

Valutazione della deformazione ultima del calcestruzzo in funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche delle armature di confinamento

F. Braga, G. F. Corrado, M. Laterza

Dipartimento di Strutture, Geotecnica, Geologia Applicata all'ingegneria. Università degli Studi della Basilicata, Potenza, Italy

SOMMARIO: Nel presente lavoro si è analizzato il comportamento a rottura di colonne in c.a. confinate da staffe quadrate di varia complessità (semplici e composte, con legature e staffe interne di varia forma) attraverso una procedura analitica che, utilizzando per il calcestruzzo confinato il legame costitutivo Braga-Laterza, valuta la deformazione ultima del cls individuando le condizioni di rottura della staffa. La procedura analitica consente di ricavare tutte le caratteristiche di sollecitazione e di deformazione della sezione di spigolo della staffa, maggiormente sollecitata, al variare dello stato deformativo nella sezione in c.a. Sono state effettuate analisi comparative al variare delle caratteristiche meccaniche e geometriche dell'armatura trasversale ed i valori della deformazione ultima di compressione ottenuti sono stati confrontati sia con i valori sperimentali riportati in letteratura sia con quelli ottenuti attraverso le formulazioni semiempiriche di Scott e Mander. Il metodo analitico messo a punto ha consentito, a differenza dei metodi semi-empirici detti, di effettuare numerose ed interessanti osservazioni al variare dei parametri geometrici e meccanici delle armature di confinamento. Dalle analisi effettuate, ad esempio, è emerso che staffe in acciaio inossidabile sfruttano meglio i meccanismi del confinamento, in particolare incrementando, rispetto agli acciai ordinari, la deformazione ultima del calcestruzzo confinato. Emerge dunque l'opportunità di utilizzare acciai significativamente inossidabili per le staffe, differenziando l'acciaio per esse utilizzato dall'acciaio delle armature longitudinali, a differenza di quanto prefigurato dalle normative.

ABSTRACT: The paper presents an analytical non linear method to evaluate the ultimate strain of the confined concrete columns so modifying the Braga-Laterza linear model approach. The analytical method has put in evidence several remarks on the influence of geometrical and mechanical properties; these results have been compared with the results given by the semi-empirical methods (e.g., Scott et al., Mander et al.). For instance the analyses carried out have shown an increase in concrete ductility when steel hardening of the hoops increases. compared For columns of square section the experimental data has been compared with results proposed and models at present available; the proposed model shows a fitting significantly better.

1 INTRODUZIONE

Per una struttura in cemento armato la possibilità di resistere ad azioni dinamiche severe, quali quelle sismiche, è legata alla capacità delle sezioni più sollecitate di superare il limite elastico dissipando sufficiente energia in campo plastico, in altri termini è legata alla capacità duttile delle strutture portanti. Per conseguire tale risultato è fondamentale confinare opportunamente il calcestruzzo affinché migliori le sue caratteristiche di resistenza e duttilità alle azioni cicliche.

L'armatura trasversale, oltre a garantire la necessaria resistenza a taglio e la stabilità delle armature longitudinali, assicura un'efficace azione di confinamento attraverso un meccanismo di scambio passivo di pressioni con il calcestruzzo che le consentono di opporsi alle

deformazioni trasversali di quest'ultimo. Confinare si traduce nel disporre nella sezione e nell'elemento considerato una adeguata quantità di armatura longitudinale e trasversale (staffatura) che modifica le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo. Il comportamento delle sezioni, degli elementi e quindi delle strutture, in presenza di azioni di confinamento passivo del calcestruzzo, viene dunque a dipendere da numerosi parametri sia meccanici sia geometrici (forma, diametro ed interasse delle staffe e dell'armatura longitudinale; legame costitutivo dell'acciaio, forma della sezione). Nel presente lavoro sarà analizzata, utilizzando l'approccio teorico al confinamento passivo del modello Braga-Laterza, l'influenza di tali fattori limitatamente alla capacità duttile delle sezioni, assumendo che per gli elementi strutturali maggiormente vulnerabili, quali sono i pilastri, la deformazione ultima di compressione del calcestruzzo si attinga quando si ha la rottura della prima staffa (Scott et al.1982, Mander et al. 1988a, Saatcioglu & Razvi 1998).

2 IL MODELLO DI CONFINAMENTO UTILIZZATO

Il modello analitico utilizzato (Braga & Laterza 1998) definisce le pressioni laterali di confinamento dell'elemento in c.a. compreso tra due staffe consecutive attraverso la sovrapposizione di una distribuzione costante di compressioni e di una di trazioni variabili con legge parabolica accompagnate da tensioni tangenziali variabili linearmente lungo il bordo. Tale sovrapposizione determina una legge di pressioni variabile parabolicamente lungo il bordo con valore massimo agli spigoli (Fig. 1).

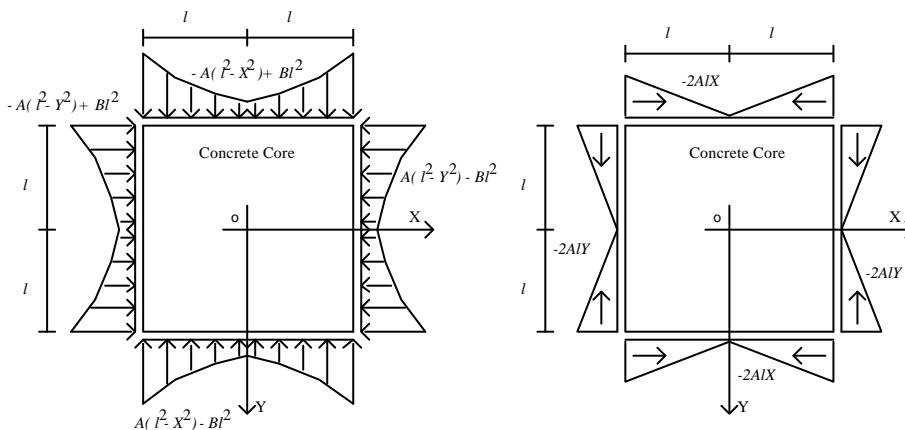


Fig.1. Stato tensionale prodotto dall'armatura trasversale

Il problema viene studiato, in stato piano di deformazione, attraverso due polinomi caratterizzati da due coefficienti A e B ricavati imponendo che tra staffa e calcestruzzo siano soddisfatti l'equilibrio delle forze scambiate e la congruenza. Nella figura 2 viene mostrato lo schema utilizzato per il calcolo delle sollecitazioni e degli spostamenti sulla staffa (grazie alla simmetria del problema è stato studiato il comportamento di metà braccio di staffa).

