

Serie Digital

INCENTIVA
AESTRAS 10

La ética comunitaria en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en educación primaria



Adriana Lasprilla Herrera

Docente

Serie Digital

INCENTIVA
AESTRAS



**La ética comunitaria en los procesos
de enseñanza-aprendizaje de las
matemáticas en educación primaria**

ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ
EDUCACIÓN

**La ética comunitaria en los procesos de enseñanza-
aprendizaje de las matemáticas en educación primaria**
Programa Incentiva 2021

Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP

© Autor

Adriana Lasprilla Herrera

Alcaldesa Mayor ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ
Claudia Nayibe López Hernández

Secretaria de Educación del Distrito Capital SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL DISTRITO, SED
Edna Cristina Bonilla Sebá

Director General © IDEP
Alexander Rubio Álvarez
Subdirectora Académica Mary Simpson Vargas
Asesores de Dirección Ruth Amanda Cortés Salcedo
Oscar Alexander Ballén Cifuentes
Luis Miguel Bermúdez Gutiérrez

Edición y adecuación Mónica Lucía Suárez Beltrán
Diseño y diagramación Pablo Andrés Bermúdez Robayo

Publicación resultado del programa INCENTIVA, una apuesta para generar un sistema de estímulos y reconocimientos a redes, colectivos, semilleros de investigación y docentes investigadores e innovadores

ISBN 978-628-7535-39-8
Primera Edición Año 2022

Este libro se podrá reproducir y/o traducir siempre que se indique la fuente y no se utilice con fines lucrativos, previa autorización escrita del IDEP. Los artículos publicados, así como todo el material gráfico que en estos aparecen, fueron aportados y autorizados por los autores. Las opiniones son responsabilidad de los autores.

Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP
Transversal 22A No 61B -14. Barrio San Luis
Número Telefónico PBX IDEP: (601) 2630603 - Tel. Radicación: (314)4889979
www.idep.edu.co – idep@idep.edu.co

Bogotá, D.C. – Colombia
Año 2022

Este documento es producto de la adecuación editorial del Trabajo de posgrado *Constitución dialéctica de los procesos de objetivación y subjetivación con una ética comunitaria en Actividades desarrolladas al abordar tareas de generalización de patrones* para obtener el título de Doctora en educación, del Doctorado Interinstitucional en Educación Facultad de Ciencias y Educación.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Bogotá, 2021

Contenido

Presentación	11
Prologo	14
Ética en Educación Matemática	17
Antecedentes	19
Finalidad de la investigación	27
Tejido de fundamentación conceptual	30
Aprendizaje, Actividad y labor conjunta en la teoría de la objetivación	31
Formas de producción del saber y modos de interacción social	37
Ética en la educación matemática	41
Teoría de la objetivación y ética comunitaria	46
Sobre la generalización algebraica de patrones	56
Configuración de la investigación	61
Metodología de investigación histórico-cultural y el análisis multimodal	63
Estructura de las tareas	66
Tarea 1	70

Tarea 2	71
Tarea 3	72
Tarea 4	73
Tarea 5	74
Tarea 6	75
Elaboración de la rejilla	77
Momentos metodológicos de la investigación	78
Etapa 1. Caracterización de la actividad	81
Etapa 2. Rastreo a los vectores de la ética comunitaria	83
Etapa 3. Ética comunitaria en los procesos de objetivación y subjetivación	84
Caracterización de la Actividad	86
Análisis multimodal ¿cómo colaboraron y cómo circularon las ideas?	88
Los objetos de atención	88
Características generales de la Actividad	101
Procesos de objetivación en la generalización de patrones	123
Caracterización de la ética en la actividad. Procesos de objetivación y subjetivación	163
Marco analítico de la presencia de vectores de la ética comunitaria	164
Resultados de la presencia de los vectores de la ética comunitaria	166
Vector responsabilidad en la Actividad	168

Vector cuidado del otro en la Actividad	173
Vector compromiso en el trabajo conjunto en la actividad	178
Reflexiones en torno a las relaciones entre la ética comunitaria y la actividad. La vida de los vectores en el transcurso de la actividad	183
Vectores de la ética comunitaria	183
Actividades caracterizadas por una ética cerrada: Actividades 1, 2 y 3	185
Actividades caracterizadas por una ética abierta: Actividades 4, 5 y 6	190
Otredad	200
Proceso elaboración de tablas en la Actividad	202
Formas de organización al interior de los grupos en la Actividad	204
Participación oral de los estudiantes durante las socializaciones de las tareas	207
Consideraciones en torno a las implicaciones entre el desarrollo de la ética comunitaria y los procesos de objetivación y subjetivación	212
Procesos de objetivación y subjetivación. Actividades 1, 2 y 3	212
Procesos de objetivación y subjetivación. Actividades 4, 5 y 6	220
Resultados de la investigación	228
Respuesta a la pregunta de investigación	228
Consideraciones finales y recomendaciones	232

Índice de figuras	236
Índice de tablas	241
Bibliografía	244

Agradecimientos

A la profesora Olga Lucía Corredor, por su sabiduría, paciencia y crítica permanente que posibilitó mi cualificación profesional y personal

Al profesor Luis Radford, por sus enseñanzas y acompañamiento constante, por haberme permitido trabajar a su lado durante la pasantía doctoral en la Universidad de Laurentian, Sudbury, Canadá

Al profesor Francisco Camelo, por siempre estar dispuesto a escucharme y brindarme la posibilidad de seguir avanzando en mi formación académica y personal

A los niños y niñas del Colegio Pablo Neruda IED por su creatividad y acompañamiento durante esta investigación

A los profesores Johanna Rubio, Andrés Moreno, John Forigua, Guillermo Martínez y Paola Pajarito por su disposición y apoyo cuando más lo necesité

A la Secretaría de Educación del Distrito por el apoyo durante mi proceso de formación doctoral y a todas aquellas personas que de una u otra forma hicieron posible la culminación de esta etapa.

Presentación

La apropiación social del conocimiento de las maestras y maestros de Bogotá

Desde hace décadas, en Colombia y América Latina se ha planteado la necesidad de hacer de la ciencia y el conocimiento un bien colectivo que permita dar solución a los problemas estructurales que históricamente hemos padecido, como la desigualdad, la pobreza, la ausencia de infraestructura y tecnología, la concentración de recursos, la violencia, el daño ambiental, las barreras para acceder a la educación, y, en general, las garantías para obtener los mínimos de justicia para cada habitante de nuestro territorio.

No obstante, durante mucho tiempo nos han hecho creer que el conocimiento es un privilegio e incluso una mercancía al que solo unos pocos tienen acceso, y que su ejercicio y divulgación es permitido, siempre y cuando no subvierta los poderes hegemónicos políticos, económicos y culturales que sustentan el orden social. De igual modo, crecimos con el discurso que solamente las sociedades del conocimiento se construyen a imagen y semejanza de los países del norte global, por cuanto, los saberes ancestrales, la interculturalidad o las denominadas epistemologías emergentes y del sur se consideraron carentes de validez. En los últimos años ha surgido como principio ético concebir el conocimiento como una construcción social compartida, un patrimonio conjunto que permita a los ciudadanos comprender la realidad y hacer parte activa y deliberante de su transformación. Ya no se trata de que los avances científicos, tecnológicos y sociales se queden en la erudición o estén al servicio de una élite reducida, sino que sus beneficios se extiendan al común de la sociedad y sirvan como herramientas para reducir brechas y acabar con las injusticias.

Actualmente, Colombia se encuentra en un proceso de transición que nos reta a pensarnos en un futuro más allá de las lógicas de la guerra, y que nos ha obligado a revisar nuestros profundos arraigos clasistas, racistas, patriarcales, depredadores del medio ambiente y de violencia hacia la nueva generación. En este punto, quizás como nunca en nuestra historia, la educación y la ciencia juegan un papel esencial, no solo como herramientas por excelencia para la transformación, sino como fuentes de inspiración, pues existe un amplio consenso en que el punto de partida para avizorar un país diferente se halla en la triada ciencia, educación y sociedad.

Es aquí, donde la función cultural de las maestras y maestros en Colombia adquiere aún más relevancia, pues es a través de la profesión docente que como sociedad podremos acceder efectivamente a la apropiación social del conocimiento. Un concepto que va más allá de la reproducción o la sola divulgación; se trata de hacer que la ciudadanía se empodere de los avances científicos, tecnológicos y sociales y los utilice para mejorar el bienestar común.

Así entonces, las maestras y maestros son por definición los mediadores entre la sociedad y la ciencia, quienes a través de su práctica la llevan a convertirse en un objeto de la enseñanza, algo que desde los años 80 del siglo XX hemos denominado en el argot pedagógico como la transposición didáctica, que no es otra cosa que llevar el conocimiento al aula para que este sea apropiado socialmente y tenga una verdadera utilidad para la vida de los estudiantes, sus familias y comunidades.

Por esta razón, desde el Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico IDEP, en su estrategia de promoción y apoyo a docentes investigadores e innovadores, nos hemos propuesto compartir con la ciudadanía de Bogotá y del país, las experiencias de maestros y maestras de Bogotá quienes en su proceso de formación avanzada de maestría y doctorado, han obtenido distinción meritoria o laureada en sus tesis de grado. En esta iniciativa denominada “Serie Incentiva Digital Maestros y Maestras 10” se recogen en su segunda edición para el 2022, los 12 mejores trabajos académicos de alto nivel de igual número de maestros y maestras. Con esto, se busca hacer un aporte a la apropiación social del conocimiento que tiene su origen en las prácticas innovadoras de aula y en los procesos investigativos e intelectuales de los docentes del Distrito.

Así entonces, en estos trabajos se exploran diferentes temas y se apunta a dar solución a variadas problemáticas o retos pedagógicos: como la formación en prácticas culturales para la preservación del recurso hídrico, el desarrollo de habilidades y competencias TIC en los docentes, el fortalecimiento del pensamiento científico en estudiantes de primaria, la gestión educativa y la implementación de los sistemas de gestión de calidad en los colegios distritales, el género y la interseccionalidad retomando las experiencias educativas de mujeres afrodescendientes, la influencia de los factores familiares en el desempeño y logro académico, el estudio de la ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva de la ética como una relación de alteridad, el uso de las tareas digitales como recurso didáctico para favorecer la argumentación, estrategias pedagógicas y curriculares para la inclusión de niños con diversidad funcional visual, la pertinencia de la formación docente con metodologías a distancia, la incidencia de la familia y la escuela en el desarrollo corporal y las modificaciones corporales en adolescentes y jóvenes; así como la pedagogía del cuidado y el auto cuidado partiendo de las historias de vida de niños y niñas y el análisis de sus contextos territoriales y familiares desde una postura ética radical.

En ese sentido, después de una adecuación editorial para convertir estos trabajos investigativos en libros académicos digitales; nos enorgullece presentar la segunda edición de la “Serie Digital Incentiva Maestras y Maestros 10”, una apuesta del IDEP para valorar la profesión docente y como un reconocimiento a su papel fundamental en la apropiación social del conocimiento.

Luis Miguel Bermúdez Gutiérrez
Asesor dirección General IDEP
Docente SED Bogotá

Prólogo

Al darle una mirada a las distintas reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se puede decir que estas han estado en general dirigidas a la búsqueda de mecanismos que posibiliten el aprendizaje de esta disciplina, sin desconocer que en ambos procesos también han existido otros intereses. A finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX, cuando se dieron las primeras reflexiones en torno a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y se originó el campo de estudio en el que se inscribe este trabajo, el interés estaba puesto principalmente en las estructuras y los programas de la enseñanza de las matemáticas en los cursos de primaria y secundaria, en particular el que necesitaba la sociedad que se desarrollaba en el marco de la industrialización (Radford, 2011). Más tarde, a lo largo de la primera mitad del siglo XX, la preocupación curricular se fue complementando poco a poco empujada por la idea del respeto a la coherencia conceptual de la disciplina, y también por la idea de la matemática como potenciadora de los saberes para responder a problemas prácticos.

Las consideraciones expuestas tienen un carácter necesario debido al interés del presente libro, que se desarrolla en un marco académico de énfasis en educación matemática, el cual no se centra únicamente en hacer reflexiones en torno a un saber disciplinar. Es así porque el marco de reflexión que se inició a finales de los años 60 y principios de los 70, donde el estudiante comenzó a aparecer de manera orgánica en el discurso educativo (Radford, 2018a), propició que la organización de los contenidos matemáticos dejara de ser pensada como algo en sí y empezara a considerarse también en función del que aprende. De la manera como se señala la enseñanza de las matemáticas, dejó de ser vista meramente como un problema de difusión del saber matemático.

Inicialmente las reflexiones educativas se centraron en pensar el saber y ello conllevó a que en el proceso poco a poco se hiciera necesario introducir al sujeto que aprende; sin embargo, tuvo que pasar un poco más de tiempo para que también fuese necesario reconceptualizar el aprendizaje como proceso social, cultural e histórico y con ello permitir que la ética irrumpiera en el discurso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. De esa forma se ha ido acrecentando la complejidad de las reflexiones en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje, las cuales se han ido ampliando, dándoles paso a temas de frontera como lo es el interés de esta investigación: la ética comunitaria en educación matemática.

Los estudios que se han estado desarrollando en relación con la reflexión de los aspectos éticos en la educación han mostrado interés por aclarar el marco social en el que se encuentran los sujetos y también en la manera como este marco propicia o no la presencia de la ética, casos en los que en general el trabajo investigativo parte de la conceptualización de la ética desde la deontología. En esta investigación el interés está puesto en un lugar distinto debido a que se parte de una conceptualización de la ética como “forma de relación al otro” (Radford y Lasprilla, 2020). Es pues esta interpretación de la ética y el interés de caracterizar las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación y objetivación con una ética comunitaria en las actividades al momento de resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones, los que se constituyen en el objeto de interés de este estudio, caracterización que se propone a partir de un estudio empírico y exploratorio.

A fin de hacer una presentación clara del tema el documento se ha dividido en seis capítulos. En el primero de ellos presenta el planteamiento del problema de la investigación, se abordan los antecedentes del estudio y se plantea la pregunta que lo orienta, esta es: ¿cuáles son las características de las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación, objetivación y una ética comunitaria en Actividades conjuntas desarrolladas por estudiantes de Educación Primaria (9 y 10 años), al resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones?

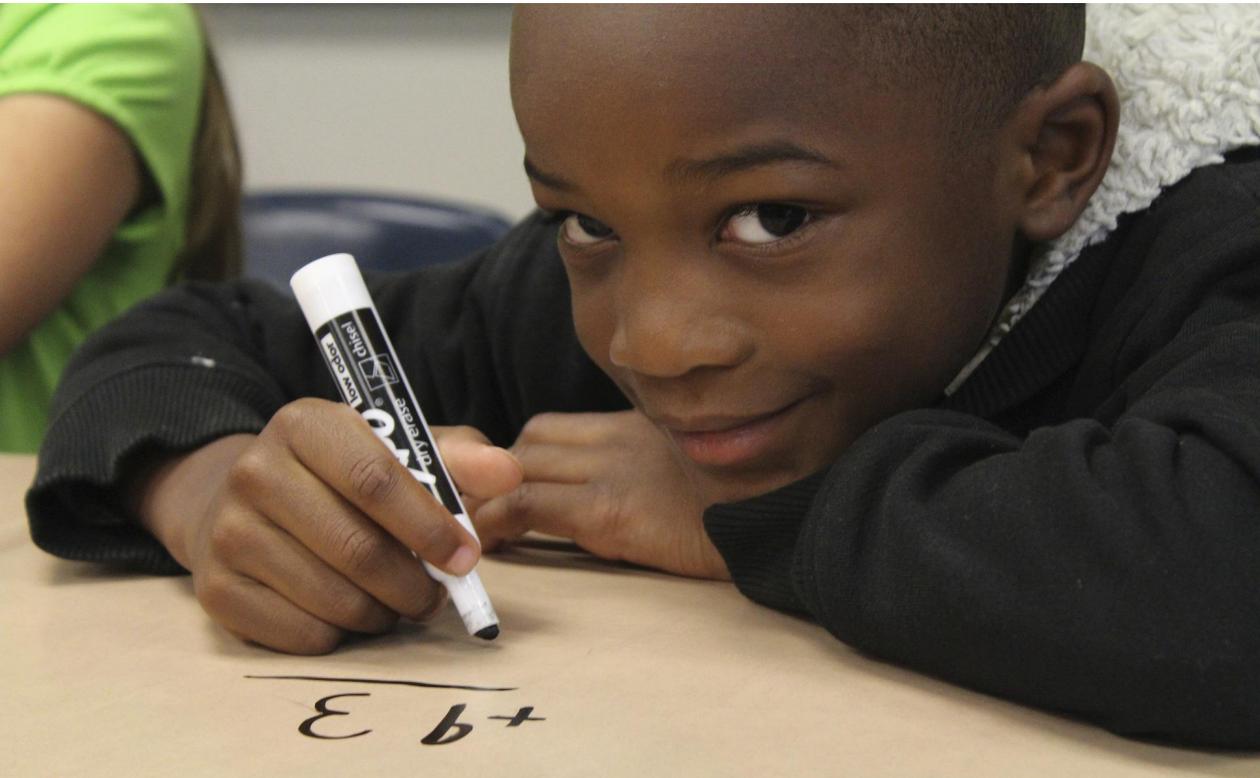
El segundo capítulo se dedica a plantear los elementos que conforman la fundamentación teórica del estudio. En esta dirección se plantean

algunas ideas que son de vital importancia en el marco de la teoría de la objetivación como una aproximación histórico-cultural, que se constituye en el referente principal de la investigación y en la cual los conceptos de Actividad, labor conjunta y aprendizaje adquieren un gran valor para el desarrollo del presente estudio. Posteriormente, el capítulo se centra en exponer los elementos clave para la consideración de la ética en la educación en general y también en la educación matemática en particular.

Luego, en el tercer capítulo se presenta el diseño de la investigación, el cual comprende tanto el diseño como la justificación de las tareas propuestas y la caracterización de la población. Asimismo, en este capítulo también se describe la naturaleza de las sesiones de trabajo y los procesos de recolección de la información, y en la parte final se evidencian los elementos que se relacionan con la constitución de los datos y la descripción de cómo se hizo el análisis de estos y los diversos momentos por los que transitó la investigación.

El contenido de los capítulos cuarto y quinto comprende el desarrollo de la investigación y el análisis multimodal de las producciones de los estudiantes. Y, finalmente, en el sexto capítulo se exponen los resultados que se obtienen del análisis multimodal de los datos realizado en la investigación, así como algunas observaciones finales que se derivan de este trabajo de tesis.

Ética en Educación Matemática



La investigación sobre la práctica pedagógica en la educación matemática requiere el estudio de las relaciones, la cual es en sí misma una práctica relacional que se fundamenta desde y con las conexiones que se dan entre las intencionalidades para la educación, los escenarios y los actores del proceso educativo, los contenidos y las mediaciones del proceso educativo, entre otros aspectos. En general, los estudios que

se han realizado acerca de esta práctica han centrado su interés en el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje que se caracterizan por tener una fuerte inclinación a atender el desarrollo de los conceptos matemáticos, por lo que se dejan de lado aspectos importantes como la formación en valores o estos terminan invisibilizándose o ignorándose (Radford, 2014a; León y Lasprilla, 2019). Sin embargo, en la investigación de la educación matemática el interés debe estar puesto tanto el desarrollo de los conceptos matemáticos como en la formación de valores y es sumamente importante que a los dos se les dé igual primacía, pues al darle mayor valía a los contenidos y restarle importancia a la formación en valores se posibilita que los estudiantes, los profesores, los saberes de la escuela y las estructuras de las Instituciones Educativas sean pensados de manera incompleta y, por tanto, se establezcan límites para repensar la educación de una manera más holística.

Al retomar la caracterización que realizó Wenger (2001) sobre el aprendizaje en las comunidades de práctica es posible identificar tres elementos básicos que posee la estructura de aprendizaje, estos son: *compromiso, alineación e imaginación*, los cuales se vinculan a los momentos de un sujeto ético en desarrollo, en lo que refiere a la decisión de querer relacionarse y desarrollar un objetivo común en un colectivo social, que pretende un bien común y se fundamenta en el soporte social del aprendizaje y su característica netamente relacional. Como se indica en León y Lasprilla (2018) la ética está presente en la concepción de educación de una sociedad: “Se trata entonces de profundizar en una dimensión educativa que incorpora la ética para identificar el efecto que tiene esa dimensión en la posibilidad de concebir la educación como el proceso de descubrir el ser desde el bien” (p. 82), o bien, como lo estableció Radford (2017) para la teoría de la objetivación, como una labor conjunta que se fundamenta en la ética comunitaria.

Es así como la posibilidad de pensar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas incorporando las dimensiones éticas y ontológicas, vinculando la teoría de las comunidades de práctica (Wenger, 2001) y la teoría de la objetivación (Radford, 2017), abre un camino para reflexionar el aspecto ético en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Y es que en general en la educación matemática ha hecho falta una mayor preocupación por los aspectos éticos (Boylan, 2013; D'Ambrosio, 2010), por lo que se ha llegado a la consideración de que reflexionar en torno a estos posibilitaría tener una mejor comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De ese modo también es posible afirmar que la ética siempre ha sido un tema de actualidad y que, si bien ésta impregna la mayoría de las acciones de las personas, por no decir que todas (Sowder, 1998), es necesario explorar las relaciones que tiene o no con los procesos de objetivación y subjetivación en la educación matemática.

Antecedentes

El lugar y el momento histórico particular en el que se desempeña la práctica docente se transforman en aspectos relevantes debido a que esta se ve influenciada en gran parte por el devenir histórico, social y cultural en el que se desarrolla. Este hecho es resaltado por muchas corrientes socioculturales en educación, particularmente en la teoría de la objetivación donde el lenguaje aparece como un sistema histórico-cultural que configura, organiza y capacita la acción, el pensamiento, la imaginación y la relación de unos con otros (Radford, en prensa). De aquí se puede inferir que no es igual, ni tiene las mismas implicaciones, ser docente en un país como Finlandia que ser profesor en Colombia, pues cada territorio tiene sus propias historias, culturas, necesidades y condiciones que hacen preciso reflexionar sobre la práctica pedagógica y las necesidades educativas particulares de cada contexto.

Desconocer las condiciones sociales e históricas conlleva a situarse frente a una descontextualización de la práctica pedagógica como llamaron la atención Arévalo et al. (2012), quienes, desde la perspectiva del pensamiento complejo propuesto por Morín (2006), indicaron que la formación ético-política de los sujetos tiene una tendencia asistémica. A esta afirmación llegaron al identificar en su investigación que, por ejemplo, el Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la escuela en la que trabajaron tenía consideraciones y orientaciones éticas y políticas en los discursos institucionales; no obstante, en la vida cotidiana de la comunidad evidenciaron otro discurso pedagógico, uno en el que se prestaba poca atención al ser y a todos los componentes o ámbitos del desarrollo humano (Morín, 2006).

Así también en su estudio los investigadores llamaron la atención sobre la necesidad de atender el desarrollo humano integral, donde es de vital importancia contar con docentes que asuman una actitud reflexiva frente a su práctica y sean conscientes del desarrollo de prácticas pedagógicas que den cuenta de la dimensión subjetiva, intersubjetiva y transubjetiva¹ de las personas y no solamente de un saber específico. Ello, a su vez, se constituye en un llamado a considerar los elementos éticos desde las diferentes áreas del conocimiento que se abordan en las escuelas, pues, debido a que esta tiene que ver con la formación de personas, en la práctica educativa se hace imprescindible la concepción de la ética y que la interacción que se da entre profesores y estudiantes parta de un sentido ético (Bautista, 2003).

Desde una experiencia personal, a lo largo de mi desempeño profesional y mi formación académica como profesora, he ido planteando en la práctica diaria como docente, tanto en colegios públicos como privados, diferentes reflexiones que me han permitido ir constituyendo mi identidad como profesora de Matemáticas. En particular, he observado que desarrollar prácticas pedagógicas implica tener una postura pedagógica, epistemológica y ética de la labor que se desempeña tanto con los jóvenes como con los niños, pues considero que no es suficiente con que el docente en esta área solo se interese por abordar tal o cual concepto matemático, como lo han venido señalando diferentes profesionales e investigadores en educación matemática (Radford, 2014a; Camelo, 2017; Valero, 2012).

Diversas fuentes (Quintero y vasco, 2007; Vasco et al., 2009) han llamado la atención frente a la necesidad que se tiene de que el docente en Matemáticas vuelque su mirada hacia la formación ciudadana y la ética de los niños y los jóvenes. Sin embargo, se puede advertir con claridad que aún es poco lo que se ha realizado referente a las propuestas educativas para afrontar estas necesidades de ciudadanía

1 Morin (2006) habló de las fuentes de la ética y con esta noción explicó que el acto moral está dinamizado por un acto individual de religación con el prójimo, con la comunidad y con la especie humana. Estas tres fuentes están correlacionadas, como si hubiera una capa subterránea común; y en ese sentido se comprende que la formación del sujeto ético-político debe ser una tarea pedagógica sistémica que atienda todos los componentes o ámbitos del desarrollo humano, a saber: subjetivo, intersubjetivo y transubjetivo.

y democratización desde las aulas de matemáticas en Colombia, y particularmente en Bogotá (Arévalo et al., 2012; Camelo, 2017; Ruiz y Prada, 2012).

Una muestra del interés que se tiene por la formación ética y ciudadana en el país son los titulares de algunas de las revistas locales en Bogotá, Colombia. Como ejemplo podría citarse el titular *¿En qué momento se acabó la ética en Colombia?*, con el cual la *Revista Semana* publicó su edición 1836 y donde se presentó el análisis que elaboraron seis académicos de diversas áreas sobre algunos casos de corrupción que han sido tema de actualidad en el país, quienes, además, respondieron algunas preguntas relacionadas con el tema de la corrupción y su posible solución. En relación con la pregunta *¿qué se debe hacer para superar la crisis ética?*, los académicos entrevistados en esa ocasión coincidieron en que es necesario implementar varias estrategias y cada una de ellas debe partir de la educación tanto de los ciudadanos como de los niños, una educación que debe estar basada en la responsabilidad. Otro ejemplo del interés por la formación ciudadana es la propuesta de la ética del cuidado hecha por Meza (2012) desde la cual el investigador hizo un llamado a aprender a cuidar del otro y de los otros.

Tal y como lo han señalado estos autores e investigadores es fundamental reflexionar sobre el aspecto ético. Y ello se hace más necesario aún en países como Colombia y, en general, en varios países de la región de Latinoamérica que vivieron años que han sido marcados por una historia de violencia, corrupción y exclusión (Bautista, 2012; Salas, 2016); teniendo en cuenta, además, que estas realidades son las que determinan en gran medida las constituciones subjetivas de quienes las viven.

El poco respeto por el otro ha conllevado a la generación de diversas estrategias desde las políticas gubernamentales, sobre todo en Colombia donde se han elaborado estrategias como la Cátedra de la Paz (Ley 1732 y Decreto 1038, 2015), las competencias ciudadanas (Rodríguez, Ruíz y Guerra, 2007), el Proyecto Hermes² (Ley 1620 del 2013), entre otras. A pesar de que se han llegado a plantear estas iniciativas, en Colombia

2 Es un programa creado con el fin de transformar el conflicto escolar a partir de los Métodos Alternativos de Solución de Conflictos (MASC), y así prevenir el matoneo o el bullying en los colegios de Bogotá.

todas estas han sido implementadas con muy pocos alcances, como se advierte en la realidad escolar de algunos colegios del Distrito Capital (Guerrero y García, 2011). En relación con la poca efectividad que han tenido las estrategias brindadas desde lo gubernamental, en la edición 1895 del 2017 de la *Revista Semana* se escribió una crítica sobre el papel que han venido desempeñando las propuestas que se han elaborado desde el gobierno para la formación ciudadana:

[...] La solución son las Cátedras para la Paz, como si el país no hubiese aprendido que con una clase no se enseña el respeto. A pesar de que la inversión ha aumentado sostenidamente en los últimos años, el enfoque general ha sido mejorar en las pruebas Pisa y Saber. Las políticas se han concentrado en aprender a llenar bolas en un examen de selección múltiple para mejorar en los estándares internacionales o nacionales y no en formar ciudadanos éticos... Los futuros líderes no pueden ser corruptos, es necesario formar un carácter y una ética diferentes. (Colombia ha fracasado en educación ciudadana, 20 de enero del 2017, Revista Semana)

En Colombia, como respuesta al debilitamiento paulatino que según los expertos están sufriendo las democracias actuales, se da prelación a la lógica del mercado en la organización de la vida cotidiana de la ciudadanía por encima de la justicia social, la equidad y la inclusión (Radford, 2013). Dicho escenario ha llevado al surgimiento de la necesidad de que tanto el Estado como sus instituciones, la escuela y la sociedad en general promuevan el fortalecimiento de propuestas éticas que posibiliten el desarrollo de las capacidades participativas, políticas y éticas de todos los ciudadanos. Especialmente la escuela está llamada a contribuir en la ruptura de esta forma de ser que poco o nada aporta al proyecto de nación democrático, puesto que hace su apuesta al bienestar común, la protección de la vida, la justicia y el reconocimiento del otro como un interlocutor legítimo. Por tanto, es claro que la escuela está llamada a generar propuestas de intervención.

En ese sentido, desde la educación matemática se han realizado diversas investigaciones que pretenden aportar sus reflexiones al estudio de la formación ciudadana. Como muestra de ello se tiene una serie de trabajos que se han desarrollado desde diferentes enfoques, los cuales, dadas las contribuciones que han generado, se han ido posicionando

en el estudio de la materia como son: el enfoque de la modelación matemática (Araújo, 2009; Camelo, 2017), la teoría de la objetivación (Radford, 2017, y Vergel, 2014), y en general los estudios realizados desde el enfoque político de la educación matemática (Gutiérrez, 2013). Todas estas investigaciones se fundamentan por tener el interés común de propiciar una educación matemática más humana (Camelo, 2017; Knijnik, 2012; León, 2014; Radford, 2016; Valero, 2017).

Los investigadores Valero (2017) y Valero et al. (2015) elaboraron trabajos donde plasmaron su consideración de las matemáticas escolares como un asunto que tiene un carácter tanto cultural como político y económico, dado que esta ciencia se relaciona de manera directa con la democratización, la justicia social y la equidad. El vínculo que existe entre las matemáticas escolares y la justicia social o la equidad surge a partir de una configuración histórica contingente al proceso de expansión del poder del Estado nación y la creación de la noción de ciudadanía. En relación con el planteamiento expuesto en estos trabajos, en el estudio que desarrolló Skovsmose (1999) se presenta la idea de la educación matemática crítica como un enfoque filosófico para la educación matemática, según el cual una de las competencias más importantes que debería resultar de la educación matemática es la competencia democrática asociada con la alfabetización matemática.

Es así como desde la educación matemática varios autores han venido reflexionando y pensando formas que permitan darle un mayor papel a la formación ciudadana, política y democrática, de los estudiantes desde las aulas (D'Ambrosio, 2012; Gutstein, 2006; Stinson y Wagner, 2012). Esta educación matemática debe dar cuenta de la equidad y de diversos aspectos políticos, para que así la discusión y los temas sobre la equidad y la educación matemática mantengan su actualidad y sea vista la necesidad de continuar investigando y proponiendo alternativas para abordar esta carencia.

Otros autores han hecho un llamado de lo ético y lo político en la educación matemática desde la etnomatemática D'Ambrósio y D'Ambrósio (2006), y han señalado que “la esencia de la ética de la diversidad es respeto, solidaridad y cooperación con el otro (el diferente)” (p. 21). Los investigadores también han hecho un llamado que desafía a los matemáticos y a los educadores en Matemáticas a asumir una postura frente al posible cambio en el orden mundial y la

responsabilidad por éste; y de igual forma han dicho que, aunque se han venido desarrollando investigaciones en la dimensión ética de la educación matemática, se requieren más esfuerzos y continuar el trabajo hacia una mayor justicia social en la sociedad, así como también una mayor aceptación por parte de los líderes escolares y los líderes de los planes de estudio (D'Ambrosio y D'Ambrosio, 2006).

De esa manera es como surge un interés por lo relacional que siempre está presente desde lo pedagógico, un interés que no solo se tiene por los contenidos, en este caso matemáticos, sino también por darles mayor importancia a las relaciones que se dan entre los seres involucrados y por procurar que estas relaciones sean de tipo ético. Al respecto, Ortega (2004) hizo un llamado a la relación que se da entre el profesor y el estudiante:

[Dado que] se ha investigado mucho sobre las variables que influyen en los procesos de enseñanza-aprendizaje, pero se olvida que la percepción que el profesor tiene de su relación de educador con el educando, su actitud ante él es una variable decisiva en el proceso educativo, si pretende hacer “algo más” que transmitir conocimientos y enseñar destrezas o habilidades. (p. 5)

De ahí que, desde la pedagogía de la alteridad, tanto en la educación en general como en la educación matemática, se haga un llamado a la presencia de relaciones éticas entre el profesor y los estudiantes. Por consiguiente, el llamado también es a ir mucho más allá de hablar únicamente de relaciones técnicas o de adiestramiento, puesto que en la relación educativa el primer movimiento que se da es el de la acogida, la aceptación de la persona del otro en su realidad concreta, su tradición y cultura, mas no del individuo en abstracto; se trata entonces de establecer relaciones en las que se dé el reconocimiento del otro como alguien, un ser que es valorado en su dignidad irrenunciable de persona y no solo como el aprendiz de conocimientos y competencias (Ortega, 2012). Tal y como Freire (2006) lo sugirió, la solidaridad social y política es esencial para la construcción de una sociedad menos condenable y angustiante, donde los individuos puedan ser ellos mismos. De modo que será por medio de un proceso educativo democrático que los individuos vendrán a entenderse a sí mismos como seres sociales e históricos, y se propondrán trabajar por una sociedad mejor con dignidad para todos.

Por eso en Lopes et al. (2016) se planteó la necesidad de efectuar la reinención de las prácticas de los educadores matemáticos considerando otras prácticas que ahora contemplen la democracia, la justicia social, la ética y la solidaridad como objetivos del proceso educativo; temas que a la vez deben constituirse en el centro de las discusiones. Para ello los investigadores propusieron el constructo de la insubordinación creativa (D'Ambrósio y D'Ambrósio, 2006 y D'Ambrosio y Lopes 2015), el cual posibilita la reinterpretación de las prácticas de los educadores matemáticos.

Desde la teoría de la objetivación Radford (2008) planteó que las subjetividades se coproducen, no en la contemplación, sino en el curso de un proceso denominado *actividad humana*. Dicho concepto, siguiendo el materialismo dialéctico, no puede entenderse como un mero conjunto de acciones, pues la actividad es un sistema que se halla en constante desarrollo y afecta incesantemente a los individuos que participan en la actividad (Leóntiev, 2003), quienes al mismo tiempo son afectados por esos individuos. Ello quiere decir que a partir de los procesos de subjetivación es que se producen las subjetividades, las cuales son coproducidas al mismo tiempo por las actividades en las que participan (Radford, 2018).

De esa manera la labor o la actividad y el planteamiento de la insubordinación creativa generan una tensión que llama la atención sobre el campo conceptual de los profesores y de la formación de estos, así como también de las formas como se da la relación y los elementos que deberían considerarse para una pedagogía de las matemáticas. Tal como lo estableció Radford (2018): “Es necesario tener presente que las subjetividades no son meramente producidas como un subproducto del aprendizaje: por el contrario, lo que se aprende y cómo se aprende son los hilos a partir de los cuales las subjetividades están hechas” (p. 3).

La caracterización de la ética necesaria en la educación matemática debe considerar ser una ética que relaciona conceptos como la alteridad, el bienestar, vidas realizadas, instituciones justas y ver al otro como el sí mismo. Es así debido a que la caracterización de labor conjunta, propia de la teoría de la objetivación, parte de comprender que mediante las relaciones continuas y la constante de interacción entre profesores-estudiantes y estudiantes-estudiantes se constituyen progresivamente relaciones de respeto y solidaridad que no se dan de manera natural,

es decir, no aparecen por sí solas, sino que es necesario construirlas mediante la práctica (León y Lasprilla, 2018).

Es por eso por lo que se hace necesario proponer intervenciones en el aula que partan de un interés simultáneo entre la formación ética y la matemática, donde la ética vaya mucho más allá de propiciar un trabajo colaborativo y verdaderamente se generen prácticas que permitan dar lugar a la solidaridad, el respeto y el cuidado del otro. Cabe anotar que lo anterior no debe darse como una imposición que el profesor realiza, sino como elementos fundamentales para la relación con otros.

En cuanto a los aspectos éticos que deben darse en el interior de una clase de Matemáticas o de cualquier otra área hay que decir que estos no obedecen únicamente a las relaciones de interacción, puesto que, como lo señaló Boylan (2016), los educadores matemáticos también deben enfrentarse constantemente en su práctica docente a dilemas éticos que tienen una gran incidencia en el desarrollo de ésta. Por lo tanto, la caracterización de la ética para el campo de la educación matemática se constituye en una necesidad en la medida en que su identificación permitirá proponer formas distintas de interacción que privilegien tanto los procesos de subjetivación como los procesos de objetivación en los estudiantes, sin olvidar que el profesor también desarrollará estos procesos en relación con su práctica docente.

De otra parte, respecto al estudio del desarrollo del pensamiento algebraico también se han venido desarrollando diversos trabajos de investigación (Socas et al., 1996; Grupo Azarquiél, 1993; Mason et al., 1999; Pretexto Grupo, 1999; Espinosa, 2002; Segura, 2001; Radford, 2008, 2010c; Vergel, 2014) donde el interés investigativo se centra en la comprensión, la construcción y el análisis de algunos conceptos, procedimientos y procesos del álgebra. Algunos de estos son: la interpretación de la letra, los procesos de generalización y simbolización, el planteamiento de sistemas de ecuaciones, el desarrollo de competencias algebraicas, la zona de emergencia del pensamiento algebraico, entre otros. En dichos trabajos de investigación se ha evidenciado que en torno a estos aspectos existen grandes posibilidades de estudio como la corriente Early-Algebra, término que ha sido traducido como “álgebra temprana” y que de acuerdo con Vergel (2014) se puede entender como la integración del pensamiento algebraico en las matemáticas escolares.

Además, sobre el estudio del pensamiento algebraico se debe resaltar que otros autores también han afirmado que “la manipulación de los símbolos es solo una pequeña parte de lo que el álgebra es en realidad” (Mason, 1990). Por lo tanto, hay que afirmar que el pensamiento algebraico no se limita a la manipulación de las letras o los símbolos matemáticos.

Desde los planteamientos de la teoría de la objetivación (Radford, 2010) el pensamiento algebraico debe hacerle frente a la indeterminación de una forma analítica, y a la vez debe restarle importancia a la manipulación de los símbolos porque estos solo son una manera de expresar la indeterminación; pero en la medida en que es posible considerar diversas formas semióticas también se podrá lograr la expresión de la indeterminación, para lo cual se requiere emplear otras formas como las palabras o los gestos. Es necesario aclarar que lo anterior no significa que ambas formas sean equivalentes, o bien que se puedan sustituir los unos por los otros; sino que existe la posibilidad de desarrollar el pensamiento algebraico por medio de diversos recursos semióticos y no solo por el lenguaje algebraico que habitualmente se utiliza.

Durante la segunda década del siglo XXI se ha evidenciado la presencia y difusión de teorías socioculturales en la investigación en educación matemática (Planas, 2010, Radford, 2017). Uno de los principales planteamientos de estas teorías, está en resaltar que el aprendizaje de las matemáticas está íntimamente relacionado con el contexto cultural en el que este se da, en otras palabras, conceptualizar el conocimiento matemático como proceso social y cultural (Lerman, 2006). En las investigaciones que se han realizado hasta el momento sobre el pensamiento algebraico desde esta perspectiva se ha hecho explícito que aún queda camino por recorrer, y es por ello por lo que se hace pertinente desarrollar nuevos trabajos que puedan contribuir con otras reflexiones sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra escolar.

Finalidad de la investigación

La propuesta del presente estudio consiste en encontrar evidencias empíricas que permitan caracterizar la relación dialéctica que se da entre los procesos de subjetivación y objetivación con una ética comunitaria durante el desarrollo de labores conjuntas en las clases de Matemáticas.

Las sesiones de las clases de Matemáticas que han sido analizadas corresponden a la implementación de una secuencia de tareas que fueron configuradas con la intención de ir introduciendo elementos de la ética comunitaria que permitieran el desarrollo de procesos de subjetivación, así como también desplegar habilidades en los estudiantes con relación a la generalización de patrones. De ese modo, se esperaba que el análisis realizado a la configuración y la aplicación de las tareas diseñadas posibilitara fundamentar aspectos de la ética comunitaria en el salón de clases de Matemáticas y, además, proporcionara herramientas que permitieran establecer una caracterización de la relación que existe entre los procesos de objetivación y subjetivación con la ética comunitaria.

Teniendo en cuenta lo anterior y con base en lo expuesto surgieron las siguientes preguntas, las cuales sirvieron como guía para llegar al planteamiento de una pregunta general cuyo abordaje se constituyó en el objeto de interés de este trabajo de investigación:

- ¿Cuáles son las características de la ética presente en los procesos de objetivación y subjetivación desarrollados por estudiantes de 9 y 10 años al resolver tareas de generalización de patrones?
- ¿Cuáles son los aportes de la ética comunitaria en la caracterización de los procesos de objetivación y subjetivación en estudiantes y profesores de Matemáticas?

A partir de los elementos planteados para el presente proyecto se propuso la siguiente tesis: en el caso de la teoría de la objetivación, los procesos de objetivación y subjetivación presentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje se constituyen dialécticamente con una ética comunitaria, la cual se desarrolla de manera no natural, puesto que esta ética está relacionada con las características fundamentales de la actividad, en particular con formas cooperativas de producción de saberes y modos de interacción social. El interés de este proyecto se centra en la relación que se puede establecer entre los procesos de objetivación, subjetivación y una ética comunitaria en el desarrollo de actividades con estudiantes de Educación Primaria (8 y 9 años), al abordar tareas de generalización de patrones.

La pregunta fundamental sobre la cual se ha pretendido aportar elementos de análisis en este proyecto es la siguiente:

¿Cuáles son las características de las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación, objetivación y una ética comunitaria en Actividades³ desarrolladas por estudiantes de Educación Primaria (9 y 10 años), al resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones?

De acuerdo con la pregunta general de la investigación y la tesis formulada se trazó como objetivo general de la investigación:

- Documentar formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación, objetivación y una ética comunitaria en Actividades desarrolladas sobre tareas de generalización de patrones con un grupo de estudiantes de primaria.

Los objetivos específicos que han sido contemplados en la investigación y que marcaron el desarrollo de esta fueron:

- Identificar y caracterizar las formas de producción de saberes y los modos de interacción social, así como su interrelación en actividades matemáticas de la Educación Básica.
- Identificar y caracterizar el desarrollo de la ética de acuerdo con las formas de producción de saberes y los modos de interacción social.
- Identificar las implicaciones del desarrollo de la ética comunitaria en el desarrollo de los procesos de objetivación y subjetivación.

3 Hay que anotar que a lo largo de esta investigación se ha distinguido la palabra actividad con minúscula inicial de la Actividad con mayúscula inicial, dado que se hace referencia a dos procesos distintos. El término escrito con a minúscula hace referencia al desarrollo de la actividad en cada una de las tareas y con A mayúscula alude a la Actividad transversal que es desarrollada durante el proceso de toda la implementación de las tareas, desde la 1 hasta la 6.

Tejido de fundamentación conceptual



En este capítulo se presentan y desarrollan las principales ideas teóricas que sustentan la presente investigación. Inicialmente se abordan los conceptos de aprendizaje, *Actividad y labor conjunta*, ligados a la importancia que cada uno de ellos tiene para el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Radford, 2012, 2013, 2014a, 2014b, 2016 y 2017; León y Lasprilla, 2019; Radford y

Lasprilla, 2020); luego, se profundiza en su relación con los procesos de objetivación y subjetivación, a la luz de las formas de interacción y los modos de producción de saber. Posteriormente, se abordan los aspectos que están vinculados con la ética en la educación matemática (Quintero y Ruíz, 2003; Atweh y Brady, 2009; Ernest, 2012; Skovsmose y Greer, 2012; Atweh et al., 2012; Roth, 2013; Boylan, 2016), cuya profundización se hace desde el marco de la teoría de la objetivación; ya en el quinto subapartado se exponen los aspectos que están relacionados con la ética comunitaria y sus componentes. Y, finalmente, en el sexto subapartado se proponen elementos que están relacionados con la generalización de patrones (Radford, 2018; Vergel, 2014; Lasprilla y Camelo, 2012)

Aprendizaje, Actividad y labor conjunta en la teoría de la objetivación

En esta primera sección se abordan tres conceptos principales que comprende la teoría de la objetivación (TO) y que son fundamentales en el desarrollo de este trabajo investigativo. En primera instancia hay que comenzar por definir qué es la teoría de la objetivación, la cual se entiende como un enfoque de la educación matemática que se enmarca en los planteamientos de las teorías socioculturales actuales (Planas, 2010). Desde este enfoque la enseñanza y el aprendizaje no se consideran dos procesos distintos e independientes, sino como una labor conjunta en el sentido hegeliano (Radford, 2014a), y es justamente en el interior de la labor conjunta donde los procesos de objetivación y subjetivación tienen lugar mediante los cuales emergen las relaciones de tipo ético (Radford, 2017).

La teoría de la objetivación propone reconceptualizar algunos conceptos básicos de la educación, como son: el aprendizaje, los procesos de objetivación y de subjetivación, el saber y el conocimiento. A la vez, esta teoría también formula la conceptualización de nociones como el término *ética comunitaria*.

Los principios básicos sobre los cuales se fundamenta la teoría de la objetivación son los siguientes:

- Los entornos educativos no solo producen conocimientos, sino también subjetividades.

- Como resultado la educación debe involucrar tanto el conocimiento (*knowing*, la dimensión del saber) como el “ser” (*becoming*, la dimensión del sujeto).
- La teoría de la objetivación considera la educación matemática como un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que busca la creación dialéctica de sujetos éticos, quienes se posicionan críticamente en prácticas matemáticas que han sido cultural e históricamente constituidas y también reflexionan, consideran e imaginan nuevas posibilidades de acción y pensamiento (Radford, 2018a).

En la teoría de la objetivación el aprendizaje no se define como el resultado de la actividad del propio individuo, sino que es conceptualizado como un proceso colectivo, cultural e históricamente situado que pone de relieve el papel de los elementos que se mencionan a continuación:

- El trabajo social humano
- El cuerpo
- Las emociones
- El mundo material (Radford, 2018).

Con lo expuesto queda claro que el foco de interés de la teoría de la objetivación no está puesto únicamente en los contenidos disciplinarios, en este caso los contenidos matemáticos, sino también sobre el sujeto y su continua transformación subjetiva. Para dar cuenta de ello se parte de la conceptualización del aprendizaje a partir del estudio de los procesos de objetivación y subjetivación, los cuales se constituyen en la actividad matemática de una forma dialéctica con una ética. La teoría de la objetivación propone una ética comunitaria.

Los procesos de objetivación mencionados son entendidos como un proceso social, corporal, material y simbólico de toma de conciencia de formas de expresión, acción y pensamiento que han sido constituidas histórica y culturalmente (Radford, 2018). Conceptualizar de este

modo los procesos de objetivación implica necesariamente la reconceptualización del saber disciplinar, dado que el saber en esta interpretación no es un objeto que se construye o se transmite, sino que se transforma en una posibilidad; es decir, es algo potencial que emerge de la actividad humana y que se imbrica en un proceso de movimiento o, más bien, de devenir, para materializarse o expresarse en conocimiento. Así, el saber desde los planteamientos de la teoría de la objetivación se define como un sistema codificado de procesos corpóreos, sensibles y materiales de acción y de reflexión que son constituidos histórica y culturalmente (Radford, 2017).

El nombre del proceso a través del cual se actualiza el saber es la *Actividad* y para que pueda materializarse tiene que mostrarse en sí mismo en la Actividad a través de la cual adquiere su contenido, pues “es solamente por esta Actividad que las características abstractas de lo general son realizadas, actualizadas. Por sí mismo [lo general] no tienen poder” (Hegel, 2001, p. 36). En otras palabras, lo anterior significa que lo general, es decir, el saber, no tiene el poder de aparecer por sí mismo (Radford, 2017). En este punto es necesario enfatizar que la Actividad no es un simple canal por el cual el saber aparece, sino todo lo contrario, porque la actividad marca la forma que toma la actualización del saber y, por tanto, también demarca la manera en la que el saber se manifiesta en el conocimiento.

