



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

La matemagia como actividad motivacional en el primer curso de la Educación Secundaria

Autor/es

Ane Laforga García

Director/es

LUCÍA ROTGER GARCÍA

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2021-22



La magia como actividad motivacional en el primer curso de la Educación Secundaria, de Ane Laforga García

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.

Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

© El autor, 2022

© Universidad de La Rioja, 2022

publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

Trabajo de Fin de Máster

La magia como actividad motivacional en el primer curso de la Educación Secundaria

Mathemagic as a motivational activity in the first year of Secondary Education

Autora : *Ane Laforga García*

Tutora: Lucía Rotger García

**MÁSTER:
Profesorado, Matemáticas**

Escuela de Máster y Doctorado



AÑO ACADÉMICO: 2021/2022

RESUMEN

Según varios estudios, la escasa motivación de los estudiantes de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) para aprender matemáticas lleva siendo un factor que se lleva repitiendo desde hace muchos años. Este trabajo explica cómo el juego, y más específicamente los trucos de magia matemática en el aula (la matemagia), puede ser un factor motivante que logre que los estudiantes aumenten su aprendizaje de las matemáticas.

Para ello, en primer lugar, se estudiarán las dificultades que presenta el aprendizaje de las matemáticas, para posteriormente analizar la motivación de los estudiantes y presentar el juego como elemento motivador. Después, se expondrá un breve resumen de la historia de la matemagia, desde la época de Pitágoras hasta la actualidad. De este modo se presentará la matemagia, que será explicada con mayor profundidad, analizando sus diversos beneficios al ponerla en práctica en las aulas. Finalmente, se planteará una propuesta metodológica para la enseñanza de la asignatura de Matemáticas en las aulas del primer curso de la ESO mediante el uso de la matemagia. Para ello, se proponen varias actividades que pretenden despertar el interés y la motivación de los estudiantes hacia la asignatura, logrando así unas clases más participativas y un incremento del aprendizaje.

Palabras clave: motivación, matemagia, aprendizaje, matemáticas, juego.

ABSTRACT

According to several studies, the low motivation of Compulsory Secondary Education students to learn mathematics has been a factor that has been repeated for many years. This work explains how the game, and more specifically mathematical magic tricks in the classroom (mathemagic), can be a motivating factor that makes students increase their learning of mathematics.

To achieve this, firstly, the difficulties presented by learning mathematics will be studied, to later analyze the motivation of the students and present the game as a motivating element. Afterwards, a brief summary of the history of mathemagic will be presented, from the time of Pythagoras to the present. In this way, mathemagic will be presented, which will be explained in greater depth, analyzing its various benefits when putting it into practice in the classroom. Finally, a methodological proposal will be proposed for the teaching of the subject of Mathematics in the classrooms of the first year of Compulsory Secondary Education through the use of mathemagic. To do this, several activities are proposed that aim to arouse the interest and motivation of students towards the subject, thus achieving more participatory classes and an increase in learning.

Keywords: motivation, mathemagic, learning, mathematics, game.

Índice

1.	INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	1
2.	OBJETIVOS	3
3.	MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN	5
3.1.	El aprendizaje.....	5
3.2.	Dificultades que presenta el aprendizaje de las matemáticas	6
3.3.	Motivación de los estudiantes.....	8
3.4.	El juego como elemento motivador	11
3.5.	Historia de la matemagia	14
3.6.	La matemagia.....	16
4.	DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.	21
4.1.	Introducción.....	21
4.2.	Objetivos específicos de la intervención.....	21
4.3.	Contenidos	22
4.4.	Metodología.....	25
4.5.	Evaluación.....	26
4.6.	Atención a la diversidad	29
4.7.	Competencias.....	31
4.8.	Temporización general	32
4.9.	Ejemplo de sesión	34
5.	DISCUSIÓN	37
6.	CONCLUSIONES.....	39
7.	REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....	43
8.	ANEXO.....	49

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

La motivación para aprender por parte de los estudiantes es fundamental para poder obtener buenos resultados en la asignatura de Matemáticas. La Asociación Española para la Digitalización (DigitalEs, 2019) realizó un estudio que pretendía analizar la opinión que tienen los estudiantes hacia la asignatura de Matemáticas tanto en la etapa de la Educación Primaria como en la ESO. Los resultados indican que en primaria los estudiantes tienen, en general, una buena opinión sobre la asignatura, siendo el aspecto peor valorado su adaptación a los problemas cotidianos. Asimismo, los resultados muestran que el 37% considera que las clases de matemáticas son aburridas. En la ESO la percepción de las matemáticas no es tan positiva como en primaria. Un 73% de los estudiantes de la ESO declaran que tienen problemas para entender la asignatura. A pesar de que los estudiantes estén generalmente contentos con la forma en la que se enseñan las matemáticas en la Educación Primaria, en la ESO un alto porcentaje dice que le resulta difícil de entender.

Por todo ello, se considera que los docentes deben cambiar su manera de enseñar las matemáticas, probando nuevas metodologías, para lograr que los estudiantes se sientan motivados y al mismo tiempo se les haga más fácil entender los nuevos conceptos. Hoy en día se llevan a la práctica diferentes metodologías en las aulas, como pueden ser el aprendizaje basado en problemas, aula invertida, gamificación y trabajo basado en proyectos, entre otros. Existe otra metodología, aun siendo menos común en las aulas de la ESO, que es el juego. Según Piaget (1985) los juegos contribuyen a la creación de una vasta red de herramientas que posibilitan a los niños asimilar plenamente la realidad, incorporándola para revivirla, controlarla, comprenderla y equilibrarla. Por lo que, si se eligen de una manera correcta, los juegos pueden contribuir a que los estudiantes entiendan mejor la asignatura de Matemáticas o fortalecer los conocimientos logrados en una unidad didáctica, lo que concluye en un aprendizaje más significativo.

En particular, los trucos de magia pueden usarse como un recurso didáctico. Muchos trucos de magia implican la aplicación implícita de propiedades matemáticas, de manera que, aparte del aspecto motivacional que traen consigo,

los trucos de magia se pueden añadir a la lista de metodologías anteriormente explicadas para enseñar matemáticas.

En este trabajo nos centraremos en la matemagia, que consiste en el uso de trucos de magia para la enseñanza de matemáticas. Lo que se busca es utilizar la curiosidad que generan los trucos de magia para mejorar el aprendizaje de la asignatura. De acuerdo con lo expuesto, el trabajo que nos ocupa presenta una propuesta innovadora relacionada con la utilización de los juegos de magia en la enseñanza de las matemáticas, utilizándolos como actividad que ayude a despertar el interés de los estudiantes y aumentar su motivación en el primer curso de la ESO. Para ello, se proporcionan un conjunto de recursos asequibles y de fácil acceso para fortalecer las habilidades docentes de los profesores.

2. OBJETIVOS

Este trabajo presenta como objetivo principal realizar una propuesta de intervención didáctica que utilice los trucos de magia como elemento motivador en el aula de matemáticas de 1ºESO.

Para conseguirlo los objetivos específicos son:

- Revisar las principales teorías que existen sobre el proceso de aprendizaje y comprobar cómo afectan a la hora de enseñar matemáticas.
- Analizar las dificultades existentes en el aprendizaje de las matemáticas.
- Estudiar diferentes maneras de incrementar la motivación de los estudiantes hacia las matemáticas.
- Realizar un análisis sobre el uso de los juegos y la magia como método de enseñanza en el aula de matemáticas y estudiar tanto sus efectos positivos como negativos sobre el aprendizaje.
- Proponer un conjunto de actividades relacionadas con los juegos de magia para su utilización en las aulas de matemáticas del primer curso de la ESO analizando su encaje en el currículum.

3. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN

3.1. El aprendizaje

La Real Academia Española (RAE) define la palabra aprendizaje como “Adquisición por la práctica de una conducta duradera”. La UNESCO da una definición más completa, descrita como “un proceso que reúne las experiencias e influencias personales y ambientales para adquirir, enriquecer o modificar conocimientos, habilidades, valores, actitudes, comportamiento y visiones del mundo”. Si tenemos en cuenta ambas definiciones podemos obtener las propiedades fundamentales del aprendizaje: que involucra un cambio, que es resultado de la práctica y que el efecto es duradero.

La investigación científica sobre el aprendizaje surgió al final del siglo XIX, y existen teorías muy distintas sobre la misma. Las teorías fundamentales son las siguientes:

- El conductismo: surgió al comienzo del siglo XX. La base del conductismo es que el aprendizaje se basa en la modificación de comportamientos provocados por la relación que se forma entre los estímulos y las respuestas (Romero, 2017). Una respuesta a un estímulo se refuerza en presencia de un efecto de recompensa positivo y la respuesta al estímulo mejora con el ejercicio y la repetición. Los principales representantes del conductismo son Jhon Broadus Watson, Iván Petróvich Pavlov, Burrhus Frederick Skinner y Edward Lee Thorndike.
- El cognitivismo: se inició a finales de la década de 1950. Según el cognitivismo el aprendizaje puede definirse como la adquisición de conocimientos, es decir, los estudiantes son procesadores de información que absorben esa información, realizan operaciones mentales sobre ella y la almacenan en la memoria (Romero, 2017). El aprendizaje se entiende como la transferencia de conocimientos por parte del docente y su asimilación pasiva por parte de los estudiantes y el proceso de adquirir esa información es más importante que la propia contestación a ese proceso. En la teoría cognitivista destacan Frederick Bartlett y Jerome Bruner.
- El constructivismo: surgió entre los años 1970 y 1980. Esta teoría se basa en que el alumnado no es un receptor pasivo de la información, sino que

crea su conocimiento de una manera activa interactuando con el entorno y reorganizando sus estructuras mentales (Romero, 2017). En consecuencia, el estudiante es el que debe descifrar y entender la información, no solo ser el poseedor de esa información. Según esta corriente el docente es un guía en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes y no un transmisor de la información. Sus principales representantes son Jean Piaget y Jerome Bruner.

