaitza pertsona bakoitzaren puntuazio-bikotea da (X,Y), ardatz kartesiarretan adieraz daitekeena. Bikote guztien banaketa marraztuz gero, irudian agertzen direnen moduko hodeiak lor ditzakegu. Hodeiak X-ren eta Y-ren arteko erlazioaren norabidearen eta indarraren lehen adierazleak dira.

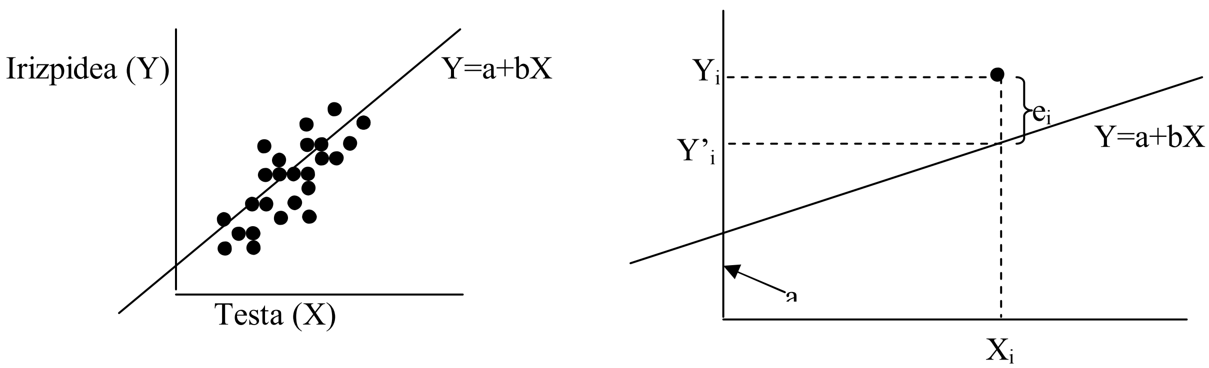


9.2 Irudia. X eta Y aldagaien sakabanatze bateratua

Irudi horietan, bi aldagairen banaketa bateratuak azaltzen dira. Lehenengoan, X-ren eta Y-ren arteko erlazio positiboari antzematen zaio, X-ren balioak handitzean Y-renak ere handitu egiten direlako. Bigarrenean, lehenengoan bezala, badirudi lerro baten bidez azal genezakeela X-ren eta Y-ren banaketa bateratua, baina, kasu horretan, norabidea negatiboa da. Hau da, X-ren balioa handitzeak murrizketa eragiten du Y-n. Hirugarrenean, zaila da zehaztea zein den aldagaien arteko lotura, itxuraz ez baitago inongo erlaziorik. Balioak edozein norabidetan mugituz doaz, inongo eredurik gabe. Laugarren irudian, azkenik, X-ren eta Y-ren arteko loturari antzematen diogu, baina ezingo dugu hori lerroz adierazi.

9.1.3 Lerroaren zenbatespena

Erlazioa lerro batez adierazi nahi denean, badira bi alderdi kontuan izatekoak: batetik, hodei-puntua sakabanatzearekin batera, zaildu egiten da lerroak bere barruan puntu guztiak biltzea; bestetik, ezinezkoa da, nahiz aldagaien arteko erlazioa oso estua den, puntu guztiak lerroaren gainean erortzea, zenbait beti geratuko baitira behaketa horretatik kanpo. Gakoa, beraz, hodeiari hobekien doitzen zaion lerro-ekuazioa zenbatestean dago. Aldagaien arteko erlazioa modu egokienean azaltzen duen lerroa aurkitu behar da. Zein da lerro hori? *X*-ren bidez *Y* iragartzean errorerik txikienak sortzen dituena.



9.3 irudia. Bi aldagairen arteko erregresio lineala.

Eman dezagun subjektu jakin batek X_i puntuazioa lortzen duela testean, eta $Y_{i,}$ irizpidean. Planoan ikus daiteke (X_i,Y_i) puntua. Pertsona horrentzat bezalaxe, aztergai den taldeko subjektu bakoitzarentzat, badugu puntu bat. Bi aldagaien artean erlazio linealik badago, lerro bat doitu diezaiekegu puntu guztiei, eta, horren bidez, testean lortutako puntuazioak jakinda iragar ditzakegu horiei irizpidean dagozkienak. Bi aldagaien arteko erlazioa, ordea, ez da inoiz perfektua izango. Beti geratuko dira zenbait behaketa lerrotik at. Zenbatespenan errorerik txikienak egiteko, lerroa aukeratzean dago giltza. X_i puntuazioa lortu duen subjektuari zenbatesten diogun irizpidea (Y_i') lerroan eroriko da beti, baina, maiz, hori ez da izango egiaz subjektuak lortu duen Y_i puntuazioa.

Datu-analisian lerroaren parametroak zenbatesteko, *Karratu txikieneko doikuntza* izeneko prozedura erabiltzen da. Prozedura horrek desbideratzeen edo *hondakinen karratuaren batura* minimizatzen du:

$$H.K.B. = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - Y_i' \right)^2$$

Funtzio hori ebatziz, honela geratzen dira definituta lerroaren parametroak (*a* eta *b*):

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

$$b = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X^2} = \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

Hor $\overline{X}$ testaren batezbesteko aritmetikoa da;
$\overline{Y}$, irizpidearen batezbesteko aritmetikoa;
ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea;
σ_X eta σ_Y, testaren eta irizpidearen desbideratze estandarrak, eta
Cov (X,Y), testaren eta irizpidearen arteko kobariantza.

Parametroak ekuazio linealera ekarriz (Y=*a*+*b*X) lortuko genuke, *X* jakin bati *Y*-n (irizpidean) zenbatetsiko geniokeen balioa; hots, irizpidearen puntu zenbateslea. Ikusten den bezala, lerroan erortzen da puntu zenbatesle hori.

$$Y_i' = \overline{Y} - \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \overline{X} + \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} X_i = \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \left(X_i - \overline{X} \right) + \overline{Y}$$

Hor $\overline{X}$ testaren batezbesteko aritmetikoa da;
$\overline{Y}$, irizpidearen batezbesteko aritmetikoa;
ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea;
σ_X eta σ, testaren eta irizpidearen desbideratze estandarrak, eta
Cov (X,Y), testaren eta irizpidearen arteko kobariantza.

Puntuazio zuzenetan emandako ekuazioa puntuazio diferentzialetan edo estandarretan ere adieraz daiteke.

Puntuazio diferentzialetako puntu-zenbatespena

$$y_i^{'} = bx_i = \rho_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} x_i$$

Hor x_i testean lortutako puntuazio enpirikoari dagokion puntuazio diferentziala da;
ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea, eta
σ_X eta σ_Y, testaren eta irizpidearen desbideratze estandarrak.

Puntu-zenbatespena puntuazio estandarretan

$$z_y^{'} = \rho_{XY} z_X$$

Hor z_{xi} testean lortutako puntuazio enpirikoari dagokion puntuazio estandarra baita eta

ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea den

ADIBIDEA. Test baten baliagarritasun-koefizientea 0,60 da. Zer puntuazio zenbatetsiko diogu, irizpidean, testean 12ko puntuazioa lortu duen subjektuari? Irizpidearen desbideratze estandarra 10 da, eta testarena, berriz, 20; batezbestekoak, hurrenez hurren, 8 eta 15 dira.

- Puntuazio zuzenekin:

$$Y_i^{'} = 0,60 \frac{10}{20}(12-15)+8 = 7,1$$

- Puntuazio diferentzialekin:

$$x = 12-15 = -3$$

$$y_i^{'} = 0,60 \frac{10}{20}(-3) = -0,5$$

- Puntuazio estandarrekin:

$$z_i = \frac{12-15}{20} = -0,15$$

$$z' = 0,60(-0,15) = -0,09$$

9.1.4 Zenbatespen-errore estandarra

Bi aldagairen arteko erlazio linealean oinarrituriko iragartzean, badago desberdintasun bat zenbatetsiriko eta benetan lorturiko balioen artean, *zenbatespen-errorea,* hain zuzen. Subjektuak irizpide-aldagaian lortutako balioaren (Y) eta erregresioaren bidez zenbatetsirikoaren (Y') arteko aldea da. Zenbatespen-errore estandarra ($\sigma_{Y.X}$) errore horien banaketaren desbideratze estandarra da.

$$\sigma_{Y \cdot X} = \sigma_Y \sqrt{1-\rho_{XY}^2}$$

Hor σ_{YX} zenbatespen-errore estandarra da;
ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea, eta
σ_Y, irizpidearen desbideratze estandarra.

Puntuazio zuzenekin zenbatetsi beharrean, puntuazio estandarrekin ere ager daiteke zenbatespen-errorea.

$$\sigma_{Z_{Y'} \cdot Z_X} = \sqrt{1-\rho_{XY}^2}$$

Hor σ_{ZYZX} puntuazio estandarretan emandako zenbatespen-errore estandarra da, eta
ρ_{XY}, X testaren baliagarritasun-koefizientea.

9.1.5 Irizpidearen zenbatespena

Erroreen desbideratzea ezinbesteko datua da irizpidearen tarte-zenbatespena gauzatzeko. Zenbat eta handiagoa izan, orduan eta zabalagoa irizpidearentzat zenbatesten dugun tartea; areago, erroreen banaketa murriztuz gero, estutu egingo litzateke tartea. Zenbatespenan, honako pauso hauek egingo ditugu:

1.- *Konfiantza-maila zehaztu* (1-α). % 95 edo % 99 erabili ohi dira (α=0,05 eta α=0,01). Banaketa normalaren simetria dela eta, $\alpha/2$-ri eta $1-\alpha/2$-ri dagozkien z_k-ren balio absolutuak berdinak dira, eta, jakina denez, horiek banaketa normalaren $z_K=\pm 1,96$ eta $z_K=\pm 2,58$ balio kritikoekin loturik daude.

2.- *Gehieneko errorea zenbatetsi.*

$$E_G = |Z_K| \sigma_{Y \cdot X}$$

3.- *Y'-ren puntu-zenbatespena lortu.*

$$Y_i^{'} = \rho_{XY} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \left(X_i - \overline{X} \right) + \overline{Y}$$

4.- *Y-rentzako konfiantza-tartearen mugak ezarri.*

$$M_G = Y_i^{'} + E_G$$

$$M_b = Y_i^{'} - E_G$$

Hor M_G eta M_b goi- eta behe-mugak dira, hurrenez hurren.

ADIBIDEA. 200 subjektuz osaturiko lagin batean, adimen orokorra neurtzen duen testaren batezbestekoa 100 izan da, eta desbideratzea, berriz, 20. Testaren baliagarritasuna aztertzeko, taldearen errendimendu akademikoa erabili da irizpidetzat. Hor, batezbestekoa 6 izan da; desbideratze estandarra, berriz, 3. Testaren baliagarritasun-koefizientea 0,60 dela jakinik, zer puntuazio-tarte zenbatetsiko genieke irizpidean % 95eko konfiantza-mailan testean 90 puntuazio zuzena lortu dutenei?

1.- $z_K=\pm 1,96$

2.- Errore maximoa:

$$\sigma_{Y \cdot X} = 3\sqrt{1 - \left(0,60\right)^2} = 2,4$$

$$E_G = |1,96| \left(2,4\right) = |4,704|$$

3.- Y' zenbatetsi:

$$Y_i^{'} = 0,60\frac{3}{20}(90-100)+6=5,1$$

4.- Y'-ren konfiantza-tartearen mugak zenbatetsi:

$$M_G = 5,1+4,704=9,804$$

$$M_b = 5,1-4,704=0,396$$

Beraz,

$$\mathrm{P}\ (0{,}396 \le \mathrm{Y_i} \le 9{,}804) \ge 0,95$$

Jokatzeko modu horren aurrean, ikasle askori sortzen zaien kezka zera da: zertarako zenbatetsi behar den erregresio lineala bai testean bai irizpidean, subjektuen puntuazioak ezagutzen baldin baditugu. Kontua da erregresio linealaren aplikazioa ez dela horretarako zenbatetsitako laginera mugatzen. Behin testa baliagarria dela ziurtaturik, erregresioaren ekuazioa beste edozein taldetan zein egoeratan aplika daiteke. Eredua onetsirik, testean lortutako puntuazioa nahikoa da, edonork irizpidean lortuko lukeenari buruzko informazioa izateko.

9.1.6 Behaturiko bariantza osoa partitzea eta determinazio-koefizientea

Karratu txikienen zenbatespen-metodoak hautatzen du hodei-puntuari doitu dakizkiokeen lerro guztietatik egokiena; erroreen karratuen batuketa eginez balio txikiena ematen duena, alegia. Horrek ez du esan nahi, ordea, lortutako lerroaren doikuntza egokia denik (kontuz!!). Zenbatetsiriko lerroaren eta datuen arteko doitzea balioesteko, adierazle berriak behar dira.

Irizpidearen bariantza deskonposatzea

Ereduaren arabera, irizpide-puntuazioa (Y) bi osagaitan bana daiteke; batetik, iragarritako balioa (Y’) eta, bestetik, errorea (e).

$$e = Y' - Y$$
$$edo$$
$$Y = Y' + e$$

Bi elementu horien artean inolako erlaziorik ez dagoenez ($\rho_{Y'e} = 0$), aldagai konposatutzat hartzen den *Y*-ren bariantza osoa horren osagaien bariantza soilen batura izango da. Hau da, irizpidearen bariantza osoa (σ_Y^2) banatzen da erregresio-ereduak iragartzen dituen puntuazioen bariantzan ($\sigma_{Y'}^2$) eta zenbatespen-errorearen menpe dagoen bariantzan ($\sigma_{Y.X}^2$).

$$\sigma_Y^2 = \sigma_{Y'}^2 + \sigma_{Y \cdot X}^2$$

Irizpidearen batezbestekoaren inguruko puntuazioak sakabanatzeari —hots, *Y*-ren aldakortasun osoari— *karratuen batura osoa* deitzen zaio.

$$K.B.O. = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - \overline{Y} \right)^2$$

Ikusi dugun bezala, azalduriko bariantza eta errore-bariantza dira bariantza osoaren osagaiak. Azalduriko bariantzaren jatorriari, *X*-ren eta *Y*-ren arteko erlazioaren araberakoa denez, X-ri loturiko bariantza deitzen zaio (EKB). Hondakin-bariantza, berriz, ereduak azaldu ezin duen sakabanatzeari dagokio (HKB).

$$E.K.B. = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i' - \overline{Y} \right)^2$$

$$H.K.B. = \sum_{i=1}^{N} \left(Y_i - Y_i' \right)^2$$

Ereduaren bidez zenbatetsiriko balioen eta eredu linealik gabe iragarriko genituzkeenen arteko aldeak islatzen ditu ereduari dagokion karratuen baturak. Erregresio-lerroak doikuntza ona izango du, hari dagokion aldakortasuna aldakortasun osoaren zati nagusia baldin bada. Izan ere, doikuntza ezin hobea izango da, (X_i, Y_i) bikote guztietan $Y_i = Y_i$ betetzen denean.

Bariantza osoaren partiketa dimentsiogabeko indize baten oinarria da, hots, *determinazio*-koefizientea. Hori lortzeko, aipatutako partiketaren osagai guztiak bariantza osoaz zatitzen dira. Hala, menpeko aldagaiaren (Y, irizpidea) aldakortasunaren proportzioetan azaltzen dira termino guztiak.

$$\frac{\sigma_Y^2}{\sigma_Y^2} = \frac{\sigma_{Y'}^2}{\sigma_Y^2} + \frac{\sigma_{Y \cdot X}^2}{\sigma_Y^2} = 1$$

Batuketaren lehen osagaia, R^2, determinazio-koefizientea da, eta X-ren aldakortasunari dagokion Y-ren aldakortasun zatia adierazten du. X-ren eta Y-ren erlazioa erabatekoa denean —hau da, errorerik ez dagoenean—, frakzioaren balioa 1 izango da.

Determinazio-koefizientea ereduaren erabilgarritasunaren indizerik garrantzitsuenetariko bat da.

$$R^2 = \frac{E.K.B.}{K.B.O.} = \frac{\sigma_{y'}^2}{\sigma_y^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{Y \cdot X}^2}{\sigma_y^2}$$

Determinazio-koefizientearen balioa 0ak eta 1ak mugatzen dute. Aldagaien artean dagoen erlazioa lineala denean, Pearson-en korrelazio-koefizientearen berbiduraren berdina da (ρ_{XY}^2). Zenbatetsiriko lerrotik at geratzen diren balioak asko sakabanatzen direnean, 0tik hurbil ibiliko da determinazio-koefizientea.

$$R^2 = \rho_{XY}^2$$

Determinazio-koefizienteaz gain, beste zenbait indize eratorri dira, testen teoria klasikoaren esparruan ereduaren egokitasuna aztertzen dituztenak. Nahiz egun gutxi erabiltzen diren, hori jasota utziko dugu.

Alienazio-koefizientea

$$K = \sqrt{1 - \rho_{XY}^2} = \frac{\sigma_{Y \cdot X}}{\sigma_Y}$$

Determinazio-koefizienteak testaren bidez iragar daitekeen irizpidearen bariantza-proportzioa adierazten du; alienazio-koefizientea, berriz, errore-bariantzaren isla da.

Iragartze-balioaren koefizientea

$$E = 1 - \sqrt{1 - \rho_{xy}^2}$$

Alienazio-koefizientearen batekiko osagarria da iragartze-koefizientea, eta, horregatik, iragartzen dugun ziurtasun-probabilitatearen adierazlea ere izango da.

9.1.7 Eredu lineala

Azalduriko emaitzetara iristeko, zenbait aurretiko onartu dira. Orain arte aipatu dugun bakarra testaren eta irizpidearen arteko erlazio lineala da. Badira, ordea, beste zenbait:

a.- Zorizko errorearen itxaropen matematikoa 0 da

$$E(e_{ij}) = 0$$

b.- Homozedastizitatea. Aurretiko honen arabera, erregresio-lerroaren inguruan behaturiko balioen aldakortasuna konstantea da X-ren balio guztientzat; hots, $\sigma^2_{Y/Xi}$ edo σ^2_e berdinak dira.

Horrek esan nahi du edozeinetariko bi X-rekin loturiko Y guztien aldakortasuna konstantea dela.

c.- Erroreen edo behaturiko balioen arteko independentzia.

$$E(e_{ij}, e_{ih}) = 0, \quad j \neq h$$

Gauss-Markov-en baldintzak dira aurreko hiru aurretikoak.

d.- Banaketen normaltasuna. Datuei karratu txikieneko erregresio-lerroa doitzeko aurretiko honek garrantzirik ez badu ere, kontuan hartu behar da, baldin eta populazioari inferentziak zabaltzea bada helburua.

$$Y_{ij} \sim N\left(\mu_{Y|X_j}, \sigma^2_{Y|X_j}\right)$$

$$e_{ij} \sim N\left(0, \sigma^2_e\right)$$

Aurretiko guztiak laburbilduz, esan genezake erregresio-eredu bakuna aplikatu ahal izateko eskatzen ditugun betebeharrak honako hauek direla: a.- bi aldagaien arteko erlazioa lineala izatea parametroetan; b.- X bakoitzarentzat (X_i), Y-ren balioak banaketa normalari egokitzea; c.- Behaketak askeak izatea.

9.1.8 Ereduari buruzko inferentziak

Eredua irizpidea iragartzeko erabili baino lehen, zenbatetsiriko parametroen esangura estatistikoa aztertu behar da. Hipotesi nuluaren pean $(H_0: \beta=0)$, kontrasterako erabiltzen den estatistikoa honako hau da:

$$T = \frac{b}{\sigma_b}$$

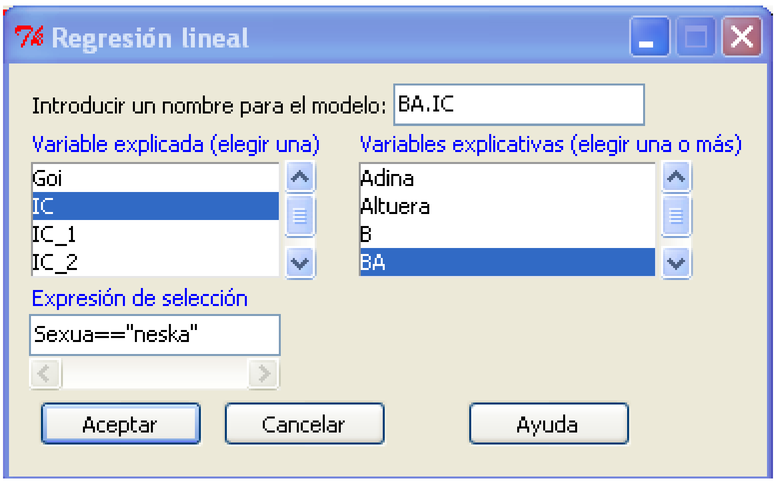
Hor σ_b da b zenbateslearen desbideratze estandarra.

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma_{Y \bullet X}^2}{\sum_{i=1}^{N} \left(X_i - \bar{X}\right)^2}$$

Estatistiko hori N-2 askatasun-gradudun Student-en t banaketari darraio.

9.2 `Rcommander`-en bidezko erregresio bakuna

Adibide honetan, autoestimu baxuaren eta gorputz-asegabetasunaren arteko erregresioa erakutsiko dugu; horretarako neskez osaturiko lagina erabiliko da. Menu-barratik honako hau hautatzen da: `Estadísticos > Ajuste de modelos > Regresión Lineal.` Irekitzen zaigun leihoan aldagai iragarlea (autoestimu baxua, BA) eta azalduriko aldagaia edo irizpidea (gorputz-asegabetasuna, IC) aukeratuko dira. `Expresión de selección` leihoan nesken lagina hautatzen dugu: `Expresión de selección: SEXUA==“chica.` Zehaztapen horiekin guztiekin batera aztertzen ari garen ereduari (erregresio linealari) izen bat jartzeko eskatzen digu `Rcommander`-ek: `Introducir un nombre para el modelo`. Guk BA.IC deitu diogu.



9.4 irudia. Erregresio lineala.

Aukera horiek komandoen leihoan `lm` funtzioari deitzen diote. Funtzio horren argudioan agertzen den ~ sinboloak “honen bidez deskribatua” esan nahi du. Hau da, gorputz-asegabetasuna (IC) honen bidez deskribatzen da. `lm` funtzioa oso funtzio orokorra da, eta erregresio lineal bakuna baino askoz ere eredu gehiagotan erabiltzen da.

```
lm(formula = IC ~ BA, data = Edi.data, subset = SEXUA == "chica")
```

Formarik sinpleenean `lm` funtzioaren irteera hau da.

```
Residuals:
   Min     1Q  Median     3Q    Max
-18.9052 -6.8379 -0.3772  6.1621 25.7014

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  8.3772   0.6516  12.86  <2e-16 ***
BA      1.4607   0.1036  14.10  <2e-16 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.548 on 446 degrees of freedom
 (69 observations deleted due to missingness)
Multiple R-squared: 0.3084,   Adjusted R-squared: 0.3068
F-statistic: 198.9 on 1 and 446 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Lehenik hondakinen banaketari buruzko informazioa eskaintzen zaigu (`Residuals`). Definizioz erroreen banaketaren batezbestekoa 0 da, eta gure datuetan erorreen mediana ez dago balio horretatik urrun (-0,37). Bestetik, lehenengo eta hirugarren kuartilen balioek, balio absolututan, berdintsuak izan beharko dute; izan ere, erroreen banaketa simetrikoa da. Gure kasuan, kuartilen balioak -6,8 eta 6,16 dira.

Ondoren, ereduaren parametroen zenbatespena (`Estimate`) erakusten zaigu; intertzeptoaren (`Intercept`) eta maldaren zenbatespenak (BA), hain zuzen ere. Horien arabera, datuetara hobekien egokitzen den lerroa hau da:

$$\hat{I}C = 8{,}37 + 1{,}46 \times BA$$

Horiekin batera zenbatesleen errore estandarrak edo zenbatespen-erroreak (`Std. Error`), `t` testak (`t value`) eta `p` balioak (`Pr(>|t|)`) datoz. Zenbakien ondoan dauden sinboloak (*) esangura-mailaren adierazleak dira. Taularen azpian dagoen lerroan adierazle horien definizioak daude; izar batek $0{,}01 < p < 0{,}05$ adierazten du.

Zenbatespen-errorea iragarri nahi den aldagaiaren inguruko konfiantza-tartea zenbatesteko erabiltzen da. Horretarako nahikoa da iragartze-formula aplikatzea:

$$Y' \pm Z \times S_{YX}$$

Adibidez, 12ko autoestimua duen neska bati gorputz-asegabetasuneko eskalan zenbatetsiko zaion puntuazioa honako hau aplikatuz lortuko genuke:

$$Y' = 8{,}37 + 1{,}46 \times 12 = 25{,}89$$

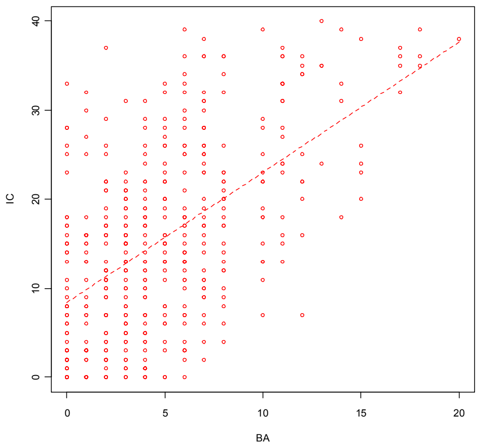
Zenbatespen hori puntu-zenbatespena da, eta 25,80 balioa erregresio-lerroaren gainean dagoen puntua da. % 95eko konfiantza-mailarekin esan genezake neska horren gorputz-asegabetasuneko maila $25{,}89 \pm 1{,}96 \times 0{,}10 = 25{,}89 \pm 0{,}196$ balioen artean egongo dela.

Eredua zenbatesterakoan 69 kasu kontuan hartu ez direla esaten zaigu; izan ere 69 faltako balio daude datu-markoan. `Residual estandard error`-ek erregresio-lerroaren inguruko aldakuntza adierazten du.

Ereduaren determinazio-koefizienteari buruzko informazioa dator gero, `Multiple R squared`. Gure kasuan, ereduak (autoestimu baxuak) azaltzen duen aldakortasunaren proportzioa % 30,84 da.

Azkeneko lerroa `F` testa da; horrek erregresio-koefizientea 0 delako hipotesi nulua aztertzen du. Erregresio bakunean, test honek ez du garrantzirik eta ez dio `t` testari inolako informaziorik gehitzen. Test horrek interesa du, aldagai iragarle bat baino gehiago ditugunean. `F` testak eta `t` testak balio berdinak ematen dituztela egiazta daiteke; izan ere, `F` testa `t` testaren berreduraren berdina da: $198{,}9 = 14{,}10^2$. Berdinketa hori askatasun-gradu bakarreko edozein eredutan betetzen da.

Ereduaren aldagaien adierazpen grafikoa lortzeko, `Gráficas > Diagrama de Dispersión` aukerak irekitzen duen leihoan eskatzen den informazioa bete behar da:



9.5 irudia. Autestimu baxua eta gorputz-asegabetasuna.

`Rcommander`-ek edozein ereduren zenbatesleentzako konfiantza-tarteak zuzenean ematen ditu; horretarako, menu-barran `Modelos > Intervalos de confianza` aukeratu behar da. Irekitzen den leihoan konfiantza-maila zehaztuko da; gure kasuan, 0,95.