Hay que anotar que a lo largo de esta investigación se ha distinguido la palabra *actividad* con minúscula inicial de la Actividad con mayúscula inicial, dado que se hace referencia a dos procesos distintos. El término escrito con a minúscula hace referencia al desarrollo de la actividad en cada una de las tareas y con A mayúscula alude a la Actividad transversal que es desarrollada durante el proceso de toda la implementación de las tareas, desde la 1 hasta la 6.

La manera como se llega a conocer algo como, por ejemplo, cómo resolver ecuaciones, es consustancial de las especificidades del proceso de conocimiento. En dicho proceso la Actividad ejerce su mediación por medio de artefactos, formas de uso de artefactos y también a través de formas y modos de interacción humana históricos y culturales (Radford, 2017).

Es así porque, en general, el objetivo de la teoría de la objetivación es reconocer una multitud de formas de hacer entre las que se halla la forma cultural; pero ello no significa que el objetivo final de la enseñanza-aprendizaje sea llegar a encontrar un saber cultural, sino *posicionarse críticamente respecto a ese saber*, para lo cual es fundamental hacer un contraste entre otras formas de resolver de problemas.

La actividad de enseñanza-aprendizaje es práctica, sensual, sensible y material, es el nombre técnico de un proceso colectivo sin fin a través del cual cada persona se inscribe cotidianamente en el mundo histórico-cultural (Radford, 2018). Esa Actividad propicia procesos críticos, poéticos, sensibles y sensuales de encuentro con los saberes escolares que a la vez pueden ser procesos progresivos encarnados, simbólicos, materiales, discursivos, subversivos y afectivos; y cuando esto último ocurre es ahí donde se habla de una labor conjunta.

El término *labor* sugiere que la enseñanza y el aprendizaje no son dos procesos diferentes que corren más o menos uno al lado del otro con intersecciones por aquí o por allá, sino que, más bien, hace referencia a un mismo proceso a través del cual se producen saberes y subjetividades (Radford, 2016). Para enfatizar el papel epistemológico que la labor adquiere en este caso se habla de *labor conjunta*, puesto que es por medio de la labor conjunta que realizan los estudiantes y los profesores en el aula que es posible comprender la producción de los saberes y las subjetividades. Entonces, aquello que pone el saber en marcha es precisamente la labor conjunta de los alumnos y los profesores.

La relación docente-estudiante está enmarcada en la teoría de la objetivación por la idea de la actividad o la labor conjunta y es de naturaleza ética (Radford, 2017). Es así porque la interacción entre varios individuos (docentes y estudiantes) hace parte de la actividad o la labor conjunta, en la cual no existe una línea divisoria entre el “yo” y “el otro”, sino un espacio que propicia que haya un verdadero compromiso entre los participantes de dicha actividad.

Por otra parte, es necesario mencionar que particularmente desde la teoría de la objetivación la enseñanza-aprendizaje debe plantearse desde la constitución histórica y cultural de los sujetos, porque el aprendizaje no es un estado ni debe entenderse como tal. Por el contrario, el aprendizaje es y debe interpretado como un proceso de transformación,

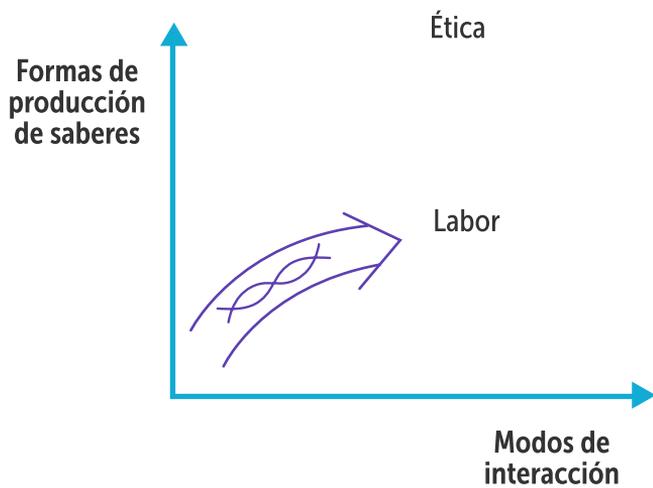
tal y como lo afirmó Radford en la siguiente cita: “[...] el aprendizaje se teoriza como procesos de objetivación, es decir, aquellos procesos sociales de volverse, progresiva y críticamente, consciente de una forma codificada de pensamiento y de acción —algo” (Radford, 2017, p. 123).

De conformidad con lo expuesto se advierte que lo que propone la teoría de la objetivación es repensar la educación matemática retomando las dimensiones ética, histórica y cultural, posibilitando que la visión de la educación matemática contemple tanto la dimensión del ser como del saber a partir de los constructos teóricos propuestos desde el materialismo dialéctico por diversos autores como los filósofos George Hegel y Karl Marx, y también los psicólogos Lev Vygotsky y Alexei Leóntiev. Y es que la concepción de la *educación* parte de una posición político-conceptual en la que la educación en general y la enseñanza y el aprendizaje en particular tratan tanto de los saberes como de los seres.

En un sentido ontológico la labor se configura en un espacio de constitución mutua del individuo y su cultura. Pero esta también puede ser entendida como una serie de acciones que son guiadas por un fin común, pues es a través de la labor que los individuos se desarrollan y se transforman en lo que son: proyectos socio-personales siempre inconclusos.

En la Figura 1 se puede observar cómo las formas de producción del saber y los modos de interacción se entrecruzan dentro de la labor, y también cómo cada uno de estos elementos son determinados a la vez por una ética particular que se hace presente en estos dos planos (la producción de saber y los modos de interacción). La figura responde a las objeciones de aquellos que ven las matemáticas como desprovistas de ética o ajenas a la ética porque evidencia que no es posible producir un saber ni ponerlo en movimiento sin antes entrar en la ética, pues ese movimiento implica una actividad que comprende a los otros y se realiza junto con ellos; incluso si la actividad la realiza una sola persona, eso ya la hace una actividad humana dirigida a otros y, por tanto, comprende una dimensión ética. Entonces, cuando se escribe la demostración de un teorema, aun si esta acción se realiza solo, en ella se haya implícito un comportamiento humano que consiste en escribir de la forma como otros ya lo han hecho, además se persigue como fin tener la aprobación de los otros a quienes se escribe.

Figura 1. La labor y la ética



Fuente: elaboración propia

Formas de producción del saber y modos de interacción social



Dentro de la Actividad se pueden dar dos tipos de relaciones: i) los modos de interacción que hacen referencia a las formas históricas y culturales de interacción y cooperación entre los sujetos, y ii) los modos de producción del saber que hacen referencia a los medios materiales e intelectuales que emplean los miembros de una cultura en la producción y la reproducción de su vida. Tanto las formas de producción del saber como los modos de interacción social están íntimamente relacionados con los procesos de objetivación y subjetivación.

Los procesos de objetivación son los procesos sociales a través de los cuales los estudiantes se encuentran frente a formas de pensamiento

y acción que han sido histórica y culturalmente constituidas, quienes comienzan a familiarizarse gradualmente con ellas de una manera crítica una vez las conocen (Radford, 2018); y como aprendizaje se considera el resultado —aun siendo este resultado un proceso— de dichos procesos de objetivación. La idea de objetivación que ofrece la teoría tiene que ver con la conceptualización de un objeto, no con la intención de la posesión de ese objeto, sino con la alteridad que sucinta ese objeto; esta alteridad debe entenderse en términos de algo que es diferente al yo y que en la posibilidad de encontrarlo puede transformar a ese sujeto.

Es así como al involucrar la idea de la alteridad se sugiere interpretar el aprendizaje como un fenómeno subjetivo, y de esa manera es como se llega a la conclusión de que en el aprendizaje se da de manera simultánea un juego entre los procesos de objetivación y subjetivación.

Al darse la posibilidad de que los estudiantes se posicionen frente a los saberes puestos en juego se da cabida la emergencia un sujeto único que posee características propias, y a la vez se enmarca en un contexto histórico y cultural propio. De manera que el proceso de subjetivación da cuenta de la constitución de un yo particular que se constituye mediante un proceso denominado *proceso de subjetivación*.

Hay que agregar que en la teoría de la objetivación el lenguaje juega un papel muy importante, no solo por ser el principal medio a través del cual se logran establecer relaciones en el aula, sino también porque el lenguaje es social e individual al mismo tiempo debido a que su sustancia se encuentra en el contexto histórico y social. Es por ello por lo que el lenguaje es formativo de las ideas que los seres humanos se hacen del mundo, y es por esa misma razón que son sujetos del lenguaje, como afirmó Radford (2018). Por ello el lenguaje es un fenómeno de alteridad, dado que aparece como fuente de pensamiento y participa en la constitución del sujeto en un ser cultural.

Ahora bien, para hablar de Actividad o labor es necesario partir del hecho de que toda actividad en el aula tiene un objeto. En el desarrollo de esta investigación el objeto de la Actividad está relacionado con la capacidad que tienen los estudiantes de pensar algebraicamente al abordar situaciones de generalización de patrones (secuencias figurales), y a partir de ese objeto de la actividad también se han identificado algunas metas que permiten que la Actividad se despliegue

en dirección al objetivo planteado. Es así como partiendo de dicho objeto se planteó como meta: resolver problemas que propicien pensar algebraicamente acerca de secuencias figurales, cuyo alcance ha hecho necesario el planteamiento de unas tareas específicas que permitan tener un acercamiento al objeto de la actividad.

En la teoría de la Objetivación, la estructura *objeto—meta—tarea* corresponde a la intención pedagógica (simbolizada como Φ) de la actividad realizada en clase, e implica un análisis epistemológico del contenido matemático que es complementado con un análisis a priori. Esta intención pedagógica establece una relación entre la potencialidad del objeto de saber y la actividad o la labor propiamente dicha y, de manera simultánea, hace referencia a los procesos de objetivación y subjetivación; no obstante, es necesario aclarar que en el desarrollo de la actividad emerge una nueva relación que será la que permitirá o no la actualización del saber.

Figura 2. La Actividad: potencialidad y actualización



Fuente: elaboración propia

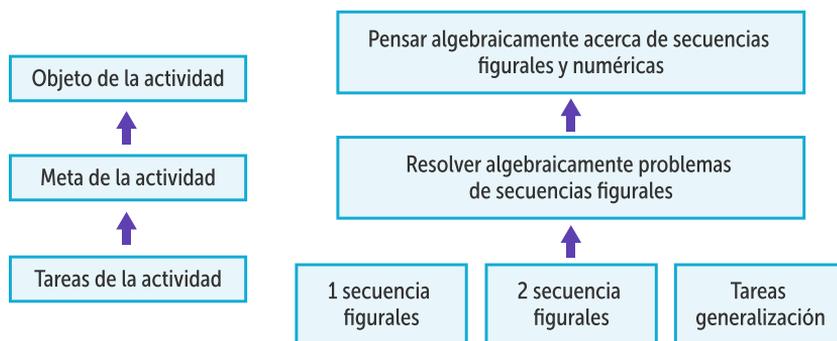
La nueva relación es simbolizada como θ y da cuenta de la actualización del saber, lo cual tiene lugar gracias a la interacción que se da entre el profesor y el estudiante durante las tareas específicas que se desarrollan en el aula. El surgimiento de esta nueva relación es un proceso emergente y situado, que adquiere características propias dependiendo de los actores que se encuentran involucrados en la actividad.

En cuanto al desarrollo del proceso y el paso de la potencialidad a la actualización es necesario establecer algunas tareas que permitan dar cuenta de esta configuración. La teoría ha formulado algunos momentos necesarios que deben darse durante el desarrollo de la clase para dar lugar a la interacción requerida en la labor conjunta.

Los momentos referidos son: distribuir las clases en pequeños grupos de estudiantes desde donde inicia la relación θ que consiste en la presentación de la tarea por parte del docente a cargo, luego se invita a los estudiantes a trabajar en grupos pequeños, lo que le brinda al profesor la posibilidad de dialogar con diversos grupos e intercambiar preguntas o información relacionada con la tarea propuesta. Todas las formas de producción de conocimiento en el aula y las formas de colaboración humana que se propone están cimentadas en una ética comunitaria que fomenta modos de colaboración que no son utilitarios y egoístas, sino modos de colaboración e interacción humana que promueven la adopción de una postura crítica y la práctica de la solidaridad, la responsabilidad y el cuidado del otro.

A continuación, en la Figura 3 se muestra la configuración objeto—meta—tarea para los procesos de objetivación propuestos en esta investigación.

Figura 3. Estructura objeto-meta-tarea para el proceso de objetivación.
Fuente: elaboración propia.



Fuente: elaboración propia

El objeto de la actividad para los procesos de subjetivación que se propuso fue: propiciar un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que busque la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas que se constituyen cultural e históricamente y se hallan en una evolución permanente. La meta de la Actividad está relacionada con lo siguiente: fomentar actitudes favorables en las personas para llevar a cabo una vida buena, basada en una sana convivencia y en valores, para así propiciar una participación democrática e inclusiva en los asuntos públicos y políticos de la comunidad. En cada una de las tareas planteadas se propuso que la profesora pudiera introducir aspectos de los vectores de la ética comunitaria para que estos fueran tomando su lugar en los estudiantes durante la implementación.

Así pues, es evidente que la reflexión en torno a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas conlleva a la necesidad de repensar las relaciones y los modos de producción del saber en el aula de Matemáticas. Para esta reflexión, particularmente, se ha propuesto repensar los planeamientos de la ética comunitaria expresados a través de tres vectores fundamentales que son: comprometerse en el trabajo conjunto, el cuidado del otro y asumir la responsabilidad hacia los otros. La puesta en juego en un salón de clases de Matemáticas de estos tres vectores permite evidenciar un tipo de ética, en específico, la ética comunitaria a la que hacía referencia (Radford, 2014).

Ética en la educación matemática

El estudio de la ética en general y la ética en la educación no es un tema nuevo, dado que siempre los investigadores han mostrado un notable interés por este aspecto en los diferentes ámbitos de la vida y en diferentes momentos históricos; aunque, en la actualidad, este tema ha cobrado mayor importancia (Sowder, 1998). Para dar cuenta de esta conceptualización, en este apartado se presentan inicialmente algunas ideas relacionadas con la ética desde los planteamientos de Aristóteles (2005), Piaget y Kohlberg como se citó en Villegas (1998), posteriormente se exponen los aspectos que parten de la idea de considerar la educación como un acontecimiento ético desde los planteamientos de Bárcena y Mèlich (2000), además, se esbozan algunas de las formulaciones que elaboraron Ricoeur (1996) y Lévinas (2002) en relación con la alteridad y la ética (García, 2013).

Partiendo del propósito anterior se retoman, en primer lugar, los planteamientos que Aristóteles plasmó en su Ética a *Nicómaco*, los cuales se constituyen en las primeras pautas para el estudio de la ética, la moral, la virtud y demás aspectos que en general se deben tomar en cuenta para tener una vida buena. Esta obra del filósofo de Estagira ha sido el punto de partida para muchos otros filósofos que se han interesado por el tema de la ética (Arendt, 2009; Taylor, 1994; Nussbaum, 2014).

Para Aristóteles la ética es la rama de la filosofía que tiene como objeto la moral que es uno de los aspectos del comportamiento humano. El filósofo consideró que los principales conceptos éticos son la virtud y la felicidad (Bieger y García, 2016), definida explícitamente como el bien del hombre. Dicho concepto —la felicidad— es descrito por Aristóteles como aquello que quieren los hombres, es decir, lo que se quiere, pero en sus planteamientos es posible confundir el bien aparente con el bien verdadero. Sumado a ello Aristóteles señalaba que la ética es un conjunto de normas que se obtienen por el ámbito de la práctica repetida, que ese conjunto de normas éticas se basa en valores que son designados *valores del bien* y que las normas, por tanto, son los preceptos de la conducta.

De acuerdo con Gilligan (1985) en los planteamientos de Aristóteles se pueden establecer dos tipos de éticas principalmente, una llamada *ética de la justicia* y la otra llamada *ética del cuidado*. La ética de la justicia se define como el conjunto de teorías que establecen como eje vertebral normas o principios universales, idea que está relacionada con los postulados de Kant. La ética del cuidado reivindica la importancia de tener en cuenta la diversidad, el contexto y la particularidad; de modo que esta concepción de la moral se preocupa por la actividad de dar cuidado a los semejantes o a sí mismo y centra el desarrollo moral en torno al entendimiento de la responsabilidad y las relaciones, así como a la concepción de moralidad como la imparcialidad que une el desarrollo moral al entendimiento de los derechos y las reglas (Gilligan, 1985).

De otra parte, Jean Piaget llegó a la conclusión de que la moral era un proceso de desarrollo a partir del estudio de las reglas en los juegos de niños. En sus estudios Piaget observó que para un niño pequeño la moral está relacionada con el respeto a las normas, por eso mentir es considerado un acto moralmente malo, porque a los niños se les dice que no deben decir mentiras; sin embargo, a medida que estos crecen

y mediante las interacciones que tienen con otros, los niños se mueven a una vista sujeta a reglas más autónomas y menos relacionadas con la moral (Piaget, 1932). Las conclusiones de Piaget fueron desarrolladas por Kohlberg, quien aceptó que el razonamiento moral procede por etapas, pero agregó que este podría continuar desarrollándose a lo largo de toda la vida del ser humano y serían muy pocas las personas que llegarían alguna vez a su conclusión, dado que la moral siempre está en un continuo desarrollo (Villegas, 1998).

Adicionalmente, Kohlberg señaló que el razonamiento moral se ubica en una de seis etapas (Kohlberg, 1958) por las que este atraviesa, las cuales, a su vez, se engloban en tres categorías más amplias: la fase preconventional, la fase convencional y la fase posconventional. En la primera fase la persona juzga los acontecimientos según el modo como estos la afecten a ella. En la segunda fase se juzga teniendo en cuenta la existencia de los intereses individuales y también las convenciones sociales acerca de lo que se considera bueno o malo. En la tercera fase las personas toman como referencia de los juicios que emiten principios morales propios que se apoyan en valores colectivos y también en libertades individuales, los cuales pueden no coincidir con las normas establecidas.

Esta última categoría, la fase posconventional, es en la que muy pocas personas se ubicarían porque su caracterización comprende principios abstractos de razonamiento moral. Esta etapa es representada por la aceptación o no de las acciones, las cuales son juzgadas en contra de los principios de imparcialidad ética que se tienen establecidos y no porque la mayoría pueda estar de acuerdo con ellos. En los planteamientos de Kohlberg es de vital importancia el concepto de *autonomía*, en un sentido kantiano, es decir, como fundamento de la moralidad y la dignidad humana (Bárcena y Mèlich, 2000).

La ética y la educación siempre han sido temas de actualidad en diferentes momentos históricos y en cada lugar del mundo, debido a que tanto la educación como la ética y la relación que se teje entre ellas determina de alguna manera la realidad y el destino de las sociedades. Tal y como lo estableció Bautista (2003), de esa forma la ética de la educación rebasa al ser humano individual para conectarlo con su amplio entorno social, nacional y mundial; contexto en el cual fuerza la ética social o de responsabilidad social y la ética global o del ser humano universal.

De ese modo, dado que la práctica educativa tiene que ver con la formación de personas, se hace imprescindible tener en cuenta la concepción de la ética y procurar que la interacción que se da entre profesores y estudiantes parta de un sentido ético (Bautista, 2003). Además, es importante resaltar que el concepto de *educación* no hace referencia exclusivamente a la zona institucional donde se desarrollan las clases y está presente un profesor y los estudiantes; sino que este también incluye la relación que existe entre padres e hijos, los niños con sus amigos, entre otro tipo de relacionamientos.

Y es por esto último que la reflexión en torno a las aulas de clases de Matemáticas se constituye en una tarea compleja, dado que los salones de clase son espacios donde convergen muchas éticas: las éticas que han estado presentes en la constitución de la subjetividad de cada una de las personas que integran un aula de clase, las éticas que son transmitidas de los padres a los hijos, la ética de las profesoras o de los profesores con quienes se ha interactuado, las éticas que tiene el docente actualmente, entre otras. Cada una de esas éticas tiene una estructura propia y se encuentran instauradas en cada persona.

En el trabajo realizado por Bárcena y Mèlich (2000) se obtiene una visión de la educación como “acontecimiento ético” a partir de los planteamientos de tres filósofos contemporáneos, a saber: Hannah Arendt, Paul Ricoeur y Emmanuel Lévinas. La educación entendida como “acontecimiento ético” parte de la intención de redefinir la educación proponiendo una pedagogía de la radical novedad, donde la relación con el otro no es una relación contractual ni mucho menos una relación de dominación o de poder, sino una relación que se fundamenta en el acogimiento, la responsabilidad y la hospitalidad; de esa manera la educación se plantea pensar y crear un mundo no totalitario (Bárcena y Mèlich, 2000). La propuesta de la educación como “acontecimiento ético” se sustenta en el hecho de que esta surge como una educación de la natalidad o de la aparición del otro como radical novedad (Arendt, 2009), idea desde la cual se afirma que la configuración de la identidad es narrativa (Ricoeur, 1996) y que la relación con el otro es un acto de hospitalidad, acogida y recibimiento (Lévinas, 2002).

Desde los planteamientos de Ricoeur (1996) el sujeto no solamente es responsable de sus actos ante alguien, sino que también es responsable de alguien, en ese sentido la ética se constituye en la intencionalidad

de una vida realizada y lo que se estima de sí como bueno, lo que en palabras de Ricoeur (1996) significa la aspiración de la vida buena en solicitud para con los otros dentro de las instituciones justas. Con lo anterior la perspectiva de Ricoeur da a conocer los tres elementos con los cuales está conformado un proyecto ético, estos son: i) tender “a la vida buena”, elemento que está relacionado con la capacidad de elegir por la razón de preferir esto o lo otro, es decir, es la capacidad de actuar intencionalmente; ii) la solicitud del “con y para otro” donde el sí implica ya al otro, si es que se puede decir de alguien que se estima a sí mismo como a otro, por lo tanto, aquí se habla de la reciprocidad; y iii) las instituciones justas que son entendidas como un sistema de reparto, haciendo referencia a los derechos y los deberes, los beneficios y las cargas, y en general a todas las estructuras de convivencia que tienen lugar en una comunidad histórica.

Varios autores han elaborado una serie de reflexiones desde los enfoques de la etnomatemática y la educación matemática crítica (Neyland, 2004; De Freitas, 2008; D’Ambrosio, 2010; Ernest, 2012; Boylan, 2013; Gutiérrez, 2013; Valero, 2017), las cuales están vinculadas con la intención de propiciar una educación matemática que sea fundamentada desde los principios de la equidad y la justicia social. En particular, Gutiérrez (2013) planteó hacer un giro sociopolítico en la educación matemática al señalar un cambio en las perspectivas teóricas que ven el conocimiento, el poder y la identidad como entrelazados, las cuales surgen y se constituyen dentro de los discursos sociales. Además, el investigador resaltó que quienes han tomado el giro sociopolítico no solo buscan entender mejor la educación matemática en todas sus formas sociales, sino también transformar la educación matemática en una forma que privilegie el tener prácticas que sean socialmente más justas.

El giro sociopolítico en la educación matemática, de acuerdo con Boylan (2012), también requiere que se dé un giro hacia la ética, dado que el profesor de matemáticas siempre está expuesto durante su práctica pedagógica a algunas dimensiones éticas que le permiten sugerir una serie de fuentes para la ética de la educación matemática. Una educación matemática basada en una sensibilidad ética posmoderna implicará en menor medida la implementación de un programa para la justicia social o la equidad, y en mayor medida una danza entre y dentro de diferentes demandas éticas que están relacionadas con las dimensiones particulares de la ética.

Dichos dilemas han sido tipificados como sigue: dimensión social y cultural, ser con otros, ecológica y del yo. Todas estas dimensiones surgen desde una ética posmoderna relacional desde los planteamientos de Bauman (1993) y de esa manera se rechaza la ética utilitarista y basada en reglas, puesto que la acción ética es entendida desde el yo mismo, relacional y dialógico (Bakhtin, 1993). Debido a que el yo ético es una entidad histórica encarnada, no es posible tener una ética unitaria de la educación matemática que se adapte a todas las situaciones y circunstancias (Boylan, 2012).

En la investigación sobre la educación matemática, en los relatos de adultos que reflexionan sobre su experiencia en el aprendizaje de las matemáticas, se advierte que las experiencias matemáticas influyen en las relaciones que cada individuo tiene consigo mismo, las cuales se extienden hacia el futuro (Boylan y Povey, 2009).

Adicional a lo señalado, Boylan (2012) estableció que la dimensión ética puede tomar tres significados relevantes. Estos son: i) un significado como dimensión de conciencia. ii) Cada dimensión es un campo de acción, en los educadores de matemáticas la acción ética implica prestar atención a la calidad tanto de las acciones como de las relaciones que se dan en cada una de las dimensiones y a las interrelaciones que existen entre ellas; un aspecto importante de esta acción es prestar atención a cómo crear, instigar o fomentar espacios donde los estudiantes de matemáticas puedan desarrollarse como actores éticos en relación con cada una de las dimensiones éticas. iii) La consideración de diferentes dimensiones fomenta el examen de múltiples fuentes en la filosofía de la ética.

Teoría de la objetivación y ética comunitaria

Desde los planteamientos de la teoría de la objetivación la ética no es entendida como una teoría basada en reglas y principios morales que deben seguirse, sino que se plantea como una forma de alteridad, lo que en palabras de Radford (2018) se define como “la forma de relación al otro”. Así pues, la pregunta que se plantea la teoría de la objetivación es ¿por qué tipo de ética se puede fomentar en el aula que sea coherente con el proyecto educativo en el que se enmarca la teoría de la objetivación? (Radford, 2018).

Para responder a esta pregunta la teoría de la objetivación ha desarrollado lo que ella misma ha denominado una “ética comunitaria”, la cual se sustenta desde tres vectores fundamentales que son: el compromiso, la responsabilidad y el cuidado del otro. Los vectores considerados posibilitan la emergencia de aspectos como la empatía, la solidaridad y el trabajo conjunto, los cuales complementan la consideración de una ética comunitaria. De ahí parte la reflexión en relación con las formas de ser de los estudiantes y la afirmación que de dichas formas de ser no pueden ser impuestas, sino que es necesario generar condiciones que permitan tener ambientes propicios para que los estudiantes reconozcan y asuman actitudes basadas en el respeto y la responsabilidad, inicialmente en el entorno del aula de clase, las cuales se espera trasciendan el aula y vayan mucho más allá.

El marco filosófico del que se retoman los aspectos éticos es desde Lévinas principalmente, para quien “la exigencia ética no emerge del yo, sino del otro o la otra cuya presencia nos obliga”. De esta manera:

La relación fundamental y asimétrica es la que se da con el otro o la otra como otro diferente, el cual, desde su misma presencia, nos solicita y nos afecta. Es por eso que nuestro yo se define desde nuestra responsabilidad para con los demás. (Lévinas como se citó en Vila, 2004, p. 54)

En *Ética e infinito* Lévinas afirmó con convencimiento que “desde el momento en que el otro me mira yo soy responsable de él sin siquiera tener que tomar responsabilidades en relación con él; su responsabilidad me incumbe. Es una responsabilidad que va más allá de lo que hago” (Lévinas, 1991, p. 90). Por lo tanto, según Lévinas, el problema de la historia sería la abstracción del otro bajo la falacia de la supremacía de la individualidad del yo. Desde estos planteamientos hechos por Lévinas se puede caracterizar la acción educativa como una relación de alteridad, una relación con el otro, y a la ética como responsabilidad y hospitalidad.

La interpretación de los procesos de objetivación que se propone dentro de la teoría de la objetivación parte de una idea sobre alteridad que es interpretada desde los planteamientos hechos por Bajtín (1982), donde la identidad del sujeto se forma y a la vez se transforma en un continuo diálogo entre el sí mismo y el otro. Es así porque para

la teoría de la objetivación las ideas y las formas de pensamiento existen independientemente de cada persona y obedecen a momentos históricos y culturales particulares. Por eso el interés de la reflexión de la ética respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas está puesto en pensar de qué manera se pueden brindar elementos que permitan entender toda la conexión ética que se puede proponer en el aula, para que las formas de colaboración humana sean realmente comunitarias entre los alumnos y los profesores (Lasprilla y Camelo, 2012; León, 2014), y estas puedan llevar a la vez a formas de producción de saberes profundos. La ética comunitaria debe posibilitar que estas formas de colaboración se den en la medida en que hay un compromiso de trabajo conjunto, se tiene cuidado por el otro y se asume una responsabilidad hacia los otros.

Para entender la ética de Lévinas hay que tener en cuenta que este filósofo consideró que la experiencia originaria del ser es el encuentro humano, por lo que los seres humanos encuentran el mayor sentido de la vida en las relaciones que establecen con otros seres humanos (Nodari, 2010). En ese sentido, más que una amenaza y que oponerse al “nosotros”, el “otro” viene a ser la liberación del “nosotros” por ser la única posibilidad que tiene el “yo” de superar sus tendencias narcisistas y su nicho solipsista. En el argumento anterior se advierte que la ética de Lévinas, al partir de un ego descentrado, no es una ética de reciprocidad; sino una ética asimétrica en la que el yo vive en la constante negativa a asimilar al otro.

Entonces, para Lévinas no hay una ética de la responsabilidad porque la ética es comprendida como responsabilidad. Así queda claro en su libro *Ética e infinito*, donde Lévinas (1991) indicó que la responsabilidad es “la estructura esencial, primaria y fundamental de la subjetividad... Es en la ética, entendida como responsabilidad, donde se anuda el nudo mismo de lo subjetivo” (p. 91). En el texto, el filósofo expuso, además, que “la responsabilidad no es, de hecho, un simple atributo de la subjetividad, como si esta ya existiera en sí misma, antes de la relación ética. La subjetividad no es para sí misma; es, una vez más, inicialmente para otro” (Lévinas, 1991, pp. 92-93).

A pesar de que los planteamientos éticos de Lévinas se distancian un poco de las corrientes que son contemporáneas a él, se puede decir que la metafísica ética sigue siendo una filosofía del sujeto esencialmente

cartesiana, aunque con un contenido ético diferente (Radford, en prensa). Es así porque en sus ideas se llega a identificar una filosofía del sujeto como individuo donde no existe una mediación sociohistórica intrínseca.

Si bien la teoría de la objetivación retoma varias ideas de Lévinas, la ética que propone esta teoría no es exactamente igual, dado que desde la perspectiva de la teoría de la objetivación para hablar de un encuentro significativo con el otro se hace necesario tener en cuenta las condiciones sociales e históricas particulares. Aún más, el encuentro con el otro debe producirse en el corazón de esas condiciones. En los contextos mundanos y cotidianos, la gente también oprime, en la vida concreta y material donde, por desgracia, se margina, discrimina y controla al otro. La ética no debe ser un mero encuentro entre el yo y el otro, sino una fuerza liberadora que ayude a los sujetos a enfrentarse a las fuentes y las estructuras históricas, políticas y económicas de la opresión, la violencia y la desigualdad (Radford, en prensa). Por estas ideas la ética en la teoría de la objetivación se propone como una ética de la liberación, la cual “implica denunciar cómo estamos viviendo y anunciar cómo podríamos vivir” (Freire, 2004, p. 105); esta debe ser una ética que reconozca las estructuras políticas, económicas y sociales que enmarcan la vida de los sujetos, además de ayudarlos a imaginar y a poner en práctica las acciones colectivas necesarias para transformar dichas estructuras.

De ese modo se tiene que la ética que interesa en la teoría de la objetivación es una relación de responsabilidad sensible al contexto, fluida, personal y cultural que debe darse entre el sí mismo y los demás (Giroux, 2005). Es una ética comunitaria que se basa en un concepto dialéctico-materialista del yo, concepto del yo que reconoce la naturaleza cultural-histórica de lo humano, así como también reconoce la naturaleza política que irradia de la educación y el papel crucial que esta tiene en la transformación de la sociedad (Freire, 1993, 2006; Vygotsky, 1993). La ética comunitaria está volcada hacia la constitución reflexiva y crítica de lo que Marx (1988) llamó “poderes humanos” (p. 108), como son la voluntad, el amor, la cooperación y la solidaridad, es decir, todas aquellas capacidades que afirman la naturaleza social, cultural e histórica de los individuos y donde sus relaciones con los demás en cuanto que seres sensibles se convierten en la condición ontológica de la existencia del ser humano. Esta ética se basa en el reconocimiento de

que el origen histórico, cultural y material del ser humano incorpora y refracta visiones y concepciones dinámicas y antagónicas del mundo y de lo que puede significar una vida buena (Radford, en prensa).

La teoría de la objetivación pretende ofrecer una perspectiva en la que el aprendizaje aparece como un esfuerzo colectivo, dado que el conocimiento es producido colectivamente por los profesores y los alumnos en lo que se ha denominado la labor conjunta. Específicamente, en la *labor conjunta* en el aula de Matemáticas no tienen lugar dos procesos paralelos, es decir, no se da la enseñanza por un lado y el aprendizaje por otro; sino que existe un único proceso: el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta división del trabajo no impide que profesores y alumnos trabajen juntos, mano a mano, dado que en la labor conjunta los profesores y los alumnos interactúan entre sí, pero lo hacen en un fuerte sentido social. Esa interacción en la labor conjunta no significa que simplemente se da una serie de acciones que son llevadas a cabo por un alumno y tampoco significa que hay una coordinación de acciones por parte de un grupo de alumnos, independientemente de lo compleja que pueda ser dicha coordinación. La labor conjunta es mucho más que una mera interacción y que la resolución de los problemas en grupo, pues las interacciones de los individuos en la labor conjunta (*Tätigkeit*) incluyen de manera decisiva modos de producción social, cultural e histórica y es a través de estos medios que los individuos producen colectivamente. La ética comunitaria desempeña un papel fundamental en el concepto central de la teoría, a saber, la labor conjunta, dado que ésta no existe si no se tiene en cuenta la ética comunitaria.

En el contexto nacional se han desarrollado investigaciones que proponen elementos caracterizadores de cada uno de los vectores de la ética. Entre estas se encuentra el estudio realizado por Bautista y Cardozo (2016), quienes caracterizaron algunos elementos de consideración para la concepción de la evaluación desde la teoría de la objetivación, ello en el contexto de las actividades que involucran tareas sobre la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Con ese propósito Bautista y Cardozo implementaron en su trabajo algunas tareas que fueron desarrolladas con estudiantes de Educación Básica Secundaria, donde se encontró que la evaluación en la teoría de la objetivación debe tener en cuenta los siguientes vectores: compromiso,

responsabilidad, cuidado del otro, respeto, poder responsable y reconocimiento del otro.

Retomando las distintas reflexiones que se han dado en relación con los vectores de la ética y algunos de los elementos propuestos por Bautista y Cardozo (2016), Lévinas (2002), Bárcena y Mèlich (2000), se llevó a cabo una revisión teórica de los elementos fundamentales de la ética que deben ser considerados sustratos de la ética y a la vez componentes de cada uno de los vectores de la ética comunitaria. En esta tarea se tuvo en cuenta que dichos elementos de la ética comunitaria no son producto de la evolución natural, sino elementos de la forma de alteridad que se han producido históricamente.

A continuación, se describen los componentes de la ética y los vectores de la ética comunitaria.

• Sustrato responsabilidad (Lévinas, Buber, Rorty) yo—tú, y vector responsabilidad.

En los planteamientos de Lévinas la ética se concibe como un modo de relación con los otros, pero especialmente como una relación de no indiferencia frente al sufrimiento de la víctima. En esa medida, la responsabilidad toma un carácter particular donde no puede ser transferible de un sujeto a otro y tampoco puede ser reemplazable: si el yo quiere realmente ser yo tiene que empezar por darse al otro porque es la responsabilidad por el otro lo que lleva a un sujeto a producir su yo, por lo tanto, lo que le da sentido al yo es precisamente el otro. Es por esto por lo que el yo debe preocuparse por el otro, dado que, al fin y al cabo, hay un yo porque hay responsabilidad, un yo que es el resultado de alguien que lo ha cuidado y gracias a esto puede sentirse insustituible y único (Romero y Gutiérrez, 2011). De ahí se desprenden dos piezas de la comprensión de la alteridad levinasiana, a saber: el rostro del otro como escenario de una llamada ética y la responsabilidad como respuesta a dicha llamada.

El filósofo Lévinas comenzó asumiendo las exigencias de la fenomenología y del existencialismo en las cuales se analiza el existir humano, pero las trascendió al considerar que el existir no es simplemente comprender el ser de forma teórica, sino comprometerse en toda la actividad que se es. Entonces “pensar ya no es contemplar,

sino comprometerse, estar englobado en aquello que se piensa, estar embarcado: acontecimiento dramático de estar-en-el-mundo” (11, p. 15. Cfr. 22, pp. 264-265). Cabe advertir que el hombre es responsable por todo otro hombre, pero no porque él lo decide, sino porque esa debe ser su naturaleza: solo así es humano, somos responsables del otro más allá de nuestras intenciones.

El vector *responsabilidad* se interpreta como una solicitud ética, un gesto que parte de la conceptualización de la fragilidad humana, esto es, de reconocer la propia fragilidad que se tiene a través de la fragilidad del otro para así poder entenderlo al mismo tiempo en su singularidad. La responsabilidad es también una llamada silenciosa (*answerability*) que se expresa en la respuesta del llamado del otro, mediante su unión, nexo o vinculación; por tanto, puede ser entendida como un enlace con el prójimo que habla de lo que no es el yo, en palabras de Lévinas, es el rostro del otro.

El sujeto responsable no es la persona que se justifica por sí mismo o desde sí mismo, sino el que responde, atiende, cuida o está al servicio del otro; tampoco es un sujeto responsable aquel que se toma su vida como proyecto y se sitúa como soberano autónomo en el mundo, sino el que se des-vive y entiende su autonomía como heterónoma (Moratalla, 2014). Es así porque la responsabilidad no se plantea en términos de simetría, sino en términos de asimetría y de prioridad ética del otro que se tiene a cargo. En este punto es importante resaltar que el objeto de la responsabilidad no es únicamente el otro o la relación que el yo mantiene con él, sino la condición vulnerable de la humanidad. Por ende, a partir de estos planteamientos se consideran como componentes del vector responsabilidad la *excedencia* y la *acogida* (hacerse cargo), los cuales se explican a continuación.

La *excedencia* es un término que Lévinas definió como el movimiento que conduce a un existente hacia el bien, no como una trascendencia por medio de la cual el existente se eleva a una existencia superior, sino una salida del ser y de las categorías que lo describen: una excedencia (Lévinas, 2006). Esta palabra denota al mismo tiempo la salida del sí y el deseo por el “otro”. En palabras de Domínguez (2005) la excedencia es:

El hecho por el cual se descubre la necesidad de “salir” a partir de la evasión. Pero también la excedencia es el hecho por el cual la

existencia se “desborda” fuera de los parámetros del existente. Así, encontramos que la excedencia se encuentra en el centro del ser o, mejor aún, es una necesidad que nos devela el mismo ser. (p. 122)

La *acogida* es un término que está relacionado con hacerse cargo de otro. Desde que un ser llega al mundo con un cuerpo, una cultura y una lengua, es recibido por alguien más, la acogida es esa apertura al otro que demanda una respuesta, la cual debe estar a la altura de sí. Tal y como lo diría Innerarity (2008): “La vulnerabilidad humana se debe fundamentalmente al hecho de que la vida buena necesita de bienes relacionales, de objetos exteriores que reciban la actividad excelente, de otros sujetos que estén presentes para recibir la oferta de hospitalidad” (p. 54).

• **Sustrato socialidad (Buber, Lévinas), y vector cuidado del otro.**

En la nueva reflexión la socialidad del lenguaje ya no es reductible a la transmisión de saberes entre los múltiples yoes y a su confrontación, donde esos saberes se elevan a la inteligibilidad universal en la cual se absorberían, se sublimarían o se unirían los yoes pensantes para “bastarse finalmente a sí mismos” gracias a la unidad de la razón. De modo que por sí misma la relación entre pensantes tendría un sentido, a saber, el de la *socialidad*.

El vector *cuidado del otro* parte de la idea de que el cuidado de sí pasa primero por el cuidado del otro y la preocupación por el otro, porque ésta le brinda al yo la posibilidad de verse a sí mismo en el otro. Al mismo tiempo, le permite reconocer su vulnerabilidad y la del otro, sentir la empatía que le habla al yo y lo arrastra al otro, así como a entender que las necesidades del otro no son naturales, sino formas de relación con el otro que han sido producidas en el curso del tiempo.

Así, Lévinas rompió con el esquema sujeto-objeto que había sostenido la metafísica de la filosofía occidental y construyó un nuevo esquema: yo-otro, donde se descentraliza el yo y la conciencia en la medida en que el yo se debe al otro y es el otro quien constituye ese yo. A partir de estos planteamientos se consideran como componentes del vector cuidado del otro: la *inmanencia* y el *encuentro*.

La *inmanencia* es la suficiencia para sí, se trata como si el pensamiento pensara a su medida en virtud del hecho de poder —encarnado— reunir aquello que piensa. El pensamiento y el psiquismo de la inmanencia es:

La noción de encuentro, una clara referencia a la relación hombre a hombre, una disposición a la bondad y a la acogida, las cuales se alejan de toda pretensión de subordinación o de tiranía. El otro en Lévinas es una exterioridad, por lo tanto, se considera una evasión de sí mismo, una salida de la mismidad, una negación de la violencia brutal que ejerce el deseo de dominio, para reemplazarlo por el éxtasis del encuentro y del amor que este propicia. (Viveros, 2014, p. 66)

El *encuentro en el diálogo* precede a la unidad de la autoconciencia (“igual a sí misma al igualarse con el mundo”). Así entendido, el diálogo significa por esta proximidad “y no por alguna voz sobrenatural que viniera a mezclarse en la conversación o por algún prejuicio”. El diálogo es la no indiferencia y el sentimiento desinteresado, pero, aun así, Lévinas reconoce que éste puede degenerar en odio porque en el lenguaje también se despliega *lo dicho*, por el que todo decir deja de ser un ¡heme aquí! Sin embargo, en su sentido originario el diálogo es, ante todo, ocasión para el bien: “El diálogo de la trascendencia es donde se alza la idea del bien por el hecho mismo, únicamente, de que, en el encuentro, el otro cuenta por encima de todo” (Merino, 2004, p. 1).

Para Lévinas el diálogo es hablar o decir y se diferencia contundentemente de *lo dicho* porque este ya es una puesta en escena de los pre-juicios que anticipan la experiencia del otro a partir de lo cual el otro jamás es otro. Entonces, el verdadero diálogo está fundado en esta distancia entre ipseidades debido a que a partir de este se da la proximidad entre ellas sin que se despliegue la violencia, y de ese modo el lenguaje no tiene como fin expresar los estados de conciencia. Como esfuerzo de expresión, el lenguaje o el diálogo sería “el acontecimiento espiritual sin par de la trascendencia y de la socialidad”.

• Sustrato sensibilidad (Buber, Lévinas, Farias), y vector compromiso en el trabajo conjunto.

La sensibilidad o afección por el otro como movimiento kinestésico demuestra que el sujeto fundamentalmente no está en el mundo inmerso

en una relación sujeto-objeto, sino que está inserto o encarnado como “lo sensible vivido al nivel del cuerpo propio” (Lévinas, 1991, p. 119). El sentido que Lévinas le otorgó al estatuto originario de la subjetividad sitúa al sujeto a nivel de la sensibilidad en la medida en que escucha atenta la exigencia del otro, antes de que se dé cualquier apertura y cualquier relación intencional, puesto que, en efecto, “el prójimo me concierne antes de toda asunción, antes de todo compromiso consentido o rechazado ... me ordena” (Lévinas, 2002, p. 148).

El vector *compromiso en el trabajo conjunto* es entendido como la promesa de hacer todo lo posible en el curso de la actividad (Hegel la obra común, en el aula) y en la labor conjunta, dado que solo a partir de las distintas ideas que emergen en la actividad es posible hablar de una obra común. El compromiso es, por tanto, una actitud y la promesa de que “voy a estar” y “voy a hacer lo posible y lo imposible” en la tarea, y para dar cuenta de ello es necesario que cada uno de los involucrados en la actividad tengan la confianza para expresar con toda naturalidad si no han entendido o si no están de acuerdo. Cabe aclarar que aquí el objetivo no es llegar a acuerdos, sino entender al otro en su singularidad y en su diferencia.

Teniendo en cuenta estas ideas se consideran como componentes del vector compromiso en el trabajo conjunto los siguientes: la *proximidad*, la *exposición* y la *compasión*, los cuales se describen como sigue.

La *proximidad* no remite a la intencionalidad o al hecho del que el otro sea conocido para el yo, porque esa pretensión reduce la capacidad de acogida y la respuesta hospitalaria al centrarse en el conocimiento y no en la sensibilidad. Este no puede ser intencionado porque no puede ser previsto, sino que, más bien, es todo un acontecimiento que desnaturaliza lo común del mundo y des-apalabra lo ya conocido de ante mano (Farias, 2015).

El decir es *exposición*, un ofrecimiento que consiste en más que transmitir información o establecer la intención de hacer pasar los pensamientos a un tú. Decir significa acercarse al otro y, más aún, responder por él. Ahora bien, si el decir es una orientación original, ésta es la condición de posibilidad de la comunicación, lo que Lévinas entiende en cuanto “exposición”.

Así pues, basado en la información expuesta se plantearon los aspectos teóricos que se consideraron pertinentes y viables para realizar un estudio exploratorio que permitiera desarrollar un seguimiento y un análisis de la ética comunitaria en Actividades de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, dentro del marco de la teoría de la objetivación y los planteamientos filosóficos de Emmanuel Lévinas. Los aspectos considerados y el instrumento de análisis propuesto fueron revisados por dos pares académicos conocedores del marco teórico de la teoría de la objetivación y de la filosofía de Lévinas, lo que permitió el enriquecimiento del instrumento y el ajuste de algunos de sus componentes. La versión final que se utilizó del instrumento después de ser revisado se presenta en el desarrollo del quinto capítulo de este documento.

Sobre la generalización algebraica de patrones

Si bien con el paso de los años se han desarrollado diversas investigaciones respecto a la enseñanza y el aprendizaje del álgebra, y recientemente ha tomado mucha fuerza la realización de investigaciones sobre álgebra temprana (Kaput, 1998; Vergel, 2014), es evidente que el interés por exponer a los estudiantes jóvenes con edades entre los 5 y 12 años a la enseñanza del álgebra es un tema en el que aún los investigadores no han llegado a acuerdos, por lo tanto, este se muestra como un terreno en el que todavía hay muchas cosas importantes por investigar. Por ejemplo, autores como Carraher y Schliemann (2007) han comentado que “el análisis del pensamiento algebraico está todavía en su infancia (p. 676)”, así como también lo está el análisis de la relación genética entre el álgebra y la aritmética, y el papel de los signos en el pensamiento aritmético y algebraico (Radford, 2018b). De manera que el interés por estudiar las tareas de generalización de patrones y su relación con la ética comunitaria se constituye en un material valioso para el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje del álgebra en los primeros años de escolaridad.

Diversos autores han realizado numerosas investigaciones en torno a los procesos de la generalización (Azarquiél, 1993; Mason et al., 1999; García, 1988; Pretexto Grupo, 1999; Radford, 2008; Vergel, 2014), y han coincidido en la necesidad de abordar situaciones de generalización en la búsqueda del desarrollo del pensamiento algebraico. Incluso, en algunos casos se ha afirmado que la generalización no es exclusiva

de un pensamiento matemático porque la generalidad hace parte de variadas situaciones y no solo de aquellas que se refieren a lo algebraico, tal y como lo sugirió Radford (2010): “[...] La generalización es una actividad no exclusiva de las matemáticas, [porque] caracteriza todas las formas de conocimiento científico y no científico” (p. 7). Para el Grupo Azarquiel (1993) en el aprendizaje del álgebra es fundamental el concepto de variable, pero adquirir este concepto supone la conjunción de dos procesos, a saber: i) la *generalización* que se refiere a la posibilidad de permitir transitar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas, y ii) la *simbolización* que posibilita expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones.

