

DOI: https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v6i5.3490

Control y observador super-twisting aplicado al modelo

matemático no lineal de un generador síncrono

Mtra. Susana Ramírez Yocupicio susanaramirez64@Gmail.com https://orcid.org/0000-0001-6746-9370

Mtro. Edgar Espinoza-Zallas edgar.espinoza@ues.mx https://orcid.org/0000 -0001-7667-5782

Mtra. Patricia Ramona Andrade Salinas patricia.andrade@ues.mx https://orcid.org/0000-0002-9723-3964

Mtro. José de Jesús Soto Padilla Jose.soto@potros.itson.edu.mx https://orcid.org/0000-0002-7219-812X

Mtro. Juan Pablo Aguilar Limón juan.aguilar@ues.mx https://orcid.org/0000-0003-1811-9803

Dr. Joel Ruiz Ibarra

joelruizibarra@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-4932-2006 Universidad del Estado de Sonora Navojoa – México

RESUMEN

Para suministrar energía eléctrica a la sociedad, se utilizan sistemas electrónicos de potencia. Para su correcto funcionamiento, es necesario mantener niveles adecuados de voltaje y corriente. Uno de los sistemas encargados de suministrar esa potencia la red, es el generador síncrono. En este trabajo se aplica el algoritmo de control *Super-Twisting*, para garantizar una potencia a una frecuencia constante. Con la finalidad de proporcionarle al generador la robustez característica de los modos deslizantes, disminuyendo el efecto de *chattering*. Para la aplicación del control por *Super-Twisting* se utiliza una primera estructura de control y un observador. Los resultados de simulación muestran la efectividad del control propuesto, tomando en cuenta perturbaciones en el par mecánico y corto circuito. La señal de control no es continua, sin embargo, se observa poco efecto de *chattering*. Además, considerando las dinámicas de difícil medición, se aplica un observador basado en Super-Twisting para proporcionar la información, de ésta dinámicas, al control.

Palabras clave: generador síncrono; chattering; Super-Twisting; observador.

Correspondencia: susanaramirez64@Gmail.com

Artículo recibido 10 agosto 2022 Aceptado para publicación: 10 septiembre 2022

Conflictos de Interés: Ninguna que declarar

Todo el contenido de **Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar**, publicados en este sitio están disponibles bajo Licencia <u>Creative Commons</u>

Cómo citar: Ramírez Yocupicio, M. S., Espinoza-Zallas, M. E., Andrade Salinas, M. P. R., Soto Padilla, M. J. de J., Aguilar Limón, M. J. P., & Ruiz Ibarra, D. J. (2022). Control y observador super-twisting aplicado al modelo matemático no lineal de un generador síncrono. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 6(5), 5176-5190. https://doi.org/10.37811/cl rcm.v6i5.3490

Observer and control Super-Twisting apply to a nonlinear mathematical model of sinchronous generator

ABSTRACT

Electronic power systems are used to supply electricity to society. For proper operation, it is necessary to maintain adequate voltage and current levels. One of the systems responsible for supplying this power to the network is the synchronous generator. In this work, the Super-Twisting control algorithm is applied to guarantee power at a constant frequency. To provide the generator with the robustness characteristic of sliding modes, reducing the effect of chatter. For the application of Super-Twisting control, a first control structure and an observer are used. The simulation results show the effectiveness of the proposed control, considering disturbances in the mechanical torque and short circuit. The control signal is not continuous, however little chattering effect is observed. In addition, considering the dynamics that are difficult to measure, an observer based on Super-Twisting is applied to provide the information, of these dynamics, to de control.

Keywords: sinchronous generator; chattering, super-twisting; observer.