```
              2.5 %   97.5 %
(Intercept) 6.971232 9.571538
BA      1.278205 1.690892
```

9.3 Erregresio anizkoitza

9.3.1 Eredua

Irizpide psikopedagogikoak iragartzeko ez da ohikoena zenbatespena iragarle bakarrean funtsatzea, zeren zenbatespena askotariko aldagai askeetan oinarritzea egokiagoa baita; halaber, testetan, behaketetan, elkarrizketetan eta, oro har, informazioa biltzeko edozein bidetan. Aldagai iragarleen eta menpekoaren arteko erlazioa parametroetan lineala denean, erregresio anizkoitzak ematen digu haren berri. Analisian sarturiko aldagaiek irizpidearen arabera dituzten pisuak kuantifikatzeko erabiltzen da eredu hori.

Atal honetan erregresio anizkoitzarekin loturiko kontzeptu orokorrak bakarrik azalduko ditugunez, interesa duen ikasleak, besteak beste, honako liburu hauek kontsulta ditzake: Amon (1982), Cohen eta Cohen (1983), Domenech eta Sarriá (1993), Draper eta Smith (1981), edo Kerlinger eta Pedhazur (1973); izan ere, horietan, informazio sakonagoa aurkituko du.

Honako osagai hauek hartzen dute parte erregresio anizkoitzean:

a.- Iragarri nahi dugun irizpidea *(Y).* Hori menpeko aldagaia da.

b.- Aldagai iragarleak $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k)$. Kopuruz, *K* dira.

c.- Pisuak edo haztapenak $(B_1, B_2, B_3, \ldots B_k)$: aldagai iragarleek irizpidean dituzten ekarpenak kuantifikatzen dituzte horiek.

Elementu horiekin guztiekin definitua geratzen da erregresio anizkoitzaren oinarrizko ekuazioa:

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + \ldots + B_k X_k + \varepsilon$$

Hor *Y* irizpidea da;
ε, iragartzean sortzen den errorea;
B, ekuazioaren parametroak (pisuak), eta
Xi, aldagai iragarleak.

Ereduaren arabera, subjektu jakin batek irizpidean lortuko lukeen balioa honako hauen funtzioa litzateke: K aldagai iragarleak; pisuak (B), kopuruz K+1 baita, eta zorizko errorea (ε). Ikusten denez, erregresio bakunaren hedapena baino ez da.

Aldagai anitz izatean, egokiagoa izaten da matrizeen hizkuntza erabiltzea lan egiteko. Horrenbestez, honela azalduko genuke eredua matrizeen bidez:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XB} + \varepsilon$$

Hor **Y** menpeko aldagaian (irizpidean) *N* subjektuk lortutako puntuazioak biltzen dituen bektorea da (N×1);
X, *K* aldagai iragarleen puntuazio-matrizea (lehen zutabeko elementukoak 1ekoak dira);
B, ereduaren parametroak biltzen dituen bektorea ((K+1)×1), eta
ε, zorizko erroreen bektorea (N×1).

Hau da:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_N \end{bmatrix} \qquad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ . \\ . \\ . \\ B_k \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & . & . & . & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & . & . & . & X_{2k} \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & X_{N1} & X_{N2} & . & . & . & X_{Nk} \end{bmatrix}$$

N subjektu eta bi aldagai iragarle izango bagenitu, *N* ekuazio behar genituzke; hala nola,

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} \\ 1 & X_{21} & X_{22} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & X_{N1} & X_{N2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}$$

Hau da, subjektu bakoitzarentzat honelako ekuazio bat:

$$\begin{aligned} &Y_1 = B_0 + B_1 X_{11} + B_2 X_{12} + \varepsilon_1 \\ &Y_2 = B_0 + B_1 X_{21} + B_2 X_{22} + \varepsilon_2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &Y_N = B_0 + B_1 X_{N1} + B_2 X_{N2} + \varepsilon_N \end{aligned}$$

Ikus daitekeen moduan, X matrizearen lehen zutabeak 1ekoak ditu. Zutabe hori parametroen bektoreaz (**B**) biderkatuz gero, ekuazio bakoitzaren konstantea *(*B_0*)* lortzen da. Hurrengo zutabeek *(K=2),* berriz, aldagai iragarleen balioak jasotzen dituzte. Eredua lagin bati aplikatuz, honako matrize-ekuazio hau lortuko genuke, non **b** zenbatetsiriko parametroak diren eta **e** hondakinen parametroen bektorea:

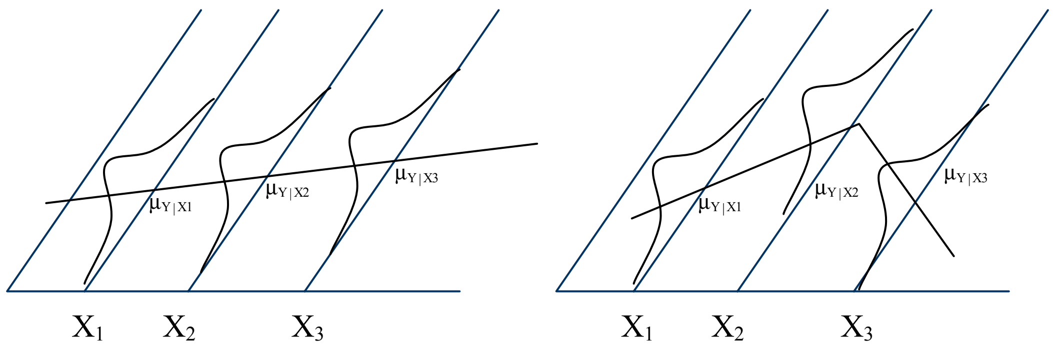
y=Xb+e

Hor **y** irizpide-bektorea da;
e, errore-bektorea;
B, pisuen bektorea, eta
X, aldagai iragarleen matrizea.

9.3.2 Aurretikoak

Eredu bakunean bezalaxe, aurretikoak zorizko erroreari dagozkie, nahiz, noski, horiek *Y*-ren bidez ere azaldu daitezkeen.

a.- Linealtasuna da ereduaren aurretiko nagusia. *Y*-ren batez besteko balioak aldagai askeen parametroen funtzio lineala dira. Honako irudi honetan, ezkerraldeko adierazpenak linealtasunaren baldintza betetzen du; izan ere, aldagai askeen banaketen erditik igarotzen da lerroa. Eskuinekoan, berriz, antzekorik antzematen ez denez, ezingo gara erregresio anizkoitzaz baliatu datu horiek azaltzeko.



9.6 irudia. Erregresio anizkoitza. Linealtasuna.

$$\mu_{Y|X_1,X_2,\ldots X_k} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \beta_k X_k$$

Linealtasunaren baldintzaz gain, honako hauek ere bete behar dira eredua aplikatu ahal izateko:

b.- Homozedastizitatea: X guztientzat, Y aldagaiaren bariantzak berdinak dira:

$$\sigma^2_{Y|X_1,X_2,\ldots,X_k} = \sigma^2$$

c.- Independentzia: Y aldagaiaren edozein y_i beste edozein y_j-rekiko askea da.

d.- Normaltasuna: *X* bakoitzarentzat, *Y* balioen banaketek lege normalari jarraitu behar diote.

$$Y \sim N\left(\mu_{Y|X_1,X_2,\ldots,X_k};\sigma^2\right)$$

Baldintza guztiak honako honetan laburtu daitezke:

$$\varepsilon \sim \mathrm{N}_k\left(\underline{0},\sigma^2 I_k\right)$$

Beraz, erroreak k-ordenako banaketa normalari darraizkio, non batezbestekoen bektorea 0 baita, E(ε)=0, eta bariantza-kobariantza matrizea (σ^2 $\mathbf{I}_N$), $\mathbf{I}_N$ N ordenako identitate-matrizea. Matrize horretan, diagonalez kanpoko elementuak (erroreen arteko kobariantzak) 0 dira, erroreak askeak baitira, eta diagonal nagusiko elementuak, berriz, (erroreen bariantzak) berdinak dira (homozedastizitatea).

Erroreaz hitz egin beharrean, irizpide-puntuazioen bidez azaldu daiteke aurretikoa:

$$\mathbf{Y} \approx \mathrm{N}_N\left(\mathbf{X\beta},\boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{I_N}\right)$$

9.3.3 Parametroen zenbatespena

Erregresio bakunean bezalaxe, ereduaren parametroak zenbatesteko, karratu txikienen doikuntza erabil daiteke. Zenbatespenaren pausoak ez ditugu azalduko, baina bai parametroen bektorea lortzeko matrize-ekuazioa:

$$\mathbf{b} = \left(\mathbf{X'X}\right)^{-1}\mathbf{X'y}$$

Hor **b** zenbatetsiriko pisuen bektorea da;
X, subjektu×iragarle aldagaien matrizea (aurreneko zutabean 1ekoak dira);
X', X-ren matrize iraulia;
(**X'X**)$^{-1}$, (X'X)-ren alderantzizko matrizea, eta
y, irizpidean subjektuen puntuazioak jasotzen dituen matrizea.

Iragartze-ekuazioa:

$$\mathbf{y'} = \mathbf{Xb}$$

eta hondakinen bektorea:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{Xb}$$

Zenbateslearen ezaugarriak honako hauek dira:

1.- Alboratugabea

$E(\mathbf{b}) = \mathbf{B}$

2.- Bariantza minimoa da, non

$\sum = \sigma_e^{2'} (\mathbf{X'X})^{-1}$

Puntuazio zuzenekin lan egin beharrean, puntuazio diferentzialez baliatuz gero, B_0 parametroa 0 izateaz gain, honako hauek emango lizkigukete pisuak:

$$\mathbf{b} = \mathbf{C}_{\mathbf{xx}}^{\mathbf{-1}}\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}$$

Hor **b** pisuen bektorea da;
$\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}^{\mathbf{-1}}$, aldagai iragarleen bariantza-kobariantza matrizearen alderantzizkoa, eta
$\mathbf{C}_{\mathbf{xy}}$, aldagai iragarleen eta irizpidearen arteko kobariantza-bektorea.

Puntuazio estandarrekin arituz gero, aldagai guztiak eskala berean jarriko genituzke, eta bakoitzaren pisuaren interpretazioa erraztuko litzaiguke. Kasu honetan, *b*-z hitz egin beharrean, *β*-z hitz egiten da:

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{R}_{xx}^{-1}\mathbf{R}_{xy}$$

Hor β estandarizaturiko pisuen bektorea da;
$\mathbf{R}_{xx}^{-1}$, aldagai iragarleen arteko korrelazio-matrizearen alderantzizkoa, eta
$\mathbf{R}_{xy}$, aldagai iragarleen eta irizpidearen arteko korrelazio-bektorea.

9.3.4 Behaturiko bariantza osoa deskonposatzea

Behaketak islatzen dituen hodei-puntuei egoki dakizkiekeen azalera guztietatik, erregresio anizkunera aplikaturiko karratu txikieneneko doikuntza-prozedurak hobekien hurbiltzen dena hautatzen du. Dena den, lehen aipatu dugun bezala, horrek ez du ziurtatzen doikuntzaren egokitasuna. Ereduaren (erregresioaren ekuazioa) eta datuen (behaturikoak) arteko lotura aztertzeko, indize berariazkoak behar dira. Lehena aldakortasun osoa izan daiteke. Erregresio bakunean bezala, irizpide-aldagaiaren batezbestekoaren inguruko sakabanatzea neurtzen du indize horrek hor ere, X-ren balioak kontuan hartu gabe. *Karratuen batura oso* deritzona (KBO) honela adieraziko genuke:

$$KBO = \sum_{i=1}^{N}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{N}\left(Y_i' - \overline{Y}\right)^2 + \sum_{i=1}^{N}\left(Y_i - Y_i'\right)^2$$

Bi dira karratuen batura osoaren osagaiak. Batetik, X-ren eta Y-ren arteko erlazioari loturiko aldakortasuna, eta, bestetik, azaldu gabeko bariantza, edo hondakin-bariantza.

Aldakortasun osoa = Azalduriko bariantza + Hondakin bariantza.

Karratuen batura osoa (KBO) = EKB + HKB

Azalduriko bariantza bariantza osoarekiko zenbat eta handiagoa izan, orduan eta egokitze hobea izaten du ereduak. Hondakinen bariantza, berriz, behaturiko eta iragarritako balioen aldeen bidez zenbatesten da; hau da, hiperplanoaren inguruko sakabanatzearen neurria da. Doitzea ona baldin bada, indar gutxi izango du hondakin-bariantzak bariantza osoan.

9.3.5 Determinazio anizkoitzeko koefizientea

Erregresio bakunean azaldu dugun bezalaxe, bariantza osoa partitzea dimentsiogabeko indize baten oinarria da, hots, *determinazio*-koefizientea, irizpidea iragartzeko ereduaren *erabilgarritasuna*ren neurria dena. Hori lortzeko, aipatutako partitzearen osagai guztiak bariantza osoaz zatitzen dira:

$$\frac{KBO}{KBO} = \frac{EKB}{KBO} + \frac{HKB}{KBO} = 1$$

Determinazio-koefizientea da batuketaren lehen osagaia, R^2, eta X iragarle guztien aldakortasunari dagokion Y-ren aldakortasun zatia adierazten du. Horien arteko erlazioa erabatekoa denean —hau da, errorerik ez dagoenean—, frakzioaren balioa 1 izango da. Determinazio-koefizientea ereduaren erabilgarritasunaren indizerik erabiliena da.

$$R^2 = \frac{EKB}{KBO}$$

Hondakinen bariantzaren bidez ere azaldu daiteke determinazio-koefizientea:

$$R^2 = 1 - \frac{HKB}{KBO}$$

Determinazio-koefizientearen balioak 0ak eta 1ak mugatzen dituzte. Erregresio anizkoitzean, behaturiko puntuazioen eta iragarritakoen arteko korrelazioaren karratuaren bidez defini daiteke determinazio-koefizientea, hau da, korrelazio anizkoitzaren karratua. Puntuazio diferentzialetan, honako ekuazio hauen bidez zenbatetsiko genuke haren balioa:

$$R^2_{Y'Y} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} y'y\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} y^2 \sum_{i=1}^{N} y'^2}$$

Hor

$$\sum_{i=1}^{N} y^2 = \sum_{i=1}^{N} Y^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} Y\right)^2}{N} = K.B.O.$$

$$\sum_{i=1}^{N} y'^2 = \sum_{i=1}^{N} Y'^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} Y'\right)^2}{N}$$

$$\sum_{i=1}^{N} yy' = \sum_{i=1}^{N} YY' - \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} Y\right)\left(\sum_{i=1}^{N} Y'\right)}{N}$$

Matrizeen bidez azaldu nahi izatekotan, berriz:

$$R^2 = \rho^2_{y'y} = \frac{\mathbf{b}'\mathbf{C}_{xy}}{S^2_y} = \boldsymbol{\beta}'\mathbf{R}_{XY}$$

Hor **b**' aldagai iragarleen pisuen bektore iraulia da;
$\mathbf{C}_{xy}$, aldagai iragarleen eta irizpidearen arteko kobariantzen bektorea;
S^2_y, irizpidearen bariantza;
$\boldsymbol{\beta}$', beta pisuen bektore iraulia, eta
$\mathbf{R}_{xy}$, aldagai iragarleen eta irizpidearen arteko korrelazio-bektorea.

Korrelazio anizkoitzak —determinazio-koefizientearen erroak— balio positiboak bakarrik har ditzake ($0 \leq R^2_{y'y} \leq 1$). Iragarle multzo baten baliagarritasun-koefizientetzat jo daiteke indize hori. Haren balioa ez da inoiz izango iragarle jakin batek irizpidearekin duen korrelazioarik handiena baino txikiagoa:

$$R_{y'y} \geq \max \left| r_{Yj} \right|$$

Determinazio-koefiziente zuzendua

Determinazio-koefizientea iragarle kopuruarekiko oso sentikorra da, iragarleak gehitu ahala balioa handitu egiten baita. Ezaugarri ezezkor hori ekiditeko, zuzenduriko determinazio-koefizientea erabili ohi da (*Adjusted R square, SPSS-PCn*); zenbatetsi beharreko parametroak hartzen ditu kontuan koefiziente horrek.

$$R^2_{zuz} = 1 - \frac{(N-1)\left(1-R^2_{y'y}\right)}{N-K-1}$$

Hor *N* laginaren subjektu kopurua da;
K, aldagai iragarle kopurua;
$R_{y'y}$, korrelazio anizkoitza.

Zuzendu gabeko korrelazio-koefizienteak eta zuzendurikoak erregresio lineal bakunean bakarrik hartzen dute balio bera. Iragarle kopurua gehitu ahala, korrelazio zuzendua txikitu egiten da bestearekiko. Zuzenduriko korrelazioaren balioa, hondakin-bariantza murrizten denean bakarrik igotzen denez, zuzendugabea baino indize egokiagoa da.

$$\sigma^2_e = \left(1-R^2_{zuz}\right)\sigma^2_Y$$

9.3.6 Ereduari buruzko inferentziak

Behin parametroak zenbatetsirik, lorturiko balioen esangura aztertu behar genuke. Bi bide daude horretarako: lehenik, eredu osoa aztertzea eta, bigarrenez, ereduan parte hartzen duten iragarleen esangura arakatzea.

Eredu osoa korrelazio anizkoitzaren bidez balioesten da. Ereduak azaltzen dituen datuen aldakortasuna zoriz zenbatetsirikoa baino hobea dela ziurtatzea da horren helburua. Kasu horretan, hipotesi nuluak dio korrelazio-koefizientearen karratua 0 dela. Hori aztertzeko erabiltzen den estatistikoa *k* eta *N-k-1* askatasun-gradudun Snedecor-en F banaketari darraio.

$$F = \left(\frac{N-k-1}{k} \right) \left(\frac{R^2_{y'y}}{1-R^2_{y'y}} \right)$$

Iragarleen esangura

Erregresio-ekuazioan parte hartzen duen iragarle bakoitzaren esangura ere azter daiteke. Honako hipotesi hauek dira aztergai bakoitzarentzat:

H_0: $\beta_i=0$

H_1: $\beta_i \neq 0$

Kontrasterako erabiltzen den T estatistikoa *N-k-1* askatasun-gradudun Student-en banaketari darraio.

$$T = \frac{b_i}{\sigma_{b_i}}$$

Hor

$$\sigma_{b_i} = \frac{\sigma_y}{\sigma_i} \sqrt{\frac{1-R^2_{yy'}}{\left(1-R^2_{i.y}\right)\left(N-k-1\right)}}$$

R_{iy}^2 da *i* iragarleak beste iragarle guztiekin duen korrelazioaren karratua.

9.3.6.a Korrelazio partziala

Zenbait kasutan, nolabaiteko kontrola ezarri behar da aldagaien erlazioak aztertzerakoan, horien arteko korrelazioak ongi interpretatzeko. Adibide gisa, eman dezagun adimenaren eta altueraren arteko korrelazioaren balioa 0,85 izan dela, Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan diharduten ikasleen artean zenbatetsi ondoren. Ondoriozta dezakegu zenbat eta altuagoa izan orduan eta adimentsuagoa izango dela bat? Argi dago ezetz. Baina bi aldagaien arteko korrelazio-koefizientea esanguratsua da. Zer gertatu da? Lortutako balioa ongi interpretatzeko, hirugarren aldagai bat sartu behar genuke jokoan. Hamabi eta hamasei urteko neska-mutilak garapen fisikoaren prozesuan murgildurik, hazten ari diren heinean luzatzeaz gain, adimen-probetan lortzen dituzten puntuazioak ere hobetu egiten dira. Garapen fisikoaren prozesuaren eragina saihesteko, *kontrol esperimentala* erabil daiteke. Hau da, altuera bereko ikasleez osaturiko taldeak sortu, eta bakoitzean aztertu adimen-gaitasuna (diseinu esperimentala). Subjektuak taldekatzeko aukerarik ez dagoenean, korrelazio partziala erabili ohi da, *kontrol estatistiko* modura. Bi aldagaien artean, hirugarrenaren eragina ezabatuko du horrek.

Eman dezagun *Y* irizpidea *X* aldagaiarekin erlazionatu nahi dugula, eta hirugarren aldagai baten eragina *(Z)* saihestu. Honako prozedura hau erabiliko da: dagozkien erregresio-ekuazioen bidez, *X* eta *Y* aldagaiak iragartzen dira, *Z* iragarlea dela. Korrelazio partziala *(Y'-Y)* eta *(X'-X)* diferentzien arteko korrelazioa da; hau da, *X*-k eta *Y*-k *Z*-rekin duten harremanari zor zaizkien zatiak kendu ondoren geratzen direnen arteko korrelazioak.

Pearson-en korrelazio-koefizienteak emango digu korrelazio partzialaren ekuazio orokorra, baina aipatutako kenketei aplikatua. Hiru aldagairen kasuan, honela adieraziko dugu korrelazio partziala:

$$r_{XY \cdot Z} = \frac{r_{XY} - r_{YZ} r_{XZ}}{\sqrt{1 - r_{XZ}^2}\sqrt{1 - r_{YZ}^2}}$$

Hor *X* eta *Y* korrelazioan jarri nahi diren aldagaiak dira, eta *Z*, berriz, ezabatu nahi den aldagaia.

9.3.6.b Korrelazio erdi partziala

Korrelazio partzialean, hirugarren aldagai baten eragina beste bi aldagaietan ekiditen dugu; korrelazio erdi partzialean, berriz, horietako batena bakarrik saihesten da. Hiru aldagairen kasuan honela adieraziko genuke: eman dezagun *X*-ren eta *Y*-ren arteko korrelazio semipartziala kalkulatu nahi dugula *X*-n, *Z*-ren eragina ezabatu ondoren.

$$r_{Y(X|Z)} = \frac{r_{YX} - r_{ZX} r_{ZY}}{\sqrt{1 - r_{ZX}^2}}$$

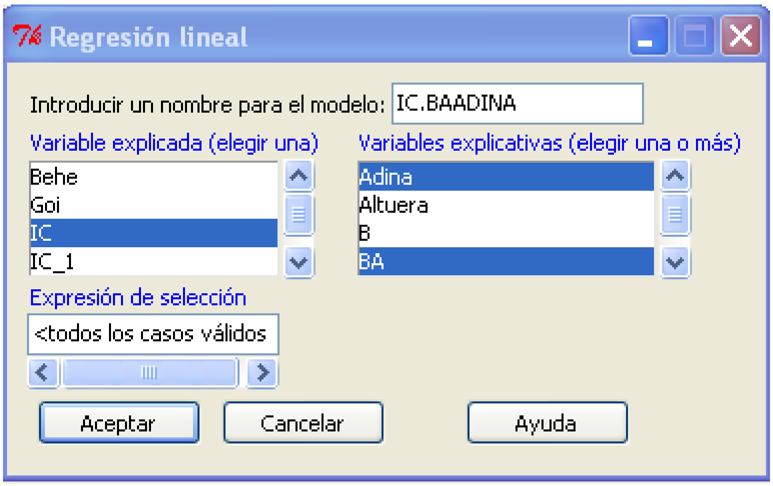
Erregresio anizkoitzean, erregresio-koefiziente estandarizatua bakarrik ikusi dugu orain arte aldagai iragarle bakoitzaren ekarpena aztertzeko. Baina kontuz interpretatu behar da hori, ezin baita inolaz ere aldagaien ekarpen absolututzat hartu. Esaterako, eman dezagun erregresio-ekuazioan bi iragarle sartu nahi ditugula irizpidea *(Y)* iragartzeko. Lehenengo iragarlea sartu ondoren, determinazio-koefizientea erabil dezakegu (R^2_{XY}) haren ekarpena aztertzeko. Bigarrena *(Z)* sartzerakoan, berriz, Y iragartzean duen ekarpena ezingo dugu R^2_{ZY}-ren bidez balioetsi, iragarle horrek X-z gain ekartzen duena bakarrik izan beharko baitugu gogoan. X-z gain bigarren iragarleak ekartzen duena kuantifikatzeko, X-rekiko askea dena bakarrik hartu behar da kontuan.

Hori gauzatzeko, korrelazio partzialean egin dugun moduan, bien arteko erlazioa zein den ikusi behar da. Nola? X-ren eta Z-ren arteko erregresio-ekuazioaren bidez. Ereduak uzten duen hondakina (X^*) izango da, Z-rekiko independentea den zatia, alegia. Korrelazio semipartziala, $r_{Y(X/Z)}$, Pearson-en korrelazio-koefizientea da, irizpide-aldagaiaren eta X eta Z aldagaien erregresio bakunak utzitako hondakinen artean zenbatetsirikoa.

Korrelazio-koefizientea bariantza-proportzio moduan interpretatzeko $(R^2_{Y(X/Z)})$, kontuan izan behar da korrelazio-koefizientearen esangura; hots, Z aldagaia ekuazioan sartzean menpeko aldagaiaren bariantza azalduan sortzen duen gehikuntza, behin X ekuazioan dagoela jakinik.

9.4 `Rcommander`-en bidezko erregresio anizkoitza

Adina eta autoestimu aldagaiak erabiliz gorputz-asegabetasuna iragar daitekeen aztertu nahi da. Erregresio anizkoitza lortzeko `Estadísticos > Ajuste de modelos > Regresión Lineal` aukeratuko dugu. Gure adibidean azalduriko aldagaia (irizpidea) gorputz-asegabetasuna da, eta iragarleak, adina eta autoestimu baxuak dira (Adina, BA). Erregresio bakunean bezalaxe, neskez osaturiko azpitaldea bakarrik aztertuko dugu.



9.7 irudia. Erregresio anizkoitza.

Aukera horiek `lm` funtzioari deitzen diote:

```
IC.BAADINA <- lm(IC~BA+ADINA, data=Edi.data, subset=SEXUA=="chica")
```

Bertan gorputz-asegabetasuna (IC) ondokoen bitartez azaldu nahi dela adierazten da, BA (autoestimu baxua) eta ADINA (adina). Erregresioak sorturikoa IC.BAADINA izeneko objektuan (ereduan) gordetzen da.

```
Residuals:
   Min      1Q  Median      3Q     Max
-20.0321 -6.9076 -0.5127  5.6925 25.1198

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   3.0458    2.4578   1.239   0.2159
BA       1.4806    0.1047 14.146  <2e-16 ***
ADINA      0.3455    0.1565   2.208   0.0278 *
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 8.523 on 435 degrees of freedom
 (70 observations deleted due to missingness)
Multiple R-squared: 0.3215,   Adjusted R-squared: 0.3184
F-statistic: 103.1 on 2 and 435 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Lehenik hondakinen banaketaren bost balio agertzen dira (minimoa, lehenengo kuartila, mediana, hirugarren kuartila eta maximoa). Balio horiek erroreen banaketaren simetriari buruzko lehen inpresioa ematen digute. Banaketa simetrikoaren mediana 0 da, eta lehenengo eta hirugarren kuartilak ikur desberdineko balio antzerakoak izaten dituzte. Adibide honetan erroreen banaketa simetriari hurbiltzen zaio; izan ere, mediana -0,5 da eta lehen eta hirugarren kuartilen balio absolutuak 5,6 eta 6,9 dira.

Ereduaren koefizienteak agertzen dira ondoren (`Estimate`), horien errore estandarrak (`Std. Error`) eta horientzako esangura-probak (`t value; pr(>|t|)`. Datu horiekin honela idatziko genuke erregresioaren ekuazioa:

$$\hat{IC}=3,04+1,48\times BA+0,34\times ADINA$$

Ereduaren arabera 13 urte eta 5eko autestimua duen neska bati 14,86ko gorputz-asegabetasuna iragarriko genioke.

$$\hat{IC}=3,04+1,48\times 5+0,34\times 13=14,86$$

Aldagai iragarleek (Autoestimua eta adina) irizpidean azaltzen duten bariantzaren proportzioa (`Multiple R squared`) 0,3312 da, eta zuzenduriko determinazio-koefiziente (`Adjusted R-squared`), 0,3184.

Erregresioaren koefiziente bakoitzarentzako esangura-testak egin dira; *t* testaren emaitzak esanguratsuak dira zenbatetsitako bi parametroentzat (p<0,05). Parametro horientzako konfiantza-tarteak zenbatesteko, ($b_j \pm t_x ES_{bj}$) erabiltzen da, non ES_{b_j} parametroaren errore estandarra baita eta t_x, *(n-p-1) askatsun-gradodun t* banaketari darraion (subjektu kopurua – aldagai iragarleak-1) balio kritikoa. Gure adibidean autoestimu baxuaren zenbateslerako % 95eko konfiantza-tartea zenbatesteko honako hau egin beharko genuke

$$1{,}48 \pm 1{,}64 \times 0{,}1047 = 1{,}48 \pm 0{,}17$$

Balio kritikoa (1,64) lortzeko, `Rcommander`-eko `Distribuciones > Distribuciones continuas > Distribución t > Cuantiles t` aukeratuko da; hor, probabilitatea markatuko da (0,95), eta askatasun-graduak zehaztuko dira (851).

Hipotesi nulua kontrastatzeko, *t* estatistikoa honela kalkulatzen da.

$$t = \frac{b_j}{ES_{b_j}} = \frac{1{,}4806}{0{,}1047} = 14{,}14$$

Balio hori `Rcommander`-en irteeran ikus daiteke. Horren esangura-maila, *p* (<2e-16), eta adinari dagokion koefizientearen esangura-maila (1.80e-06) oso txikiak dira, eta, ondorioz, hipotesi nulua baztertuz bi aldagai horiek ereduaren barnean esanguratsuak direla ondorioztatzen da.