Según Mason et al. (1988) la generalización se puede dar en dos tipos de contextos, los matemáticos y los de la vida cotidiana, pero en cada uno de ellos se pueden distinguir tres momentos por los cuales transita un estudiante al momento de plantear la generalización de una situación, estos son: *ver*, *decir* y *registrar*. El *ver* hace referencia al momento en que los estudiantes son capaces de establecer algo común en las primeras posiciones, por ejemplo, en el caso de un patrón geométrico o numérico podría ser: aumenta de a uno, o son tres más, etc. El *decir* se produce cuando aquello que se observa se hace explícito, ya sea de manera escrita o verbal; este, de acuerdo con el autor, es uno de los momentos donde los estudiantes presentan mayor dificultad. El *registrar* incluye una variedad de formatos, entre los que más se utilizan se encuentran: dibujos, escritos, símbolos, cuadros, tablas, entre otros.

Es importante decir que los tres momentos descritos son una forma de ver el proceso para establecer la generalización a partir de un patrón, pero ello no corresponde a una manera estática por la cual deben pasar todos los estudiantes, sino, más bien, una invitación a considerar los diferentes tiempos que son necesarios.

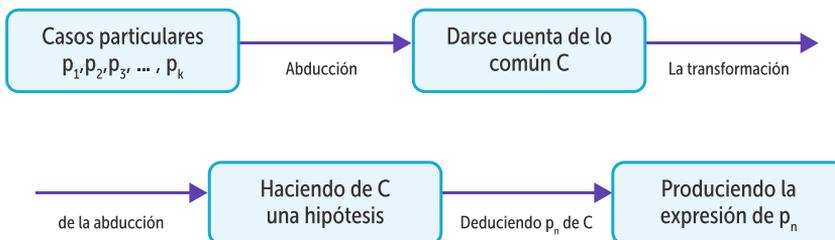
En este trabajo se asumió el pensamiento algebraico como una forma de reflexión matemática, dado que como saber éste se constituye desde la reflexión histórica cultural (Radford, 2010). El pensamiento algebraico se caracteriza por tener tres elementos que están íntimamente relacionados: i) el *sentido de la indeterminancia* que consiste en percibir lo indefinido, es lo contrario a la determinancia numérica; ii) la *analiticidad* que es la manera como se reconoce la operatividad de los objetos indeterminados; y iii) la designación *simbólica* que es entendida

como la forma particular que se emplea para referirse a los objetos (Vergel, 2014). En concordancia con lo expuesto se puede decir que la distinción entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico radica en el hecho de que en el segundo se emplean y se opera con cantidades indeterminadas como si estas no lo fuesen.

Dada esta caracterización del pensamiento algebraico es posible establecer una tipología de las formas en que se puede dar este pensamiento. En Radford (2010) se reconocen tres de ellas que son: i) el pensamiento algebraico factual, ii) el pensamiento algebraico contextual, y iii) el pensamiento algebraico simbólico. En el primero la indeterminancia es expresada mediante acciones concretas como son los gestos, los movimientos y las palabras; un ejemplo de estas puede ser “señalar con la mirada”, “señalar con el índice” o realizar movimientos con un lápiz. En el segundo la indeterminancia es evidente porque hace parte del discurso, de manera que es posible expresar la percepción del término general, por ejemplo, cuando el estudiante dice “debo sumar dos al anterior”. En el tercero se emplean símbolos alfanuméricos propios del álgebra para representar las frases con las cuales se ha expresado la indeterminancia como pueden ser, por ejemplo, las expresiones como $2n-1$; en este tipo de pensamiento se da una fuerte reducción de los recursos semióticos, dado que la indeterminancia se puede expresar aun cuando se trata con cantidades desconocidas, pero que son utilizadas como si no lo fueran.

Desde los planteamientos de la teoría de la objetivación la generalización implica identificar lo común dentro de una secuencia, y luego hacerlo extensible a todos los términos de la secuencia para, finalmente, establecer una regla que permita determinar cualquier miembro de ella (Lasprilla, 2012). A continuación, se presenta un esquema (ver Figura 4) que ilustra el proceso de generalización algebraica de un patrón.

Figura 4. Proceso de generalización algebraica de un patrón

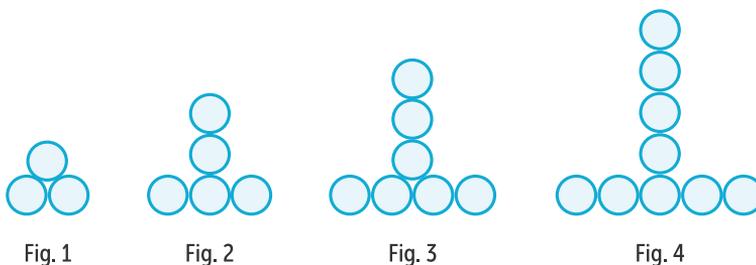


Fuente: elaboración propia

La generalización algebraica de secuencias figurales o numéricas se basa principalmente en tres aspectos: i) la toma de conciencia de una propiedad común que se nota a partir de un trabajo en el terreno fenomenológico de observación sobre ciertos términos particulares (por ejemplo: $P_1, P_2, P_3, \dots, P_K$); ii) la generalización de dicha propiedad a todos los términos siguientes de la secuencia ($p_{(k+1)}, p_{(k+2)}, p_{(k+3)}, \dots$); y iii) la posibilidad de usar la propiedad común identificada (Radford, 2013).

Es necesario precisar que cuando se hace referencia a secuencias de tipo figural se habla de secuencias numéricas que se apoyan en gráficos (ver Fig. 5).

Figura 5. Secuencia figural con apoyo tabular



Fuente: (Vergel, 2014)

Y al hablar de secuencias de tipo numérico se deben mostrar números que se organizan de acuerdo con un patrón establecido (ver Fig. 6):

Figura 6. Secuencia numérica con apoyo tabular

3		7		11		15
Término 1		Término 2		Término 3		Término 4

Fuente: (Vergel, 2014)

Configuración de la investigación



En este capítulo se expone la organización metodológica de la presente investigación, que tiene como uno de los aspectos principales la instalación de la investigación en el aula de clase de Matemáticas con el objeto de analizar la Actividad, entendida desde los planteamientos de la teoría de la objetivación ya expuestos, razón por la cual la planeación de las tareas y su implementación también se fundamentó en este marco teórico. Es necesario aclarar que, desde esta conceptualización teórica, aunque se realizó una planeación (de estructura objeto-meta-tarea, la componente ϕ) antes de intervenir el aula de clase, es mediante el desarrollo de la actividad que se constituye la relación Θ , que es la actividad propiamente dicha, en donde hay una actualización del saber en conocimiento. De manera que la actividad podía mutar o variar durante el desarrollo de su implementación obedeciendo a las particularidades propias del contexto en el cual sería implementada (Radford et al., 2018).

Si bien existe la creencia de que el mundo ya está dado y que el ser humano solo debe interpretarlo desde los marcos teóricos que cada uno tiene, esa no es la visión que ofrece la teoría de la objetivación. Para esta teoría la realidad se compone de fenómenos fluidos que siempre están en movimiento, dependiendo de su historia y su cultura, por lo tanto, estos no pueden ser definidos o interpretados de forma *a priori*; la única manera que el ser humano tiene para entenderlos es reconociéndolos en la medida en que navega en ellos. Para aclarar esta idea se recurre a la metáfora del explorador y el navegante.

Un explorador hace una interpretación de aquello que se puede encontrar en el curso de su exploración (como el tipo de plantas, animales, climas, etc. que allí hallará), y durante su exploración verifica hasta qué punto la interpretación que tenía se corresponde con la realidad que encuentra durante la indagación. En el caso de la teoría de la objetivación no es esa la metáfora que ayuda a entender la manera como se entiende la metodología de la investigación, sino la metáfora del navegante. El interés del navegante no es contrarrestar algo que se tiene con una realidad posible, sino ir descubriendo cómo es la realidad a partir del curso de la navegación, ver de qué manera es posible comprenderla y tratar de explicarla mientras navega; y en esa tarea tanto el navegante como todo lo que lo rodea (el agua, el viento y la balsa) se mueve de manera conjunta. Este movimiento conjunto es el que le da sentido al viaje que se emprende navegando, mediante el cual el navegante reconoce su expedición, lo que va haciendo, para finalmente estar en la capacidad de reconocer la realidad y los fenómenos que se dieron en ella, es decir, extraer lo que hay en la realidad a partir del camino que se ha seguido con los datos.

Ya lo planteaba Veresov (2014) retomando a Vygotsky: el método experimental genético es el método de reconstrucción artificial del proceso de desarrollo en su complejidad, desde el principio de los “brotes” de desarrollo hasta su “fruto”, y en este lo que debe interesar no es el resultado final ni la suma ni el producto del desarrollo, sino el proceso mismo de génesis o establecimiento atrapado en el aspecto vivo (p. 71). Por ello, el interés en esta investigación no está centrado en los resultados o en la suma de ellos, sino en documentar de manera empírica la relación que se establece entre la objetivación, la subjetivación y la ética.

Este capítulo se ha dividido en cuatro grandes partes, a continuación, se presentan los contenidos de cada uno de ellos. Luego de esta introducción, en la segunda parte se exponen algunas ideas relevantes relacionadas con la metodología de investigación histórico-cultural y el análisis multimodal. En la tercera parte se da cuenta del diseño y la justificación de las tareas que consideraron para llevar a cabo la implementación en el aula; así como también se describe la población, la naturaleza de las sesiones de trabajo y el proceso que se realizó para la recolección de la información. Y en la última parte de este capítulo se brinda información sobre los momentos metodológicos de la investigación, la constitución de los datos y la descripción del análisis de estos.

Metodología de investigación histórico-cultural y el análisis multimodal

Para aclarar lo que se entiende por enfoque multimodal se hace referencia a algunas ideas del enfoque semiótico educativo de Vygotsky, en particular en lo que respecta a los elementos cruciales de los métodos de investigación y la psicología cultural; y también al trabajo elaborado por Leóntiev (1978) sobre la actividad.

Hay autores que consideran que la naturaleza de los fenómenos sociales no es susceptible de ser modelada o factorizada en términos de variables controlables, dado que estos se entienden como profundamente sensibles a su contexto (social, cultural, histórico, etc.); por lo que se asume que los fenómenos sociales, los cuales incluyen los fenómenos educativos como son la enseñanza-aprendizaje, son confusos por naturaleza. Entonces, siguiendo esta línea argumental se tiene que aun cuando existe la intención de eliminar lo redundante, lo aparentemente innecesario y lo borroso, lo que queda sigue siendo redundante y borroso, no porque no se haya hecho bien el trabajo, sino porque esa es la verdadera naturaleza del fenómeno (Radford, 2015).

El enfoque semiótico que se tomó en el desarrollo de esta investigación pertenece al paradigma de las ciencias sociales, el cual concibe los fenómenos educativos como no-ordenados y sensibles al contexto. Sus reivindicaciones no están respaldadas por unas leyes inmutables cuya existencia se afirma mediante la confrontación de las leyes y los hechos empíricos; más bien, las afirmaciones generales son sustraídas por

referencias reales que pueden guiar acciones posteriores a través de una postura reflexiva. Basado en lo anterior, el enfoque de la aproximación semiótica que se ha retomado en este trabajo se centró en el fenómeno de la enseñanza y el aprendizaje como un fenómeno arraigado en la idea de la actividad en el aula.

Es así porque en la investigación no se ha tenido la pretensión de descubrir leyes ocultas, a pesar de que se ofrecen interpretaciones de un fenómeno educativo, las cuales debían ser entendidas desde la conceptualización del método de Vygotsky debido a que lo que se ha pretendido es transformar la manera como se da la enseñanza-aprendizaje. En general, un método “es simultáneamente un prerrequisito y un producto, una herramienta y un resultado de la investigación” (Vygotsky, 1993, p. 27).

Siguiendo la visión hegeliana de la realidad de Marx, Vygotsky señaló que tanto el objeto de estudio (la realidad) como la manera en la que éste puede ser estudiado siempre están en movimiento, y que ambos llegan a formar una unidad dialéctica donde los componentes se afectan entre sí de una forma dinámica. Por lo tanto, es inimaginable que un método pueda preceder en su totalidad a la investigación, la cual es en sí misma una actividad que se halla en continuo movimiento. Pero un método es más que algo que nace en el curso de la investigación, pues, tal y como lo entendió Vygotsky, el método no es una mera aplicación sistemática de un conjunto de principios y tampoco es simplemente una forma de hacer algo, una técnica. El término método proviene del griego *μέθοδος* del cual deriva la palabra latina *methodos* que está compuesta, a su vez, por las palabras *meta* — “*after*” y *hodos* — “*a traveling*” que significa “*a following after*” (Diccionario de Etimología en línea, 2013); y su característica principal es ser inquisitivo y reflexivo, es decir, ser una práctica filosófica. En ese sentido el método no es instrumentalista y la idea de método propuesta por Vygotsky ha sido la que se ha retomado en esta investigación.

Es necesario insistir en que los métodos no son meros procedimientos instrumentales para seguir, sino que estos forman parte de una práctica reflexiva y filosófica y como tal son propensos, al menos en principio, a examinar continuamente sus resultados y las visiones del mundo que pretenden. También hay otra fuente de cambio y transformación, es la siguiente: debido a que los métodos encarnan la cristalización

de las cosmovisiones culturales, cosmovisiones que dentro de una determinada cultura no son homogéneas, los métodos no son generalmente indiscutibles.

Asimismo, desde un punto de vista semiótico hay algo extremadamente importante que debe entenderse sobre la actividad que actualiza el saber y es que esta actividad es esencialmente una actividad de significación, de hecho, la actividad a través de la cual se actualiza el saber es una de significaciones conflictivas. Previo a la realización de la actividad el profesor es consciente del objetivo de ésta y antes de participar en la actividad los alumnos no conocen esa forma de reflexionar y pensar, al menos no en todos los detalles curriculares científico-culturales. Si los estudiantes lo supieran, no habría aprendizaje en el horizonte y la actividad sería una actividad de ejercicio, es decir, su objeto sería que los aprendices practicasen algo que ya es conocido por ellos. La asimetría epistemológica que sustenta la actividad de enseñanza-aprendizaje (Roth y Radford, 2011) le infunde sus contradicciones inherentes, esta idea de contradicción debe entenderse aquí en su sentido dialéctico, es decir, como lo que impulsa la actividad más allá.

El análisis multimodal se fundamenta en una concepción particular del pensamiento humano (Radford et al., 2009; Arzarello, 2006), en donde el cuerpo es de fundamental consideración en el acto de conocer. Además del cuerpo, este análisis considera los recursos cognitivos, físicos y perceptuales que los estudiantes movilizan cuando abordan ideas matemáticas. Es por ello por lo que lo escrito, lo hablado y lo gestuado por los estudiantes debe ser analizado de manera conjunta, ya que estos signos de expresión y producción de significado son los que les dan forma a los procesos de objetivación y subjetivación.

En otras palabras, “la naturaleza multimodal de la cognición humana significa que, en nuestros actos de conocimiento, diferentes modalidades sensoriales, tales como lo táctil, lo perceptual, lo kinestésico, etc., llegan a ser partes integrales de nuestros procesos cognitivos” (Vergel, 2014, p. 111). El análisis multimodal del pensamiento humano hace énfasis en su naturaleza multisemiotica. “Es decir, lo multisemiotico refiere a la diversidad de recursos semióticos que se activan o movilizan en la actividad matemática y desde luego está en estrecha conexión con el pensamiento multimodal” (Vergel, 2014, p. 111).

Este tipo de análisis está en consonancia con las metodologías microetnográficas (Streeck y Mehus, 2005), dado que “abarca un conjunto de técnicas y análisis que trazan la actividad corporal y situada momento a momento de los sujetos involucrados en ciertos eventos e interacciones” (Nemirovsky et al. 2012, p. 294) donde se presta especial atención a “la conversación, el gesto, la expresión facial, la postura corporal, el dibujo de símbolos, la manipulación de herramientas, el apunte, el ritmo y la mirada” (Nemirovsky et al. 2012, p. 294), todos los cuales constituyen recursos semióticos a través de los cuales se desarrolla la actividad matemática tanto de los alumnos como del profesor. El enfoque semiótico permite incluir teóricamente los medios de expresión encarados como recursos semióticos en los procesos de aprendizaje, y también examinar su relación con los sistemas semióticos tradicionalmente estudiados (por ejemplo, el simbolismo matemático escrito). Al examinar los diferentes recursos semióticos de manera integrada y sistémica se presta atención a las relaciones, la dialéctica y la dinámica que se da entre ellos; y algunas de estas relaciones pueden referirse a diferentes tipos de recursos en el mismo momento como, por ejemplo, a las coocurrencias de palabras y gestos.

Por tanto, el problema metodológico para esta investigación ha sido identificar las relaciones dialécticas que se dan entre la objetivación, la subjetivación y la ética, a través de las cuales los estudiantes y los profesores toman conciencia de la lógica y los significados culturales tanto del pensamiento como de la matemática y de sí mismos.

Estructura de las tareas

Al seguir la estructura de la actividad se torna necesario partir de un objeto, el cual es identificado *a priori*, en el caso particular de este estudio el objeto de los procesos de objetivación que se desarrollarían es “pensar algebraicamente acerca de secuencias figurales”. Y para los procesos de subjetivación se consideró “propiciar un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que busque la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas que se constituyen histórica y culturalmente, discursos y prácticas que están en permanente evolución”.

En cuanto a la planeación de la configuración de las tareas que se desarrollarían fue necesario considerar los siguientes elementos (Radford, 2015):

- a. Tener presente lo que los estudiantes saben.
- b. Proponer tareas interesantes desde el punto de vista de los estudiantes.
- c. Propiciar actividades que den espacio a la reflexión crítica, al trabajo en pequeños grupos, a los debates y las discusiones generales.
- d. Propiciar que los conceptos matemáticos abordados sean tratados de manera profunda.
- e. Ofrecerles a los estudiantes la ocasión para reflexionar matemáticamente de diferentes maneras (no solo a través de las lentes de las matemáticas dominantes).
- f. Organizar la actividad de tal manera que haya un hilo conceptual orientado hacia los problemas de complejidad matemática creciente (Radford et al., 2009).

Cada una de las estrategias anteriores han sido concebidas en este trabajo como acciones pedagógicas dirigidas a crear oportunidades para el desarrollo conceptual en el aula. Ello también debido a que, como lo sugirió Vygotsky, el nivel de desarrollo conceptual de un estudiante le permite resolver ciertos problemas de manera independiente; y porque uno de los objetivos de la enseñanza es precisamente acercar al alumno a problemas cuyas soluciones se encuentran por encima de su nivel conceptual actual, pero que se ponen al alcance a través del trabajo colaborativo con los compañeros de aula o con el profesor (Radford, 2018).

Además de cumplir con los requisitos definidos por el desarrollo conceptual de los estudiantes, en la actividad se deben utilizar problemas que estimulen la curiosidad de los estudiantes y su necesidad de describir, justificar, explicar y crear. En esta el profesor también asume un papel fundamental en la medida que es él quien se encarga

de invitar a los estudiantes a tener nuevas formas de relacionarse basadas en gestos de invitación a tener formas más humanas de convivir, pero para que ello pueda darse primeramente hay que especificar el papel del profesor.

En la actividad el papel que asume el profesor se fundamenta en la propuesta de preguntas que deben llevar a los alumnos a pensar matemáticamente, lo que coincide con lo señalado por Goldin (1998) cuando indicó que “la estructura de las tareas es un componente esencial para entender y hacer inferencias del comportamiento observado en la resolución de problemas” (p. 57). En esta investigación, para el desarrollo de la tarea se consideraron algunas acciones y preguntas que debía desarrollar el profesor con el interés de propiciar la emergencia de relaciones basadas en la responsabilidad como son las siguientes:

- ¿Qué piensas de lo que dijo el compañero?
- ¿Alguien ha encontrado otra manera?
- ¿Cuál es la diferencia?
- ¿Hay una manera mejor?, ¿por qué?
- ¿Puede convencernos de que esto es cierto?
- ¿Cómo puedes probar eso?

Teniendo en cuenta que hacer buenas preguntas e intervenir son aspectos valiosos del enfoque pedagógico, en ese sentido no es menos importante abstenerse de intervenir en algunos casos. De hecho, el profesor debe decidir a menudo si es apropiado intervenir en un momento dado en la discusión entre los estudiantes.

Al hacer la presentación de la tarea, lo cual le corresponde siempre al profesor, es necesario que este enfatice en la importancia de trabajar de manera conjunta y dar prioridad al trabajo mancomunado sobre la misma respuesta a la tarea. Además, el docente debe ser claro frente a la solicitud de que todos los miembros del grupo entiendan la tarea y desde sus conocimientos generen aportes al grupo para poder darle solución. También el profesor debe, en todo caso, dar la indicación de

que estará pendiente a las posibles preguntas que puedan surgir, pero teniendo en cuenta que los mismos estudiantes que conforman el grupo son quienes están llamados a darles solución en un primer momento y desde las discusiones que se dan al interior de dichos grupos; solo en caso de que las preguntas no se logren solucionar será necesario recurrir a la ayuda del profesor.

Respecto al trabajo en pequeños grupos y a las discusiones que se dan entre el profesor y los estudiantes, el primero debe promover la participación equitativa al interior de los grupos, pero para ello es necesario que todos los integrantes en un primer momento enuncien y escriban sus interpretaciones sobre la tarea propuesta, lo cual les permitirá participar posteriormente en la discusión. Además, el profesor debe pasar por cada uno de los grupos y discutir los posibles acercamientos que sus integrantes tengan frente a las preguntas planteadas en la tarea. Si es necesario el docente también debe realizar intervenciones de aclaración o sugerencias de manera general para todos los grupos, y estar atento a los posibles enfrentamientos o a las discusiones que se puedan presentar debido a que los grupos tienen ideas diferentes u opuestas, para así propiciar un espacio en el que estas diferencias se solucionen en buenos términos.

En cuanto a la discusión general de las respuestas a la tarea es importante hacer énfasis en la responsabilidad que tiene el docente durante esta, y donde debe hacer evidente la corresponsabilidad que tiene cada miembro del grupo con sus compañeros. Durante las participaciones los estudiantes deben escuchar atentamente a los compañeros y plantear las preguntas que ellos consideren necesarias; por su parte, la profesora o el profesor también debe generar preguntas que pongan en evidencia la comprensión o no de lo que proponen los estudiantes, para ello puede tomar alguna de las siguientes acciones: pedirle a un estudiante que reformule la declaración que dio uno de sus compañeros, repetir lo que dijo otro estudiante, decir si está de acuerdo o no con la idea propuesta por otro estudiante y explicar las razones de ello.

La población con la cual se desarrolló la implementación pertenecía al Colegio Pablo Neruda IED (Institución Educativa Distrital) que se encuentra ubicado en la localidad de Fontibón en Bogotá D.C., dentro de la cual funciona el terminal de transporte terrestre y el aeropuerto internacional El Dorado. La localidad de Fontibón presenta diferentes

dinámicas de funcionamiento por ser una zona de bastante circulación vehicular ya que cuenta con dos avenidas principales de la ciudad, la calle 26 y la calle 13 que conecta a Bogotá y el corredor vial con los municipios de Funza, Mosquera y Madrid. Esta zona presenta asentamientos informales en la ronda del río Bogotá, así como fuerte contaminación del afluente.

En los anexos se encuentran las tablas que se realizaron para la planeación de las tareas de la uno a la cuatro. Es de aclarar que junto con las tablas (ver anexo 1) fue necesario una continua discusión entre la investigadora, y los directores de la tesis, para ir realizando los ajustes que se consideraran necesarios en la implementación. En los siguientes sub-apartados se exponen las tareas, seis en total, que se desarrollaron en esta investigación y se implementaron en el aula.

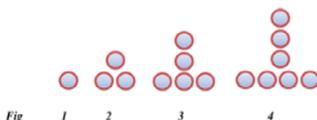
Tarea 1

Se planteó una secuencia figural apoyada por representación tabular (secuencia figural) (Radford, 2008), dado que estas posibilitan manipular la información mostrada al reordenar, comparar, recordar figuras similares, entre otras acciones. Además, las figuras geométricas permiten poner en práctica capacidades de visualización y de organización espacial que pueden facilitar la aparición de la estructura que conduce a la comprensión de la tarea planteada. Cabe anotar que esta tarea también fue empleada por Vergel (2014) con estudiantes de cuarto grado de Educación Básica Primaria.

Su desarrollo requirió la realización de dos sesiones: en la primera parte se desarrollaron las tres primeras preguntas y la socialización de sus respectivas respuestas; en la segunda parte se desarrollaron las demás preguntas con su respectiva socialización, donde se debe dar la posibilidad de colectivizar los abordajes desarrollados en cada uno de los grupos y generar posibles discusiones entre ellos.

Figura 7. Tarea 1: secuencia figural apoyada por representación tabular

Observa la siguiente secuencia



1. Extiende la secuencia hasta la figura 6. ¿cuántos círculos hay en la figura 5?, ¿cuántos círculos hay en a la figura 6?
2. ¿Hay alguna manera de encontrar el número de círculos en la figura 15?, sin construir la figura. Explica con tus palabras.
3. Mateo quiere construir la figura 25. Explica lo que debe hacer para construirla
4. Santiago tiene una figura de esta secuencia. El uso exactamente 19 círculos ¿a que numero de figura corresponde? Explica la manera como procediste para encontrar la respuesta.
5. ¿Existe alguna figura que tenga un numero par de círculos? Explica
6. Escribe un mensaje a un compañero que no asistió a la clase. En donde le expliques con claridad cómo procedes para calcular rápidamente el numero de círculos de la figura 500.]

Fuente: elaboración propia

Tarea 2

Se inició con una secuencia figural con apoyo tabular donde la secuencia estaba dada por una configuración de círculos. Tanto la tarea 1 como esta tarea tuvieron un apoyo tabular, pero en la tarea 2 el interés se centró en lograr que los estudiantes percibieran las características perceptuales de la configuración de las secuencias que se muestran en la Figura 8 (en la primera figura, uno abajo dos arriba; en la segunda figura, dos abajo y tres arriba, y así sucesivamente), para que a partir de ello pudieran determinar el patrón de formación de la secuencia. Con relación a los procesos de subjetivación se buscó hacer énfasis en el compromiso con el trabajo conjunto.

Figura 8. Tarea 2: secuencia figural apoyada por representación tabular

COLEGIO PABLO NERUDA. GRADO 404

Nombre del grupo: _____
 Integrante: _____

Observa la siguiente secuencia

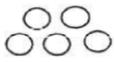


fig. 1



fig. 2



fig. 3

Siguiendo la secuencia anterior

1. Dibujen las figuras 5 y 6
2. Calculen el número de círculos de la figura 9, sin construirla. Expliquen el procedimiento que siguieron
3. Calculen el número de círculos de la figura 100 y expliquen el camino que siguieron
4. Mateo tiene una figura de esta secuencia. El usó exactamente 81 círculos. ¿a qué número de figura corresponde? Expliquen el procedimiento que siguieron para encontrar la respuesta.
5. ¿existe alguna figura que tenga 200 círculos? Expliquen la respuesta a esta pregunta.
6. Escriban un mensaje a un compañero, que no asistió a la clase, en donde le expliquen con claridad y con detalle cómo debe proceder para calcular rápidamente el número de círculos de la figura 100.

Fuente: elaboración propia

Tarea 3

Para el desarrollo de la tarea 3 fue necesario considerar algunas acciones que debía desarrollar el profesor, con el interés de propiciar la emergencia de relaciones basadas en el compromiso en el trabajo conjunto y retomando las acciones consideradas en relación con la responsabilidad en la tarea 2. También fue necesario reforzar la distribución espacial en la que se constituye la secuencia, para que los estudiantes estuvieran en la capacidad de considerar las variables ancho y largo de cada uno de los rectángulos de la secuencia.

Figura 9. Tarea 3: secuencia figural apoyada en representación tabular

COLEGIO PABLO NERUDA. GRADO 404

Integrante: _____

Observa la siguiente secuencia



Fig. 1



Fig. 2

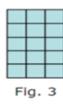


Fig. 3



Fig. 4

Siguiendo la secuencia anterior

1. Dibujen las figuras 5 y 6
2. Calcule el número de cuadros de la figura 9, sin construirla.
3. Calcule el número de cuadros de la figura 24, sin construirla. Expliquen el procedimiento que siguieron
4. Calculen el número de cuadros de la figura 100 y expliquen el camino que siguieron
5. Escriban un mensaje a un compañero, que no asistió a la clase, en donde le expliquen con claridad y con detalle cómo debe proceder para calcular rápidamente el número de círculos de la figura 100.

Fuente: elaboración propia

Tarea 4

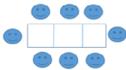
En esta tarea varió la forma como se presentó la secuencia, pues no se suministraron las primeras posiciones y se preguntó por las próximas posiciones, tanto las cercanas como las lejanas, al igual que sucedió en las tareas 1, 2 y 3. En esta oportunidad se describió una organización entre niños y mesas a partir de la cual se sugirieron posibles organizaciones entre los niños y las mesas que dieran lugar a una secuencia de dos variables: cantidad de niños y cantidad de mesas, así como también a la relación que había entre estas variables.

De igual forma, en esta tarea también se cambió la manera como se esperaba que los niños escribieran sus repuestas. En las primeras tareas se plantearon las preguntas para que los niños las respondieran en una nueva hoja, pero en la realización de la tarea 4 se les dio la oportunidad de que escribieran sus respuestas seguidamente de cada pregunta y, además, se propuso la elaboración de una tabla con las variables involucradas en la secuencia, lo que en las anteriores tareas no se proponía. Con esta guía propuesta se buscó generar mayores oportunidades para que se dieran discusiones entre los miembros de los diferentes grupos.

Figura 10. Tarea 4: secuencia figural

Nombre: _____
 Edad: _____
 Fecha: _____

Camila celebra su cumpleaños en casa, y quiere invitar a sus amigos a compartir un pastel. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



Las mesas se unen formando una fila como la que observas en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otras debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a comer pastel, si se juntan 3 mesas?
2. ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Expliquen cómo lo han averiguado.
3. Y si tenemos 120 mesas ¿cuántos amigos pueden comer pastel en ellas? Expliquen cómo lo han averiguado.

4. Organicen la información sobre el número de mesas y el número de amigos que se pueden ubicar utilizando la tabla.

Número de mesas	Número de amigos
1	
2	
3	
4	

5. Si saben el número de mesas que hay, ¿de qué forma explicarían a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden ubicarse a comer pastel? Expliquen cómo lo han pensado.
6. ¿Cuántas mesas se necesitan para que se ubiquen a comer 24 amigos? Expliquen cómo lo han averiguado.
7. ¿Y para que se sienten a comer 58 amigos? Expliquen cómo lo han averiguado.
8. Si saben el número de amigos que van a comer, ¿de qué forma explicarías a alguien cómo averiguar el número de mesas que se necesitan para que puedan ubicarse? Expliquen cómo lo han pensado.

Fuente: elaboración propia

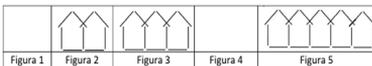
Tarea 5

La tarea 5 fue la primera que se implementó en la segunda aplicación, es decir, la tarea 4 fue la última que se realizó en el año 2018; luego, iniciando el año 2019, se aplicaron las tareas 5 y 6. En la tarea 5 se propuso una secuencia y se suministraron algunas de las primeras figuras, pero en este caso no se proporcionó la figura de las figuras 1 y 4. Teniendo en cuenta que transcurrió un año desde que los niños que participaron en el estudio realizaron las tareas 1, 2 y 3, se consideró que era importante colocar una tarea que les permitiera explorar y recordar los aspectos que ellos creían eran necesarios para darles solución a las tareas de secuencias. Además, como se tenía el interés de que el desarrollo de esta tarea se diera despacio se consideró necesario desarrollarla en dos sesiones: en la primera parte se trabajó con las posiciones iniciales de la secuencia, en la segunda parte se trabajó con las posiciones lejanas de la secuencia. Luego se introdujeron preguntas relacionadas con la forma como los niños percibieron las dinámicas internas del grupo al desarrollar la tarea.

Figura 11. Tarea 5: secuencia figural

Parte 2 (40 min):

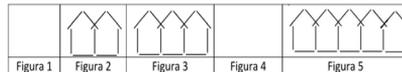
Teniendo en cuenta lo realizado en la anterior sesión responde:



1. ¿Cuál fue la mayor dificultad que tuvieron para desarrollar la actividad en grupo? ¿por qué fue esa la mayor dificultad?
2. Sin realizar el dibujo de la figura digan ¿Cuántos palillos tiene la figura 100?
3. Si se sabe que la figura tiene 221 palillos, pueden decir ¿qué número de figura es? ¿qué tuviste en cuenta para encontrar la figura?
4. Escriban una regla o aspectos necesarios para conocer la cantidad de palillos en cualquier figura.
5. De la actividad desarrollada escribe qué fue lo que más te gustó y lo que menos te gustó?

Parte 1 (40 min):

En clase se están construyendo figuras utilizando palillos. Observa la siguiente secuencia de figuras que construyó uno de los grupos de la clase:



1. Realiza el dibujo de las figura 1. ¿cuántos palillos utilizaron en las figura 1?
2. Realiza el dibujo de las figura 4. ¿cuántos palillos utilizaron en las figura 4?
3. Sin realizar el dibujo de la figura, digan ¿Cuántos palillos tiene la figura 20?
4. Escriban el procedimiento que siguieron para encontrar la cantidad de palillos de la figura 20.
5. ¿Existe alguna figura con 50 palillos? ¿por qué sí o por qué no?

Fuente: elaboración propia

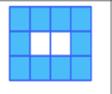
Tarea 6

Al igual que la tarea 5, la tarea 6 se aplicó en dos sesiones: en la primera parte se indagó por las figuras iniciales de la secuencia, en la segunda parte se propusieron las figuras lejanas y como actividad final se realizó una autoevaluación conjunta del grupo de trabajo.

Figura 12. Tarea 6: secuencia figurar

Parte 1:

Se van a colocar baldosas nuevas en el piso del patio del colegio, para ello se consideró las siguientes figuras. Observa la siguiente secuencia de figuras para utilizar en el diseño de baldosas:

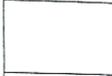
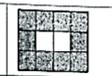
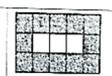
				
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5

1. Realiza el dibujo de las figuras 1, 4 y 5.
2. ¿Cuántas baldosas en total son necesarias en la figura 1, 4 y 5 respectivamente?
3. Sin realizar el dibujo de la figura, digan ¿Cuántas baldosas en total tiene la figura 10?
4. Escriban el procedimiento que siguieron para encontrar la cantidad total de baldosas en los puntos 2 y 3.

TAREA 6

Parte 2:

Teniendo en cuenta lo realizado en la anterior sesión responde:

				
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5

1. Sin realizar el dibujo ¿Cuántas baldosas tienen la figura 40? Escriban los aspectos que tuvieron en cuenta para encontrar la respuesta.
2. ¿Cuántas baldosas tiene la figura 100?
3. Escriban los aspectos necesarios o una regla para poder saber la cantidad de baldosas en cualquier figura.

Autoevaluación conjunta:

1. ¿Sintieron que se apoyaron y trabajaron juntos durante el desarrollo de las actividades? Sí, no ¿por qué?
2. ¿Hicieron un esfuerzo para comprender al otro y entenderlo? Sí, no ¿por qué?
3. ¿Qué pudieron hacer para mejorar el trabajo que hicieron durante el desarrollo de las actividades?
4. ¿Qué sienten que fue diferente en cada uno durante el desarrollo de las actividades este año en comparación con el año anterior?

Fuente: elaboración propia

Al final de la implementación de las tareas se propuso realizar una pequeña entrevista con algunos de los niños que participaron en el desarrollo de las tareas 5 y 6.

Aspectos generales

La investigación se desarrolló en un colegio de carácter público que está ubicado en la ciudad de Bogotá, Colombia, con un grupo mixto conformado por 38 niños que cursaban los grados cuarto y quinto (9 y 10 años) de la Educación Básica Primaria. Como investigadora planifiqué e implementé las tareas en la institución, también recolecté la información relacionada con las producciones e interacciones que tuvieron los estudiantes durante el desarrollo de las tareas, con base en las cuales realicé el posterior y respectivo análisis.

La recolección de información se realizó en 16 sesiones de 1 hora cada una. Las sesiones se realizaron durante 8 semanas, pero teniendo en cuenta que la primera parte fue implementada a comienzos del año escolar en grado cuarto de primaria y la segunda parte a comienzo del año escolar en grado quinto. En total se realizaron 16 sesiones que fueron analizadas posteriormente, y para cada una de ellas se previó que serían desarrolladas en dos o menos sesiones y que en las últimas sesiones se realizarían algunas entrevistas grupales.

En la configuración de las tareas se tuvo en cuenta la estructura objetivo—meta—tarea, tanto para los procesos de objetivación como para los de subjetivación. Para ejemplificar el modelo que se siguió en el diseño se describieron los principales elementos en la planificación de la intervención. Es necesario aclarar que cada elemento ético considerado en las sesiones se siguió abordando en todas las sesiones de la intervención, es decir, lo que se buscó fomentar en la semana n incluyó también lo que buscaba y se logró en la semana $n-1$.

Para la recolección de los datos fue necesario contar con cámaras de video que registraron de manera continua el trabajo desarrollado al interior de algunos grupos, así como también las discusiones que se dieron en el grupo en general. Y, además, se utilizaron grabadoras de audio que permitieron registrar las discusiones que se llevaron a cabo en algunos grupos. De ese modo los datos se constituyeron por lo siguiente: las transcripciones de los videos que se consideraron

aportaban más información, correspondiente a las sesiones realizadas; las hojas de trabajo de cada uno de los estudiantes; las producciones grupales; los audios y las notas de campo de la investigadora. Sin embargo, es necesario aclarar que los datos obtenidos de esta forma no tienen una interpretación objetiva, ni calculable ni medible.

Es por ello por lo que se hizo un seguimiento de la actividad multimodal en los estudiantes y la profesora. Dentro de estos parámetros metodológicos se inició el análisis de los datos: en un primer momento se realizó la transcripción textual de las diferentes interacciones verbales que se dieron en la actividad; luego se realizó una segunda revisión de la transcripción donde se complementaron las interacciones con imágenes, tiempos y comentarios en relación con los diversos aspectos sobre los cuales no se brindó información alguna mediante la transcripción de lo dicho, por ejemplo, las entonaciones, los movimientos del cuerpo, la disposición, etc.; posteriormente, se realizó una tercera revisión donde se introdujeron comentarios en la tercera columna en aquellos momentos de la transcripción que eran relevantes para los intereses de esta investigación, lo que en el proceso metodológico se denominó la selección de “segmentos sobresalientes”. Los segmentos que más se destacaron hacen referencia a los pasajes que parecían contener los elementos objeto de análisis, en relación con la ética comunitaria y los procesos de objetivación y subjetivación.

Finalmente, habiendo seleccionado los segmentos se realizó una nueva revisión donde se identificó y analizó con detalle: lo que los sujetos hacían y cómo lo hicieron, qué dijeron y cómo lo dijeron, por qué lo dijeron y para qué lo dijeron. Con esta información se trató de caracterizar la actividad mediante la confrontación de la transcripción entre los segmentos de video seleccionados (segmentos sobresalientes) y el respectivo audio, y también se consideró el trabajo escrito de los estudiantes en los casos que fue necesario.

Elaboración de la rejilla

En la elaboración de la rejilla para el seguimiento de la ética comunitaria fue necesario establecer un tejido que tuviera presente: los sustratos, los vectores y los componentes, junto con la necesidad de hacerlos observables e identificables en el aula de clase de Matemáticas. De modo que para la elaboración de la rejilla se consideraron los

siguientes momentos: i) una revisión teórica que permitió la extracción de conceptos clave para la conceptualización de la ética desde los planteamientos de Lévinas; y ii) la aplicación de la técnica de la rejilla utilizando la validación interna de los directores y los estudiantes, junto con la validación externa de pares y expertos en el campo, y una validación empírica donde se aplicó la rejilla a algunos datos para establecer la consistencia de la estructura frente al sistema que se tenía para la constitución de los datos.

Más adelante, en el cuarto capítulo de este documento, se presenta la rejilla finalmente constituida donde, basado en la sugerencia de los evaluadores externos y teniendo en cuenta el tiempo del que se disponía para el desarrollo de la investigación, se decidió omitir los componentes *bondad y compasión*.

Momentos metodológicos de la investigación

Siguiendo la metáfora del navegante, el marco metodológico que se adoptó en la realización de este proyecto fue de tipo cualitativo. En particular en el desarrollo del proyecto de investigación se tomaron elementos de marcos exploratorios (Hernández et al., 1998), porque se pretendía generar uno de los primeros acercamientos al estudio de la relación dialéctica entre la ética y los procesos de objetivación y subjetivación en el aula de clase de Matemáticas. Sumado a ello, también se consideraron elementos descriptivos e interpretativos (Ernest, 1991) en la investigación, dado que se buscó interpretar los elementos multisemióticos que se dan en un aula de clase para poder caracterizar la Actividad de clase a partir de las formas de producción del saber y de los modos de interacción social; lo que posteriormente permitió dar cuenta de la relación dialéctica que existe entre los procesos de subjetivación y objetivación y la ética, pretendiendo así aportar a la comprensión del proceso de puesta en obra de una ética comunitaria en el aula de Matemáticas.

Desde los planteamientos de Goetz y LeCompte (1988), la fiabilidad del proceso investigativo se mejoró proporcionando la mayor información posible tanto de la situación en la que fue desarrollada la experiencia como de la selección de la población o la muestra, los métodos de recolección de datos y el análisis de estos; y también posibilitando la revisión del trabajo por parte de otros investigadores. Todo ello

posibilitó el cumplimiento del objetivo planteado en esta investigación que ha sido caracterizar las formas de producción de saberes y los modos de interacción social de una actividad matemática, elementos a partir de los cuales se describieron y caracterizaron las éticas allí presentes que moldean de una forma particular los procesos de objetivación y subjetivación en el desarrollo de la actividad matemática.

Al abordar la relación dialéctica entre la objetivación, la subjetivación y la ética comunitaria en el aula de Matemáticas no se encuentran investigaciones que se hayan desarrollado en la literatura revisada, por lo tanto, se está frente a un problema de investigación que ha sido poco estudiado. De allí que la investigación sea de tipo exploratorio, lo que hizo necesario contar con elementos metodológicos que permitieran hacer una exploración y una descripción que verdaderamente diera cuenta del objeto de estudio de los objetivos planteados. Lo anterior, teniendo en cuenta que las investigaciones de tipo cualitativo se centran en la comprensión de una realidad considerada desde sus aspectos particulares como fruto de un proceso histórico de construcción, y vista a partir de la lógica y el sentir de sus protagonistas, es decir, desde una perspectiva interna (Quintana, 2006).

Atendiendo lo expuesto, en algunos momentos la investigación se desarrolló considerando la flexibilidad y la amplitud característica de los estudios exploratorios, y en otros contemplando también el carácter dinámico y dialéctico de cada uno de los objetos de interés de este estudio. Por eso se propuso desarrollar la investigación bajo un modelo metodológico de tres etapas que se muestra en la Figura 13, cada una de estas dio cuenta de los objetivos y las principales preguntas de la investigación, estas fueron: ¿cómo se están produciendo los saberes en el aula?, ¿cómo se instauran las diversas formas de relación social?, y ¿cuáles son los procesos de objetivación y subjetivación que le corresponden a la ética identificada?

Dado que las preguntas de investigación están centradas sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje se hizo necesario establecer como unidad de análisis de la investigación la Actividad.

A partir de la observación de videos y audios tanto de los niños como de la profesora, y mediante una observación reflexiva y filosófica de estos se estableció una segmentación temática que permitió dar lugar a

un proceso de saturación teórica. Asimismo, partiendo de las formas de producción del saber y los modos de interacción social que emergen de manera natural en la actividad se establecieron algunos contrastes con las formas propuestas desde el marco teórico. En este punto es necesario resaltar la necesidad que se tuvo de recurrir al análisis multisemiótico, dado que este permitió identificar la manera como los estudiantes llegan a encontrar formas culturalmente constituidas de pensar, imaginar, intuir, simbolizar y actuar; consideración que se dio basado en lo dicho por Vygotsky (1997), quien señaló que la textura de la conciencia es de naturaleza semiótica y que, por tanto, el análisis semiótico es el único método adecuado para poder estudiar la estructura sistémica de la conciencia.

Por otra parte, teniendo en cuenta que la actividad se constituye de manera compleja no fue posible establecer un análisis de toda ella, lo que hizo necesario considerar partes de la actividad que se encuentran en movimiento y que a su vez constituyen un todo. También es importante destacar que por las limitaciones tecnológicas y humanas no fue posible dar cuenta del desarrollo completo de la Actividad y por ello solo se analizaron segmentos, sin olvidar que estos son momentos en movimiento de una totalidad que también se encuentra en movimiento y transformación.

Dada la complejidad de la Actividad se hizo necesario considerar algunos indicadores para realizar el seguimiento de la actividad, en este caso se tomaron los datos que fueron puestos en movimiento dentro de la actividad y que se evidenciaron a través de los comportamientos y las intenciones de los niños y el profesor que participaron de la Actividad. Partiendo de la idea del movimiento es necesario aclarar que los diversos segmentos que se tomaron como objeto de análisis, además de moverse, se transforman.

El interés puesto sobre el carácter mediador de la ética en los procesos de enseñanza-aprendizaje hizo necesario considerar tres etapas, las cuales se complementan entre sí y se corresponden con los objetivos específicos que se trazaron en esta investigación. Con el interés de poder desarrollar un análisis cada etapa es considerada en este capítulo de forma separada, sin ignorar que la presencia de cada una de ella se da de manera conjunta en la actividad.

Figura 13. Etapas de investigación



Fuente: elaboración propia

Etapa 1. Caracterización de la actividad

La primera intervención en el aula estuvo compuesta por cuatro tareas de generalización de patrones y una entrevista al finalizar. Las tareas fueron desarrolladas durante el año escolar en el horario de las clases de Matemáticas, mientras la profesora era la titular a cargo de todas las asignaturas del currículo con el grupo de estudiantes. A pesar de que se esperaba darle igual peso al desarrollo de los contenidos y a las formas de relación social durante las implementaciones, cuando se revisaron los videos y los audios se advirtió que esto no ocurrió del modo como se esperaba y que en particular se prestaba mayor interés a lo relacionado con el contenido matemático, mientras se dejaba de lado la importancia de los elementos caracterizadores de la ética comunitaria.

Por lo anterior se pensó hacer una segunda aplicación. Esta segunda aplicación fue necesaria debido a que durante la primera no se hizo suficiente énfasis en los elementos de la ética comunitaria durante el

desarrollo de las sesiones. Por ello en la segunda implementación algunas de las preguntas de las tareas estaban relacionadas con las formas en que los niños se relacionaban y cómo trabajaban al interior de los grupos. Esta intervención se conformó por dos tareas (tareas 5 y 6) y una entrevista final.

Para la caracterización de la Actividad se buscó rastrear las acciones desencadenadas durante el análisis, para luego proponer unidades de análisis que recibieron un nombre específico. Se inició con la revisión del desarrollo de la tarea y las formas de interacción que de ella emergían, luego se estableció una distinción en las transcripciones de las tareas y la revisión de los videos y los audios utilizando el programa NVivo, donde fue posible identificar dos tipos principales de interacciones: circunstanciales y sostenidas. A partir de esta distinción y la identificación de los objetos de atención en los segmentos establecidos fue posible organizar la información recolectada en segmentos, episodios y secuencias (el objeto de atención vinculado y no vinculados con la tarea). Posteriormente, con esta información se elaboraron representaciones gráficas del desarrollo de cada una de las tareas que son llamadas en el presente documento *cartografías*.

A partir de estas representaciones fue posible observar en los segmentos que fueron nombrados *sostenidos* las fuerzas que ejerció la tarea, y también la manera como fueron evolucionando las formas de relación que se establecían entre los niños al desarrollar la Actividad.

Posteriormente, se identificaron tres aspectos característicos principales en el desarrollo de la actividad. Cabe aclarar que estos aspectos emergieron a partir del análisis de los objetos de atención y la recurrencia (interacciones, emergencias y desapariciones en objetos de atención y las “inherente” formas de relaciones, juegos de objetos de atención que suceden mientras transcurren las acciones de la tarea y sus consecuentes relaciones, microambientes, la fuerza de convergencia en los objetos de atención y los sujetos) con que aparecían en el desarrollo de las tareas.