L'espressione del carico applicato (pressioni esercitate dal calcestruzzo) è:

$$q(x) = [A(l^2 - X^2) - Bl^2] S,$$

quella dello sforzo normale è:

$$N(x) = \frac{2}{3} ASl(l^2 - x^2) + N_0$$

$$N(0) = \left(B - \frac{2}{3} A \right) Sl^3 \quad (\text{reazione alle pressioni agenti sul braccio ortogonale della staffa})$$

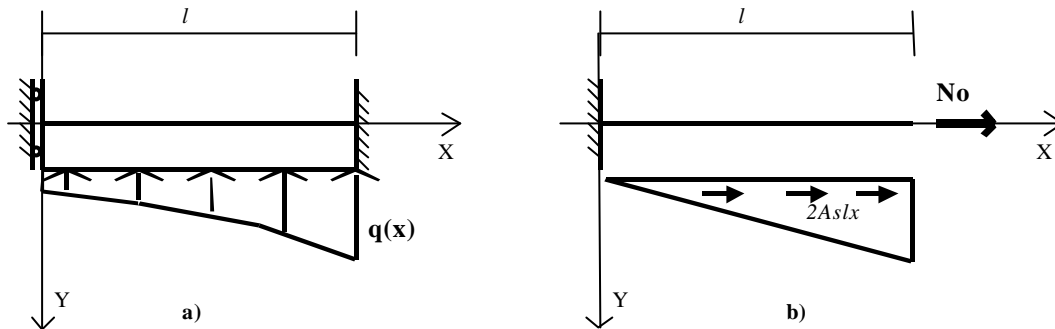


Fig.2. Schemi adottati per il calcolo della deformata della staffa

mentre i coefficienti A e B sono:

$$A = \frac{21 \cdot S \cdot E_c^2 \cdot E_s \cdot l \cdot e_z \cdot A_s \cdot u}{25S^2 E_c^2 l^4 + 6SE_c E_s l [315I_s (u+1) + 2l^2 A_s (2u+5)] - 1980E_s^2 I_s A_s (u^2 - 1)} \quad (1)$$

$$B = \frac{18 \cdot E_c \cdot E_s \cdot e_z \cdot A_s \cdot u \cdot [S \cdot E_c \cdot l^3 + 105 \cdot E_s \cdot I_s \cdot (u+1)]}{l^2 [25S^2 E_c^2 l^4 + 6SE_c E_s l [315I_s (u+1) + 2l^2 A_s (2u+5)] - 1980E_s^2 I_s A_s (u^2 - 1)}}$$

dove S = interasse staffe (passo), l = semilunghezza del braccio staffa, E_s = Modulo elastico della staffa, A_s = Area della sezione della staffa, I_s = Modulo di inerzia staffa, e_z = Deformazione longitudinale del calcestruzzo, E_c = Modulo elastico iniziale del calcestruzzo, ν = Modulo di Poisson del calcestruzzo.

In virtù delle azioni esercitate dal calcestruzzo in espansione, lungo i bracci delle staffe vengono a generarsi sollecitazioni di sforzo normale, momento flettente e taglio (fig. 3).

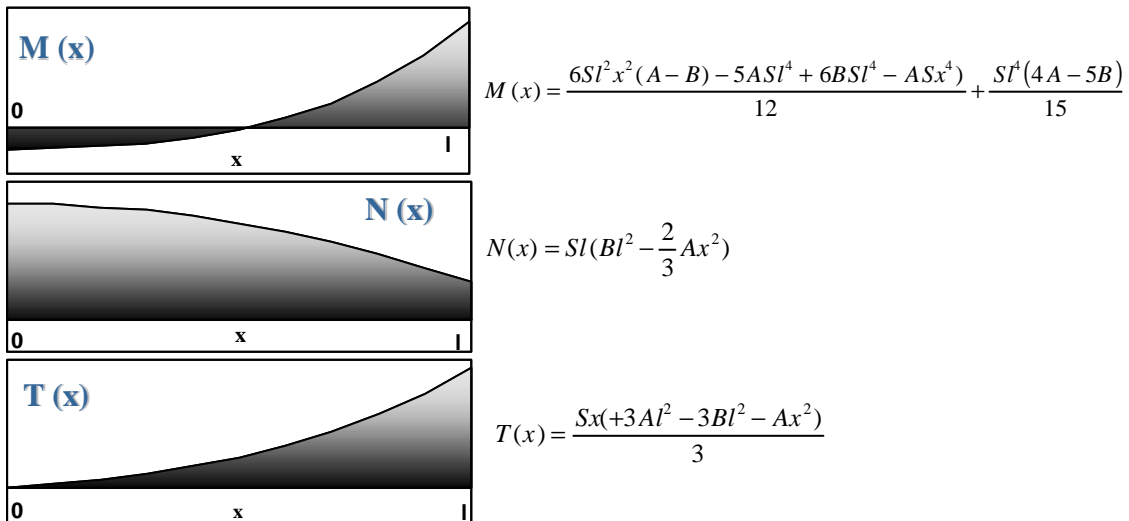


Fig.3. Andamento delle sollecitazioni lungo un semi-braccio di staffa

La rottura dell'armatura trasversale si manifesterà nella sezione più sollecitata, cioè nella sezione di spigolo in cui le caratteristiche di sollecitazione sono massime.

Il modello analitico così definito, valutando l'equilibrio delle forze scambiate tra calcestruzzo e staffe nell'ipotesi di comportamento lineare dei due materiali, risulta insufficiente ad analizzare la rottura di un elemento avente caratteristiche spiccatamente non lineari quale è la

staffa. Si è reso necessario, pertanto, modificare il modello introducendo le caratteristiche effettive dell'acciaio costituente le staffe per poi imporre l'equilibrio e la congruenza.

Per inquadrare il problema nei termini corretti sono stati effettuati studi preliminari di caratterizzazione del comportamento non lineare di sezioni circolari in acciaio, quale quella delle staffe, per poi passare al comportamento dell'insieme staffa – calcestruzzo.

3 COMPORTAMENTO DI SEZIONI CIRCOLARI PIENE IN ACCIAIO

Per il momento si è esaminato il comportamento a rottura di sezioni di staffa sollecitate da sforzo normale di trazione e momento flettente, trascurando gli effetti del taglio.