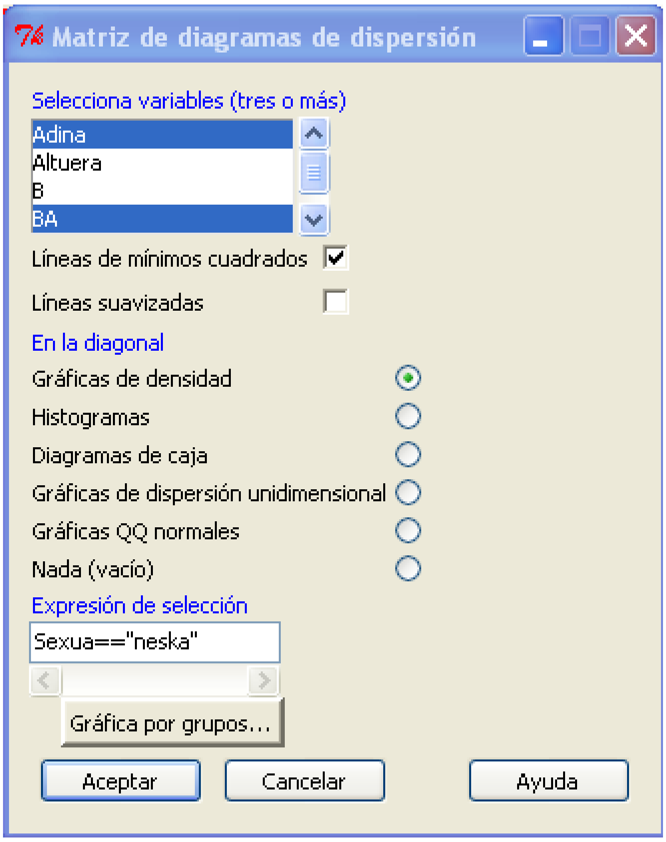
Erregresioaren ANOVA taula lortzeko menu nagusiko `Modelo > Test de hipótesis` aukeratu behar da.

```
Anova Table (Type II tests)

Response: IC
     Sum Sq Df F value Pr(>F)
BA      14535  1 200.1158 < 2e-16 ***
ADINA     354  1   4.8745 0.02778 *
Residuals 31596 435
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Erregresioaren parametroen esangura aztertzeko, ANOVA erabil daiteke. Hipotesi nuluak dio erregresio-koefizienteak 0 direla (intertzeptoa ezik). Hori aztertzeko F estatistikoa erabiltzen da. Taularen datuen arabera zenbatetsiriko bi erregresio-koefizienteak esanguratsuak dira (ikus *Pr(>F)* balioak) .

9.4.1 Aldagai anizkoitzen adierazpen grafikoa

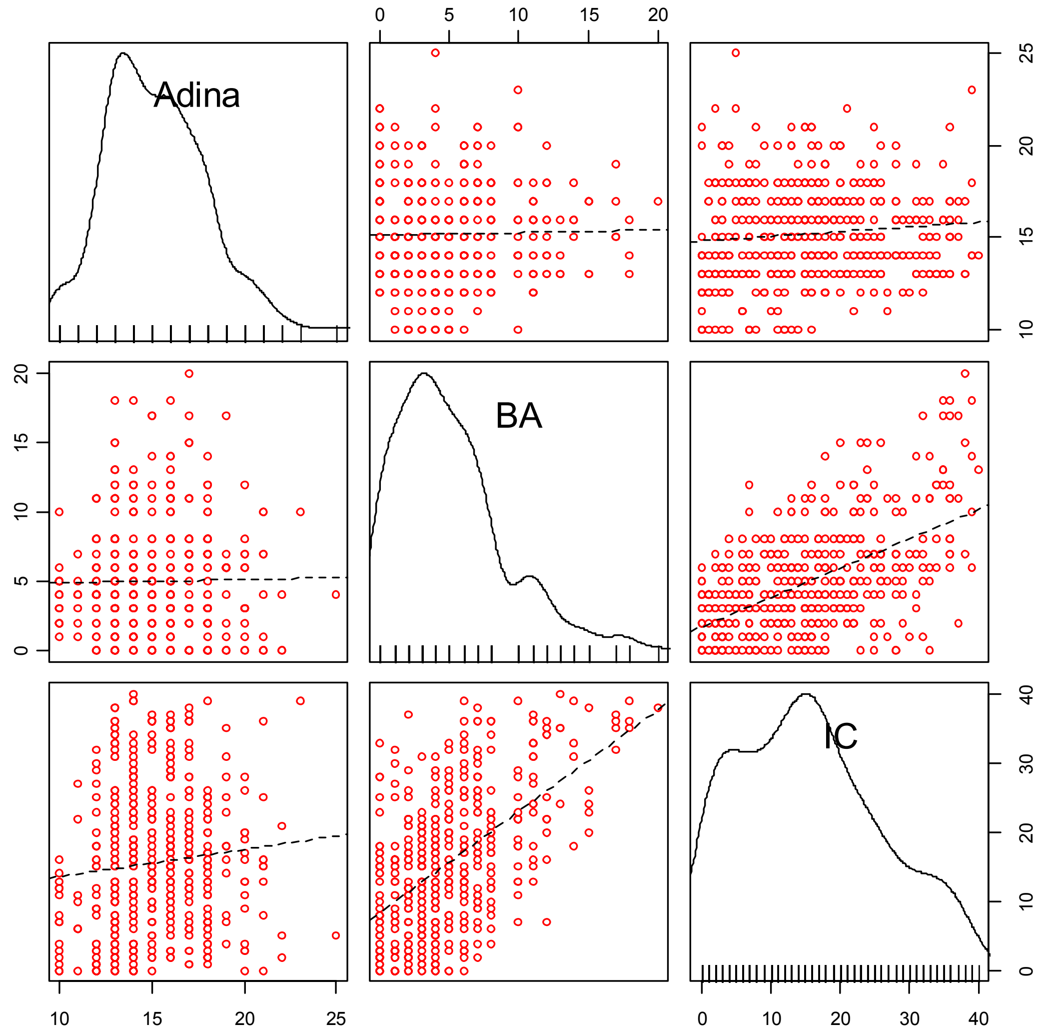
Bi aldagai baino gehiago ditugunean horien arteko binakako sakabanatze-grafikoak lor daitezke. Horretarako menu-barrako `Gráficas` aukeratik `Matriz de diagramas de dispersión` hautatuko da. Horrek leiho bat irekitzen du eta bertan zenbait zehaztapen idatziko dira.



9.8 irudia. Aldagai anitzeko grafikoa.

Aukera horiek `scatterplot.matrix` funtzio grafikoari deitzen diote, eta komandoen leihoan zera irakurtzen da:

```
scatterplot.matrix(~BA+Adina+IC, reg.line=lm, smooth=FALSE, span=0.5,
+  diagonal = 'density', data=Edi.data, subset=SEXUA=="chica")
Puntuazioak interpretatzen. Baremoak
```



9.9 irudia. Sakabanatze-grafikoen matrizea

Matrizearen diagonal nagusian aldagaien dentsitate-grafikoak daude; ikusten denez, BA (autoestimu baxua) eta IC (gorputz-asegabetasuna) alboratuagoak dira adina baino.

Bestelako grafikoak binakako sakabanatze-diagramak dira. Lehenengo zutabean dauden grafikoetan X ardatzean dagoen aldagaia adina da; bigarren zutabeko grafikoetan X ardatza autoestimu baxuak hartzen du, eta hirugarren zutabeko adierazpenetan gorputz-asegabetasuna dago X ardatzean.

10 Puntuazioak interpretatzen. Baremoak

Subjektu jakin batek test psikopedagogikoa bete ondoren lorturiko puntuazio enpirikoa nekez interpreta dezakegu horri dagokion eskalari buruzko datu gehiagorik gabe. Zer esan dezakegu arrazoibide logikozko test batean 16 puntuazio enpirikoa lortu duen pertsona batez? Ezin dezakegu ezer ondoriozta, hura lortzeko erabili den testaz informaziorik ez badugu. Izan ere, badira arrazoibide logikoarekin erlazionaturiko zenbait test, eta, bakoitzak eskala berariazkoa erabiltzen duenez, 16ko balioak ez dira baliokideak 0tik 20rako tartea duen proba batean eta 0tik 120rako puntuazioak dituen test batean. Puntuazioak interpretatzeko, ongi ezagutu behar dira horien alderdiak, hala nola talde arautzailearen ezaugarri deskribatzaileak, batezbestekoa eta desbideratze estandarra.

Puntuazioak testuinguruan kokatzeko beharraren arrazoia testen bidez gauzaturiko neurketaren ezaugarrietan datza. Tresna psikopedagogikoek eskaintzen dituzten eskalak absolutuak ez direnez, tokian-tokian interpretatu behar dira. Puntuazioaren esangura formala ulertu ahal izateko, bi alderdi hartu behar dira kontuan ezinbestean. Batetik, eskala psikologikoetan, 0 puntuazioak ez du eskala fisikoetan ematen zaion adiera bera. Zer esan nahi du arrazoibide logikozko proban 0 lortzeak? Bestetik, puntuazio enpirikoen arteko diferentzia berek ez dutela halakorik ekartzen konstruktuaren eskala psikologikoan. Diferentzien esangura ez da parekoa bi eskaletan, enpirikoan eta psikologikoan, bien arteko erlazioa ez baita uniformea. Laburbilduz, testen teoria klasikoan darabiltzagun eskalek ez dute ez unitate berdinik ez 0 punturik. Beraz, hortik kanpoko interpretazioak okerrak dira.

Puntuazioen neurketa-ezaugarri horiek direla eta, arauari loturiko testetan batik bat, subjektu bati lotzen zaion puntuazioa interpretatzeko, taldearekiko kokatzen da. Aipatutako 16 puntuazioa, talde arautzailearekiko erreferentziatuz gero, batezbestekoaren gainetik edo azpitik dagoen jakiteaz gain, batezbestekoarekiko zenbat desbideratze estandarretara dagoen ere jakin dezakegu. Izan ere, bi estatistiko horiek dira, hurrenez hurren, eskalaren 0 puntua eta neurketa-unitatea.

Puntuazioen eraldaketaren inguruan ari garenean, subjektua taldearekiko kokatuko duen erreferentearen bila gabiltza; alegia, interpretazioaren esparrua osatzen ari gara. Hori gauzatzeko, jatorrizko puntuazioen eskala, *eskala primario* (Petersen, Kolen eta Hoover, 1989) delakoa, eraldatu egiten dugu, haren berariazko parametrorik ezagutu beharrik gabe testarekin lorturiko edozein balio interpretatu ahal izateko. Bi eraldaketa mota aplika ditzakegu, linealak eta ez-linealak.

10.1 Eraldaketa linealak

Eskala estandarrak

Eraldaketa lineal estandarrak jatorrizko puntuazio zuzena puntuazio estandar bihurtzen du, eta puntuazio primarioen jatorria (batezbestekoa) eta neurketa-unitateak (desbideratze estandarrak) 0 eta 1 balioetan finkatu. Horretarako, testa taldeari eginarazi ondoren, puntuazio enpirikoen eskala berria sortzeko honako hau erabiltzen da:

$$z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{S_X}$$

Hor z_i da i puntuazio enpirikoari dagokion puntuazio estandarra;
X_i, lorturiko puntuazio enpirikoa;
$\overline{X}$, eskalaren batezbesteko aritmetikoa, eta
S_x, eskalaren desbideratze estandarra.

Eraldaketa horrekin ez da jatorrizko banaketaren itxura aldatzen; hura normala bazen, normala izango da eraldaketaren ondoren ere; alboratua balitz, berriz, eraldaturiko puntuazioen banaketa ere halakoa litzateke.

Eskala estandar eratorriak

Eskala estandarrekin lan egitera ohitua ez dagoenarentzat ez da erraza izaten puntuazio horiekin jardutea; oso balio txikiak dira, eta, gainera, erdiak, negatiboak (-3,5, 3,5). Horregatik, behin puntuazio estandarrak lorturik, aurrez finkaturiko batezbestekoak eta desbideratzeak dituzten eskaletara eralda daitezke horiek. Lorturiko eskala estandar eratorriaren itxura jatorrizkoaren berdina izango da. Eraldaketaren oinarria honako ekuazio hau da:

$$\frac{Y_i - \overline{Y}}{S_Y} = \frac{X_i - \overline{X}}{S_X}$$

Hor X_i jatorrizko puntuazioa da;
Y_i, eskala berrira eraldaturiko puntuazioa;
$\overline{X}$ eta $\overline{Y}$, jatorrizkoaren eta eskala berriaren batezbestekoak, eta
S_X eta S_Y, jatorrizkoaren eta eskala berriaren desbideratzeak.

Ekuazio hori eta eraldaketa-prozesua errazago agertzeko, honela idatz daiteke:

$$Y_i = a + bX_i$$

non *a* eta *b* lerro eraldaketaren parametroak baitira.

$$a = \overline{Y} - \overline{X}$$

$$b = \frac{S_Y}{S_X}$$

Eraldatu beharreko eskala jadanik lorturiko eskala estandarra denean, puntuazio berria honela lortuko dugu:

$$Y_i = \overline{Y} + z_i S$$

Hor *Yi* eraldaturiko balioa da;
$\overline{Y}$, xede-eskalaran batezbesteko aritmetikoa, eta
S, xede-eskalaren desbideratze estandarra.

Izan ere, eskala estandarren batezbestekoa 0 da, eta desbideratzea, berriz, 1.

Nahiz ikertzaileak lortu nahi duen eskalaren parametroak edozein modutara defini ditzakeen, badaude erabilera zabaleko eskala estandar eratorriak, hala nola:

Eskala	Batezbestekoa	Desbideratze estandarrra
T puntuazioak	50	10
WAIS	100	15
Standford-Binet	100	16
MMPI	50	10
Delta	4	13

10.1 taula. Eskala estandar eratorriak.

10.2 Eraldaketa ez-linelak

Eraldaketa linealaz gain, badaude puntuazioen interpretazioan lagungarri diren eraldaketa gehiago, eraldaketa monotono gorakorrak, hain zuzen. Jatorrizko banaketan eragiten duten aldaketa da horien ezaugarri garrantzizkoena. Erabilienak pertzentilak eta puntuazio estandar normalizatuak dira.

Pertzentilak

Eraldaketa mota erabiliena eta ezagunena da. Jatorrizko puntuazioa berak azpitik uzten duen subjektuen ehunekoarekin lotzen du eraldaketa horrek. Hala, puntuazio enpirikoari 60ko pertzentila balegokio, taldeko % 60k puntuazio hori baino baxuagoa dutela onartuko genuke. Eraldaketaren oinarria honako hau da:

$$P = \frac{f_{a_i} + 0,5 f_i}{N} \times 100$$

Hor f_{ai} da eraldatu nahi dugun puntuaziorainoko maiztasun metatua;
f_i, eraldatu nahi dugun puntuazioari dagokion maiztasuna, eta
N, talde arautzailearen subjektu kopurua.

Pertzentilak zuzen interpretatuko badira, ez da ahaztu behar ez dutela tarte-eskalarik definitzen, ordenazkoa baizik. Izan ere, jatorrizko eskalaren diferentziak ez dira mantentzen pertzentilen eskalan.

Puntuazio estandar normalizatuak

Puntuazio estandar normalizatuak pertzentiletatik lortzen dira. Horretarako, nahikoa da haien balioek kurba normalaren azpitik uzten duten azalerari dagozkien puntuazio estandarrak bilatzea. Eraldaketa mota horrek jatorrizko banaketa aldatzen du, eta banaketa normala bihurtu. Ezaugarri hori dela eta, eraldaketa egin baino lehen, komenigarria da jatorrizko banaketa lege normalari hurbiltzen zaion aztertzea. Bien arteko diferentziak nabariak baldin badira, ez litzateke zuzena izango eraldaketa hori (Angoff, 1984).

Puntuazio normalizatu eratorriak

Behin banaketa normalizatuz gero, lortutako puntuazioak aipatutako ekuazioaren **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** bidez beste edozein eskalatara eralda daitezke. Erabilienari *estanino* edo *eneatipo* (Flanagan, 1951) deitzen zaio. Eskala horrek 9 tartetan zatitzen du ibilbide osoa, horietako bakoitzaren muga banaketa normalaren balioen arabera finkaturik dagoela.

Eneatipoak	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Mugak	-∞	-1,75	-1,25	-0,75	-0,25	0,25	0,75	1,25	1,75	∞
Pertzentilak	4	5-11	12-22	23-39	40-59	60-76	77-88	89-95	>95	

10.2 taula. Eneatipoak.

Ikus daitekeenez, eskala normal eratorria da, non eraldaketa honako ekuazio honi atxikitzen baitzaio:

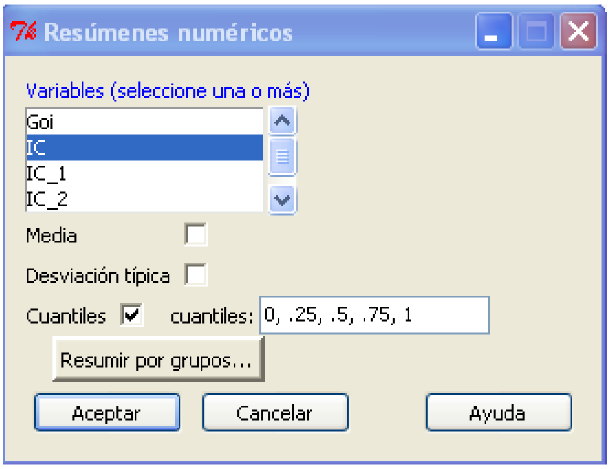
$$Eneatipoa = 5 + 2z_{n_i}$$

10.3 `Rcommander` eta baremoak

Pertzentilak

`Rcommander`-en erraza da pertzentilak lortzea. `Estadísticos > Resúmenes` aukerak datu multzo aktiboan dauden aldagaien banaketen kuantilak (pertzentilak) ematen ditu; hau da, lagina lau tartetan banatzen dituzten balioak: % 0 - % 25 - % 50 - % 75 - % 100.

Gure adibidean gorputz-asegabetasuneko eskalari loturiko baremoak lortu nahi ditugunez, aldagai hori (IC) aukeratuko da;



10.1 irudia. Banaketaren kuantilak.

Aukera horiek agindu hau sortzen dute komandoen leihoan:

```
numSummary(Edi.data[,"IC"], statistics=c("quantiles"),
quantiles=c(0,.25,.5,.75,1))
```

Emaitzen leihoan berriz asegabetasun-eskalaren kuantilak agertuko dira. Balioen arabera, 11 puntuazioaren azpian taldearen % 50 dago, eta 18 puntuazioaren gainetik, taldearen % 25. Laginean 908 subjektu daude, eta 68 faltako balio (NA) daude.

```
0% 25% 50% 75% 100%  n  NA
0   3  11  18  40 908  68
```

Baremoen taula sortzeko ordea, `Rcommander`-ek lehenetsirik kalkulatzen dituenak baino pertzentil gehiago behar dira. Nahiz ez dagoen inolako araurik aurrez zehazten duena zenbat pertzentil eskaini behar diren baremoen taula batean, kontuan hartu beti baremoen taulan agertzen den informazioak helburu-taldea deskribatzeko adinekoa izan behar duela. Komuna da pertzentilak 5 edo 10 gehituz sorturik egotea (5-10-15-20-25…). Balio horiek —edo oro har nahi diren guztiak— lortzeko, `numSummary` komandoa aginduen leihoan eraldatu beharko da, eta sortu nahi diren pertzentilak zehaztu.

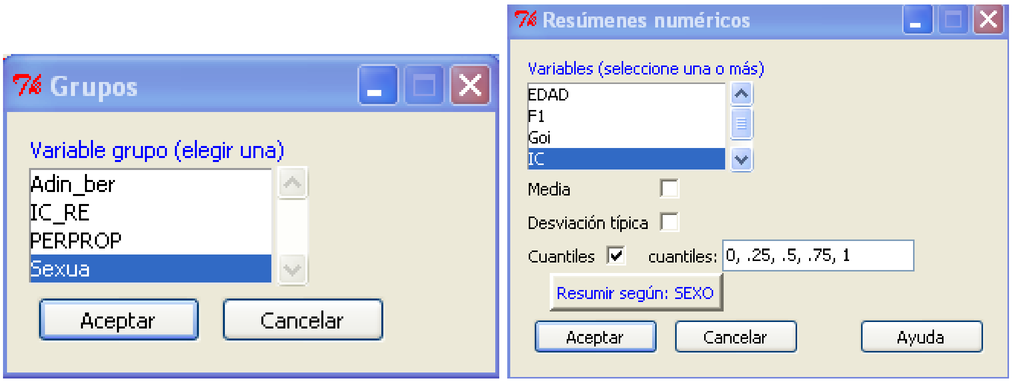
```
numSummary(Edi.data[,"IC"], statistics=c("quantiles"),
quantiles=c(0,0.10,0.20,0.25,0.30,0.40,0.50,0.60,0.70,0.75,0.80,0.85,0
.90,0.95,0.99))
```

Irteerak itxura hau du. 80ko pertzentilari dagokion puntuazioa 21 da; 10eko zentilari dagokiona, 1…

```
0% 10% 20% 25% 30% 40% 50% 60% 70% 75% 80% 85% 90% 95% 99%  n NA
0   1   2   3   4   7 11 14 17 18 21 24 28 33 37 908 68
```

Horrela lorturiko puntuazio pertzentilek lagin osoa deskribatzen dute. Hala ere, aztertzen ari garen aldagaian zenbait faktorek eragina badute —adibidez, aldagaiaren balioak sexuaren arabera, adinaren arabera, arrazaren arabera… esanguratsuki desberdinak badira— baremoek alde horiek jaso beharko lituzkete. Puntuazio bat taldearekiko interpretatzeko puntuazio horrek taldearekiko ahalik eta hurbilen egon beharko du; horregatik, gorputz-asegabetasuneko eskalako balioak neskentzat eta mutilentzat desberdinak badira, baremo orokorraz gain neskentzako taula eta mutilentzako taula sortu beharko dira.

Horretarako nahikoa da kuantilak aukeratzeko leihoan `Resumir por Grupos` laukitxoa sakatzea. Horrek leiho berri bat irekitzen du, eta bertan taldez taldeko baremoak sortzeko erabili behar den irizpidea hautatuko da; gure kasuan sexua. Hori eginez, `Resumir según: SEXUA` agertuko da `Resumenes numérios` leihoan.



10.2 irudia. Baremo diferentziatuak.

Emaitzak neskentzako eta mutilentzako bereizita emango dizkigu orain `Rcommander`-ek.

```
       0% 25% 50% 75% 100%   n NA
neska   0   7 15 23.00 40 481 27
mutila 0   2   5 12.75 37 418 41
NA     1   7 14 18.00 26   9  0
```

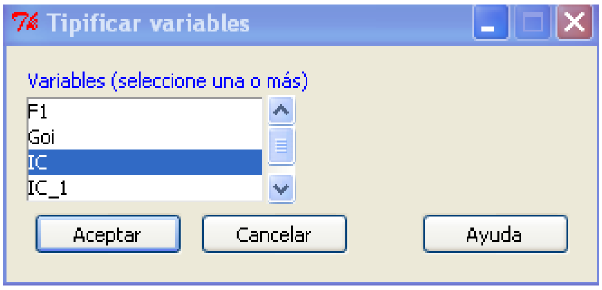
Bereizketa hori sortzeko agindua honako hau da:

```
numSummary(Edi.data[,"IC"], groups=Edi.data$SEXUA,
statistics=c("quantiles"), quantiles=c(0,.25,.5,.75,1))
```

Pertzentil gehiago zehazteko, agindu hori eraldatu behar da, eta horretarako aurrekoan esandakoari jarraitu behar zaio.

Puntuazio tipikoak

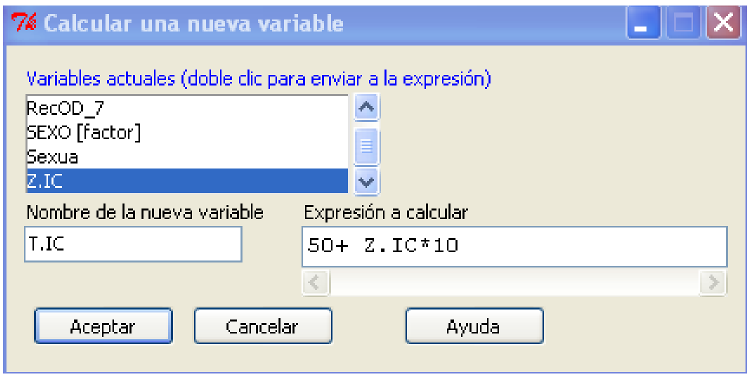
Puntuazio bati dagokion puntuazio tipikoa lortzeko `Tipificar variables` aukera hautatu behar da; hori menu-barrako `Datos > Modificar variables del conjunto de datos activo` aukeraren barne dago.



10.3 irudia. Aldagaiak tipifikatzea.

Aukera horrek beste aldagai bat sortzen du, eta hori datu multzoari gehitzen dio. Aldagai berriaren izena jatorrizkoaren izenari Z. aurrejarriz lortzen da. Datu multzoa editatzeko edo bistaratzeko dauden aukeren bidez ikus daitezke aldagai berriaren balioak.

Aldagai berriaren batezbestekoa 0 da, eta desbideratze estandarra, 1; izan ere, aldagai hori banaketa normal estandarrari darraio. Aldagai horren edozein eraldaketa egiteko nahikoa da eraldaketaren formularen bidez aldagai berria sortzea, desiraturiko banaketaren batezbesteko aritmetikoa eta desbideratze estandarra zehaztuz. T eskala sortu nahi bada (batezbestekoa 50 eta desbideratze estandarra 10); `Datos > Modificar Variable del Conjunto de Datos > Calcular una nueva variable` aukerak irekitzen duen leihoan hau idatziko da:



10.4 irudia. T eskala.

Agindu horrek aldagai berria sortzen du, T.IC izenekoa, eta hori datu multzoari gehitzen zaio.

Z.IC	T.IC
2.228908	72.28908
-0.9981409	40.01859
0.1753316	51.75332
1.055436	60.55436
-0.509194	44.90806
0.5664891	55.66489
0.6642785	56.64278
2.326698	73.26698
-0.9003515	40.99648

10.5 irudia. Balio tipikoak eta T balioak.

Tipifikaturiko balioak taldez talde sortu nahi badira, aginduak bete baino lehen interesatzen zaigun azpitaldea iragazi beharko da datu multzo aktibotik; `Datos > Conjunto de datos activo > Filtrar el conjunto de datos` (ikus 1. kapitulua).

11 R-ren oinarrizko programazioa

`Rcommander`-ek lehen hurbilketa bat eskaintzen dio R programazio-ingurunearekin harremanik ez duen edonori. `Rcommander` interfazeak R-ren eta lengoaia/ingurunearen arteko zubia izan daiteke. Praktika apur bat, ordea, nahikoa da ingurune horretan sartzeko eta R-k eskaintzen dituen abantailetatik probetxua ateratzeko. Horretarako beharrezkoa da zenbait programazio-arau sinple ezagutzea. Irakurlea horietan murgiltzera animatzen dugu; izan ere, "*I hope that the `Rcommander` graphical user interface motivates users to explore the true power of R, which is best exploited through the standard command-line interface*" (Fox, 2008; komunikazio pertsonala). R ingurune magikoan autonomiaz jarduteko nahikoak dira zenbait ezagutza xume. `Rcommander`-en goitik beherako menuek sortutako aginduak R lengoaian idatzitako komando bihurtzen dira, eta komando horiek aginduen leihoan agertzen dira beti.

R-ri buruzko zenbait nozio hartzeak R inguruneak duen potentzialean sartzeko bidea irekitzen du. Kapitulu honen helburua da R-ren programazioan murgiltzeko lehen hurbilketa labur eta xamurra eskaintzea. Ezinbestekoa den praktikak eta R-ri buruz dagoen bibliografia zabalak eskainiko diote interesatuari liburu honek ematen duen maila erraz gainditzeko aukera.

11.1 Objektuak

R-k ia dena objektu modura tratatzen du; zenbakizko datu bat, bektore bat, datu-matrize bat edo funtzio bat objektuak dira, eta R-k horiekin egiten du lan. Objektu bakoitzak bere izena du, eta objektuaren izena komandoen leihoan idazten bada R-k horren edukia agertzen du. R-k hainbat objektu mota bereizten ditu (ez dira berdin bektorea, matrizea edo funtzioa). Objektu bakoitza modu batekoa da (`mode`) eta berezko ezaugarriak ditu (`attributes`). Objektua, azken finean, R-k informazioa gordetzeko erabiltzen duen modua da.

Lan-ingurunean eskuragarri dauden objektuen zerrenda lortzeko `ls()` edo `objects()` erabil daitezke. Objekturik sinpleena zenbakia edo zenbakizko karakterea da, eta hori `x` izeneko objektuan gorde daiteke. Objektu bat gordetzeko esleipen-araua erabili behar da; hau da, R-ri jakinarazi behar zaio badagoela objektua. Esleipen-funtzioak `<-` lan hori egiten du (ez da beharrezkoa tarterik uztea esleipen-funtzioaren aurretik eta esleipen-funtzioaren ondoren; hala ere, gomendatu egiten da kode argi eta garbiak sortzeko).