Finalmente, se vincularon los dos primeros análisis y el objeto de la Actividad para los procesos de objetivación, a saber: el desarrollo del pensamiento algebraico y la meta de resolver algebraicamente los problemas de secuencias figurales, en particular, los problemas de

generalización de patrones. Así, en esta parte del análisis se pudieron establecer relaciones entre el objeto de la actividad que tienen que ver con los procesos de objetivación, los objetos de atención involucrados y los distintos posicionamientos identificados. De esa manera se pudo proyectar en qué momento los objetos de atención atraían a los niños y permitieron que se involucraran de manera comprometida con el desarrollo de la tarea, estableciendo acercamientos o alejamientos entre los objetos de atención identificados y el objeto de la actividad, y manteniendo un interés simultáneo con lo que sucedía con las formas de relación entre los niños.

Etapas 2. Rastreo a los vectores de la ética comunitaria

La Actividad, de la manera como es entendida en el marco de la teoría de la objetivación, planteó la puesta en juego de procesos de objetivación y subjetivación que se fundamentan en las relaciones que se establecen con los otros, relaciones en las cuales existen actitudes éticas subyacentes. El marco analítico que se presenta a continuación y que se desarrolló desde la metáfora biológica del vector, como se mencionó en el capítulo 2, aporta al estudio de la presencia de los vectores de la ética comunitaria en la Actividad. Inicialmente se propuso una rejilla donde se consideraron los planteamientos filosóficos de Lévinas en torno a la ética y la interpretación de la Actividad desde los planteamientos de la teoría de la objetivación.

A partir de estos dos aspectos macro se establecieron los elementos que sirvieron de base para la constitución de la rejilla, estos fueron: i) el sustrato ético; ii) los vectores de la ética comunitaria; y iii) los componentes de la ética comunitaria, estos fueron, la excedencia, la acogida (hacerse cargo), la inmanencia, el encuentro-diálogo, la proximidad (empatía) y la exposición. También se consideró la relación de alteridad, “otredad”, como un elemento transversal que está presente en cada uno de los componentes de la ética comunitaria. En particular, dentro de la rejilla propuesta se describieron cada uno de sus elementos mediante indicadores de presencia de los componentes y posicionamientos.

Los sustratos responsabilidad, socialidad y sensibilidad hacen referencia a los rasgos filosóficos que fueron considerados para el vector y sus componentes. Es así como cada sustrato se corresponde con un vector

de la siguiente manera: la responsabilidad se refiere al sustrato y al vector de la ética comunitaria dada su complejidad y antecedentes filosóficos, el vector cuidado del otro se corresponde con el sustrato socialidad, y el vector compromiso en el trabajo conjunto está vinculado al sustrato sensibilidad.

El siguiente momento en el desarrollo de esta segunda etapa lo constituyó la identificación de marcas de los componentes de los vectores de la ética comunitaria. Para ello se hizo uso de los indicadores considerados en la rejilla propuesta y nuevamente se utilizó el programa NVivo, dado que mediante su uso se hicieron marcas en los segmentos identificados durante la caracterización de la Actividad. De esta manera se identificaron los segmentos que daban muestras de presencia de los vectores de la ética comunitaria. En el capítulo de anexos se encuentra adjunta la información de los segmentos que conforman cada uno de los episodios, y también si el objeto de atención es de subjetivación u objetivación y la marcación y sustrato ético al que corresponde.

Etapas 3. Ética comunitaria en los procesos de objetivación y subjetivación

Tal y como se señaló en la introducción de este capítulo, el proceso metodológico que se ha seguido en esta investigación tiene principios histórico-culturales y multisemióticos. Por lo tanto, se tiene que este estudio se ha constituido en la medida en que se han ido analizando los datos, cabe recordar la metáfora del navegante que implica que en el trabajo se deben ir extrayendo los elementos que son de interés investigativo a medida que se avanza en el análisis. Es por lo anterior que se ha requerido transitar por las mismas tres etapas en diferentes momentos de la investigación:

- Etapa 1: Caracterización de la actividad a partir de formas y circulación de saberes e interacción social.
- Etapa 2: Caracterización de la ética presente en la actividad.
- Etapa 3: Caracterización de los procesos de objetivación y subjetivación junto con la ética comunitaria.

De manera general, se establecieron tres momentos principales en relación con la ética comunitaria en la Actividad, estos fueron: i) el primer momento está relacionado con las acciones que se llevaron a cabo, así como los posicionamientos o las actitudes que tomaron las personas y cómo estos determinaron la presencia o no de los vectores, lo que quiere decir que los vectores se constituyen en una existencia viva en la Actividad; ii) el segundo momento tiene que ver con la manera como cada vector hizo presencia, en otras palabras, se relaciona con el modo o los rasgos que aportaron los componentes de los vectores para el desarrollo de la Actividad; y iii) el tercer momento se vincula con la relación que se dio entre los vectores y la ética comunitaria, la dialéctica entre los vectores y la presencia de la ética comunitaria.

Finalmente, se propuso la existencia de tres relaciones entre los procesos de objetivación y subjetivación y la ética comunitaria. Los vectores cobraron vida en diferentes personas, al inicio fue la profesora quien los encarnó, pero al finalizar la implementación los vectores también fueron evidenciados en las acciones de los niños.

Caracterización de la Actividad

En este capítulo el interés está puesto sobre los diversos análisis que se siguieron para dar cuenta del primer objetivo trazado. En el desarrollo de la investigación se han recorrido varios caminos que permitieron tener una mayor comprensión del proceso seguido y de los resultados que se iban obteniendo. Desde que se inició el análisis se mantuvo el interés por realizar un seguimiento de los aspectos éticos que emergen en un aula de clase de Matemáticas, un aula regular donde los 38 niños pertenecientes a esta participaban, reían, opinaban y aportaban al desarrollo de cada una de las clases.

En ningún momento se quiso que el aula donde se hicieron los análisis fuera depurada de las diversas realidades que se ponen en juego en una clase de Matemáticas, por ello la totalidad de los videos realizados fueron transcritos y posteriormente organizados para extraer la información sobre las formas en que interactuaban y colaboraban los participantes de la clase tanto al inicio como al final. También se rastrearon las diversas formas en las que circuló el saber y las relaciones que se daban con las formas de interacción. Es importante recordar que la Actividad (con A mayúscula, grafía que hace referencia a las actividades en conjunto como un proceso que se desarrolló desde la tarea 1 hasta la 6), o la “labor conjunta” como es denominada en la teoría de la objetivación, se fundamenta a partir de dos ejes claros y precisos que se dividieron para permitir un mayor análisis y comprensión de lo que sucedía en el aula, pero que en realidad, como se verá con más detalle en este capítulo, se mueven juntos de manera dialéctica.

El objeto de la Actividad como fue descrito en el segundo capítulo se planteó a partir de dos procesos constitutivos del aprendizaje: los procesos de objetivación y subjetivación. El objeto de la Actividad propuesto para los procesos de objetivación fue el desarrollo del pensamiento algebraico acerca de secuencias figurales, y la meta

propuesta fue resolver algebraicamente los problemas de secuencias figurales. El objeto de la Actividad que se planteó para los procesos de subjetivación fue propiciar un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que buscara la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas que se constituyen histórica y culturalmente, discursos y prácticas que están en permanente evolución; y la meta relacionada con este objeto fue fomentar actitudes favorables en las personas para tener una vida buena, basada en una sana convivencia y valores para la participación democrática e inclusiva en los asuntos públicos y políticos de la comunidad, mediante relaciones basadas en la responsabilidad y la alteridad.

Para realizar la búsqueda y el seguimiento de estos objetos de la Actividad se partió de la idea de que el saber siempre sería rastreado en la relación con los otros, lo que hizo que las diversas formas de relacionarse afectaran la disposición de las tareas y esta afectara a su vez a los sujetos involucrados. Dado que la tarea se despliega en un escenario colectivo fue necesario prestar especial atención a las interacciones que tuvieron lugar en su desarrollo, teniendo presente que la dimensión social no es un instrumento que se halla al servicio de la conceptualización (Radford, 2018), sino una parte entera del aprendizaje. En ese sentido, no es la simple presencia de la interacción lo más importante, pues lo que es verdaderamente relevante es la forma de la interacción o la forma de la relación con el otro.

Teniendo en cuenta lo anterior, el análisis que se describe a continuación está compuesto de tres partes, a la vez se corresponde con tres momentos en el desarrollo metodológico. Cabe destacar que a medida que se avanzaba en el análisis iban emergiendo necesidades puntuales para lograr capturar la caracterización de la actividad desarrollada a lo largo de la implementación de las seis tareas propuestas. En la primera parte del análisis se estableció la caracterización de la Actividad mediante el proceso descrito en el tercer capítulo, la cual permitió la elaboración de una representación gráfica o cartografía de cada una de las actividades desarrolladas a lo largo de la implementación. En la segunda parte se identificaron tres aspectos característicos de la Actividad que fueron llamados: i) *aspecto instruccional*, ii) *atención a la tarea*, y iii) *agresión y violencia*.

En todas las tareas, al iniciar la sesión y al finalizar en algunas, se observó un aspecto instruccional, en las primeras tareas este aspecto se caracterizaba por que la profesora era quien establecía las diversas dinámicas para el desarrollo de las sesiones, y los niños recurrían constantemente a la profesora para validar los resultados o las respuestas que encontraban. Otro aspecto identificado en la actividad fue la *atención a la tarea*, en ese sentido los niños involucrados mostraban un interés marcado por dar solución a la tarea y dejaban de lado aspectos que pudieran generar distracciones o interacciones diferentes a aquello que estaba vinculado con la tarea. El tercer aspecto identificado en la Actividad se nombró *agresión y violencia*, el cual se evidenció principalmente durante el desarrollo de las tareas 1, 2 y 3, donde la mayor parte del tiempo se daban interacciones de tipo violento y agresivo entre los niños mientras que lo que tenía que ver propiamente con el abordaje de la tarea se presentó mínimamente, esto sucedió porque las mismas relaciones entre los niños involucrados no permitía avanzar en aspectos relacionados con la tarea (acciones que bloquen, tejen puente o generan conexiones con el contenido de la tarea).

En la tercera parte del análisis se involucraron los dos análisis anteriores y el objeto de la Actividad. El análisis multimodal en cada una de las tres partes descritas da cuenta de los diversos medios semióticos de objetivación que fueron movilizados por los estudiantes en el desarrollo de la Actividad. Luego, tomando como base los elementos emergentes en este capítulo, se constituyeron las respuestas a algunas preguntas de la presente investigación, las cuales se explicitan en el desarrollo del siguiente apartado.

Análisis multimodal ¿cómo colaboraron y cómo circularon las ideas?

Los objetos de atención

Si se conciben las matemáticas como un sistema histórico-cultural de pensar y de actuar en el mundo, un sistema dinámico de transformación perpetua que no puede ser revelado a la conciencia de los estudiantes si no es a través de la actividad humana colectiva, el aprendizaje de las matemáticas no puede comprenderse si no es como un proceso relacional y afectivo entre estudiantes y profesores (Radford y Lasprilla,

2020). Decir que el aprendizaje es relacional conduce a reconocer que este incluye necesariamente una dimensión ética.

Es así porque toda relación entre dos o más personas implica ya una manera de posicionarse y de dirigirse al otro, y es precisamente ese posicionamiento relacional la sustancia de la ética. Los posicionamientos de los estudiantes frente al otro se reflejan:

1. En la actitud que toman respecto a la tarea.
2. En la forma como perciben su participación en la realización de la tarea.

En general, las relaciones humanas ocurren en el marco de una Actividad, la cual está sustentada por dos ejes: las formas de circulación del saber y las formas de colaboración humanas.

Dado los intereses de esta investigación, en un primer momento se pretendió responder a la pregunta ¿cómo funciona el colectivo?, y en particular ¿cómo funciona la sala de clase (sujetos, objetos y relaciones)? Con este propósito se situó la mirada en la Actividad y sobre su progreso. Para responder a las preguntas se conformaron episodios, los cuales, a su vez, están constituidos por la agrupación de segmentos según los objetos de atención y los posicionamientos de los estudiantes involucrados.

La profesora y 38 estudiantes con edades entre los 9 y 10 años conformaron el grupo grueso con quienes se desarrollaron las tareas. Cabe destacar que para efectos de esta investigación y debido a las limitaciones tecnológicas solo se seleccionaron algunos grupos de estudiantes para ser filmados durante el desarrollo de las clases. El criterio para la selección de los grupos a analizar estuvo en considerar los videos y audios que se grabaron con mejor calidad en imagen y sonido. Teniendo en cuenta que el salón contaba con 38 estudiantes y ventanas y espacio amplio, la calidad del sonido e imagen en algunos videos fue muy limitada.

Ahora bien, la aplicación de la actividad se dividió en dos momentos principales: el primero se desarrolló con la profesora investigadora, quien es la titular del grupo de estudiantes, durante nueve sesiones

continuas de trabajo cuya duración fue 1 hora cada una (dos veces por semana). El segundo momento se desarrolló nueve meses después de esta aplicación inicial donde se realizaron seis sesiones más, dos veces a la semana. Estos se diferencian por el hecho de que durante el primer periodo la profesora que dirigió las tareas también era la profesora titular de los niños y desarrollaba con ellos las otras asignaturas del currículo (inglés, español, ciencias, sociales, informática); mientras que en el segundo momento la profesora solo asistía al colegio para desarrollar las tareas propuestas con los niños, quienes contaban con una profesora distinta para el desarrollo de la asignatura de Matemáticas y el resto de las materias del currículo.

En la primera parte de la aplicación, desarrollada durante el año 2018, los estudiantes se agruparon de diversas maneras según las tareas: en la primera tarea iniciaron 6 grupos cada uno conformado por 6-7 estudiantes que fueron asignados por la profesora; a partir de la tarea 2 los estudiantes trabajaron en grupos de 2-3 con compañeros que estaban con ellos en los grupos iniciales y al finalizar la primera parte de la aplicación; en la tarea 4 trabajaron en parejas, las cuales fueron organizadas por la profesora. Finalmente, al terminar la implementación se realizó una sesión de entrevistas con algunos de los niños que participaron de las grabaciones de la clase.

En la segunda parte, desarrollada en el año 2019, los estudiantes se organizaron libremente en equipos conformados por 2-3 participantes. Se diseñaron dos tareas y una entrevista al finalizar la aplicación. Cada tarea se resolvió en tres y cuatro sesiones cuya duración fue de 40 a 50 minutos cada una.

Es necesario aclarar que para la investigación se decidió realizar el análisis de los datos sin plantear categorías establecidas, puesto que se permitió que a través del análisis de los datos (Radford y Lasprilla, 2020) se analizaran los aspectos que eran necesarios para dar cuenta de la caracterización de la Actividad. En el desarrollo del documento, como se ha estado haciendo, se seguirán utilizando dos formas de hacer referencia a la Actividad desarrollada: la primera la actividad escrita con a minúscula hace referencia a las distintas actividades desarrolladas en la aplicación de cada una de las tareas; y la segunda Actividad escrita con A mayúscula para hacer referencia a la Actividad que tuvo lugar en el desarrollo total de la aplicación, esta última se puede ver como la

Actividad que encapsula las actividades desarrolladas en cada una de las tareas.

Una vez terminada la recolección de los videos y los audios se elaboraron las transcripciones de estos, considerando diversos grupos en cada una de las sesiones por tarea. Posteriormente en las transcripciones se identificaron cuáles eran los segmentos en los que se evidenciaban interacciones relevantes entre los estudiantes, mediante el uso del programa NVivo y la creación de nodos en el programa. Para la creación de los nodos fue necesario establecer categorías emergentes que permitieran organizar los datos, y en su análisis emergieron tres categorías iniciales que fueron llamadas *interacciones circunstanciales*, *interacciones sostenidas* e *interacciones no sostenidas*, las cuales se describen a continuación.

Interacciones circunstanciales:

Las interacciones que son esporádicas o tratan sobre temas ajenos al desarrollo de la tarea y aparecen una única vez en el desarrollo de la transcripción son llamadas *interacciones circunstanciales*. Estas se pueden dar por diversos motivos, pero principalmente se caracterizan por aparecer de manera eventual en periodos cortos de tiempo.

Interacciones sostenidas:

Las interacciones que denotan un tiempo considerable de desarrollo o tienen un contexto de interacción prolongado son llamadas *interacciones sostenidas*. Dentro de esta categoría se identificaron dos tipos de interacción, a saber: las no vinculadas con la tarea y las que están vinculadas con la tarea. Las *interacciones no vinculadas* con la tarea ocurren cuando el objeto de atención no está relacionado de manera directa con la tarea, sino con aspectos externos como son, por ejemplo, los juegos, las actividades diversas, entre otros; y las *interacciones vinculadas* con la tarea son aquellas en las que el objeto de atención está centrado en algún aspecto de relación directa con la tarea como, por ejemplo, responder una pregunta, proponer una solución, etc.

A cada uno de los segmentos que fueron identificados como sostenidos vinculados con la tarea y como sostenidos no vinculados con la tarea se les realizó un segundo filtro de análisis donde se identificó en ellos

los siguientes elementos: objeto, motivo, rol y posicionamiento de interacción. Esta revisión arrojó información sobre las formas de interacción que se hacían presentes en cada una de las tareas, pero, posteriormente, fue necesario afinar el análisis de estos elementos por lo que se realizó un tercer filtro de análisis donde las categorías observadas en los segmentos identificados inicialmente fueron: objeto de atención, posicionamiento y saber —para el caso de las vinculadas con la tarea—.

Posteriormente, se realizó una categorización en episodios en los cuales se pretendían agrupar los objetos de atención similares de cada uno de los segmentos identificados. A cada uno de los episodios identificados se les asoció una intención de saber y mediante el uso de colores y unas convenciones, a partir de las interacciones observadas, se elaboró una representación gráfica de cada una de las tareas y los episodios identificados. De esa manera se obtuvo una caracterización de la actividad por tareas mediante una representación gráfica.

En el contexto del aprendizaje, las formas de producción de saberes tienen que ver con las maneras como las ideas circulan en el aula o en el espacio de enseñanza-aprendizaje. Estas dependen de las formas que se adopten para la indagación de problemas como, por ejemplo, las maneras en que se justifican las acciones o las maneras como se acepta la verdad de un enunciado, lo que se admite como evidencia, los tipos de argumentación, etc. Dichas formas de producción de saberes son impulsadas por esfuerzos colectivos basados en la historia y la cultura, donde el profesor y los estudiantes trabajan juntos para alcanzar niveles profundos de conceptualización matemática.

Las formas de colaboración humana Leóntiev (1984) como se citó en Radford (2019) tienen que ver con la naturaleza de la *interacción*. La concepción de interacción parte de considerar la necesidad de estar permeando cada fase de la actividad matemática, por tanto, se trata de una concepción en la que el estudiante está siempre activo, pero también el profesor.

Por otra parte, el concepto de *objeto de atención* emergió como herramienta para la organización de la información. Su conceptualización es subjetiva porque es rastreado desde el punto de vista del sujeto y pretende dar cuenta de aquellos aspectos en los cuales convergían momentos de la actividad, pero que no necesariamente se relacionaban con los elementos de la tarea.

A continuación, se describen las representaciones gráficas de la actividad en cada una de las tareas implementadas.

i. Caracterización de la actividad tarea 1

Tanto en la tarea 1 como en las tareas posteriores se utilizaron las convenciones que se muestran en la siguiente tabla (ver Tabla 1) para la colorimetría y para demarcar los elementos considerados en los diagramas.

Tabla 1. Convenciones y colorimetrías en representaciones gráficas

Posicionamiento	Color
Ejecutor de instrucciones	Gris claro
Trabajo individual	Gris oscuro
Interesado en la tarea	Azul claro
Actitudes para involucrar a los compañeros	Azul medio
Solidaridad	Azul oscuro
Diálogo entre niños, situaciones varias	Amarillo claro
Reclamos	Amarillo oscuro
Poca atención al grupo	Amarillo quemado
Actitud sumisa ante los compañeros	Amarillo verdoso fuerte
Oportunismo, sacar provecho del otro	Naranja claro
Desprecio, burla, humillación	Naranja fuerte
Agresión, exclusión, violencia	Rojo fuerte
Incomprensión	Verde claro
Objeto de atención saber	Verde claro azulado
Solicitar aprobación de la profesora	Verde aguamarina
Instrucciones profesora	Morado oscuro
Frustración	Morado claro

Fuente: elaboración propia

Tabla 1. Convenciones y colorimetrías en representaciones gráficas

	Ambiente generado por un objeto de atención y diversos posicionamientos de interacción
	Dirección de afectación del ambiente sostenidas vinculadas con la tarea
	Dirección afectación ambiente sostenidas no vinculadas con la tarea
	Objeto de atención del saber involucrado
	Estudiante o profesora en interacción circunstancial
	Estudiante en interacción sostenida
	Interacción particular entre estudiantes
	Microambiente

Fuente: elaboración propia

Figura 14. Caracterización actividad tarea 1



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Durante la actividad de la tarea 1 se notó un marcado utilitarismo, en el sentido de que las interacciones se daban en pos de la obtención de algún beneficio propio en relación con la tarea, por lo tanto, en la actividad no se advirtió un interés genuino por el otro en lo que respecta a su opinión o su postura; más bien el objeto de atención era dar una solución acertada a la tarea propuesta por la profesora. En el capítulo de anexos se describen en detalle los segmentos que componen cada una de las nubes o los microambientes del diagrama.

En cuanto a los posicionamientos de los estudiantes se observaron con frecuencia agresiones y exclusiones durante el desarrollo de la actividad de la tarea 1 en los dos grupos filmados. Agresividad (negativa): Danilo (E4) y Julián (E5) se ofendieron de manera verbal diciendo que eran fastidiosos mutuamente, Gabriel (E8) y Adrián (E25) se ofendieron por su apariencia física y realizaron comentarios que sugieren la exclusión de uno por el otro de manera mutua. También se observaron muestras de inseguridad para participar oralmente ante el grupo completo, pues los niños no hablaban con facilidad cuando se les preguntaba por la tarea y se resistían a ser quienes debían pasar al tablero a comentar lo realizado por el grupo.

En relación con las formas de producción de saber el posicionamiento de los niños estuvo influenciado por el papel de la profesora y su asignación de poder, dado que en la mayoría de los niños recurría constantemente a ella para solicitar su aprobación frente a las respuestas que obtenían. Este fue el caso de Maryhú (E1) en el grupo 1.

Respecto a las estrategias de solución que fueron empleadas por los niños durante el desarrollo de esta tarea emergieron cuatro estrategias principales que fueron: i) adivinar los valores solicitados probando con diversos números que eran propuestos por algunos niños al azar como respuesta a las preguntas, debido a que no habían comprendido lo que se les solicitaba; ii) el conteo que hacían los niños de las figuras dibujadas luego de haber realizado todos los dibujos de cada una de las figuras en cada posición; iii) “sumar dos al anterior” tanto en el trabajo en grupo como durante la socialización, donde los niños verbalizaron como estrategia sumar dos unidades a las cantidades que iban obteniendo a medida que avanzaban en posiciones de la secuencia; y iv) “sumar los valores horizontales y verticales del dibujo de cada posición”, la cual fue propuesta por dos grupos durante la socialización.

Los episodios marcados como no vinculados con la tarea fueron dirigidos hacia los otros en su totalidad al señalar incomodidades, preguntar, proponer juegos, entre otras acciones; también, en general, se advirtió un gran peso de la consideración del otro cuando se trataba de dialogar o interactuar sobre temas ajenos a la tarea. En los episodios vinculados con la tarea la mayor parte de la atención estuvo enfocada en la solución de la tarea, esos episodios fueron: instrucciones, responder y discutir, estrategias; aunque también se dieron momentos en los que el

interés se puso en lo que hacían los compañeros, concretamente en las acciones de organización de grupo y acuerdos.

Los objetos de atención identificados en cada uno de los segmentos hicieron posible el reconocimiento de los episodios, en los cuales están presentes de manera simultánea las formas de colaboración y las formas de producción de saber en movimiento continuo y prolongada transformación.

ii. Caracterización de la actividad tarea 2

Figura 15. Caracterización tarea 2



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

En la actividad desarrollada se pudo notar un dinamismo donde participaban diferentes elementos que le daban forma; además, se advirtió un marcado interés de algunos alumnos por obtener respuestas bajo cualquier acción porque lo importante para ellos era obtener la respuesta solicitada, aquí se vio la gran fuerza que tiene el interés por conocer cuáles son las formas de interacción de los niños. En particular, Nicole y Jennifer querían acceder a una respuesta y con ese interés no les importó tomar la hoja de los compañeros sin su autorización, por otro lado, las dos niñas se hicieron cómplices de una mentira ante la profesora porque querían mostrarle que sí habían realizado el trabajo propuesto para que por ello la profesora les ayudara con la respuesta que buscaban. Dicho interés por acceder a la respuesta buscada marcó las formas de interacción dadas durante la actividad de la tarea 2.

También se presentó un marcado interés por desarrollar la tarea de manera individual, este fue el caso de Jennifer (E22) que fue designada como líder del grupo por parte de la profesora. Además, resalta el posicionamiento de Nicole (E21) por memorizar respuestas sin considerar ningún interés por la comprensión de los procesos que le

permitían obtener las respuestas, y del mismo modo llama la atención el posicionamiento de Fabián (E23) de sumisión porque obedeció sin hacer ningún cuestionamiento a lo que le decían Jennifer o Nicole. De otra parte, se evidenció que ante la imposibilidad de comprensión del punto 4 de la tarea, Jennifer (E22) y Nicole (E21) pensaron en copiar la respuesta del grupo de Cavid (E11), quien es considerado un niño aventajado en las matemáticas.

El papel desempeñado por la profesora es regulador en el desarrollo de la socialización de la tarea, pues fue quien planteó las preguntas e intentó poner en discusión las respuestas propuestas por los niños, quienes expresaron con tranquilidad el no haber resuelto el total de preguntas propuestas en la tarea.

El diagrama de la Figura 16 muestra que la mayor parte del tiempo las interacciones que se dieron fueron de carácter agresivo, por eso las nubes tienen un tono naranja. Pero en el desarrollo de la actividad también hubo fuertes muestras de trabajo como ejecutores de instrucciones y trabajo individual, lo cual fue demarcado en la figura con un color gris; estas interacciones se dieron al inicio y al finalizar la actividad. Durante la tarea 2, E21 y E22 mostraron agresión hacia su compañero E23, quien asumió una actitud sumisa.

iii. Caracterización de la actividad tarea 3

Figura 16. Caracterización tarea 3



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

La mayor parte de la actividad de la tarea 3 el objeto de atención estuvo relacionado con resolver la tarea, lo que cambió en el desarrollo de esta actividad fue que en algunos momentos el objeto se trasladó a otras situaciones debido a las formas de interacción dadas entre Fabián (E23) y Tomás (E24), pues cada uno de los niños quería resolver la tarea de manera individual y no dieron espacio para realizar un trabajo conjunto.

La situación fue notoria durante la primera sesión donde los niños abordaron poco la tarea y se agredieron verbalmente en varias ocasiones, así como en la segunda sesión donde se dio el desenlace debido a que Tomás no aguantó más que Fabián no le permitiera participar en el desarrollo de la tarea y le reclamó en varias oportunidades por ello. Los niños no habían trabajado juntos en anterior oportunidad, además, Fabián venía de sentirse marginado por sus compañeras en el trabajo en grupo durante el desarrollo de la actividad 2. La interacción entre los niños durante la actividad llegó al maltrato físico de parte de algunos de ellos. Finalmente, Fabián tomó una actitud a la defensiva por lo que sus compañeros le decían y porque se sintió excluido por ellos.

Durante la socialización de la tarea la profesora discutió los diferentes puntos propuestos en la tarea y no realizó ningún comentario en relación con las formas de relación de los niños, en particular la situación presentada con Fabián (E23) y Tomás (E24), sin embargo, la profesora no tenía conocimiento de todo lo que había ocurrido entre los niños y sus compañeros.

En el diagrama de la Figura 16 sobresale el color naranja y rojo que expresa las relaciones agresivas y nada colaborativas entre Tomás y Fabián, también la situación de exclusión y agresión física que se presentó con Fabián.

iv. Caracterización de la actividad tarea 4

Figura 17. Caracterización tarea 4



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

La actividad de la tarea 4 se caracterizó por estar direccionada por las intervenciones de la profesora, a pesar de que los niños se involucraron en la solución de la tarea, en la mayoría de las intervenciones de la profesora se percibe un direccionamiento a una interpretación particular de la tarea. En particular para los niños la solución de la tarea

estaba en sumar de a dos, o el doble de un número y la profesora insistió en varias oportunidades en recalcar que esa estrategia no era suficiente que además era necesario sumar dos.

A diferencia de las anteriores tareas en esta oportunidad los niños trabajaron de manera conjunta y se apoyaron en las actividades que realizaban para dar solución a las preguntas, en varias oportunidades los niños no hablaban entre ellos, solo se miraban para saber que estaban hablando de lo mismo. También expresaban con tranquilidad a su compañero cuando no comprendían algo y entre los dos trataban de darle solución o buscaban ayuda.

Durante la segunda sesión fue la profesora quién realizó la socialización, ya que las respuestas que los niños proponían no coincidían con lo que la profesora esperaba. Esto ocasionó que se distorsionara el objetivo de la socialización y en lugar de centrarse en conocer los desarrollos de los niños, se centrara en el interés de la profesora por explicar la manera correcta en que debían responderse las preguntas de la tarea.

v. Caracterización de la actividad tarea 5

Figura 18. Caracterización tarea 5



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

En el transcurso de la actividad de la tarea 5 la mayoría de las interacciones entre las niñas estuvieron relacionadas con mostrar interés por la tarea y proponer acciones o tener actitudes para involucrar a los compañeros, lo que fue motivo de varias discusiones entre las niñas debido a que cada una exponía su punto de vista o lo que consideraba correcto hacer y no lograban ponerse de acuerdo. Es necesario resaltar que, aunque en este grado los estudiantes ya no requieren tanta ayuda por parte de la profesora, las niñas la consideraban necesaria cuando no lograban ponerse de acuerdo entre ellas, en estos casos llamaban a

la profesora para que fuera ella quien tomara la decisión respecto a la situación que discutían. Generalmente las niñas llamaron a la profesora cuando no comprendían las preguntas de la tarea y como solución cada una proponía una estrategia sin lograr ponerse de acuerdo entre todas.

Durante la socialización de la actividad los estudiantes participaron de manera activa, superando los silencios prolongados que ocurrían en el desarrollo de las socializaciones de las primeras tareas. Aquí llama la atención la frustración que experimentó la profesora al finalizar la tarea, debido a que las palabras que empleó durante la socialización no tenían el mismo significado para ella que para los niños, en este caso se hace referencia concretamente a la palabra tarea.

En relación con las estrategias empleadas para acceder al saber las niñas recurrieron al conteo, que fue la estrategia sugerida inicialmente por la profesora, pero en esta oportunidad las estudiantes elaboraron unas tablas que les permitieron conocer los valores lejanos de la secuencia. Además, en esta tarea tuvo mucha importancia comprender la configuración espacial de la secuencia, dado que en un comienzo no la entendían con claridad, lo que hizo necesario que la profesora estableciera una discusión con los niños frente a la manera como estaban construyendo las figuras, para que ellos se encontraran luego en la capacidad de hacer el conteo necesario para responder a las preguntas propuestas. También es necesario retomar que la profesora propuso realizar una tabla para que los niños pudieran establecer la cantidad solicitada para las figuras lejanas, dado que la mayoría de ellos optaron por realizar el dibujo de cada posición y luego contaron en el dibujo, estrategia que les tomaba más tiempo para poder establecer los valores de las posiciones lejanas solicitadas en la tarea.

vi. Caracterización de la actividad tarea 6

Figura 19. Caracterización tarea 6



Caracterización tarea 6

[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

El principal objeto de atención durante la actividad de la tarea 6 fue darles una solución a las preguntas propuestas. El aspecto que motivó las interacciones está relacionado con las diferencias que se daban entre las niñas al desarrollar la tarea, ya fuera para escribir en la hoja del grupo o para acordar lo que se escribiría en ella. Las intervenciones de la profesora consistían en cuestionar lo que los estudiantes decían o para lograr un mejor ambiente de colaboración al momento de abordar la tarea. El rol que se identificó fue el de la profesora, en especial durante la socialización de la tarea porque fue quien planteó las preguntas y organizó el desarrollo de la clase; de otra parte, la profesora también realizaba intervenciones en el interior del grupo para orientar o sugerir estrategias de un mejor trabajo en grupo.

El posicionamiento de las niñas E1 y E15 en el grupo fue de un interés conjunto por desarrollar la tarea, pero para las niñas E2 y E22 parecía no ser de mucha importancia el desarrollo de esta. En el caso de E1 y E22, a pesar de que tenían diferencias y en ocasiones requerían la colaboración de la profesora para comprender la tarea, ambas niñas mostraban un interés común por desarrollar la tarea juntas y al finalizar la sesión realizaron un gesto conjunto que demostraba que juntas lograron terminar.

Características generales de la Actividad

A partir de los diagramas elaborados fue posible identificar tres aspectos característicos principales en el desarrollo de la Actividad, los cuales emergieron del análisis de los objetos de atención y su recurrencia. Estos aspectos se describen a continuación.

La observación de las interacciones que fueron identificadas en las transcripciones y posteriormente verificadas en los videos permitió hacer una clasificación de estas en interacciones vinculadas con la tarea e interacciones no vinculadas con la tarea. Mediante los diagramas fue posible obtener una representación de la actividad en cada una de las tareas, teniendo en cuenta que la Actividad siempre está en continuo movimiento y que la representación gráfica lo que pretende mostrar son las principales características de ese proceso sistémico. La elaboración de los diagramas requirió la identificación de los “objetos de atención” que vinculaban los distintos segmentos dentro del desarrollo de la actividad.

Dichos objetos de atención se constituyeron a partir de los posicionamientos, los temas abordados, las estrategias vinculadas a un saber y el tiempo que transcurría en la interacción. Es importante resaltar que al iniciar la elaboración de los diagramas se tuvo en cuenta el tiempo y el contexto, es decir, los minutos que tomaban cada una de las interacciones y el marco que posibilitaba las relaciones; pero al momento de elaborar los diagramas el tiempo, que en un comienzo determinó la conformación del segmento, quedaba oculto dentro de las nubes que muestran los episodios conformados por varios segmentos que tienen un objeto de atención similar.

Por lo anterior fue necesario realizar una línea de tiempo que mostrara la secuencialidad de la aparición de los distintos segmentos en el transcurso de la Actividad, la cual, además, permitió capturar el dinamismo de la forma como se iba desarrollando y transformando la actividad. Esta línea de tiempo junto con la coloración que tomaron los segmentos, teniendo en cuenta los posicionamientos de los participantes en las diferentes relaciones emergentes, posibilitó tener una mejor idea respecto a la manera como se desarrolló la actividad.

Desde los planteamientos de la teoría de la objetivación la actividad se desarrolló en las siguientes fases (Radford, 2020):

- Presentación de la actividad por parte de la profesora
- Trabajo en pequeños grupos
- Discusiones profesor-estudiante
- Discusiones entre grupos
- Discusión general

Cada tarea implementada se planeó y se desarrolló siguiendo estas fases, es por ello por lo que en los diagramas elaborados hay unos episodios vinculados con las instrucciones y directamente con la fase de presentación de la actividad por parte de la profesora. Las siguientes dos fases —trabajo en pequeños grupos, discusiones profesor-estudiante y discusiones entre grupos— se relacionaron de manera directa en los diagramas con los segmentos marcados como circunstanciales

(representados por puntos), los segmentos vinculados con la tarea y los no vinculados con la tarea (nubes). Y, finalmente, la fase de discusión general se corresponde en los datos con los episodios marcados como acuerdos y discusiones o socializar respuestas (nubes).

Las interacciones fueron rastreadas a través de los objetos de atención, dado que estos permitían capturar la dialéctica entre las formas de interacción que luego serían formas de cooperación y formas de producción de saberes. Ello fue posible en la medida en que los niños se posicionaban frente a un saber y frente al compañero, así como al situar su interés en algún aspecto particular durante el desarrollo de la tarea.

Así pues, las interacciones que tenían lugar en relación con cada uno de los objetos de atención identificados, cuya agrupación dio origen posteriormente a los episodios que permitieron la construcción de los diagramas, guardan implícitamente la idea de que la interacción es algo que permea cada fase de la actividad matemática y contempla a las figuras de estudiante y profesor como actores que se hallan activos y en constante movimiento. Tal y como se establece en la teoría de la objetivación la dimensión social no es un instrumento al servicio de la conceptualización, tampoco es mediadora del aprendizaje; sino que es parte entera del aprendizaje. La dimensión social es la dimensión de la transformación de los estudiantes y los profesores, por tanto, es un fin en sí (Radford, 2020).

Al realizar un análisis global de los diagramas y los diferentes elementos que emergieron en cada tarea se propuso el siguiente análisis de la Actividad desarrollada durante la implementación. Es necesario aclarar que en el desarrollo de cada tarea se dieron actividades particulares con características propias cuya generalidad se intentó plasmar en los diagramas; pero cuando se menciona el término Actividad en este análisis se hace referencia a una Actividad que va más allá de lo que sucedió en una sola tarea, es decir, lo que se pretende es capturar las características generales que emergieron en el desarrollo de la Actividad global desde la tarea 1 hasta la 6.

Con el interés de capturar lo ocurrido en el transcurso de las seis tareas se propusieron “momentos de la actividad” que describen las características generales de lo que ocurrió con el colectivo clase durante el desarrollo de la Actividad. Estos momentos se describen a continuación.

Momentos de la Actividad

En las siguientes líneas, en primer lugar, se toman los elementos analizados en las distintas tareas y se propone hacer un seguimiento a las formas de interacción social y de circulación de saber que emergieron luego de identificar los posicionamientos y los objetos de atención. Después se revisa la evolución que se tuvo o no a lo largo del desarrollo de las tareas.

i. Momento instruccional

El primer momento que fue identificado se muestra en la Figura 20. A este momento se le ha dado la denominación de *instruccional* debido a que está asociado con las dinámicas de organización de la clase, particularmente con las fases de la actividad que han sido nombradas como “presentación de la actividad” de parte de la profesora y “discusión general”.

Figura 20. Momento instruccional de la actividad en las tareas 1, 2, 3, 4 y 6



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Durante las tareas 1, 2 y 3 la mayoría de los niños participaban respondiendo las preguntas de la profesora, pero no discutiendo sus puntos de vista, pues se evidenció que los estudiantes respondían para cumplir lo que la profesora solicitaba y que incluso era necesaria una fuerte intervención de la profesora para lograr que ellos siguieran las discusiones; de manera que la figura que mantuvo la interacción durante el momento instruccional fue la docente. Lo anterior muestra que los niños dependen de la profesora porque requerían que ella aprobara o validara lo que ellos realizaban, acción de los niños que obedece a una manera de actuar y de desarrollar las tareas que ha sido instaurada

en ellos a lo largo de todos los años de escolaridad que han realizado, donde la profesora siempre ha sido quien está a cargo de establecer y determinar qué es lo correcto y qué es lo incorrecto. Es por ello por lo que los niños respondieron las preguntas que planteaba la profesora y trataban de seguir sus instrucciones sin discutirlos.

En las tareas 4 y 6 se estableció un tipo de relación distinto al que se evidenció en las primeras tareas, ello durante el mismo momento instruccional. En la tarea 4 el momento instruccional fue corto en comparación con que abarcaron las anteriores tareas, sin embargo, nuevamente fue la profesora quien mantuvo la interacción. En la tarea 6 ocurrió algo distinto con respecto a las anteriores tareas y es que el posicionamiento de los niños involucrados cambió, porque en esta oportunidad mostraron un mayor interés por la tarea y no solo por cumplir con lo que la profesora estaba solicitando, es decir, que en ellos también había un interés por comprender lo que hacían para dar respuesta a las preguntas planteadas. Por esa razón la coloración de los posicionamientos en la tarea 6 es azul, a pesar de que el ambiente es de tipo instruccional debido a que la profesora propuso indicaciones tanto para la organización como para el desarrollo de la tarea y las preguntas, puesto que el posicionamiento de los niños en esta tarea es distinto respecto a los posicionamientos que tuvieron en las primeras tareas. Esto último se puede observar en el posicionamiento de E1 en los segmentos V1.2 y V6.7 de las tareas 1 y 6 respectivamente.

V1.2

(13:40 — 16:22)

27 Profesora: ¿acá quién es el líder? (*Valentina levanta la mano y la profesora le entrega una hoja*). Colocas el nombre del grupo en la hoja. Listo chicos, Danilo ¿ya? A cada grupo le entregué una hoja cuadriculada, esta hoja es la única que vamos a ver todo el grupo y aquí van a responder las tres preguntas iniciales; discutiendo entre ustedes van a poner las respuestas en esa hojita ¿listo? Solo va a haber una hoja por grupo, cuando vayamos a escuchar lo que dice cada grupo yo escojo quién del grupo viene acá adelante y nos cuenta, quiere decir que todos deben saber qué es lo que se va a escribir y deben estar de acuerdo en la respuesta que vayan a colocar, ¿listo? Si del grupo de los inteligentes escribió Valentina, voy a pasar a Julián... Julián pase y cuéntenos qué escribieron

ahí en la respuesta número uno. Cualquiera puede pasar ¡listo!, por esos es importante que todos sepan lo que van a poner en esta hoja. ¡Listo, clarísimo!, entonces ahora van a leer la pregunta uno y la van a resolver en esta hojita, listo...si cada uno quiere cada uno puede rayar detrás de la hojita blanca si quieren hacer primero las respuestas allí, empezamos a partir de ya, tenemos 15 minutos (12:13 audio).

28 E1-Maryhú: profe ¿qué tenemos que hacer?

29 Profesora: lo que tienen que hacer es responder la pregunta uno, extiende la secuencia hasta la figura seis, si ustedes ven... acá está hasta la figura cuatro (13:45), entonces ustedes deben dibujar cómo sería la figura cinco y cómo sería la figura seis. Dibújelo cada uno en la parte de atrás de la hoja y luego se ponen de acuerdo para pasarlo a la hoja de las respuestas, listo...entonces hágalo cada uno en sus propias hojas (*se retira a otro grupo la profesora*) (14:17).

30 E2-Valentina: ¿qué es lo que toca dibujar? (*dirigiéndose a Maryhú*).

31 E1-Maryhú: unas figuras de estas (*señala en la fotocopia mostrándole a Valentina* (15:19) *la niña se dispone a dibujar la figura en su fotocopia mientras los otros niños la observan. Danilo y Juan Felipe cantan. Los niños se miran y sonríen al mirar la cámara mientras Maryhú continúa dibujando en su hoja*) (16:22).

En este segmento la profesora dio las indicaciones respecto a la manera como la clase socializaría la tarea realizada por cada grupo. Dentro de las indicaciones dadas, la docente también había explicado en el segmento V1.1 la tarea y la manera como sugería desarrollarla; sin embargo, en la línea 28 la niña E1 preguntó “¿qué deben hacer?”, es decir, a pesar de que se han dado las instrucciones para E1 aún no era claro lo que debía realizar. De ello se puede inferir que E1 considera que es la profesora quien le puede indicar lo que debe realizar y no sus compañeros, sumado al hecho de que después de recibir nuevamente la explicación de la profesora E1 inició el trabajo de manera individual. El segmento V6.7 se desarrolló durante la tarea 6 en la que también participó E1, pero esta vez de una forma distinta a la que tuvo en la tarea 1.

V6.7

(0:00 — 3:20)

1 Profesora: ... La idea de hoy es muy sencilla, vamos a hacer dos cosas inicialmente. La primera, los voy a escuchar...recuerdan que en eso quedamos la vez pasada, que alguien del grupo nos comentará su respuesta, pero para hacerlo más rápido vamos a hacer lo siguiente: grupo uno, me escuchan, (*comenta primera pregunta*), que el grupo uno es el de acá (*señala a un grupo*), Valery va a estar ahora en el grupo uno (*hubo una pausa por dificultades con una de las cámaras*). Otra vez chicos, volvemos a iniciar (10:23 audio). Bien, entonces chicos ¿cómo lo vamos a hacer?, vamos a hacer la primera parte muy rápida que es escucharlos frente a las respuestas que ustedes hicieron, entonces grupo uno comenta la respuesta y el grupo nueve, ustedes allá atrás comentan si están de acuerdo, si no lo están, si es diferente, etc. Empezamos uno y nueve, luego dos y ocho, luego tres y siete y así, ¡listo! ¿Es claro?, yo les voy diciendo. Leamos la primera pregunta de la vez pasada, ¿quién tiene la hojita en la mano para que la lea?, Santiago Sulbaran, de la parte dos, ¿sí?, la primera pregunta de la parte dos ¿qué decía? Léela, Santiago qué decía.

2 E28-Santiago: realiza el dibujo de la figura uno.

3 Profesora: realiza el dibujo de la figura uno y de la figura cuatro (*pasa un niño al tablero a realizar el dibujo de la figura*).

4 E1-Maryhú: lo hicieron mal profe, nosotros lo acomodamos, el cinco está mal, profe.

5 Profesora: chicos vamos a hacer silencio, bien, vamos a ver acá y vamos a ir respondiendo la segunda pregunta. Juan Camilo ¿cuántos cuadros tiene la figura uno? (*varios niños gritan nueve*), ¿cuántos en total?, tiene nueve cuadros en total la figura uno. Grupo seis ¿cuántos tiene la figura cuatro?, diez y ocho. Y grupo ocho, de miguel Fabián y Adrián, ¿cuántos tiene la figura cinco?

6 E23-Fabián: veinte uno.

7 Profesora: veintiuno. ¿Están de acuerdo con el dibujo de la figura cinco?

8 E1-Maryhú: está mal profe, nosotras lo hacemos (*varios niños hablan al tiempo*).

9 Profesora: chicos hablemos de a uno, porque así no nos entendemos, si hablamos todos al tiempo no nos entendemos. ¿Qué tiene?, ¿por qué no estás de acuerdo con esta?, ¿qué no es?

10 E18-Natalia: ¿por qué está mal?

11 Profesora: ¿qué tiene mal?

12 E23-Fabián: los cuadros no están bien.

13 Profesora: no lo hicieron bien, todos los cuadros son iguales ¿qué otra cosa?

14 E1-Maryhú: no tocaba colorear esas negras.

15 Profesora: las de adentro no son oscuras ¿cuáles son las oscuras? (*algunos niños gritan las de afuera*). Las de afuera, entonces este dibujo tiene algunos errores. Miremos si tiene 21 cuadros...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, estos no son cuadros, bueno, hay varias cosas para mirar en el dibujo de la figura cinco.

16 E1-Maryhú: profe, nosotras lo hacemos.

17 Profesora: ¿cuántos habían de manera horizontal en la figura cinco?, ¿cuántos habían de forma horizontal?

18 E11-Cavid: siete profe, siete (*otros niños gritan ocho y algunos, siete profe*).

19 Profesora: cuéntenlos...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete. Y ¿vertical? (*algunos niños gritan tres*), uno, dos y tres.

20 E1-Maryhú: y en total dan veinte una.

21 Profesora: en total son veintiuno... OK, ¿estamos de acuerdo? Miremos ahora las blancas y las oscuras, vale, ¿cuántas blancas hay en la uno? (*gritan al tiempo varios niños una*), y ¿cuántas oscuras? (*gritan al tiempo ocho*) ¿Cuántas hay? ¿nueve en total? Hay ocho oscuras y una blanca en total... (*los niños gritan nueve*). En la segunda ¿cuántas blancas había? (*gritan en coro los niños cuatro*), cuatro blancas y las oscuras.

22 E1-Maryhú: catorce profe.

23 Profesora: catorce oscuras, recuerden que las blancas más las oscuras son el total y en la cinco...

Durante el segmento V6.7 la estudiante E1 se muestra interesada y atenta a todo lo que ocurre mientras la profesora propone preguntas en relación con lo que responden los niños. En las líneas 4, 8 y 14 ella insiste en querer corregir lo que realizaron sus compañeros y mostraba estar segura frente a lo que había elaborado con E15, es por eso por lo que participó activamente durante las preguntas que propuso la profesora.