In primo luogo si sono costruiti i domini di rottura, per una sezione circolare sottoposta a sforzo normale e momento flettente, considerando un legame costitutivo dell'acciaio di tipo elastico – perfettamente plastico; l'andamento delle tensioni, per una deformazione a rottura infinita, è del tipo birettangolare riportato in figura 4. Nella stessa figura viene riportata la frontiera di tale dominio, normalizzato attraverso i rapporti $m=M/M_P$ ed $n=N/N_P$, essendo M_P il momento che equilibra lo stato tensionale b (momento massimo) ed N_P lo sforzo normale che equilibra lo stato tensionale c (sforzo normale massimo). Nel grafico di figura 4 è riportata anche la frontiera del dominio elastico della sezione.

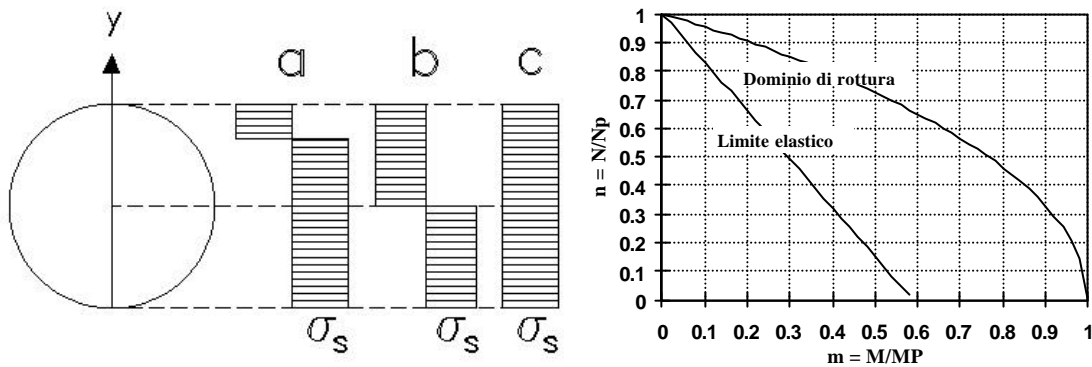


Fig.4. Distribuzione di tensioni birettangolare e Dominio di rottura per una sezione circolare piena e legame costitutivo dell'acciaio elastico – plastico perfetto

Si è poi ricavato, per il caso di acciaio incrudente (anche in presenza di plateau) e per una deformazione di rottura prefissata, il dominio di rottura normalizzato, con $m = M/M_U$ ed $n = N/N_U$, dove M_U ed N_U sono il momento flettente e lo sforzo normale corrispondenti alle distribuzioni di tensioni di figura 5 (momento e sforzo normale massimi).

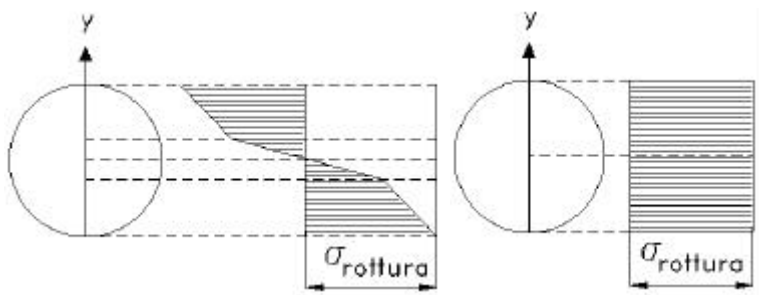


Fig.5. Distribuzione di tensioni da solo momento flettente e da solo sforzo normale

Il nuovo dominio presenta un punto di flesso (Fig. 6) perdendo la convessità di quello costruito per legame elastico - perfettamente plastico. Il dominio convesso, infatti, è caratteristica tipica dei materiali stabili secondo Druker cui non appartengono gli acciai

includenti. Ogni tipo di acciaio includente ha quindi un particolare dominio di rottura funzione della percentuale di includimento e della deformazione di rottura (Fig. 6).

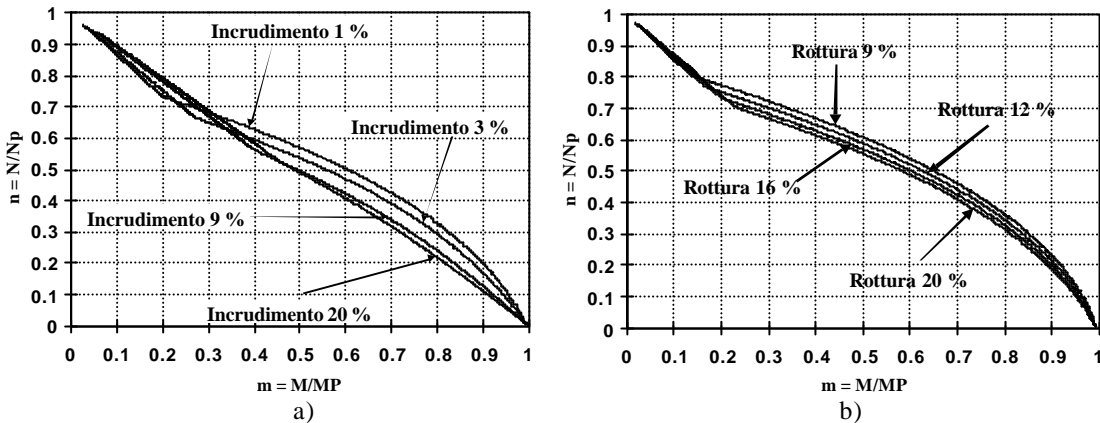


Fig.6. Domini di rottura per acciai con diverse percentuali di includimento: a)-deformazione di rottura fissata, b)-deformazione di rottura variabile con percentuale di includimento costante.

La rottura della staffa può, dunque, svolgersi secondo modalità diverse al variare del legame costitutivo dell'acciaio. Si è pertanto ritenuto opportuno, nello studio del comportamento a rottura delle staffe, considerare tre possibili tipi di legame che ben rappresentassero la variabilità degli acciai utilizzabili modellandoli rispettivamente attraverso un legame bilineare elastico-perfettamente plastico, un bilineare elasto-plastico includente ed un trilineare elasto-plastico includente con plateau che approssima con sufficiente precisione il comportamento degli usuali acciai dolci da carpenteria.

4 IL COMPORTAMENTO NON LINEARE DELLA STAFFA

All'aumentare del carico longitudinale applicato al blocco di calcestruzzo armato, le sollecitazioni nella sezione di spigolo della staffa aumentano provocandone, prima della rottura, la plasticizzazione. Si è pertanto studiato il comportamento di tale sezione in campo non lineare attribuendole il legame costitutivo elastico – perfettamente plastico, elasto-plastico includente e elasto-plastico includente con plateau.