```
> x <- 5 # x objetuak 5 zenbakia gordetzen du
> x
[1] 5
```

`x` objektua sortu da, eta horrek `5` zenbakia gordetzen du. Objektuaren izena tekleatuz (`x`), R-k horren balioa bueltatuko du `5`. Esleipen horren ondoren beste zerbait esleitzen bazaio `x`-ri, azkeneko hori eduki zaharraren gainean gordeko da eta lehen esleipena galdu egingo da.

Objektuak izendatzeko letrak, zenbakiak, gidoiak edo puntua erabil daitezke; azken hori, puntua, bereziki interesgarria da objektuen izena nahi adina luzatzea ahalbidetzen duelako. Objektuen izena ezin da zenbaki batez hasi, eta objektuen izenak kasu sentikorrak dira; hau da, `etxea` eta `Etxea` objektu desberdinak dira.

Lan-saio batean sorturiko edo erabilitako objektuak berriz erabil daitezke hurrengo saio batean. Lan-saialdi batean sorturiko objektuak gordetzeko komando hau erabiltzen da, `save.image();` horrek `.Rdata` luzapenarekin gordeko ditu objektuak lan-direktorioan.

Komando horri fitxategi baten izena gehi diezaiokegu; horretako parentesi artean idatzi beharko genuke izena: `save.image(file=”niredatuak.RData”).` Objektu guztiak gorde beharrean objektu bat edo zenbait objektu gorde nahi izanez gero erabili beharreko agindua hau da: `save( objetua/k, file=”niredatuak.RData”).`

Lan-saio bat utzi baino lehen, R-k beti aukera ematen du lan-eremuaren irudia gordetzeko. Lan-saio batean eskuarki objektu asko sortzen direnez, ez da ohitura txarra behar ez diren objektuak ezabatzea; aukera hori aurrera eramateko dugun agindua hau da: `rm()`.

11.1.1 Objektu motak

Objektu bat hainbat modutan gorde daiteke (“`type`“). Objekturik arruntenak dira objektu bikoitzak, osoak, konplexuak, logikoak, karaktereak eta zerrendak.

Bikoitza (`Double`)

Objektu bikoitza da R-k zenbakiak irudikatzeko lehenetsiriko objektu-tipoa. Tipo horretako elementuak zenbakizko balio jarraituak dira. Datu bat bikoitza den egiaztatzeko hau da erabili behar den agindua: `is.double()`.

```
> x <- 10
> is.double(x)
[1] TRUE
> y <- "a"
> is.double(y)
[1] FALSE
```

Osoa (`Integer`)

Objektu osoak jarrera ez-jarraitua duten zenbakizko aldagaiak dira (adibidez, seme-alaben kopurua). Zenbakizko balio bat `integer` moduan gordetzeko agindu hau erabili beharko genuke: `as.integer()`.

```
> x <- 7
> is.integer(x)
[1] FALSE
> x <- as.integer(x)
> is.integer(x)
[1] TRUE
```

Konplexua (`complex`)

R-k ezagutzen du zenbaki konplexuak ezagutzen ditu, baina horiek ez dira kasik erabiltzen datuen analisiaren testuinguruan.

Logikoa (`logical`)

Tipo logikoko datuek bi balizko balio dituzte `FALSE` (faltsua) eta `TRUE` (egiazkoa). R-k adierazpen logikoak ebaluatzean sortzen ditu balio horiek.

```
> x <- 5
> y <- x>10
> y
[1] FALSE
> y <- (x>1) & (x<20)
> y
[1] TRUE
```

Adierazpen logikoak sortzeko R-k ezagutzen dituen operadore logikoak taula honetan agertzen dira:

<table>
<tr><th colspan="2">Adierazpen logikoak</th></tr>
<tr><td><, <=</td><td>Txikiagoa baino; txikiagoa edo berdina</td></tr>
<tr><td>>, >=</td><td>Handiagoa baino; handiagoa edo berdina</td></tr>
<tr><td>= =</td><td>Berdina</td></tr>
<tr><td>!=</td><td>Ezberdina</td></tr>
<tr><td>Operadore logikoak</td><td></td></tr>
<tr><td>&</td><td>“eta”</td></tr>
<tr><td>|</td><td>“edo”</td></tr>
<tr><td>!</td><td>“ez”</td></tr>
</table>

11.1 taula. Adierazpen logikoak

Karakterea (`Character`)

Karaktere motako datuak beti komatxo artean idazten dira (“”)

```
> a <- "gaur"
> b <- "33"
> c <- "g"
> x <- 3
> is.character(a); is.character(b); is.character(c);is.character(x)
[1] TRUE
[1] TRUE
[1] TRUE
[1] FALSE
```

11.1.2 Egiturak

R-k erabiltzen dituen objektuak atributu desberdinak dituzte. Oso garrantzitsua da objektuen egitura edo atributuak ezagutzea; izan ere, horiek mugatzen dute R-ren lan egiteko modua. R-k egitura hauek bereizten ditu:

1. bektorea
2. faktorea
3. matrizea
4. array
5. datu-markoa
6. zerrenda
7. funtzioa

11.2 Bektorea

Bektorea R-k erabiltzen duen egiturarik sinpleena da. Bektorea dimentsio bakarreko objektua da, eta bektore baten elementuak tipo berdinekoak dira. Zenbaki bakar bat da bateko luzera duen bektorea. Bektore baten osagaiak zenbakizkoak, logikoak edo karaktere tipokoak izan daitezke. Zenbakizko bektoreak, bektore logikoak edo karaktere-bektoreak izan ditzakegu. Bektoreen adibideak dira:

```
> a <- c(2,4,6,7,8) # kateatzeaz sorturiko zenbakizko bektorea
> b <- a>5        # baldintza bat ebaluatu ondoren sorturiko bektore
logikoa
> c <- c(letters) # kateatzeaz sorturiko karakter-bektorea
> a
[1] 2 4 6 7 8
> b
[1] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
> c
 [1] "a" "b" "c" "d" "e" "f" "g" "h" "i" "j" "k" "l" "m" "n" "o" "p"
"q" "r" "s"
[20] "t" "u" "v" "w" "x" "y" "z"
```

Bektorearen modua eta horren luzera (`lenght`) dira bektorearen atributuak, eta bektorea osatzen duten datuen tipoak mugatzen du bektorearen modua, `mode()`.

```
> a <- c(2,4,6,7,8)
> is.vector(a)
[1] TRUE

> mode(a); length(a)
[1] "numeric"
[1] 5
```

11.2.1 Bektoreak sortzen

11.2.1.a Kateatzea

Bektoreak sortzeko kateatze-funtzioa erabil daiteke, `c` (kateatu). Funtzio horrek elementu sinpleak edo aurrez definituriko bektoreak lotzen ditu.

```
> x <- c(10,5,4,9)# bektore batean gordetzen ditu parentesia artean
dauden zenbakiak
> x
[1] 10 5 4 9
> GZ <- c("soziologia", "psikologia", "ekonomia")
> CC.SS
[1] "sociologia" "psikologia" "ekonomia"
> logico<-c(TRUE, TRUE, FALSE, FALSE, TRUE)
> logico
[1] TRUE TRUE FALSE FALSE TRUE
> y <- c(x, 0.78,x,x)
> y
[1] 10.00 5.00 4.00 9.00 0.78 10.00 5.00 4.00 9.00 10.00 5.00 4.00
9.00
```

11.2.1.b Segidak

Zenbaki-segiden bidez bektoreak sor daitezke. Segidak sortzeko modurik errazena “:” operadorea erabiltzea da:

```
> arte20 <- 1:20 #1-etik al 20-rako zenbaki-segida sortzen du
> arte20
 [1]1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
```

Segida beherakorra sortu nahi izanez gero `20:1` erabili beharko genuke. Funtzio horrek (`seq`) segidak sortzen ditu. Nahikoa da horretarako jatorri-balioa eta azken-balioa zehaztea, eta horien artean aplikatu nahi den gehikuntza aipatzea.

```
 a <- seq (from=-5, to=5, by=1.5)
 a
[1] -5.0 -3.5 -2.0 -0.5 1.0 2.5 4.0
 b <- seq(10,3,-2) # ez dira beherrakoak “from”,“to” edo “by” hitzak
 b
[1] 10 8 6 4
```

Funtzio honek, `rep()`, bektore bat errepikatzen du, horrek dituen elementuen kopurua edozein dela. Funtzioaren lehen argudioa bektorea da, eta bigarren argudioa bektorea zenbat aldiz errepikatuko den adierazten duen zenbakia.

```
> rep(2,3) # 2 zenbakia hirutan errepikatzen du
[1] 2 2 2
> rep(1:4,3) # 1-2-3-4 segida hiru aldiz errepikatzen du
 [1] 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4
```

Bigarren argudio gisa lehen argudioan aipaturiko bektorearen luzera berdineko bektorea erabil daiteke. Kasu honetan bigarren bektoreko elementu bakoitzak lehen bektoreko elementu bakoitza zenbatetan errepikatuko den adieraziko du.

```
> rep(1:3, c(3,2,3))# 1 hiru aldiz, 2 bi aldiz, 3 hiru aldiz
[1] 1 1 1 2 2 3 3 3
> rep(1:3,1:3) # 1 behin, 2 bitan, 3 hirutan
[1] 1 2 2 3 3 3
```

Bektorea karakterez osatuta badago, segidak `letter` edo `LETTER` funtzioen bidez sor daitezke. Bi funtzio horiek erromatar alfabetoaren 26 karaktereak sortzen dituzte; letra xehez (`letter`) edo larriz (`LETTER`).

```
> A <- c(LETTERS [15:5])
> A
 [1] "O" "N" "M" "L" "K" "J" "I" "H" "G" "F" "E"
> a <- c(letters [ 1:3])
> a
[1] "a" "b" "c"
> a1 <- rep(c(letters[1:3]),3)
> a1
[1] "a" "b" "c" "a" "b" "c" "a" "b" "c"
> a2 <- paste (a1, 1:9, sep="")
> a2
[1] "a1" "b2" "c3" "a4" "b5" "c6" "a7" "b8" "c9"
```

11.2.2 Bektoreak: eragiketak

Bektoreetan eginiko kalkulu matematikoak bektoreen elementu bakoitzean egiten dira. Izan bedi `x` bektorea. Demagun `x*x` eragiketak bektore berri bat sortzen duela eta horren elementuak x bektorearen elementu bakoitzaren karratuak direla.

```
> x <- c(3,4,5,1)
> x*x
[1] 9 16 25 1
> log(x)
[1] 1.098612 1.386294 1.609438 0.000000
> sqrt(x)+5
[1] 6.732051 7.000000 7.236068 6.000000
```

Adierazpen aljebraiko batean agertzen diren bektoreen luzerak desberdinak baldin badira, luzera txikieneko bektorea errepikatu egingo da luzera handienekoaren berdina izan arte. Horren kasurik sinpleena zenbaki batek eta bektore batek islatuko lukete. Zenbakia bektoreak duen elementu adina aldiz errepikatuko da.

```
> x <- c(3,4,5,1)
> y <- 3
> z <- x+y
> z
[1] 6 7 8 4

> x <- c(3,4,5,1)
> y <- c(1:5)
> z <- x+y
Warning message:
In x + y : longer object length is not a multiple of shorter object
length
> z
[1] 4 6 8 5 8
```

Azkeneko adibidean —artifiziala izan daitekeena— R-k abisu-mezua sortzen du (`Warning message`). Mezuaren edukiari ez ikusiarena posiblea bada ere, ohitura ona da behin hori agertu dela mezua sortu duen prozedura eta emaitzak berrikustea.

11.2.3 Bektoreak: funtzioak

Badira zenbait funtzio bektoreekin bereziki lan egiten dutenak eta oso erabilgarriak izan daitezkeenak. Taula honek erabilienak azaltzen ditu:

Funtzioa	Emaitza
`length()`	Bektorearen luzera
`sum()`	Bektorearen elementuen batura
`prod()`	Bektorearen elementuen biderkadura
`max()`	Bektorearen balio maximoa
`min()`	Bektorearen balio minimoa
`cumsum()`	Elementuen batura metatuen bektorea
`cumprod()`	Elementuen biderkadura metatuen bektorea
`diff()`	Elementuen arteko diferentzien bektorea
`abs (x)`	x-ko elementuen balio absolutuak
`sqrt(x)`	Elementuen erro karratua
`X^2`	x-ko elementuen berredura
`unique()`	Balio bakarren bektorea
`duplicated()`	Elementuak errepikaturik dauden agertzen duen bektore logikoa

11.2 taula. Bektoreen gaineko funtzioak.

Horietaz gain, badaude estatistika-funtzio bereziak ere:

Funtzioa	Emaitza
`median (x)`	x bektorearen mediana
`range (x)`	x bektorearen mediana
`Sd (x)`	x bektorearen desbideratze estandarra
`var()`	Elementuen bariantza
`mean()`	Elementuen batezbesteko aritmetikoa
`median()`	Elementuen mediana
`sd()`	Elementuen desbideratze estandarra
`var()`	Elementuen bariantza

11.3 taula. Estatistika-funtzioak.

```
> x <- c(1,3,5,2,2)
> length(x)
[1] 5
> sum(x)
[1] 13
> prod(x)
[1] 60
> max(x)
[1] 5
> min(x)
[1] 1
> cumsum(x); cumprod(x); mean(x); median(x); var(x); unique(x);
sort(x); rev(x)
[1] 1 4 9 11 13
[1] 1 3 15 30 60
[1] 2.6
[1] 2
[1] 2.3
[1] 1 3 5 2
[1] 1 2 2 3 5
[1] 2 2 5 3 1
diff(x)
[1] 2 2 -3 0
> diff(x, lag=3)# lag argudioak diferentziak kalkulatzeko tartea
zehazten du
[1] 1 -1
```

11.2.3.a Bektoreak ordenatzen

Funtzio honek, `sort()`, bektore baten elementuak goraka ordenatzen ditu.

```
> x
[1] 1 3 5 2 2
> sort(x)
[1] 1 2 2 3 5
```

Ordenazioa beheraka izango bada. erabili beharreko funtzioa hau da: `rev(sort(x))`.

```
> x
[1] 1 3 5 2 2
> rev(sort(x))
[1] 5 3 2 2 1
```

Funtzio honek, `order()`, bektore berri bat sortzen du, eta horren elementuak jatorrizko bektoreen elementuan gorakako (edo beherakako) ordena adierazten dute. `rank(x)` funtzioak bektorearen elementuen ordena bueltatzen du. Azken horrek, elementuen arteko berdintasunei eta faltako balioei buruzko erabakiak hartzea ahalbidetzen du `(first, random, max, min)`.

```
> x
[1] 1 3 5 2 2
> order(x)
[1] 1 4 5 2 3
> rank(x)
[1] 1.0 4.0 5.0 2.5 2.5
> rank (x, ties.method="max")
[1] 1 4 5 3 3
> rank (x, ties.method="min")
[1] 1 4 5 2 2
> rank (x, ties.method="random")
[1] 1 4 5 3 2
> rank (x, ties.method="first")
[1] 1 4 5 2 3
```

11.3 Faktorea

R-k aldagai kategorikoak gordetzeko erabiltzen duen modua faktorea da. Faktore batek aldagai kategoriko batek dituen mailak eta maila bakoitzean dagoen elementu kopurua gordetzen ditu. Adibidez, nortasun-galdesorta bati 1.269 subjektuk erantzun diote; horietatik 700 emakumezkoak dira eta 560 gizonezkoak dira. Informazio horrekin karaktere-bektorea sor daiteke:

```
> sexua <- c(rep("emakume", 700), rep("gizon", 569))
```

Bektore hori faktore bihur daiteke:

```
> sexua <- factor(sexua)
```

Faktoreak bektoreak gordetzeko behar duen tokia murrizten du. R-k `sexua` faktorea 1eko 569 balio eta 2ko 700 balio gisa gordetzen du. Balio horiek, 1 eta 2, edo balio horiei dagozkien etiketak `gizon/emakume` faktorearen mailak dira. Faktorearen mailak ordena alfanumerikoari jarraituz gordetzen dira; hau da, `emakumea`, `gizon`-mailaren aurretik. `levels()` aginduak faktore baten mailak eta horiek gordeta dauden ordena agerrarazten ditu.

```
> levels(Sexua)
[1] "emakume" "gizon"
```

Faktorearen mailen ordena garrantzizkoa da. Izan ere, ordenak mugatzen du faktorearen mailak tauletan edo grafikoetan zein tokitan agertuko diren. Ordena jakin bat zehazteko erabili beharreko agindua da: `relevel()`.

```
> sexua <- relevel(Sexua, ref="gizon")
> levels(sexua)
[1] "gizon" "emakume"
```

Edo bestela:

```
> sexua <- factor(sexua, levels=c("gizon", "emakume")
> levels(sexua)
[1] "gizon" "emakume"
```

11.3.1 Faktoreak sortzen

Jarraitua den edozein aldagai kategorizatuz hori faktore bihurtu daiteke. Emaitza hori lortzeko erabili behar den komandoa da, `cut`. Argudio bezala mailak definituko dituzten tarteak zehaztu daitezke; horretarako `breaks` da aukera.

```
> x <- 1:15
> x
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
> y <- cut(x, breaks=c(0,5,10,15))
> y
 [1] (0,5]  (0,5]  (0,5]  (0,5]  (0,5]  (5,10] (5,10] (5,10] (5,10]
(5,10] (10,15] (10,15] (10,15] (10,15] (10,15]
Levels: (0,5] (5,10] (10,15]
```

11.3.2 Faktoreak: eragiketak

Faktoreak erabiliz operaziorik ohikoena maiztasun-taulak sortzea da. Horretarako `table()` oso komando garrantzizkoa da.

```
> table(y)
y
 (0,5] (5,10] (10,15]
   5     5     5

> table(sexua)
sexua
 emakume gizon
  700  569
```

11.4 Matrizea

Matrizea objektu-klase bat da (*class*), bi dimensio ditu, errenkadak eta zutabeak, eta tipo berdineko elementuz osaturik dago. Errenkadak eta zutabeak mugatzen dute matrizearen dimentsioa (`dim`). Dimentsioa matrizearen atributua da. Matrize baten elementuak zenbakizkoak, logikoak edo karaktereak izan daitezke, eta horiek mugatzen dute matrizearen modua (`mode`). Matrizea, azken buru, bektorearen orokortze bidimentisonala da.

```
> a
   [,1] [,2] [,3]
[1,]   1   4   7
[2,]   2   5   8
[3,]   3   6   9
> attributes (a)
$dim
[1] 3 3
> class(a)
[1] "matrix"
> mode(a)
[1] “numeric”
```

11.4.1 Matrizeak sortzen

`R`-k zenbait bide eskaintzen ditu matrizeak sortzeko.

a.- `dim()`

b.- `matrix()`

c.- bektoreak edo matrizeak kateatuz

a.- `dim`

`dim` funtzioa aurrez existitzen den bektore bati aplikatuz bektorea matrize bihurtzen da. Matrize berriaren errenkada eta zutabe kopuruak bi elementuz osaturiko bektore baten bidez zehaztuko dira: `c(lerroak, zutabeak)`.

```
> x <- 1:8
> dim (x) <- c(2,4)# x bektorea 2×4 matrizea bihurtzen du
> x
   [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   3   5   7
[2,]  2   4   6   8
```

b.- `matrix`

`matrix` funtzioak bektore batetik abiatuz matrizeak sortzen ditu. Horretarako nahikoa da zehaztea errenkaden eta zutabeen kopurua eta matrizea osatzeko erabiliko den ordena, errenkadaz errenkada (`byrow=T`) edo zutabez zutabe (`byrow=F`).

```
> x <- matrix(1:8,2,4,byrow=F)# 2 lerro eta 4 zutabe; zutabez-zuteba
sortuko da
> x
   [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   3   5   7
[2,]  2   4   6   8

x<-matrix(1:8,2,4,byrow=T)# lerroz-lerro osatuko du matrizea
> x
   [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   2   3   4
[2,]  5   6   7   8
```

c.- Kateatzea

Matrize bat sortzeko aurrez definituriko bektoreak edo matrizeak lotu daitezke. `cbind` funtzioak bektoreak edo matrizeak zutabez zutabe lotuko ditu, eta `rbind`-ek berriz bektoreak edo matrizeak lerroka elkartuko ditu.

```
> cbind (c(1,2,3),c(4,5,6))
     [,1] [,2]
[1,]    1    4
[2,]    2    5
[3,]    3    6
> rbind (c(1,2,3),c(4,5,6))
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    2    3
[2,]    4    5    6
```

11.4.2 Matrizeak: eragiketak

Matrizeak, bektoreen orokortzeak direnez, bektoreekin egin daitezkeen eragiketa guztiak egin daitezke matrizeekin. Matrizeekin eginiko eragiketak matrizearen elementuekin egiten dira.

```
> x <- matrix(1:9,ncol=3)
> y <- c(5:7)
> x
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    4    7
[2,]    2    5    8
[3,]    3    6    9
> y
[1] 5 6 7
> x+5
     [,1] [,2] [,3]
```

```
[1,]   6   9  12
[2,]   7  10  13
[3,]   8  11  14
> x+y
   [,1] [,2] [,3]
[1,]   6   9  12
[2,]   8  11  14
[3,]  10  13  16
> x*x
   [,1] [,2] [,3]
[1,]   1  16  49
[2,]   4  25  64
[3,]   9  36  81
```

Azkeneko adibidean ikusten den moduan, x*x biderketaren emaitza matrize berri bat da, eta matrize horren elementuak jatorrizkoaren elementu bakoitzaren berredurak dira. Emaitza ez da matrizeen aljebra aplikatuz lortuko genukeen emaitza!

11.4.3 Matrizeak: funtzioak

Matrize-kalkulua egiteko `R`-k baditu zenbait funtzio berezi. Adibidez, matrizeak biderkatzeko erabili beharreko funtzioa da: `%*%`.

```
> x%*%x
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  30  66 102
[2,]  36  81 126
[3,]  42  96 150
Matrizea bere irauliarekin biderkatzeko: x%*% t(x)
> x%*% t(x)
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  66  78  90
[2,]  78  93 108
[3,]  90 108 126
```

Taula honek matrizeekin lan egiteko R-k dituen funtzio garrantzizkoenak azaltzen ditu:

Funtzioa	Emaitza
`chol(x)`	Cholesky deskonposaketa
`col(x)`	Matrize bat x matrizearen zutabeekin
`diag(x)`	X matrizearen diagonaleko elementuak
`eigen(x)`	x-en eigenvalueak
`ncol(x)`	Matrizearen zutabe kopurua
`nrow(x)`	Matrizearen errenkada kopurua
`qr(x)`	Matrizearen deskonposaketa
`row(x)`	Matrizea x matrizearen lerroekin
`solve(x)`	x-ren alderantzizkoa
`svd(x)`	Balio singularrak
`T(x)`	Matrizearen iraulia
`var(x)`	Bariantza-kobariantza matrizea
`cor(x)`	Korrelazio-matrizea

11.4 taula. Kalkulu matriziala.

Matrize-kalkuluez gain, zenbait funtzio berezi aplika daitezke matrizearen lerro edo zutabe-gainean. Horien artean:

Funtzioa	Emaitza
`colSums (x)`	Zutabeen elementuen batura
`rowSums (x)`	Errenkaden elementuen batura
`colMeans (x)`	Zutabe bakoitzaren batezbesteko aritmetikoa
`rowMeans (x)`	Errenkaden bakoitzaren batezbesteko aritmetikoa

11.5 taula. Matrizeen errenkada/zutabeentzako funtzioak.

```
> x <- cbind(col1 = 3, x2 = 1:8)
> x
     col1 x2
[1,]    3  1
[2,]    3  2
[3,]    3  3
[4,]    3  4
[5,]    3  5
[6,]    3  6
[7,]    3  7
[8,]    3  8
> rowSums(x); colSums(x)
[1]  4  5  6  7  8  9 10 11
col1   x2
 24   36
```

`colSums` (`rowSums`) funtzioa balio bat zenbat aldiz agertzen den jakiteko erabil daiteke, edo datuek zenbatetan betetzen duten baldintza bat jakiteko.

```
> colSums(x==3)
col1   x2
   8    1
> colSums (x>4)
col1   x2
   0    4
```

11.5 Array

Matrizeak bektoreen orokortzeak badira, `array`-ak matrizeen dimentsio anitzeko orokortzeak dira. `Array`-en elementuak mota berdinekoak dira guztiak (zenbakiak, karaktereak, logikoak) eta `array` batek hiru dimentsio baino gehiago izan ditzake. `Array`-ak sortzeko erabil daitezkeen prozedurak matrizeak sortzeko erabil daitezkeen berdinak dira.

Adibide honetan, `x` izeneko `array`-a sortzen dugu, 2×3×2 (2 errenkada, 3 zutabe, 2 maila). Elementu guztiak 0 dira. `Array`-aren atributuak `array`–aren dimentsioek mugatzen dituzte.

```
> x <- array(0,c(2,3,2))
> x
, , 1
   [,1] [,2] [,3]
[1,]   0   0   0
[2,]   0   0   0
, , 2
   [,1] [,2] [,3]
[1,]   0   0   0
[2,]   0   0   0
> attributes (x); mode (x); class(x)
$dim
[1] 2 3 2
[1] "numeric"
[1] "array"
```

11.6 Datu-markoa

Datu-markoa (`data-frame`) `R`-ren egiturarik ohikoena da. Matrize baten orokortzea dela jo badaiteke ere, badu matrizeengandik bereizten duen zerbait. Izan ere, hainbat modutako elementuak gorde ditzake datu-markoak. Hau da, zutabe bat karaktere-bektorea izan daiteke, eta beste zutabe bat zenbakizkoa izan daiteke. Datu-markoa estatistikarako softwarea erabiltzen duenak ezagutzen duen "datu-matrizea"ren antzekoa da; lerroek kasuak adierazten dituzte, eta zutabeak, berriz, aldagaiak dira. Aldagaiak hainbat motatakoak izan daitezke, baina aldagai bati dagozkion datuak modu berdinekoak dira.

Datu-markoak aldagaientzako edo zutabeentzako izenak (`names`) dituzte (edo izan ditzakete), eta lerro bakoitzarentzako ere (`row.names`). Matrizearen eta datu-markoaren arteko aldeak azaltzeko pentsa dezagun hiru bektore ditugula (`x`, `y` eta `z`) eta horien edukiak, hurrenez hurren, zenbakizkoa, zenbakizkoa eta karaktere motakoak direla. Horiek elkartuz matrize bat sortuz gero (`cbind` aginduaren bitartez), matrizearen modua karakterea izango litzateke. Zutabe bakoitzaren jatorrizko modua mantentzeko datu-markoa sortu behar da; horretarako agindua `data.frame` da.

```
> x <- 1:10; y <- round (rnorm(10, 5,2),0); z <- letters [10:1]
> z
 [1] "j" "i" "h" "g" "f" "e" "d" "c" "b" "a"
> elkar <- cbind (x,y,z)
> elkar
   x   y   z
 [1,] "1" "8" "j"
 [2,] "2" "2" "i"
 [3,] "3" "0" "h"
 [4,] "4" "2" "g"
 [5,] "5" "4" "f"
 [6,] "6" "5" "e"
 [7,] "7" "5" "d"
 [8,] "8" "6" "c"
 [9,] "9" "5" "b"
[10,] "10" "6" "a"
> class(elkar)
[1] "matrix"
> mode(elkar)
[1] "character"
> ongi <- data.frame(x,y,z)
> ongi
  x y z
1   1 8 j
2   2 2 i
3   3 0 h
4   4 2 g
5   5 4 f
6   6 5 e
7   7 5 d
8   8 6 c
9   9 5 b
10 10 6 a
> attributes(ongi)
$names
[1] "x" "y" "z"

$row.names
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$class
[1] "data.frame"
```

Bektore bakoitzaren jatorrizko izaera mantentzeko modu bakarra datu-markoa da. `data.frame` funtzioak hiru bektoreak lotzen ditu, eta egitura berri bat sortzen du. Egitura berri horrek aldagaien izenak eta kasuen izenak gordetzen ditu. Izen horiek ikustatzeko `names()` eta `row.names()` funtzioak erabiltzen dira.

11.6.1 Datu-markoak sortzen

Hiru prozedura nagusi daude datu-markoak sortzeko:

a.- Datu-fitxategia inportatu (aurrerago ikusiko dugu).
b.- `data.frame` funtzioa erabili.
c.- `as.data.frame` funtzioa erabili. Horrek edozein objektu datu-marko bihurtzen du. Adibidez, matrize bat datu-marko bihurtzeko hau egin beharko genuke:

```
x <- as.data.frame(x)
```

```
> x <- matrix(1:9,3,3)
> x
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  1   4   7
[2,]  2   5   8
[3,]  3   6   9
> x <- as.data.frame(x)
> x
 V1 V2 V3
1 1 4 7
2 2 5 8
3 3 6 9
```

Adibidean ikusten den bezala, `R`-k V1, V2 eta V3 izenak ematen dizkie zutabeei; izen horiek aldatu nahi izanez gero, `names` (`names`, `row.names`) erabiliko da:

```
> names(x)<-c("Soziologia", "Psikologia", "Zuzenbidea")
> row.names(x)<-c("Jon", "Maria", "Martin")
> x
   Soziologia Psikologia Zuzenbidea
Jon       1      4     7
Maria      2      5     8
Martin      3      6     9
>
```

Liburuan zehar adibide moduan agertu diren datuak datu-markoak dira. `Edi.data` `datu-marko` klaseko objektua da. Hori osatzen duten aldagaien izenak, errenkada kopurua edo zutabe kopurua ikustatzeko funtzio hauek erabil daitezke: `names()`, `ncol`(), `nrow`().