Los episodios y los segmentos que conformaron este momento se caracterizaron por la fuerte presencia de la profesora como elemento de enlace para las distintas interacciones que se dieron, y también para las estrategias relacionadas con el saber que fueron empleadas por los niños. Para ese momento se agruparon los segmentos con los que inició cada una de las tareas y finalizaron las tareas 1, 2 y 3; a partir de la tarea 4 las socializaciones tomaron un carácter mucho más participativo y con posicionamientos que involucraban el compromiso de los niños con la tarea.

Durante la discusión general se vio el uso de una variedad de estrategias para dar solución a las preguntas. Entre las estrategias que más utilizaron los niños se encuentran el conteo, probar con valores numéricos, darle importancia a la distribución espacial de las secuencias, hacer sumas de dos en dos, multiplicar por dos, sumar la cantidad horizontal y vertical de las figuras de la secuencia. Durante la tarea 1, a pesar de que los niños proponían sus estrategias ante el grupo, la profesora debía retomar lo dicho por los niños y preguntar si los compañeros entendían lo que aquellos proponían, por lo que no se logró una discusión directa entre los mismos estudiantes, sino que esta fue mediada con la intervención

de la profesora. En las siguientes tareas la dinámica de socialización de estas se tornó diferente a partir de la tarea 4, dado que la participación de los niños era más comprometida y de discusión con lo que proponían los compañeros.

Los microambientes generados durante este momento estuvieron centrados sobre la tarea, y a pesar de que había consideraciones de los compañeros estas no se tomaron como relevantes.

ii. Momento atención a la tarea

El segundo momento denominado atención a la tarea que se muestra en la Figura 21 está vinculado con dos objetos de atención: los otros y la tarea. Respecto a la tarea 1 llama la atención que la nube o el microambiente que tiene que ver con los compañeros de clase se centra en la incomodidad que generan las acciones o las palabras de los otros, los compañeros; ello da muestras de que hubo una relación tensa entre los niños durante el desarrollo de la tarea, lo cual pudo deberse a que esa era la primera vez que trabajan de manera colectiva y en grupos, pues habitualmente sus clases se desarrollaban de manera individual.

En cuanto a las estrategias utilizadas, los niños discutieron entre ellos o con la profesora los caminos que podían seguir para resolver las preguntas de la tarea. En este caso las nubes son de color azul porque reflejan el posicionamiento de los niños de mostrar interés por darle una solución a la tarea. Durante la tarea 1 el estudiante E6 jugó un papel importante porque participó con frecuencia.

Figura 21. Momento atención a la tarea de la actividad en las tareas 1, 4, 5 y 6



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Durante las tareas 2 y 3 no se evidenció interés alguno por abordar la tarea de manera consciente o por discutir con los compañeros, por ello los episodios que conforman este momento pertenecen únicamente a las tareas 1, 4, 5 y 6. Es importante tener presente que los episodios de la primera tarea fueron cortos, mientras que en el diagrama de la tarea 5 se utilizó mayormente el color azul debido a que el posicionamiento de los involucrados estaba marcado por participar con interés en el desarrollo de la tarea.

A continuación, se relacionan los segmentos V1.3 y V 6.5 donde, si bien los dos se desarrollaron durante la fase de “trabajo en pequeños grupos”, se establecieron relaciones muy distintas. La diferencia se halla en que durante el segmento V1.3 los niños interactuaron desde un posicionamiento individual, pues cada uno propuso algo en la medida en que la profesora preguntaba, pero no hubo lugar a un común acuerdo donde fuese posible que los niños discutieran lo que cada uno consideraba, aun cuando la profesora sugería que el trabajo se hiciera de esta forma: escuchando a los compañeros. Además de esta falta de común acuerdo, en la línea 44 del segmento se evidencia que el estudiante E4 se burló de lo realizado por el compañero. Así se vio que a pesar de que la profesora sugería un trabajo colaborativo, los niños se posicionaban de una manera tal que no se dio el espacio para este tipo de interacción que proponía la profesora.

V1.3 **(16:23 — 19:30)**

35 E1-Maryhú: profe (*la llama y le entrega la hoja donde colocó lo que para ella es la respuesta al primer punto y tapa con una pasta del cuaderno su hoja*) (17:57).

36 Profesora: listo, tú ya tienes tu respuesta, ponte de acuerdo para la respuesta del grupo... ¿Ustedes ya respondieron? (*se dirige a los otros niños del grupo*), ¿no?, háganla.

37 E2-Valentina: ellos están cantando (*señala a Danilo y a Juan Felipe*).

38 E5-Julián: son nueve.

39 Profesora: él dice que son nueve en la cinco ¿cuántas son? (*dirigiéndose a Maryhú, pero ella no responde*). Eso es lo que tienen que ponerse de acuerdo para responder en la hoja.

40 E6-Juan Felipe: uno, dos tres, cuatro y cinco...en la tres hay cinco.

41 Profesora: en la tres hay cinco, luego en la cinco no puede haber cinco, eso es lo que ustedes se tienen que poner de acuerdo.

42 E5-Julián: ¡mire!, ocho...no, mentiras, son nueve (18:35) (*mostrando su dibujo a Valentina, que no dice nada. El resto de los compañeros no lo ve porque están haciendo el dibujo de cada uno en su propia hoja*) (18:41).

43 E6-Juan Felipe: ustedes las hacen en desorden.

44 E4-Danilo: ja, ja, ja (*se ríe y se burla del dibujo de Juan Felipe*) (18:51).

45 E6-Juan Felipe: y en la seis son once, en la seis son once (*repite, pero ninguno de los compañeros dice nada. Mientras él dice eso, Danilo le está pidiendo prestado un borrador a Julián y él se lo lanza de mala manera, de forma que cae al piso. Juan Felipe no presta atención y lo levanta del piso*) (19:08). En la seis son once (le dice a Danilo) porque nueve, diez y once (*cuenta con sus dedos*).

46 E6-Juan Felipe: y en la seis once.

En el segmento V6.5 se evidencia el trabajo conjunto que realizaron las estudiantes E1 y E15 para dar respuesta a las preguntas. Con ese propósito cada una de ellas aportó su comprensión para ir entendiendo y dar la solución, y también llegan al acuerdo de definir quién debía escribir dentro del grupo. Mientras eso sucedía la atención de las estudiantes E1 y E15 estaba puesta sobre lo que se hace, así cada una aportaba ya fuese su atención, la escritura o su comprensión para alcanzar la solución a lo que se les preguntaba. La interacción en este caso es diferente a la mostrada en el segmento V1.3 donde, a pesar de que se da un diálogo, no se realizó un trabajo conjunto como si sucedió en el segmento V6.5.

V6.5

(7:01 — 16:50 clip 13 (2t6))

42 E15-Crystal: figura uno, hicimos tres cuadritos.

43 E1(Maryhú): desde acá, desde abajo, ahora colorea.

44 E15-Crystal: ya.

45 E1-Maryhú: mmm.

46 E15-Crystal: ahora ya nos confundimos, figura cuatro.

47 E1-Maryhú: yo la hago.

48 E15-Crystal: espérate y la escribimos.

49 E1-Maryhú: figura cuatro, listo... ¿Cuántos son?

50 E15-Crystal: son una, dos, tres, cuatro, cinco y seis...seis aquí (*señala en la fotocopia*), seis y tres para abajo y la otra también. Eso Maryhú, así, y dejas cuatro, una, dos, tres y cuatro...las colorea.

51 E1-Maryhú: ¡listo!, un borrador.

52 E15-Crystal: ¿para qué?

53 E1-Maryhú: ¡ah, no!, ¡no!

54 E15-Crystal: ahora figura cinco.

55 E22-Jennifer: colorea las dos y ahora yo lo retiño para que se vea más... Yo para colorear con lápiz no sirvo.

56 Profesora: ¿listo?

57 E15-Crystal: ya.

58 Profesora: ¿ya?, ¿ahora sí?, ya van avanzando.

59 E15-Crystal: ¿cuántas son aquí Maryhú?

60 E1-Maryhú: ¡espere!... siete.

61 E15-Crystal: aquí son tres también, ¡ay!, Maryhú escribamos aquí el total. ¿Cuántas son en total hasta el dos?

62 E1-Maryhú: pero primero hago estos.

63 E15-Crystal: ¡ah!, listo. Pero ¡ven!, yo le pongo los chulitos ahí, nos toca dejar...

64 E1-Maryhú: cinco.

65 E15-Crystal: cinco.

66 E1-Maryhú: uno, dos, tres, cuatro y cinco... vamos a hacer la última.

67 E15-Crystal: pero tienes que contar de nuevo Maryhú, también se cuenta el blanco, también se cuenta el blanco, ¡Maryhú!, Maryhú es en total.

68 E1-Maryhú: ¡espérese!

69 E15-Crystal: no se acuerda que es en total.

70 E1-Maryhú: pero espérese que debe contarse así, ¡ya!

71 E22-Jennifer: la primera.

72 E1-Maryhú: ahora haga esto...espere.

La tarea 5 es un caso particular dentro de este segundo momento, dado que las interacciones presentadas fueron todas identificadas con un posicionamiento marcado por el color azul, es decir, los niños estaban interesados en la tarea y en ocasiones eran solidarios; esto se debió a que a pesar de que hubo momentos de discusión y de rivalidad, en general la tarea fue abordada por las estudiantes E1 y E15 de manera conjunta. Además, las intervenciones de la profesora se dieron solo para lograr

acuerdos o aclarar situaciones de incomprensión entre las estudiantes. Tanto E1 como E15 mostraron un compromiso conjunto por lo que estaban haciendo y esto implicó escuchar a los compañeros, resolver sus dudas o aceptar otro punto de vista. En el segmento V5.6 se evidencian algunos de estos aspectos que estuvieron presentes en la relación entre E1 y E15 al resolver una de las preguntas de la tarea, aunque en la línea 87 la estudiante E1 le hizo un llamado a E15 por encontrarse frente a una cámara advirtiéndole que debían tener un comportamiento que mereciera ser filmado.

V5.6

(04:28 — 07:47 clip 3)

61 E15-Crystal: ¡Maryhú espera!, una cosa... ¡espérate, espérate!
(*Crystal saca un color y empieza a remarcar su dibujo del primer punto, mientras Maryhú sigue atentamente lo que ella hace (04:43). Tan pronto termina Maryhú toma la hoja.*)

62 E1-Maryhú: ahora la figura cuatro (*mientras Crystal lee la segunda pregunta en la fotocopia*).

63 E15-Crystal: ¡ah!, no entiendo la tercera. No tenemos que hacer un dibujo, sino cuántas tendría, lo hacemos como en ... aparte, mmm, cómo sería la de la parte de la figura veinte.

64 E1-Maryhú: ahí ¿qué dice?

65 E15-Crystal: tocaría hacer veinte, veinte (la interrumpe Maryhú).

66 E1-Maryhú: no, pero aquí dice...

67 E15-Crystal: ¡sí Maryhú!, sin realizar (*la interrumpe Maryhú*).

68 E1-Maryhú: escribir...escribiendo (*interrumpe Crystal*).

69 E15-Crystal: no, ¡sin escribir!, sin realizar el dibujo de la figura diga (*leyendo en la fotocopia*) ¿cuántos palillos tiene la figura veinte?

70 E1-Maryhú: ¡ah!, yo pensaba que estaba explicando esta (señala en la fotocopia).

71 E15-Crystal: ¡no!, era la tercera, hagamos como aquí (señala en la hoja) suavécito aquí las veinte y las borramos (mientras Maryhú dibuja en la hoja, Crystal le señala en la hoja).

72 E1-Maryhú: pero primero déjeme hacer esto.

73 E15-Crystal: y después yo hago la tercera...

81 E15-Crystal: ¡qué no!, que puede hacerla así.

82 E1-Maryhú: ahí ¡ya Crystal! (Crystal escribe en la hoja con su lápiz y Maryhú intenta detenerla).

83 E15-Crystal: ¡qué no!, puedes cruzarlas así (Maryhú le quita el lápiz a Crystal y ella hace un gesto de molestia (06:13), luego Maryhú se ríe).

84 E15-Crystal: no ve que es lógico Maryhú.

85 E1-Maryhú: ya Crystal.

86 E15-Crystal: apúrese que ya casi se va a acabar el tiempo Maryhú.

87 E1-Maryhú: ¡ay Crystal! estamos en una cámara tenemos que poner solo la respuest

iii. Ambiente de agresión y violencia

El tercer y último momento considerado durante la actividad se denominó ambiente de agresión y violencia, puesto que está relacionado con formas de interactuar agresivas que se dieron entre los niños, las cuales estaban marcadas por acciones o palabras violentas en general y en otras ocasiones por muestras de frustración al momento de establecer la organización del grupo. En la tarea 1 los cuatro ambientes (nubes) que se formaron a partir de los objetos de atención se volcaron sobre los otros (ver Figura 14), pero a pesar de que la mayor atención

estuvo puesta en los compañeros, en el ambiente también había un interés por dar respuestas a la tarea. Dicho interés obedecía al acuerdo instaurado socialmente desde épocas anteriores sobre lo que se debe hacer en clase, donde la profesora propone y los niños resuelven; en otras palabras, según el acuerdo instaurado los niños debían responder a la tarea porque esa era su obligación y no porque realmente hubiese una disposición más allá de satisfacer lo que la profesora solicitaba, pues el papel de los estudiantes consiste, desde esa perspectiva, en obedecer lo que el profesor indicara.

El segmento que se relaciona a continuación es muestra del objeto de atención “preguntas y respuestas”, en él es evidente la manera como interactuaban los niños mediante formas violentas. Ello se muestra en particular en la interacción entre los estudiantes E8 y E9.

N1.4
(28:28 — 32.00)

53 E11-Cavid: ¿quién es un...perro? (*levanta él su mano y luego Gabriel*).

52 E8-Gabriel: ¿quién es un ornitorrinco? (*levanta su mano y Kevin también lo hace*), ¿quién es un niño adorable? (*Gabriel levanta su mano y Adrián lo interrumpe*).

53 E9-Adrián: más feo que quién sabe que...hasta lo metería en la basura (*dirigiéndose a Gabriel*).

54 E8-Gabriel: ¿quién quiere que este chino se vaya? (*señalando a Adrián (28:50) y hurgándolo con el dedo en la cara del compañero (28:55). Luego movió sus brazos de tal manera que lo golpea en la espalda, mientras tanto Adrián lo observa y no dice nada*) El primero en agacharse explica (se agacha él, Adrián y Kevin) (29:00).

55 E10-Kevin: ¿quién explica? (*mientras Gabriel, Adrián y Kevin juegan, Cavid continúa respondiendo las preguntas en la hoja*).

56 E8-Gabriel: ¡ah!, ¿quién explica en el tablero? (29:17).

57 E9-Adrián: ¡ahora sí, voltéense! (*dirigiéndose a Cavid*).

58 E8-Gabriel: el último en agacharse pierde el refrigerio (*solo Gabriel y Kevin interactúan; Adrián y Valeria miran a sus compañeros del salón y Cavid responde algo en la hoja y mira los compañeros del salón*).

Este segmento hace parte de una secuencia de varios segmentos donde los niños por iniciativa de E8 proponían preguntas, mientras los otros niños participaban con sus respuestas. Es claro que las preguntas que elaboraban no estaban relacionadas con ningún aspecto propuesto en la tarea, dado que el estudiante E11, quien fue nombrado líder del grupo por la profesora, asumió responder todas las preguntas de la actividad de manera individual debido a que es reconocido en el curso por ser bueno en matemáticas; y fue por esa razón que sus compañeros no discutieron ni cuestionaron lo que E11 realizaba. E8 propuso algunas preguntas para interactuar con sus compañeros y tener su atención, en una de esas interacciones se dio una agresión verbal y física entre los estudiantes E8 y E9, lo que se evidencia en las líneas 52 y 54; pero esta situación pasa desapercibida y no se le da ninguna importancia, ni por parte de los mismos niños ni por parte de los compañeros, como si fuese una relación que se da cotidianamente entre ellos decirse ofensas y agredirse físicamente

En las tareas 2 y 3 la mayor parte de las interacciones mostraron un tipo de posicionamiento marcado con el color naranja. En las líneas de tiempo de las dos tareas (ver Figura 22) se puede observar que la agresividad y la violencia marcó el desarrollo de la actividad.

Figura 22. Línea de tiempo de actividades de las tareas 2 y 3



Fuente: elaboración propia

Las interacciones violentas se iniciaron en la actividad de la tarea 1 y se mantuvieron hasta la realización de la tarea 3, en algunos casos las interacciones incluyeron agresiones físicas y verbales. En el transcurso de la tarea 2 las relaciones entre los niños filmados fueron bastante tensas, debido a que ninguno de los dos niños mostraba disposición para resolver la tarea de manera conjunta, por el contrario, había una continua rivalidad por la posesión de la hoja e imponerse sobre el compañero, como se aprecia en las imágenes de la Figura 23.

Figura 23. Momento agresión y violencia de la actividad
en las tareas 1, 2 y 3



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Los estudiantes emplearon estrategias como el conteo y sumar de dos en dos. Durante este momento surgió una figura que puede ser llamado “antilíder en relación con la tarea”, este personaje es el estudiante E8 que se destacó en la sesión 2 de la tarea por proponerles a sus compañeros preguntas o juegos que no estaban relacionados con la tarea y en los cuales la mayoría del grupo participaba, mientras que E11 resolvía las preguntas de manera individual.

Mientras se daba el paso de la tarea 2 a la 3 fue necesario modificar los grupos de los niños que venían trabajando, dado que los estudiantes estaban organizados de dos o tres por grupo en la primera sesión. Durante la tarea 2 trabajaron en grupo los estudiantes E21, E22 y E23; pero al iniciar la tarea 3 faltaron los compañeros del grupo de E24, de manera que la profesora les sugirió a los niños que organizaran dos grupos, uno conformado por E21 y E22, y otro grupo conformado por E23 y E24.

Los estudiantes E23 y E24 no habían trabajado juntos porque E23 era nuevo en el grupo, había ingresado ese año y no había tenido mucho contacto con E24. Las relaciones entre estos niños fueron muy tensas

durante la primera sesión de la tarea, tanto E23 como E24 querían desarrollar la tarea de manera individual y se encontraron con el inconveniente de tener una sola hoja para los dos, lo que tensó aún más la relación entre los niños por que se disputaban continuamente por la posesión de la hoja; cada uno quería escribir porque consideraba que lo que decía era lo correcto, lo cual demostraba que no había ningún interés por hacer las cosas juntos. Es necesario mencionar que mientras esto ocurría en este grupo, la profesora no tuvo conocimiento de ello porque su atención estuvo centrada en los otros 36 estudiantes que tenía en ese momento en el salón.

La relación entre E23 y E24 estuvo marcada por la violencia y la agresión durante la primera sesión y la situación empeoró durante la segunda sesión. Allí las formas agresivas y violentas con las que se relacionaron los estudiantes, y la participación de los compañeros de E24 en contra de E23, hicieron que E23 llorara y se sintiera mal, pues E23 consideraba que él estaba haciendo las cosas bien, pero por su actitud poco conciliadora con E24 los demás compañeros lo juzgaron e hicieron que E23 quedara solo y se sintiera señalado por ellos.

Es por ello por lo que en la representación de la actividad en la tarea 3, que se muestra en la Figura 16, la mayoría de los microambientes (nubes) toman coloración naranja, con lo cual se enuncian los posicionamientos agresivos y violentos que permearon toda la actividad.

Al inicio de la actividad los niños emplearon algunas estrategias relacionadas con el conteo, pero por las dificultades que se presentaron para hacer un trabajo conjunto entre E23 y E24 hizo que se desvirtuara todo tipo de estrategia de solución. En adelante cada estudiante propuso su propia manera y por eso no avanzaban en la solución, porque cada uno tenía sus propias dudas o inconvenientes para avanzar en la solución de la tarea, pero ninguno las planteaba en el grupo para resolverlos entre todos, sino que recurrían a la profesora para que ella validara las respuestas a sus preguntas. A continuación, se puede observar un segmento del desarrollo de la tarea 3 donde se unieron varios niños para agredir a Fabián.

V3.6

(9:08 — 20:56)

22 E24-Tomás: *(vuelve a tomar el lápiz, se retira y se dirige al grupo de Sergio y Edison) son treinta y cinco (señala con el lápiz sobre la hoja de Sergio).*

23 E14-Sergio: *(le dice a Tomás) ¡aayyy!, pero para que nos dijo (lo empuja para que se aleje) (13:57) ... (Nuevamente Tomás se queda solo desde el minuto 14:32 hasta el minuto 15:01 que Fabián se levanta a preguntarle algo a la profesora).*

24 E24-Tomás: *(toma la hoja sobre la que trabajaba Fabián y empieza contar (15:11). Cuando Fabián se levanta del puesto Tomás aprovecha para tomar las hojas e involucrarse frente a lo que estaba haciendo su compañero. Tomás quería verificar que en la figura 9 realmente se encontraran los 99 cuadros que decía Fabián, y para ello empezó a contar cada uno de los cuadros, lo cual le toma tiempo).*

25 E23-Fabián: *(Fabián se distrae con otro compañero del curso, mientras Tomás continúa contando. En el minuto 17:37 Fabián regresa al grupo y se dirigió a Tomás) entrégue me la hoja, son 99 está bien (Tomás lo ignora).*

26 E23-Fabián: *bla, bla, bla, bla (hace ruidos para que Tomás no pueda seguir contando, desde el minuto 17:41 hasta el minuto 17:53).*

27 E24-Tomás: *(ante la continua molestia de Fabián) ¡pues tome la hoja! (Se la dio de mala manera, se levantó del puesto alejándose de Fabián y se cruzó de brazos muy molesto).*

28 E14-Sergio: *(observó lo sucedido entre Fabián y Tomás) ¿qué pasó? (Al no obtener respuesta se levanta de su puesto y se acerca a Tomás y le pregunta) ¿qué pasó?*

29 E24-Tomás: *es que Fabián no me deja hacer nada.*

30 E14-Sergio: *(dirigiéndose a Fabián) ¡oiga!, deje hacer algo a Tomás (intenta quitarle las hojas a Fabián).*

31 E23-Fabián: *(pone resistencia, pero no dice nada, en el forcejeo se arrancó accidentalmente una hoja que Sergio tomó. Fabián se levanta de inmediato y se dirige a la profesora para contar lo sucedido).*

32 E14-Sergio: ¡ay, ya!, tome la hoja, siempre está peleando *(se dirige de nuevo a su grupo mientras Tomás permanece sentado cruzado de brazos (18:00 - 19:26), Sergio le comenta a Danilo y a Kevin lo sucedido entre Tomás y Fabián, mientras Tomás le cuenta a Edison que Fabián no lo deja hacer nada).*

33 E10-Kevin: pues por qué no se hace mejor con ellos *(señala a Edison y a Sergio).*

34 E11-Cavid: ¡venga, venga! *(Llama a Tomás), ¡venga le digo! (se acercan Tomás y a Sergio, luego a Kevin y a Danilo).*

35 E10-Kevin: no ve que este *(señala a Fabián)* no lo deja trabajar.

36 E4-Danilo: *(se acerca a Fabián)* ¿por qué no deja trabajar a Tomás?

37 E23-Fabián: él dijo que estaba mal y yo la resolví bien *(Danilo se aleja hacia donde están Kevin, Cavid y Sergio).*

38 E10-Kevin: pero también ayude *(le dice a Fabián).*

39 E23-Fabián: ¡está bien!

40 E10-Kevin: si dejara a Tomás trabajar seguro lo haría bien.

41 E23-Fabián: ¡tómelo, hágalo usted! *(Se molesta, se levanta de su puesto y se aleja de los compañeros a quienes les lanza las hojas. Luego toma su puesto, lo aleja de Tomás y se ubica al lado de Nicole. Mientras esto sucede Edison le dice a Tomás que trabaje con ellos, se levanta y ayuda a Tomás con el puesto) (20:56).*

Procesos de objetivación en la generalización de patrones

En esta parte del análisis el interés está puesto en rastrear la comprensión de los estudiantes en relación con el objeto de la actividad para los procesos de objetivación. El objeto que se planteó fue el desarrollo del pensamiento algebraico acerca de secuencias figurales, y la meta fue resolver algebraicamente los problemas de secuencias figurales a partir de la generalización de patrones.

El análisis muestra que los estudiantes acudieron de manera recurrente al conteo, estrategia que se empleó en la totalidad de las tareas implementadas, aunque se pudieron identificar sutiles diferencias en su uso a lo largo de la implementación. Esta fuerte tendencia al uso del conteo se vio influenciada por la intervención de la profesora, dado que en la mayoría de las situaciones los estudiantes no sabían a qué estrategia recurrir para abordar las preguntas propuestas en las tareas. Al finalizar la implementación la estrategia del conteo se vio reforzada por la construcción de tablas y el empleo de gestos compartidos, los cuales permitieron una mayor comprensión de los elementos constitutivos de los patrones de las secuencias.

La posibilidad de discutir de manera conjunta las preguntas de las tareas permitió avanzar en la comprensión de las secuencias de patrones. En las primeras sesiones —durante las actividades 1, 2 y 3— los niños no discutían entre ellos lo que comprendían de las secuencias y se preocupaban por obtener las respuestas de los compañeros cercanos o de los niños aventajados en matemáticas. Mientras que en las últimas sesiones —durante las actividades 4, 5 y 6— los niños discutían sus comprensiones o dudas, y solo en ocasiones requerían que la profesora interviniera para lograr acuerdos entre ellos; pero, en general, las discusiones que se daban al interior de los grupos les permitieron comprender a los niños los patrones propuestos en las tareas. Es necesario aclarar que para la implementación de las 6 tareas los procesos de generalización llevados a cabo por los niños no alcanzaron la meta propuesta de resolver algebraicamente los problemas de secuencias figurales.

En el desarrollo de las tareas se observó que la mayoría de los estudiantes recurrió a estrategias de tipo aritmético, como el uso del artefacto tabla

donde empleaban una serie de operaciones— principalmente la suma— para elaborarlas. Desde la teoría de la objetivación el pensamiento algebraico se caracteriza por manipular cantidades indeterminadas, esta manipulación se hace de tal manera que no parecieran ser cantidades indeterminadas, sino que se trabaja con ellas como cantidades conocidas.

De acuerdo con esto desde la teoría se establecen tres tipos fundamentales de formas de pensamiento algebraico, las cuales ya fueron mencionadas en el marco teórico de esta investigación, a saber: el pensamiento algebraico factual, el contextual y el simbólico. En estos la contracción semiótica juega un papel importante, dado que ella determina el movimiento o el paso de una forma de pensamiento algebraico a otra. A continuación, se presentan las manifestaciones identificadas en el desarrollo de la Actividad.

Modos de producción de saber y relaciones de poder (jerárquica) en la clase: conteo, operaciones en contexto de dependencias

A continuación, se destacan los procesos asociados al desarrollo de los procesos de generalización en un marco de relaciones de poder. De igual manera, en este punto se presentan las afectaciones que la tarea provocó en las relaciones como las relaciones a la tarea, lo cual deja en evidencia las relaciones dialécticas de poder y de dominación que se dieron durante el desarrollo de la tarea y la menor presencia de relaciones de solidaridad y colaboración.

Al inicio de la tarea 1 la profesora tomó un buen tiempo para explicarles a los niños cada una de las preguntas de la tarea. Luego se dirigió a un grupo y la pregunta que planteó fue: “¿Qué debemos hacer?”, como se observa en el siguiente episodio:

28 E1-Maryhú: profe ¿qué tenemos que hacer?

29 Profesora: lo que tienen que hacer es responder la pregunta uno, (*extiende la secuencia hasta la figura seis*). Si ustedes ven, acá está hasta la figura cuatro (13:45), entonces ustedes deben dibujar cómo sería la figura cinco y cómo sería la figura seis. Dibújelo cada uno en la parte de atrás de la hoja, y luego se ponen de acuerdo para pasarlo a la hoja de las respuestas, ¿listo?, entonces hágalo cada uno en sus propias hojas (*se retira a otro grupo la profesora*) (14:17).

30 E4-Danilo: no entendí nada.

31 E2-Valentina: ¿qué es lo que toca dibujar?

32 E1-Maryhú: unas figuras de estas (*señala en la fotocopia mostrándole a Valentina*) (15:19).

Al ver la poca comprensión que los niños tenían respecto a en qué consistía la tarea, la profesora sugirió que cada niño elaborara su propia solución y luego se pusiera de acuerdo sobre cuál de las respuestas era la más apropiada dentro del grupo. Esto demuestra que para los niños no son claras las formas como circula el saber, teniendo en cuenta que están acostumbrados a participar en dinámicas donde el profesor explica, mientras ellos realizan ejercitaciones sobre lo dicho por el profesor. En el siguiente segmento se evidencia el interés de Maryhú por invitar a sus compañeros a discutir sus respuestas, quienes no siguieron su invitación.

70 E1-Maryhú: ¡ay! pongámonos de acuerdo (*ninguno presta atención a su llamado y ella se toma la cabeza con cara de molestia e inconformidad*) (24:47).

71 E1-Maryhú: (*dirigiéndose a Valentina*) dibuje ésta (*Valentina mira la hoja, pero no lo dibuja y le entrega la hoja a Maryhú. Ella dibuja en la hoja de respuesta del grupo*) ... Profe (*llamando de nuevo a la profesora, mientras le devuelve la hoja a Valentina*), ¡ya profe!, ya está en la hoja.

Figura 24. Gestos de frustración de Maryhú (E1)



Fuente: elaboración propia

La estudiante E1 intentaba que su grupo participara comentando las respuestas obtenidas, pero sus compañeros no le prestaban atención. Por ello Maryhú decidió que su respuesta sería la del grupo, por lo que le pidió a Valentina la hoja donde se debía escribir la solución a la pregunta.

81 E1-Maryhú: explícalo en tus palabras, dice hay alguna manera de encontrar la cantidad de círculos en la figura 15 (*mira al techo y piensa un momento y cuenta las figuras en la fotocopia*). (Ver Figura 25 A)

82 E7-Danilo: veinti... (*mirando a Valentina, luego sigue contando de manera mental*) Treinta y uno (*dirigiéndose a Valentina*), en la quince hay treinta y uno (30:00 - 30:46).

83 E5-Julián: treinta y uno y en ¿cuál tiene veinticinco? (30:49).

84 E7-Danilo: en la quince hay treinta y uno.

85 E6-Juan Felipe: es veintinueve.

86 E4-Danilo: treinta y uno (*Juan Felipe mira la hoja de Danilo*) ... Mire...seis, ocho, (*va contando con sus manos de dos en dos*).

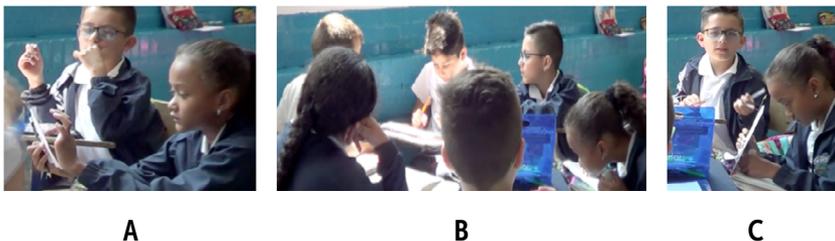
87 E1-Maryhú: es treinta (*intentando mirar lo que tiene Danilo en su hoja (31:05) mientras Danilo sigue contando con sus dedos*) ... Es treinta (*mueve su cabeza de manera afirmativa*), es treinta. (Ver Figura 25 B)

88 E6-Juan Felipe: ¡ya!, ¡es treinta! (*lo dice fuerte para que los otros escuchan y escribe en su hoja*).

89 E5-Julián: ¡ah!, pero se copió.

90 E6-Juan Felipe: ¡no! es de... (*señala a Maryhú (31:18) y luego mueve sus manos señalándolos a todos, mientras esto ocurre Maryhú escribe en su cuaderno y lo coloca de manera que los otros no vean lo que ella hace*) No, es de todos. (Ver Figura 25 C)

Figura 25. A) gestos de conteo de Maryhú (E1). B) la atención del grupo está puesta sobre lo que hace y dice Danilo (E7). C) Juan Felipe señalando a Maryhú



Fuente: elaboración propia

En este segmento es evidente que, para los niños del grupo, en particular para Julián, el saber pertenece a alguien, es una posesión. En este caso el saber es de Maryhú, dado que Julián ha visto que Juan Felipe solo ve lo que hacen sus compañeros, pero él no escribe. No obstante, al momento de establecer una respuesta Juan Felipe la expresa como si él la hubiese obtenido.

97 profesora: ¿es treinta? ¿Por qué es treinta?, ¿qué hicieron para saber que era treinta?

98 E7-Danilo: esto...profe (*muestra la hoja a la profe y ella la lee*).

99 profesora: ¡vale!, la pregunta dice ¿hay alguna manera de encontrar la cantidad de círculos de la figura quince? (*Danilo mueve su cabeza de manera afirmativa*), y ustedes dicen que sí, entonces coloquen ahí la respuesta (*señala la hoja del grupo que tiene Valentina*). Entonces cuál es esa manera de encontrar (32:46) (*la profesora se retira a otro grupo*) ...

100 E1-Maryhú: pues dependiendo del número que hay (*mueve sus manos queriendo decir las anteriores figuras y se dirige a Danilo*) (32:46). (*Ver Figura 26 A*). *Venga présteme la hoja (le dice a Valentina)*.

101 E7-Danilo: entonces ¿cómo lo hacemos?, ¿sumando? (*dirigiéndose a Maryhú*).

102 E1-Maryhú: (*lo mira un momento y mueve su cabeza afirmativamente*) sí, pues a mí me dio treinta, sumando de a dos (*muestra con sus manos la cantidad*) (33:42). (Ver Figura 26 B) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27.

103 E7-Danilo: entonces escribamos que hicimos de dos veces.

Figura 26. A) gestos para expresar la generalidad observada por Maryhú (E1). B) la atención de Danilo y Juan Felipe está puesta sobre lo que dice Maryhú



A



B

Fuente: elaboración propia

En este segmento los niños trataron ponerse de acuerdo para establecer cuál fue la estrategia que emplearon para dar respuesta a la segunda pregunta. La estudiante E1 no podía expresar con facilidad con sus palabras cómo lo había realizado, por eso empleó sus manos para expresar que había utilizado los anteriores valores para encontrar el nuevo. Finalmente, en la línea 102 Maryhú dijo que había hallado el nuevo valor “sumando de a dos”, y en la línea 103 Danilo le respondió “escribamos que hicimos de dos veces” demostrando que tenía cierta confusión entre la operación suma y dos veces un número.

135 E7-Danilo: profe, profe ¿son más de 35?

136 profesora: ¿cuántos hay en la 15?

137 E7-Danilo: 30

138 profesora: en la 15 hay 30 dicen ustedes (*Danilo y Maryhú mueven la cabeza afirmativamente*), pero ahí hay un error...no hay 30 (toma la hoja de Danilo). En la 6 son 11 ¿cierto? (*Danilo mueve la cabeza afirmativamente*), ¿en la 7?

139 E7-Danilo: 13

140 profesora: ¿en la 8?

141 E7-Danilo: 15

142 profesora: ¿en la 9?

143 E7-Danilo: 17

144 profesora: ¿en la 10?

145 E7-Danilo: 19

146 profesora: ¿en la 11?

147 E7-Danilo: ¿19?

148 profesora: vamos en 19

149 E7-Danilo: 21

150 profesora: ¿en la 12?

151 E7-Danilo 23

152 profesora: ¿en la 14?

153 E7-Danilo: 25

154 profesora: ¿en la 15?

155 E7-Danilo: 29

156 profesora: 29...en la 15 no hay 30 (Danilo voltea a mirar a

Maryhú como buscando que ella también haya entendido que fue lo que pasó, y ella mueve su cabeza de manera afirmativa).

157 E1-Maryhú: estábamos cerca.

158 E7-Danilo: un aplauso para mí (*y se aplaude él mismo*) (43:24). (Ver Figura 27 A)

159 E1-Maryhú: entonces ¿cómo lo hicimos?

160 E7-Danilo: repitiendo, repitiendo (*su rostro muestra gestos que denotan la imposibilidad de expresar de manera verbal lo que está pensando* (43:44). *Mira en la hoja de Juan Felipe* (43:50), *golpea la mesa* (43:52) *y mueve la cabeza denotando negación*) ... Sumando de a dos (*muestra con sus manos el dos*) (44:04). (Ver Figura 27 B)

161 E1-Maryhú: sumando de a dos los números y nos falta la tercera

Figura 27. A) gestos de Danilo para expresar su felicidad al encontrar la respuesta buscada. B) Danilo muestra sus dedos a Maryhú para indicar que es sumando de a dos



A



B

Fuente: elaboración propia

A pesar de que los estudiantes E7 y E1 hasta el anterior segmento estuvieron trabajando juntos y escuchándose mutuamente, al realizar la revisión que la profesora le sugirió a E7 y establecer el valor para la figura 15 el niño se celebró a sí mismo por haber obtenido la respuesta

sin tener en cuenta el trabajo de su compañera. Esto sucedió aun cuando Danilo estuvo pendiente todo el tiempo de que Maryhú estuviera atenta a lo que él hacía, y cuando la profesora rectificó lo dicho por él y su mirada buscó inmediatamente la mirada de E1.

El siguiente segmento se dio durante la socialización de la tarea, en esta parte de la actividad cada uno de los grupos comentaban sus respuestas y discutían con la profesora de acuerdo con los procedimientos que siguieron.

191 Profesora: sí, estamos de acuerdo con que en la seis hay 11. Lista la pregunta uno, todos estamos de acuerdo, no hay lío. Pasamos a la pregunta número dos, la pregunta número dos dice hay alguna manera de encontrar el número de círculos en la figura 15 sin hacer la construcción de la figura ¿cómo sería? (algunos niños levantan la mano). Espera, empecemos por Miguel.

192 E-Miguel: si hay una manera de hallarlos, esta es sumando dos.

193 Profesora: sumando dos (*lo escribe en el tablero*) dices tú. ¿A qué le sumo dos?, ¿a quince?

194 E-Miguel: (*mueve su cabeza de forma negativa y luego de un momento respondió*) no.

195 Profesora: ¿a once? 11 más 2 me da trece y ¿eso me da lo de la posición quince? (*algunos niños levantan la mano*) ¿Qué dice Sergio?

196 E14-Sergio: no.

197 Profesora: ¿por qué no Sergio?, ¿pero ese quince es lo que hay en la posición 15?

198 E14-Sergio: no.

199 Profesora: ¿por qué no?

200 E14-Sergio: porque no es eso en la posición 15.

201 Profesora: entonces ¿a qué le sumo dos? (*en el grupo los niños se miran entre ellos, pero ninguno da una respuesta a la pregunta de la profe*). Bueno, dejémoslo ahí... Ellos dicen que sumando de a dos, pero no sé muy bien a qué le sumo dos. ¿Qué dicen los mayores dorados?, ¿cómo se construye la figura quince? Cualquiera... Brechany (*mueve su cabeza de manera negativa*) ¿no?, bueno todo el grupo lo tiene que responder por qué lo hicieron en grupo (*entre ellos se señalan unos a otros porque ninguno quiere hablar, Fabián levanta la mano*). Bueno, Fabián, ¡escuchemos!, ¿cuántos círculos tiene la figura quince Fabián?

202 E23-Fabián: 14

203 Profesora: hay 14 círculos en la figura quince (*lo escribe en el tablero*) ¿cómo lo hicieron?, ¿cómo saben que son 14?

204 E15-Crystal: no es 14, es 30.

205 Profesora: OK...no es 14, es 30. Crystal ¿cómo lo hicieron para decir que son 30?, el resto escuchemos. Miguel, por fis. Crystal ¿cómo lo hicieron?

206 E15-Crystal: lo hicimos sumando.

207 Profesora: lo hicieron sumando (*escribe en el tablero*). ¿Qué sumaron?

208 Mariana: empezamos a sumar desde el seis.

209 Profesora: empezaron a sumar desde el seis.

210 Mariana: desde el siete.

211 Profesora: OK...sumar desde el siete hasta el 14. Miremos allí los inteligentes ¿qué contestaron en la segunda pregunta.

Durante la socialización los niños no se expresaban con tranquilidad, la profesora debió motivarlos para que expresaran lo realizado y de

igual manera debía solicitar la atención del grupo para que los niños se escucharan. En el siguiente segmento se puede observar indicios de un ejemplo de pensamiento algebraico de tipo factual.

243 Profesora: ¿tú (*señalando a Danilo*) estás de acuerdo en que podíamos sumar 14 más 15 para hallar la posición 15?

244 E4-Danilo: ¡no!

245 Profesora: no, no estás de acuerdo, ¿por qué Cavid?, nos funciona.

246 E11-Cavid: porque si hacemos la figura, el 14 está al lado y el 15 está arriba.

247 Profesora: será que me haces el dibujo acá enfrente y me cuentas Cavid, por favor (*le entrega el marcador para que pase al tablero*) (59:04). Escuchemos a Cavid por fis.

248 E11-Cavid: esta es la figura, hay 14 y 15, entonces sumamos este con este (*señala en el tablero*) y nos da 29 (59:19).

249 Profesora: ¿listo?, ¿entendimos? (*algunos niños dicen sí y otros no en coro*). ¿Cuál es el 14 ahí Cavid?

250 E11-Cavid: esta de acá abajo (*el niño señala con su mano*) (59:31).

251 Profesora: ¿lo que hay horizontal?

252 E11-Cavid: sí, lo que hay horizontal (*señala con su mano*) ... ¡Ah!, no, no, no...lo que hay vertical (*señala con su mano*) (59:40). (Ver Figura 28 A y B)

253 Profesora: ¿el 14 es lo que hay vertical y el 15 es lo que hay horizontal? (*Cavid mueve su cabeza denotando afirmación*) (59:45) (*ver Figura 28 C*). Ahora sí...Danilo, entendiste porqué, ¿todos entendimos por qué sumamos 14 más 15? (*algunos niños responden en coro que sí*) ¿Nicole puedes pasar y nos cuentas lo que acabó de decir Cavid?

Figura 28. A y B gestos de Cavid al expresar vertical y horizontal. C) Cavid mueve su cabeza de manera afirmativa



Funete: elaboración propia

En este segmento Cavid socializó con sus compañeros la generalización que él encontró para la secuencia. A pesar de que Cavid pertenecía a un grupo fue él quien utilizó la distribución espacial de la secuencia para establecer las cantidades solicitadas en la tarea, lo cual da indicios de un pensamiento algebraico factual donde la actividad perceptual y las palabras permiten la identificación de una generalidad. En este caso, con la acción de identificar en la distribución espacial de la secuencia los valores horizontales y verticales, así como su relación con la cantidad de elementos en cada posición, se identifica la relación entre dos variables: la cantidad horizontal y vertical y su relación con la cantidad total de elementos en cada posición.

Cabe recordar que en el pensamiento algebraico factual los medios semióticos de objetivación movilizados son los gestos, los movimientos, el ritmo, la actividad perceptual y las palabras. En este estrato de pensamiento la indeterminancia no alcanza el nivel de la enunciación, pues se expresa en acciones concretas, de manera que en el caso de Cavid la indeterminancia está presente, pero no hay una apropiación de ella porque se vincula y adhiere a la distribución espacial de cada posición.

En el siguiente segmento se evidencia la resistencia de los niños para hablar en público, por lo que la profesora debía motivarlos para lograr que los niños expresaran las respuestas encontradas al interior de los grupos.

68 E22-Jennifer: profe ¿podemos leerla?

69 Profesora: sí, léela para que nos contextualicemos.

70 E23-Fabián: *(empieza a leer muy bajo y los compañeros dicen que no escuchan)*.

71 Profesora: lee más fuerte Fabián.

72 E23-Fabián: para llegar a la figura 19 tienes que contar hasta el 10.

73 Profesora: OK...ayúdale, Jennifer, y escribes que la respuesta en la pregunta es la figura 10, si quieres sigue leyendo la otra Jennifer *(ella mueve su cabeza de forma negativa)*.

74 Profesora: no, solo Fabián, solo escribe figura 10 porque la pregunta era... ¿cuál era?, ¿a qué número de figura corresponde? Explica cómo llegaste allí entonces, ¿cómo llegaron ahí Fabián?, ¿por qué sabes que es esa? *(mientras tanto Jennifer escribe en el tablero su respuesta)* (37:18).

75 Profesora: pero cuéntenos ¿por qué?, solo escriben.

76 E22-Jennifer: es Fabián.

77 Profesora: Fabián ¿cómo llegaron a esa respuesta? Mirando hacia este lado, Fabián, porque nos das la espalda (el niño se voltea). ¿Cómo?, ¿qué hicieron? *(se miran Jennifer y Fabián)* (37:46), *pero ninguno dice nada, sino que dialogan entre ellos*.

78 E22-Jennifer: él no ha entendido.

79 Profesora: él no ha entendido, entonces ¿qué hacemos? (Alejandro grita que cambie de grupo).

80 Profesora: alguien que ayude de ese grupo, el grupo es el que está ahí en juego y no solo Fabián...es Santiago, es Sergio, es Jennifer, es Nicole. Explique alguno desde el puesto... Sergio ¿qué hicieron para saber que era la 10? (Sergio no dice nada). Nicole ¿qué hicieron? *(mueve su cabeza de forma negativa)*. Entonces cómo escribieron eso si no saben.

81 E22-Jennifer: yo explico entonces.

82 Profesora: entonces, cuéntanos, Jennifer, es tu grupo, ¿qué hicieron?

83 E22-Jennifer: yo no sé muy bien cómo explicarlo.

84 Profesora: pues cuéntanos (*Jennifer transcribe en el tablero lo que tienen escrito en la hoja*) (00:07), pero cuéntenos. Están mudos... Listo, Fabián cuéntanos que tú eras quien pasaba a contar de tu grupo...rápido chicos que se nos va el tiempo, espera.

Durante la socialización de lo realizado por cada uno de los grupos se evidenció en las primeras sesiones que los niños no se expresaban con facilidad, por lo que la profesora debía motivarlos de varias maneras para que los niños contaran lo realizado; incluso en varias oportunidades los niños se limitaban a leer lo que tenían escrito como respuesta a la pregunta. Este comportamiento se puede explicar porque los niños no están acostumbrados a desarrollar clases en las cuales deben contar lo que hacen, pues normalmente es la profesora quien habla y ellos solo deben realizar la ejercitación propuesta por ella y dar cuenta de las respuestas, mas no de la manera como llegaron a las soluciones.

En el transcurso de la actividad 2 la estudiante E22 asumió la responsabilidad de responder en la hoja del grupo, y su acción consistió en ordenar las acciones que debían realizar sus compañeros, entre ellas conseguir las respuestas de los grupos cercanos.

106 E22-Jennifer: (*dirigiéndose a la profesora*) ¿cómo vamos a hacer la de la 100?

107 profesora: señora.

108 E22-Jennifer: ¿cómo vamos a hacer la de la 100?

109 profesora: por eso, empieza a mirar (*se dirige a otro grupo*).

110 E22-Jennifer: vaya escribiendo cien bolitas aquí (*le dice a Fabián y señala su cuaderno*).

Al iniciar el trabajo los niños se adhieren a las formas habituales de desarrollar la clase donde ellos deben seguir los procedimientos que indique la profesora, por ello en la línea 108 del segmento anterior Jennifer preguntó cómo lo debían hacer, pero la indicación de la profesora fue empezar a mirar por ellos mismos.

156 E21-Nicole: nos tiene que decir a todos porque (toma la cara de Jennifer y la mueve hacia ella. Jennifer rechaza el movimiento) qué tal si nos pasa lo de los otros, y nosotros...no profe, es que Jennifer hizo todo sola, no sabemos nada.

157 E22-Jennifer: no pues...yo le digo profe, yo les dije, pero ellos no quisieron.

158 E21-Nicole: no sea mentirosa.

159 E22-Jennifer: no, mentiras.

160 E21-Nicole: ¿cuánto son en la figura cinco?

161 E22-Jennifer: en la figura cinco hay trece.

162 E21-Nicole: ¡trece! (Con voz de sorprendida). Profe (que se encontraba hablando con el niño del puesto de atrás de Nicole), en la figura cinco nos da trece (la profe asiente con la cabeza), ¿son trece? (La profe mueve la cabeza de forma afirmativa, mientras ellas hablan Fabián dibuja círculos en su cuaderno). Yo no quiero que me pasen...profe, ¿tenemos que pasar?

163 Profesora: (*mueve la cabeza de forma afirmativa*) ya miramos cómo organizamos.

164 E21-Nicole: no, yo no quiero pasar profe (*la profesora continúa hablando con Edison y no presta atención a lo que dice Nicole*). No nos pases.