- El aprendizaje por modelado: promovido por Albert Bandura en 1977, el aprendizaje se realiza a través de la observación o imitación de otros modelos, como pueden ser la familia, los amigos o los docentes.
- El constructivismo social: surgió a finales del siglo XX y se basa en que la cognición y el aprendizaje se comprenden como interacciones entre una persona y una situación, donde el conocimiento se considera localizado y es una mezcla entre la actividad, el contexto y la cultura en que se concibe y utiliza (Romero, 2017). Los principales representantes son Lev Vygotsky, Bárbara Rogoff y Jean Lave.

Asimismo, en los últimos años han seguido surgiendo nuevas teorías sobre el aprendizaje, como el aprendizaje experimental, que sitúa la experiencia como el centro del proceso de aprendizaje, o la teoría del aprendizaje situado y comunidad de práctica, que se basa en que el aprendizaje se produce con mayor eficacia dentro de las comunidades.

La conclusión es que todas estas teorías son válidas al aplicarse en algún momento del proceso de aprendizaje de los estudiantes: el conductismo para premiar su esfuerzo, el cognitismo a la hora de adquirir el conocimiento de manera directa o el aprendizaje por modelado al realizar las prácticas, si bien es verdad que el modelo que debería prevalecer es el constructivismo, ya que el papel de los estudiantes es aprender a aprender mientras que el docente es el que motiva y guía ese aprendizaje.

Una vez expuestas las teorías más destacadas sobre el aprendizaje, se profundizará sobre los problemas que suelen surgir al aprender matemáticas.

3.2. Dificultades que presenta el aprendizaje de las matemáticas

Habitualmente la asignatura de Matemáticas es una de las asignaturas que más problemas de aprendizaje suele presentar. Son varios los factores que

influyen en estos resultados: el entorno familiar del estudiante, problemas de idioma, repeticiones de curso, los docentes e incluso los propios contenidos de la asignatura.

Algunos de los factores que hacen más complicado el aprendizaje de la materia se basan en los propios estudiantes. De Guzmán (2007) comenta como los pitagóricos ya consideraban las matemáticas como algo sagrado, cuyo conocimiento no debía estar al alcance de todos, sino solo al alcance los iniciados. Desafortunadamente, esta imagen perdura hasta hoy en día, pues los estudiantes siguen considerando la asignatura complicada. Como comenta Carrillo (2009), los estudiantes suelen describir las matemáticas como el conocimiento que puede ser entendido por poca gente, comprendido únicamente por los dotados.

Otros factores se centran en la naturaleza de la propia asignatura.

- Que las matemáticas sean tan abstractas es un factor que dificulta su comprensión. Si se busca que los estudiantes asimilen conocimientos, es esencial que conozcan su utilidad. Si se desvincula el aprendizaje de las matemáticas de la realidad, será complicado estimular el entusiasmo de los estudiantes por aprender (Espinosa, 2020).
- Fernández (2013) comenta que las matemáticas son una ciencia en la que para lograr comprender un nuevo concepto es necesario haber interiorizado los conceptos previos. Por lo que la complicación no es solo comprender el nuevo concepto, sino que hay que sumarle que es necesario haber comprendido los anteriores conceptos. Esto constituye otra complicación a la hora de aprender matemáticas.
- Otra dificultad que hay que tener en cuenta es que existe un lenguaje específico que los estudiantes deben comprender y utilizar. Este lenguaje tiene una estructura distinta y un vocabulario propio que hace más complicado el uso de conceptos sobre el tema (Espinosa, 2020).
- La naturaleza lógica de las matemáticas, es decir, que los contenidos se definan deductivamente en lugar de inductivamente, constituye otra dificultad. Esto significa que los estudiantes necesitan desarrollar una determinada forma de pensamiento, que es otra dificultad que encuentran los estudiantes al aprender matemáticas (Carrillo, 2009).

- Ricoy y Couto (2018) añaden a los factores anteriores los siguientes: que los docentes sigan impartiendo las clases a través de métodos tradicionales únicamente, la falta de constancia de los estudiantes, el bajo nivel de exigencia de los colegios, el amplio currículo de la materia y la gran cantidad de estudiantes por aula.

Sin embargo, como señala Fernández (2013), se puede argumentar que una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas está relacionada con la falta de motivación, el estilo de enseñanza de los docentes y la actitud que muestran frente a la asignatura tanto los docentes como el alumnado. Un docente no debe ser solo un conocedor del tema, sino que también debe estar motivado para enseñarlo desde una perspectiva diferente y utilizar diferentes metodologías. Desde el punto de vista del alumnado, como dice Font (1994), un alumno motivado cuando encuentre dificultades buscará la manera de superarlas y le pedirá consejo a su docente, por ejemplo. Sin embargo, un alumno poco motivado tendrá mayor nivel de angustia y se comportará de una manera que hará que su aprendizaje sea más complicado.

Profundizando en esta idea, Ahmed et al (2013) afirman que los cambios positivos en el aprendizaje producen un resultado beneficioso en los estudiantes, pero que, si no están motivados, se genera la condición ideal para crear un círculo vicioso de desmotivación, en el que el fracaso puede ocurrir tanto para los estudiantes como para los docentes.

En las siguientes secciones se profundizará en la motivación como un factor importante para mejorar la capacidad de aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes, presentando diversas vías para que los profesores puedan reforzarla en su alumnado.

3.3. Motivación de los estudiantes

A la hora de hablar de la motivación se pueden encontrar varias definiciones. La RAE define la motivación como “Conjunto de factores internos o externos que determinan en parte las acciones de una persona”.

Aparicio (2012) divide la motivación en dos categorías: la motivación intrínseca y la motivación extrínseca. La motivación intrínseca es la que se produce cuando se consigue la atención del estudiante, bien sea porque el tema es de su interés o porque las actividades desarrolladas atraen su atención. Con

este tipo de motivación el alumnado se siente a gusto con las actividades que realiza. En este caso, el aprendizaje es un fin en sí mismo. Gómez (2005) además añade que esa motivación intrínseca se caracteriza por ser siempre más intensa y amplia en el tiempo. La motivación extrínseca, continuando con la clasificación de Aparicio (2012), se produce cuando el interés que tienen los estudiantes por aprender no es por placer, sino por los beneficios que pueden derivar de ello. En este caso el aprendizaje es secundario, no es permanente y no se puede asegurar. Es decir, como comenta Gómez (2005), esta motivación es opuesta a la motivación intrínseca, ya que en la motivación extrínseca el aprendizaje es el medio para conseguir otros fines. Dadas estas dos motivaciones, para conseguir que el aprendizaje sea un proceso con éxito en el aula se debe desarrollar la motivación intrínseca.

Al prepararse para impartir una clase, los docentes deberían intentar encontrar diferentes maneras de mantener a sus alumnos interesados en su asignatura. Para conseguirlo, es esencial que los docentes desarrollen actividades innovadoras que tengan como objetivo lograr un aprendizaje más divertido y eficaz en el alumnado. Posamentier (2013) comenta varias maneras para lograrlo:

- Mostrar al alumnado un vacío en su conocimiento promueve sus ganas de aprender más. Por ejemplo, se pueden proponer ejercicios simples que involucren situaciones cercanas, continuados de ejercicios que involucren situaciones que no sean conocidas sobre el mismo tema. La motivación será directamente proporcional a la percepción de su desconocimiento.
- Mostrar logros secuenciales, es decir, hacer que los alumnos perciban una secuencia lógica de conceptos. Este método se diferencia del anterior en que depende de las ganas del alumnado de ampliar, y no de completar, sus conocimientos.
- Establecer una situación artificial que lleve a los estudiantes a encontrar un patrón puede ser bastante alentador, puesto que disfrutan encontrando nuevas ideas. Por supuesto, los estudiantes estarán guiados por el docente en todo momento. Por ejemplo, realizar la suma de los números del 1 al 100. En lugar de sumar los números secuencialmente, el docente deberá animar a los estudiantes a que sumen el primer y el último número de la secuencia ($1 + 100 = 101$), después el segundo y el penúltimo ($2 +$

99 = 101), y así sucesivamente. Luego, lo que deben hacer para lograr la suma que se les pide es calcular $50 \times 101 = 5050$.

- Presentarles un desafío ya que cuando a los estudiantes se les desafía intelectualmente, suelen reaccionar con entusiasmo. Hay que tener cuidado al elegir el desafío, ya que deberá estar al alcance de las capacidades del alumnado y que conduzca a la obtención de conocimientos.
- Atraer la atención de los estudiantes con un resultado matemático sorprendente. Por ejemplo, se podría presentar en clase el problema de la coincidencia de los cumpleaños, ya que da una probabilidad inesperadamente alta de coincidencias de cumpleaños en grupos relativamente pequeños. Su sorprendente resultado dejará asombrados a los estudiantes.
- Presentar una aplicación práctica al comienzo de una lección, para así demostrar la utilidad de ese tema.
- Utilizar matemáticas recreativas que incluyan rompecabezas, juegos, paradojas, etc. Además de ser seleccionados por su ganancia motivacional, estos recursos deben ser cortos y sencillos. Hay que tener cuidado de que la diversión que generan estos ejemplos no quite valor al conocimiento que se desea transmitir.
- Contar acontecimientos históricos puede aumentar la motivación de los estudiantes. Por ejemplo, la historia de cómo Carl Friedrich Gauss sumó los números del 1 al 100 en un minuto cuando tenía 10 años en 1787 mediante la técnica empleada en el punto tres.
- Una de las técnicas más efectivas para motivar a los estudiantes es pedirles que justifiquen las fórmulas y resultados matemáticos, como, por ejemplo, el resultado que dicta que cuando la suma de los dígitos de un número es divisible por 9, el número original también es divisible por 9. Los estudiantes tienen que estar habituados con el resultado matemático antes de retarlos a justificarla.

Es importante que un docente conozca diferentes formas de mantener a sus estudiantes motivados para así lograr un aprendizaje más efectivo. Como hemos mencionado anteriormente, hay diversas actividades que pueden llevarse a cabo

para fomentar la motivación del alumnado, pero los siguientes apartados van a centrarse en la enseñanza lúdica de las matemáticas. En primer lugar, se verá el uso de juego como elemento motivador, para finalmente centrarse en los trucos de magia como vehículo para aumentar la motivación y mejorar el aprendizaje.