Per portare in conto tale non linearità, è stato introdotto nel modello Braga-Laterza un nuovo schema di calcolo per le staffe con l'aggiunta di una cerniera plastica in corrispondenza della sezione d'angolo e quindi di una coppia esterna M_{st} applicata in tale sezione (Fig. 7). Sono state modificate di conseguenza le espressioni (1) dei coefficienti A e B del modello di base, soddisfacendo, tra staffa e calcestruzzo, l'equilibrio delle forze scambiate e la congruenza. Le espressioni (2), ottenute con procedimento del tutto analogo a quello usato dal modello di base, sono quindi funzione anche del momento flettente M_{st} applicato alla cerniera di spigolo.

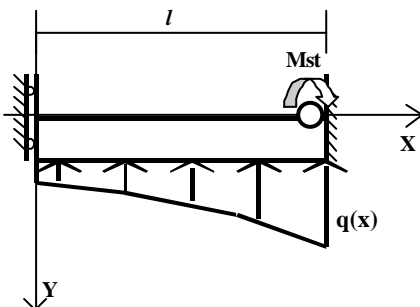


Fig.7. Schema di calcolo adottato per la determinazione dei nuovi coefficienti A e B

$$A = \frac{21E_c(SE_c l(2E_s l e_z A_s u + 5M_{st}) - 5E_s M_{st} A_s (u-1))}{2l(24S^2 E_c^2 l^4 + SE_c E_s l(315I_s (u+1) + l^2 A_s (25u+59)) - 315E_s^2 I_s A_s (u^2-1))} \quad (2)$$

$$B = \frac{E_c (SE_c l^2 (34E_s l e_z A_s u - 35M_{st}) + 210E_s A_s (u+1)(3E_s I_s e_z u - lM_{st}))}{2l^2 (24S^2 E_c^2 l^4 + SE_c E_s l(315I_s (u+1) + l^2 A_s (25u+59)) - 315E_s^2 I_s A_s (u^2-1))}$$

A questo punto è stata implementata una procedura che, all'aumentare delle deformazioni longitudinali ε_z del calcestruzzo e quindi delle pressioni laterali di confinamento (funzioni di A e B), fornisce le sollecitazioni ed il meccanismo di deformazione fino alla rottura della sezione d'angolo della staffa (Fig. 8).

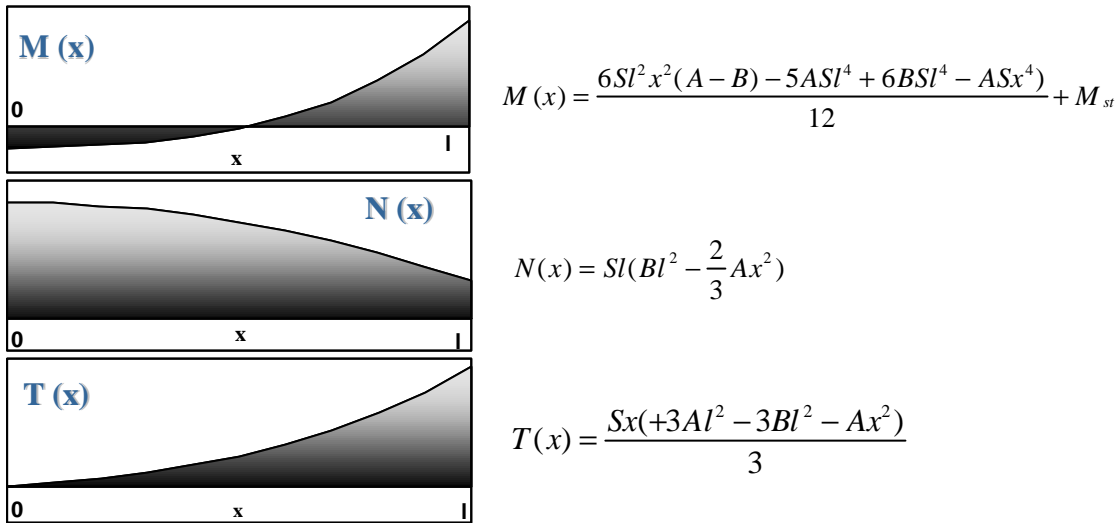


Fig.8. M(x), N(x) e T(x) lungo un semibraccio di staffa

Definite le caratteristiche geometriche e meccaniche della staffa (diametro, lunghezza dei bracci, passo, legame costitutivo dell'acciaio) e della sezione di calcestruzzo confinata (legame costitutivo non confinato, modulo di Poisson, nucleo confinato), al crescere delle deformazioni longitudinali ε_z del calcestruzzo si passa dalla situazione in cui la sezione d'angolo della staffa si deforma in campo elastico (Fig. 9a), per quella di plasticizzazione inferiore (Fig. 9b) per arrivare, infine, alla plasticizzazione inferiore e superiore (Fig. 9c). La procedura, nei casi esaminati, si arresta sempre in quest'ultimo stato di equilibrio, al raggiungimento di una condizione di collasso caratterizzata da deformazione media pari alla deformazione di rottura a trazione dell'acciaio.

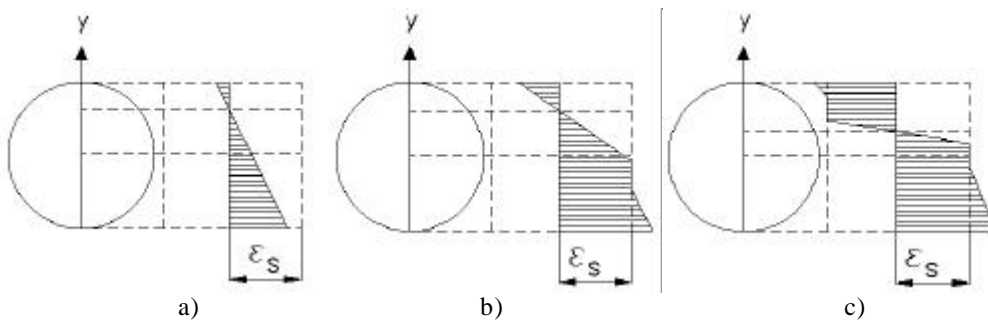


Fig.9. Distribuzione delle tensioni nella sezione d'angolo della staffa

Per quanto detto il problema risulta diviso in tre fasi:

Fase 1: Le deformazioni della sezione d'angolo della staffa sono tutte elastiche.