166 E23-Fabián: en la figura seis hay 79.

167 E22-Jennifer: en la figura seis hay 15 bolitas, ¡ya escucharon!

168 E21-Nicole: trece, quince, trece, quince, trece, quince, trece, quince (*señala en la hoja con su mano y mueve también su cabeza a medida que dice esas palabras y señala con su mano (37:05). Jennifer la golpea suavemente con la hoja en la cabeza).*

169 E23-Fabián: ahora sí está bien (*mientras Nicole continúa repitiendo trece, quince, trece, quince, trece, quince Fabián coloca su cuaderno en el puesto de Jennifer).*

170 E22-Jennifer: ni siquiera...mire, si en la figura seis hay trece (*la interrumpe Fabián).*

171 E23-Fabián: no, pero dígame.

172 E22-Jennifer: si en la figura seis hay quince, más dos son 17...entonces vaya sumando de dos (*Fabián se levanta del puesto acercando la grabadora de voz a Jennifer y ella reaccionó golpeándolo en la cabeza con su cuaderno (37:31). Nicole se ríe).*

Figura 29. A, B y C gestos del dedo de Nicole al decir 13 y 15 moviendo su mano de izquierda a derecha y de derecha a izquierda



A



B



C

Fuente: elaboración propia

En la línea 167 la estudiante E22 enfatizó en el “ya escucharon”, pues le estaba diciendo la respuesta correcta al grupo para que ellos la supieran en caso de que les tocara pasar y explicar las respuestas del grupo. El posicionamiento de Nicole fue repetir (línea 168) lo dicho por su compañera para poder memorizarlo y, en caso de ser necesario, para poder repetirlo frente a los compañeros y a la profesora. Nicole

acompaña lo dicho al repetir “trece, quince” con un movimiento de la mano y su cabeza, señalando los valores numéricos y tratando de reforzar la memorización de estos (ver Figura 29 A, B y C).

En este comportamiento se advierte que para Nicole lo importante era ofrecer una respuesta acertada y cumplir con lo que la profesora solicitó, aunque fuese de manera superficial y no se implicara críticamente en el proceso ni conociera la procedencia de la respuesta. Entonces, debido a que el compromiso para Nicole era dar una expresión acertada, se tiene que su posicionamiento como estudiante se sitúa desde un esquema de enseñanza tradicional (Radford, 2017) de las matemáticas, donde ella solo debe dar cuenta de respuestas acertadas sin realizar una reflexión personal para llegar a estas y sin interesarse por saber de dónde salieron esos números. Por eso ella solo los repite para que su memoria los grave y luego pueda verbalizarlos en caso de que le pregunten por estos y cómo los obtuvo. En cambio, la reacción de Fabián fue distinta, él propuso un valor que obtuvo mediante su análisis y ante la negativa de Jennifer frente a su respuesta solo indagó y le solicitó a ella una explicación; esa solicitud de Fabián hizo que Jennifer se viera en la necesidad de exponer la manera como había obtenido las cantidades, que en ese caso fue sumar dos a la cantidad anterior.

Las formas de producción de saber y los modos de interacción social del ejemplo de actividad mostrado están marcados por maneras utilitarias de interacción, lo que hace que las relaciones basadas en la solidaridad y las formas democráticas no sean tenidas en cuenta.

Durante la actividad de la tarea 3 Tomás y Fabián buscaron estrategias que les permitieran conocer las respuestas a las preguntas formuladas en dicha tarea. En ese caso ellos decidieron mirar lo que realizaron los compañeros que estaban a su lado en vista de que la profesora había aprobado la respuesta de esos compañeros. De modo que, durante toda la interacción los niños estuvieron muy pendientes de obtener la aprobación de la profesora, quien, por consiguiente, entró en ese juego al aprobar o desaprobar con base en las respuestas y no por los procedimientos seguidos para llegar a dichas repuestas.

Figura 30. A) Tomás (E24) y Fabián (E23) mirando las hojas de los compañeros del lado. B) Tomás indicándole a Fabián las respuestas que vio en la hoja de los compañeros



Fuente: elaboración propia

29 E24-Tomás: hay 51 (*Fabián lo mira, pero no le dice nada*).

30 Profesora: ¿listo? (*Dirigiéndose a Fabián y Tomás*) ¿Cuántos hay en la cinco? (*Tomás y Fabián no responden*).

31 E21-Nicole: (*dirigiéndose a la profesora*) hay trece.

32 Profesora: trece, ¡nooooo! (*Y se desplaza a otro grupo*).

33 E24-Tomás: (*contando en voz alta*) 24, 25, 26, (hasta 51) ... Hay cincuenta y uno.

34 E23-Fabián: ¿cincuenta y uno?

35 E24-Tomás: (*mueve su cabeza indicando que sí, se levanta del puesto y se dirige a la profe*) ¿en la cinco hay 51?

36 Profesora: en la cinco, cincuenta y uno... ¡No!, hay menos (*se dirige a otro grupo y les hace una pregunta*) ... ¿Cuántos hay en la cinco? (*y revisa lo escrito del grupo*), ¡listo!, ya lo tienen (*se retira a otro grupo. Fabián seguía con su mirada las acciones de la profesora*).

37 E23-Fabián: (*dirigiéndose a Tomás*) mire cuánto es (*le señala el grupo al que acababa de revisar la profesora*).

38 E24-Tomás: (*esforzándose por ver la hoja de los compañeros*) treinta y cinco (*le dice a Fabián, luego se dirige a la profesora*) ¿en la cinco hay treinta y cinco?

52 Profesora: ¿cuántas Tomás?

53 E24-Tomás: treinta y cinco.

54 Profesora: bien.

En el siguiente segmento se observan las dificultades que tuvieron Tomás y Fabián para trabajar juntos, lo que propició que los niños terminaran separados y no avanzaran en la solución de la tarea.

24 E24-Tomás: (*toma la hoja sobre la que trabajaba Fabián y empieza contar (15:11). Cuando Fabián se levanta del puesto, Tomás aprovecha para tomar las hojas e involucrarse frente a lo que estaba haciendo su compañero. Tomás quería verificar que en la figura 9 realmente se encontraran los 99 cuadros que decía Fabián y para ello empezó a contar cada uno de los cuadros, esto le toma tiempo*). (Ver Figura 31 A)

25 E23-Fabián: (*se distrae con otro compañero del curso mientras Tomás continúa contando, en el minuto 17:37 Fabián regresa al grupo y se dirigió a Tomás*) entrégue me la hoja, son 99... está bien (*Tomás lo ignora*).

26 E23-Fabián: bla, bla, bla, bla (*hace ruidos para que Tomás no pueda seguir contando, desde el minuto 17:41 hasta el minuto 17:53*). (Ver Figura 31 B)

27 E24-Tomás: (*ante la continua molestia de Fabián*) ¡pues, tome la hoja! (*Se la dio de mala manera y se levantó del puesto alejándose de Fabián, luego se cruzó de brazos muy molesto*). (Ver Figura 31 C)

28 E14-Sergio: (*observó lo sucedido entre Fabián y Tomás*) ¿qué pasó? (*Al no obtener respuesta se levanta de su puesto y se acerca a Tomás para preguntarle*). ¿Qué pasó?

29 E24-Tomás: es que Fabián no me deja hacer nada.

30 E14-Sergio: (*dirigiéndose a Fabián*) ¡oiga!, deje hacer algo a Tomás (intenta quitarle las hojas a Fabián).

31 E23-Fabián: (*opone resistencia, pero no dice nada, accidentalmente durante el forcejeo se arranca una hoja que Sergio toma. Fabián se levanta de inmediato y se dirige a la profesora para contarle lo sucedido*).

32 E14-Sergio: ¡ay, ya!, tome la hoja, siempre está peleando (*se dirige de nuevo a su grupo mientras Tomás permanece sentado cruzado de brazos (18:00 - 19:26), Sergio le comenta a Danilo y a Kevin lo que sucedió entre Tomás y Fabián, mientras Tomás le cuenta a Edison que Fabián no lo deja hacer nada*).

33 E10-Kevin: pues, por qué no se hace mejor con ellos (*señala a Edison y a Sergio*).

34 E11-Cavid: ¡venga!, ¡venga! (*Llama a Tomás*), ¡venga le digo! (*Se acercan Tomás y Sergio, luego Kevin y Danilo*).

35 E10-Kevin: no ve que este (*señala a Fabián*) ...no lo deja trabajar.

36 E4-Danilo: (*se acerca a Fabián*) por qué no deja trabajar a Tomás.

37 E23-Fabián: él dijo que estaba mal y yo la resolví bien (*Danilo se aleja hacia donde están Kevin, Cavid y Sergio*).

38 E10-Kevin: pero también ayude (*le dice a Fabián*)

39 E23-Fabián: ¡está bien!

40 E10-Kevin: si dejara a Tomás trabajar, seguro lo haría bien.

41 E23-Fabián: ¡tómelo, hágalo usted! (*Se molesta, se levanta su puesto, se aleja de los compañeros y les lanza las hojas. Luego toma su puesto y lo aleja de Tomás y se ubica al lado de Nicole. Mientras esto sucede Edison le dice a Tomás que trabaje con ellos, se levanta y ayuda a Tomás con el puesto*) (20:56).

Figura 31. A) Tomás (E24) aprovecha que Fabián se levantó del puesto y pudo tomar la hoja del grupo. B) Al regresar Fabián (E23) fastidia a Tomás para que él no pueda continuar con lo que está haciendo. C) Tomás (E24) se molesta y le entrega la hoja a Fabián y retira su puesto cruzándose de brazos y mostrando enojo



A

B

C

Fuente: elaboración propia

Durante el desarrollo de la Actividad en las tareas 1, 2 y 3 se le dio una fuerte prioridad al conteo, también a algunas operaciones y dependencias para abordar y desarrollar las tareas propuestas.

Tal y como se observó en los segmentos anteriores, dibujar cada posición y contar cada uno de los elementos de los dibujos fue la primera estrategia empleada por los niños, aunque en algunas situaciones obtener las respuestas de los compañeros sin realizar el procedimiento fue otra de las estrategias empleadas. Las generalizaciones planteadas por los niños fueron de tipo aritmético y dependían del dibujo de cada una de las posiciones y de su respectivo conteo, además, debían contar con las cantidades de las anteriores posiciones para establecer las próximas. En varias oportunidades la falta de afinidad con los compañeros les impidió avanzar en la comprensión de las tareas, así también en el cumplimiento del objeto de la actividad tanto para los procesos de objetivación como para los procesos de subjetivación.

Modos de producción de saber y relaciones colaborativas en clase: procesos aritméticos de generalización a partir del uso de tablas

En el desarrollo de las Actividades 4, 5 y 6 los niños se comunicaron de manera asertiva y tuvieron la disposición de escucharse, lo que propició que de manera abierta plantearan sus dudas y entre ellos mismos pudieran darles solución (un ejemplo de ello se observa en la línea 57

del siguiente segmento). De manera que los objetos de atención durante estas tareas estuvieron más relacionados con el objeto de la actividad para los procesos de objetivación, en comparación con lo desarrollado por los niños durante las Actividades 1, 2 y 3. El objeto de atención de los siguientes segmentos estuvo vinculado con “discutir respuestas”, para lo cual los niños emplearon en su mayoría estrategias de tipo aritmético, dado que elaboraban el dibujo de cada posición y luego contaban para responder las preguntas propuestas. Posteriormente esta estrategia (dibujar y luego contar) les permitió a los niños establecer en el contexto de la tarea el cambio de las cantidades dependientes, específicamente los ayudó a comprender que las cantidades de niños cambiaban en relación con la cantidad de mesas a partir de la suma de un valor a la anterior cantidad obtenida.

53 E16-Sara: una mesa ¿cuántos niños?

54 E27-Juan: ¡mírela ahí! (*señala el tablero (21:50) y Sara escribe en la hoja*).

55 E16-Sara: dos mesas.

56E27-Juan: seis (*Sara continúa escribiendo*) (22:01) ...ocho.

57 E16-Sara: ¿está seguro? (*Juan toma la hoja y le señala el dibujo de la fotocopia*) (22:17-22:19). ¡Sí! (*Sara vuelve a tomar la hoja y escribe, luego dibuja las cuatro mesas y cuenta con Juan la cantidad de niños*) (00:08).

Figura 32. Sara (E16) y Juan (E27) discuten la manera para resolver la primera pregunta de la tarea y realizan el dibujo de la posición solicitada y cuentan



Fuente: elaboración propia

V4.5

68 E16-Sara: (realiza el dibujo de 5 mesas) uno, dos, tres, cuatro.

69 E27-Juan: doce.

70 E16-Sara: cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce (*en este momento mira a Juan y asiente con su cabeza (01:08) y lo escribe en la hoja, mientras Juan mueve sus manos sobre la mesa*) (01:10). ¡Hágale!, coja un esfero (*le dice Sara a Juan, y le entrega la hoja donde están dibujando las mesas y los niños*), ¿ya dibujo la sexta? (*Juan busca en su maleta algo con qué escribir, ella lo mira y decide ponerse a dibujar en el puesto de él*).

71 E27-Juan: es 14 (*Sara continúa contando los niños en el dibujo que hizo*).

72 E16-Sara: yo estoy confundida ¿cómo es? (01:55, 02:00, 02:55) (*Mientras sigue contando en el dibujo que hizo. Cuando llega a 14 mira sonriendo a Juan y escribe en la hoja, y Juan verifica el conteo que hizo Sara*) (02:09, 02:14).

Figura 33. A y C Sara y Juan se miran fijamente al estar de acuerdo. B, D, E y F los niños trabajan juntos en la solución de las preguntas



A



B



C



D



E



F

Fuente: elaboración propia

Los niños trabajaron juntos y ese trabajo conjunto fue lo que propició que pudieran responder las preguntas, para ello utilizaron como estrategia dibujar cada una de las situaciones con las mesas y los niños, luego contaron las cantidades. Necesitaron dibujar las mesas para aproximarse a las primeras respuestas a las preguntas, posteriormente consideraron que podían hacer uso de la multiplicación para establecer los valores lejanos solicitados. De igual manera para ellos era necesario realizar el dibujo para verificar los valores que obtenían usando la multiplicación.

En esta tarea predominó un pensamiento aritmético al igual que sucedió durante las actividades 1, 2 y 3, pero en esta oportunidad los niños identificaron una regularidad y es que podían obtener un nuevo valor de los solicitados teniendo los anteriores; además, observaron que los valores obtenidos al contar eran todos múltiplos del número 2. En esta forma de desarrollar la tarea se observan indicios de un pensamiento algebraico factual, dado que se movilizan medios semióticos como los gestos, los movimientos, la actividad perceptual y las palabras para expresar las regularidades observadas. Es importante anotar que hay una apropiación de la regularidad por parte de los niños, simplemente es observada y se utiliza para los casos lejanos, pero en sí misma no se considera una relación entre las cantidades involucradas en la secuencia. En este caso, los niños mostraron complicidad con el gesto de mirarse a los ojos, lo cual demuestra que estaban conectados y compartían el mismo interés por la actividad que realizan. En la Figura 34 se evidencia el carácter aritmético de la regularidad que observaron los niños, quienes inicialmente establecieron que sumaron y, luego, para una posición más lejana multiplicaron; y para establecer cantidades de manera general propusieron “porque lo dibujamos en una hoja” que es la estrategia que les genera mayor seguridad a los niños a la hora de resolver las preguntas.

Figura 34. Respuestas de Sara y Juan a la tarea 4

Nombre: Sara, Nataly, Antonio, D. Juan, peñatorres Jr.
 Edad: 9, 9
 Fecha: 17-04-18

Camila celebra su cumpleaños en casa, y quiere invitar a sus amigos a compartir un pastel. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.

En tres mesas caben 8 niños



Las mesas se unen formando una fila como la que observas en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otras debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas: En tres mesas caben 8 niños

- ¿Cuántos amigos pueden sentarse a comer pastel, si se juntan 3 mesas?
8 niños
- ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Expliquen cómo lo han averiguado.
18 niños
sumando
- Y si tenemos 120 mesas ¿cuántos amigos pueden comer pastel en ellas? Expliquen cómo lo han averiguado.
240 niños
multiplicando
120
x 2

4. Organizan la información sobre el número de mesas y el número de amigos que se pueden ubicar utilizando la tabla.

Número de mesas	Número de amigos
1	4 amigos
2	6 amigos
3	8 amigos
4	10 amigos
5	12 amigos
6	14 amigos
7	16 amigos
8	18 amigos
9	20 amigos

- Si saben el número de mesas que hay, ¿de qué forma explicarían a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden ubicarse a comer pastel? Expliquen cómo lo han pensado.
Contando 2 en 2
- ¿Cuántas mesas se necesitan para que se ubiquen a comer 24 amigos? Expliquen cómo lo han averiguado.
11 mesas
- ¿Y para que se sienten a comer 58 amigos? Expliquen cómo lo han averiguado.
28 por que lo digamos en una hoja.
- Si saben el número de amigos que van a comer, ¿de qué forma explicarías a alguien cómo averiguar el número de mesas que se necesitan para que puedan ubicarse? Expliquen cómo lo han pensado

Fuente: elaboración propia

Durante el desarrollo de la actividad en la tarea 5 se dieron varios momentos en los cuales las niñas discutieron cada una de las preguntas propuestas en la tarea, en algunos casos llegaban a acuerdos, pero en otros no sucedía de la misma forma y debían recurrir a la profesora para poder solucionar las dificultades y continuar con el desarrollo de la tarea. En otras oportunidades, cuando las niñas no llegaban a acuerdos, se disgustaban; sin embargo, en esos casos siempre se observó que luego alguna de las dos niñas, la mayoría de las veces E1, motivaba a la otra para continuar con el desarrollo del trabajo.

13 E1-Maryhú: sería mirar cuántos palillos se necesitan para la figura uno (*señala con su lápiz sobre la fotocopia, Crystal la interrumpe*).

14 E15-Crystal: ¡espera!, vamos a ver primero la secuencia y ahí nos vamos guiando.

15 E1-Maryhú: yo digo que toca hacer las figuras así (*señala con su lápiz sobre la fotocopia las figuras que se dan*) (ver Figura 35 A).
¿Cuál es la figura uno?, ¿así?, toca hacer una así.

16 E15-Crystal: como una casita (*la niña también señala con su lápiz sobre la fotocopia las figuras*).

17 E1-Maryhú: ¡ajá!, así, ¿cuál es la figura cuatro? Así, pero aquí no (*señala la hoja cuadriculada*).

18 E15-Crystal: ¡ahh! ya entiendo.

19 E1-Maryhú: aquí no, ¡ahí! (*Señala la fotocopia y la hoja cuadriculada*).

20 E15-Crystal: yo sé.

21 E1-Maryhú: sería realizar el dibujo de la figura uno, ¿cuántos palillos utilizaron en la figura uno? ¿Cómo así cuántos palillos? (*La niña se toma la cara en gesto de desconcierto, mientras Crystal cuenta con su lápiz los palillos de la figura uno*). (Ver Figura 35 B)

22 E15-Crystal: tenemos que contar los palillos Maryhú, tiene lógica.

23 E1-Maryhú: sería entonces así ¡tin!, ¡tin!, ¡tin!, ¡tin! (*La niña dibuja sobre el puesto la figura con el movimiento de la mano*) (Ver Figura 35 C).

24 E15-Crystal: ¿sabe qué?, vamos a hacerlo y ya. ¿Qué escribimos?

25 E1-Maryhú: figura uno (*Crystal escribe en la hoja cuadriculada*).

26 E1-Maryhú: ¡ajá!, exacto...como dijo la profesora, uno y dos punticos.

27 E15-Crystal: por ejemplo, la casa es así (*señala la fotocopia con su dedo*).

28 E1-Maryhú: igualita, que no quede dispareja (*mientras Crystal dibuja en la hoja*).

29 E15-Crystal: si es una casita (*mientras borra lo que hizo*).

30 E1-Maryhú: ya está comenzando, haciéndolo mal.

31 E15-Crystal: es que por algo (*y mira a Maryhú*)

Figura 35. A) Maryhú (E1) y Crystal (E15) tratan de entender la tarea propuesta. B) Maryhú no comprende la primera pregunta de la tarea. C) Maryhú dibuja sobre el puesto de Crystal una figura similar a la propuesta en la tarea para mostrar que ha comprendido cómo se construyen cada una de las figuras por posición



A

B

C

Fuente: elaboración propia

Las niñas discutieron entre ellas tratando de comprender la secuencia propuesta en la tarea, cada una expresó sus dudas y sus comprensiones para luego comentárselas a su compañera. La estudiante E15 fue quien tomó la iniciativa de escribir la primera respuesta en la hoja del grupo, mientras que su compañera E1 la seguía de cerca y la criticó por la manera como lo hizo.

cincuenta palillos por qué sí o por qué no (*se miran entre ellas*) (16:55)
... No sé.

161 E15-Cristal: existe alguna figura con cincuenta palillos (*las dos buscan con la mirada a la profesora en el salón*).

162 E1-Maryhú: ¡profe!, ¡profe!, nosotras ya estamos en el último...en este, pero es que no entendemos (*se tapa la boca con las manos*) (17:15).

163 Profesora: ¿qué no entienden?

164 E15-Crystal: ¡ehh!, el quinto.

165 Profesora: el quinto dice ¿existe alguna figura que tenga cincuenta palillos?, entonces mira (*les señala en la fotocopia las figuras y las niñas miran de manera atenta*), por ejemplo, esta, la figura uno, tiene cinco palillos; la figura cuatro tú dices que tiene veinte; la figura tres tú dices que tiene 97.

166 E1-Maryhú: sabe profe... ¿Por qué nos dio 97 profe?

167 Profesora: ¿por qué?

168 E1-Maryhú: porque aquí había 10 figuras y como ahí dice que no la dibujemos entonces nosotras la contamos de nuevo para que nos de eso, y nos dio 97 (*Crystal la interrumpe*).

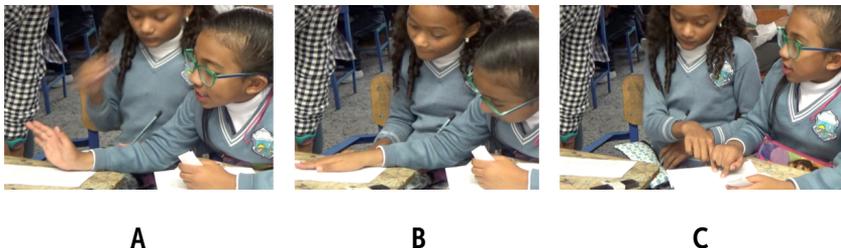
169 E15-Crystal: no profe, significa que hicimos 10 de estos (*señala la hoja donde escriben*) con diez de estos (*señalan las dos niñas en la fotocopia*).

170 E1-Maryhú: y nos dio eso.

171 Profesora: ¡ah!, OK.

172 E1-Maryhú: ve que usted también explicó, así tiene que hacer.

Figura 36. A) Maryhú (E1) le explica a la profesora lo que han realizado y Crystal (E15) interrumpe a Maryhú. B y C) Crystal explica y le señala a la profesora lo que han utilizado para responder a las preguntas y, en particular, de qué manera hallaron el valor 97



Fuente: elaboración propia

173 E15-Crystal: escribimos ahora quinto.

174 E1-Maryhú: existe alguna figura con cincuenta palillos, ¡sí! Sabe por qué, porque esta tiene cinco, toca dibujarlo para saber.

175 E15-Crystal: no, no toca dibujar, solo toca decir sí o no y por qué. Bueno escribamos, tu dijiste que sí ¿no? (*Maryhú mueve su cabeza en forma afirmativa*) (18:36). Ahora toca escribir por qué.

176 E1-Maryhú: sí, porque la figura uno (*Crystal mueve la cabeza de forma negativa y le entrega la hoja y el lápiz a Maryhú que hace un gesto de molestia*) (18:52).

177 E15-Crystal: más que sea fea tu letra... (*la interrumpe Maryhú*).

178 E1-Maryhú: no es eso, voy a escribir, sí...pero es que... Es que no entiendo nada esto.

179 E15-Crystal: sí, porque, por ejemplo...

180 E1-Maryhú: no lo entiendo tanto, tienes roja la cara (*le señala la cara*) (19:23), lo tiene rojo (*hasta el minuto 20:33 hablan de la mancha en la mejilla de Crystal*).

181 E15-Crystal: sí, porque, ¡eeehh!...

182 E1-Maryhú: sí, porque si hacemos esas figuras nos dará ¿el número?

183 E15-Crystal: porque si escribimos que no...

184 E1-Maryhú: sí Crystal.

185 E15-Crystal: ¿por qué?

186 E1-Maryhú: sí, porque si nosotras hacemos 50 casitas nos da el número.

187 E15-Crystal: sería un número mayor, muy mayor.

188 E1-Maryhú: pero aquí nos dice por qué (*la interrumpe Crystal*).

189 E15-Crystal: bueno escribe ya, ya, ya... Bueno, ya terminamos, ya tenemos los tres todavía, yo creo que ya está listo Maryhú (*hace una pausa esperando que Maryhú escriba*). Tal vez el número que queramos...

190 E1-Maryhú: pero para explicar, hacemos 50 casitas y... (*Crystal la interrumpe*).

191 E15-Crystal: bueno haz las 50 casitas.

192 E1-Maryhú: ¿o no? Ya tengo una idea. Con esta que tenemos aquí, con esta, esta y esta tenemos 50 (*Crystal la interrumpe*).

193 E15-Crystal: pero es que nos da de nuevo cincue..., ¡ah!, ¡no Maryhú! (*Sus gestos muestran preocupación*). Con este total de 10 nos da 50 (*las niñas se miran y se sonríen mutuamente*) (22:14) ... Tenemos que hacer este total de casitas para que nos de 50.

194 E1-Maryhú: ¡ah, sí!, teníamos la respuesta de este punto...no importa cómo hagamos las casitas.

195 E15-Crystal: haz unas, Maryhú haz unas (las dos niñas dibujan juntas en la hoja) (22:40) para que terminemos.

196 E1-Maryhú: ¡sí podemos! (*Continúan juntas dibujando en la hoja*) (22.50). ¿Cuántas vas?

197 E15-Crystal: son 10 casitas.

198 E1-Maryhú: por eso.

199 E15-Crystal: toca hacer 10 aquí.

200 E1-Maryhú: estamos haciendo esto mal.

201 E15-Crystal: ¡no!, ¿por qué?, si no dijeran 50 casitas... Sí Maryhú, estamos haciéndolo bien, sigamos haciéndolo.

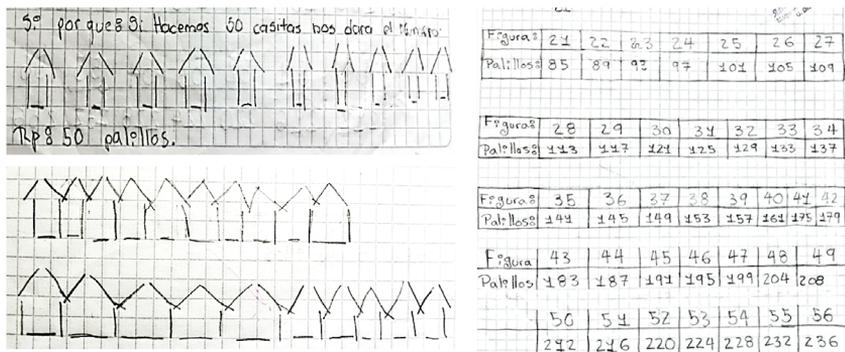
202 E1-Maryhú: borrador, borre todo eso.

Figura 37. A) Maryhú (E1) le explica a la profesora lo que han realizado y Crystal (E15) interrumpe a Maryhú. B y C) Crystal explica y señala a la profesora lo que han utilizado para responder a las preguntas



Fuente: elaboración propia

Figura 38. Dibujos y tabla realizada por Maryhú y Crystal para establecer la cantidad de palillos en la Figura 50



Fuente: elaboración propia

En esta tarea las niñas tuvieron que discutir la manera como dibujaban las casas, dado que en un primer momento E15 las dibujó separadas, pero durante la socialización realizada por la profesora se dieron cuenta de que las casas compartían un lado y debieron hacer de nuevo los dibujos ajustando que las casas compartieran un lado.

V6.2

12 E1-Maryhú: desde aquí comienza (*señala con su lápiz la fotocopia y la toma*). Lo leo, dice se van a colocar... (*Crystal al interrumpir y le quita la hoja*).

13 E15-Crystal: Maryhú la profe ya lo leyó.

14 E1-Maryhú: ¡ay!, pero no me regañe.

15 E15-Crystal: ¡espérate!, ¡espérate! (*Crystal va contando la cantidad de cuadros oscuros en el dibujo de la fotocopia, cuenta la fila superior de los dos primeros dibujos*).

16 E1-Maryhú: acá hay diez y aquí hay dos (*le señala en el dibujo con su dedo*) (00:26), tiene que contarlas todas (*le señala la figura*

completa, pero Crystal continúa contando en filas) (00:30). (Ver Figura 39).

17 E15-Crystal: ¡espérate! (*La niña insiste en contar en fila*).

18 E1-Maryhú: otra vez (*Crystal vuelve a iniciar el conteo en filas*) (00:37).

19 E1-Maryhú: ¡no Crystal!

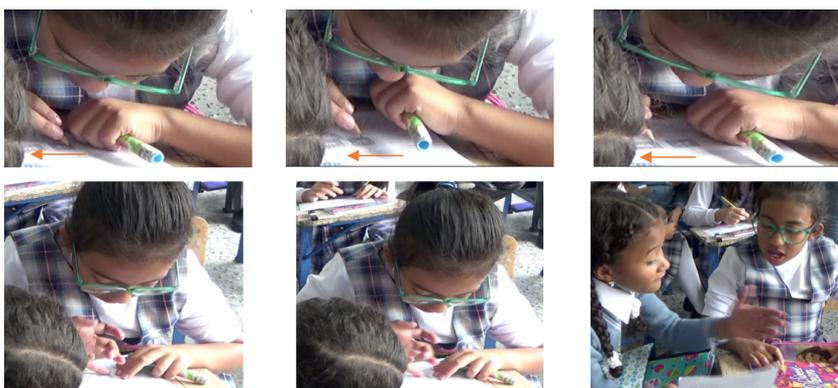
20 E15-Crystal: pero yo estoy contando así.

21 E1-Maryhú: ¡no Crystal! (*Le quita la fotocopia*) (00:48).

22 E15-Crystal: entonces ¡hágalo usted!

23 E1-Maryhú: por estar hablando ahí... ¡mire!, ¡mire! (*La niña intenta explicarle a Crystal*).

Figura 39. Conteo de Crystal en línea recta sin importar la posición de cada figura y la molestia de Maryhú porque Crystal no lo hace como ella le indica



Fuente: elaboración propia

24 E15-Crystal: ¡hágalo! (*No le presta atención empieza a guardar sus cosas en la cartuchera*) (00:55).

25 E1-Maryhú: ahí se lo dejo (lanza la hoja con enojo sobre el puesto de Crystal (00:57) y se aleja de ella). No voy a hacer nada.

26 E1-Maryhú: pues de malas (*Crystal toma la hoja y la deja en el puesto de Maryhú (1:04). Maryhú abre su cuaderno y se pone a dibujar dentro de él mientras Crystal delinea sobre su carpeta unas letras con el borrador*), nos sacaremos uno porque yo no lo voy a hacer (*lo dice dirigiéndose a Crystal (01:32) que continúa delineando su carpeta*) Tome (coloca la fotocopia en el puesto de Crystal) (02:17). Toca que hagamos en equipo la hoja.

Figura 40. Molestia entre Maryhú y Crystal



Fuente: elaboración propia

27 E15-Crystal: ¿cuántas baldosas en total son necesarias? Lo que no entiendo es esto (*señala con su borrador en forma de lápiz la fotocopia*) (02:42).

28 E1-Maryhú: es que es esto ¡mire!, toca leer esto...léalo (*Crystal lee la fotocopia*).

29 Profesora: listo, ¿ya las hicieron?

30 E1-Maryhú: es que Crystal no entendió profe, y le estoy explicando y no quiere.

31 Profesora: ¿qué le estás explicando? Cuéntame.

32 E1-Maryhú: que cierto profe que primero hay que contar cuántas son negras y cuántas son blancas (*señala en la fotocopia los cuadros*) (03:16).

33 Profesora: y ¿qué dice Crystal?

34 E1-Maryhú: Crystal dice que no, que eso no es así.

35 Profesora: entonces ¿cómo es Crystal?

36 E15-Crystal: yo no sé.

37 Profesora: lo que te está diciendo Maryhú es una idea de cómo podrían hacerlo, contar blancas y contar negras.

38 E1-Maryhú: ¡ya ve!

39 Profesora: aquí hay dos blancas, aquí hay tres blancas ¿cuántas habría acá?

40 E15-Crystal: una.

41 Profesora: una blanca, pero acá hay ¿cuántas negras?

42 E1-Maryhú: hay nueve y acá ocho.

43 Profesora: ¿por qué ocho?

44 E1-Maryhú: aquí hay diez...aquí debe haber nueve.

45 Profesora: ¿cuántas hay acá? (*Señala en la fotocopia*).

46 E1-Maryhú: aquí hay doce, doce negras.

47 Profesora: y aquí hay...

48 E1-Maryhú: nueve.

Figura 41. La intervención de la profesora ayuda para que Maryhú y Crystal continúen con el desarrollo del trabajo de manera conjunta



Fuente: elaboración propia

Las niñas recurrieron a la elaboración de una tabla para solucionar las preguntas de las tareas, la cual construyeron sumando 3 a la anterior cantidad, por tanto, la estrategia que emplearon y les permitió conocer los valores de las posiciones lejanas fue una estrategia aritmética. En un inicio las niñas dibujaron cada una de las posiciones y contaron los elementos en el dibujo, luego vieron que podían obtener los valores lejanos mediante la elaboración de una tabla.

Figura 42. Tabla y estrategia empleada por Maryhú y Crystal

26 = 84	85 = 87	88 = 89	41 = 129	71 = 222	56 = 174
27 = 87	87 = 90	89 = 92	42 = 132	72 = 225	57 = 177
28 = 90	89 = 93	92 = 95	43 = 135	73 = 228	58 = 180
29 = 93	94 = 96	95 = 98	44 = 138	74 = 231	59 = 183
30 = 96	95 = 99	98 = 101	45 = 141	75 = 234	60 = 186
31 = 99	97 = 102	101 = 104	46 = 144	76 = 237	61 = 189
32 = 102	98 = 105	104 = 107	47 = 147	77 = 240	62 = 192
33 = 105	99 = 108	107 = 110	48 = 150	78 = 243	63 = 195
34 = 108	100 = 111	110 = 113	49 = 153	79 = 246	64 = 198
35 = 111	101 = 114	113 = 116	50 = 156	80 = 249	65 = 201
36 = 114	102 = 117	116 = 119	51 = 159	81 = 252	66 = 204
37 = 117	103 = 120	119 = 122	52 = 162	82 = 255	67 = 207
38 = 120	104 = 123	122 = 125	53 = 165	83 = 258	68 = 210
39 = 123	105 = 126	125 = 128	54 = 168	84 = 261	69 = 213
40 = 126	106 = 129	128 = 131	55 = 171	85 = 264	70 = 216
	107 = 132	131 = 134			219

Solución 3

Ep: hacer una tabla y contar de 3 en 3

Fuente: elaboración propia

La actividad (*Tätigkeit* en alemán y *deyatel'nost'* en ruso) hace referencia a un sistema dinámico que está orientado a la satisfacción de las necesidades colectivas, es una forma social de esfuerzo conjunto a través de la cual los individuos producen sus medios de subsistencia mientras se producen a sí mismos como seres humanos (Radford, 2020). En el transcurso de la implementación fue posible constatar la característica dinámica y fluida de la Actividad, pues se observó la movilidad tanto en las formas de interacción y colaboración humana como en las formas de producción del saber, lo cual le dio forma y características propias a la Actividad escolar en la clase de Matemáticas.

La caracterización de la actividad (cabe recordar que se utiliza Actividad con A mayúscula para hacer referencia a las distintas actividades desarrolladas por cada una de las seis tareas) que se ha propuesto en

este trabajo ha tenido como punto de anclaje el estudio de las formas de interacción. Tener esta consideración permitió reflexionar acerca de las formas de alteridad, lo que a su vez hizo posible la identificación de la emergencia de episodios y segmentos que fueron representados en los diagramas como microambientes (nubes). La interpretación de estos microambientes son los que han permitido tener información sobre la manera como emergieron las formas de interacción y las formas de circulación del saber debido a que los microambientes se constituyeron a partir de los posicionamientos (reconocimiento del otro, la relación a la otredad que se enmarca en una actividad, en este caso, la actividad de enseñanza-aprendizaje) de las personas involucradas, los cuales fueron representados en los diagramas por colores, y los objetos de atención que permitieron conformar los episodios.

En los distintos diagramas elaborados por cada actividad siempre se vio la presencia del otro, pero es importante decir que este otro tomó varios matices en la medida en que las actividades iban evolucionando. En un principio el otro era un sujeto cercano (espacialmente) que no afectaba en nada al yo porque simplemente estaba allí compartiendo el mismo lugar. Un ejemplo de ello se encuentra en la actividad de la tarea 1, en el segmento V1.5, donde la estudiante E1 les propuso a sus compañeros ponerse de acuerdo debido a que en el grupo tenían una variedad de respuestas frente a una misma pregunta de la tarea, y la reacción de sus compañeros fue mirarla denotando que sabían y entendían más el tema que ella; en la misma actividad se observó que E1 los llamaba con la intención de que juntos llegasen a un acuerdo, pero ninguno de los niños involucrados mostró interés por atender al llamado que su compañera E1 les hacía y simplemente la miraron, reconociendo que ella estaba allí, pero que su presencia y su solicitud no los afectaba en nada y que por eso la ignoraban. Ante esta situación la estudiante E1 mostró signos de frustración, pero, aun así, decidió continuar el desarrollo de la tarea sola, sin considerar a esos otros que la ignoraban.

Durante el desarrollo de las tareas 4, 5 y 6 se empezaron a notar signos en las actuaciones, los gestos y los posicionamientos de los niños que mostraban que el otro no era solo alguien cercano, puesto que se convirtió en un apoyo con quien podían discutir e interactuar para dar solución a la tarea. Un ejemplo de lo ocurrido en este caso es la situación que se presentó en la actividad de las tareas 4 y 5, donde se empleó un mismo gesto por parte de los niños que fueron filmados cuando se

encontraban de acuerdo con sus compañeros y decidían trabajar juntos; dicho gesto consistió en mirarse fijamente a los ojos y luego escribir juntos en la misma hoja (ver Figura 43).

Figura 43. Gesto empleado por los niños al estar de acuerdo



Fuente: elaboración propia

Es así como en el análisis de las producciones de los estudiantes se pudieron observar indicios de elementos que pueden constituir a largo plazo un pensamiento algebraico de tipo factual. No obstante, se ha advertido que aún las elaboraciones realizadas por los niños dan muestra de un pensamiento de tipo aritmético, donde predomina el conteo y las relaciones entre éste y las operaciones aritméticas como, por ejemplo, “sumar dos al anterior” o “multiplicar por tres”.

Cabe recordar que para poder caracterizar el pensamiento algebraico factual es necesario que los estudiantes reconozcan dos variables matemáticas y las relaciones que se dan entre ellas; sin embargo, lo que mostraron los datos es que, si bien los niños establecieron relaciones, ello lo hicieron a partir de procesos de conteo que dependían de las cantidades obtenidas. Fue así como los niños construyeron las tablas

que les permitieron conocer los valores para las posiciones lejanas de las secuencias propuestas.

Asimismo, se encontró que, si bien los estudiantes movilizaron diversos medios semióticos como los gestos, los movimientos, la actividad perceptual y las palabras, la indeterminancia no fue percibida por los niños, quienes alcanzaron a distinguir regularidades a partir de diversos tipos de conteos, pero su evolución no llegó a un punto en el que se pueda afirmar que se utilizó el pensamiento algebraico. Aunque es difícil establecer en qué medida el pensamiento aritmético se convirtió en algebraico, la observación de los medios semióticos movilizados respalda la idea de que se dio un primer paso para desarrollar el pensamiento algebraico de los estudiantes.

Caracterización de la ética en la actividad. Procesos de objetivación y subjetivación

En este capítulo se presenta la segunda parte del análisis realizado teniendo en cuenta los dos últimos objetivos específicos formulados en el primer capítulo, y también se encontrarán los análisis realizados a las producciones de los estudiantes, tomando en consideración el trabajo llevado a cabo en el cuarto capítulo. De esa manera, y considerando que la investigación aquí presentada se encuentra enmarcada en la perspectiva de la teoría de la objetivación, se realizó un segundo análisis basado en una concepción multimodal del pensamiento humano (Radford et al., 2003; Radford, Edwards & Arzarello, 2009; Arzarello, 2006 como se citó en Gómez y Mojica, 2014), así también en la construcción y la validación de una rejilla para el seguimiento de la ética comunitaria (Lévinas, 1977; Radford y Lasprilla, 2020).

Dada la naturaleza de transversalidad de los procesos de objetivación y subjetivación en la dinámica escolar, su presencia no se devela de una manera inmediata y en una sola circunstancia, por lo cual en este análisis se van a presentar las relaciones que se establecen entre la ética, la actividad y los procesos de objetivación y subjetivación.

Este apartado se desarrolla en cuatro partes: luego de presentar la introducción, en la segunda y tercera parte se muestra, respectivamente, la constitución de un marco analítico de la presencia de los vectores éticos y sus relaciones con la Actividad. Y en la cuarta parte se proponen las relaciones que se dan entre la ética comunitaria y el desarrollo de la Actividad.

Marco analítico de la presencia de vectores de la ética comunitaria

La actividad, como es entendida en el marco de la teoría de la objetivación, plantea la puesta en juego de procesos de objetivación y subjetivación que se fundamentan en relaciones con otros, en las cuales existen actitudes éticas subyacentes. El marco analítico que se presenta a continuación, y que se desarrolla desde la metáfora biológica del vector, se constituye en un importante aporte al estudio de la presencia de los vectores de la ética comunitaria en la Actividad.

Inicialmente se ha propuesto una rejilla donde se consideraron los planteamientos filosóficos de Lévinas en torno a la ética, y la interpretación de la Actividad desde los planteamientos de la teoría de la objetivación. A partir de estos dos aspectos macro se establecieron los elementos de base para la constitución de la rejilla, estos fueron: i) el sustrato ético; ii) los vectores de la ética comunitaria; y iii) los componentes de la ética comunitaria que son excedencia, acogida (hacerse cargo), inmanencia, encuentro-diálogo, proximidad (empatía) y exposición. Además, se consideró la relación de alteridad, “otredad”, por ser un elemento transversal que está presente en cada uno de los componentes de la ética comunitaria. Es importante anotar que, en particular, dentro de la rejilla propuesta se describió cada uno de sus elementos mediante indicadores de presencia de los componentes y los posicionamientos.

Los sustratos *responsabilidad*, *socialidad* y *sensibilidad* hacen referencia a los rasgos filosóficos considerados para el vector y sus componentes. Es así como cada sustrato se corresponde con un vector de la siguiente manera:

- Responsabilidad: se refiere al sustrato y al vector de la ética comunitaria dada su complejidad y sus antecedentes filosóficos.
- Vector cuidado del otro: se corresponde con el sustrato socialidad.
- Vector compromiso en el trabajo conjunto: está vinculado con el sustrato sensibilidad.

A partir de los tres vectores de la ética comunitaria se establecieron los componentes mediante los cuales se realizó el seguimiento de cada uno de ellos en las actividades desarrolladas.

Tabla 2. Sustrato, vector y respectivo componente

Sustrato ético	Vector ética comunitaria	Componente
Responsabilidad	Responsabilidad	Excedencia y acogida (hacerse cargo)
Socialidad	Cuidado del otro	Inmanencia y encuentro-diálogo
Sensibilidad	Compromiso en el trabajo conjunto	Proximidad (empatía) y exposición

Fuente: elaboración propia

Cabe anotar que las características principales de los sustratos y los componentes de los vectores de la ética comunitaria no se presentan en esta tabla, dado que dicha exposición se mostró en el segundo capítulo de este documento.

Ahora bien, para la elaboración de la rejilla fue necesario establecer un tejido que tuviera presente los sustratos, los vectores y los componentes, además de requerirse hacerlos observables e identificables en un aula de clase de Matemáticas. Acorde a dicha necesidad en la elaboración de la rejilla se consideraron los siguientes momentos: i) la revisión teórica que permitió la extracción de los conceptos clave para la conceptualización de la ética desde los planteamientos de Lévinas; ii) la aplicación de la técnica de la rejilla utilizando la validación interna de los directores y los estudiantes, junto con la validación externa de los pares y los expertos en el campo, y una posterior validación empírica donde se aplicó la rejilla a algunos datos para establecer la consistencia de la estructura frente al sistema que se tenía para la constitución de los datos.

En la siguiente tabla se presenta la rejilla finalmente constituida. Hay que tener presente que por sugerencia de los evaluadores externos y el tiempo del cual se disponía para el desarrollo de la investigación se decidió omitir de la rejilla los componentes bondad y compasión.

Tabla 3. Indicadores por vector y componente



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Con los elementos de este instrumento de análisis propuesto se realizó la revisión de las Actividades obtenidas en el cuarto capítulo, mediante el uso del programa NVivo. Dentro del proceso de análisis se mantuvo el criterio del foco investigativo y se hizo el esfuerzo por tener siempre presente la pregunta de investigación, los objetivos trazados y los principios y conceptos de la teoría de la objetivación. Así, el proceso de análisis se convirtió en un desarrollo de sensibilidad teórica (Glaser, 1978), donde las capacidades de comprender e identificar lo relevante de lo que no lo es permitieron ir de la información recolectada al dato de la investigación. Este foco investigativo se desarrolló de manera simultánea con los principios del análisis multimodal (Radford et al., 2009).

El segundo aspecto considerado a nivel metodológico fue la elaboración de la rejilla, donde se tuvieron en cuenta dos formas para su validación, estas fueron: i) mediante la revisión de expertos, y ii) empíricamente con los datos tomados en el salón de clases. Para la revisión de expertos el camino seguido consistió en enviar a revisión de coherencia y solidez conceptual la rejilla. Se envió a dos doctores conocedores de los planeamientos de la teoría de la objetivación. Uno de ellos doctor en educación matemática y conocedor del marco de la teoría de la objetivación. El otro revisor experto doctor en filosofía y conocedor del marco teórico de Lévinas. Finalmente, cabe mencionar que el análisis propuesto en este capítulo se desarrolló con base en las Actividades y sus caracterizaciones, las cuales se presentaron en las cartografías del cuarto capítulo.

Resultados de la presencia de los vectores de la ética comunitaria

Inicialmente se hizo un seguimiento a las marcaciones de los componentes de los vectores a lo largo de la implementación, resaltando

los segmentos en los cuales los vectores tomaron presencia. En la Tabla 3 se observa que las Actividades 2 y 3 presentaron menor emergencia de los componentes de la ética comunitaria, mientras que en las Actividades 5 y 6 la presencia de los componentes fue notoriamente mayor. Allí también es posible observar que los componentes que tuvieron menor presencia se corresponden con el vector responsabilidad, esto es, con la excedencia y la acogida; y que el componente que tuvo mayor presencia fue la proximidad que corresponde al vector compromiso en el trabajo conjunto, seguido muy de cerca por el componente encuentro-diálogo del vector cuidado del otro. Es importante aclarar se consideró la presencia del vector cuando los dos componentes de este estaban presentes en un mismo segmento de la Actividad.

En la Tabla 3 se relacionan la cantidad de marcaciones de los componentes y los vectores por Actividad a lo largo de la implementación.