INTRODUCCIÓN

Los generadores síncronos se utilizan en gran parte de la generación eléctrica [Del Toro, 1992]. Estos, sumados a otros dispositivos como paneles fotovoltaicos y generadores eólicos, mantienen un delicado equilibrio entre la generación y la demanda de energía eléctrica [Kundor, 1994]. A lo largo del tiempo, se han utilizado técnicas de control para ayudar a mantener niveles adecuados de operación, tales como frecuencia y voltaje. Los controles de los generadores eléctricos han sido tradicionalmente lineales [Gao et al., 1992]. Que son más sencillos de diseñar e implementar. Sin embargo, al utilizar este tipo de controles se dejan de considerar dinámicas importantes [Kothari y Nagrath, 2008], reduciendo la robustez y capacidad de la red. Debido a lo anterior, se han aplicado nuevas técnicas de control, para mejorar el comportamiento de la red eléctrica. Entre ellas se encuentran el método directo de Lyapunv [Machowski, 2000], análisis de funciones de energía [Shen et al., 2005], control por modos deslizantes clásicos [Huerta et al., 2009], [Soto-Cota et al., 2006], [Lukianov et al., 2011] y control por modos deslizantes más modernos como Continous Twisting [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] que brindan robustez ante perturbaciones y cambios paramétricos acoplados al canal del control [Kamal et al., 2014].

El problema con el control por modos deslizantes clásicos es que, debido a la naturaleza discontinua de la señal, se presenta un efecto no deseado llamando *chattering* [Slotine y Sastry, 1983], provocado por la vibración de los motores al ser sometidos al un control discontinuo a alta frecuencia. Con el fin de eliminar este comportamiento no deseado y seguir manteniendo la robustez propia del control por modos deslizantes, se han propuesto algoritmos de mayor orden [Shtessel y Buffingtong, 1998]. Como son *Twsiting* de segundo orden [Shtessel et al., 2014], *Super-Twisting* [Kamal et al., 2014] y *Continouous Twisting* [Torres Gonzales et al., 2016].

El objetivo de utilizar el algoritmo de control *Super-Twisting,* a un generador síncrono en este trabajo, es brindar un control robusto ante perturbaciones y dinámicas no modeladas, eliminando el efecto de chattering resultante de las primeras generaciones de control por modos deslizantes. Además, con la finalidad de acercar más la simulación a una aplicación real, se utilizará un observador, también basado en *Super-Twisting*, debido a que no cualquier observador funciona correctamente con controles por modos deslizantes [Shtessel et al., 2014], [Chalanga et al., 2016].

Este artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera. En la sección de metodología se muestra el modelo matemático del generador síncrono, se especifica el objetivo de control y se propone utilizar la estructura de control propuesta en [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] y se adapta el control y el observador por *Super-Twisting*. En la sección de resultados se muestran las simulaciones realizadas, tomando en cuenta perturbaciones en el par mecánico y corto circuito. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones de trabajo a futuro.

METODOLOGÍA

Esta sección se encuentra estructurada de la siguiente manera: en la primera parte se muestra el modelo matemático del generador síncrono. Posteriormente se presenta el objetivo de control y se aplica el control *Super-Twisting* con ayuda de un observador, también basado en *Super-Twisting*.

Modelo matemático del generador síncrono

En este artículo se utiliza un modelo matemático no lineal de ocho estados:

$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8]$

donde x_1 es el ángulo de carga, x_2 es la velocidad angular, x_3 es el enlace de flujo del devanado de campo, x_4 , x_5 y x_6 son el enlace de flujo de los devanados de amortiguamiento y finalmente x_7 y x_8 representan las corrientes del estator en el eje directo y cuadratura respectivamente [Soto, 2000]. El modelo matemático [Soto-Cota et al., 2006] se muestra a continuación:

$$\begin{split} \dot{x}_1 &= x_2 - w_b \\ \dot{x}_2 &= \frac{w_b}{2H}(T_m - T_e) \\ \dot{x}_3 &= b_1 x_7 + b_2 x_5 + b_3 x_3 + w_b V_f \\ \dot{x}_4 &= c_1 x_8 + c_2 x_6 + c_3 x_4 \\ \dot{x}_5 &= d_1 x_7 + d_2 x_3 + d_3 x_5 \\ \dot{x}_6 &= e_1 x_8 + e_2 x_4 + e_3 x_6 \\ \dot{x}_7 &= h_1 V_d + h_2 V_f + h_3 x_7 + h_4 x_3 + h_5 x_5 + h_6 x_2 x_4 + h_7 x_2 x_6 + h_8 x_2 x_8 \\ \dot{x}_8 &= k_1 V_q + k_2 x_8 + k_3 x_4 + k_4 x_6 + k_5 x_2 x_3 + k_6 x_2 x_5 + k_7 x_2 x_7 \\ \text{donde } w_b \text{ es la velocidad angular deseada, } T_m \text{ es el par mecánico, } T_e = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1, V_q = a_1 x_3 x_8 + a_2 x_5 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1 x_8 + a_3 x_4 x_7 + a_4 x_6 x_7 + a_5 x_7 x_8 \text{ es el par electromagnético, } V_d = V \sin x_1 x_8 + a_3 x_8 + a$$

 $V \cos x_1$ y V representa el bus al que se encuentra conectado el generador. V_f , que

generalmente es un valor constate en el orden de los milivolts [Huerta et al., 2008], en este trabajo se considera como la entrada de control, es decir $V_f = u$.

El resto de los valores representan parámetros propios del generador síncrono con el que se está trabajando y se encuentran descritos en el Anexo 1.

Objetivo de control

El objetivo de control es mantener el generador síncrono proporcionando voltaje alterno, a una frecuencia de 60Hz, a pesar de las pertubaciones que se puedan presentar. Para logar lo anterior, es necesario que el rotor gire a la velocidad síncrona, dada por w_b . Lo anterior, sin perder de vista la estabilidad del voltaje en terminales del generador. De tal manera, se define una función de error $e = x_2 - w_b$, que a su vez se toma como superficie deslizante y se obtiene su derivada,

$$s = s_1 = e = \dot{x}_1 = x_2 - w_b \tag{1}$$

$$\dot{s}_1 = s_2 = \dot{x}_2 = \frac{w_b}{2H} (T_m - T_e).$$
 (2)

De esta manera, cuando el error sea igual a cero, la velocidad angular será igual a la velocidad síncrona $x_2 = w_b$.

Control Super-Twisting de tercer orden

Para la aplicación del control por *Super-Twisting* y garantizar su estabilidad, es necesario utilizar una primera estructura de control que nos permita el cálculo de las ganancias y la aplicación del controlador. En [RAMIREZ-YOCUPICIO et al., 2018] se propone una primera estructura de control, que será utilizada para adaptar el controlador propuesto en este artículo. La primera estructura de control está dada por

$$u = \frac{1}{w_b}(-q_1 + v_1)$$

donde

$$v_1 = -\left(\frac{2H}{w_b \mathsf{a}_1 x_8 + \mathsf{h}_2 q_3}\right) v.$$

de tal manera que se obtiene lo siguiente

$$\dot{s}_1 = s_2$$

$$\dot{s}_2 = v + q_5 \tag{3}$$

donde

$$q_5 = \frac{h_2}{2H} q_1 q_3 - \frac{w_b}{2H} (q_2 + q_3 q_4)$$

Los valores de q_1, q_2, q_3, q_4 y q_5 se encuentra en el Anexo 3 y fueron tomados de [RAMIREZ-YOCUPICIO,2018].

El control por modos deslizantes se realizará tomando en cuenta (3). Siento v la nueva señal de control a diseñar y se asume que $|\dot{q}_5| \leq q \in \mathbb{R}$.