```
> names(Edi.data)
 [1] "ADINA"   "SEXUA"   "PISUA"   "ALTUERA" "OD_1"   "OD_2"   "OD_3"   "OD_4"
 [9] "OD_5"   "OD_6"   "OD_7"   "IC_1"   "IC_2"   "IC_3"   "IC_4"   "IC_5"
[17] "IC_6"   "IC_7"   "IC_8"   "IC_9"   "IC_10"  "PERPROP" "BA"    "B"
[25]"RecIC_1" "RecIC_2" "RecIC_6" "RecIC_7" "RecIC_9" "RecIC_3" "RecIC_4" RecIC_5"
[33] "RecIC_8" "RecIC_10" "IC"   "Behe"   "Goi"   "RecOD_2" "RecOD_3" "RecOD_4"
[41] "RecOD_5" "RecOD_6" "RecOD_7" "RecOD_1" "Z.IC"   "T.IC"
```

11.6.2 Errenkadak/Zutabeak gehitzen

Datu-marko bati zutabe bat gehitzeko `cbind` agindua erabil daiteke. `Edi.data` datu-markoari errendimenduarekin loturiko aldagai bat eransteko `cbind` agindua erabiliz, honela jokatuko genuke errendimendu-bektorea (`errendi`) gehitzeko:

```
Edi.data <- cbind(Edi.data, Errendimendua=errendi)
```

Berdintasun-sinboloaren ezkerraldean datu-marko berriko (`Edi.data`) aldagaiaren izena jartzen da. Eskuineko aldean, datu-marko berrian sartuko den bektorearen izena. Datu-marko bati beste datu-marko baten errenkadak gehitzeko `rbind` agindua erabiltzen da. Agindu horretan sortzen ari den egitura berriaren izena eta bi datu-markoek komunean dituzten aldagaiak zehaztuko dira.

```
Berria <- rbind( data.frame1[, c("",""")],data.frame2[, c("","")])
```

Datu-marko baten lehenengo kasuak bistaratzeko, `head`() agindua erabiltzen da, eta datu-markoa osatzen duten aldagaien laburpen azkar bat lortzeko `summary()` erabiltzen da.

11.7 Zerrenda

Zerrenda (`list`) izaera desberdineko elementuen bilduma ordenatua da. Zerrenda batek beste zerrenda bat (edo gehiago) izan dezake barnean. `R`-k zerrendak erabiltzen ditu funtzio estatistikoen irteerak gordetzeko. Gehienetan, parametroen zenbatespenak, hondakinak, doitasun-indizeak... osatzen dute zerrenda.

11.7.1 Zerrendak sortzen

Komando berezi bat dago zerrendak sortzeko: `list.` Zerrendaren elementuen osagaiak `list` funtzioaren argudioaren bitartez zehaztu daitezke, horretarako = karakterea erabiltzen da.

```
> x <- 1:7
> y <- c("Ane", "Ines", "Jon", "Pello", "Erramun")
> z <- list(segida=x, izenak=y)
> z
$segida
[1] 1 2 3 4 5 6 7

$izenak
[1] "Ane"  "Ines" "Jon"  "Pello" "Erramun"
```

`names` funtzioa erabiliz osagaien izenak ikus eta aldagaien etiketak alda daitezke.

```
> names(z)
[1] "segida" "izenak"
> names(z)<-c("zenbakiak", "pertsonak")
> names(z)
[1] "zenbakiak" "pertsonak"
>
```

Zerrenda bati elementu berriak gehitzeko, kortxete bikoitza, `[[ ]]`, edo dolarraren sinboloa (`$`) erabiltzen dira:

```
> z[[3]] <- 20:17
> z$kaixo <-"nola zaudete"
> z
$números
[1] 1 2 3 4 5 6 7
$personas
[1] "Ane"  "Ines" "Jon"  "Pello" "Erramun"
[[3]]
[1] 20 19 18 17
$kaixo
[1] "nola zaudete"
```

11.8 Datuak manipulatzen

11.8.1 Elementuak askatu eta elementuak eraldatu

Sortutako datu-egiturak manipulatzeko `R`-k eskaintzen duen malgutasuna izugarri zabala da. `R`-k ahalbidetzen du edozein egituraren elementu bat hautatzea eta elementu horretan eragitea. Kasurik sinpleena `x` bektorearen elementu bat askatzea da. Horretarako kortxete artean zehaztuko da askatu nahi den elementuak bektorean duen tokia. Adibidez, `x[3]`.

```
> x <- c(seq(1, 9, by = 2))
> x
[1] 1 3 5 7 9
> x[3]
[1] 5
```

Matrize baten kasuan, matrizeek bi dimentsio dituztenez, elementu bat askatzeko errenkadaren azpiindizearekin batera zutabeari dagokion azpiindizea ere zehaztu beharko litzateke. Matrize jakin bateko (`x`) bigarren errenkadako lehen zutabean dagoen elementua askatzeko agindua `x[2,1]` da.

```
> x <- matrix(1:9,3,3)
> x
     [,1] [,2] [,3]
[1,]   1   4   7
[2,]   2   5   8
[3,]   3   6   9
> x[2,1]
[1] 2
```

11.8.1.a Bektoreak

Bektoreak maneiatzeko kokatze-azpiindizeak lau modutan erabil daitezke:

1.- Zenbaki naturalez osaturiko bektorea. Elementu bakoitzak askatu beharreko elementuen kokapena zehazten du.

```
> x
[1] 1 3 5 7 9
> x[1:3]
[1] 1 3 5
> x[c(4,2,4)]
[1] 7 3 7
```

2.- Jatorrizko bektoreak duen luzera berdineko bektore logiko bat, baldintza baten ebaluazioaren ondorioz sortua.

```
> x
[1] 1 3 5 7 9
> y <- x>6
> y
[1] FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE
> x[y]
[1] 7 9
Edo zuzenean
> x[x>6]
[1] 7 9
```

3.- Zenbaki natural negatiboen bektorea. Indexatze modu horren bidez jatorrizko bektoreko elementu guztiak hautatzen dira, balio negatiboekin zehazturikoak ezik.

```
> x
[1] 1 3 5 2 2
> x[-(1:3)]
[1] 2 2
```

4.- Baldintza jakin bat betetzen duten elementuak askatu.

Askotan komenigarria izaten da bektore batetik baldintza jakin bat betetzen duten elementuen kokapena jakitea. Horretarako `R`-k duen funtzioa da: `which(condition)`

```
a <- 1:19
> a
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
> which (a>15)
[1] 16 17 18 19
a <-c (1,3,5,6,7,9,2)
> which (a==2)
[1] 7
```

Baldintza zehatz bat betetzen duten elementuak eraldatzeko, esleipen-araua modu honetan erabil daiteke:

```
> x[x>6] <- 2
> x
[1] 1 3 5 2 2
```

11.8.1.b Matrizeak

Matrize baten elementuak edo elementu multzoak hautatzeko kokapen-azpiindizeak erabil daitezke. Matrize-objektuentzako indexazioak oro har hiru modu hartzen ditu:

a.- Azpiindize bikotea (`errenkada, zutabea`).
`errenkada` bektorea da, eta bektore horrek hautatu nahi den edo diren errenkada(k) zehazten d(it)u. `zutabea`-k, berriz, hautatu nahi d(ir)en zutabea(k) adierazten d(it)u. Bi balio horiek bateko luzera duten bektoreak izan daitezke, balio negatiboak dituzten bektoreak izan daitezke, edo posible da horiek ez zehaztea.

```
> x <- matrix(1:36, nrow=6)
> x
   [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]  1   7  13  19  25  31
[2,]  2   8  14  20  26  32
[3,]  3   9  15  21  27  33
[4,]  4  10  16  22  28  34
[5,]  5  11  17  23  29  35
[6,]  6  12  18  24  30  36
> x[4,5] # 4. errenkadan eta 5. zutabean dagoena
[1] 28
> x[4,] # 4. errenkadako elementu guztiak
[1] 4 10 16 22 28 34
> x[,5] # 5. zutabe osoa
[1] 25 26 27 28 29 30
x[4, c(3:5)] # 4. errenkada 3-4-5-zutabeko elementuak
[1] 16 22 28
> x[-1,-3] # matrizea sortzen du 1. errenkada eta 3. zutabea
ezabatuz
   [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
```

```
[1,]  2  8  20  26  32
[2,]  3  9  21  27  33
[3,]  4  10  22  28  34
[4,]  5  11  23  29  35
[5,]  6  12  24  30  36
>
```

b.- Jatorrizko matrizeak duen dimentsio berdineko matrize logikoa

```
> y <- x>15
> y
   [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,] FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
[2,] FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
[3,] FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
[4,] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE
[5,] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE
[6,] FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE TRUE
> x[y]
 [1] 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36
```

Kasu honetan `x[y]` bektorea da.

c.- Bi zutabeko matrizea

Matrize honetako lerro bakoitzak jatorrizko matrizearen elementu bat hautatzen du. Emaitza, hauturiko elementuak dituen bektorea da.

```
> r
   [,1] [,2]
[1,]  1  3
[2,]  2  1
[3,]  3  2
> x[r]
[1] 13 2 9
```

11.8.1.c Datu-markoa

Datu-markoa matrizearen orokortzea denez, matrizeekin erabil daitezkeen prozedura berdinak erabil daitezke, datu-markoko elementuak hautatzeko.
Horietaz gain dolar sinboloa erabil daiteke (`$; datu-markoa$aldagaiaren izena`) edo kortxeteak. Azkeneko hori erabiltzekotan hautatu nahi den aldagaiaren izena komatxoen artean adieraziko da. Kortxeteak erabiliz bektoreak edo datu-markoak sor daitezke. Kortxete bikoitza erabiliz zutabe bat hautatzen bada, `[[ ]]`, emaitza bektorea da. Aitzitik, kortxete sinplea erabiliz, `[]`, datu-markoa sortuko da. Azkeneko modu hori erabiliz zutabe bat baino gehiago hauta daitezke.

```
Edi.data$Sexua
Edi.data[["Sexua"]]
Edi.data[c(“Sexua”, “Altuera”)]
```

Baldintza jakin bat betetzen duen elementu multzo bat hautatzeko erabili behar den funtzioa `subset` da. Adibide honetan, 175 cm baino altuera handiagoa duten emakumeak hautatzen dira, eta elementu horiekin datu-marko berria sortzen da (`emakume.garaia`). Datu-marko horretan jatorrizko datu-markoko aldagai guztiak sartu nahi ez ditugunez, beharrezkoak bakarrik hautatzen ditugu (`Pisua` eta `Adina`)

```
emakume.garaia <- subset (Edi.data, Sexua=="M" & Altuera>175,
select=c(Pisua, Adina))
> emakume.garaia
  Pisua Adina
20  72.0  36
28  74.0  19
34  71.0  23
43  62.0  19
49  65.0  22
51  62.6  22
53  62.0  21
57  65.0  20
67  62.0  20
78  58.0  21
91  57.0  21
99  62.0  20
```

Badago, ordea, datu-marko bateko elementuekin lan egiteko modu sinpleagoa: `attach()` funtzioa erabiltzea. Behin `attach` exekutatuta, nahikoa da datu-markoaren aldagaien izenak zuzenean zehaztea jatorrizko datu-markoa aipatu gabe; izan ere, `attach`-ek `R`-k erabilitako bilatze-bidea gehitzen dio aldagai bakoitzari. Komando honen ondoren datu-markoan egiten diren eraldaketek ez diote jatorrizko datu-markoari eragiten. Helburua jatorrizko datu-markoa eraldatzea baldin bada eta `attach` exekutaturik baldin badago, beharrezkoa izango da agindu hori desaktibatzea; horretarako, `detach()` funtzioa dugu.

11.8.2 Karaktereak

`R`-k hainbat funtzio ditu karaktereak manipulatzeko. Horien artean behar bada erabilienetakoak `nchar()`, `substring()`, `paste()` eta `sep()` izan daitezke. `nchar()`-ek karaktere-objektuaren luzera bueltatzen du; `substring ()`-ek karaktere-objektutik azpikateak askatzen edo eraldatzen ditu.

```
kaixo<- "kaixo lagun"
> kaixo
[1] "kaixo lagun"
> nchar (kaixo)
[1] 11
> substring(kaixo, 2,6)
[1] "aixo"
> substring("abcdef", 2,3)
[1] "bc"
> substring("abcdef",1:6,1:6)
[1] "a" "b" "c" "d" "e" "f"
```

`paste()` funtzioa oso baliagarria da, bi karaktere-objektu edo gehiago lotzeko.

```
> paste("kodigoa", 1:5, sep=".")
[1] "kodigoa.1" "kodigoa.2" "kodigoa.3" "kodiagoa.4" "kodiagoa.5"
```

`sep` argudioak bi karaktere-objekturen artean txertatu nahi den edukia zehazten du. Inongo edukirik txertatu nahi ez denean, `sep=""` erabiliko da.

11.8.3 Zorizko segidak sortuz

`R`-k zorizko datu-laginak sortzen ditu, eta horretarako hainbat probabilitate funtzio ditu. Horietako zenbait azaltzen ditu taula honek

Banaketa	Izena
Beta	`beta`
Binomiala	`binom`
Cauchy	`cauchy`
Chi karratua	`chisq`
Exponentziala	`Exp`
F	`F`
Gamma	`gamma`
Geometrikoa	`geom`
Hipergeometrikoa	`hyper`
Log-normala	`lnorm`
Logistikoa	`logis`
Binomial negatiboa	`nbinom`
Normala	`norm`
Poisson	`pois`
T	`t`
Uniformea	`unif`

11.6 taula. Probabilitate-banaketak.

```
runif(n=5) ##banaketa uniformea
[1] 0.6840801 0.4979612 0.7414479 0.1982571 0.6043425
 rnorm(6, mean=100, sd=16) ##banaketa normala (100,16)
[1] 149.22373 132.29457 72.36972 67.18555 101.53432 77.53341
```

Populazio batetik laginak sortzeko `R`-k duen funtzioa `sample` da. `Sample`-k `x` bektoretik luzera jakin bateko zorizko segida sortzen du. Gehiago zehaztu ezean, `x`-ren elementuen zorizko permutazioa sortzen du. Lehenetsitako aukerak laginketa ordezkapenik gabe egiten du, eta laginaren tamaina hori sortua dagoen objektuaren tamaina da.

```
> x <- 1:10
> sample(x)
 [1] 10 9 8 3 7 2 6 1 5 4
> sample(x, 3) #3 tamainako lagina
[1] 8 1 9
> sample (x,4, replace=TRUE)
[1] 4 7 10 7
>sample(a, 2*length(x), replace=TRUE)
 [1] 3 1 8 9 10 9 9 3 1 5 6 10 9 8 2 3 1 1 6 3
```

11.8.3.a Banaketa normalak

Ikuspuntu estatistiko matematiko batetik banaketa normalak dira interesgarrienak. Hori dela eta, tartetxo hau eskainiko diegu. Interesgarriak dira, ez bakarrik bizitzako fenomeno asko banaketa normalari atxikitzen zaizkiolako, baizik eta gehien erabiltzen diren estatistika-proben aplikazioak aldagaien banaketa normalean sustaturik daudelako. Banaketa hori, normala, kanpai-itxurako kurba simetriko batez islatzen da.

Kurba normala (eta edozein kurba edo probabilitate-funtzioa) histograma baten modura irudika daiteke, non hori osatzen duten errektangeluen zabalera mugarik gabe murrizten baita. Matematikoki kurbaren adierazpena honela ematen da:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma^2}\right]}$$

Hor μ banaketaren batezbesteko aritmetikoa da, eta

σ, banaketaren desbideratze-estandarra.

Banaketa normalaren familiako edozein kurba zehazten dute horren batezbesteko aritmetikoak eta desbideratze estandarrak.

Ezaugarriak

Banaketa normalak asintotikoak dira; hau da, ez dute mugarik ez ezkerraldetik ez eskuinaldetik (ibilbidea $-\infty$ $+\infty$ da). Kurba normala eredu matematiko bat da; horregatik, idealizazioa da. Datu enpirikoen banaketek, noski, balio minimoak eta maximoak dituzte.

Banaketa normalaren bi puntuen artean bi lerro bertikal marraztuz gero, kurbak eta bi lerroek mugatzen duen azalerak islatzen du banaketa horretako elementuren batek aldagaiaren bi balioen artean egoteko dagoen probabilitatea. Kurbaren azpiko azalera guztiak 1eko balioa du (gertaera seguruaren probabilitatea). Datu-lagin zehatz batez arituz gero, azalera modu honetan interpreta daiteke: kasu guztietatik bi balioen artean dauden datuen portzentajea.

Nahiz kurba normal asko dagoen, guztiek zenbait ezaugarri dituzte komunean:

- Behaketa guztien % 68 dago batezbesteko aritmetikotik desbideratze estandar bat gorago eta desbideratze estandar bat beherago.
- Behaketa guztien % 95 dago batezbesteko aritmetikotik bi desbideratze estandar gorago eta bi desbideratze estandar beherago.
- Behaketa guztien % 99,7 dago batezbesteko aritmetikotik bi desbideratze estandar gorago eta bi desbideratze estandar beherago.

Oro har, azalera (probabilitate edo kasuen portzentajeak) erlatiboak (posizio erlatibo berdinean dauden bi punturen artean) kurba normalaren azpian berdinak dira.

Banaketa normal estandarra

Banaketa normal guztiak berdinak dira, baldin eta horien batezbesteko aritmetikoarekiko (μ) desbideratze-estandarrak (σ) neurketa-unitatetzat hartzen baditugu. Banaketa jakin baten jatorrizko balioak (x) estandarizatu (z) nahi izanez gero, honako hau erabili beharko genuke:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Hor, x, jatorrizko balioa da;

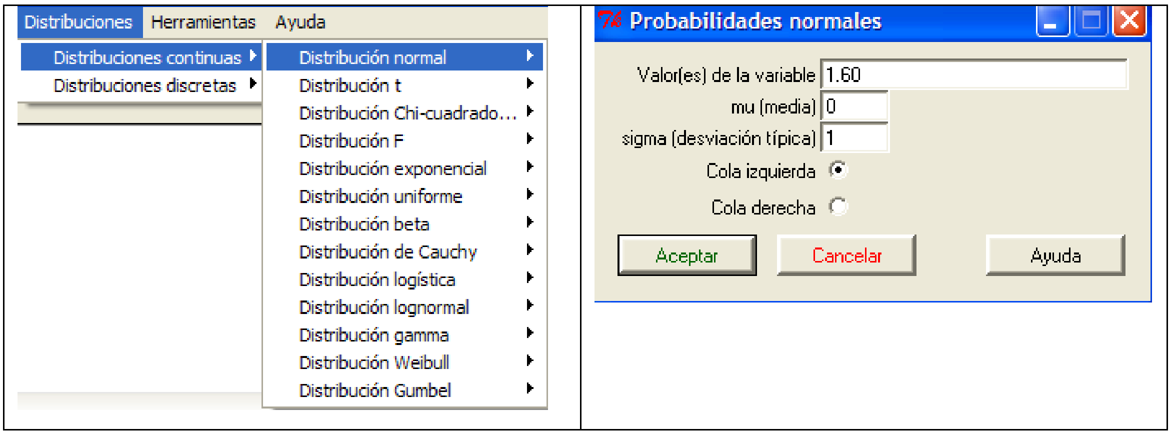
μ, banaketaren batezbestekoa, eta

σ, banaketaren desbideratze-estandarra.

Aldagai berriak (z) banaketa normalari jarraitzen dio. Banaketa berria banaketa normal estandarra da, eta horren batezbestekoa eta desbideratze estandarra, hurrenez hurren, 0 eta 1 dira; N(0,1). Z-k esaten digu balio jakin bat batezbestekotik zenbat desbideratze estandarretara dagoen.

Banaketa normal estandarrerako taulak daude. Taula horiek erabiliz balio batek kurbaren azpian zer azalera mugatzen duen jakin daiteke. Baina, noski, R edo Rcommander erabiltzen badira ez da horrelako taularik behar. Izan ere, modu azkar eta zehatzean aurki daitezke balio horiek, eta inongo mugarik gabe gainera.

Adibidez, eman dezagun banaketa normal estandarrean (N(0,1)) 1,60 puntuk azpitik duen azalera zein den jakin nahi dugula. Distribuciones continuas aukera hautatuz, Distribuciones menuaren barnean leiho bat irekitzen da. Leiho horretan Rcommander-ek dituen banaketak agertzen dira.



11.1 irudia. Rcommander. Banaketak.

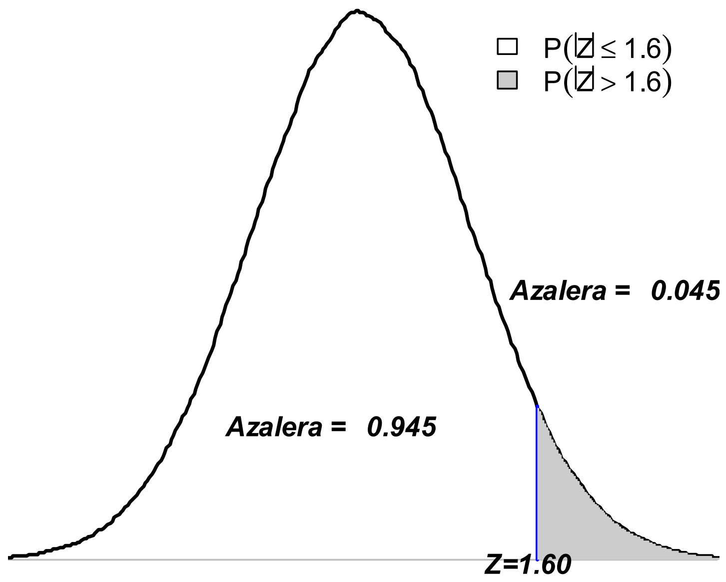
Leihoan, `Valores de la variable` laukitxoan 1.60 idatziko da (kontuz; puntua erabili behar da hamarrekoak adierazteko), eta `Cola izquierda` hautatu. Emaitzen leihoan agertuko da emaitza; 1.60 balioak kurba normalen azpian duen azalera 0,9452007 da. `cola derecha` aukera hautatuz gero, 0,05479929 balioa ematen zaigu; kantitate hori aurrekoari batuz 1 lortzen da, hau da, kurbaren azpiko azalera osoa.

```
pnorm(1.60, lower.tail=TRUE)
[1] 0.9452007
pnorm(1.60, lower.tail=FALSE)
[1] 0.05479929
```

Aurreko elkarrizketa-taula erabiliz puntu guztiei loturiko balioak lor daitezke; Horretarako nahikoa da interesatzen zaizkigun puntuak koma batez banaturik idaztea, `Valor(es) de la variable` leihoan.

```
pnorm(c(-1.6,-1,0,1,1.60), lower.tail=FALSE)
[1] 0.94520071 0.84134475 0.50000000 0.15865525 0.05479929

 pnorm(c(-1.6,-1,0,1,1.60), lower.tail=TRUE)
[1] 0.05479929 0.15865525 0.50000000 0.84134475 0.94520071
```

Familia normalaren edozein banaketarentzat lor daitezke azalerak; nahikoa da dagozkien batezbestekoa eta desbideratze tipikoa zehaztea. Irudi honetan aipaturiko azalerak islatu dira:



$$Z = \frac{X_1 - \mu}{\sigma}$$

11.2 irudia. Banaketa normala. Dentsitatea.

`R`-k banaketa normalarekin lan egiteko agindu batzuk ditu, hala nola, `dnorm`, `rnomr`, `pnorm` eta `qnorm`. `dnorm`-ek dentsitatea ematen du; `pnorm`-ek, banaketa-funtzioa; `qnorm`-ek, funtzio kuantila, eta `rnorm`-ek, zehaztutako banaketari doitzen zaizkion balioak.

- *Dentsitatea* (`f(x) = P(X=x)`). Balio jakin batentzat probabilitatea (dentsitatea) adierazten du. `dnorm(x, mean = 0, sd = 1)`. Batezbestekoa (`mean`) eta desbideratze estandarra (`sd`) zehaztu ezean, `R`-k (0,1) balioak lehenesten ditu.
- *Banaketa metatua.* (`F(x) = Px(X≤x)`). Balio baten azpitik dagoen azalera lortzeko erabiltzen da. `pnorm(q, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE)`. Batezbestekoa (`mean`) eta desbideratze estandarra (`sd`) zehaztu ezean, `R`-k (0,1) balioak lehenesten ditu. Balioaren gainetik dagoen azalera nahi izanez gero, `lower.tail=FALSE` zehaztu beharko genuke.

- *Kuantilak.* (`P(X<=x_alpha)=alpha`). Funtzio metatuaren aurkakoa. `qnorm(p, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE).`
- Zorizko zenbakiak sortzeko: `rnorm(n, mean = 0, sd = 1).` Sortu nahi diren elementu kopurua zehaztu ondoren (`n`), desiraturiko banaketaren batezbestekoa (`mean`) eta desbideratze estandarra (`sd`) idatziko dira. Batezbestekoa eta desbideratze estandarra zehaztu ezean, `R`-k (0,1) balioak lehenesten ditu.

```
> pnorm (1.96)
[1] 0.9750021
> pnorm (-1.96)
[1] 0.02499790
> qnorm (0.975)
[1] 1.959964
> rnorm (10, 0,1)#10 elementu sortzen ditu N(0,1) banaketakoak
 [1] 0.59730804 0.58565221 0.83386072 1.57668353 -0.47701595 -
0.32683712
 [7] -1.66099073 -0.44461203 0.02053587 -1.81053407
> a <- rnorm (5, 10, 3)# 5 elementuz N(10,3) osaturiko a bektorea
sortu
> a
[1] 7.534002 11.755060 10.332604 7.217336 9.362176
```

11.9 Kalkulu eraginkorrak: bektore-bidezko kalkuluak

`R`-ren ezaugarri nabarienetako bat da horren ahalmena bektore bidezko kalkuluak egiteko. Horien bitartez egitura bateko elementu guztiei aplikatzen zaizkie eragiketak, begizten erabilera saihestuz eta eragiketa bera optimizatuz.

Adibidez, bektore batean 5 baino handiagoak diren elementuak eraldatzeko kode bat idatz daiteke, eta han banan-banan, modu sekuentzialean, elementu bakoitza 5 baliorekin aldera daiteke, gero handiagoak direnak 88 balioaz ordezkatzeko. Kodeak itxura hau izango luke:

```
> x
 [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> for (i in 1:length(x))
   {if (x[i] > 5) { x[i] <- 88}}
> x
 [1] 1 2 3 4 5 88 88 88 88 88
```

Hala ere, eragiketa hori eraginkorragoa izango litzateke honako hau erabiliz:

```
> x[x>5] <- 88
> x
 [1] 1 2 3 4 5 88 88 88 88 88
> x <- ifelse(x>5, 88, 99)
> x
 [1] 99 99 99 99 99 88 88 88 88 88
```

`apply` komandoak zenbait funtzio matrize (edo `array`) bateko elementuetan exekutatzen ditu. Nahikoa da exekutatu nahi den funtzioa zehaztea eta funtzio hori errenkadetan (1) edo zutabeetan (2) gauzatuko den aipatzea. `apply` funtzioa datu-marko batekin egiten bada, datu-markoa matrize bihurtuko da

.

```
> x <- matrix (1:8, ncol=2)
> x
     [,1] [,2]
[1,]   1   5
[2,]   2   6
[3,]   3   7
[4,]   4   8
> apply (x, 1, sum)
[1] 6 8 10 12
> apply (x, 2, prod)
[1]   24 1680
> apply (x,1, mean)
[1] 3 4 5 6
> apply (x, 2, mean)
[1] 2.5 6.5
```

Matrizeari `apply` funtzioa dagokio, eta zerrendei edo bektoreei `lapply` edo `sapply` dagozkie. `lapply` aplikatu ondoren zerrenda bat lortzen da beti, eta `sapply`-k berriz bektorea edo `array`-a sortzen du.