Si calcolano al passo (i-esimo) i due coefficienti di Airy A e B forniti dalle (1) e funzioni della deformazione $\epsilon_z(i)$ del calcestruzzo, e quindi si valuta la coppia di sollecitazioni allo spigolo della staffa per lo schema di calcolo di figura 2:

$$M_{st} = \frac{Sl^4(4A - 5B)}{15}; N_{st} = \left(B - \frac{2}{3}A \right)^3 S \quad (3)$$

Imponendo l'equilibrio alla traslazione ed alla rotazione ed utilizzando la distribuzione di tensioni di figura 9-a, si definisce la posizione dell'asse neutro e quindi l'andamento delle deformazioni della sezione. Quando, all'aumentare di ϵ_z , la deformazione del lembo inferiore raggiunge il limite elastico ϵ_s si passa alla fase 2.

Fasi 2 e 3: La sezione è parzialmente plasticizzata. Si definiscono (figura 10):

lo sforzo normale al passo (i-esimo) $N(i) = N(i-1) + \Delta N$, con $N(i-1)$ sforzo normale al passo (i-1);

il momento iniziale di calcolo $M_{st} = M_{\min} = M_{sner}$ per il quale la deformazione del lembo inferiore della sezione è pari al valore di snervamento ϵ_s .

Linearizzando, attraverso uno sviluppo in serie arrestato al primo ordine, l'espressione dello sforzo normale (3) si ricava la $e_z(i)$:

$$e_z(i) = \frac{N(i) - N(i-1)}{\left[\frac{dB}{de_z} \right]_{e_z^0} - \frac{2}{3} \left[\frac{dA}{de_z} \right]_{e_z^0}} + e_z^0(i) \quad (4)$$

si valutano quindi i due coefficienti A e B forniti dalle (2) e la lunghezza del tratto di staffa in cui il momento ha superato il valore di snervamento M_{sner} (lunghezza della cerniera plastica) imponendo che $M(x) - M_{sner} = 0$.

Ipotizzando per lo schema di figura 2 un andamento delle curvature parabolico per il tratto di staffa le cui sezioni hanno superato la deformazione di snervamento, si calcola la deformata ed imponendo che scosti al minimo dalla deformata dello schema di figura 7, si ricava la curvatura media che viene assegnata tutta alla sezione d'angolo della staffa.

Tenendo presente le distribuzioni di tensioni di figura 9-b per la fase 2 e di figura 9-c per la fase 3, e conoscendo la curvatura ed il momento M_{st} della sezione d'angolo, si ricavano attraverso gli equilibri alla rotazione ed alla traslazione asse neutro, ampiezza dei lembi plasticizzati della sezione e sforzo normale N_{st} . Nel caso in cui quest'ultimo non corrisponda a quello imposto in partenza ($N_{st} \neq N(i)$), si itera sul momento M_{st} lungo la retta $N=N(i)$ di figura 11, ottenendo al passo l'andamento delle deformazioni per la sezione di staffa e la corrispondente deformazione longitudinale $\epsilon_z(i)$ del calcestruzzo.

Si passa dalla fase 2 alla 3 quando la deformazione del lembo superiore (compressivo) supera anch'essa lo snervamento ϵ_s . L'intera procedura si arresta fornendo il valore della e_{cu} quando la deformazione media della sezione di staffa raggiunge il valore di rottura a trazione.

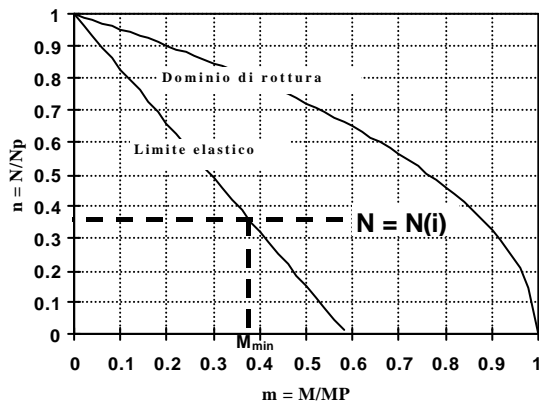


Fig.10. Le variabili delle fasi n°2 e 3

5 MECCANISMI DI ROTTURA DELLE STAFFE

Definita la procedura, per una sezione quadrata di lato 300 mm ed interasse staffe pari a 100mm, è stata effettuata una serie di analisi al crescere della deformazione longitudinale del calcestruzzo ϵ_z , ed al variare del tipo di legame costitutivo e del diametro delle staffe. I risultati ottenuti sono esposti di seguito correlandoli al tipo di modellazione adottato per il legame costitutivo dell'acciaio.

Legame costitutivo bilineare, elastico- perfettamente plastico

Le coppie m,n ($m=M/M_p$, $n=N/N_p$) relative alle sezioni d'angolo della staffa hanno l'andamento riportato in figura 11-a. Si evince che al crescere della deformazione longitudinale del calcestruzzo ϵ_z lo sforzo normale aumenta mentre il momento flettente in prossimità del dominio inizia a diminuire. La rottura interviene (asterisco sul dominio) per tenso flessione e non per trazione come generalmente specificato in letteratura, attribuendo alle staffe il solo ruolo di tiranti (*effetto arco*).

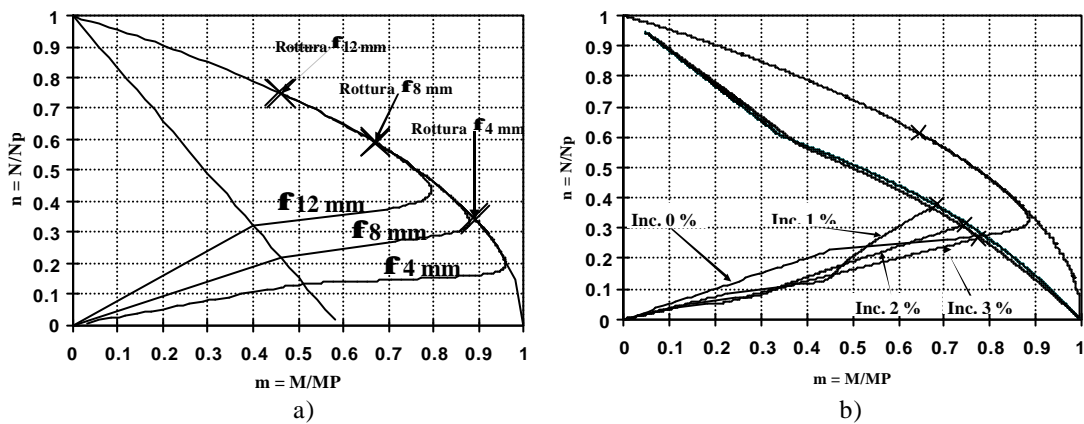


Fig.11. a)-legame costitutivo elastico – perfettamente plastico, b)- staffa ϕ 8 mm; legame costitutivo elasto-plastico incrudente (coppie $m-n$ normalizzate rispetto ai propri N_{max} ed M_{max}).