Tabla 4. Cantidad de marcaciones por componentes y actividades

Actividades	Sustrato / Vectores / Componentes					
	Responsabilidad		Socialidad		Sensibilidad	
	Responsabilidad		Cuidado del otro		Compromiso en el trabajo conjunto	
	Excedencia	Acogida	Inmanencia	Encuentro diálogo	Proximidad	Exposición
A1	1	2	0	6	4	10
A2	0	1	1	5	2	3
A3	1	1	2	1	9	1
A4	1	2	2	4	5	3
A5	2	4	4	14	12	8
A6	6	10	7	12	11	9
Suma componente	11	20	16	42	43	34
Suma por vector	31		58		77	

Fuente: elaboración propia

Para tener una visión más detallada de la presencia de cada uno de los componentes en los distintos segmentos y episodios de las Actividades

se propuso la siguiente tabla, donde se distinguieron las marcaciones dependiendo de la iniciativa del sujeto que propiciaba cada componente:

Tabla 5. Segmentos marcadores en cada componente por cartografía y por la profesora o el estudiante



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 4 se pueden observar cada uno de los segmentos que fueron marcados en los distintos componentes de los vectores, la mayor cantidad de marcaciones se hicieron en los segmentos vinculados con la tarea, mientras que los segmentos no vinculados con la tarea tuvieron menor presencia de marcaciones. En la Tabla 5 se identifican los segmentos que fueron marcados en todos los componentes, es decir, aquellos segmentos que muestran la presencia de todos los vectores de la ética comunitaria. Estos segmentos son: V5.9, V6.2, V6.7, V6.8, V6.10 y N6.5, algunos de ellos se revisan en detalle más adelante.

Vector responsabilidad en la Actividad

El vector ético denominado responsabilidad se constituye de dos componentes: excedencia y acogida. Al realizar las marcaciones se obtuvieron 11 para excedencia y 20 para acogida, para un total de 21 marcaciones en el vector. De la totalidad de vectores considerados, el de responsabilidad fue el que presentó menor cantidad de marcaciones. En la Tabla 6 se relacionan las marcaciones de cada componente teniendo en cuenta el sujeto de la emergencia, es decir, si el componente emergió desde los estudiantes, la profesora o en ambos. En la tabla se muestra que la presencia del vector aumentó de manera progresiva, dado que en las primeras actividades su presencia fue menor en relación con las últimas actividades.

Tabla 6. Segmentos marcadores en el vector responsabilidad

Actividades	Responsabilidad			
	Excedencia		Acogida	
	E	P	E	P
C1	0	1	0	2
C2	0	0	0	1
C3	1	0	0	1
C4	1	0	1	1
C5	2	0	4	4
C6	5	1	8	12
Suma componente	9	2	13	10

Actividades	Responsabilidad			
	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora
C1	0	V1.12	0	V1.1; V1.4
C2	0	0	0	V2.1
C3	N3.6	0	0	N3.7
C4	V4.5	0	V4.5	V4.4
C5	V5.3; V5.9	0	V5.7; V5.9; V5.14	V5.9; V5.12
C6	V6.2; N6.5; N6.6; V6.8; V6.10	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; V6.8; V6.10; N6.5; N6.6; N6.1	V6.1; V6.2; V6.4; V6.7

Fuente: elaboración propia

Las marcaciones que se dieron por Actividad fueron las siguientes: durante el desarrollo de las Actividades 1 y 2 fue la profesora quien dio muestras de excedencia y acogida; en el transcurso de la Actividad 3 los estudiantes mostraron excedencia y no tuvieron marcas de acogida; y en las Actividades 4, 5 y 6 los dos componentes mostraron mayor presencia en las actuaciones de los estudiantes.

En el proceso de Actividad desarrollado por el grupo de estudiantes se pudieron identificar progresos en la forma como se evidenciaban los componentes y el sustrato. A continuación, se presenta un ejemplo: durante el desarrollo de la Actividad 3 se presentó una situación de agresión entre Tomás (E24) y Fabián (E23) que culminó en la separación del grupo de trabajo de los niños, cuando se dio esta situación los compañeros cercanos intervinieron para lograr comprender lo que sucedía entre ellos. Este es el caso que se presenta en el segmento N3.6 donde Sergio (E14) y Nicole (E21) intervinieron en la situación generada entre los estudiantes E24 y E23. La excedencia fue encarnada en este caso por E14, quien consideró que la dificultad entre los niños E23 y E24 se originó porque E23 no quería trabajar de manera conjunta con E24 y comentó la percepción de la situación con su compañera E21, como se evidencia en el siguiente segmento:

41 E21-Nicole: ¡se tiene que hacer con Tomás!, para eso... Le voy a decir a la profesora (ver Figura 44 1.1).

42 E14-Sergio: (*le dice a Nicole y señala a Fabián*) es que él...él solo quiere hacer las cosas él mismo (21:06) (ver Figura 44 1.2).

43 E21-Nicole: (*dirigiéndose a Fabián*) usted no puede hacer las cosas usted mismo porque para eso la profesora nos puso de a dos, para que trabajáramos en grupo (*Fabián mueve los hombros hacia arriba y hacia abajo, haciendo caso omiso a lo que Nicole le dice*) (21:17 - 21:18). (Ver Figura 44 1.3)

Figura 44. 1.1, 1.2 y 1.3. Interacción entre E23, E21 y E14 en el segmento N3.6



Fuente: elaboración propia

En el desarrollo de la Actividad 6, en el segmento V6.2, la excedencia se manifestó de una manera diferente en comparación con el segmento N3.6, pues se advierte que hubo preocupación por el otro, pero bajo una situación de defensa de un amigo. En ese caso los estudiantes E14 y E24 mostraban un compañerismo formado por el hecho de haber compartido años anteriores de escolaridad, mientras que el niño E23 era nuevo en el curso ese año. Obsérvese el segmento V6.2:

16 E1-Maryhú: acá hay diez y aquí hay dos (*le señala en el dibujo con su dedo*) (00:26) ...tiene que contarlas todas (*le señala la figura completa, pero Crystal continúa contando en filas*) (00:30).

17 E15-Crystal: ¡espérate! (*la niña insiste en contar en fila*).

18 E1-Maryhú: ¡otra vez! (*Crystal vuelve a iniciar el conteo en filas*) (00:37).

19 E1-Maryhú: no Crystal.

20 E15-Crystal: pero yo estoy contando así.

21 E1-Maryhú: ¡no Crystal! (*le quita la fotocopia*) (00:48).

22 E15-Crystal: entonces ¡hágalo usted!

23 E1-Maryhú: por estar hablando ahí, ¡mire!, ¡mire! (*la niña intenta explicarle a Crystal*).

24 E15-Crystal: ¡hágalo! (*no le presta atención empieza a guardar sus cosas en la cartuchera*) (00:55).

25 E1-Maryhú: ¡ahí se lo dejo! (*lanza la hoja con enojo sobre el puesto de Crystal* (00:57) *y se aleja de ella*). No voy a hacer nada.

26 E1-Maryhú: pues de malas (*Crystal toma la hoja y la deja en el puesto de Maryhú* (1:04). *Maryhú abre su cuaderno y se pone a dibujar dentro de él, mientras Crystal delinea sobre su carpeta unas letras con el borrador*) ...nos sacaremos uno porque yo no lo voy a hacer (lo dice dirigiéndose a Crystal (01:32) que continúa delineando su carpeta). Tome (*coloca la fotocopia en el puesto de Crystal*) (02:17), toca que hagamos en equipo la hoja.

27 E15-Crystal: ¿cuántas baldosas en total son necesarias? Lo que no entiendo es esto (*señala con su borrador en forma de lápiz la fotocopia*) (02:42).

28 E1-Maryhú: es que es esto...mire, toca leer esto. Léalo (*Crystal lee la fotocopia*).

29 profesora: listo, ¿ya las hicieron?

30 E1-Maryhú: es que Crystal no entendió profe, y le estoy explicando y no quiere.

31 profesora: ¿qué le estás explicando? Cuéntame.

32 E1-Maryhú: que cierto profe que primero hay que contar cuántas son negras y cuántas son blancas (*señala en la fotocopia los cuadros*) (03:16).

33 profesora: y ¿qué dice Crystal?

34 E1-Maryhú: Crystal dice que no, que eso no es así.

35 profesora: entonces ¿cómo es Crystal?

36 E15-Crystal: yo no sé.

37 profesora: lo que te está diciendo Maryhú es una idea de cómo podrían hacerlo, contar blancas y contar negras.

38 E1-Maryhú: ya ve.

En el segmento V6.2 las niñas E1 (Maryhú) y E15 (Crystal) discutieron por la manera como cada una de ellas contaba los elementos de la secuencia, diferencia que las lleva al punto de resistirse a trabajar juntas; sin embargo, en la línea 26 del segmento la niña E1 le dijo a E15 “toca que hagamos en equipo la hoja”, y luego las niñas retomaron el trabajo juntas. La acción de E1 es muestra de acogida con E15, pues a pesar de que discutieron E1 insistía en que la tarea la debían realizar las dos juntas, y E15 accedió a su invitación. Luego en la línea 29 del segmento intervino la profesora y la estudiante E1 le comunicó que su compañera no entendía lo que debía hacer en la tarea ni atendía a la explicación que ella le proponía. E1 estaba preocupada por la falta de comprensión de su compañera y se lo comunicó a la profesora para que ella las ayudara a resolver la situación, mostrando con su acción un ejemplo de excedencia.

En los segmentos mostrados se evidencia la respuesta al llamado del otro, con la diferencia de que en el segmento N3.6 la respuesta se dio por un acto de compañerismo y de amigos; mientras que en el segmento V6.2 la contestación nació del interés de las compañeras por hacer algo juntas, en este caso, resolver la tarea propuesta.

Vector cuidado del otro en la Actividad

El vector *cuidado del otro* está constituido por dos componentes: inmanencia y encuentro-diálogo. Al realizar las marcaciones se obtuvieron 16 para inmanencia y 42 para encuentro- diálogo, para un total de 58 marcaciones en el vector. En la Tabla 7 se relacionan las marcaciones de cada componente teniendo en cuenta el sujeto de la emergencia, es decir, si el componente se originó desde los estudiantes, la profesora o emergió en ambos. La tabla muestra, al igual que en el vector anterior, que la presencia del vector cuidado del otro aumentó de manera progresiva, dado que en las primeras actividades su presencia fue menor con relación a las últimas actividades.

Tabla 7. Segmentos marcados en el sustrato socialidad, vector cuidado del otro

Actividades	Cuidado del otro			
	Inmanencia		Encuentro-diálogo	
	E	P	E	P
C1	0	0	2	4
C2	1	0	5	1
C3	2	0	1	1
C4	2	1	4	1
C5	4	0	13	6
C6	7	1	11	5
Suma componente	16	2	36	18

Actividades	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora
C1	0	0	V1.7; V1.11	V1.3; V1.7; V1.8; V1.12
C2	N2.1	0	V2.1; V2.5; V2.7; V2.8; V2.9	V2.1
C3	N3.5; V3.3	0	V3.7	V3.7
C4	V4.3; V4.7	0	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.6
C5	V5.6; V5.7; V5.9; V5.14	0	V5.3; V5.4; V5.5; V5.6; V5.7; V5.8; V5.9; V5.10; V5.11; V5.13; V5.14; V5.15	V5.1; V5.5; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15
C6	V6.2; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.5; N6.6	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; N6.5

Fuente: elaboración propia

Se observa que para ambos componentes del vector cuidado del otro la mayor cantidad de marcaciones emergieron de acciones de los estudiantes. Llama la atención que las actividades 5 y 6 tuvieron notablemente una mayor cantidad de marcaciones con respecto a las otras.

En el segmento V1.7 es posible identificar el interés de los niños por llegar a un acuerdo frente al valor que da solución a las preguntas de la tarea, pues luego de discutir los estudiantes E1 y E4 decidieron llamar a la profesora para que ella les colaborara y ayudara a resolver lo que discutían. Y, en efecto, con su intervención la profesora ayudó a E4 a encontrar el error que estaban cometiendo y a comprender mucho mejor la secuencia; aunque es importante resaltar que al finalizar la tarea E4 se autofelicitó por su trabajo e ignoró lo realizado por E1.

131 E4-Danilo: 42

132 profesora: ¿en la 25 hay 42?

133 E1-Maryhú: entonces es ¿5 por 30, no es 25 por 5?

135 E4-Danilo: profe, profe ¿son más de 35?

136 profesora: ¿cuántos hay en la 15?

137 E4-Danilo: 30

138 profesora: en la 15 hay 30 dicen ustedes (*Danilo y Maryhú mueven la cabeza afirmativamente*), pero ahí hay un error porque no hay 30 (*toma la hoja de Danilo*). En la 6 son 11 ¿cierto? (*Danilo mueve la cabeza afirmativamente*). ¿En la 7?

139 E4-Danilo: 13

140 profesora: ¿en la 8?

141 E4-Danilo: 15

142 profesora: ¿en la 9?

143 E4-Danilo: 17

144 profesora: ¿en la 10?

145 E4-Danilo: 19

146 profesora: ¿en la 11?

147 E4-Danilo: ¿19?

148 profesora: vamos en 19.

149 E4-Danilo: 21

150 profesora: ¿en la 12?

151 E4-Danilo: 23

152 profesora: ¿en la 14?

153 E4-Danilo: 25

154 profesora: ¿en la 15?

155 E4-Danilo: 29

156 profesora: 29...en la 15 no hay 30 (*Danilo voltea a mirar a Maryhú como buscando que ella también haya entendido que fue lo que pasó y ella mueve su cabeza de manera afirmativa*).

157 E1Maryhú: ¡estábamos cerca!

158 E4Danilo: ¡un aplauso para mí! (*Y se aplaude él mismo*) (43:24).

159 E1Maryhú: entonces ¿cómo lo hicimos?

En un comienzo el diálogo de los niños permitía el intercambio de ideas sin pretensión de dominación, sin embargo, los estudiantes requirieron que la profesora interviniera para lograr un acuerdo. Y, en efecto, la intervención de la profesora permitió que los niños entendieran mejor el proceso que desarrollaban, pero E4 se expresó celebrándose él mismo el crédito por el trabajo que había hecho junto con E1.

Así pues, el segmento V6.7 fue marcado en los dos componentes del sustrato, y se evidencia en él la iniciativa tanto de los estudiantes como de la profesora de entablar un diálogo con relación al desarrollo de la tarea. La profesora inició la clase socializando lo que realizaron los grupos en la sesión anterior, un grupo de niños expuso su solución a una de las preguntas, y los compañeros reaccionaron señalando que esta no era correcta; frente a esta situación, finalmente, con la participación de varios niños y la intervención de la profesora todos lograron aclarar la dificultad presentada.

8 E1-Maryhú: está mal profe, nosotras lo hacemos (*varios niños hablan al tiempo*).

9 profesora: chicos, hablemos de a uno porque así no nos entendemos, si hablamos todos al tiempo no nos entendemos. ¿Qué tiene?, ¿por qué no estás de acuerdo con esta?, ¿qué no es?

10 E18-Natalia: ¡porque está mal!

11 profesora: ¿qué tiene mal?

12 E23-Fabián: los cuadros no están bien.

13 profesora: no lo hicieron bien, todos los cuadros son iguales ¿qué otra cosa?

14 E1-Maryhú: no tocaba colorear esas negras.

15 profesora: las de adentro no son oscuras ¿cuáles son las oscuras? (*Algunos niños gritan las de afuera*).

16 profesora: las de afuera, entonces este dibujo tiene algunos errores. Miremos si tiene 21 cuadros...uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho...estos no son cuadros. Bueno, hay varias cosas para mirar en el dibujo de la figura cinco.

17 E1-Maryhú: profe, nosotras lo hacemos.

18 profesora: ¿cuántos habían de manera horizontal en la figura cinco?, ¿cuántos habían de forma horizontal?

19 E11-Cavid: siete profes, siete (*otros niños gritan ocho y algunos, siete profe*).

20 profesora: ¡cuéntenlos!, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete y ¿vertical? (*Algunos niños gritan tres*) uno, dos y tres...

21 E1-Maryhú: y en total dan veinte una.

El encuentro entre los niños y la profesora permitió que entre los participantes identificaran la dificultad que se presentaba en la solución propuesta por el grupo de Juan Camilo y, luego, a partir de ella avanzar en la comprensión de la construcción de la secuencia. En este caso la profesora no fue quien señaló el error, como sucedió en el segmento V1.7, sino los mismos niños; en esta situación E1 fue quien señaló que había algo que no estaba bien y junto con la participación de sus compañeros E23, E18 y E11, lograron llegar a un acuerdo frente a la solución de la pregunta de la tarea.

Vector compromiso en el trabajo conjunto en la actividad

El vector ético compromiso en el *trabajo conjunto* está constituido por dos componentes: proximidad y exposición. Al realizar las marcaciones se obtuvieron 43 para el primero y 34 para el segundo, con un total de 77 marcaciones en el vector. En la Tabla 8 se relacionan las marcaciones de cada componente teniendo en cuenta el sujeto de la emergencia, es decir, si el componente se originó desde los estudiantes, la profesora o emergió en ambos. A diferencia de los dos vectores anteriores, el compromiso en el trabajo conjunto se caracterizó desde la Actividad 1 por tener varias marcaciones, aunque es necesario aclarar que algunos casos de proximidad y exposición no se vinculaban con el desarrollo de la tarea, sino que se originaban por la interacción entre los niños en relación con temas externos; un ejemplo de ello fue cuando la interacción se daba por conocer el juego o la película favorita de los otros, o como sucedió en la Actividad 1 donde E8 les preguntó a sus compañeros por el comportamiento que esperaban de él.

Obsérvese, a continuación, una situación que se dio en el segmento N1.3. Más adelante, la investigación mostrará el análisis de la presencia de la proximidad y la exposición en el segmento V6.4.

Tabla 8. Segmentos marcados en el sustrato sensibilidad, vector compromiso en el trabajo continuo

Actividades	Compromiso en el trabajo conjunto			
	Proximidad		Exposición	
	E	P	E	P
C1	3	2	8	1
C2	1	1	3	0
C3	6	1	1	1
C4	4	2	3	0
C5	6	5	8	0
C6	10	5	11	3
Suma componente	30	16	34	5

Actividades	Proximidad		Exposición	
	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora
C1	V1.2; V1.8	V1.12; V1.1	V1.2; V1.5; V1.6; V1.7; V1.11; N1.1; N1.3	V1.12
C2	N2.2	V2.10	V2.4; V2.8; V2.9	0
C3	V3.2; V3.3; V3.5; V3.6; N3.4; N3.6	V3.7	N3.7	N3.7
C4	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.1; V4.6	V4.2; V4.3; V4.5	0
C5	V5.3; V5.5; V5.9; V5.10; V5.11; V5.12	V5.7; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	V5.3; V5.5; V5.7; V5.8; V5.9; V5.14; V5.15	0
C6	V6.2; V6.3; V6.4; V6.6; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.3; V6.4; V6.10	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.4; N6.5

Fuente: elaboración propia

29 E8-Gabriel: ¡sí!, vamos a terminar primero. Él quiere que yo me porte bien. ¿Quién quiere que me porte bien? (*Algunos niños levantan la mano*) ...dos contra uno ja, ja, ja (*dirigiéndose a Kevin*).

30 E9-Adrián: ¿quién quiere que cambien de líder?

31 E11-Cavid: y a mí que sí no me dejan de líder.

32 E9-Adrián: alcen el mano rápido.

33 E8-Gabriel: ¿a quién le gustan las cartas de Dragon Ball Z?

34 E10-Kevin: mi mamá me compró... ¡espere!, mi mamá me compró...tengo 60 cartas, tengo de Dragon Ball Z y de Bajoterra (*Gabriel, Adrián y Kevin hablan durante un tiempo sobre sus gustos de películas; mientras Valeria los mira, Cavid contesta las preguntas y en ocasiones participa de las preguntas que proponen los compañeros*) (25:54).

35 E8-Gabriel: ¿a quién le gusta la película It? A mí me gusta cuando It mata, cuando se le ponen los ojos de para atrás.

36 E10-Kevin: no, los ojos son blancos.

En este segmento es evidente la exposición de E8, quien no estaba interesado en el desarrollo de la tarea debido a que E11 ya había asumido esta acción. Por eso les comenzó a proponer diversos temas a sus compañeros, entre estos les preguntó por la manera como esperaban que él se comportara.

El siguiente segmento V6.4 permite observar un ejemplo de proximidad y exposición tanto de la profesora como de los estudiantes.

24 profesora: ¿ya?, ¿qué pasó aquí? Ya miraron las respuestas de ambas, ¿están iguales?

25 E15-Crystal: ¡no!

26 E1-Maryhú: no, es que...mira profe, ellas tienen que colorear.

27 profesora: la diferencia es el coloreado, pero ¿hay alguna diferencia en la cantidad de cuadritos o están iguales?

28 E15-Crystal: a ver... (*Revisa la hoja de las compañeras*) Tres aquí, tres acá...sí, está bien profe.

29 profesora: entonces ahora como están iguales simplemente es pasar la respuesta ahí (*señala la hoja del grupo*).

30 E1-Maryhú: no profe, está mal la figura cuatro.

31 profesora: ella dice que está mal.

32 E15-Crystal: pusieron un cuadro de más.

33 profesora: ¿ustedes qué dicen? (*Mirando a Valentina y a Jennifer*). Es que eso es lo que necesito...que entre ustedes mismas miren qué hizo la una y qué hizo la otra. y se pongan de acuerdo para ponerlo en esta hoja; no que vengan y me pregunten a mí, sino que ustedes se pongan de acuerdo.

34 E1-Maryhú: ellas tenían que hacer tres e hicieron cuatro.

35 profesora: ¿qué dicen ustedes?

36 E15-Crystal: suman más.

37 profesora: ¿están de acuerdo?

38 E2-Valentina: ¡no!

39 profesora: ¿tú sí estás de acuerdo Jennifer con lo que te dice Maryhú?, ¿qué dice Valentina? (*Valentina mueve la cabeza de forma afirmativa*). Tú sí ¿y Jennifer?, ¿por qué no estás de acuerdo?, ¿qué tienes Jennifer?

40 E22-Jennifer: nada

41 profesora: nada, ¿estás bien? (*La niña mueve su cabeza afirmativamente, pero no dice nada*). Lo que me interesa ahora es que lo coloquen acá (*señala la hoja del grupo*), entonces como en la uno sí están igual colocan la respuesta uno es este dibujito, luego la pregunta cuatro ya nos pusimos de acuerdo porque Valentina dice que hay un error porque pusieron un cuadro de más, ¿sí?, es eso. Vayan mirando las otras [respuestas] porque si no alcanzaron, tienen ahorita el tiempo para responderlas.

Antes de que interviniera la profesora en el grupo las niñas discutían sobre quién se encargaría de contar lo realizado en el grupo, pero con la intervención docente la atención se centró en llegar a un acuerdo frente a la solución de la tarea, y se evidenció que las niñas no habían discutido entre ellas acerca del tema por lo que la profesora las invitó a hacerlo. Por otro lado, E22 mostró una actitud desinteresada que propició que la profesora le preguntara si se encontraba bien, aquí resalta la manera como la profesora trató de involucrar a las niñas en relación con las respuestas que construyeron cada pareja de niñas, E1 con E15 y E22 con E2. Las niñas mostraron proximidad al considerar y discutir lo que las otras hicieron, y de igual forma se expusieron al compartir entre ellas sus comprensiones acerca de la tarea y al expresarse en relación con el trabajo que las compañeras realizaron.

De ese modo, en este apartado se brindaron elementos que evidencian la vida de los vectores en la Actividad, y acorde a la información presentada se puede afirmar que los vectores existen en la medida en que las personas se encuentren en relación. Si la relación es máquina-persona es evidente que allí no existen vectores de la ética comunitaria porque la vida de los vectores se halla en la existencia de las personas que interactúan.

En los siguientes apartados se explora el segundo y tercer resultado, los cuales están relacionados con la manera como los vectores tomaron vida en la Actividad, así como con la dialéctica entre los vectores y la presencia de la ética comunitaria.

Reflexiones en torno a las relaciones entre la ética comunitaria y la actividad. La vida de los vectores en el transcurso de la actividad

A continuación, se presenta una revisión de lo sucedido a lo largo de la Actividad que se desarrolló, teniendo en cuenta la caracterización de la Actividad como una forma de vida, los aspectos identificados en relación con la ética comunitaria y retomando la metáfora biológica del vector, según la cual este se considera un ser vivo que porta y transmite en el desarrollo de la actividad.

Para cumplir con lo propuesto se desarrollan dos análisis. El primero consiste en una revisión de lo sucedido con la emergencia de la ética comunitaria a lo largo de las seis tareas, las cuales se han dispuesto en dos grupos según las características que mostraron las actividades: un grupo llamado “actividades caracterizadas por una ética cerrada” conformado por las actividades 1, 2 y 3; y otro grupo nombrado “actividades caracterizadas por una ética abierta” conformado por las actividades 5 y 6. El segundo análisis consiste en la revisión de lo sucedido con la ética comunitaria en relación con la caracterización de la actividad obtenida en el cuarto capítulo, para lo cual se analizaron los procesos de objetivación y subjetivación, teniendo presente mantener la sensibilidad al revisar los datos y buscando rastros de lo que se denominó la *labor conjunta* en la teoría de la objetivación. Cabe anotar que la actividad 4 se consideró una actividad de transición entre ambos.

Vectores de la ética comunitaria

En la Tabla 9 se relacionan las Actividades 1, 2 y 3, las cuales se muestran con un color naranja; y las Actividades señaladas en color azul son la 5 y la 6. La Actividad 4 se consideró un momento de transición por la presencia de al menos uno de los componentes de todos los sustratos de la ética, y la frecuencia con la que aparecen los componentes que es de consideración.

A continuación, se analiza de manera global la Actividad desarrollada, teniendo en cuenta los dos grupos que son: “Actividades caracterizadas por una ética cerrada” y “Actividades caracterizadas por una ética abierta”.

Tabla 9. Segmentos marcados en los tres sustratos por componentes



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Al hacer una comparación se advierte que la mayor cantidad de marcaciones se originó en los estudiantes, lo cual puede explicarse por el hecho de que la cámara fue colocada en algunos grupos de una clase que se desarrolló con 38 estudiantes. Ello implica que en algunos momentos de la clase la participación de la profesora no se dio precisamente con los grupos filmados, sino con otros niños que no estaban siendo filmados.

Tabla 10. Marcaciones sustratos de la ética suscitados por la profesora



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 10 llama la atención el hecho de que en los componentes excedencia e inmanencia la profesora no tuvo marcaciones, esto solo ocurrió en el segmento V6.7, lo cual significa que en las primeras Actividades estos componentes no estuvieron presentes en las acciones de la profesora. El siguiente componente con menor aparición fue la exposición, sin embargo, durante las Actividades 1, 3 y 6 tuvo una presencia discreta. El componente que fue promovido con mayor fuerza por parte de la profesora fue encuentro-diálogo y su presencia se dio, por lo general, en los momentos en que se desarrollaban las socializaciones de lo realizado por cada uno de los grupos; por la mayor cantidad de apariciones de los componentes, a este le siguen los componentes proximidad y acogida. Ello sugiere que se dieron

rastros de los vectores de la ética, cabe recordar que los vectores son: responsabilidad, cuidado del otro y compromiso en el trabajo conjunto, los cuales se corresponden con los sustratos responsabilidad, socialidad y sensibilidad, respectivamente.

Es necesario resaltar que en la única Actividad en la que se dio muestra de todos los componentes de los vectores de la ética comunitaria fue en la Actividad 6, dado que en todas las Actividades anteriores se presentó uno u otro componente, o los dos por vector. No obstante, solo en el segmento V6.7 se marcó la presencia de todos los componentes y los vectores.

Actividades caracterizadas por una ética cerrada: Actividades 1, 2 y 3

Tal y como se señaló en el cuarto capítulo, en las Actividades 1, 2 y 3 se advirtió que los niños discutían poco entre ellos, tenían comprensiones reducidas de las secuencias y se preocupaban por obtener las respuestas de los compañeros cercanos o de los niños aventajados en matemáticas. En las cartografías de estas Actividades también se pudo observar que prevalecieron las relaciones de dominación, y que los niños ejercían de manera negativa el poder.

Respecto a las formas de producción de saber y los modos de interacción social en las primeras Actividades, estos estuvieron marcados por maneras utilitarias de interacción, lo cual hizo que las relaciones basadas en la solidaridad y las formas democráticas no fuesen tenidas en cuenta. Durante las interacciones de estas Actividades los niños buscaban insistentemente la aprobación de la profesora.

El vector responsabilidad presentó tan solo una marca en el conjunto de los datos, en el segmento N3.6 en el cual se identificó una muestra de excedencia en la acción descrita anteriormente donde participaron Sergio, Nicole y Fabián (ver Tabla 10). La responsabilidad como vector no fue evidente durante estas primeras Actividades, ya lo habían mostrado las cartografías en el cuarto capítulo donde predominaban relaciones poco cordiales entre los niños participantes. Por parte de la profesora, la excedencia se presentó únicamente en el segmento V1.12 donde los niños socializaron lo realizado durante la actividad porque ella los invitó. En cuanto a la acogida, esta se marcó en cada una de

las tres primeras Actividades, pero tan solo en uno o dos segmentos por Actividad; los segmentos marcados por la acogida de parte de la profesora se caracterizaron por evidenciar frases de invitación u hospitalidad, como las siguientes:

VI.1

E17-Nicole: no profe, yo no puedo.

18 Profesora: ¡dale!, ¡dale!, léelo (*se escucha murmullo en el salón y no se alcanza a oír lo que lee la niña*).

VI.4

66 Profesora: mira que sí, esta es distinta (*señala la hoja de Maryhú*) (23:37) ...esta es distinta (*señala la hoja de Danilo*), son distintas, ¿están de acuerdo en la cantidad?

67 E4-Danilo, E5-Julián: (*moviendo la cabeza de manera afirmativa*) ¡sí!

68 Profesora: pero no están de acuerdo en la forma, entonces póngase de acuerdo para colocar la respuesta en esa hoja...la hoja que yo voy a recibir es esa del grupo, así que coloca allí primero, dibuja la figura y dices cuántos círculos tiene la figura cinco, luego dibuja la figura seis y dices cuántos círculos tiene la figura.

V2.1

10 Profesora: ¡ah! OK. Bueno, el caso es que quiero hacer el llamado de atención para que, en los descansos, y hoy que tienen de nuevo actividad deportiva, no vayan a salir más lesionados y lastimados...estamos apenas iniciando marzo y ya tenemos tres accidentes que nos van a generar consecuencias, entonces, por favor, tratemos de hacer las cosas pensando en nuestro bienestar y en el del compañero ¿vale?

Con las intervenciones que aparecen en los segmentos anteriores se evidencia que la profesora tiene un claro interés por invitar a los niños a participar, y lograr discusiones al interior de los pequeños grupos de trabajo.

En el vector cuidado del otro se encontró una mayor cantidad de marcaciones suscitadas por los estudiantes en comparación con las de la profesora, quien dio muestras claras en sus acciones o posicionamientos del componente inmanencia, pero se evidenciaron en mayor medida varias interacciones en las que el encuentro-diálogo estaban presentes. En los estudiantes se identificaron ambos componentes, aunque en mayor existencia se halló el encuentro-diálogo. A continuación, se analiza la manera como el componente encuentro-diálogo se presentó en uno de los segmentos, teniendo en cuenta que este componente fue propiciado tanto por la profesora como por los estudiantes en el segmento V3.7.

83 profesora: calcule el número de cuadritos de la figura nueve sin construirla, esa es la pregunta... Julián ¿cuántas hay?

84 E5-Julián: noventa y nueve.

85 profesora: noventa y nueve cuadros (*escribiendo en el tablero*). ¿Todos estamos de acuerdo? (*Responden algunos niños en coro que sí*). Nicole ¿sabes por qué son noventa y nueve?

87 E21-Nicole: no (*mueve la cabeza indicando que no*).

88 profesora: ¡no! No sabe, alguien le quiere contar a Nicole ¿por qué son noventa y nueve? Yehudi cuénteles desde ahí, o si quieres acá (*señala el tablero*).

89 E28-Yehudi: porque es la misma vaina.

90 E6-Juan Felipe: así son nueve (*mueve la mano de forma horizontal*), y hacía allá (*mueve la mano de forma vertical*) son once (01:58).

91 profesora: y de ¿dónde sale el noventa y nueve?

92 E6-Juan Felipe: después se llena todo (*se oye el murmullo de varios niños que le dificultan a la profesora oír*) (02:05).

94 E6-Juan Felipe: después se llena todo (*mueve sus manos de manera circular*) y se cuentan y ya.

95 profesora: después se llena todo (*realiza el dibujo en el tablero*), o sea, que hay nueve columnas y once filas...y contaste en total...y hay noventa y nueve. ¿Qué dice Mariana?

96 E20-Mariana: porque se suman once veces nueve.

100 E18-Natalia: multiplico 11 por 9 y ahí aparece el 99.

101 profesora: multiplico (*escribiendo en el tablero*). Voy a poner otra forma acá...once por nueve. Nicole ¿te quedó claro? (*La niña mueve la cabeza afirmando*). ¿Qué te quedó claro?, cuéntanos con tus palabras que te quedó claro, baja la mano Brechany.

102 E21-Nicole: no sé.

103 profesora: tus compañeros te dijeron para que tú entendieras y tú ahora dices “no sé”, ¿necesitas que ahora otra persona vuelva y lo diga? (*Nicole mueve su cabeza indicando afirmación*). Bueno ¿alguien más que quiera contarle? (*Varios niños levantan la mano y la profesora selecciona a Natalia, le entrega el marcador y le pide que pase al tablero*).

Aquí la intención de la profesora era lograr un acuerdo frente a la cantidad de cuadros que había en la figura nueve de la tarea 3, para ello les preguntó a diferentes niños por las estrategias que emplearon. Al realizar esto E21 no comprendía lo que los compañeros hicieron, pero tratando de que la niña entendiera mejor lo que decían sus compañeros la profesora propuso que fueran ellos mismos quienes le comentaran a E21 lo que habían realizado. Tanto los niños como la profesora mostraron interés en lograr que E21 comprendiera lo que realizaban, por tanto, hay una preocupación por el otro debido a que para la clase era importante que todos tuvieran claridad frente a lo que se estaba haciendo.

El vector compromiso en el trabajo conjunto fue el que presentó mayor cantidad de marcaciones en las actividades de este primer grupo. La proximidad y la exposición se hicieron presentes en segmentos por iniciativa en la mayoría de los estudiantes. Es necesario notar que a pesar de que hubo varias marcas de exposición, estas se relacionaban con aspectos ajenos al desarrollo de la tarea y, sobre todo, con acciones de los estudiantes.

El vector responsabilidad fue encarnado en la mayoría de las marcaciones por la profesora, quien invitaba a los niños a trabajar juntos y a prestar mayor atención a lo que hacían o decían los compañeros. No hay que olvidar que las marcaciones de este vector fueron escasas en este primer grupo de Actividades.

En el segmento V3.7 la estudiante E21 intentó entender lo que decían sus compañeros y se mostró abierta a escucharlos, en esta oportunidad la profesora insistió en que entre todos los niños pudieran explicarle a la compañera lo que no había entendido. El vector cuidado del otro se presentó en las situaciones narradas en el segmento V3.7, donde los compañeros E28, E6 y E18 expresaron sus comprensiones frente a la tarea mientras que la profesora insistía en lograr que E21 tuviese una mejor visión de lo que realizaron los otros niños.

Por otra parte, el vector compromiso en el trabajo conjunto se vio influenciado en gran medida por la profesora, dado que fue ella quien los motivó en varias oportunidades a estar atentos a los compañeros, por ser este un compromiso del grupo y porque debían interesarse por ayudar a los compañeros. Tal y como se evidencia en el segmento V1.12, la profesora intentó que los niños fuesen conscientes de la proximidad de sus compañeros, sin embargo, en este primer grupo de Actividades los niños mostraron un interés por el compañero condicionado al correcto desarrollo de las tareas propuestas, es decir, el compañero fue un fin para poder lograr el objetivo de resolver lo que la profesora proponía, pero en sí mismo el compañero no era un objeto de interés.

De esa manera se puede afirmar que en estas Actividades la forma de relación con el otro estuvo sostenida por un tipo de ética que puede denominarse cerrada. Este término se utiliza en esta investigación porque se evidenció que la relación con el otro obedecía a varios factores que no eran principalmente lograr el bienestar de los compañeros, puesto que lo que primaba era una relación en la cual se buscaba un beneficio propio sobre el otro.

La presencia del vector cuidado del otro emerge de manera condicionada, es decir, el compañero genera interés porque con él se puede lograr el propio objetivo de salir victorioso en la resolución de las tareas propuestas por la profesora. De manera general, se puede afirmar

que durante las Actividades 1, 2 y 3 los vectores de la ética comunitaria mostraron algunos visos en pocos segmentos, en especial en el vector cuidado del otro en el componente proximidad donde se realizaron un mayor número de marcaciones. El vector responsabilidad fue donde menor presencia se halló y el vector compromiso en el trabajo conjunto tuvo mayor presencia del componente encuentro-diálogo durante estas primeras Actividades.

En este primer grupo de Actividades no se presentó la situación de que en un mismo segmento se identificara la presencia de todos los componentes de la ética comunitaria, lo que se observó fueron pequeños “visos” de lo que podría ser la presencia del vector, pero hay que recordar que para hablar de ética comunitaria es necesario que los tres vectores considerados muestren su presencia en el desarrollo de la Actividad.

Actividades caracterizadas por una ética abierta: Actividades 4, 5 y 6

Hay que iniciar esta exposición dando una mirada a lo sucedido con los vectores éticos durante la Actividad 4, en la cual se filmó el grupo conformado por los estudiantes E16 y E27. Según los hallazgos obtenidos en las Actividades 4, 5 y 6 los niños discutían sus comprensiones o dudas, y en ocasiones requerían la intervención de la profesora para lograr acuerdos entre ellos; pero, en general, las discusiones que se daban al interior de los grupos les permitió comprender los patrones propuestos en la tarea.

En particular, durante la Actividad 4 los niños mostraron un interés por trabajar juntos en pos del desarrollo de la tarea propuesta, y solo en algunas ocasiones requerían que la profesora interviniera cuando no comprendían algo. Durante esta Actividad la menor cantidad de marcaciones se dieron en el sustrato responsabilidad (3 marcaciones), seguido por el vector cuidado del otro (6 marcaciones); el sustrato con mayor cantidad de marcaciones fue compromiso en el trabajo conjunto (8 marcaciones). Al igual que sucedió con el primer grupo de Actividades la cantidad de marcaciones fue baja, y no se marcaron todos los componentes en los mismos segmentos, sino que se mostraban indicios de los componentes en algunos de ellos.

Al revisar los sujetos que propiciaron la presencia de los componentes de la ética se pudo observar que para la profesora no hubo marcaciones en los componentes: excedencia, inmanencia, y exposición. También se puede observar que la mayor cantidad de marcaciones fueron propiciadas en las interacciones de los estudiantes.

A continuación, se presenta el análisis del segmento V4.5 en cual se encontraron marcas de excedencia, acogida, encuentro-diálogo, proximidad y exposición, desde la iniciativa de los estudiantes.

V4.5

68 E16-Sara: *(realiza el dibujo de 5 mesas) uno, dos, tres, cuatro.*

69 E27-Juan: *doce*

70 E16-Sara: *cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce (en este momento mira a Juan y asiente con su cabeza (01:08) y lo escribe en la hoja mientras Juan mueve sus manos sobre la mesa) (01:10). ¡Hágale!, coja un esfero (le dice Sara a Juan y le entrega la hoja donde están dibujando las mesas y los niños) ... ¿Ya dibujó la sexta? (Juan busca en su maleta algo con qué escribir, ella lo mira y decide ponerse a dibujar en el puesto de él. La mirada de los niños muestra la conexión que hay entre ellos en ese momento ambos están de acuerdo. ambos se encuentran comprometidos por encontrar una solución de manera conjunta).*

71 E27-Juan: *es 14 (Sara continúa contando los dibujos de los niños que hizo).*

72 E16-Sara: *yo estoy confundida ¿cómo es? (01:55, 02:00, 02:55) (Mientras sigue contando en el dibujo que hizo. Cuando llega a 14 mira sonriendo a Juan y escribe en la hoja, Juan verifica el conteo que hizo Sara) (02:09, 02:14).*

73 E16-Sara: *¿la otra?*

74 E27-Juan: *(se acerca a Sara para verificar lo que ella hace) 16 (Sara completa la tabla mientras Juan mira cómo lo hace, Juan se levanta de su puesto y ella lo llama).*

75 E16-Sara: lea, lea todo esto (*le señala en la hoja el punto 5 de la fotocopia y se levanta del puesto*).

76 E27-Juan: si saben el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarían a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden ubicarse a comer pastel? Expliquen cómo lo han pensado (*Juan hace un gesto que muestra que está pensando qué podría hacer*) (03:38).

77 E16-Sara: ¿cómo lo averiguó? (*mirando a Juan*).

78 E27-Juan: lo estoy pensando.

79 E16-Sara: ¡ja! (*Juan toma el cuaderno de Sara y estaba leyendo lo que ella tenía escrito en las últimas hojas del cuaderno*). ¡Oiga! (*Sara le quita el cuaderno y Juan se ríe. Sara empieza a hacer dibujos de mesas y niños en una hoja, luego de un tiempo Sara se levanta del puesto y se dirige a donde Jennifer* (07:46) *Juan toma la hoja en donde estaba dibujando Sara*) (08:31).

80 E16-Sara: ¿cuántos es que son en los 24 amigos?

81 E27-Juan: once

82 E16-Sara: me quedó mal esto (*le muestra a Juan*) (09:05).
¡Corrector! (*Juan busca el corrector en su maleta*).

83 E27-Juan: ¿qué lo hizo? (*le dice a Sara ella le sonrío y se lo entrega*).

84 E16-Sara: déjelo acá.

85 profesora: chicos 10 minuticos más y revisamos qué hicieron ¿vale?

86 E16-Sara: no profe (*Juan realiza el dibujo de 11 mesas y los niños correspondientes, mientras él los dibuja Sara va contando*) (11:46).

87 E27-Juan: y 24.

88 E16-Sara: 24 (*y se queda mirando por un momento la hoja*).
¡Ohhh!, ya lo entendí (12:40) ...te quedó mal, ¡a ver! (*Toma la hoja en la que dibujaba Juan, cuenta de nuevo en la hoja*) (12:48).
No entendí ¿son 24 niños? (*Vuelve y cuenta en el dibujo*) (13:40 - 14:07).

En las líneas 74, 79 y 80 se identifica un indicio de acogida, pues para el niño E27 (*Juan*) era importante retomar el trabajo que había hecho su compañera para seguir avanzando en la solución de la tarea, y a partir de allí propuso soluciones aun cuando pudo seguir solucionando la tarea sin considerar lo que su compañera E16 había hecho, pero decidió retomar el trabajo de esta. Por su parte, E16 (*Sara*) estaba atenta a lo que hacía su compañero, ello se evidencia en las líneas 70, 72 y 77 donde la niña mostró su interés por lograr que su compañero estuviera vinculado al desarrollo de la tarea y le dio ciertas órdenes. A la vez el niño también se expuso expresando lo que su compañera no entendía. Así, en estas líneas se pueden identificar la excedencia y la exposición.

En las líneas 70 y 71 es clara la proximidad entre los niños, quienes expresaron estos componentes al mirarse fijamente a los ojos siempre que estaban de acuerdo con alguna acción que debían realizar de manera conjunta. Ambos niños se embarcaron en esta misma tarea con el interés de dar solución a las preguntas propuestas, ninguno de los dos actuó por separado, sino que entre los dos dibujaron en una misma hoja y luego contaron sus propios dibujos. De igual forma el encuentro-diálogo se puede identificar en las líneas 75 a la 78, donde se narran situaciones en las que los niños mostraron respeto por lo que expresaba su compañero, y luego E16 se expuso expresando su incomprensión al tiempo que E27 le comunicaba estar pensando la manera como podían solucionarlo. De estas relaciones se infiere que hay un ambiente de amistad entre los niños que les permite dialogar y buscar soluciones de manera conjunta.

En el segmento V4.5 se identifican los vectores responsabilidad y compromiso en el trabajo conjunto, dado que sus componentes están identificados en el segmento, pero para el vector cuidado del otro el componente inmanencia no se identifica. Si se observa con detalle este segmento se advierte que, a diferencia de los anteriores segmentos referenciados en este capítulo, en él es la primera vez que se identifica un interés por trabajar juntos. Es así porque para E16 y E27 era importante

lo que su compañero hacía, y es por ello por lo que en un momento E16 pudo expresar abiertamente estar confundida mientras que E27 trataba de entender lo que hacía con su compañera (línea 78). Por tanto, se puede decir que en la Actividad 4 se identifica un primer vestigio del vector responsabilidad y del vector cuidado del otro.

Para realizar el seguimiento a lo sucedido en las Actividades 5 y 6 se tomaron dos segmentos en los cuales se pudieron identificar marcaciones de cada uno de los componentes considerados de la ética comunitaria. En dichas Actividades —5 y 6— los segmentos marcados fueron los siguientes:

Tabla 11. Marcaciones de sustratos de la ética suscitados por los estudiantes y la profesora en actividades 5 y 6



[Clic aquí para ver la figura](#)

Fuente: elaboración propia

Durante estas actividades la mayoría de las marcaciones se originaron en los estudiantes. Respecto a las marcaciones de la profesora se observa que en los componentes excedencia, inmanencia y exposición no tuvo presencia durante la Actividad 5. A continuación, se presenta la revisión de lo sucedido durante la Actividad 6 que fue la que mayor cantidad de marcaciones tuvo en relación con las anteriores Actividades, para ello se analiza el segmento V6.2, el cual luego se comparara con lo que ocurrió en el segmento V5.9 y las Actividades iniciales. Este segmento se ubicó en el objeto de atención acuerdos y discusiones para la elaboración de la cartografía expuesta en el capítulo anterior.

12 E1-Maryhú: desde aquí comienza (*señala con su lápiz la fotocopia y la toma*) ... Lo leo...dice: se van a colocar... (*Crystal al interrumpe y le quita la hoja*).

13 E15-Crystal: Maryhú, la profe ya lo leyó.

14 E1-Maryhú: ¡ay! pero no me regañe

15 E15-Crystal: ¡espérate!, ¡espérate! (*Crystal va contando la cantidad de cuadros oscuros en el dibujo de la fotocopia, cuenta la fila superior de los dos primeros dibujos*).

16 E1-Maryhú: acá hay diez y aquí hay dos (*le señala en el dibujo con su dedo*) (00:26), tiene que contarlas todas (*le señala la figura completa, pero Crystal continúa contando en filas*) (00:30).

17 E15-Crystal: ¡espérate! (*La niña insiste en contar en fila*).

18 E1-Maryhú: otra vez (*Crystal vuelve a iniciar el conteo en filas*) (00:37).

19 E1-Maryhú: no Crystal.

20 E15-Crystal: pero yo estoy contando así.

21 E1-Maryhú: no Crystal (*le quita la fotocopia*) (00:48).

22 E15-Crystal: entonces hágalo usted.

23 E1Maryhú: por estar hablando ahí...mire, mire (*la niña intenta explicarle a Crystal*).

24 E15-Crystal: ¡hágalo! (*No le presta atención, y empieza a guardar sus cosas en la cartuchera*) (00:55).

Desde la línea 12 hasta la 24 las niñas E1 y E15 tiene un enfrentamiento para desarrollar de manera conjunta la tarea, debido a que cada una cuenta de manera distinta las figuras de cada posición: E1 quería explicarle a E15 la manera correcta para hacer el conteo; pero E15 no escuchaba a E1 y tomó una actitud de rechazo hacia la compañera y a la tarea, por lo que en la línea 22 la niña E15 le dijo “entonces hágalo usted”.

25 E1-Maryhú: ahí se lo dejo (*lanza la hoja con enojo sobre el puesto de Crystal* (00:57) y se aleja de ella), no voy a hacer nada... Pues de malas (*Crystal toma la hoja y la deja en el puesto*

de Maryhú (1:04). Maryhú abre su cuaderno y se pone a dibujar dentro de él mientras Crystal delinea sobre su carpeta unas letras con el borrador), nos sacaremos uno porque yo no lo voy a hacer (lo dice dirigiéndose a Crystal (01:32) que continúa delineando su carpeta) ... Tome (coloca la fotocopia en el puesto de Crystal) (02:17), toca que hagamos en equipo la hoja.

26 E15-Crystal: ¿cuántas baldosas en total son necesarias? Lo que no entiendo es esto (*señala con su borrador en forma de lápiz la fotocopia*) (02:42).

27 E1-Maryhú: es que...es esto, mire. Toca leer esto, léalo (*Crystal lee la fotocopia, mientras Maryhú le señala la manera correcta para contar cada figura*).

28 profesora: listo, ¿ya las hicieron?

29 E1-Maryhú: es que Crystal no entendió profe, y le estoy explicando y no quiere.

30 profesora: ¿qué le estás explicando? Cuéntame.