```
> x <- list (a=rnorm(10), b=rnorm(100), c=rnorm(25))
> x
$a
 [1] 1.69317368 -0.57942986 0.27186422 -0.20549261 -0.02490787 1.14610459
 [7] -0.46420521 -0.27506592 -0.76638539 -0.63043261

$b
 [1] -1.04088067 -0.67542481 0.93125504 -0.03588596 -0.96772352 1.53851422
 [7] -1.15750319 0.77031582 0.45507832 0.62870478 -1.40918274 0.02362100

..
 [85] 0.76023098 1.12208219 0.08822311 0.83834441 -0.36147960 -1.67444295
 [91] -0.97444326 -0.50934257 1.59798473 0.52551713 0.64930165 -0.55317999
 [97] -0.48262064 0.73437382 1.08350851 -0.28369426

$c
 [1] 0.64005752 1.14757901 0.02566498 -0.95942991 2.20059902 1.38534784
 [7] 2.29494228 0.99401506 0.50010636 2.27580507 2.26455848 -0.69742313
[13] -3.05054457 -1.93938677 1.12395646 -0.95100759 -0.16679956 -1.67270147
[19] 0.92047540 -1.22516083 -0.35445521 -1.71672928 2.06621460 -0.03262274
[25] -1.23337723

> sapply (x, mean)
     a      b      c
 0.01652230 -0.08685703 0.15358735
> lapply(x, mean)
$a
[1] 0.01652230

$b
[1] -0.08685703

$c
[1] 0.1535874
```

Bektore baten elementuetan faktore baten mailen araberako eragiketa aplikatu nahi izanez gero, erabili beharreko funtzioa `tapply` da:

```
> sexua <-c("gizon", "emakume", "gizon", "emakume", "emakume",
"gizon", "gizon", "gizon")
> altuera <- c(1.60, 1.87, 1.70, 1.69, 1.58, 1.4, 1.80, 1.79)
> sexua.fakotore <- as.factor (sexua)
> table(sexua)
Sexua
gizon emakume
   5   3
> tapply(altuera, sexua, mean)
 gizon  emakume
1.712000 1.623333
```

11.10 Funtzioak

R ingurunean egiten diren lan gehienak funtzioen bidez zehazten dira. Funtzioen formatua finkoa da: funtzioaren izena eta parentesi artean funtzioari dagozkion argudioak. Adibidez, `apply(x,1,sum)` funtzioan, `apply` funtzioaren izena da eta parentesi artean dagoena funtzioaren argudioak dira; argudioak funtzioa zer matrizetan gauzatu behar den zehazten du (`x matrizean`), errenkadetan edo zutabeetan exekutatuko den (`1` lerroaren adierazlea da) eta zein den aplikatu beharrekoa (`sum`, batuketa). Funtzio batek bi argudio mota ditu: oraingoak eta formalak. Oraingoak komandoaren exekuzio zehatzari dagozkio, eta formalak funtzioaren definizioaren parte dira. Funtzio baten argudio formalak eta argudioek lehenesten dituzten balioak ikusteko `args()` erabiltzen da.

```
> args (apply)
function (X, MARGIN, FUN, ...)
NULL
> args (rnorm)
function (n, mean = 0, sd = 1)
```

R-k dituen funtzioez gain erabiltzaileak bere funtzio propioak sor ditzake. Horretarako nahikoa da funtzioak jarraitu beharreko formatuari so egitea:

```
izena <- function (argudio1, argudio2,…) { funtzioaren muina}
```

Argudioak funtzioaren sarrera-datuei dagozkie, nahiz egia den funtzio guztiek ez dituztela argudioak behar. Funtzioaren muina sarrera-datuekin egin nahi diren eragiketek eta jarraibideek osatzen dute. Funtzioak balio bakar bat bueltatzen du, eta hori matrizea, bektorea edo beste egituraren bat izan daiteke.

Hurrengo adibidean, `potentzia` izeneko funtzioa sortu da. Funtzio horrek sarrera-datuen berredura kalkulatzen du. Sarrera-datua zenbakia, bektorea edo matrizea izan daiteke.

```
potentzia <- function (x) { x^2}
x<- 5
potentzia (x)
[1] 25
x <- c(2,3,4)
potentzia (x)
[1] 4 9 16
> x <- matrix( 1:9, ncol=3)
> x
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  4  7
[2,]  2  5  8
[3,]  3  6  9
> potentzia (x)
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  16  49
[2,]  4  25  64
[3,]  9  36  81
```

Funtzio honek, berriz, batezbestekoa kalkulatzen du,

```
> batezbeste <- function(x){sum(x)/length(x)}
> batezbeste (rnorm (10000))
[1] -0.01130342
> batezbeste (1:40)
[1] 20.5
```

11.10.1 Funtzioaren argudioak

Funtzio bat definitzen denean, hautazkoa da argudioarentzat lehenespen-balioak zehaztea. Aurrekoan adibidez:

```
potentzia <- function (x, k=2) { x^k}
```

Kasu horretan 2 da lehenetsiriko balioa, eta ez da derrigorrezkoa sarrera-datuetan hori zehaztea. Baina berreduraz beste potentziren bat kalkulatu nahi bada, sarrera-datuetan berretzailea zehaztu behar da:

```
> potentzia <- function (x, k=2) { x^k}
>
> x <- 5
> potentzia (x)
[1] 25
> potentzia (x, 3)
[1] 125
> x <- c(2,3,4)
> potentzia(x, 3)
[1] 8 27 64
```

Funtzio batek zenbait eragiketa egiten ditu datuetan, baina, funtzioaren emaitzak gorde nahi badira, derrigorrezkoa izango da emaitza horiek objektu batean gordetzeko esleipen-funtzioa definitzea; bestela, emaitzak galdu egingo dira.

```
Emaitza.potentzia <- potentzia(x)
```

11.11 Faltako balioak

Datu-analisian oso garrantzizkoa da faltako balioak nola tratatuko diren; izan ere, ez dago ikerketarik faltako baliorik ez duenik. R-k `NA` (`Non available`) kodea ematen dio faltako datuari, faltako datua dagoen egitura edozein dela ere. Faltako datuak dituen edozein egituratan gauzaturiko eragiketa guztiek (ia guztiek) sortzen dituzte faltako balioak.

```
> x <- c(1,2,3,NA,8,9)
> x
[1] 1 2 3 NA 8 9
> sum(x)
[1] NA
> mean(x)
[1] NA
> var(x)
[1] NA
```

Egitura batek faltako balioak dituen ezagutzeko `is.na()` erabiltzen da.

```
> z <- c(1:3, NA)
> z
[1] 1 2 3 NA
> ind <- is.na(z)
> ind
[1] FALSE FALSE FALSE TRUE
> x <- c(NA,3:6)
> sum(x)
[1] NA
> mv <- is.na(x)
> mv
[1] TRUE FALSE FALSE FALSE FALSE
```

Egin nahi diren eragiketatik faltako balioak saihesteko, `na.rm=TRUE` argudioa erabili behar da.

```
> x <- c(1,2,3,NA,8,9)
> sum (x,na.rm=TRUE)
[1] 23
> mean(x,na.rm=TRUE)
[1] 4.6
```

Jokatzeko beste modu bat honako hau izan daiteke:

```
> sum(x[!is.na(x)])
[1] 23
> mean(x[!is.na(x)])
[1] 4.6
```

Faltako balioei balio jakin bat esleitu nahi bazaie:

```
> x[is.na(x)] <- 99
> x
[1] 1 2 3 99 8 9
```

Arazoak ekiditeko garrantzizkoa da kontuan izatea `is.na(x)` ez dela `x = = NA`-ren berdina; Azken horrek adierazten du `x` aldagaia dela eta horren balioa `NA` dela.

Bektore, matrize edo datu-marko batetik faltako balioak ezabatu nahi badira erabili behar den aukera `na.omit()` da.

```
> x <- c(rep(NA,3), 5:3)
> x
[1] NA NA NA 5 4 3
> x.NAgabe <- na.omit(x)
> x.NAgabe
[1] 5 4 3
attr(,"na.action")
[1] 1 2 3
attr(,"class")
[1] "omit"
> sum(x.NAgabe)
[1] 12
```

Faltako balioez (`NA`) gain, R-k `NaN` (`not a number`) balioak sor ditzake, adierazpen hauek aurkitzen dituenean, 0/0, edo Inf-Inf.

```
> 0/0
[1] NaN
> Inf-Inf
[1] NaN
> 4/0
[1] Inf
```

11.12 Taulak sortzen

`Table`, `xtabs` eta `ftable` funtzioek sortzen dituzte dimentsio bakarreko banaketa-taulak, bi dimentsioko kontingentzia-taulak edo dimentsio anitzeko taulak. Hiru funtzio horietatik `table` da zaharrena eta oinarrizkoena. `table`-k objektu bat sortzen du, eta esleipen-funtzioa erabiliz izenda daiteke.

```
> table(Edi.data$sex) ### sex aldagaiaren maiztasun-taula
0   1
468 508

Sexua.item <- table(Edi.data$sex, Edi.data$RecIC_1) # sex eta
lehenego itemaren arteko kontingentzia-taula

   0   1   2   3   4
 0 324 55  34  25  30
 1 232 120 48  51  56
```

Taularen errenkadei eta zutabeei izenak jartzea erraza da `R` ingurunean; horretarako aginduak `colnames` edo `rownames` dira.

```
rownames (Sexua.item) <- c ("mutila", "neska")

colnames (Sexua.item) <- c("0", "1", "2", "3", "4")
Sexua.item
       0   1   2   3   4
mutila 324 55  34  25  30
neska  232 120 48  51  56
```

`xtabs` funtzioa `table` funtzioaren antzekoa da, baina interfaze moduan eredu bat darabil. Funtzioak datu-markoaren aldagaiak izendatzeko modua erraztu egiten du. Ondoan agertzen diren bi funtzioak baliokideak dira.

```
 xtabs(~Edi.data$sex + Edi.data$RecIC_1)
      Edi.data$RecIC_1
Edi.data$sex  0  1  2  3  4
      0 324 55 34 25 30
      1 232 120 48 51 56

 xtabs (~sex+RecIC_1, data=Edi.data)
  RecIC_1
sex  0  1  2  3  4
 0 324 55 34 25 30
 1 232 120 48 51 56
```

`K` dimentsioko taulak osatzeko bi dimentsioko taulak egiteko erabiltzen den prozedura berdina baliatzen da: `table`(`aldagai1, aldagai2, aldagai3`) edo `xtabs.`

```
> xtabs (~sex+RecIC_1+RecIC_2, data=Edi.data)
, , RecIC_2 = 0

  RecIC_1
sex  0  1  2  3  4
 0 289 33 12  8  7
 1 142 27  6  6  4

, , RecIC_2 = 1

  RecIC_1
sex  0  1  2  3  4
 0 20 14  9  4  3
 1 42 41  5  4  3

, , RecIC_2 = 2

  RecIC_1
sex  0  1  2  3  4
 0  9  5  9  4  2
 1 22 25 16  6  4

, , RecIC_2 = 3

  RecIC_1
sex  0  1  2  3  4
```

```
 0   4   2   1   4   4
 1  14  10   9  14   5

, , RecIC_2 = 4

   RecIC_1
sex   0   1   2   3   4
 0   2   1   3   5  14
 1  11  17  11  21  40
```

Matrizeekin egin ohi den bezala taula `t` funtzioaren bitartez irauli daiteke.

```
> t(table(Edi.data$sex, Edi.data$RecIC_1))

    0   1
 0 324 232
 1 55 120
 2 34 48
 3 25 51
 4 30 56
```

11.12.1 Maiztasun-bazterrak eta maiztasun erlatiboak

Taulekin lan egiteko badaude funtzio berezi batzuk: `margin.table` edo `prop.table`. Funtzio horien bigarren argudioan 1 jarriko da errenkaden batura (proportzioa) lortzeko, eta 2 erabiliko da zutabeen batura (proportzioa) lortzeko.

```
> margin.table(Sexua.item,1)
mutila neska
  468  507
> margin.table (Sexua.item,2)
 0   1   2   3   4
556 175 82 76 86

> prop.table (Sexua.item,1)
         0          1          2          3          4
 mutila 0.69230769 0.11752137 0.07264957 0.05341880 0.06410256
```

```
 neska 0.45759369 0.23668639 0.09467456 0.10059172 0.11045365

> prop.table (Sexua.item,2)
        0     1     2     3     4
 mutila 0.5827338 0.3142857 0.4146341 0.3289474 0.3488372
 neska 0.4172662 0.6857143 0.5853659 0.6710526 0.6511628
```

11.13 Begiztak: baldintzaturiko exekuzioak

Zenbait kasutan ez dira eragiketak datu guztietan gauzatzen; zenbait baldintza ezarri nahi direnean, horiek balioetsi ondoren bakarrik exekutatzen dira akzioak. Baldintzaturiko akzioek `R`-n egitura hau dute:

Egitura	Deskripzioa
`If` (baldintza) {adierazpena}	Baldintza ebaluatu eta egiaz exekutatu
`If` (baldintza) {adierazpena} else {conexp{	Baldintza ebaluatu eta egiaz exekutatu; bestelakoetan conexp exekutatuko da

11.7 taula. Baldintzaturiko exekuzioak.

```
> a
   [,1] [,2] [,3]
[1,]  11  14  17
[2,]  12  15  18
[3,]  13  16  19
> if (a[1,2]>2) c <- 4
> c
[1] 4
> if (a[1,2]==2) {c <- 1} else {c <- 3}
> c
[1] 3
```

Begiztak behin eta berriz egiten diren ekintza errepikatuak dira. R-n begiztak egiteko modua erraza dago; nahikoa da `for`, `while` edo `repeat` komandoen bidez exekuzio kopurua kontrolatzea.

```
> for (i in 1:4) {
+ a <- i +5
+ print(a) }
[1] 6
[1] 7
[1] 8
[1] 9
> i <- 1

> while (i <10) {
+ print (i+50)
+ i <- i+3}
[1] 51
[1] 54
[1] 57

> x <- 1
> repeat {
+  x <- x+1
+ if (x==10) break
+  print (x)
+ }
[1] 2
[1] 3
[1] 4
[1] 5
[1] 6
[1] 7
[1] 8
[1] 9
```

11.14 Datuak inportatu eta datuak esportatu

R ez da datu-editorea, horregatik eskuarki aztertu nahi diren datuak beste programaren batetik jasotzen dira; inportatu egiten dira, alegia. Programaz programa jarduteko komenigarriena ASCII formatua da —software guztiek dute fitxategiak ASCII formatuan gordetzeko aukera—, horrek errazten baitu programen arteko komunikazioa. Hala ere, aztertu beharreko datu kopurua handia ez denean, posible da `R` erabiltzea editore moduan. Zenbait funtzio ditu R-k helburu horrekin: `edit()`, `data.entry()` edo `fix()`. Hiru funtzio horiek R-ren editorea irekitzen dute.
`edit()` aurrez dagoen matrizearekin edo datu-marko batekin erabili nahi bada, kontuan hartu behar da objektuan eginiko eraldaketak ez direla zuzenean gordetzen; aldaketak gordetzeko, objektu bati esleitu behar zaizkio. Aldaketak zuzenean gordetzeko egokiagoa da `fix()`.

```
> a <- data.frame()
> edit(a) # ez ditu aldaketak gordetzen
datu-markoa with 0 columns and 0 rows
> a <- edit(a)# aldaketak gordetzeko
> a
 var1 var2
1  12  3
2  4  5
> fix(a)# aldaketak gordetzeko
> a
 var1 var2
1  12  3
2  4  5
3  3  4 [1] 3
```

11.14.1 `read.table` funtzioa

`read.table` funtzioa R-z kanpoko fitxategiak irakurtzeko aukerarik erabilienetakoa da. Kanpo-fitxategiaren errenkadak kasuak izaten dira, eta zutabeak, berriz, aldagaiak. Irakurri ondoren, R-k datu-markoa sortzen du. Zenbakizko aldagaiekin lan egiten denean, garrantzizkoa da hamarrenen sinboloa zein den zehaztea; izan ere, R-rentzat puntuak du lehentasuna.

Funtzioaren oinarrizko egiturak hauek zehaztu behar ditu: irakurri nahi den fitxategiaren izena (eta hori irakurtzeko behar den bidea); hamarrenen sinboloa `dec = “,”,` eta aldagaien arteko tartearen definizioa. Fitxategiaren lehenengo lerroan aldagaien izenak baldin badaude, informazio hori zehaztu egin behar da: `header=T`.

`read.table` funtzioak jakintzat ematen du irakurri nahi den fitxategian egon daitezkeen faltako balioak `NA` sinboloaz identifikaturik daudela. Hori horrela ez bada —eta normalean ez da izaten— ikertzaileak bi aukera ditu: inportatu baino lehen balioak eraldatzea, edo fitxategiaren faltako balioak zehaztea horretarako berariaz dagoen argudioa erabiliz, `na.string().` Fitxategiaren zenbait lerro irakurri gabe utzi nahi badira erabili beharreko argudioa `skip()` da.

```
Datuak <- read.table("C:/Edi.data.txt", header=TRUE, dec=",")
Adina Sexua Pisua Altuera Gehipi Gutxipi Nahipi
1  29    V  84,00  188,00 88,00  80,00  84,00
2  21    V  117,00 182,00 122,00 80,00  80,00
3  46    V  80,00  173,00 82,00  75,00  80,00
4  24    V  77,00  186,00 78,00  72,00  80,00
5  19    V  80,00  187,00 93,00  75,00  79,00
……
```

11.14.2 `read.fwf` funtzioa

Funtzio horrek formatu finkoz gordetako fitxategiak irakurtzen ditu, eta datu-markoa sortzen du. Funtzio horrekin derrigorrezkoa da aldagaiek hartzen duten zabalera zehaztea; horretarako erabili behar den argudioa `widths` da. Zabalera zehazteko bektorea erabiltzen da, eta bektorearen zenbaki bakoitza aldagai bakoitzak duen zutabe kopurua adierazten du.

Eman dezagun fitxategi bateko lehen bi lerroak hauek direla, 23456, eta 987654. Fitxategi hori irakurtzeko erabili behar den funtzioa hau da.

```
> datuak <- read.fwf(fitxategia, widths=c(1,2,3))
  V1 V2 V3
1 1 23 456
2 9 87 654
> datuak <- read.fwf(fitxategia, widths=c(1,-2,3))
 V1 V2
1 1 456
2 9 654
```

Hor erakutsi nahi izan dugu nola argudio desberdinek aldagai desberdinak sortzen dituzten.

11.14.3 scan() funtzioa

Funtzio honen, `scan()`, erabilerarik sinpleena R kontsolatik datuak sartzearekin loturik dago. Funtzioak lehenesten dituen argudioen arabera datuak teklatuaren bitartez sartuko dira. Datu-sartzea bukatutzat ematen da lerro zuri baten utziz edo Ctrl+D sakatuz.

```
> x <- scan()
1: 23 78 76 90
5: 100 67
7: 88
8:
Read 7 items
> x
[1] 23 78 76 90 100 67 88
```

`scan`-ek ere kanpo-fitxategiak irakurtzeko ere balio du. Argudio moduan fitxategiaren izena adierazi behar da. Eman dezagun 3×4 ko matrizea irakurri nahi dela (`datuak.txt`), agindua hau izango litzake:

```
> x <- matrix(scan("datuak.txt"), ncol=4, byrow=T)
Read 12 items
> x
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1    3    4    7
[2,]   5    9    8   19
[3,]   3    7    8    8
```

`read.table` funtzioak bezala, `scan` funtzioak ere `skip` argudioa erabil dezake, inportatu nahi ez diren lerroak zehazteko. Bien arteko diferentziarik nabariena da edozein fitxategi mota inportatzeko `scan`-en malgutasuna.

11.14.4 Loturak beste programa batzuekin

Zenbaitetan estatistikarako programen eta R-ren artean datuak aldatu nahi dira; batetik bestera pasatu. Orain arte ikusi dugun moduan, fitxategiak ASCII formatura pasa daitezke, gero R-k dituen funtzioen bidez inportatzeko. Badago, ordea, pakete bat, gomendaturiko paketea, programen arteko komunikazioa ahalbidetzen duena: `foreign`. Pakete horrek errutina bat du formatu bakoitzeko fitxategiak irakurtzeko: SPSS (`.sav` formatua), SAS, Epi-Infor (`.rec`), Stata, Systat, Minitab edo S-plus.

Datu-baseetan gordetako datuak irakurtzeko badaude CRANen zenbait pakete; besteak beste, `RODBC`; horrek aplikazio ohikoenetan (Excel-en edo Access-en) gordetako datuak irakurtzen ditu.

Informazio gehiago lortzeko, R-k dakarren `R Data Import/Export` eskuliburua irakur daiteke.

11.14.5 Datuak gordetzen

R-k sorturiko bektorea edo matrizea esportatzeko `write` funtzioa erabiltzen da.

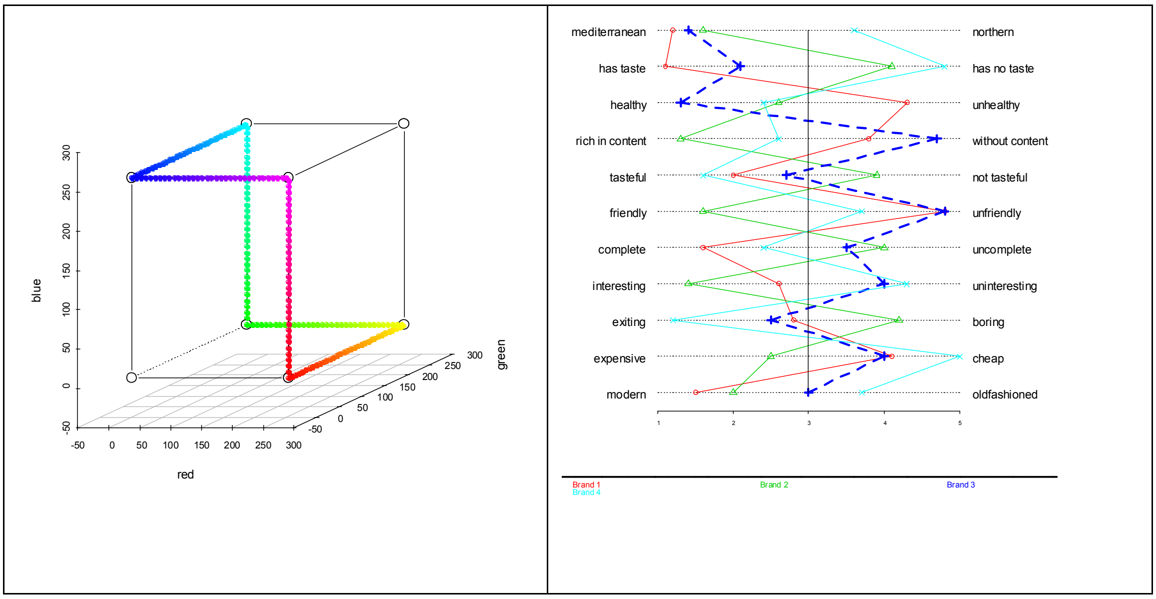
```
write(x,file=”datuak”)
```

Aurreko adibidean bektorearen izena `x` da, eta komatxo artean zehazten da grabatuko den fitxategiren izena. Fitxategiak izango dituen zutabe kopurua zehazteko, `write` funtzioak `ncolumns` argudioa du. Gorde nahi den fitxategia datu-markoa denean, funtzioa `write.table` izango da. Funtzioak dituen argudioan artean garrantzizkoenak hauek dira: `sep` , aldagaien arteko tartea zehazten du; `\t`, tabuladoreen erabilerarekin lotua; “`,`”, hamartarren sinbolo modura koma erabiltzeko. Aldagaien eta lerroen izenak gordetzeko `row.names` eta `col.names` dira erabili beharreko argudioak.

```
write.table(dataframe, file=””, sep=””,row.names=FALSE,
col.names=FALSE)
```

12 Grafikoak

R-k grafikoak sortzeko eta moldatzeko duen gaitasunagatik zenbaitentzat R grafiko-softwarerik hoberena da. R-rekin sor daitezkeen grafikoei buruzko lehen hurbilketarako nahikoa da `http://addictedtor.free .fr/graphiques` web-orria bisitatzea edo R kontsolan `demo(graphics)` edo `demo(persp)` idaztea. Web-orrian, besteak beste, honelako irudiak ikus daitezke:



12.1 irudia. Grafikoak: adibideak

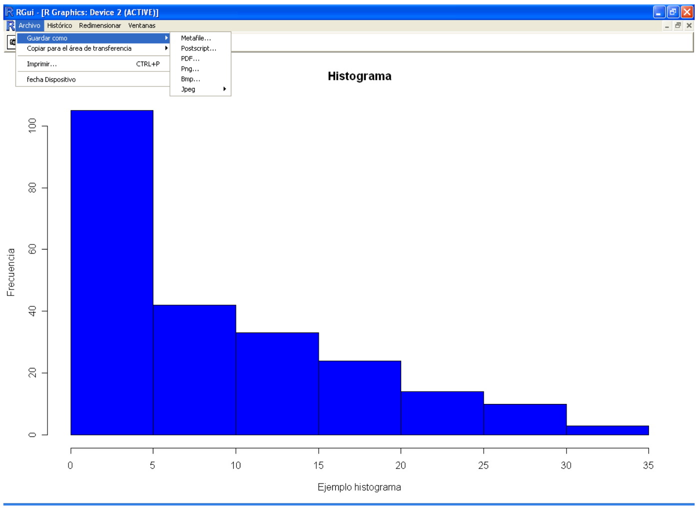
12.1 Gailu grafikoak

Gailu grafikoak (`graphical devices`) R-n sorturiko grafiko-irteerak gordetzeko moduak dira. R-k funtzio grafiko bat exekutatzen duenean eta grafiko bat sortzen duenean, leiho berri bat irekitzen du eta bertan agertzen da grafikoa. Leiho hori R-ren gailu grafikoa da. R-k Windows-ingurunean ezagutzen dituen gailu grafikoak taula honetan agertzen dira:

Funtzioak	Formatu grafikoa
Pantailako gailuak	
x11() edo X11	Windows-en x leihoa
windows()	Microsoft Windows leihoa
quartz()	Mac OS X Quartz leihoa
Fitxategiak	
postscript()	Adobe postsript fitxategia
pdf()	Adobe PDF fitxategia
pictex()	Latex Pictex fitxategia
xfig()	XFIG fitxategia
bitmap()	GhostScript fitxategia
png()	PNG bitmat fitxategia
jpeg()	JPEG bitmat fitxategia
Windows bakarrik	
win.metafile()	Windows Metafile fitxategia
bmp()	Windows BMF fitxategia

Gailu grafiko bat baino gehiago erabil daitezke lan-saio batean, baina horietatik bakarra da gailu aktiboa. Besterik adierazi ezean, azken ireki den horretan agertuko dira grafikoak. Lan-saio batean irekita dauden gailuen zerrenda lortzeko komandoa `dev.list`() da. `dev.cur`() funtzioak gailu aktiboa zein den esaten digu, eta gailu zehatz bat finkatu nahi izanez gero `dev.set`() erabili beharko da. Gailuak ixteko funtzioa `dev.off`() da.

Gailu grafikoa pantaila denean, grafikoak kudeatzeko menu bat erabil daiteke. Sorturiko grafikoaren gainean saguarekin sakatzen bada, menu-barra bat duen leiho bat irekiko da. Hor zenbait aukera daude: `Archivo` aukerak sorturiko grafikoa gordetzen, kopiatzen edo inprimatzen uzten du; `Guardar` aukeraren barnean grafikoa gordetzeko zenbait formatutatik hauta dezakegu, hala nola, *Metafile, Postscript, PDF, Pnd, BMP* edo *JEPG*. `Histórico` izenpean dauden aukerek lan-saioan sortzen diren grafikoak gordetzen laguntzen dute.

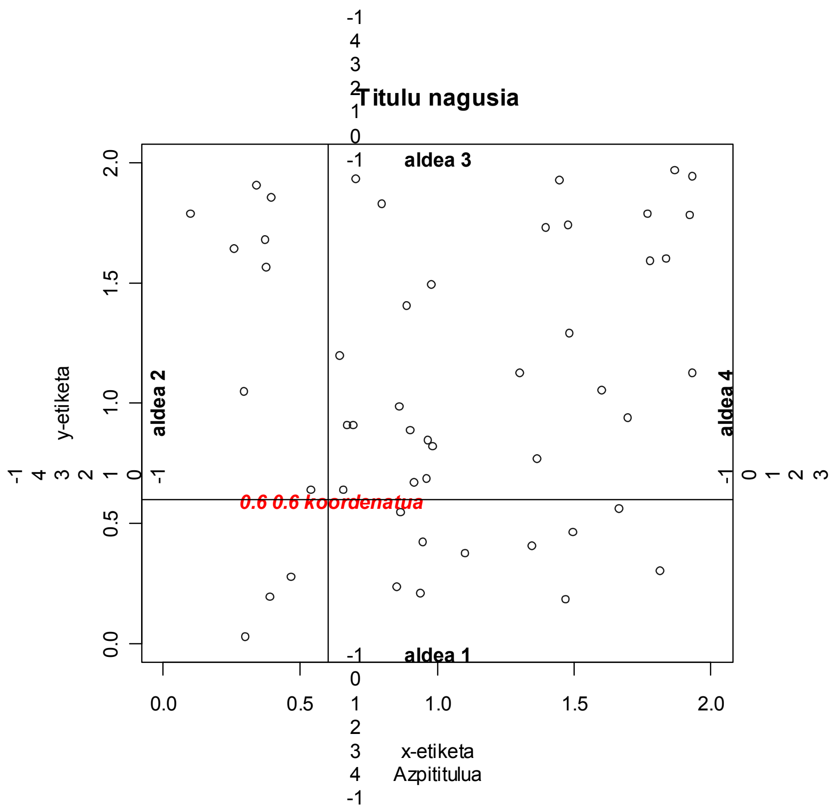


12.2 irudia. Grafikoak: kudeaketa

12.2 Grafikoak: oinarrizko kontzeptuak

R-k grafikoekin lan egiteko bi motatako funtzioak konbinatzen ditu, goi-mailakoak eta behe-mailakoak. Goi-mailakoek gafikoak sortzen dituzten funtzio orokorrak dira, eta behe-mailakoak dira sorturiko grafikoari elementuak gehitzeko aukera ematen duten funtzioak.

Grafiko guztiek oinarrizko egitura bat dute, eta hori ezagutzea komenigarria da, edozein grafiko sortzeko eta moldatzeko. Izan ere, funtzio eta argudio zuzenak erabiliz egituraren edozein elementu alda daiteke



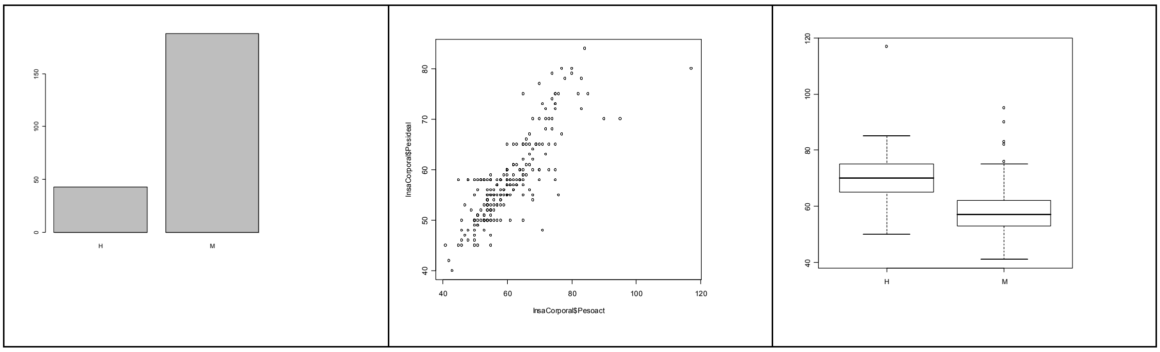
12.3 irudia. Grafikoen oinarrizko egitura

R-k sorturiko grafikoak eskualdetan banaturik daude. Horrela grafikoari berari dagokion eskualdea eskualde nagusia da, eta horren inguruan marjinak daude. Irudi-eskualdearen koordinatuak data-unitatetan zehazten dira (ardatzetan definiturikoak). Marjinetako koordenatuak, berriz, testu-lerrotan adierazten dira irudi-eskualdearekiko perpendikularki mugitzean, baina data-unitateetan irudi-eskualdearekiko norabide berdinean mugitzerakoan.

Eskualde nagusiak grafikoaren muina gordetzen du (aldagaien arteko erlazioak adibidez), eta horri zenbait elementu gehitu geniezazkioke, hala nola, puntuak, lerroak, testua, poligonoak eta abar. Grafiko estandar batek X ardatzarentzako eta Y ardatzarentzako izenburuak ditu. Horiek, eskuarki, X eta Y aldagaien izenak dira, eta grafikoaren marjinetan idazten dira; erraza da horiek aldatzea edo azpititulua gehitzea.

12.3 Funtzio grafikoak

Funtzio grafikoen eginbeharra grafikoak sortzea da; zuzenean grafikoak sortzen dituzten funtzioak goi-mailako funtzioak dira. Funtzio grafikoen artean orokorrena `plot()` da. Nahikoa da marraztu nahi diren datuak zehaztea, faktore zein bektore, honelako grafikoak sortzeko.



12.4 irudia. `plot()` funtzioaren adibide sinpleak.