3.4. El juego como elemento motivador

La palabra juego procede etimológicamente del latín *iocus* que significa broma. La RAE menciona varias acepciones, y en la segunda define el juego como “Ejercicio recreativo o de competición sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde”. Esta definición determina las propiedades que deben tener los juegos (Salvador, 2013):

- Servir para entretenerse.
- Ser una actividad tanto física como mental.
- Tener sus propias reglas que deben cumplirse.
- No tener ningún fin utilitario.

Chamoso et al (2004) resumen otras características del juego:

- Ser de carácter competitivo, lo cual lo hace más emocionante.
- Ser libre, es decir, los participantes lo practican de forma voluntaria.
- Estar limitado tanto espacial como temporalmente.
- Crear alegría al jugar y tensión por ganar.
- Ser incierto, es decir, al comienzo del juego no se conoce cuál será su final.

Según Huizinga (1972), como menciona en su obra *Homo ludens*, el juego es una “acción u ocupación libre, que se desarrolla dentro de unos límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, que tiene su fin en sí misma y va acompañada de un sentimiento de tensión y alegría”. Según Bright, Harvey y Wheeler (1985) todo juego debe tener estas siete características:

- Ser una actividad que se practica voluntariamente.
- Ser un reto contra una labor o contra un contrincante.
- Regirse por un conjunto de normas definidas.

- Ser una situación arbitraria claramente delimitada en el tiempo y el espacio de la actividad de la vida real.
- Socialmente, los eventos de la situación del juego se consideran en sí mismos de mínima importancia.
- Estar limitado en el espacio y tiempo, y los estados exactos alcanzados durante el juego no son conocidos al comienzo del juego.
- Finalizar después de un número de movimientos limitado.

Como puede verse, se han dado diferentes definiciones sobre la palabra juego. Si consideramos los factores que tienen en común estas descripciones, y otras que pueden encontrarse, el juego se podría describir como una actividad libre, lúdica, limitada tanto espacial como temporalmente, que el jugador o los jugadores realizan voluntariamente con el fin de entretenerse. Sigue unas reglas y su resultado es incierto. El juego también puede realizarse con fines educativos, como analizaremos en este trabajo. Durante el desarrollo del juego, se aplican estrategias, habilidades, destrezas y, como consecuencia, competencias (Martín, 2015).

Una de las grandes dificultades con la que se pueden encontrar los docentes a la hora de llevar los juegos al aula es su evaluación. Sanmartí (2007) define la evaluación como un desarrollo que se caracteriza por tres características:

- Recoger información de diversas maneras (observar, hablar con los estudiantes, de forma escrita, etc.).
- Analizar información específica y sacar conclusiones al respecto.
- Tomar una decisión basada en el juicio emitido previamente con dos objetivos: social, para certificar los conocimientos adquiridos y pedagógico, que permite determinar qué cambios se deben hacer en el proceso de aprendizaje para ayudar a los estudiantes a aprender más fácilmente.

En los juegos no siempre es fácil medir los resultados usando métodos tradicionales, si bien es verdad que se puede realizar la evaluación con el uso de rúbricas completadas por los docentes basándose en lo que observan mientras las actividades se llevan a cabo y, dependiendo de si se han alcanzado los objetivos previstos, proponiendo sugerencias de mejora para futuras puestas en marcha de la actividad.

Sin embargo, el método más adecuado para evaluar el juego podría ser la autoevaluación del alumnado y la coevaluación de los grupos creados para llevar a cabo las actividades, ya que las dos son instrumentos que ayudan a crecer personalmente. Un estudiante que quiere aprender debe ser capaz de ver por sí mismo las dificultades que encuentra y solicitar ayuda para poder vencerlas. La autoevaluación permite al alumnado evaluar sus habilidades para ello. Asimismo, la coevaluación incluye trabajar cooperativamente, posibilitando así la adquisición de conocimientos a través de la discusión y el intercambio de ideas. Como señaló Sanmartí (2007), "la evaluación, entendida como autoevaluación y coevaluación, constituye forzosamente el motor de todo el proceso de construcción de conocimiento".

La presentación de las matemáticas empleada en el aula habitualmente (clases magistrales unidireccionales donde los estudiantes son meros receptores, aprendizaje mediante la repetición de la realización de ejercicios similares, escaso uso de las tecnologías digitales, presentación de las matemáticas como un simple conjunto de fórmulas, etc.) dificulta la creatividad de los estudiantes. Todo esto es opuesto a lo que las empresas buscan para sus empleados. Cada vez se valora más la creatividad y, en cambio, en las escuelas la creatividad está de alguna manera vetada (Robinson y Aronica, 2009).

Por lo tanto, es necesario emplear metodologías que faciliten alejarse de todo lo expuesto anteriormente, lo cual es más fácil de conseguir apoyándose en los juegos. Como comenta Corbalán (1994), uno de los principales quehaceres de los docentes es tratar de cambiar la actitud que tienen sus estudiantes hacia las matemáticas, para hacerla más positiva.

Si nos centramos en la atención a la diversidad, se debe tener en cuenta que a pesar de que algunas metodologías no facilitan la atención individual de cada estudiante, los juegos sí que ofrecen esa atención individualizada, respetando de este modo el principio básico de atención a la diversidad (Sánchez, 2009).

Las características clave de la atención a la diversidad son las siguientes:

- La inclusión: este principio implica la necesidad de que sean las escuelas las que se adapten de una manera que satisfagan equitativamente las necesidades de cada estudiante en vez de que sean los estudiantes los que tengan que adaptarse. En nuestro supuesto, hay muchos juegos

disponibles, lo que facilita la elección de aquellos que permitan la inclusión de todos los estudiantes.

- La compensación: establecer las medidas adecuadas para que ningún factor diferenciador se convierta en una desventaja que penalice a algunos estudiantes. Adaptar los juegos es algo sencillo, gracias a la posibilidad de modificar las reglas o mediante los diferentes niveles de complejidad, que permiten realizar esta compensación con poco esfuerzo.
- La interculturalidad: ver las diferencias como algo bueno, fomentando la conversación e intercambiando experiencias. Para ello, los juegos deben provenir de diferentes orígenes culturales y las reglas deben ser claras para todos, para que así pueda participar toda la clase (Alsina y Planas, 2008).
- La normalización: alentar a los estudiantes con discapacidades a vivir lo más normal posible, fomentando las relaciones con la gente que no tiene ningún tipo de discapacidad. La naturaleza grupal de casi todos los juegos contribuye a este principio.

En resumen, los juegos facilitan la puesta en marcha de los principios de atención a la diversidad, que suele ser uno de los mayores retos con lo que suelen encontrarse los docentes en el aula, al no saber en muchas ocasiones qué actividades llevar a cabo para poder dar una educación de calidad y que llegue a todos los estudiantes, sin dejar a ninguno de ellos atrás.

El resto del trabajo se centrará en un caso concreto de los juegos matemáticos, los trucos de magia. En primer lugar, se hablará del origen de la matemagia, para posteriormente analizar sus características y sus beneficios como recurso educativo a la hora de enseñar matemáticas.

3.5. Historia de la matemagia

La relación entre los juegos de magia y las matemáticas ha sido evidente a lo largo de toda la historia. En la época del matemático griego Pitágoras ya se reflexionaba acerca de los números, jugando con las diferentes configuraciones que formaban con las piedras.

De Guzmán (1984) comenta que el primer gran pedagogo que utilizó la magia con fines didácticos fue Euclides en una obra perdida llamada *Pseudaria* (Libro de Engaños).

En la Edad Media, Fibonacci desarrolló una matemática numérica con sabor a juego, asombrando a sus contemporáneos, gracias a las técnicas que aprendió de los árabes, hasta el punto en el que el emperador Federico II lo proclamó oficialmente como *Stupor Mundí* (Asombro del mundo).

En la Edad Moderna, un siglo antes de que Pascal y Fermat trataran el planteamiento matemático de la probabilidad, Geronimo Cardano publicó el libro *Liber de ludo aleae*, que hablaba sobre juegos de azar. En esta época se celebraban los duelos matemáticos, que consistían en resolver ecuaciones algebraicas cada vez más difíciles, en los que participaron matemáticos famosos como Cardano y Tartaglia.

Leibniz fue un gran impulsor del juego intelectual. También destacaron matemáticos como Euler, Hamilton, Hilbert, John Von Neumann o Bernoulli. Gauss fue un gran aficionado a jugar a las cartas y diariamente anotaba las manos que recibía para analizarlas a posteriori estadísticamente.

Martin Gardner comenta que Albert Einstein era un apasionado de los juegos matemáticos.

En el siglo XX Lewis Carroll ya realizaba trucos numéricos que utilizan los magos de hoy en día. Una mezcla entre su fuerte pensamiento matemático y su interés por los juegos dio lugar a acertijos matemáticos, puzzles, paradojas lógicas, acertijos relacionados con el tablero de ajedrez y juegos de cartas, entre otros. Como señaló Gardner (1996), su interés en estos dos últimos se refleja en sus dos obras más célebres: *Las aventuras de Alicia en el País de las Maravillas* y *Alicia a través del espejo*. Es más, muchos de sus juegos todavía son utilizados hoy en día por algunos magos en sus exhibiciones.

En el siglo pasado, cabe destacar el libro de Martin Gardner, "Mathematics, Magic and Mystery", pues es el primer tratado donde se recopila la mayor parte de los juegos y principios mágico-matemáticos que se conocían hasta el momento. Fue a partir de ese libro que se disparó el interés y se multiplicaron las ideas que forman el mundillo de la magia matemática (Alegría, 2022).

Actualmente en España se puede destacar a Juan Tamariz como uno de los mejores magos del mundo. Asimismo, podemos encontrar a varios profesores de matemáticas que al mismo tiempo son expertos en magia matemática la cual especialmente utilizan para la divulgación, como Pedro Alegría (docente en la Universidad del País Vasco), Fernando Blasco (docente en la Universidad

Politécnica de Madrid), Nelo Maestre (docente en la Universidad de Nebrija y en la Universidad Politécnica de Madrid y mente pensante de Divermates), Sergio Belmonte (profesor de matemáticas en un instituto de secundaria de Tarragona), Carlos Vinuesa (IES Patarroyo, Madrid) y Mago Moebius (Universidad de Almería). También se pueden encontrar blogs y páginas web de divulgación de juegos matemáticos, entre los que destacan DivulgaMat (creado por Raúl Ibañez, docente en la Universidad del País Vasco), Divermates (creado por Nelo Maestre) y Magia y Matemáticas (creado por Sergio Belmonte).