Legame costitutivo bilineare elasto-plastico incrudente

Nella figura 11-b è rappresentato, per un prefissato diametro e passo di staffa, l'andamento delle coppie $m-n$ in funzione della percentuale di incrudimento dell'acciaio utilizzato. In questo caso sia lo sforzo normale sia il momento flettente aumentano proporzionalmente alla deformazione longitudinale ϵ_z del calcestruzzo fino a raggiungere la rottura che, all'aumentare dell'incrudimento, si attinge per caratteristiche della sollecitazione $n-m$ crescenti.

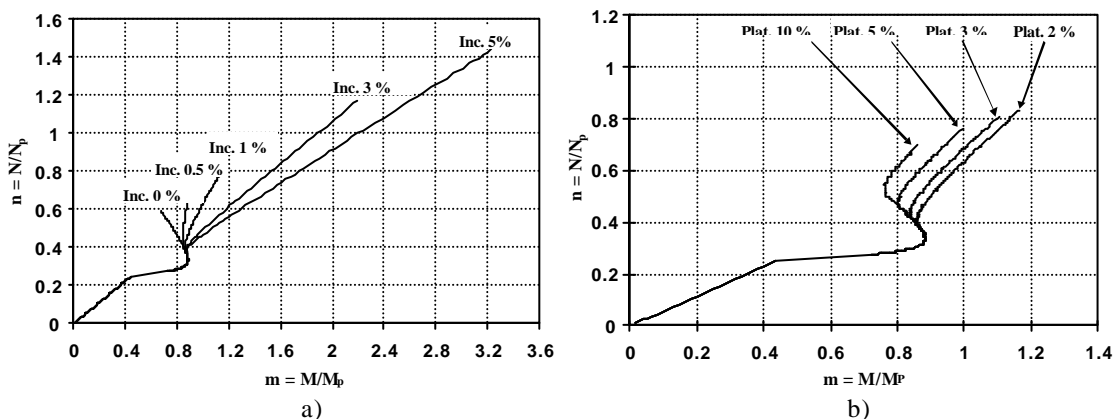


Fig.12. Legame costitutivo elasto-plastico con incrudimento e plateau; staffa ϕ 8 mm, a)-incrudimento variabile; b)-lunghezza del plateau variabile - (coppie $m-n$ normalizzate rispetto ad M_p ed N_p del legame elastico- perfettamente plastico).

Legame costitutivo trilineare elasto–plastico incrudente con plateau

Tutte le notazioni introdotte che riguardano l'influenza dell'incrudimento e del diametro sull'andamento delle coppie m-n per il legame costitutivo bilineare continuano ad avere validità (Fig. 12-a), fatta eccezione per un tratto a momento decrescente la cui lunghezza dipende dal plateau attribuito alla armatura trasversale (Fig. 12-b); minore è il plateau e minore sarà il tratto in cui il momento decresce. La rottura della staffa avviene per caratteristiche della sollecitazione che si riducono poco all'aumentare della lunghezza del plateau; i grafici sono coincidenti fino a quando la deformazione del lembo teso non raggiunge la deformazione di fine plateau. Di fatto la lunghezza del plateau appare poco influente ai fini di una corretta valutazione delle condizioni di rottura.

6 DEFORMAZIONE ULTIMA DI COMPRESSIONE – CONFRONTI

Per valutare l'efficacia del modello proposto sono stati effettuati confronti tra i valori della deformazione ultima da esso previsti ed i valori della deformazione ultima di colonne sottoposte a prove di compressione centrata ottenuti sperimentalmente. Tra i numerosi dati disponibili in letteratura sono stati scelti quelli relativi a sperimentazioni di cui venivano riportate, con sufficiente attendibilità, le caratteristiche meccaniche degli acciai utilizzati per le staffe, essendo tale informazione fondamentale ai fini di un corretto utilizzo della procedura qui presentata (Shamin et al. 1980, Scott et al. 1982, Mander et al. 1988a, Saatcioglu & Razvi 1998).

I valori della deformazione ultima calcolati con la metodologia proposta sono stati inoltre confrontati con le storiche espressioni semi-empiriche ricavate rispettivamente da Scott e da Mander (Tab. 1).

L'espressione proposta da Scott (Scott et al. 1982) per la valutazione della deformazione ultima di compressione di colonne confinate è:

$$\mathbf{e}_{cu} = 0.004 + 0.9 \mathbf{r}_s \left[\frac{f_{yh}}{300} \right] \quad (5)$$

con il termine costante (0.004)=deformazione longitudinale per cui il copriferro si stacca, \mathbf{r}_s =rapporto in volume tra acciaio trasversale e nucleo di calcestruzzo confinato, f_{yh} =tensione di snervamento della staffa.

Mander (Mander et al. 1988b), ipotizzando e verificando sperimentalmente che la deformazione ultima nel calcestruzzo coincida con la rottura della prima staffa, propone la soluzione del bilancio energetico (6) che, noti f_c ed f_{sl} in funzione della deformazione longitudinale, fornisce tale deformazione per via numerica. Tale bilancio energetico, tenendo presente che l'area sottesa dalle curve dei legami costitutivi di figura 13 rappresenta l'energia per unità di volume necessaria a rompere il calcestruzzo, esprime appunto che l'incremento di energia dovuto al confinamento (area tratteggiata), dipende esclusivamente dall'assorbimento di energia da parte dell'armatura trasversale.

$$110 \mathbf{r}_s = \int_0^{\mathbf{e}_{cu}} f_c d\mathbf{e}_c + \mathbf{r}_{cc} \int_0^{\mathbf{e}_{cu}} f_{sl} d\mathbf{e}_c - 0.017 \sqrt{f'_{c0}} \quad (6)$$

con f'_{c0} = resistenza a compressione del calcestruzzo non confinato in Mpa, f_c =tensione di compressione longitudinale nel calcestruzzo, \mathbf{e}_{cu} =deformazione ultima di compressione del calcestruzzo confinato, f_{sl} =tensione nell'acciaio longitudinale, 110 =energia media di deformazione per unità di volume del nucleo di calcestruzzo, in MJ/m³, dell'acciaio trasversale di confinamento (ricavato da prove sperimentali di trazione su barre di diverso diametro e classi di acciaio 275 e 380 aventi deformazione di rottura \mathbf{e}_{sf} variabile tra 0.24 e 0.29 e $(0.017 \sqrt{f'_{c0}})$ pari all'energia di deformazione per unità di volume, in MJ/m³, assorbita dal calcestruzzo non confinato.