```
plot(Edi.data$Sexua) # barra-grafikoa
plot(Edi.data$Pisuorain, Edi.data$Pesunahi) #sakabanatze-diagrama
plot(Edi.data$Sexua, Edi.data$Pisua) # kaxa-diagrama
```

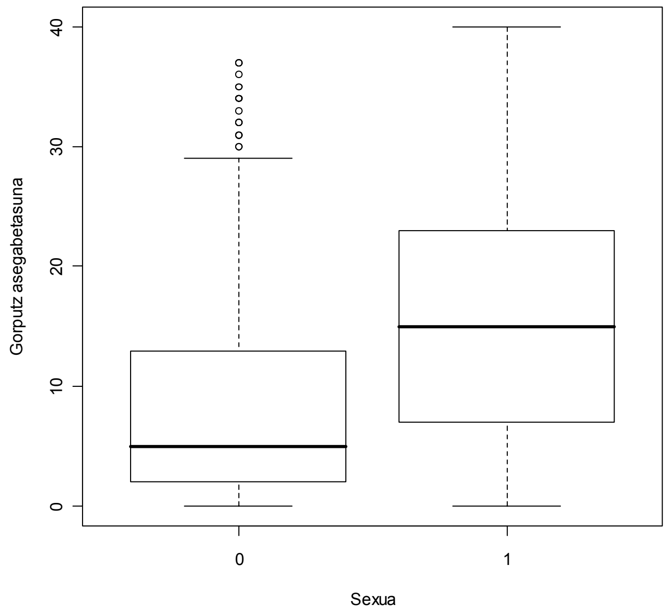
Hiru grafiko horiek funtzio berdinarekin sortu dira, `plot`-ekin, hain zuzen. Kasu bakoitzean argudioak desberdinak izan dira; hala nola, aldagai diskretua edo faktorea (barra-diagrama), bi aldagai jarraituak (sakabanatze-grafikoa) eta aldagai kategorikoa eta aldagai jarraitua (kaxa-diagrama). Goi-mailako funtzio orokor horretaz gain, R-k funtzio gehiago eskaintzen ditu; horien laburpena taula honetan ikus daiteke:

Funtzioak	Grafiko mota
`plot()`	Barra, sakabanatzea, kaxak
`hist()`	Histograma
`stem.leaf()`	Enbor eta hostoak
`boxplot()`	Kaxa-diagrama
`qqplot()`	Kuantilen grafikos
`scatterplot`	Sakabanatze-diagrama
`pie()`	Sektore-grafikoa
`dotchart(x)`	Cleveland puntu-grafikoa

12.1 taula. Grafiko-funtzioak.

`Rcommander`-en lehioen menuen bidez funtzio horiek exekuta daitezke. Horretarako nahikoa da menu-barrako `gráficas` aukerak irekitzen duen goitik beherako menua aztertzea. Horietako aukera bakoitzarekin leiho bat zabaltzen da, eta bertan zehaztuko da oinarrizko grafikoa marrazteko behar den informazioa. Adibidez, `Graficas > Diagrama de cajas` aukeratuz, aldagai jarraitua eta aldagai kategorikoa hauta daitezke; gure kasuan, gorputz-asegabetasuna eta sexua.

12.5 irudia. `Rcommander`-en bidezko grafikoa.



12.6 irudia. `Rcommander`-en bidezko kaxa-grafikoa.

Funtzio grafikoek, lehenetsi gisa, hautatzen dituzte ardatzen formatua, ardatzen eskalak, grafikoaren izenburuak eta sinbolo grafikoak. Hala ere, ezaugarri grafiko horiek guztiak eralda eta heda daitezke, grafikoaren itxura hobetuz. Horretarako, argudio grafikoak erabiltzen dira. Funtzio grafiko gehienek dituzte argudioak, eta horietako zenbaiten funtzioak taula honetan laburtu ditugu:

Funtzio grafikoen argudioak	Efektua
`type=""`	Grafiko-mota zehazten du:
	"p" puntuak
	"l" lerroak
	"b" puntuak eta lerroak
	"n" grafikorik ez
	"o" puntuak eta lerroak
	"h" lerro bertikalak
`axes=`	F balioak ardatzak ezabatzen ditu
	T balioak ardatzak margotzen ditu (lehenetsia)
`xlab=`"testua"	Ardatzei testua erantsi
`ylab=`"testua"	
`main=`"testua"	Grafikoaren goialdean izenburua
`sub=`"testua"	Azpititulua X ardatzaren behealdean
`xlim=`c(gutxi, gehien)	X-ren eta Y-ren eskalak zehaztu
`ylim=`c(gutxi, gehien)	

12.2 taula. Funtzio grafikoen argudioak.

Funtzio horietaz gain, R-k behe-mailako funtzioak ere baditu. Horien helburua grafikoaren itxura hobetzea da informazioa gehituz eta formatua kontrolatuz. Behe-mailako funtzioen artean beharbada erabilienak dira:

Behe-mailako funtzioak	Efektua
`points (x,y,...)`	Aurrez exekutaturiko `plot` funtzioari puntuak gehitzen dizkio. Puntu mota `pch=` bidez zehazten da, eta horien tamaina `cex=` edo `mkh=` erabiliz.
`lines(x,y,...)`	Aurrez exekutaturiko `plot` funtzioari lerroak gehitzen dizkio. Lerro mota `lty=` erabiliz zehazten da, eta horren lodiera `lwd=` erabiliz
`text(x,y,labels,...)`	`x,y` puntuan testua gehitzen du
`segments (x0,y0,x1,y1)`	`X0,y0` puntutik `x1,y1` puntura doan lerroa
`polygon(x,y)`	`x` eta `y` bektoreetako erpinak lotzen dituen irudia
`abline(a,b,h= ,v=,..)`	Lerro bat gehitzen du. Horren interzeptoa `(a)` da, eta malda `(b).` `h=` Lerro horizontaletako `y`-ren balioa `v=` Lerro bertikalentzako `x`-ren balioa
`legend (x,y, testua...)`	Testua gehitzen du.
`title(main ="testua", sub = "testua", xlab = "testua", ylab = "testua", line = NA, outer = FALSE, ...)`	Testua gehitzen du. Titulu nagusia, azpititulua eta `X` eta `Y` ardatzen etiketak
`axis (side,labels, tick...`	`side = 1` beheko ardatza; `2 =` ezker-ardatzea; `3 =` goiko ardatza; `4 =` eskuin-ardatza. Argudioak klase-markak `(tick)` eta klase-etiketak `(lab)` kontrolatzen ditu.

12.3 taula. Behe-mailako funtzio grafikoak.

12.4 Parametro grafikoak

Grafikoaren itxura orokorra kontrolatzeko badaude, goi- eta behe-mailako funtzioez gain, grafikoaren egitura orokorrari eragiten dioten parametro grafikoak. Goi-eta behe-mailako funtzioek grafiko zehatz bati eragiten diote, baina parametro grafikoak zehaztuz gero horiek aldatzen ez diren bitartean grafiko guztiei eragingo diete.

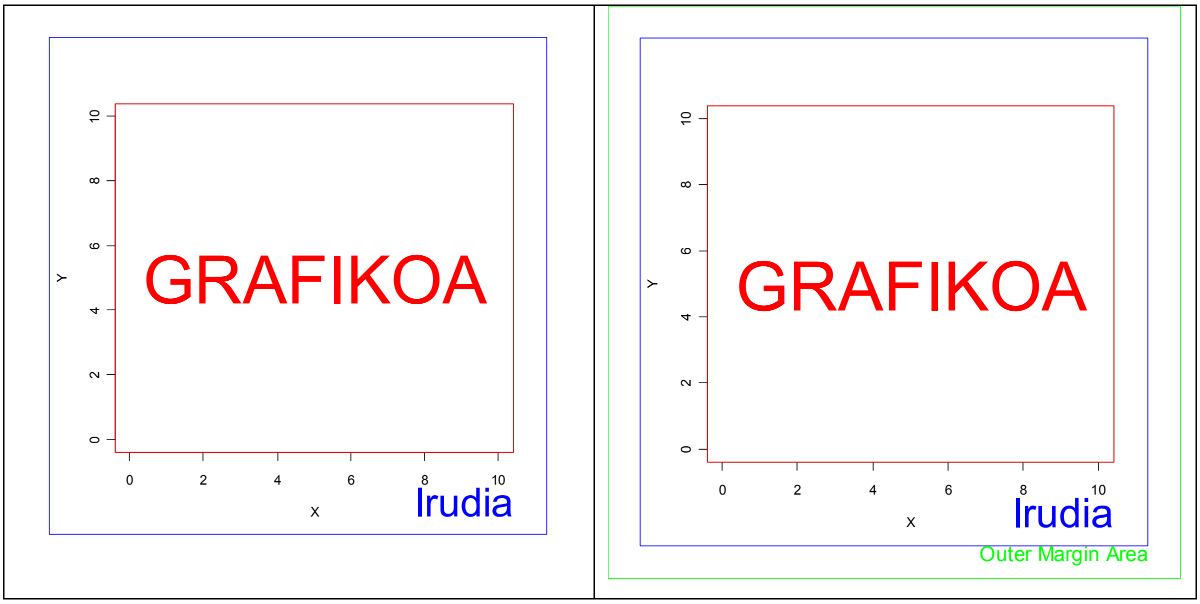
Irudiaren gaineko itxura kontrolatzeko parametroak `par()` funtzioaren bidez zehazten dira. Funtzio nahasi samarra da hasieran, eta praktika behar da horrek dituen ñabardurez jabetzeko. `par`-en bidez finka daitezke lerroen zabalera eta mota, karaktereen mota eta tamaina, ardatzen estiloa, irudiaren eskualdeen tamaina, eta abar..

`par` funtzioaren bidez grafikoaren marjinak nola kontrolatu daitezkeen ikusteko, adibide batez baliatuko gara. 12.7 irudian kaxa gorriaren eta kaxa urdinaren artean dagoen tartea marjinaren eskualdea da. Hori `mar` parametroak kontrolatzen du, eta irudi batek dituen marjinak ikusteko `par()$mar` idatziko da. Gure kasuan:

```
> par()$mar
[1] 5.1 4.1 4.1 2.1
```

Grafikoan ikusten denez, behealdeko marjinak gutxi gorabehera 5 lerro hartzen ditu, eta ezkerraldekoak, berriz, 4 lerro; goialdekoak bezala. Eskuin aldekoan, berriz, bi lerro utzi dira marjinetan.

R-k sortzen dituen irudietan kanpoko eskualde-marjina ere defini daiteke `(outer margin area)`. Eskualde hori kontrolatzeko erabiltzen den parametroa `oma` da. Horiek aldatzea erraza da; nahikoa da nahi diren balio berriak adieraztea.



12.7 irudia. Parametro grafikoak `mar` eta `oma`.

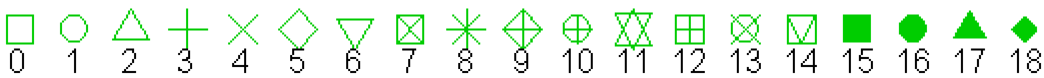
Parametro grafikoak behin betikoak edo behin-behinekoak izan daitezke. Gailu grafiko batean definituriko parametroak ezagutzeko `par()` idatziko da. Horietako asko funtzio grafikoen argudio gisa definitzen dira (hala nola, lerroen tipo eta tamaina, karaktere motak..), eta ez da beharrezkoa grafikoz kanpo zehaztea.

12.4.1 Karaktere-grafikoak eta elementu-grafikoak

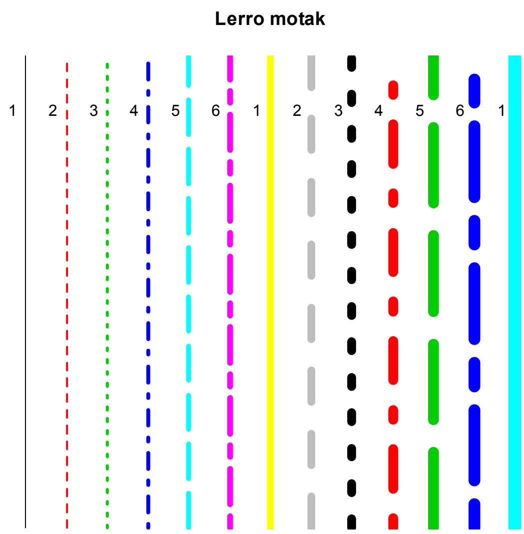
R-k hainbat funtzio ditu, grafiko batean margotu nahi diren puntuen, lerroen eta testuaren itxura kontrolatzeko. Horietako asko, goi-mailako eta behe-mailako funtzioen argudioetan zehazten badira ere, parametro moduan ere defini daitezke.

Elementu grafikoak	Efektua
`pch=`” “	Karaktere mota. 19 karaktere daude, eta bakoitzak zenbaki bat du (0:18).
`cex=`	Karaktereen tamaina. “Hedapen-karakterea” da.
`mkh=`	Ardatzen marken tamaina.
`lth=`	Lerro mota; 1etik (lerro jarraitua) 6ra bitartekoa.
`lwd=`	Lerroaren zabalera.
`font=`	Letra mota (1, testu normala; 2, lodia; 3, etzana; 4, etzana eta lodia.

12.4 taula. Elementu grafikoak.



12.8 irudia. Karaktere motak.

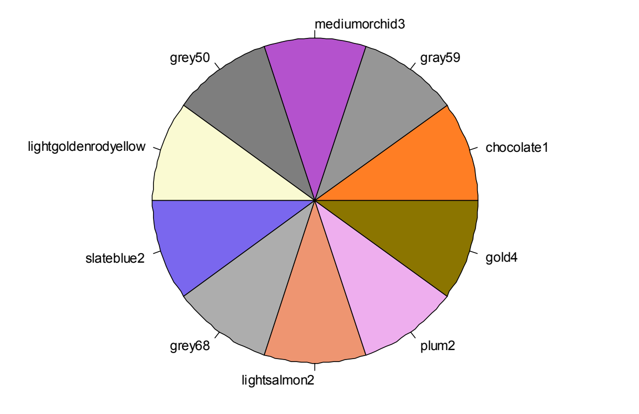


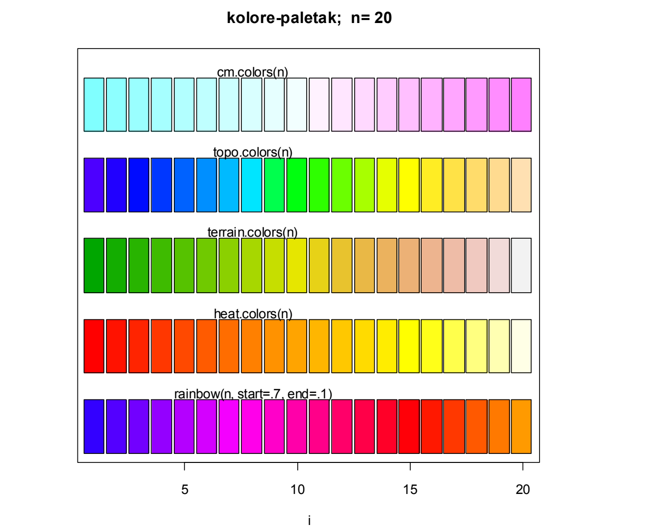
12.9 irudia. Lerro motak.

```
    plot(x<-c(1:13), y<-c(1:13), type="n", xlab="", ylab="",
axes=FALSE)
    for (i in 1:13) (abline (v=i, lty=i, lwd=i, col=i) )
    text (x,12, labels=rep(1:6,2), pos=2)
    title (main="Lerro motak")
```

12.4.2 Kolorea

R-k kolore-paleta zabala du eta hori kontrolatzeko R-k darabilen parametroa `col=` da. Kolorea zenbakiz (kolore bakoitzarentzako zenbaki bat dago) edo kolorearen izena erabiliz kontrolatu daiteke. Adibidez, `colors()` funtzioak R-k dituen 657 koloreen izenak ematen ditu. Horietatik zorizko lagina ateraz, eman dezagun hamarrekoa, ondokoaren antzekoa lortuko genuke:



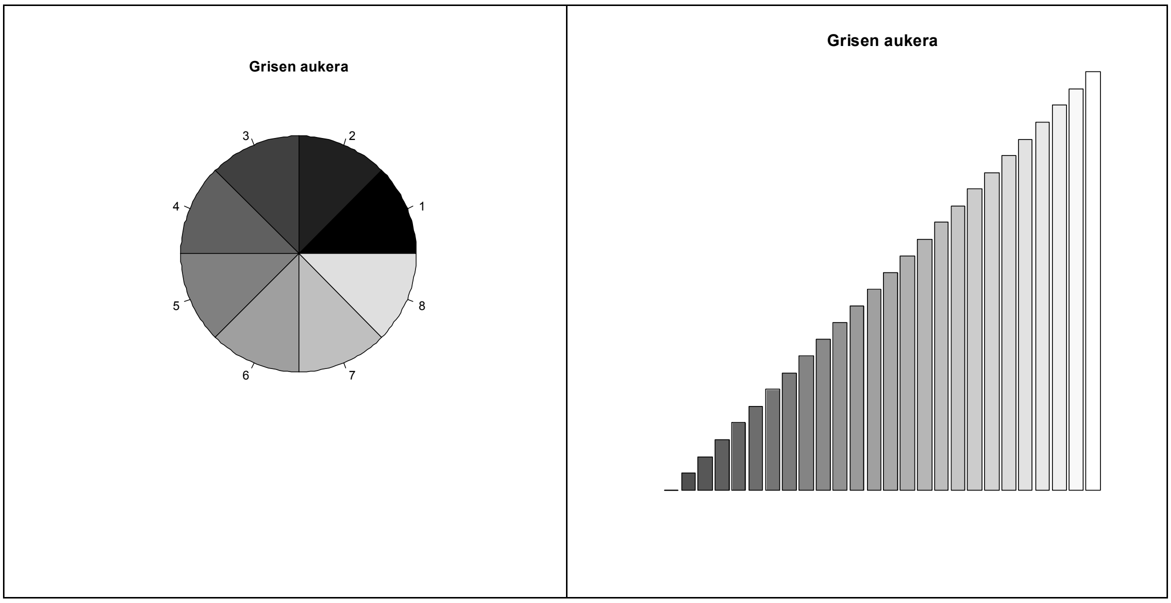


12.10 irudia. Kolore-paletak.

```
    a <- sample(colors(), 10)
    > pie (rep(1,10), col=a, labels=a)"
```

R-k gris kolorearen ñabardura asko maneiatzen ditu. `gray(level)` funtzioak gris-gamako kolore-bektorea sortzen du. Adibidez:

```
a <-gray (0:8/8)
> pie(rep (1,9), col=a)
```

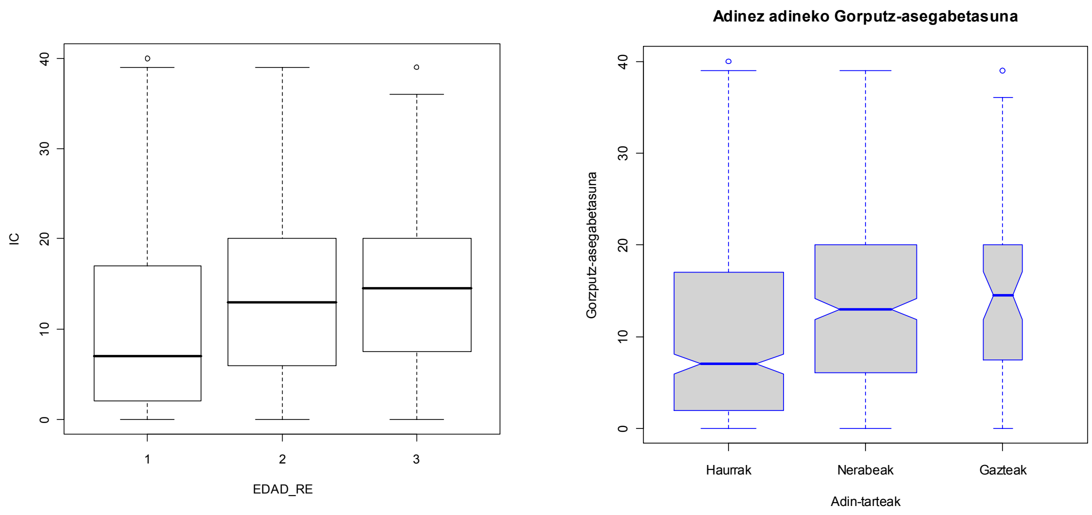


12.11 irudia. Grisen paleta.

12.5 Adibideak. Grafikoak sortzen

Grafikoa nola eratzen den erakusteko adibidetxo bati ekingo diogu. Bertan gorputz-asegabetasuna aldagaiaren banaketa adinez adin islatuko duen kaxa-diagrama osatuko dugu. Gorputz-asegabetasuna aldagaia jarraitua da, eta adina hiru taldetan banaturik agertzen duen aldagai kategorikoa `Adin_ber` da. R-k (edo `Rcommander`-ek) lehenetsiriko aukerak erabiliz honako grafiko hau lortuko genuke:

```
boxplot(IC~ADIN_BER, ylab="IC", xlab="ADIN_BER", data=Edi.data)
```



12.12 irudia. Kaxa-grafikoak.

Grafiko horrek informazio asko gordetzen du, baina itxura oso polita duenik ezin daiteke esan. Hori hobetzeko honako hauek egin daitezke, besteak beste:

.- ardatzak izendatu

.- kolorea eman

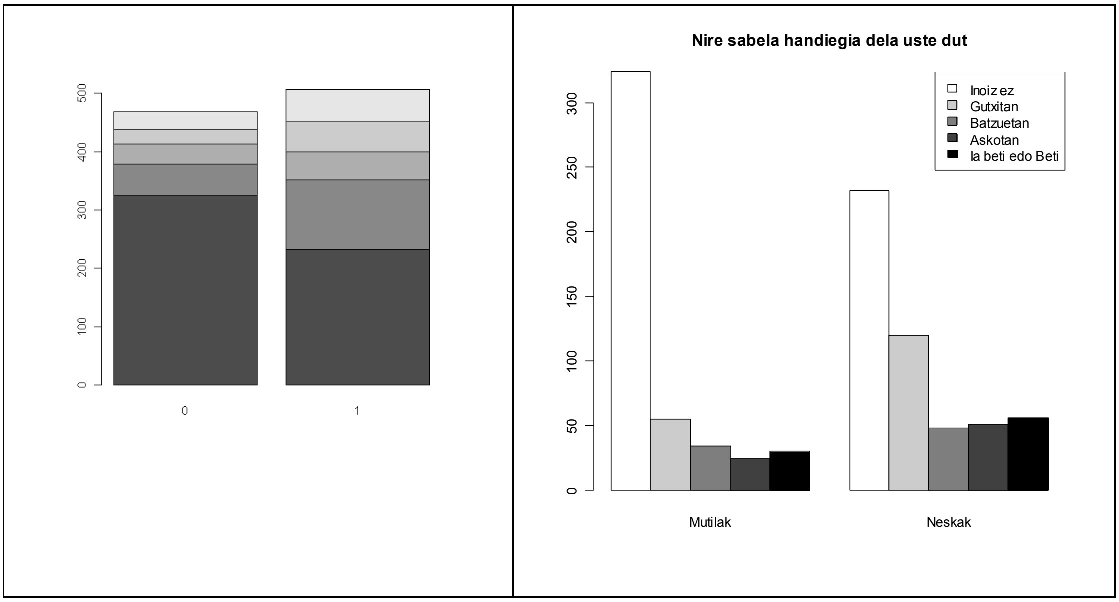
.- medianaren inguruko bisagrak gehitu

.- kaxak laginaren tamainaren arabera moldatu

```
boxplot(IC~ADIN_BER, ylab="Gorzputz-asegabetasuna",
      names=c("Haurrak", "Nerabeak", "Gazteak"),xlab="Adin-tarteak",
data=Edi.data,varwidth=TRUE,boxfill="lightgrey",
      border="blue",notch=TRUE, font=4)
title(main="Adinez adineko Gorputz-asegabetasuna")
```

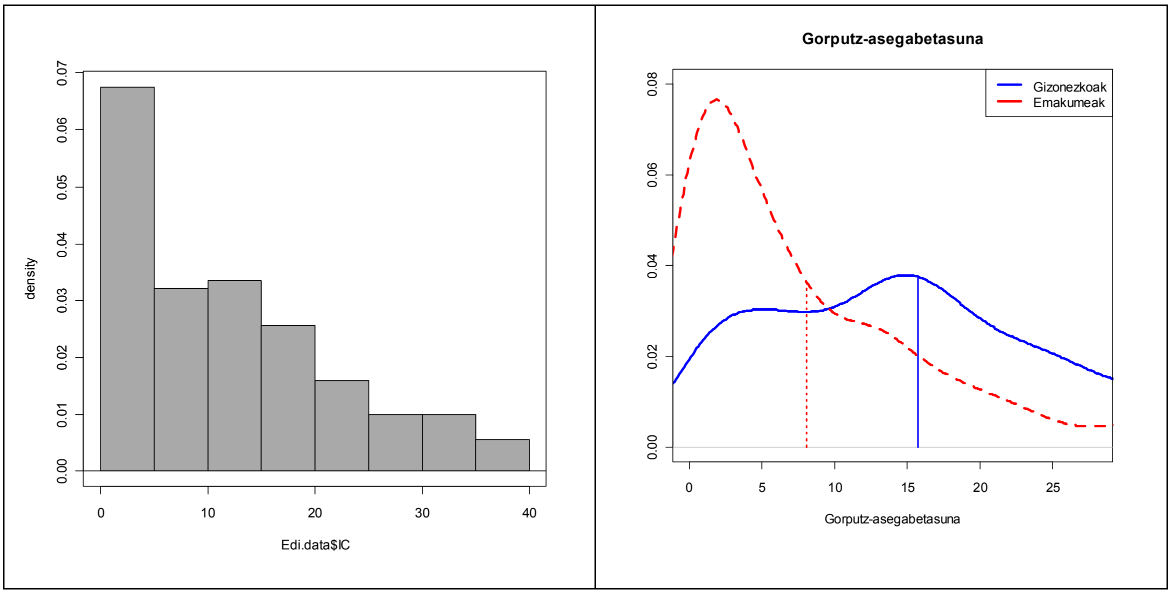
Beste adibide bat erakusteko taula batetik sorturiko diagrama aurkeztuko dugu. Bertan bi aldagai daude, sexua eta gorputz-asegabetasuneko eskalako 1. itemari emandako erantzunak. Grafikoak mutilentzako eta neskentzako bi barra-diagrama marrazten ditu, azalera berdina erabiliz. Ezkerraldeko irudiak `barplot` funtzioaren aplikazio zuzenetik dator; bertan bi barra daude, eta bakoitzean pilaturik agertzen dira itemaren aukera bakoitzari dagozkion maiztasunak. Bigarren irudia argiagoa da.

Maiztasunak ez dira pilatzen, eta erantzun-aukera bakoitzarentzako barra bat marraztu da. Horretaz gain, etiketak, izenak, izenburuak eta koloreak definitu dira, grafikoa txukunagoa izan dadin.



12.13 irudia. Barra-diagrama.

Hirugarren adibide gisa aldagai jarraitu baten banaketaren adierazpena azalduko dugu. Histograma margotu nahi izanez gero, `Hist` funtzio grafikoak hau egingo luke:



12.14 irudia. Histograma eta dentsitate-grafikoa.