Se suelen realizar talleres de formación del profesorado, a pesar de que la matemagia no sea un recurso que esté muy generalizado en las aulas. Para comentar un ejemplo actual, el día 4 de julio se realizará un congreso en Valencia en el que Sergio Belmonte imparte dos charlas relacionadas con la matemagia. Una de ellas, “Las matemáticas en la magia y viceversa”, es una charla divulgativa en la que se explican las conexiones entre ambas disciplinas. La otra, “Magia para enseñar matemáticas o viceversa”, es un taller que tiene como objetivo dotar al profesorado de un recurso atractivo y potente para crear actividades matemáticas. A pesar de que, como se ha comentado anteriormente, la matemagia no sea un recurso muy generalizado, hay varios docentes que llevan este recurso al aula de forma exitosa. Por ejemplo, Carlos Vinuesa a parte de impartir charlas sobre magia y matemáticas en diferentes institutos, también suele utilizar este recurso aquellos días en los que van pocos estudiantes a clase ya sea porque hay una excursión o porque es final de curso. Tanto en las charlas de matemagia como en el aula, intenta escoger juegos muy buenos con principios que no parezcan pero que contienen directamente matemáticas para que estos tengan impacto, pero que tengan matemáticas atractivas detrás; los juegos son una excusa para introducir y hablar de esas matemáticas.

3.6. La matemagia

La magia, del mismo modo que los juegos, puede utilizarse en las aulas con la misma finalidad y efecto. Enseñar matemáticas es un reto para los docentes, que deben poner en práctica metodologías que ayuden a mejorar la motivación hacia la asignatura al mismo tiempo que promuevan un aprendizaje significativo. En ese sentido el uso de la magia es otro recurso para lograrlo.

El origen de la palabra matemagia es ambiguo. La RAE define la magia como “Arte o ciencia oculta con que se pretende producir, valiéndose de ciertos actos o palabras, o con la intervención de seres imaginables, resultados contrarios a las leyes naturales”. Entonces, se puede considerar que la matemagia es la ciencia que utiliza las matemáticas para realizar cosas extraordinarias y asombrosas (Muñoz, 2004).

Antes se han mencionado las dificultades que presenta la asignatura de Matemáticas en todos los niveles escolares, es por ello por lo que la utilización de la matemagia para la introducción de nuevos conceptos, para su comprensión y su afianzamiento puede reducir el temor que se tiene hacia la asignatura, haciendo de este modo más fácil proceso de enseñanza-aprendizaje (Corbalán, 1994).

La matemagia se puede usar en diversos momentos de la clase:

- Al principio de una nueva unidad didáctica, para realizar trucos relacionados con esa unidad didáctica, ayudándolos a familiarizarse con los conceptos que se presentarán y comenzar con una experiencia práctica como elemento motivador del aprendizaje.
- Al final de una unidad didáctica, para poder afianzar y poner en práctica los conocimientos alcanzados.
- También se puede utilizar como un instrumento para descansar de otras actividades, dejando que los estudiantes se relajen mientras siguen aprendiendo sin darse cuenta.
- De forma muy puntual, puede emplearse como recompensa a una tarea realizada correctamente o a una conducta apropiada (Ruiz, 2015). Al notificarlo con anticipación, los alumnos mejorarán su comportamiento para lograr la recompensa. Además, premiar las actitudes apropiadas puede causar que estas ocurran naturalmente con más frecuencia.

Algunos de los beneficios de usar la matemagia en el aula son los siguientes:

- La matemagia como instrumento motivador. Los estudiantes están dispuestos a aprender solo si ellos mismos quieren aprender (Vaello, 2007). Sin embargo, esta actitud no se da espontáneamente, sino que debe ser creada por el docente. Gracias a la magia, las lecciones serán

más divertidas y dinámicas. De esta manera, los estudiantes prestarán más atención, participarán más y se incentivará su aprendizaje.

- Ruptura con las actividades rutinarias, llamando la atención de los estudiantes. Es complicado enseñar nuevos conceptos a los estudiantes si no se tiene su atención. A través de un aprendizaje entretenido, los estudiantes están interesados en lo que el docente les explica y se consigue que tengan deseo por aprender. Los juegos de magia son ideales para llamar la atención de los estudiantes, ya que contienen sorpresa, intriga, misterio, etc. Después de captar su atención, los estudiantes analizarán y escucharán todo lo que el docente diga o haga en los próximos minutos (Ruiz, 2015).
- Es fascinadora (Ramírez, 2019) y consigue que las clases sean más divertidas, animando a los estudiantes a tener más atención y motivación por las matemáticas, al mismo tiempo que se consigue una participación más activa.
- Los estudiantes tienen que estimular su creatividad para poder llevar a cabo ideas novedosas y defenderlas para encontrar soluciones. Además, los docentes pueden plantear como reto a los estudiantes variaciones del truco original, favoreciendo la interiorización de conceptos y el mayor fomento de esta creatividad.
- A la hora de discutir los resultados, los estudiantes tienen que estudiar y escoger la solución válida de entre todas las soluciones presentadas, potenciando su pensamiento hipotético-deductivo y proposicional.
- Dado que la mayoría de los principios matemáticos en los que se basan los trucos de magia tienen nivel elemental, los estudiantes no suelen tener problemas en seguir los trucos ni en entender el análisis de los conceptos que se quieren introducir.
- Como es una actividad que se realiza para toda la clase, se fomenta que los estudiantes se comuniquen, así como que cojan más confianza (Fernández, 2017).
- Se alienta a los estudiantes a desarrollar el pensamiento crítico. Blasco (2007) afirma que en el método tradicional de enseñanza los alumnos no se interesan por conocer las demostraciones de los conceptos teóricos.

Sin embargo, cuando se realiza un truco de magia, los estudiantes están completamente atentos para atrapar el truco y después se siguen preguntando cómo se puede hacer.

- Incrementa la relación docente-estudiante a través del desarrollo de las actividades al operar en entornos de juego que requieren la relación continua entre todos los integrantes. Además, como ha señalado Ruiz (2015), los docentes tienen mejor imagen frente a los estudiantes cuando estos utilizan metodologías que son interesantes para el alumnado.
- Facilita la atención a la diversidad, impulsando la normalización a través de actividades en grupo o de toda la clase. Asimismo, también fomenta la inclusión al poder elegir entre distintas actividades, teniendo la oportunidad de implantar diferentes niveles de dificultad en un mismo truco general para así poder equilibrar cualquier componente que cree diferencias entre los estudiantes del aula.
- En cuanto a los beneficios que puede traer la matemagia a los docentes, se encuentra que contribuye a fomentar la capacidad innovadora, ya que los docentes tienen que buscar o diseñar trucos para poder llevarlos a cabo en el aula, dejando a un lado las metodologías tradicionales. Además, teniendo en cuenta los comentarios positivos de los estudiantes sobre los trucos de magia, se aumenta la motivación de los docentes.

Sin embargo, no debemos olvidar los posibles peligros de usar la matemagia en el aula:

- Que los estudiantes se centren solo en el lado lúdico de la actividad, no en el concepto matemático que se pretende enseñar.
- Las dificultades que puede traer llevar a cabo este tipo de actividades en clase si los estudiantes no se comportan adecuadamente o si no se logra obtener la atención de los estudiantes con las actividades.
- Los docentes tienen que sentirse cómodos actuando como magos, para así poder realizar los trucos de una forma natural y poder lograr el efecto deseado.
- Abuso de su uso. La matemagia debe ser considerada como otra herramienta más, por lo que no hay que abusar de ella para que no se pierda la motivación que genera en los estudiantes.

En resumen, la matemagia tiene diversos beneficios, si bien su utilización entraña ciertos riesgos. Para lograr que sea efectiva, se debe realizar un uso correcto y moderado de esta herramienta. En este trabajo se presenta una propuesta de cómo emplear la matemagia como elemento motivador en el primer curso de la ESO, si bien se podría adaptar para otros cursos.

Con este apartado se finaliza el marco teórico de este trabajo, donde se han analizado las dificultades que presenta el aprendizaje de las matemáticas y se ha argumentado que la motivación es uno de los aspectos más importantes que puede ayudar a mejorar este aprendizaje. Asimismo, se ha demostrado que los juegos en general y la matemagia en concreto son buenos elementos para mantener la motivación de los estudiantes.

En conclusión, se puede decir que la magia proporciona técnicas para mejorar las clases, ayudando a marcar los tiempos de las diferentes fases, con el fin de mantener el interés y la atención de los estudiantes, y especialmente que se emocionen por lo que el docente les está explicando.

4. DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

4.1. Introducción

Esta propuesta busca el uso de la matemagia como actividad motivacional para los estudiantes del primer curso de la ESO. Para ello, se ha realizado una recopilación de diez trucos de magia, cada uno relacionado con diferentes contenidos de este curso. Los trucos están basados mayormente en conceptos matemáticos sencillos, por lo que los estudiantes podrían comprender las matemáticas que hay detrás con facilidad en la mayoría de los trucos.

Como lo que se busca es mantener a los estudiantes motivados, la mayoría de las actividades están pensadas para realizarlas al inicio de cada unidad didáctica como actividad motivacional, por lo tanto, se opta solo por una de las posibles opciones de planteamiento de la matemagia de las mencionadas anteriormente. El docente realizaría el truco de magia y les comentaría a sus estudiantes que para poder entender el truco y realizárselo a sus amigos, necesitarían comprender los conceptos matemáticos de esa unidad didáctica. De este modo, los estudiantes estarán más atentos durante las clases teóricas del docente. Al finalizar cada unidad didáctica, el docente expondrá a los estudiantes la explicación matemática que hay detrás de cada truco.

El proyecto podría adaptarse según el curso, eligiendo otros trucos relacionados con conceptos del marco curricular de dicho curso, ya que existen muchos más trucos de los que se han recopilado en este trabajo. También podría realizarse alguno de los trucos que se van a presentar a continuación en cursos superiores, o bien tal cual están explicados o con las posibles modificaciones que se proponen al final de muchos de ellos.

4.2. Objetivos específicos de la intervención

El objetivo principal de la propuesta es aumentar la motivación de los estudiantes hacia la asignatura de Matemáticas en el primer curso de la ESO mediante el uso de juegos de magia.