Aplicación del algoritmo de control Super-Twisting de tercer orden

Para aplicar este control propuesto por [Kamal et al., 2014], se toma en cuenta la salida deseada s y su derivada (s_1 y s_2), dadas por (1) y (2) respectivamente. El algoritmo de control v presenta la siguiente forma:

$$v = -K_1 |\phi|^{\frac{1}{2}} sign(\phi) + z_v$$
$$\dot{z}_v = -K_3 sign(\phi)$$

donde

$$\phi = s_2 + K_2 |s_1|^{\frac{2}{3}} sign(s_1)$$

Las ganancias propuestas, están dadas por los creadores del algoritmo como

$$K_1 = 6$$

 $K_2 = 4$

$$K_3 = 4$$

estas ganancias garantizan convergencia a la superficie y su derivada en tiempo finito [Kamal et al., 2014].

Observador basado en Super-Twisting de alto orden

Para estimar el valor de \dot{s}_1 y \dot{s}_2 se utiliza el observador basado en *Super-Twisting* de tercer orden propuesto en [Chalanga et al., 2016].

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = z_1 + \theta_2$$
$$\dot{\hat{\theta}}_2 = z_2 + u$$

Donde $z_1 = L_1 |e_1|^{1/2} sign(e_1)$ y $z_2 = L_2 sign(e_1)$ son los términos de corrección. Se define el error como $e_1 = x_3 - \hat{x}_3$

$$e_1 = x_3 - \hat{x}_3$$

Se proponen las ganancias $L_1 = 1$ y $L_2 = 1.1$, de acuerdo con [Chalanga et al., 2016]. Este observador se utilizará para estimar los valores de x_4 , x_5 y x_6 .

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para obtener los resultados de simulación, se utilizan los parámetros nominales de un generador síncrono trifásico de 555 *MVA*, con 24 *kV* a una frecuencia de 60 *Hz*. El rotor

Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Ciudad de México, México.

ISN 2707-2207/ISSN 2707-2215 (en línea),septiembre-octubre,2022,Volumen 6,Número 5 p 5182

cuenta con dos polos, tres fases y se considera un bus infinito. Los parámetros del generador síncrono y la red externa están en valores por unidad (Huerta et al. 2009). Se toma en cuenta la inductancia y la resistencia de línea externa.

Para simular el control de la planta en lazo cerrado con el controlador y el observador, el modelo matemático se sometió a perturbaciones en el par mecánico y corto circuito. Se aplicó un aumento en el par mecánico de $0.2 \ pu$ desde el tempo $t = 7 \ seg$ a $t = 8 \ seg$. El corto circuito fue aplicado durante $0.1 \ seg$ a partir del tempo $t = 15 \ seg$, para logarlo se llevó el voltaje de bus infinito $V_{inf} = 0.7 \ pu$.

Los resultados de la velocidad angular (objetivo de control), el par electromecánico, la señal de control, el voltaje en terminales y los estados observados se muestran a continuación. Los valores de las condiciones iniciales se presentan en el anexo 3.

En el gráfico 1, la velocidad angular muestra convergencia en tempo finito. Esto era de esperarse debido a que la superficie deslizante está diseñada de tal manera que la velocidad angular sea la velocidad síncrona y el algoritmo de control utilizado proporciona estabilidad en tempo finito.





En el gráfico 2 se puede observar como el par electromecánico sigue al par electromagnético a pesar de las perturbaciones. También se muestra convergencia en tiempo finido debido a que tiene una relación muy estrecha con la primera derivada de la superficie deslizante. La perturbación que se ve en el tiempo t = 0 seg es debido a que el error en el observador tarda poco más de 1 seg en ser igual a cero.





En el gráfico 3, se observa el voltaje en terminales y el voltaje de bus infinito. La perturbación en el par mecánico no le afecta de manera significativa, sin embargo, la perturbación de corto circuito sí.

Gráfico 3. Voltaje en terminales y voltaje de bus infinito.



La señal de control generada, se puede ver em el gráfico 4. Se obtiene como resultado una señal de control continua, como se indica en [Kamal et al., 2014]. Como era de esperarse, la acción de control es mayor cuando se presentan perturbaciones.





El gráfico 5 muestra la convergencia a cero, en tiempo finito, de la superficie deslizante. En color azul se muestra la superficie y en rojo el valor cero.