```
Hist(Edi.data$IC, scale="density", breaks="Sturges", col="darkgray")
```

Histogramak banaketari buruzko informazio asko barneratzen du, baina histogramak baditu zenbait arazo puntuazio-tarteekin lotuak; izan ere, puntuazio-tarteak nola zehazten diren, histogramak halakoak izango dira. Horregatik zenbaitetan histogramak engainagarriak izan daitezke. Arazo horiek saihesteko histograma baino esanguratsuagoa da dentsitate-plota. Adibide honetan, gorputz-asegabetasunari dagokion dentsitate-plota margotu dugu. Sexuaren araberako desberdintasunei antzeman ahal izateko gizonezkoen eta emakumezkoen dentsitate-plotak marraztu ditugu grafiko berdinean, eta bakoitzari dagokion batezbesteko aritmetikoa erantsi diogu. Ez al da grafiko hori zenbakiz beteriko taula bat baino askoz ere argiagoa sexuen arteko desberdintasunak aztertzeko? Inolako zalantzarik gabe, erantzuna baiezkoa da. Bertan gordetzen eta ikusten dira, begirada bakar batean, banaketen formak, banaketen sakabanatzeak, banaketen zentralizazio-neurriak, eta banaketen arteko aldeak.

12.6 Sareta-grafikoak

Aldagai anitzeko grafikoak irudikatzeko, S lengoaian *trellis* izeneko formatu-grafikoa erabiltzen da; izan ere, *trellis* grafiko batean aldagaien arteko erlazio anizkoitzak islatzen dira. R-k *trellis* motako grafikoak `grid` eta `lattice` paketeetan dauden funtzioen bitartez sortzen ditu (dagoeneko ikusi ditugu horietako pare bat, erregresio anizkoitza eta bi faktoredun ANOVA aztertu ditugunean).

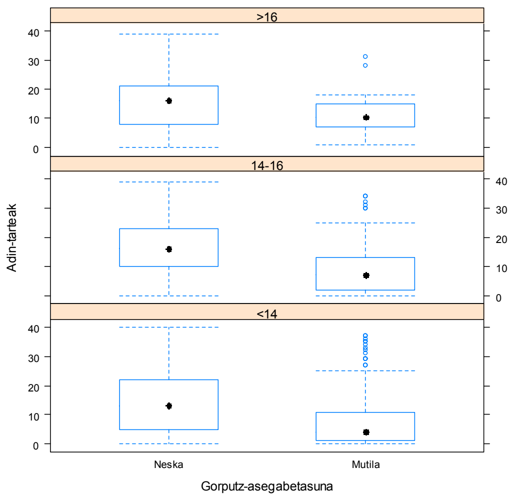
Trellis grafikoak grafiko estandarretatik bereizten dira. Parametro grafiko desberdinak darabiltzate, eta funtzio bereziak dituzte ohiko grafikoen bertsio anizkoitzak sortzeko. *Trellis* grafikoek bat, bi edo hiru dimentsiko irudikapenak sor ditzakete. *Trellis* grafiko bat oso baliabide erabilgarria da aldagaien arteko mendetasunak aztertzeko; izan ere, grafikoak sortzeko ikuspuntu berri horren ezaugarririk nabariena baldintzatze anizkoitza da. Horri esker, datuen egitura azter daiteke, eta egitura hori formalki irudikatzeko erabili den ereduan sakondu.

`Lattice` paketeak dakartzan funtzio nagusiak taula honetan laburtu ditugu:

Lattice funtzioak	
`Xyplot`	Bi aldagaiko grafikoa
`bwplot`	Kaxa-grafikoa
`stripplot`	Dimentsio bakarreko grafikoa; aldagai bat zenbakizkoa, faktorea bestea
`dotplot`	Puntuzko grafikoa
`histogram`	Histograma
`densityplot`	Dentsitate-grafikoa
`barchart`	Barra-grafikoa
`piechart`	Tarta-grafikoa
`splom`	Bi aldagairen arteko matrize-grafikoak

12.5 taula. `Lattice` paketeko funtzioak

Hemen duzue `bwplot` funtzioarekin egindako grafiko bat. Bertan gorputz-asegabetasuna adin-tarteen eta sexuaren arabera nola banatzen den ikus daiteke.



12.15 irudia. *Trellis* grafikoa.

13 Bibliografia-erreferentziak

Ackerman, T. A. (1992). Didactic Explanation of Item Bias, Item Impact and Item Validity from a Multidimensional Perspective. *Journal of Educational Measurement, 29* (1), 67-91.

Akaike, H. (1987). Factor Analysis and AIC. *Psychometrika, 52*, 317-332.

American Educational Research Association, American Psychological Association, eta National Council on Measurement in Education. (1966). *Standards for Educational and Psychological Tests and Manuals*. Washington, DC: American Psychological Association.

American Educational Research Association, American Psychological Association, eta National Council on Measurement in Education. (1985). *Standards for Educational and Psychological Testing*. Washington, DC: American Psychological Association.

American Educational Research Association, American Psychological Association, eta National Council on Measurement in Education. (1999). *Standards for Educational and Psychological Testing*. Washington, DC: American Psychological Association.

Amon, J. (1982). *Estadística para psicólogos*. Madril: Pirámide.

Anastasi, A. (1982). *Psychological Testing* (1.-7. argit.). New York: MacMillan.

Angoff, W. H. (1971). Norms, Scales and Equivalent Scores. In R. L. Thorndike (argit.), *Educational Measurement*. Washington, DC: American Council on Education.

Angoff, W. H. (1972, iraila). *A Technique for the Investigation of Cultural Differences.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Psychological Association, Honolulu.

Angoff, W. H. (1975). *The Investigation of Test Bias in the Absence of an Outside Criterion.* Paper presented at the Paper presented at National Institute of Education Conference on Test Bias, Annapolis, Md.

Angoff, W. H. (1984). *Scales, Norms and Equivalent Scores*. Princeton, New Jersey: Educational Testing Service.

Angoff, W. H. (1988). Validity: An evolving concept. In H. Wainer eta H. I. Braun (argit.), *Test Validity* (19.-32. or.). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Anstey, T. (1976). *Tests psicológicos*. Madril: Marova.

Bagozzi, R. P. (1993). Assessing Construct Validity in Personality Research: Applications to Measures of Self-esteem. *Journal of Research in Personality, 27*, 49-87.

Becker, R. A., Chambers, J. M. eta Wilks, A. R. (1988). *The New S language: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics*. Pacific Grove, CA: Wadsworth.

Berk, R. A. (arg.). (1982). *Handbook of Methods for Detecting Item Bias*. Baltimore: John Hopkins Universtity Press.

Bloom, B. S. (arg.). (1956). *Taxonomy of Educational Objectives. Handbook I: The Cognitive Domain*. New York: MacGraw-Hill.

Bloom, B. S., Hastings, J. T., eta Madaus, G. F. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York: MacGraw-Hill.

Braun, W. J. eta Murdoch, D. J. (2007) *A First Course in Statistical Programming with R*. Cambridge: Cambridge University Press.

Browne, M. W. (1984). The Descomposition of Multirait-Multimethod Matrices. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 37*, 1-21.

Burt, C. (1949). *The Factors of the Mind*. Londres: London University Press.

Byrne, B. M. (1989). *A Primer of LISREL*. New York: Springer-Verlag.

Camilli, G., eta Shepard, L. A. (1994). *Methods for Identifying Biased Test Items*. Londres: Sage.

Campbell, D. T., eta Fiske, A. W. (1959). Convergent and Discriminant Validation by the Multirait-Multimethod Matrix. *Psychological Bulletin, 56*, 81-105.

Carmines, E. G., eta Zeller, R. A. (1979). *Reliability and Validity Assessment*. Londres: Sage.

Cattell, R. B. (Arg.). (1966). *Handbook of Multivariate Experimental Psychology*. Chicago: Rand Mcnally.

Cattell, R. B. (1978). *The Scientific Use of Factor Analysis*. New York.

Chambers, J. M. (2007). *Software for Data Analysis: Programming with R*. New York: Springer.

Chambers, J. eta Hastie, T. (1992). *Statistical Models in S*. Pacific Grove, CA: Wadsworth & Brooks/Cole.

Clauser, B. E., eta Mazor, K. M. (1998). Using Statistical Procedures to Identify Differentially Functioning Test Items. *Educational Measurement: Issues and Practice, 18*, 31-44.

Cohen, J., eta Cohen, P. (1983). *Applied Multiple Regression and Correlation Analysis in Behavioral Sciences*. NY: LEA.

Cole, N. S., eta Moss, P. A. (1989). Bias in Test Use. In R.L.Linn (arg.), *Educational Measurement. Third Edition* (1. liburukia, 201-219 or.). New York: American Council on Education and Macmillan Publishing Company.

Comrey, A. L. (1985). *Manual de análisis factorial*. Madril: Cátedra.

Crawley, M. J. (2008). *The R Book.* Chichester: John Wiley & Sons.

Crocker, L., eta Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*. New York: Rinehart and Winston.

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient Alpha and the Internal Structure of Tests. *Psychometrika, 16*(3), 297-334.

Cronbach, L. J. (1971). Test Validation. In R. L. Thorndike (Arg.), *Educational Measurement* (443-507 or.). Washington, DC: American Council of Education.

Cronbach, L. J. (1975). Five Decades of Public Controversy Over Mental Testing. *American Psychologist, 30*, 1-14.

Cronbach, L. J. (1980). *Validity on Parole: How Can we GoSstraight? New Directions for Testing and Measurement: Measuring Achievement Over a Decade.* Paper presented at the ETS Invitational Conference, San Francisco.

Cronbach, L. J. (1984). *Essentials of Psychological Testing* (4. argit.). New York: Harper.

Cronbach, L. J. (1988). Five Perspectives on the Validity Argument. In H. Wainer eta H. I. Braun (arg.), *Test validity* (3.-18. or.). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Cronbach, L. J., eta Meehl, P. E. (1955). Construct Validity in Psychological Tests. *Psychological Bulletin, 52*, 281-302.

Cummins, J., eta Gulutsan, M. (1974). Some Effect of Bilingualism on Cognitive Functioning. In S. T. Carey (arg.), *Bilingualism, Biculturalism and Education*. Edmonton: The University of Alberta Press.

Delgaard, P. (2002). *Introductory Statistics with R.* New York: Springer.

Doménech, J. M., eta Sarriá, A. (1993). *Modelo de regresión logística* (9. liburukia). Bartzelona: Gráficas Signo.

Draper, N. R., eta Smith, H. (1981). *Applied Regression Analysis* (2. liburukia). New York: Wiley.

Ebel, R. L. (1965). *Meausuring Educational Achievement*. Englewood, N.J.: Prentice-Hall.

Ebel, R. L. (1972). *Essentials of Educational Measurement*. Englewood, N.J.: Prentice-Hall.

Elosua, P. (1996). *Froga psikologikoen euskaratzean sorturiko alborapenaren araketa eta baieztapena.* Euskal Herria, Donostia.

Elosua, P. (2003a). Testen euskaratzea. Balizko alborapenaren iturriak. *Tantak, 30*, 17-38

Elosua, P. (2003b). Sobre la validez de los tests. *Psicothema, 15* (2), 315-321.

Elosua, P. (2005a). Evaluación progresiva de la invarianza factorial entre las versiones original y adaptada de una escala de autoconcepto. *Psicothema 17* (2), 356-362.

Elosua, P. (2005b). Psikometria. Testen eraketa eta erabilpena. Bilbo: UPV/EHU.

Elosua, P. (2006). Funcionamiento diferencial del ítem en la evaluación internacional PISA. Detección y Comprensión. *RELIEVE, 12* (2).

Elosua, P. (2009). ¿Existe vida más allá del SPSS? Descubre R. *Psicothema*, 21 (4), 652-655.

Elosua, P. eta Glas, C. A. W. (2008). Adapting Mantel-Haenszel to Data Fitting a Multidimensional IRT Model. III European Congress of Methodology, Oviedo.

Elosua, P., Hambleton, R. K. eta Zenisky, A. (2006). Improving the Methodology for Detecting Biased Test Items. ITC 5th International Conference on Psychological and Educational Test Adaptation across Language and Cultures, Brussels, Belgium.

Elosua, P., eta López, A. (2002). Indicadores de dimensionalidad para ítems binarios. Metodología de las Ciencias del Comportamiento, 4 (1), 121-137.

Elosua, P., eta López-Jáuregui, A. (2010). *Supelemento técnico con la adadptación al euskera del Eating Disorder Inventory-3.* Madril: TEA

Elosua, P., López, A., eta Egaña, J. (2000a). Fuentes potenciales de sesgo en una prueba de aptitud numérica. *Psicothema, 12* (3), 376-382.

Elosua, P., López-Jáuregui, A. eta Sánchez, F. (2010). *Manual técnico con la adadptación al español del Eating Disorder Inventory-3.* Madril: TEA

Elosua, P., López, A., eta Torres, A. (1999). Adaptación al euskera de una prueba de inteligencia verbal. *Psicothema, 11* (1), 151-161.

Elosua, P., López, A., eta Torres, E. (2000). Desarrollos didácticos y funcionamiento diferencial de los ítems. Problemas inherentes a toda investigación empírica sobre sesgo. *Psicothema, 12* (2), 198-202.

Elosua, P. eta Wells, C. (2008). A Comparison of MACS and the IRT Likelihood Ratio Test for Identifying DIF. III European Congress of Methodology, Oviedo.

Elosua, P. eta Zumbo, B. (2008). Coeficientes de fiabilidad para escalas de respuesta categórica ordenada. *Psicothema, 20* (4), 896-901.

Embretson, S. E. (1983). Construct Validity: Construct Representation versus Nomothetic Span. *Psychological Bulletin, 93* (1), 179-197.

Embretson, S. E. (1985). *Test design: Developments in Psychology and Psychometrics*. New York: Academic Press, Inc.

Embretson, S. E. (1997). Multicomponent Response Models. In W.J.v.Linden eta R. K. Hambleton (arg.), *Handbook of Modern Item Response Theory* (305.-321. or.). New York: Springer.

Ferrando, P. J. (1993). *Introducción al análisis factorial*. Bartzelona: PPU.

Fidalgo, A. M. (1996). Funcionamiento diferencial de los ítems. In J. Muñiz (arg.), *Psicometría* (371.-455. or.). Madril: Universitas.

Fischer, G. H. (1973). The Linear Logistic Test Model as an Instrument in Educational Research. *Acta psychologica, 37*, 359-374.

Fischer, G. H., eta Seliger, E. (1997). Multidimensional Linear Logistic Models for Change. In W. J. v. d. Linden eta R. K. Hambleton (arg.), *Handbook of Modern Item Response theory* (323.-345. or.). New York: Springer.

Flanagan, J. C. (1937). A Note of Calculing the Standard Error of Measurement and Reliability Coefficientes with the Test Scoring Machine. *Journal of Applied Psychology, 23*, 529.

Flanagan, J. C. (1951). Units, Scores and Norms. In E. F. Lindquist (arg.), *Educational Measurement* (1. argit.). Washington DC: American Council of Education.

Fox, J. (2002). *An R and S-plus Companion to Applied Regression*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Fox, J. (2005). The Rcommander: A Basic-Statistics Graphical User Interface to R. *Journal of Statistical Software, 14* (9), 1-42.

Fox, J. (2007). *Getting Started With the R Commander*. URL: http://socserv.mcmaster.ca/jfox/Courses/soc3h6/Getting-Started-with-the-Rcmdr.pdf

Fox, J. (2008). Editorial. *RNews, 8* (2),1-2 Garner, D. M. (2004). *Eating Disorder Inventory-3*. Lutz (FL): Psychological Assesmetnt Resourdes, Inc.

Garner, D. M. (2004). *Eating Disorder Inventory-3*. Lutz (FL): Psychological Assesmetnt Resourdes, Inc.

Gorsuch, R. L. (1974). *Factor Analysis*. Philadelphia: Saunders.

Gorsuch, R. L. (1983). *Factor Analysis*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Guadagnoli, E., eta Velicer, W. (1988). Relation of Sample Size to the Stability of Component Patterns. *Psychological Bulletin, 103*, 265-275.

Guilford, J. P. (1946). New Standards for Test Evaluation. *Educational and Psychological Measurement, 6*, 427-439.

Gulliksen, H. (1950). *Theory of Mental Tests*. New York: John Wilwy and Sons.

Guttman, L. (1954). Some Necessary Conditions for Common Factor Analysis. *Psychometrika, 19*, 149-162.

Guttman, L. L. (1944). A Basis for Scaling Qualitative Data. *American Sociological Review, 9*, 139-150.

Guttman, L. L. (1945). A basis for Analyzing Test-Retest Reliability. *Psychometrika, 10*, 255-282.

Hambleton, R. K. (1993). Translating Achievement Tests for Use in Cross-National Studies. *European Journal of Psychological Assessment, 9* (1), 57-68.

Harman, H. (1980). *Análisis factorial moderno*. Madril: Saltés.

Hattie, J. (1984). An Empirical Study of Various Indices for Determining Unidimensionality. *Multivariate Behavioral Research, 19*, 49-78.

Hattie, J. (1985). Methodology Review: Assessing Unidimensionality of Test and Items. *Applied Psychological Measurement, 9* (2), 139-164.

Helmholtz, H. V. (1887). *Numbering and Measuring from an Epistemological View Point*. Dordcecht: Holland: Reidel.

Heise, D. R., eta Bohrnstedt, G. W. (1970). Validity, Invalidity and Reliability. In E. F. Borgatta eta G. W. Bohrnstedt (arg.), *Sociological Methodology*. San Francisco: Jossey Bass

Hendrickson, A. E., eta White, P. O. (1964). Promax: A Quick Method for Rotation to Oblique Simple Structure. *British Journal of Statistical Psychology, 17*, 65-70.

Holland, P. W., eta Wainer, H. (arg.). (1993). *Differential Item Functioning*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Horst, P. (1965). *Factor Analysis of Data Matrices*. New York: Holt, Rinehart & Winston.

Hunter, J. E., eta Schmidt, F. L. (1990). *Methods of Meta-Analysis. Correcting Error andBbias in Research Findings*. Newbury Park, CA: Sage.

Hunter, J. E., eta Schmidt, F. L. (1991). Meta-analysis. In R. K. Hambleton eta J. N. Zaal (arg.), *Advances in Educational and Psychological Testing: Theory and Applicaations* (157-184 or.). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Ihaka, R. eta Gentleman, R. (1996). R: A Language for Data Analysis and Graphics. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, *5,* 299–314.

Jensen, A. R. (1980). *Bias in Mental Testing*. New York: Free Press.

Jennrich, R. I., eta Sampson, P. F. (1966). Rotation for Simple Loading. *Psychometrika, 31*, 313-323.

Kaiser, H. F. (1958). The Varimax Criterion for Analytic Rotation in Factor Analysis. *Psychometrica, 23*, 187-200.

Kaiser, H. F. (1960). The Application of Electronic Computers to Factor Analysis. *Educational and Psychological Measurement, 20*, 141-151.

Kerlinger, F. N., eta Pedhazur, E. J. (1973). *Multiple Regression in Behavioral Research*. New York.

Lawley, D. N. (1940). The Estimation of Factor Loadings by the Method of Maximum Likelihood. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 60*, 64-82.

Lawley, D. N. (1943). On Problems Connectes with Item Selection and Test Construction. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 61*, 273-287.

Leew, J. eta Mair, P. (2007). An Introduction to the Special Volumen on “Psychometrics in R”. *Journal of Statistical Software*, *20* (1), 1-5.

Likert, R. (1932). *A Technique for the Measurement of Attitudes* (140. liburukia). New York.

Linn, R. L. (1997). Evaluating the Validity of Assessment: The Consequences of Use. *Educational Measurement: Issues and Practice, 16*, 14-16.

Linn, R. L., eta Harnisch, D. L. (1981). Interactions Between Item Content and Group Membership on Achievement Test Items. *Journal of Educational Measurement, 18* (2), 109-118.

Loevinger, J. (1957). Objective Tests as Instruments of Psychological Theory. *Psychological Reports (Monograph Supp. 9), 3*, 635-694.

Lord, F. M. (1980). *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems*. Hillsdale, NJ: LEA.

Lord, F. M., eta Novick, M. R. (1968). *Statistical Theories of Mental Test Scores*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Magnuson, D. (1967). *Test Theory.* Boston: Addison Wesley (gaztelaniazko itzulpena: Ed. Trillas).

Marsh, H. W., eta Bailey, M. (1991). Confirmatory Factor Analysis of Multirait-Multimethod Data: A Comparison of Alternative Models. *Applied Psychological Measurement, 15*, 47-70.

Martínez Arias, R. (1995). *Psicometría: Teoría de los tests psicológicos y educativos*. Madril: Síntesis, S.A.

Maxwell, A. E. (1977). *Multivariate Analysis in Behavioural Research*. Londres.

McDonald, R. P. (1981). The Dimensionality of Tests and Items. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 34*, 100-117.

McDonald, R. P. (1985). *Factor Analysis and Related Methods*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

McDonald, R. P. (1999). *Test Theory. A Unified Treatment*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Meherens, W. A. (1997). The Consequences of Consequential Validity. *Educational Measurement: Issues and Practice, 16*, 16-19.

Mellenbergh, G. J. (1989). Item Bias and Item Response Theory. *International Journal of Educational Research, 13*, 127-143.

Mellenbergh, G. J., eta Kok, F. G. (1991). Finding the Biasing Trait(s). In P. L. Dann, S. H. Iirvine eta J. M. Collins (arg.), *Advances in Computer-Based Human Assessment* (291-306 or.). Dordrecht: Kluwer Acadenuc Publishers.

Messick, S. (1980). Test Validity and the Ethics of Assessment. *American Psychologist, 35*, 1012-1027.

Messick, S. (1981). Evidence and Ethics in the Evaluation of Tests. *Educational Research, 10*, 9-20.

Messick, S. (1988). The Once and Future Issues of Validity: Assessing the Meaning and Consequences of Measurement. In H. Wainer eta H. I. Braun (arg.), *Test Validity* (33.-45. or.). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Messick, S. (1989). Validity. In R. L. Linn (arg.), *Educational Measurement* (3. argit., 13.-104. or.). New York: American Council on Education.

Millsap, R. E., eta Everson, H. T. (1993). Methodology Review: Statistical Approaches for Assessing Measurement Bias. *Applied Psychological Measurement, 17* (4), 297-334.

Muenchen, R. A. (2009). *R for SAS and SPSS Users*. New York: Springer.

Mulaik, S. A. (1972). *The Foundations of Factor Analysis*. New York: MacGraw-Hill.

Osterlind, S. J. (1983). *Test Item Bias*. Beverly Hills, Kalifornia: Sage.

Paradis, E. (2005). *R for Beginners*. Montpellier, Frantzia: Institut des Sciences de l'Evolution.

Petersen, N. S., Kolen, M. J., eta Hoover, H. D. (1989). Scaling, Norming and Equating. In R. L. Linn (arg.), *Educational Measurement* (3. argit., 221.-262. or.). New York: American Council on Education and Macmillan Publishing Company.

Popham, W. J. (1997). Consecuential validity: Right Concern-wrong Concept. *Educational Measurement: Issues and Practice, 16*, 9-13.

Potenza, M. T., eta Dorans, N. J. (1995). DIF Assessment for Polytomously Scored Items: A Framework for Classification and Evaluation. *Applied Psychological Measurement, 19* (1), 23-37.

Prieto, G., eta Delgado, A. (1999). Medición cognitiva de las aptitudes. In J. Olea, V. Ponsoda eta G. Prieto (arg.), *Tests informatizados. Fundamentos y aplicaciones* (207.-226. or.). Madril: Pirámide.

Prieto, G., eta Delgado, A. R. (2000). Utilidad y representación en la psicometría actual. *Revista de Metodología de las Ciencias del Comportamiento, 2* (2), 111-127.

Reckase, M. D. (1979). Unifactor Latent Trait Models Applied to Multifactor Tests: Results and Implications. *Journal of Educational Statistics, 4* (3), 207-230.

Rulon, P. J. (1939). A Simplified Procedure for Detemrining the Reliability of a Test by Split-halves. *Harvard Educational Review, 9*, 99-103.

Scheuneman, J. D. (1984). A Theoretical Framework for the Exploration of Causes and Effects of Bias In Testing. *Educational Psychologist, 19* (4), 219-225.

Scheuneman, J. D. (1987). An Experimental, Exploratory Study of Causes of Bias in Test Items. *Journal of Educational Measuremente, 24* (2), 97-118.

Schmidt, F. L. (1992). What do Data Really Mean?: Research Findings, Meta-Analysis and Cumulative Knoeledge in Psychology. *American Psychologist, 47*, 1173-1181.

Schmitt, N., eta Stults, D. M. (1986). Methodologial Review: Analysis of Multitrait-Multimethod Matrices. *Applied Psychological Measurement, 10*, 1-22.

Shepard, L. A. (1997). The Centrality of Test Use and Consequences for Test Validity. *Educational Measurement: Issues and Practice, 16*, 5-8.

Snow, R. E., eta Lohman, D. F. (1989). Implications of Cognitive Psychology for Educational Measurement. In R. L. Linn (arg.), *Educational Measurement* (3. argit., 263.-332. or.). Washington, DC: American Council of Education.

Snow, R. E., eta Lohman, D. F. (1993). Cogntitive Psychology, New Test Design and New Test Theory: An Introduction. In N. Frederiksen, R. J. Misley eta I. I. Bejar (arg.), *Test Theory for a New Generation of Tests* (1.-18. or.). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Spearman, C. (1904a). General Intelligence, Objectively Determined and Measured. *American Journal of Psychology, 15*, 201-293.

Spearman, C. (1904b). The Proof and Measurement of Association Between Two Things. *American Journal of Psychology, 15*, 72-101.

Spearman, C. (1907). Demonstration of Formulae for True Measurement of Correlation. *American Journal of Psychology, 18*, 161-169.

Spearman, C. (1910). Correlation Calculed From Faulty Data. *British Journal of Psychology, 3*, 271-295.

Spearman, C. (1913). Correlations of Sums and Differences. *British Journal of Psychology, 5*, 417-426.

Spearman, C. (1927). *The Abilities of Man: Their Nature and Measurement*. Londres: McMillan.

Stevens, J. (1992). *Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Thorndike, R. L. (1949). *Personnel Selection*. New York: John Wiley.

Thurstone, L. L. (1927). A Law of Comparative Judgment. *Psychological Review, 34*, 273-286.

Thurstone, L. L. (1931). *The Reliability and Validity of Tests*: Edward Brothers.

Thurstone, L. L. (1947). *Multiple Factor Analysis*. Chicago: University of Chicago Press.

Title, C. K. (1982). Use of Judgment Methods in Item Bias Studies. In R. A. Berk (Arg.), *Handbook of Methods for Detecting Test Bias*. Baltimore: John Hopkins University Press.

van de Vijver, F. J. R., eta Poortinga, Y. P. (1991). Testing Across Cultures. In R. K. Hambleton eta J.N.Zaal (arg.), *Advances in Educational and Psychological Testing: Theory And Applications* (277.-307. or.). Boston: Kluwer academic publishers.

Venables, W. N. eta Ripley, B. D. (2000). *S Programming,* Springer: New York.

Venables, W.N. eta Ripley, B. D. (2002). *Modern Applied Statistics with S* (4. argit.). New York: Springer.

Venables, W. N., Smith, D. M., eta the R Development Core Team (2007). *An Introduction to R.* Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing.

Wells, C., eta Elosua, P. (2008). A Comparison of Ordinal Logistic Regression and the IRT Likelihood Ratio Test for Identifying DIF. *6th International Test Comssion Conference*, Liverpool.