Como objetivos secundarios se plantean los siguientes:

- Encajar con coherencia en la programación de la asignatura los trucos de magia planteados.
- Impulsar la participación de los estudiantes mediante los trucos de magia.

- Mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de los juegos de magia.
- Facilitar al estudiante la relación entre la materia y la realidad realizando actividades cercanas y basadas en ejemplos reales.

4.3. Contenidos

La presente propuesta de innovación está dirigida a estudiantes del primer curso de la ESO. Para llevar a cabo esta propuesta didáctica, tendremos como referencia legislativa el Decreto 19/2015, de 12 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de La Rioja. El primer curso de la ESO está dividido en cuatro bloques que son los siguientes:

- Bloque I. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque II. Números y álgebra.
- Bloque III. Geometría.
- Bloque IV. Estadística y probabilidad.

El primer bloque es el más general, no se exponen conceptos de las diferentes ramas matemáticas, sino que se tratan las actitudes necesarias para abordar tanto la materia como la vida cotidiana. Es por ello por lo que en esta propuesta no se propondrá ningún truco de magia que recoja este bloque directamente, si bien está incluido indirectamente en todos ellos.

La tabla que se presenta a continuación recoge de manera integrada los contenidos tal como se mencionan en la normativa mencionada anteriormente, separadas por bloques, y sin mencionar el primer bloque por la razón expuesta anteriormente.

Tabla 1*Contenidos de Matemáticas de 1º ESO*

Bloque	Contenidos
Bloque II: Números y álgebra	<ul style="list-style-type: none">- Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad.- Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos.- Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales.- Números negativos. Significado y utilización en contextos reales.- Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora.- Potencias de números enteros y exponente natural.- Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones.- Números decimales. Representación, ordenación y operaciones.- Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones.- Jerarquía de operaciones.- Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.- Proporcionalidad directa y porcentajes sencillos.- Iniciación al lenguaje algebraico.- Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.- Valor numérico de una expresión algebraica sencilla.- Iniciación a las operaciones con expresiones algebraicas: suma, resta, producto y división de monomios.

<p>Bloque III: Geometría</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. - Ángulos y sus relaciones. - Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades. - Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. - Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. - Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. - Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. - Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. - Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.
<p>Bloque IV: Estadística y probabilidad</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. - Variables cualitativas y cuantitativas. - Frecuencias absolutas y relativas. - Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. - Diagramas de barras, y de sectores. Polígonos de frecuencias. - Medidas de tendencia central. - Medidas de dispersión: recorrido.

Fuente: Decreto 19/2015, de 12 de junio.

El objetivo de este trabajo no es presentar un truco de magia por cada contenido, sino que se proponen varios trucos por cada bloque para que el docente pueda realizar al menos un truco por cada unidad didáctica.

4.4. Metodología

A continuación, se expone la propuesta metodológica presentada para llevar a cabo durante las clases.

4.4.1. Antes de la clase

Los docentes deben ser plenamente conscientes del plan de estudios y de los contenidos que deben impartir. Es esencial, y no sólo para esta metodología sino para cualquiera, que el docente domine los conceptos que se manejan en el primer curso de la ESO en el marco de la legislación aplicable (véase la Tabla 1). El docente deberá haber realizado una programación anual en la que deberá incluir tanto las herramientas tradicionales (libros de texto, ejercicios complementarios, pizarra, etc.) como otras herramientas innovadoras, entre ellas los trucos de magia. Para que la puesta en marcha de los trucos de magia en clase sea realmente eficaz, el docente deberá ensayarlos suficientes veces antes de realizarlos en el aula. El docente debe sentirse cómodo y estar seguro de sí mismo a la hora de realizar el truco para que este sea atractivo para los estudiantes y así poder alcanzar el objetivo motivacional. También es necesario que el docente sea capaz de elegir la actividad más adecuada para introducir cada tema.

4.4.2. A lo largo de la clase

Esta metodología fomenta mucho la participación de todos los estudiantes, ya que en todos los trucos el docente pide voluntarios y además los estudiantes suelen animarse a realizar preguntas cuando se trata de un juego. Conviene que el docente deje a un lado los libros y la pizarra y tenga a mano cartas, monedas, o los materiales que sean necesarios para presentar su asignatura. Es por ello por lo que puede solicitar a sus estudiantes que lleven este tipo de materiales poco frecuentes en las aulas para que se sientan participes del juego y para que, una vez conocido, puedan practicarlo.

Hay que tener en cuenta que los juegos de magia son un buen recurso para despertar la curiosidad de los estudiantes, los cuales se quedarán con las ganas de conocer el truco. Es por ello que en este trabajo se propone exponer un truco al inicio de cada unidad didáctica, pero no desvelar la explicación matemática que hay detrás del mismo hasta el final de la unidad didáctica, es decir, hasta

que el docente haya impartido los contenidos necesarios de ese tema para entender la explicación del truco. De este modo, se enganchará a los estudiantes a ese contenido, y como estarán deseosos de conocer la explicación del truco, estarán atentos por si el docente explica el contenido necesario para la explicación del truco y a la vez aprenderán esos nuevos contenidos.

El trabajo en grupo trae muchos beneficios, es por ello que uno de los trucos (si bien realmente ese truco es una paradoja) se planteará como actividad para realizar en grupo. Del mismo modo, cuando se les rete a los estudiantes a que intenten lograr descifrar alguno de los trucos de magia, se les dará la oportunidad de que trabajen en grupo para que puedan compartir ideas y ayudarse unos a otros.

4.4.3. Después de la clase

El docente debe comprobar si las actividades que ha realizado han sido válidas como se debe hacer en cualquier otra propuesta metodológica. En esta circunstancia puede analizar si los recursos mágicos empleados han sido más efectivos que los métodos tradicionales de enseñanza para llamar la atención de los estudiantes y lograr que participen más en clase, además de mostrar más interés por la asignatura de Matemáticas.

Deberá crear una rúbrica para posteriormente entregar a sus estudiantes para que valoren este recurso. De este modo, el docente podrá conocer la opinión de sus estudiantes acerca de su propuesta innovadora y saber si les ha sido realmente útil. Del mismo modo, conviene preguntar a los estudiantes posibles aspectos de mejora para futuras puestas en marcha de esta actividad.

4.5. Evaluación

Como se ha explicado en el punto previo, por un lado, los propios estudiantes deberán valorar la propuesta, ya que para el docente es importante conocer el pensamiento de sus estudiantes hacia las actividades que plantea y tenerlas en cuenta para poder mejorar en futuras ocasiones. Para ello, se les entregará la siguiente rúbrica:

Tabla 2

Rúbrica para que el alumnado valore la propuesta

RÚBRICA	MUY BIEN	BIEN	MAL
Me han gustado mucho los trucos de magia.	Sí, todos los trucos me han gustado mucho.	La mayoría de los trucos me han gustado.	No, no me han gustado los trucos.
Los trucos al principio de cada tema han hecho que mi interés y mi motivación por la asignatura aumenten.	Sí, gracias a los trucos de magia he notado como mi motivación e interés por la matemática aumentaba.	Los trucos han hecho que mi interés hacia las matemáticas fuera un poco mayor.	No, los trucos no han aumentado ni mi interés ni mi motivación hacia la asignatura.
He entendido los trucos y me siento capaz de repetirlos.	He entendido la relación que hay entre los trucos y los contenidos matemáticos que hay detrás de cada juego y me sentiría capaz de repetir la mayoría de ellos.	He entendido casi todos los trucos, aunque solo me sentiría capaz de realizar unos pocos.	No he sido capaz de entender la relación que hay entre los trucos y los contenidos matemáticos de la unidad didáctica, no sería capaz de repetir ninguno.
Me ha gustado mucho salir de las clases tradicionales y aprender contenidos nuevos a través de juegos.	Pienso que la realización de estas actividades ayuda a repasar los conceptos mientras te lo pasas bien, me gustaría hacer estas actividades más a menudo.	Me ha gustado mucho realizar este tipo de actividades, pero creo que con menos trucos de magia hubiera sido suficiente.	No me han gustado nada los trucos de magia, prefiero las clases teóricas tradicionales.
¿Cuál ha sido tu truco favorito?			

Por otro lado, el propio docente deberá valorar si la propuesta ha sido útil. Para ello, deberá cumplimentar la siguiente rúbrica:

Tabla 3

Rúbrica para que el docente evalúe la propuesta

RÚBRICA	MUY BIEN	BIEN	MAL
La temporización ha sido adecuada.	Las actividades han tenido la temporización que tenía prevista más o menos, dejando tiempo de sobra para la impartición de la teoría y la realización de ejercicios.	Las actividades me han llevado más tiempo de lo pensado, aunque ha habido tiempo de sobra para la impartición de todos los contenidos teóricos y la realización de la mayoría de los ejercicios pensados.	Las actividades me han llevado excesivo tiempo, no dejando tiempo suficiente para la impartición de la teoría y la realización de ejercicios.
He cuidado la puesta en escena de los trucos con el fin de hacer la actividad más divertida.	Sí, como había practicado muchas veces antes de poner los trucos en práctica, todo ha salido como esperaba y no ha habido ningún inconveniente.	La mayoría de las veces los trucos han salido bien, quitando algún imprevisto que no había tenido en cuenta y que he tenido que improvisar.	No, no he practicado lo suficiente los trucos y eso me ha llevado a que los trucos no salieran como esperaba no atrayendo así el interés de los estudiantes.
Ha merecido la pena invertir tiempo en la realización de estas actividades.	Ha merecido la pena invertir tiempo tanto en practicar los trucos en casa como dedicar ese tiempo en clase ya que el resultado de la propuesta innovadora ha sido muy bueno.	A pesar de que los juegos aporten muchos beneficios en el aula, hay que dedicar demasiado tiempo en practicar los trucos como dedicar ese tiempo en clase.	No merece la pena dedicar tanto tiempo tanto ni a practicar los trucos ni a dedicar ese tiempo en clase porque el resultado no ha sido positivo.
Se puede observar que los estudiantes están más motivados gracias	Se ha podido observar que la motivación de los estudiantes es mayor y que su interés	Se aprecia que la motivación es generalmente mayor gracias a los trucos de magia.	Ni la motivación ni el interés han aumentado gracias a los trucos de magia.

a los trucos de magia.	hacia las matemáticas ha crecido gracias a los trucos de magia.		
Los estudiantes han tenido una buena respuesta hacia los trucos de magia.	Los estudiantes se han comportado de manera adecuada durante la realización de estas actividades, manteniendo su atención en todo momento y participando en orden.	Los estudiantes se han comportado bastante bien durante la realización de estas actividades. Generalmente han estado atentos, aunque ha habido un poco de desorden en la participación.	Los estudiantes no se han comportado de manera adecuada durante la realización de estas actividades, no han estado atentos y no han participado aunque se les haya pedido.