I valori della deformazione ultima calcolati con l'equilibrio energetico di Mander (M1 di tabella 1) sono stati infine confrontati con i valori di tale deformazione (M2 di tabella 1) ottenuti

utilizzando nell'equilibrio energetico detto, non un energia media di deformazione per unità di volume del nucleo di calcestruzzo costante e pari a 110 MJ/m^3 come suggerito da Mander, bensì il valore effettivo di tale energia. Tale valore dell'energia è stato calcolato per ognuno dei legami costitutivi degli acciai riportati dagli sperimentatori.

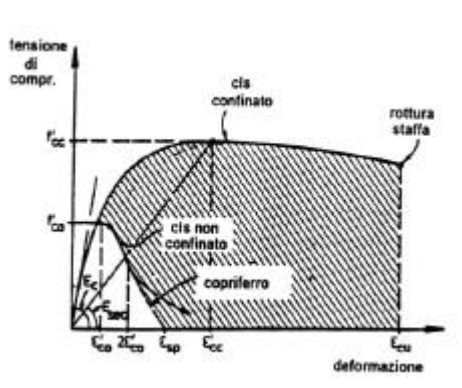


Fig.13. Legame costitutivo di Mander ed al.

Tabella 1 Valori della deformazione ultima ottenuti sperimentalmente ed analiticamente

Aut.	Sezione Tipo Sez.	f'_c MPa	Lato Sez. mm	Armatura longitudinale			Armatura trasversale *					ϵ_{cu} %				
				σ_s MPa	Arm. Long.	ϕ_{st} mm	S mm	σ_s MPa	Inc. %	ϵ_{pl} %	ϵ_{sr} %	Sper.	Mod.	Scott	M1	M2
		124	230	450	4 ϕ 16	12	55	400	1.5	0.0	8.0	3.12	3.05	4.02	7.80	3.10
[1]		124	230	450	8 ϕ 16	6	85	400	3.0	0.0	3.2	1.50	1.86	1.59	2.7	0.60
		92	230	450	8 ϕ 16	8	55	1375	0.0	0.0	4.8	3.50	4.02	8.73	3.40	2.20
[2]		25	400	394	8 ϕ 24	10	72	309	0.7	1.6	17	4.25	4.21	2.04	5.50	3.30
		40	267	384	8 ϕ 30	8	76	513	0.5	0.0	2.6	1.55	1.51	2.81	2.70	0.50
		40	267	384	8 ϕ 30	4	28	509	0.7	0.0	3.1	1.50	1.19	2.74	2.60	0.60
		40	267	384	8 ϕ 30	10	76	380	0.6	0.0	3.3	1.30	1.68	2.94	3.80	0.70
[3]		40	267	384	8 ϕ 30	6	35	469	0.5	0.0	3.0	1.00	1.38	3.50	3.40	0.70
		31	267	384	8 ϕ 30	4	58	509	0.7	0.0	3.1	1.14	1.10	1.57	1.60	0.40
		31	267	403	8 ϕ 16	10	76	450	0.4	0.0	3.1	2.10	1.34	3.39	5.80	1.00
		31	267	403	8 ϕ 16	6	35	513	0.3	0.0	3.2	2.70	1.47	3.68	5.20	1.00
		25	400	394	8 ϕ 24	10	72	309	0.7	1.6	17	3.25	3.32	2.04	5.50	3.30
[4]		25	400	394	8 ϕ 24	10	98	309	0.7	1.6	17	2.14	3.09	1.61	4.50	2.70
		25	398	394	8 ϕ 24	12	88	296	0.7	1.6	17	3.59	3.67	2.25	6.40	3.70
		25	398	394	8 ϕ 24	12	64	296	0.7	1.6	17	3.82	4.02	2.94	7.70	4.50

[1]=Saatcioglu, Razvi, [2]=Mander, Priesley e Park, [3]=Shamin, Sheikh, Uzumeri, [4]=Scott, Park, Priestley, f'_c =Resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo non confinato, σ_s =Tensione di snervamento dell'acciaio, S=Passo staffe, Inc.=Incrudimento acciaio, ϵ_{pl} =Deformazione fine plateau, ϵ_{sr} =Deformazione di rottura della staffa, ϵ_{cu} =Deformazione ultima di compressione del calcestruzzo confinato, f =Diametro armatura, Sper.=Sperimentazione, Mod.=Modello Proposto, Scott.=Formula di Scott, M1=Modello di Mander, M2=Modello modificato di Mander.

I risultati ottenuti dai confronti effettuati sono riportati in tabella 1 ed in figura 14. Si rileva con estrema chiarezza la migliore precisione evidenziata dal metodo proposto rispetto ai metodi di Scott e di Mander. Si evince altresì che le valutazioni effettuate utilizzando il modello di Mander sovrastimano significativamente il dato sperimentale nel caso si utilizzino i valori di energia a rottura indicati dallo stesso autore, mentre migliorano se si utilizzano, più correttamente caso per caso, i valori effettivi di tale energia. La formulazione di Scott, anche se di maggiore dispersione rispetto al modello proposto, appare indubbiamente migliore rispetto a quella classica di Mander, e ciò probabilmente grazie alle sue caratteristiche di formulazione empirica calibrata su buona parte dei risultati utilizzati nel confronto qui effettuato.

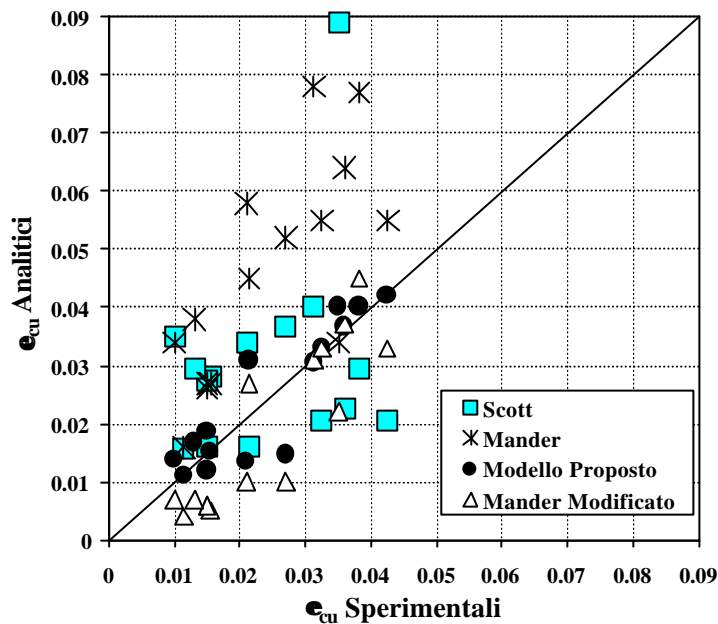


Fig.14 Valori della deformazione ultima ottenuti sperimentalmente ed analiticamente