En los gráficos 6, 7 y 8 se muestran los estados x_4 , x_5 y x_6 , comparados con sus respectivos estados observados. Note que muestran convergencia en tiempo finito.





Se puede apreciar que, aunque los tres estados son calculados con el mismo observador, cada uno de ellos presenta convergencia en tiempo distinto.

Gráfico 7. Resultados del observador para el estado 5.



En los gráficos 6, 7 y 8 se explica el motivo de las perturbaciones que se encuentran al inicio de la simulación. Pues, a pesar de que el sistema inicie en t = 0 seg, con los valores en estado estable, el controlador toma en cuenta los valores calculados por el observador y éste se tarda entre 1 y 8 segundos en converger.

Es importante notar, que una vez que los estados observados convergen con el valor real, el error en el observador no se ve afectado por las perturbaciones del sistema. De esta manera, es posible que el controlador funcione a pesar de las perturbaciones.

CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra la aplicación de un algoritmo de control *Super-Twisting* de alto orden. Además, se realiza la implementación de un observador, también basado en *Super-Twisting* debido a que este observador tiene la ventaja de funcionar correctamente con el control aplicado. La señal de control es continua, por lo tanto, se evita el *chattering*. Las ganancias propuestas son válidas si se cumple con las condiciones aquí presentes. Para trabajo futuro se recomienda la aplicación de control *Continuous Twisting*, una comparación entre los dos controladores sería interesante.

LISTA DE REFERENCIAS

- A. Chalanga, S. Kamal, L. Fridman, B. Bandyopadhyay, y J. Moreo. *Implementation of super-twisting control super twisting and higher order sliding mode observer based approaches*. IEEE Transsactions on industrial electronics, 63(6):3677-3685, 2016.
- V. Del Toro. Electric Power Systems. Prentice Hall, New Yersey, 1992.
- L. Gao, Y. Chen, Fan y H. Ma. DFL. *Nonlinear design with applications in power systems.* Automatica. 28:975-979, 1992.

- T. Hiyama, T. Ueki y A. Andou. *Integrated fuzzy logic generator controller for stability enhancemet.* IEEE Transactions Energy Convers., 12(4):400-406, 1997.
- H. Huerta, G. Loukianov A. y J. M. Cañedo. Integral sliding modes with control and of multimachine electric power system chapter of book system structure and control. Croatia, 1:83-110, 2008.
- H. Huerta, A. Loukianov y J. M. Cañero. *Multimachine power system control integral SM approach*. IEEE Transactions on industrial electronics, 56(6), 2009.
- S. Kamal, A. Chalanga, J. A. Moreno, L. Fridman y Bandyopadhyay. *High order super twisting algorithm.* IEEE Workshop on Variable Structure Systems, 14, 2014.
- A. Kazemi, M. R. Jahed y A. H. Naghshbandy. Application of a new multi variable feedbach linealization method for improvement of power systems transient stability.
 International Journal Electronic Power Energy Systems, 29(4):322-328, 2007.
- I. J. Kothari y I. J. Nagrath. Sistemas eléctricos de potencia. McGrawHill, California, 1994.
- P. Kundor. Power systems stability and control. McGrawHill, California, 1994.
- A. G. Loukianov, J. M. Cañedo, L. M. Fridman y A. Soto-Cota. Hight Order Block Sliding Mode Controller for a synchronous generator with an exciter system. IEEE Transactions on industrial electronics, 58(1), 2011.
- S. Ramírez Yocupicio, J. Ruiz Ibarra, R. R. Palacio Cinco y E. Ruiz Ibarra. *Continuous Twisting apply to a nonlinear mathematical model of sinchronous generator*. ECORFAN Journal Democratic Republic of Congo. 4(6), 2018. ECORFAN Journal Congo V4 N6 2.pdf
- J. Rintoja. *Modern power system stabilizer approaches*. University of Maribor, Faculty of electrical engineering and computer science, 2000.
- T. Shen, R. Sun, R. Ortega y S. Mei. *Energy-shaping control of synchronous generator with exciter-governor dual control-loops.* International Journal Control, 78(2):100-111, 2005.
- Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman y A. Levant. *Sliding Mode Control and Observation.* Control Engineering, Borkhauser, New York, USA, 2014.
- Y. B. Shtessel y J. M. Buffington. *Continuous sliding mode control.* Proceedings of the American Control Conference, 1998.