A parte de estas dos rúbricas, cada unidad didáctica tendrá su propia evaluación tal y como esté planteada en la programación de aula. Como se verá más adelante, al final de la unidad didáctica relacionada con el álgebra (el bloque II), se propone que el docente mande como tarea que cada estudiante haga una modificación del truco y, en caso de que alguno se animase, que intenten crear un truco algebraico nuevo. Esta actividad podría tenerse en cuenta en los puntos de participación y comportamiento de la unidad didáctica correspondiente, así como la participación de los estudiantes cuando se llevan a cabo tanto los juegos de magia como su posterior explicación matemática.

A pesar de que anteriormente se ha mencionado que la forma preferente de evaluación podría ser la coevaluación y la autoevaluación, como los estudiantes no son los que crean los trucos de magia, no se les pide que realicen una autoevaluación después de cada truco de magia. Del mismo modo, no se realiza la coevaluación porque solo hay un truco (si bien realmente ese truco es una paradoja) en la que se trabaje en grupo.

4.6. Atención a la diversidad

Debido a la posible diversidad existente en las aulas de los cursos de la ESO, puede haber ocasiones en las que sea necesario realizar una adaptación que permita a todos los estudiantes llevar a cabo los objetivos, contenidos y criterios de evaluación establecidos en el currículum para el curso en el que nos

encontramos. Es por ello que el docente debe saber qué adaptaciones debe realizar dependiendo del tipo de alumnado con el que se encuentre.

En el caso de que haya alumnado con altas capacidades, puesto que los juegos son un recurso que dan pie a la creatividad, son una buena herramienta para motivar a estos estudiantes con ejercicios que impliquen mayor actividad cognitiva. El docente podría incentivar a aquellos alumnos con altas capacidades a que intenten descubrir por su cuenta la explicación matemática que hay detrás de cada truco, siendo siempre el profesor un guía en este proceso. Si el estudiante estuviera dispuesto, podría ser él mismo el que explicase las matemáticas que hay detrás de cada truco a sus compañeros al final de la unidad didáctica, siempre con ayuda del profesor. También se le puede pedir que busque trucos similares a los que el docente ha realizado. Por ejemplo, en el caso del truco de cuadrados mágicos paradójicos (véase el truco 8 del Anexo), podría descubrir que el truco de la tableta de chocolate (un truco en el que aparentemente se puede hacer que una tableta de chocolate quede del mismo tamaño tras quitarle una onza) está basado en el mismo concepto matemático.

Este tipo de actividades también son beneficiosas en caso de que haya alumnado con necesidades educativas especiales como algún tipo de discapacidad intelectual o cognitiva, ya que de este modo se presenta la asignatura de un modo más atractivo y además se consigue un entorno más participativo y familiar, ya que se consigue un acercamiento entre el docente y los estudiantes. A pesar de que algunos estudiantes no comprendan todas las bases matemáticas del truco, ese no es el objetivo principal, sino que lo que se pretende es que puedan llegar a entender su lógica y funcionamiento y, sobre todo, que se les genere interés por aprender. En la paradoja de la madre del año (véase el truco 10 del Anexo), al ser una actividad realizada en grupos y al final de la unidad didáctica (siendo esta la única actividad realizada en este momento de la unidad didáctica y no al principio) con el objetivo de repasar los conceptos de dicha unidad didáctica, se intentará crear grupos que sean lo más heterogéneos posibles para que los estudiantes con mayor conocimiento en la asignatura puedan ayudar a aquellos compañeros que presenten más problemas en la comprensión de estos conceptos.

Son muchos los estudiantes que pueden tener necesidades educativas especiales, por lo que los docentes deberán tener en cuenta cada necesidad

educativa especial y adaptar sus clases para que todos sus estudiantes puedan seguirlas. Lo que sí que es muy probable encontrarse en las clases de la ESO, son estudiantes que presenten un gran desinterés hacia la asignatura. Esto sucede porque los estudiantes suelen ver la asignatura de Matemáticas como algo teórico que nada tiene que ver con la vida real. Por ello, presentarla a través de trucos de magia podrá hacer que estos alumnos cambien su visión hacia las matemáticas, viéndolas como algo divertido y útil, que es lo que se busca con esta propuesta.

4.7. Competencias

Dentro de las competencias establecidas en el aprendizaje por competencias dentro del Decreto 19/2015, de 12 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado de la Comunidad Autónoma de La Rioja, en esta propuesta didáctica se van a desarrollar las siguientes competencias:

- Competencia en comunicación lingüística: Esta competencia está muy presente en esta propuesta ya que en muchas ocasiones el lenguaje exclusivamente matemático y las fórmulas suelen dificultar la comprensión de los conceptos de la asignatura. Es por ello por lo que es importante presentar los nuevos contenidos haciendo uso de un lenguaje sencillo y acercándolo a situaciones que sean conocidas por los estudiantes, a través de los trucos de magia. Asimismo, la participación y explicación de los trucos por parte del alumnado hará mejorar sus competencias en comunicación.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: Esta competencia es clave a la hora de relacionar los conceptos matemáticos con la realidad. Si esto se consigue, los estudiantes tendrán más curiosidad por ver de dónde vienen esos conceptos y se logrará un aprendizaje más duradero. Con esta propuesta se busca que vean que las matemáticas forman parte de nuestro día a día, a pesar de que muchas veces estén ocultas como puede pasar en algunos trucos de magia.

- **Aprender a aprender:** En esta propuesta se trabaja esta competencia ya que se busca que sean los propios estudiantes los que intenten descubrir los contenidos matemáticos que hay detrás de cada truco de magia. Aunque la mayoría de las veces los estudiantes no sean capaces de lograr descubrir por su cuenta cuáles son las matemáticas que hay detrás de cada truco, las ganas de conocer el truco les hará, aunque sea, dedicar unos momentos a intentar descubrirlas. El objetivo es conseguir que los estudiantes aprendan matemáticas a través de los juegos de magia sin darse cuenta de que están interiorizando conocimientos matemáticos.
- **Competencia social y cívica:** Esta propuesta trata esta competencia ya que en todos los trucos el docente pide voluntarios y se trabaja toda la clase junta. En particular, en la paradoja de la madre del año (véase el truco 10 del Anexo) se trabaja en grupos, por lo que es importante que los estudiantes trabajen con el resto de los integrantes del grupo de una manera participativa, respetando las ideas de los demás y el turno de palabra.

4.8. Temporización general

En este apartado se realizará un resumen en modo de lista de los trucos de magia propuestos en este trabajo, comentando cuáles son los contenidos que trabaja cada truco y dentro de qué unidad didáctica se pueden encontrar.

En este caso se han elegido una colección de trucos de magia adaptados a los contenidos de 1ºESO. Todos los trucos ya existían y son de matemagos reconocidos, así que pueden encontrarse en páginas web como divulgamat y Salón Matemático. La mayoría de los trucos expuestos han sido elaborados por el matemago Pedro Alegría y pueden encontrarse en divulgamat, salvo el truco del número de Scheherazade, que puede encontrarse en Salón Matemático, y la paradoja de la madre del año que se encuentra en un libro de Gardner de 1983 llamado *¡Ajá! Paradojas: paradojas que hacen pensar*.

Tabla 4

Recopilación de los trucos, explicando los contenidos que se trabajan y la unidad didáctica en la que se sitúan.

BLOQUE	TRUCOS	Contenidos que se trabajan	Unidad didáctica en la que se sitúa
Bloque II	TRUCO 1: El día de pi.	La divisibilidad de los números naturales.	Divisibilidad.
Bloque II	TRUCO 2: Prime time.	Números primos	Números naturales.
Bloque II	TRUCO 3: Número de Scheherazade.	Los divisores.	Divisibilidad.
Bloque II	TRUCO 4: El mago que calculaba I.	Los números enteros y las operaciones con calculadora, así como la elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental.	Números enteros.
Bloque II	TRUCO 5: El mago que calculaba III.	Las potencias de números enteros y exponente natural.	Potencias.
Bloque II	TRUCO 6: Lectura mental.	El lenguaje algebraico, así como las operaciones con expresiones algebraicas.	Álgebra.
Bloque III	TRUCO 7: Optograma.	Las figuras poligonales, especialmente la simetría o ejes de simetría de figuras planas.	Polígonos.
Bloque III	TRUCO 8: Cuadrados mágicos paradójicos.	El cálculo de áreas de figuras planas	Perímetros y áreas.
Bloque IV	TRUCO 9: Un penney por tu jugada.	La organización en tablas de datos recogidos de una experiencia.	Probabilidad.
Bloque IV	TRUCO 10: Madre del año.	Las medidas de tendencia central.	Estadística.

Para más información de cada uno de los trucos, ver Anexos.

4.9. Ejemplo de sesión

TRUCO 3: NÚMERO DE SCHEHERAZADE (Salón Matemático, 2017). Bloque II: Números y álgebra.

Materiales y recursos:

- Papel
- Bolígrafo
- Calculadora.

Desarrollo de la actividad:

El docente pedirá ayuda a un voluntario para llevar a cabo este truco. Este voluntario deberá escribir en un papel, en secreto, el número de tres cifras que desee. Después, deberá crear un número de seis cifras compuesto por la repetición del número de tres cifras.

Para que puedan tomar parte más estudiantes en este truco, el voluntario pasará el papel en el que ha escrito su número secreto de seis cifras a otro compañero, y este deberá dividirlo entre 7 en secreto. El docente podrá anticipar que en esta división no se obtendrá residuo. El segundo estudiante deberá escribir en un papel el cociente obtenido en esa división y se le pasará nuevamente a otro estudiante, que deberá dividir entre 11 el cociente obtenido en la nueva división. De nuevo el docente afirma que en esta división no se obtendrá residuo. Por último, se le vuelve a pasar el papel con el cociente de la última división a otro compañero, que deberá dividirlo entre 13 y escribir el cociente obtenido. Nuevamente el docente anunciará que no se obtendrá residuo.