Per evidenziare ulteriormente le differenze esistenti tra il modello proposto ed i due modelli semi-empirici presi a riferimento è stato effettuato un ulteriore confronto variando il diametro della staffa ed il suo passo ed utilizzando diverse percentuali di incrudimento per l'acciaio trasversale(Fig. 15). Come era logico attendersi i tre modelli analitici confrontati portano tutti in conto l'influenza che diametro e passo delle staffe e resistenza dell'acciaio utilizzato hanno sulla duttilità del calcestruzzo confinato. La variabilità dell'incrudimento, invece, è portata in conto dal solo modello proposto; in particolare la deformazione ultima del calcestruzzo aumenta al crescere dell'incrudimento dell'acciaio utilizzato; informazione quest'ultima non trascurabile sia per fini tipicamente progettuali sia per eventuali indicazioni di carattere normativo.

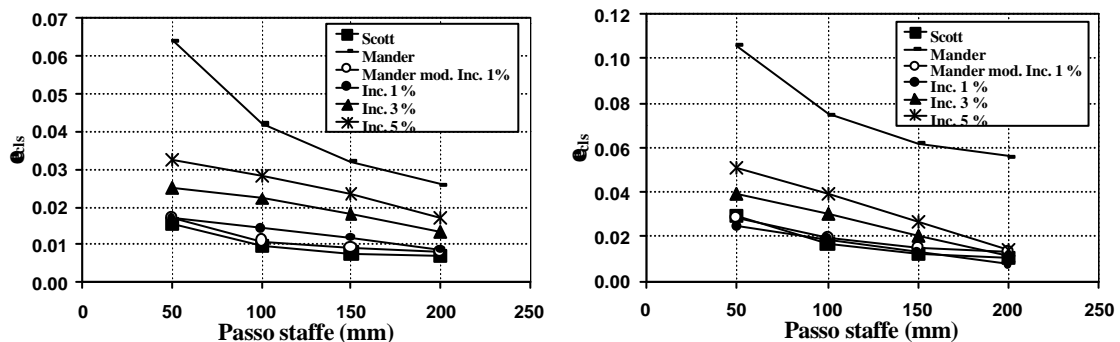


Fig.15. Confronto tra le deformazioni ultime del calcestruzzo confinato da staffe $\phi=8$ e 12 mm al variare del passo e dell'incrudimento dell'acciaio utilizzato (Legame costitutivo trilineare - Sez. 300x300 mm)

Si è infine effettuato (vedi figura 16) un confronto al variare del diametro delle barre longitudinali. Si evidenzia una forte variabilità delle capacità duttili del calcestruzzo al variare della lunghezza libera di inflessione delle barre longitudinali, cioè della loro capacità di confinare il calcestruzzo compreso tra due staffe successive. L'incremento di duttilità all'aumentare della rigidità flessionale delle barre longitudinali, portata in conto esplicitamente nel modello Braga-Laterza, è risultato in buon accordo con l'attuale normativa Italiana che impone, nelle zone critiche degli elementi in c.a., una staffatura avente passo non inferiore a 6 volte il diametro minimo delle barre longitudinali. Nel grafico di figura 16, infatti, tale prescrizione, seppure introdotta per evitare l'instabilità delle barre longitudinali, individua una perdita minima di duttilità massima conferibile, fissato il diametro delle staffe, e soprattutto un andamento costante al variare del diametro dell'armatura longitudinale.

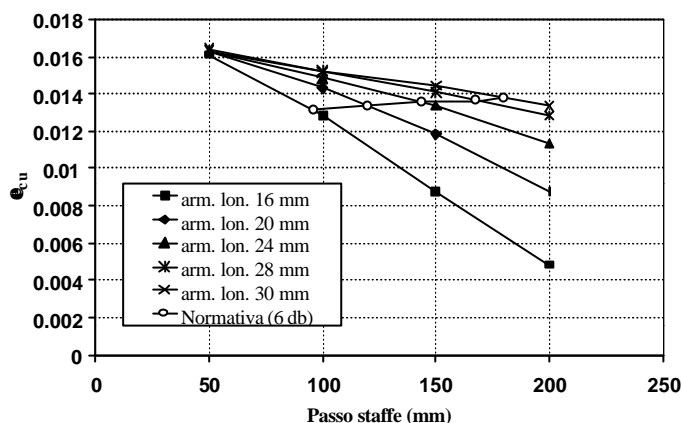


Fig.16. Confronto tra le deformazioni ultime del calcestruzzo confinato da staffe $\phi=8$ mm al variare del diametro delle armature longitudinali (Legame costitutivo trilineare – Sez. 300x300 mm)

7 CONCLUSIONI

Alla luce dei confronti effettuati, il metodo proposto risulta essere un utile ed affidabile strumento per quantificare la deformazione ultima del calcestruzzo confinato. Le comparazioni con i risultati sperimentali mostrano, infatti, una buona concordanza tra questi ed i valori calcolati attraverso la metodologia proposta. Il metodo proposto, totalmente analitico, evidenzia una significativa capacità di leggere l'influenza che i vari fattori geometrici e meccanici dell'armatura trasversale hanno sulle modalità di rottura del calcestruzzo. Non è trascurabile, infine, il suggerimento che se ne trae sull'opportunità di utilizzare acciai incrudenti per le staffe e la conferma che le prescrizioni di norma attualmente in vigore limitano efficacemente l'utilizzo di barre longitudinali di piccolo diametro.

8 RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Braga, F. & Laterza, M. 1998. A new approach to the confinement of R/C columns. *11th European Conference on Earthquake Engineering*, Paris 6-11 September 1998
- Mander, J. B. Priestley, M. J. N. Park, R. 1988a. Observed Stress – Strain Behaviour of Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No 8, August 1988.
- Mander, J. B. Priestley, M. J. N. Park, R. 1988b. Theoretical Stress – Strain Model for Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No 8, August 1988.
- Saatcioglu, M. & Razvi, S. R. 1998. High – Strength Concrete Columns with Square Section under Concentric Compression, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No 12, December 1998.
- Scott, B. Park, D. R. Priestley, M.J.N. 1982. Strees – Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates, *ACI Journal*.
- Shamin, Sheikh, A. Uzumeri, S. M. 1980. Strength and Ductility of Tied Concrete Columns, *Journal of Structural Division*, Vol. 106, No ST5, May 1980.