- J. J. Slotine y S. S. Sastry. *Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators.* International Journal Control, 38(2):465-492, 1983.
- A. Soto. *Control robusto de sistemas no lineales por modos deslizantes aplicación y control de un generador síncrono.* Cinvestav, Guadalajara, 2000.
- A. Soto-Cota, A. G. Fridman, L. Loukianov y J. M. Cañedo. Variable structure control of synchronous generator singularly perturbed analysis. International Journal of Control, 79(1):1-13, 2006.
- V. Torres Gonzales, L. Fridman y J. A Morenoi. *Continuous twisting algorithm*. Conference on Design and Control, 2016.
- V. Utkin. *Sliding Mode Control and Optimization.* Springer Verlag, United States of America, 1992.
- Z. Xi y D. Cheng. Passivity based stabilization and h infinity control of the hamiltonian control systems with dissipation an its applications to power systems. International Journal Control, 73(18):1686-1691, 2000.

ANEXOS		
Anexo 1		
$w_b = 376.911$	H = 7.05	$T_m = 0.4610$
$V_f = 5.5305 \times 10^{-4}$	$a_1 = 0.6495$	$a_2 = 0.2$
$a_3 = -0.2628$	$a_4 = -0.5714$	$a_5 = 0.02$
$b_1 = -0.186$	$b_2 = 0.1329$	$b_3 = -0.2329$
$c_1 = -0.7757$	$c_2 = 1.4776$	$c_3 = -1.9061$
$d_1 = -11.6667$	$d_2 = 27.0609$	$d_3 = -33.3333$
$e_1 = -10$	$e_2 = 8.7609$	$e_3 = -14.2857$
$h_1 = -876.7235$	$h_2 = 569.3989$	$h_3 = -9.2142$
$h_4 = 12.2348$	$h_5 = -15.3032$	$h_6 = -0.6112$
$h_7 = -1.3289$	$k_1 = -837.758$	$k_2 = -16.5025$
$k_3 = 10.0116$	$k_4 = -17.2776$	$k_5 = 1.4432$
$k_6 = 0.4444$	$k_7 = -0.9556$	$V_{inf} = 1$
$V_d = V_{inf} \sin(x_1)$	$V_q = V_{inf} \cos(x_1).$	

Anexo 2

Las condiciones iniciales calculadas son:

$x_1 = 0.7565$	$x_2 = 376.9911$	$x_3 = 1.0815$
$x_4 = -0.635$	$x_5 = 0.7734$	$x_6 = -0.635$
$x_7 = 0.2988$	$x_8 = 0.3508$	$\hat{x}_3 = 0$
$\hat{x}_4 = 0$	$\hat{x}_5 = 0$	$\hat{x}_6 = 0.$

Anexo 3

Valores de q $q_1 = b_1 x_7 + b_2 x_5 + b_3 x_3$ $q_2 = a_3 \dot{x}_4 x_7 + a_2 \dot{x}_5 x_8 + a_4 \dot{x}_6 x_7 + \dot{x}_7 (a_3 x_4 + a_4 x_6 + a_5 x_8) + \dot{x}_8 (a_1 x_3 + a_2 x_5 + a_5 x_7)$ $q_3 = a_3 x_4 + a_4 x_6 + a_5 x_8$ $q_4 = h_1 V_d + h_3 x_7 + h_4 x_3 + h_5 x_5 + h_6 x_2 x_4 + h_7 x_2 x_6 + h_8 x_2 x_8.$ $q_5 = \frac{h_2}{2H} q_1 q_3 - \frac{w_b}{2H} (q_2 + q_3 q_4).$