Finalmente, y sin que el docente vea el último cociente obtenido, se le entregará el papel al primer voluntario y se le preguntará si ese era el número de tres cifras que había pensado inicialmente, a lo que su respuesta será afirmativa.

Explicación del truco:

Este truco se basa en la propiedad del número de Scheherazade, es decir, el número 1001. Resulta que agregar a un número de tres cifras el propio número, lo que está haciendo es multiplicar ese número por 1001. Por ejemplo, $675 \cdot 1001 = 675 \cdot (1000 + 1) = 675 \cdot 1000 + 675 = 675000 + 675 = 675675$. Además, el número 1001 es divisible entre 7, 11 y 13, tres números primos consecutivos, el producto de los cuales resulta ser el número de Scheherazade.

Por lo que, el número de seis cifras por el que empiezan a hacerse los cálculos, denotando por a el número pensado, será el siguiente:

$$a \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

Por esa razón, si se pide dividir ese número de seis cifras primero entre 7, luego entre 11 y por último entre 13, se obtendrá el número pensando. Está claro que esas divisiones serán exactas.

Modificaciones del juego:

Como hemos mencionado anteriormente, el número de seis cifras por el que empiezan a hacerse los cálculos será el siguiente:

$$a \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

Por lo que se podría modificar el juego dividiendo ese número de seis cifras primero entre 7, luego entre 11 y por último entre el número pensado al principio, y el docente podrá asegurar que el número final será 13. Está claro que las divisiones se pueden realizar en el orden que se quiera, pudiendo adivinar el cociente de la última división en cada caso.

Se puede modificar aún más el truco utilizando el número 10101 en vez del número 1001. Este número también tiene una propiedad parecida a la hora de multiplicarlo con otros números, de dos cifras en este caso. Y es que todo número de dos cifras multiplicado por 10101 da ese número tres veces. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 71 \cdot 10101 &= 71 \cdot (10000 + 100 + 1) = 71 \cdot 10000 + 71 \cdot 100 + 71 \\ &= 710000 + 7100 + 71 = 717171 \end{aligned}$$

El número 10101 se puede descomponer de la siguiente manera:

$$10101 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$$

Entonces este truco podría realizarse de la siguiente manera: se le pide a un estudiante que piense un número de dos cifras y que agregue el propio número dos veces. Al siguiente estudiante se le pide dividir el número de seis cifras entre 3, al tercero que divida el cociente obtenido entre 7, al cuarto el resultado que se consigue entre 13 y el quinto deberá dividir ese último resultado entre 37. Las cuatro divisiones tendrán residuo cero. El resultado de la última división se le transmitirá al primer estudiante, ya que ese será el número que él había pensado.

Se podría repetir este truco introduciendo una variedad, teniendo en cuenta los diferentes divisores del número 10101. En lugar de los cuatro

multiplicadores 3·7·13·37, se podrían tomar los siguientes grupos de tres multiplicadores: 21·13·37, 3·91·37, 7·37·39 o 7·13·111.

El truco también podría modificarse de igual forma como ha sido explicado para el número de Scheherazade, es decir, realizando las divisiones en diferente orden.

Contenidos matemáticos:

- Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales.

Cuándo realizarlo:

Es una actividad adecuada para realizarse al principio de la unidad didáctica relacionada con los múltiplos y divisores. En ese momento, los estudiantes quedarán fascinados con el truco, pero el docente prometerá descifrarles el truco al final de la unidad didáctica para que ellos también puedan sorprender su entorno más cercano.

Temporización:

- En la primera sesión correspondiente a esta unidad didáctica, basta con dedicar 10 minutos para llevar a cabo la actividad, teniendo en cuenta que pueden utilizar la calculadora para realizar los cálculos.
- En la última sesión correspondiente a esta unidad didáctica, se dedicarán 30 minutos para la explicación del truco.

5. DISCUSIÓN

Con la presente intervención didáctica se busca motivar a los estudiantes a través de la utilización de juegos de magia y lograr así un aprendizaje significativo por su parte. Esta intervención se ha diseñado para llevarla a cabo en 1º de la ESO en la asignatura de Matemáticas, ya que este es un curso de cambio para la mayoría de los estudiantes, que vienen de la Educación Primaria donde el nivel de exigencia es menor y las matemáticas son menos complejas. Es por ello que muchos estudiantes se sienten desmotivados al ver la dificultad de los contenidos de matemáticas de 1ºESO, lo cual hace que pierdan el interés y que dejen de prestar atención a la asignatura. Esto hace que los estudiantes no aprendan matemáticas y que tengan pensamientos negativos acerca de ellas, pensamientos que posteriormente son muy difíciles de cambiar. Esta propuesta busca presentar un recurso que sirva como motivación para todos los estudiantes de dicho curso, para que su primer contacto con las matemáticas de secundaria sea gratificante y divertido, y que su visión de las matemáticas sea positiva. De este modo, se aumenta la motivación de los estudiantes hacia las matemáticas, lo cual hace que se interesen más por aprender los contenidos y que tengan un aprendizaje más significativo, evitando olvidar los contenidos nada más realizar el examen.

En esta propuesta se ha trabajado en la utilización de juegos con los cuales se espera que el estudiante se convierta en el principal participante en el proceso de aprendizaje y así tratar de llamar su atención y aumentar su motivación. Se ha elegido el juego y la matemagia porque son tipos de actividades en las que a los estudiantes se les cambia el concepto de aprendizaje, ya que para ellos jugar es una actividad divertida, que no asocian con la enseñanza, por lo cual aprenden sin darse cuenta de que lo hacen. Asimismo, los juegos pueden transformarse y ayudarnos, como en este caso, a potenciar el aprendizaje introduciendo conceptos de la asignatura. Por otro lado, los adolescentes ven el juego como un desafío que deben completar de una manera divertida y entretenida, y sin darse cuenta están creando conocimientos matemáticos.

En cuanto a las limitaciones que pueden surgir con esta intervención didáctica encontramos los siguientes:

- La materia objeto del presente trabajo se limita a la enseñanza de las matemáticas de 1ºESO, si bien es perfectamente extensible a otros cursos (incluso materias).
- La disponibilidad de materiales específicos relacionados con la magia para el ciclo de enseñanza secundaria (especialmente para los cursos superiores) es poca debido a que la popularidad del uso de la magia en la docencia se encuentra aún en sus inicios.
- La dificultad de algunos trucos hace que quizás no se pueda profundizar del todo en las herramientas matemáticas que utilizan, pero sí que se pueden ver y relacionar con los contenidos del curso, que es lo que se busca en este trabajo.
- La presente propuesta didáctica innovadora no se ha podido llevar a la práctica, por lo que su alcance es limitado y objeto de discusión.

Como se comenta en el punto anterior, la propuesta expuesta en este trabajo no ha sido puesta en práctica. Sin embargo, hay varios docentes que utilizan los trucos de magia en sus clases y han obtenido resultados muy positivos.

Esta propuesta se basa en la idea de que lo tangible es más fácil de aprender que lo abstracto y que el interés y la motivación son factores clave para que el alumnado muestre receptividad. Asimismo, proporciona una metodología para la enseñanza de las matemáticas de 1ºESO. La propuesta también incluye un conjunto de actividades disponibles para los docentes que pueden crear un ambiente de trabajo cómodo en el que los estudiantes puedan ser partícipes de los trucos, y organizado al mismo tiempo para poder mantener el orden en el aula.

Aunque los recursos presentados en este trabajo no son de elaboración propia, se introducen nuevas prácticas en la enseñanza ya que, aunque no sean actividades nuevas que no existían hasta ahora, sí es cierto que su uso integrado en la planificación es escaso y en muchos casos desconocido, sino que más bien se utilizan de forma esporádica o como actividad de divulgación de las matemáticas.

6. CONCLUSIONES

Como se ha comentado, muchos autores abogan por utilizar los juegos de magia para enseñar matemáticas. Se ha verificado que los juegos mejoran las habilidades y destrezas y que promueven que los adolescentes se desarrollen positivamente, tanto académica como social y personalmente. Del mismo modo, la utilización de juegos en el aula causa un efecto positivo en la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas, experimentándolas como una asignatura clara y divertida.

El uso de juegos y actividades de matemagia en el aula, que pueden presentar ciertos peligros si no se realizan de una manera adecuada, debe medirse ya que los estudiantes se pueden centrar únicamente en la diversión y saltarse el aprendizaje.

No obstante, los peligros son mucho menores que los beneficios, puesto que potencian la motivación de los estudiantes, les hace ser más creativos y sociales, consiguen que desarrollen el pensamiento formal y fomentan que los estudiantes participen en el aula. De igual modo, los juegos de magia favorecen la inclusión de todos los estudiantes en el aula, ya que ayudan a adaptarse al grado de diversidad actual. Al mismo tiempo, los profesores aprenden nuevas formas de reforzar la relación docente-estudiante.

La magia matemática es apropiada para todos los niveles de la ESO y para todos los bloques del currículum, si bien es verdad que la mayoría de las actividades de este tipo se enfocan principalmente en los bloques de números, álgebra, geometría, estadística y probabilidad. En esta propuesta se han expuesto diferentes actividades que recorren todos los bloques mediante el uso de diferentes materiales y constituyen ejemplos precisos preparados para su uso en clase. Además, esta propuesta se puede extender a cursos superiores de la ESO, realizando trucos relacionados con contenidos de esos cursos. Por ejemplo, se pueden destacar los siguientes: Suma de Fibonacci (un truco de Gardner que puede encontrarse en su famoso libro "Mathematics, Magic and Mystery" y que está relacionado con las sucesiones), Magia en el Calendario (un truco de Capó que puede encontrarse en el libro "Magia matemática: ¡Sorpréndete, disfruta y aprende!" y que puede utilizarse para introducir las

ecuaciones) y Cara o cruz (un truco de Alegría que puede encontrarse en el libro “Magia por principios” y que puede utilizarse para introducir el sistema binario).

No obstante, cabe señalar que los docentes no deben plantearse de la noche a la mañana llevar juegos de magia al aula, ya que al igual que otras metodologías, los docentes necesitan sentirse cómodos con ellas para que su aplicación tenga un impacto positivo. Además, necesitan una preparación previa antes de llevar los trucos de magia al aula, al igual que con cualquier otro recurso.

Es fundamental subrayar que lo principal en estas actividades no es el truco en sí, sino la motivación y el interés que ese truco genera en el alumnado, y la actividad posterior que le permite al estudiante entender el truco y los conceptos matemáticos que hay detrás.

Si bien es verdad que me gustaría haber dispuesto del tiempo necesario para poder llevar esta propuesta a la práctica en un aula real de 1ºESO, esto no ha sido posible debido al momento de realización del trabajo, después de las prácticas del Máster.

Visto todo el tiempo que haría falta para poder realizar las distintas actividades motivadoras que se han mostrado, queda pendiente un futuro análisis, utilizando estas actividades en un aula real de 1ºESO, desde el inicio del curso y a poder ser durante unos cuantos meses, para poder analizar si realmente se cumple el objetivo de motivar al alumnado y aumentar su interés y consecuentemente también su aprendizaje de las matemáticas, aunque realmente sería más interesante realizarlas durante un curso completo, tal y como está propuesto.

Si tuviera la oportunidad, me gustaría trabajar durante todo un año en un instituto que tuviera de dos líneas en el primer curso de la ESO, y en uno realizar las actividades propuestas y en el otro no. De este modo, cuando finalizase el curso se podrían observar los resultados obtenidos, tanto desde el punto de vista cuantitativo, es decir, las notas de los estudiantes, como cualitativo, es decir, la motivación y el interés del alumnado por las matemáticas.

Para finalizar, este trabajo supone una aportación práctica adicional, avalada por la bibliografía especializada existente sobre el tema, usando trucos de magia para mejorar la motivación de los estudiantes y facilitando así el aprendizaje de las matemáticas. Queda así cumplido el objetivo general del trabajo: “Realizar

una propuesta de intervención didáctica que utilice los trucos de magia como elemento motivador en el aula de 1ºESO”.

En conclusión, con esta propuesta que trabaja la matemagia me gustaría llegar a motivar a los estudiantes para enseñarles que las matemáticas son algo más que una serie de cálculos y fórmulas, y que todas las actividades que se realizan día a día en el aula también tienen su magia y, por qué no, ilusionarlos por esta ciencia, a través de la ilusión de la magia.

7. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Ahmed, W., Werf, G. van der, Kuypers, H. & Minnaert, A. (2013). Emotions, self-regulated learning, and achievement in mathematics: A growth curve analysis.

Journal of Educational Psychology, 105(1), 150-161. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/publication/254864016_Emotions_Self-Regulated_Learning_and_Achievement_in_Mathematics_A_Growth_Curve_Analysis

Alegría, P. (2008). Magia por principios. Bilbao: Publidisa.

Alegría, P. & Fernández, S. (2010). Martin Gardner, el mago de la divulgación.

La Gaceta de la RSME, 13 (4), 671-704.

Alsina, A. & Planas, N. (2008). Matemática Inclusiva. Propuesta para una educación matemática accesible. Madrid: Narcea, S.A. [Fecha de Consulta 2 de junio de 2022]. Recuperado de:

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7241885>

Aparicio, G. (2012). La motivación en el aula de matemáticas a través del uso de las TIC (Trabajo Fin de Máster). Universidad de Almería. [Fecha de Consulta 1 de junio de 2022]. Recuperado de:

<http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/1990/874.pdf?sequence=1>

Blasco, F. (2007). Matemagia: Los mejores trucos para entender los números (4a ed.). Madrid: Temas de Hoy.

Bright, G. W., Harvey, J. G. & Wheeler, M. M. (1985). Learning and Mathematics Games. Journal for Research in Mathematics Education, 1, 1 – 189.

Capó Dolz, M. (2012). Magia matemática: ¡Sorpréndete, disfruta y aprende! (1a ed.). Barcelona: Ediciones B.

Carrillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. Innovación y experiencias educativas, 16. [Fecha de Consulta 5 de junio de 2022].

Recuperado de:

https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf

Chamoso, J. M. & Durán, J. & García, J. F. & Martín, J. & Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. SUMA, 47, 47-58. [Fecha de Consulta 5 de junio de 2022].

Recuperado de:

https://www.rmm.cl/sites/default/files/usuarios/10643955/doc/juegos_suma47.pdf

Corbalán, F. (1994). Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.

Decreto 19/2015, de 12 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado de la Comunidad Autónoma de La Rioja, Boletín Oficial de La Rioja 12368 (2015).

De Guzmán, M. (1984, septiembre). Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) en Santa Cruz de Tenerife, España. [Fecha de Consulta 11 de junio de 2022]. Recuperado de

<http://www.mat.ucm.es/cosasmdg/cdsmdg/05edumat/remediosfracasouniv/laboratorio99/tercera%20parte/juemat/juemat.htm>

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 43, 19-58. [Fecha de Consulta 4 de junio de 2022]. Recuperado de: <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>

DigitalES. (2019). El desafío de las vocaciones STEM. Asociación Española para la Digitalización. [Fecha de Consulta 14 de junio de 2022]. Recuperado de: <https://www.digitales.es/wp-content/uploads/2019/09/Informe-EL-DESAFIO-DE-LAS-VOCACIONES-STEM-DIGITAL-AF-1.pdf>

DivulgaMat: Portal de divulgación de las matemáticas. [Fecha de Consulta 19 de mayo de 2022]. Recuperado de: <http://www.divulgamat.net/>

Espinosa, J. (2020). La matemagia como estrategia de mejora de la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria (Trabajo Fin de Máster). Universidad de las Islas Baleares. [Fecha de Consulta 24 de mayo de 2022].

Recuperado de:

https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/156539/tfm_2019-20_MFPR_jem718_3329.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fernández Carreira, C. (2013). Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria (Trabajo Fin de Máster). Universidad Internacional de la Rioja. [Fecha de Consulta 27 de mayo de 2022]. Recuperado de:

https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. SUMA, 17, 10-16. [Fecha de Consulta 29 de mayo de 2022]. Recuperado de: https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/17/SUMA_17.pdf

Gardner, M. (1983). ¡Ajá! Paradojas: paradojas que hacen pensar. Barcelona: Labor.

Gardner, M. (1996). The Universe in a Handkerchief: Lewis Carroll's Mathematical Recreations, Games, Puzzles, and Word Plays. New York: Springer – Verlag.

Gardner, M. (2003). Mathematics, Magic and Mystery. United States: Dover Publications.

Gómez, I. M. (2005). Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas. Universidad Complutense de Madrid. [Fecha de Consulta 1 de junio de 2022]. Recuperado de:

<http://www.mat.ucm.es/~imgomez/almacen/pisa-motivar>

Huizinga, J. (1972). Homo Ludens. Madrid: Editorial Alianza.

Humble, S & Nishiyama, Y. (2010). Humble-Nishiyama Randomness Game - A New Variation on Penney's Coin Game. IMA Mathematics Today. Vol 46, No. 4, 194-195. [Fecha de Consulta 23 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=36C063B83851A6634205663403324194?doi=10.1.1.177.1176&rep=rep1&type=pdf>

Muñoz, J. (2004). Una matemática motivadora: La Matemagia. Actas VI Jornadas de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana. [Fecha de Consulta 19 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<https://thales.cica.es/~estalmat/Actividades-ejemplos/MatemagiaEstalmat.pdf>

Oficina Internacional de Educación. (Sin fecha). Most influential theories of learning. UNESCO. [Fecha de Consulta 31 de mayo de 2022]. Recuperado de: <http://www.ibe.unesco.org/es/node/9767>

Piaget, J. (1985). Seis estudios de psicología. Barcelona: Planeta.

Posamentier, A. (2013). 9 Strategies for Motivating Students in Mathematics. [Fecha de Consulta 26 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<https://www.edutopia.org/blog/9-strategies-motivating-students-mathematics-alfred-posamentier>

Ramírez, T. (2019). Matemáticas con magia en el aula de secundaria.

[Fecha de Consulta 6 de junio de 2022]. Recuperado de:

<https://redsocial.rededuca.net/matematicas-magia-aula-secundaria>

Real Academia Española. (2014) Diccionario de la Lengua Española. Madrid: Planeta Publishing Corporation. [Fecha de Consulta 31 de mayo de 2022].

Recuperado de: <https://dle.rae.es/>

Ricoy, M-C & Couto, M. J. (2018). Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 20(3), 69-79. [Fecha de Consulta 5 de junio de 2022]. Recuperado de: <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/1650>

Robinson, K. y Aronica, L. (2009). El Elemento (The Element). Barcelona: Grijalbo.

Romero, G. (2017). 9 Teorías de Aprendizaje más Influyentes. EDUCAR21.

[Fecha de Consulta 29 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<https://educar21.com/inicio/2017/09/27/teorias-de-aprendizaje-mas-influyentes/>

Ruiz, X. (2015). Educando con magia: El ilusionismo como recurso didáctico (3a ed.). Madrid: Narcea.

Salón Matemático. Matemáticas en las mil y una noches: El célebre número de Scheherazade. [Fecha de Consulta 19 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<https://salonmatematico.com/el-celebre-numero-de-scheherazade/>

Salvador, A. (2013). El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid. [Fecha de Consulta 20 de mayo de 2022]. Recuperado de:

<http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Juego.pdf>

Sánchez, M. A. (2009). El juego y la atención a la diversidad. Revista Digital "Innovación y experiencias educativas", 16. [Fecha de Consulta 27 de mayo de 2022]. Recuperado de:

https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/MARIA%20ANGELES_SANCHEZ_2.pdf

Sanmartí, N. (2007). 10 ideas clave. Evaluar para aprender. Col. Ideas clave, 1. Ed. Graó. Barcelona. [Fecha de Consulta 27 de mayo de 2022].

Resumen Recuperado de:

<http://www.xtec.cat/~ilopez15/materials/ambitpedagogic/avaluacio/evaluarparaaprender.pdf>

Vaello Orts, J. (2007). Cómo dar clase a los que no quieren (1a ed.). Barcelona: Graó.