31 E1-Maryhú: que cierto profe que primero hay que contar cuántas son negras y cuántas son blancas (*señala en la fotocopia los cuadros*) (03:16).

32 profesora: y ¿qué dice Crystal?

33 E1Maryhú: Crystal dice que no, que eso no es así.

34 profesora: entonces ¿cómo es Crystal?

35 E15-Crystal: yo no sé.

36 profesora: lo que te está diciendo Maryhú es una idea de cómo podrían hacerlo, contar blancas y contar negras.

37 E1-Maryhú: ya ve.

A pesar de que las niñas se mostraban molestas por un momento, los comentarios que hizo E1 en la línea 25 (“nos sacaremos un uno por que yo no lo voy a hacer”, “toca que hagamos en equipo la hoja”) demuestra su interés por el trabajo que hacía con su compañera y que quería que siguieran trabajando juntas. Es así porque E1 le hizo un llamado a su compañera E15 que en la línea 26 expuso a E1 al responder con una pregunta (qué era lo que no entendía), y de esa manera se entabló de nuevo el diálogo y el trabajo conjunto entre ellas. Luego, con la intervención oportuna de la profesora el trabajo en grupo comenzó a fluir mucho mejor, dado que la profesora escuchó a las niñas y trató de que entre ellas mismas se escucharan y comprendieran que estaban juntas para apoyarse en el trabajo conjunto. A continuación, se pueden observar las líneas en las que hicieron presencia los componentes de la ética (ver Tabla 12).

Tabla 12. Líneas e imágenes componentes de la ética en segmento V6.2

Componente	Línea	Imagen	Indicador
Excedencia	23		Muestra responsabilidad por el otro
Acogida	16		Se interesa por la comprensión o no de la compañera

Fuente: elaboración propia

Tabla 12. Líneas e imágenes componentes de la ética en segmento V6.2

Componente	Línea	Imagen	Indicador
Inmanencia	20		Prevalcen las ideas propias sobre las del compañero
Encuentro-diálogo	25-26		Trata de entender una idea o una acción propuesta por alguien más
Proximidad	27, 31-37		Muestra querer estar al lado del otro por gusto propio, necesidad de hacer algo juntos
Exposición	26, 35, 37		Expresa abiertamente su comprensión o sentimientos en relación con la tarea

Fuente: elaboración propia

Dentro del grupo conformado por las Actividades 5 y 6, y la actividad 4 de transición, se puede decir que tomaron relevancia las acciones de los estudiantes, en especial de E1 que se caracterizó por mostrar disposición e interés por trabajar de manera conjunta con E15. El vector responsabilidad, caracterizado por los componentes excedencia y acogida, fue encarnado en la mayoría de las marcaciones por los estudiantes, dado que tanto E1 como E15 se mostraron abiertas a las opiniones del otro y a discutir el desarrollo de las tareas.

En los segmentos V5.9 y V6.2 se evidenciaron las diversas discusiones que tenían las niñas, sin embargo, las niñas retomaron su trabajo conjunto y superaron las dificultades, ya sea por intervención de la profesora como sucedió en el segmento V6.2 (líneas 28 a la 37) o porque ellas mismas lo solucionaron como sucedió en este mismo segmento en las líneas 25 a la 27 donde E1 le explicó a E15 la manera correcta que debía seguir para realizar el conteo de las figuras de la secuencia. En este segundo grupo de actividades se evidenció que los niños intentaron solucionar las tareas por sus propios medios al intentar aplicar estrategias, cuando se preocuparon y al preguntarle a la profesora, pero, a pesar de las limitaciones, ellos no pretendían buscar las respuestas en los compañeros cercanos o preguntarle al niño aventajado del curso, como sucedió en el primer grupo de Actividades. El segmento V6.2 se caracterizó por mostrar la presencia de todos los componentes de los vectores de la ética comunitaria, de modo que se podría decir que en él se dieron muestras de “labor conjunta”.

En este segundo grupo de Actividades se evidenció un compromiso con el desarrollo de las tareas y, a la vez, un interés genuino por comprenderlas y participar durante las socializaciones de estas. En relación con el vector compromiso en el trabajo conjunto se dio un avance notorio con respecto a las Actividades caracterizadas por la ética cerrada. Ello se advierte particularmente en las acciones de E1 que motivaron en varias oportunidades a continuar con el trabajo conjunto con frases dichas por la niña como “ve que usted también explicó, así tiene que hacer”, “¡sí podemos!”, “toca que hagamos en equipo la hoja”, “es que Crystal no entendió profe, y le estoy explicando y no quiere”, “sí, porque trabajamos en equipo, trabajamos en equipo y una nos ayudamos a la otra”; todas esas son muestra del interés de E1 por continuar trabajando junto a E15, quien terminaba acogiendo las invitaciones o sugerencias de E1.

La presencia del vector cuidado del otro emergió en este segundo grupo de Actividades cuando los niños le expresaron con naturalidad al compañero o a la profesora su poca comprensión, y al expresar abiertamente que no entendían lo que se les pedía, lo cual no era tan natural para el primer grupo de Actividades porque a los niños les costaba exponerse frente a sus compañeros; mientras que en el segundo grupo de Actividades la exposición fue un proceso más fluido. De igual forma sucedió con el componente proximidad, teniendo presente que la proximidad no se refiere únicamente a la ubicación espacial, sino al estar presente para apoyar al compañero, lo cual sucedió tanto en la Actividad 4 como en la 5 y la 6, donde los niños estaban apoyándose mutuamente en el desarrollo de la tarea, como se pudo ver en el segmento V4.5 y en la Tabla 12.

Otredad

Las Actividades 4, 5 y 6 mostraron aspectos diferentes de la ética comunitaria en relación con las Actividades 1, 2 y 3. La mayor diferencia fue que en este último grupo de Actividades las relaciones entre los estudiantes fueron más fraternas, y permitieron la generación de un mejor ambiente para el desarrollo del trabajo conjunto, lo cual, a su vez, permitió avanzar de mejor manera en la comprensión de las secuencias figurales propuestas y la solución de las preguntas de las tareas.

De ese modo se evidenció que los vectores de la ética considerados fueron evolucionando y tomando diversas formas a lo largo de la implementación. Tal y como se dijo en el apartado anterior, los vectores cobraron vida en diferentes personas: en un principio fue la profesora quien los encarnó, y al finalizar la implementación se personificaron en los estudiantes E1 y E15. Entre las diversas formas de relación con el otro se identificaron dos grupos principales que se relacionan en la Tabla 13:

Tabla 13. Formas de relación con el otro identificadas

Ética "cerrada"	Ética "abierta" ética comunitaria
Se define a partir de la consideración de guardar la integridad de sus constituyentes. Se caracteriza porque su interés por el otro (su idea de alteridad) no se fundamenta en el sentido de una vida social.	Se considera a partir de un principio de alteridad donde el otro es un yo mismo y donde, a pesar de que es otro distinto al yo, su presencia le incumbe y lo transforma. Por ello la división del trabajo no se hace con un interés más allá que prestar la ayuda al otro.

Fuente: elaboración propia

Un ejemplo de relación con el otro en la ética "cerrada" el vector responsabilidad mostraría que los individuos o los grupos de individuos consideran únicamente la idea de bienestar a partir de las consideraciones que se tienen con un grupo cerrado de personas, por tanto, lo que hace que estas personas se den prioridad entre ellas sobre otros grupos de personas con ideas que difieren de las suyas es que ese grupo de individuos comparten algunas ideas en común. Mientras que para el caso de la ética "abierta", el vector responsabilidad mostraría roles y acciones de los individuos o de los grupos de individuos que se fundamentan en el bienestar del otro y, en general, en la consideración del género humano en su totalidad porque se piensa en un "yo" como "otro" (Lévinas, 1977).

Desde el momento en que se elaboraron las cartografías en el cuarto capítulo se identificaron como objetos de atención el *otro* y la *tarea*, no con la intención de afirmar que uno excluye al otro, sino con el interés de enfocar hacia donde se dirigía la atención de los niños participantes (para mayor detalle observar tablas en anexos). Es por ello por lo que en las primeras Actividades los objetos de atención de los niños se evidenciaban muy marcados en su relación ya fuera con el otro o la tarea, pero a medida que la implementación avanzaba la marcación por la tarea o el otro no se identificaba con tanta facilidad, dado que en algunos momentos durante la Actividad 6 el interés por abordar la tarea se sobreponía con el interés por el otro (es el caso de E1 y E15).

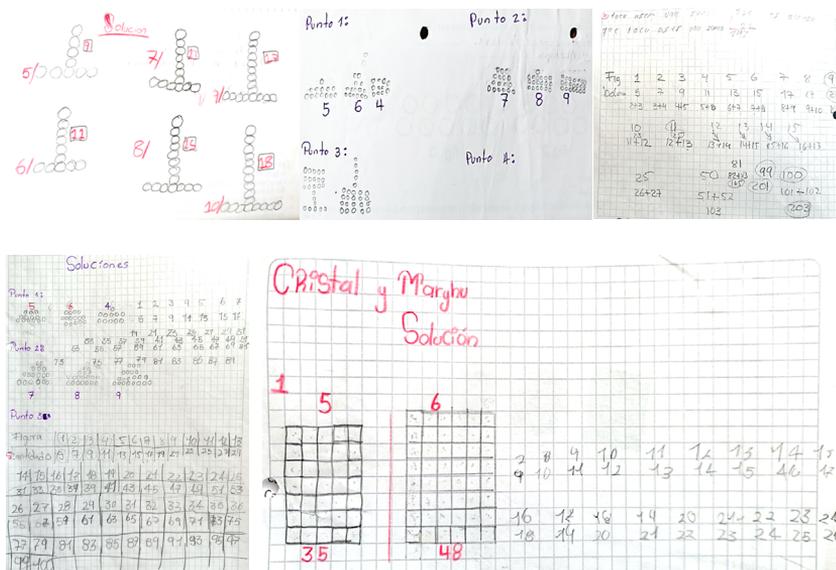
Para ejemplificar de una mejor manera este último aspecto se consideran tres relaciones que se dan entre la ética comunitaria y la

Actividad, estas son: i) el proceso de evolución que tuvo la elaboración de las tablas a lo largo de las Actividades; ii) las formas como los niños se organizaron para el desarrollo de las tareas; y iii) la participación en clase durante toda la implementación, en especial durante los momentos de socialización.

Proceso elaboración de tablas en la Actividad

En el transcurso de la Actividad 1 la mayoría de los niños recurría a la elaboración del dibujo de cada posición y luego contaba los elementos dibujados, como se observa en la Figura 44. Durante el desarrollo de la Actividad 2 algunos niños, por sugerencia de la profesora, empezaron a organizar sus datos en lo que se puede considerar eran los principios de las tablas.

Figura 45. Primeras tablas elaboradas durante el desarrollo de la Actividad 2



Fuente: elaboración propia

La tarea 4 pedía en su desarrollo elaborar una tabla para organizar los datos, fue a partir de esta tarea que los niños consideraron la tabla como una buena aliada para solucionar las preguntas de la tarea. En algunos casos la elaboración de la tabla fue el motivo para que los niños trabajaran juntos en su elaboración, como sucedió en las Actividades 5 y 6.

Figura 46. Tablas elaboradas durante el desarrollo de las Actividades 4, 5 y 6

Número de mesas	Número de amigos
1	4 amigos
2	6 amigos
3	8 amigos
4	10 amigos
5	12 amigos
6	14 amigos
7	16 amigos
8	18 amigos
9	20 amigos

Figura 1	24	22	23	24	25	26	27
Palillos	85	89	93	97	101	105	109
Figura 2	28	29	30	31	32	33	34
Palillos	113	117	121	125	129	133	137
Figura 3	35	36	37	38	39	40	41
Palillos	141	145	149	153	157	161	165
Figura 4	43	44	45	46	47	48	49
Palillos	183	187	191	195	199	204	208
	50	51	52	53	54	55	56
	212	216	220	224	228	232	236

41 = 129	71 = 222	56 = 1
42 = 131	72 = 223	57 = 177
43 = 135	73 = 228	58 = 180
44 = 138	74 = 231	59 = 183
45 = 141	75 = 234	60 = 186
46 = 144	76 = 237	61 = 189
47 = 147	77 = 240	62 = 192
48 = 150	78 = 243	63 = 195
49 = 153	79 = 246	64 = 198
50 = 156	80 = 249	65 = 201
51 = 159	81 = 252	66 = 204
52 = 162	82 = 255	67 = 207
53 = 165	83 = 258	68 = 210
54 = 168	84 = 261	69 = 213
55 = 171	85 = 264	70 = 216

Fuente: elaboración propia

Durante la Actividad 6, en el segmento V6.8, las estudiantes E1 y E15 realizaron la tabla de manera conjunta para avanzar más rápido en la búsqueda de las posiciones pedidas por la tarea. Por ello y por la manera como se dieron las relaciones entre las niñas el segmento fue marcado con la presencia de cada uno de los vectores de la ética comunitaria, así, las niñas avanzaron en la comprensión de la tarea mientras avanzaban también en el trabajo de manera conjunta.

Formas de organización al interior de los grupos en la Actividad

Al iniciar la implementación los niños se organizaron de acuerdo con las orientaciones que daba la profesora, o cuando algún miembro del grupo les ordenaba a los otros la manera como debían organizarse. Por ejemplo, en la Actividad 1 la profesora organizó a los miembros de los grupos y en la Actividad 2 Nicole (E21) les ordenó a sus compañeros la manera como debían agruparse.

Segmento V1.2

28 E1-Maryhú: profe, ¿qué tenemos que hacer?

29 profesora: lo que tienen que hacer es responder la pregunta uno, extiende la secuencia hasta la figura seis. Si ustedes ven, acá está hasta la figura cuatro (13:45), entonces ustedes deben dibujar cómo sería la figura cinco y cómo sería la figura seis. Dibújelo cada uno en la parte de atrás de la hoja, y luego se ponen de acuerdo para pasarlo a la hoja de las respuestas. Listo, entonces hágalo cada uno en sus propias hojas (*se retira a otro grupo la profesora*) (14:17).

Segmento circunstancial en la Actividad 2

77 E23-Fabián: ¿cómo?, ¿cómo?

78 E21-Nicole: pongan cuidado Jennifer, él (*señalando a Santiago*) y yo un grupo, él y él (*señalando a Tomás y a Edison*), y él y él (*señalando a Fabián y a Sergio*) otro grupo.

79 E3-Edison: no, yo quiero hacerme con él (*señalando a Tomás*).

80 E21-Nicole: o usted con él (*señalando a Edison y a Fabián*) (17:15).

81 E3-Edison: no, yo no quiero con él ni acá.

82 E22-Jennifer: mejor nosotras nos hacemos con Fabián (*le dice Nicole, y ella asiente con su cabeza*) ... ¡Venga! (*le dice a Fabián*).

83 E21-Nicole: córrase Santiago para que se haga con él (*señala a Edison. Jennifer corre el puesto de Fabián cerca al de ellas y Fabián corre el puesto de Santiago cerca al de Edison*).

A medida que la implementación avanzó y los niños fueron conociéndose, en varios segmentos se observaron momentos en los que el objeto de atención era la organización del grupo, ya fuera para resolver los puntos de la tarea o para establecer quién del grupo socializaría las respuestas, entre otros aspectos. Durante las Actividades 5 y 6 se presentaron episodios donde la organización del grupo fue el objeto de atención.

En el segmento V5.3 las niñas discutieron sobre la manera como debían abordar la tarea.

13 E1-Maryhú: sería mirar cuántos palillos se necesitan para la figura uno (*señala con su lápiz sobre la fotocopia, Crystal la interrumpe*).

14 E15-Crystal: espera, vamos a ver primero la secuencia y ahí nos vamos guiando.

15 E1-Maryhú: yo digo que toca hacer las figuras así (*señala con su lápiz sobre la fotocopia las figuras que se dan*) ... ¿cuál es la figura uno?, así, toca hacer una así.

16 E15-Crystal: como una casita (*la niña también señala con su lápiz sobre la fotocopia las figuras*).

17 E1-Maryhú: ¡ajá!, así, ¿cuál es la figura cuatro? Así, pero aquí (*señala la hoja cuadrículada*).

18 E15-Crystal: ¡ahh!, ya entiendo.

19 E1-Maryhú: aquí no, ahí (*señala la fotocopia y la hoja cuadrículada*).

20 E15-Crystal: yo sé.

21 E1-Maryhú: sería realizar el dibujo de la figura uno, ¿cuántos palillos utilizaron en la figura uno? ¿Cómo así cuántos palillos? (*La niña se toma la cara en gesto de desconcierto, mientras Crystal cuenta con su lápiz los palillos de la figura uno*).

22 E15-Crystal: tenemos que contar los palillos Maryhú, tiene lógica.

23 E1-Maryhú: sería entonces así... ¡tin!, ¡tin!, ¡tin!, ¡tin! (*La niña dibuja sobre el puesto la figura con el movimiento de la mano*).

24 E15-Crystal: ¿sabe qué?, vamos a hacerlo y ya. ¿Qué escribimos?

25 E1-Maryhú: figura uno (*Crystal escribe en la hoja cuadrículada*).

Durante la Actividad 6, en los segmentos N6.1 y N6.5, las estudiantes E1 y E15 discutieron sobre quién debía hacer una u otra acción en el grupo, pero en ambas ocasiones fue E1 quien hizo el llamado a trabajar juntas a pesar de que tenían diferentes opiniones.

N6.1

2 E15-Crystal: Maryhú, Maryhú, hagamos la segunda...el segundo punto. A ti te toca porque a mí me tocó la grabación.

3 E1-Maryhú: pero yo hice esta y esta.

4 E15-Crystal: ¡no!, pero se acuerda.

5 E1-Maryhú: cuando usted hizo esta yo hice dos.

6 E15-Crystal: ¡no!, yo hice esta y tú coloreaste...pero yo la coloreé

bien y yo la arreglé ¿no? Lo siento, te toca a ti.

7 E1-Maryhú: pues le digo a la profesora.

8 E15-Crystal: vamos.

9 E1-Maryhú: ¿lo hace usted?, o ¿lo hacemos?, ¿lo va a hacer?

En el segmento N 6.5 se desarrolló una situación similar entre las niñas, donde nuevamente fue E1 quien estableció un diálogo entre ellas.

21 E15-Crystal: porque tú dijiste profe, Crystal ya ha hecho mucho esto entonces yo prefiero la otra (*Maryhú continúa dibujando en la fotocopia*).

22 E1-Maryhú: ¡no!, usted dijo que le tocaba la hoja porque a mí ya me tocó esta... ¡Ve señorita!, y a mí me toca la otra.

23 E15-Crystal: no.

24 E1-Maryhú: Crystal, en equipo por favor (*Crystal hace un gesto de disgusto*) (9:32) ... Estamos en vivo y en directo.

25 E15-Crystal: Maryhú, apure que necesito la hoja para saber cuánto va para hacer eso.

Se evidencia pues que ambos segmentos tienen marcaciones de componentes de los vectores de la ética comunitaria, en especial E1 fue quien se encargó de conservar el interés conjunto porque quería que las dos siguieran desarrollando el trabajo. En las primeras Actividades la profesora fue quien propició e invitó a los niños a trabajar juntos, pero durante las Actividades 5 y 6 este rol lo encarnó E1, que fue quien constantemente invitó a su compañera a trabajar juntas.

Participación oral de los estudiantes durante las socializaciones de las tareas

Al inicio de la implementación los niños mostraban resistencia a participar de manera oral frente a sus compañeros, por lo que la

profesora tuvo que insistir en varias oportunidades para que los niños expresaran sus ideas, tal y como sucedió en el segmento V1.12.

68 E22-Jennifer: profe, ¿podemos leerla?

69 Profesora: sí, léela para que nos contextualicemos.

70 E23-Fabián: (*empieza a leer muy bajo y los compañeros dicen que no escuchan*).

71 Profesora: lee más fuerte Fabián.

72 E23-Fabián: para llegar a la figura 19 tienes que contar hasta el 10.

73 Profesora: OK... ayúdale, Jennifer, y escribes que la respuesta en la pregunta es la figura 10. Si quieres sigue leyendo la otra Jennifer (*ella mueve su cabeza de forma negativa*).

74 Profesora: no, solo Fabián, solo escribe figura 10 porque la pregunta era... ¿cuál era? A qué número de figura corresponde, explica cómo llegaste allí. Entonces ¿cómo llegaron ahí? Fabián ¿por qué sabes que es esa? (*Mientras tanto Jennifer escribe en el tablero su respuesta*) (37:18).

75 Profesora: pero cuéntenos ¿por qué?, solo escriben.

76 E22-Jennifer: es Fabián.

77 Profesora: Fabián ¿cómo llegaron a esa respuesta? Mirando hacia este lado Fabián porque nos das la espalda (*el niño se voltea*). ¿Cómo?, ¿qué hicieron? (*Se miran Jennifer y Fabián (37:46), pero ninguno dice nada al grupo, dialogan entre ellos*).

78 E22-Jennifer: él no ha entendido.

A medida que la implementación iba avanzando los niños mostraban tener más interés y tranquilidad para participar durante las socializaciones de las tareas, además, sabían que ese momento tendría lugar al terminar las sesiones. Por ejemplo, en el segmento V2.10 los

niños participaron contando la elaboración realizada en cada uno de sus grupos, y algo similar ocurrió en el segmento V3.7; en estos casos, cabe mencionar, la participación se dio más por la solicitud de la profesora, que motivó a los niños a interesarse por responder las preguntas que ella planteaba. Sin embargo, no se evidenciaron dinámicas de discusión entre los niños motivadas por aspectos de la tarea, más que aquellas que la profesora propuso cuando tenía el interés de aclarar algún aspecto.

Solo hasta las socializaciones dadas en las Actividades 5 y 6 se evidenciaron indicios de discusiones entre los estudiantes con motivo de algunos aspectos de la tarea, como sucedió en el segmento V5.10 donde en el grupo conformado por E1 y E15 las niñas se dieron cuenta de que habían cometido un error en la manera como calcularon la cantidad de palillos por posición, lo que a su vez se debía a la manera como dibujaron las figuras de la secuencia propuesta.

216 profesora: cuatro casas...bien, ¿hay alguien que tenga en el segundo punto una respuesta diferente? (Algunos niños contestaron que no, y Julián levanta la mano).

217 E5-Julián: profe, en la segunda hay 15 palitos.

218 profesora: quince palitos (*algunos niños gritan que no porque hay 17*). Escuchemos (*Maryhú levanta la mano*).

219 E1-Maryhú: profe, a nosotras nos dio 20 palillos.

220 profesora: acá les dio 20 palillos (*lo escribe en el tablero*), salgamos de dudas. Julián pasa y dibuja como tú lo hiciste (*el niño pasa al tablero y realiza el dibujo (2:54)*), luego cuenta los palillos y le dice a la profesora que sí son 17 y sonrío) (3:32). OK, miramos acá el dibujo que hizo Julián... ¿cuántos palillos hay?, contémoslos entre todos (*algunos niños gritan 17 y empiezan a contar: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis y diecisiete... ¡Ah! gritan los niños*). ¡Shuu!, chicos, como les dije...la idea no es que lo tengan perfecto porque por eso están aprendiendo. Luego 20 tampoco son, que creo que fue porque dibujaron las casas aparte que fue lo que vi en algunos grupos...hicieron una casita, luego hicieron otra casita (*dibuja las casas en el tablero*), y aquí cuentas dos veces el mismo palillo (04:19).

Esta aclaración de la docente durante la socialización y su participación en ella les permitió a los estudiantes entender mejor la secuencia y, posteriormente, construir una tabla para dar respuesta a las preguntas de la tarea. De igual forma, durante las últimas Actividades los niños estuvieron pendientes de la participación de sus compañeros y dieron su opinión sobre estas, lo cual no sucedía en las primeras Actividades debido a que los niños tenían dificultades al comienzo para expresarse y no entendían muy bien la dinámica de escuchar a los compañeros, situación que como se ha visto tuvo un ligero cambio en las últimas Actividades. Así sucedió en los siguientes segmentos:

V5.15

...Natalia dijo que en la tabla que ella hizo no había figura que tuviera 50 palillos (*Mariana levanta su mano*), ¿qué dice Mariana?

14 E20-Mariana: porque es un número impar.

15 Profesora: ¿50 es un número impar? (*No profe, contestan algunos niños*).

16 E21-Nicole: no profe, es que se equivocó (*ella es la compañera de Mariana*).

17 Profesora: ¿que decía Juan Felipe? (*El niño no habla*). Nada, entonces Gabriel, tú levantaste la mano. Hagamos silencio. ¿Por qué no?, ¿por qué no hay una figura con 50 palillos?

18 E8-Gabriel: porque en la tabla que hice no había ninguno y, además, todos son impares, casi todos.

19 Profesora: OK. ¿Escucharon a Gabriel?, él dice que no hay una figura con 50...primero, porque en la tabla que él hizo no había ninguna que diera 50 y, además, casi todos los números eran impares (*lo escribe en el tablero*).

20 E20-Mariana: profe, a eso era a lo que yo me refería.

V6.7

2 E28-Santiago: realiza el dibujo de la figura uno.

3 Profesora: realiza el dibujo de la figura uno y de la figura cuatro (*pasa un niño al tablero a realizar el dibujo de la figura*).

4 E1-Maryhú: lo hicieron mal profe, nosotros lo acomodamos, el cinco está mal, profe...

8 E1-Maryhú: está mal profe, nosotras lo hacemos (*varios niños hablan al tiempo*).

9 Profesora: ¿qué tiene?, ¿por qué no estás de acuerdo con esta?, ¿qué no es?

10 E18-Natalia: porque está mal.

11 Profesora: ¿qué tiene mal?

12 E23-Fabián: los cuadros no están bien.

13 Profesora: no lo hicieron bien, todos los cuadros son iguales ¿qué otra cosa?

14 E1-Maryhú: no tocaba colorear esas negras.

15 Profesora: las de adentro no son oscuras, ¿cuáles son las oscuras? (*algunos niños gritan las de afuera*).

17 E1-Maryhú: profe, nosotras lo hacemos.

En las últimas actividades los niños prestaron más atención a lo que decían los compañeros y opinaron sobre ello.

Consideraciones en torno a las implicaciones entre el desarrollo de la ética comunitaria y los procesos de objetivación y subjetivación

Dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje los aspectos que allí se involucran —como los saberes en juego, la ética, las acciones, etc.— van evolucionando y tomando diversas formas. Los vectores de la ética comunitaria mostraron algunos visos, en especial el vector cuidado del otro en el componente encuentro-diálogo donde se realizó un mayor número de marcaciones, seguido por el vector compromiso en el trabajo conjunto en el componente proximidad. En cuanto a los componentes inmanencia y exposición, a pesar de que estos tuvieron mayor cantidad de marcas en relación con el primer grupo de Actividades, también fueron los que tuvieron pocas marcaciones en el segundo grupo de Actividades. El vector responsabilidad, al igual que sucedió en el primer grupo de Actividades, fue el que menor presencia mostró.

En este segundo grupo de Actividades se identificaron todos los componentes de la ética en varios segmentos, pero, aun así, la presencia de estos fue bastante reducida en comparación a la totalidad de segmentos que conformaron la implementación. Ello permite afirmar que, como todo proceso de enseñanza-aprendizaje, se requiere tiempo y un trabajo específico que permita la emergencia de formas de relación más acordes con los intereses sociales y colaborativos de las aulas de Matemáticas.

Procesos de objetivación y subjetivación. Actividades 1, 2 y 3

En este apartado se presenta el análisis conjunto de estos dos procesos. Para ello, teniendo en cuenta la caracterización obtenida de la Actividad y de la ética a lo largo de toda la implementación, el análisis se realiza de la siguiente manera: en primer lugar, se retoman los segmentos en los cuales se dio una mayor cantidad de marcaciones de los componentes de la ética comunitaria, y se revisan de manera conjunta con los procesos de objetivación y subjetivación que se identificaron en el cuarto capítulo.

Es preciso recordar que en el segundo capítulo de este documento se establecieron los objetos para los procesos de objetivación y subjetivación. Para los procesos de objetivación se propuso “el desarrollo del pensamiento algebraico, acerca de secuencias figurales”; y en la actividad para los procesos de subjetivación se planteó como objeto “propiciar un esfuerzo dinámico, político, social, histórico y cultural que busque la creación dialéctica de sujetos reflexivos y éticos que se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas que se constituyen histórica y culturalmente, discursos y prácticas que están en permanente evolución”.

Las tareas 1, 2 y 3 pretendían familiarizar a los estudiantes con tareas de secuencias figurales apoyadas en representación tabular, y propiciar formas de trabajo en grupos que permitieran la interacción y la comunicación dentro de estos. En las tres primeras tareas se propusieron figuras geométricas porque se considera que estas permiten poner en práctica las capacidades de visualización y de organización espacial, lo que facilita la aparición de estructuras que conducen a la comprensión de las secuencias de patrones. Entre estas capacidades está el percibir características perceptuales de la configuración de la secuencia como, por ejemplo: figura uno, uno abajo dos arriba, figura dos, dos abajo y tres arriba, y así sucesivamente. Las tres primeras tareas se caracterizaron por proporcionar las tres primeras figuras o posiciones de las secuencias, e indagar por las figuras cercanas y posteriormente las lejanas en la secuencia. Cabe anotar que las tareas planteadas tenían una complejidad creciente. El término general de los patrones de las secuencias de las primeras tareas fue:

- Tarea 1: $(2n - 1)$ con $n = 1, 2, 3, \dots$
- Tarea 2: $(2n + 3)$ con $n = 1, 2, 3, \dots$
- Tarea 3: $((n+1)2-1)$ con $n = 1, 2, 3, \dots$

Tabla 14. Segmentos de análisis objetivación, subjetivación y ética comunitaria, en Actividades 1, 2 y 3

Segmento	Vector ética	Componente	Objeto de atención	
			Subjetivación	Objetivación
V1.12	Responsabilidad (1/2), cuidado del otro (1/2) y compromiso en el trabajo conjunto (2/2)	Excedencia, encuentro-diálogo Proximidad, exposición	Responder y discutir	Distribución espacial de la secuencia, sumar de dos en dos y sumar de 10 en 10.
V2.1	Responsabilidad (1/2), cuidado del otro (1/2)	Acogida, encuentro-diálogo	Instrucciones	Acciones y estrategias.
V2.8	Cuidado del otro (1/2) y compromiso en el trabajo conjunto (1/2)	Encuentro-diálogo, exposición	Obtener respuestas	Sumar de dos en dos.
V3.3	Cuidado del otro (1/2) y compromiso en el trabajo conjunto (1/2)	Inmanencia y proximidad	Resolver preguntas	Conteo, sumar de dos en dos y multiplicar vertical y horizontal.
N3.7	Responsabilidad (1/2) y compromiso en el trabajo conjunto (2/2)	Acogida, proximidad y exposición	Instrucciones y sugerencias	Acciones y estrategias.

Fuente: elaboración propia

Al observar los objetos de atención se evidencia cómo estos se van complejizando a medida que avanzaban las Actividades. En la Actividad 1 las estrategias de solución a la tarea se centraron en los procedimientos que involucraban la suma, y las acciones de los estudiantes obedecían al seguimiento de instrucciones como responder. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que el segmento V1.12 corresponde a un momento de socialización de respuestas y no de trabajo en pequeños grupos, por lo tanto, allí las acciones marcadas de la ética se dieron por iniciativa de la profesora y no de los estudiantes. Es así como la excedencia, el encuentro-diálogo, la proximidad y la exposición se encarnaron en las acciones de la profesora.

Dos de los segmentos que mayor cantidad de marcas éticas tuvieron durante la Actividad se ubicaron dentro de los objetos de atención: instrucciones y obtener respuestas para los procesos de subjetivación. En los procesos de objetivación los objetos de atención fueron acciones y estrategias, y sumar de dos en dos. Aquí, al igual que sucedió en la

Actividad 1, la marcación de acogida se suscitó desde acciones de la profesora, mientras que las marcas de encuentro-diálogo y exposición se originaron en los estudiantes. El segmento V2.1 se caracterizó por que su desarrollo no se dio dentro del trabajo en pequeños grupos, sino que se dio al inicio de la Actividad donde la profesora planteaba las instrucciones para el desarrollo de la tarea y a la vez planteaba la necesidad de acoger a los compañeros en el desarrollo de los trabajos en grupo. El segundo segmento (V2.8) se dio durante el desarrollo del trabajo en pequeños grupos, donde las niñas expusieron al compañero su poca comprensión y solicitaron su ayuda; claro es que las niñas en este caso interpretaban que se les ayudaba cuando se les suministraban las respuestas que les hacían falta.

Al igual que sucedió en las anteriores Actividades la acogida es encarnada por la profesora; mientras que la inmanencia, la proximidad y la exposición es representada por los estudiantes.

El objeto de atención de los segmentos V3.3 y N 3.7 fueron resolver preguntas, seguir instrucciones y sugerencias para los procesos de subjetivación; mientras que los procesos de objetivación se marcaron con conteo, sumar de dos en dos, multiplicar vertical-horizontal, aplicar acciones y estrategias. Estos segmentos hacen parte de un contexto de clase donde el grupo que era filmado estaba conformado por E24 y E23. En el desarrollo de la Actividad los niños decidieron separarse y no terminar juntos el desarrollo de esta debido a las diferencias que tenían respecto a su manera de desarrollar la tarea, pero, aun así, en las acciones de E24 se identificó un interés por las acciones de E23.

Durante las actividades 1, 2 y 3 se evidencia que el papel de la profesora fue relevante, dado que era ella quien proponía las estrategias que se debían seguir, y los niños requerían de la profesora para validar sus elaboraciones. Al abordar las tareas, la estrategia a la que recurrieron con mayor frecuencia fue el conteo en cada figura, para establecer la manera en que cambiaban las cantidades de una figura a otra, estableciendo relaciones entre los números; en un solo grupo establecieron relaciones en las cantidades a partir de las configuraciones espaciales de las diferentes secuencias propuestas (Figura 48. Tareas 1A, 2A y 3A).

En relación con los medios semióticos de objetivación empleados por los niños en el desarrollo de estas tareas se puede señalar la presencia de

los gestos, el lenguaje natural, la acción, el conteo y los señalamientos. Los gestos utilizados pueden ser categorizados en dos grupos (ver Figura 46): un grupo corresponde a los señalamientos, donde los estudiantes manifestaban los aspectos comunes entre las figuras en las secuencias, comúnmente expresado mediante la señalización sobre los dibujos de las figuras con el dedo índice o usando un lápiz (Figura 46). Otro grupo corresponde a los gestos faciales o corporales (aquellos que involucran movimientos de manos u otra parte del cuerpo), tipo de gestos que tomaron presencia cuando los niños interactuaban con los compañeros o explicaban alguna observación; por ejemplo, realizaban movimientos con sus manos para decir que continuaba algo de un mismo modo, o movían las manos de manera circular mostrando que se repetía o tratando de dar mayor énfasis a lo que decían (Figura 46). Estos aspectos hacen parte del lenguaje no verbal de los niños y el uso de ellos permitió dar mayor claridad a sus ideas cuando dialogaban con los compañeros, o les posibilitaba realizar cálculos mentales importantes para la identificación de patrones.

El conteo fue otro de los medios semióticos movilizados, por medio del cual los estudiantes establecían cálculos y reforzaban sus percepciones cuando determinaban un patrón. Por ejemplo, en la tarea 1 los estudiantes contaban de a dos, algunos de ellos utilizaban sus dedos para hacer estos conteos (ver Fig. 47), otros no.

Figura 47. Gestos identificados en tareas 1, 2 y 3, señalamientos y corporales



Gestos con señalamientos

Fuente: elaboración propia

Figura 47. Gestos identificados en tareas 1, 2 y 3,
señalamientos y corporales



Gestos corporales

Fuente: elaboración propia

Las principales estrategias identificadas en este grupo de Actividades para bordar las tareas fueron cuatro principales: i) adivinar los valores solicitados probando con diversos números al azar, porque algunos niños no comprendían lo que se les solicitaba y proponían números al azar como respuestas a las preguntas; ii) el conteo de las figuras dibujadas posterior a los dibujos que realizaban los niños de cada una de las figuras en cada posición; iii) sumar dos al anterior, pues tanto en el trabajo en grupo como durante la socialización los niños verbalizaron como estrategia sumar dos unidades a las cantidades que iban obteniendo a medida que avanzaban en posiciones de la secuencia (Figura 48, tarea 1B); iv) sumar los valores horizontales y verticales del dibujo de cada posición, la cual fue propuesta por dos grupos durante la socialización (ver Fig. 48).

Figura 48. Elaboraciones tareas 1, 2 y 3

A

Por la figura 500 tiene 999 figuras porque

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 499 \\ \hline 999 \end{array}$$

R/ $499 + 500 = 999$ querido santos para resolver el punto 6 es el numero 999 porque

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 499 \\ \hline 999 \end{array}$$

Es igual a 999

B

Querido tomas para contar asta 500 tienes que sumar de 2 en 2

Tarea 1

A

Punto 300

Figura	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Cantidad	(5)	(7)	(9)	(11)	(13)	(15)	(17)	(19)	(21)	(23)	(25)	(27)	(29)
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	
	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36		
	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75		
	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97		
	99	100											

B

R/ querido santos contando de 50 y sigues en 502 en 502 llegas a 1000 contar dos y los sumas uno y es la figura tien

Tarea 2

Fuente: elaboración propia

Figura 48. Elaboraciones tareas 1, 2 y 3

A

Solucion 2
 la figura q tiene 11 cuadros hacia arriba y 9 hacia en total hay 99

Solucion 3
 la figura : 26 hacia arriba y 22 hacia en total tiene 62

B

(1) *Solucion*

Fig 5: 35
 Fig 6: 48

(2)

11
 9
 99

C

1

5 6

35 48

2	3	4	10	11	12	13	14	15
9	10	11	12	13	14	15	16	17
16	17	18	19	20	21	22	23	24
18	19	20	21	22	23	24	25	26

Tarea 3

Fuente: elaboración propia

En relación con los procesos de subjetivación se evidenció un marcado interés por aprovecharse del compañero, en el sentido de que las interacciones se daban en pos de la obtención de algún beneficio propio relacionado con la tarea. Por tanto, no se evidenció un interés genuino por el otro en su opinión o postura, sino que el objeto de atención era dar una solución acertada a la tarea propuesta por la profesora.

Dentro de los posicionamientos de los estudiantes se observaron frecuentemente agresiones y exclusiones durante la actividad de este grupo de Actividades. Además, los niños no hablaban con facilidad cuando se les preguntaba por la tarea, y se resistían a ser quienes debían pasar al tablero a comentar lo realizado por el grupo. También se presentó un marcado interés por desarrollar la tarea de manera individual en las tres primeras Actividades, donde resaltó el trabajo de un estudiante en específico y no se daba mucho espacio para la discusión o el trabajo en grupo.

Es por lo anterior por lo que se evidenciaron posicionamientos que se concentran en memorizar respuestas sin tener ningún interés por la comprensión de los procesos que permiten obtener las respuestas, o “copiar” lo que los estudiantes considerados aventajados realizaban. Y así también se evidenciaron posicionamientos de sumisión donde no se obedecía, bajo ningún cuestionamiento, a lo que los compañeros les decían. Las relaciones entre los niños durante estas Actividades llegaron a los maltratos físicos de parte de algunos de ellos.

Procesos de objetivación y subjetivación. Actividades 4, 5 y 6

Las tareas 4, 5 y 6 se diferenciaban de las tres primeras tareas en la forma como fueron planteadas. En la tarea 4 se propuso una situación en la que se debían acomodar los niños alrededor de una mesa de acuerdo con unas condiciones, y las posibles relaciones que se daban entre la cantidad de niños y mesas junto con la ubicación de los niños que determinaba la secuencia numérica. En las tareas 5 y 6 se propusieron secuencias figurales, pero que también obedecían a un contexto; la tarea 5 consistió en la construcción de casas con palillos según ciertas indicaciones y la tarea 6 consistió en diseñar las baldosas necesarias para continuar la construcción de una secuencia a partir de un patrón de formación. Al igual que en las primeras tareas, en éstas se les indicó a los niños la necesidad de desarrollar de manera conjunta y grupal las preguntas.

De acuerdo con la forma como los niños abordaron las primeras tareas se decidió que en la segunda implementación las preguntas fueran inicialmente por las posiciones cercanas, y que a medida que se avanzaba en la comprensión de las secuencias se preguntara por las posiciones

lejanas. Es por esto por lo que las tareas 5 y 6 se desarrollaron en tres sesiones y en cada una de ellas se socializaron los resultados alcanzados para, posteriormente, pasar a las siguientes partes de las tareas.

Es necesario recordar que la segunda implementación se hizo en horas que no pertenecían al horario de clase de los niños, es decir, se trabajó con los niños dos días a la semana y cada sesión tuvo una duración de 45 minutos. También es importante decir que la profesora que dirigía el desarrollo de las tareas no era la profesora titular de los niños en ese momento.

Por otra parte, si bien la Actividad 4 es considerada de transición, fue analizada en bloque con las Actividades 5 y 6. El término general de los patrones de las secuencias de las tareas fue:

- Tarea 4: $(2n + 2)$ con $n = 1, 2, 3 \dots$
- Tarea 5 $(4n + 1)$ con $n = 1, 2, 3 \dots$
- Tarea 6 $(3n + 6)$ con $n = 1, 2, 3 \dots$

Tabla 15. Segmentos de análisis objetivación, subjetivación y ética comunitaria, en Actividades 4, 5 y 6

Segmento	Vector ética	Componente	Objeto de atención	
			Subjetivación	Objetivación
V4.5	Responsabilidad (2/2), cuidado del otro (1/2) y compromiso en el trabajo conjunto (2/2)	Excedencia, acogida, encuentro-diálogo, proximidad y exposición.	Discutir respuestas	Conteo, distribución espacial secuencia y el doble y multiplicar por dos.
V5.9	Responsabilidad (2/2), cuidado del otro (2/2) y compromiso en el trabajo conjunto (2/2)	Excedencia, acogida, inmanencia, encuentro-diálogo, proximidad y exposición.	Discusiones	Sumar cuatro al anterior, tabla y conteo.
V6.2	Responsabilidad (2/2), cuidado del otro (2/2) y compromiso en el trabajo conjunto (2/2)	Excedencia, acogida, inmanencia, encuentro-diálogo, proximidad y exposición.	Acuerdos y discusiones	Conteo, distribución espacial secuencia, formas de interacción, conteo de tres en tres, tabla del tres.

Fuente: elaboración propia

En la Actividad 4 aparecieron por primera vez las marcaciones de la responsabilidad en las acciones de los estudiantes, en el segmento V4.5. Los objetos de atención de este segmento fueron: discutir respuestas en los procesos de subjetivación; conteo, distribución espacial secuencia, el doble y multiplicar por dos en los procesos de objetivación. En este segmento se realizaron marcaciones de todos los componentes de la ética, excepto de inmanencia. La posibilidad de discutir al interior del grupo la tarea propició que los estudiantes la desarrollaran por completo y propusieran estrategias como multiplicar por dos para realizar las tablas que les permitieron dar solución a las preguntas propuestas.

En el segmento V5.9 de la Actividad 5 emergió por primera vez el componente acogida en la profesora y en los estudiantes. Este es el primero de los segmentos que muestra la presencia de todos los componentes de la ética considerados, y también es el segmento donde se discutieron los aspectos necesarios para que se diera una organización interna del grupo de trabajo para dar solución a la tarea. Esto permitió que las niñas involucradas pudieran avanzar en su solución mediante la construcción de las tablas.

En el segmento V6.2 se presentaron varios componentes de la ética en las acciones de la profesora y de los estudiantes, este fue el caso de la acogida, el encuentro-diálogo, la proximidad y la exposición. El objeto de atención para los procesos de objetivación muestra una riqueza de estrategias de solución de la tarea, esto es: el conteo, la distribución espacial de la secuencia, el conteo de tres en tres y considerar la tabla del tres. Cabe mencionar que a pesar de que durante el desarrollo de la Actividad 6 las niñas filmadas mostraron momentos de tensión donde pareciera que el trabajo en grupo se terminaría, las niñas lograron superar sus dificultades y continuaron trabajando juntas; lo cual fue propiciado por las acciones de E1 que en varias oportunidades recalca la importancia de trabajar de manera conjunta.

En el desarrollo de las tareas 4, 5 y 6 se evidenció un mayor trabajo en grupo, lo que propició que las estrategias de solución a las tareas se encaminaran hacia la construcción de artefactos culturales como las tablas. Este fue el caso de la tarea 4 donde la misma actividad proponía la construcción de una tabla. En la Figura 49 se muestra que en las tareas 5C, 6B y 6D los niños utilizaron las tablas para dar solución a las preguntas de las tareas.

Figura 49. Tablas elaboradas en las tareas 4, 5 y 6

A

5. Si saben el número de mesas que hay, ¿de qué forma explicarían a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden ubicarse a comer pastel? Expliquen cómo lo han pensado.
 Para averiguar cuántos niños hay que contar de 2 en 2

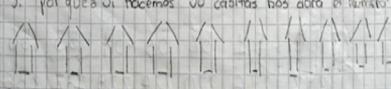
B

5. Si saben el número de mesas que hay, ¿de qué forma explicarían a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden ubicarse a comer pastel? Expliquen cómo lo han pensado.
 sumando de 2 en 2

C

Hand-drawn diagram showing a table with 2 columns and 5 rows. The left column contains circles and the right column contains vertical lines. The circles are arranged in pairs, with one circle above the other in each row. The vertical lines are also arranged in pairs, with one line above the other in each row. This represents a counting strategy of 2 units per row.

A

4. por que 80: hacemos 50 cartas vos dice el número:

 Rp 8.50 palillos.

B

4 dibujamos las casas y contamos los edificios.

C

Figuras	21	22	23	24	25	26	27
Palillos	85	89	93	97	101	105	109
Figuras	28	29	30	31	32	33	34
Palillos	113	117	121	125	129	133	137
Figuras	35	36	37	38	39	40	41
Palillos	141	145	149	153	157	161	165
Figuras	43	44	45	46	47	48	49
Palillos	183	187	191	195	199	203	207
	50	54	58	62	66	70	74
	212	216	220	224	228	232	236

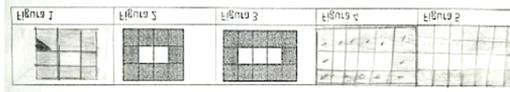
Tarea 4

Tarea 5

Fuente: elaboración propia

Figura 49. Tablas elaboradas en las tareas 4, 5 y 6

A



B

26 = 84	86 = 267	11 = 39	42 = 129	71 = 222	56 = 174
27 = 87	87 = 270	12 = 42	43 = 135	72 = 228	57 = 177
28 = 90	88 = 273	13 = 45	44 = 138	73 = 231	58 = 180
29 = 93	89 = 276	14 = 48	45 = 141	74 = 234	59 = 183
30 = 96	90 = 279	15 = 51	46 = 144	75 = 237	60 = 186
31 = 99	91 = 282	16 = 54	47 = 147	76 = 240	61 = 189
32 = 102	92 = 285	17 = 57	48 = 150	77 = 243	62 = 192
33 = 105	93 = 288	18 = 60	49 = 153	78 = 246	63 = 195
34 = 108	94 = 291	19 = 63	50 = 156	79 = 249	64 = 198
35 = 111	95 = 294	20 = 66	51 = 159	80 = 252	65 = 201
36 = 114	96 = 297	21 = 69	52 = 162	81 = 255	66 = 204
37 = 117	97 = 300	22 = 72	53 = 165	82 = 258	67 = 207
38 = 120	98 = 303	23 = 75	54 = 168	83 = 261	68 = 210
39 = 123	99 = 306	24 = 78	55 = 171	84 = 264	69 = 213
40 = 126	100 = 309	25 = 81		85 = 267	70 = 216

C

solución
 simplemente los bolsos tienen igual el número de bolsitas
 arriba abajo y en el medio
 la figura 3 tiene 3 arriba abajo y en el medio lo que nos da
 25 bolsitas y así todas

D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98
267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203
189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203

Tarea 6

Fuente: elaboración propia

Los medios semióticos de objetivación empleados por los niños en el desarrollo de las tareas 4, 5 y 6 se corresponden con los empleados en las primeras tareas. Algunas diferencias con respecto a las primeras tareas es que en estas últimas se emplearon tablas, y los gestos utilizados por los niños obedecieron a muestras de comprensión o camaradería (ver Fig 50). No obstante, al igual que ocurrió en las primeras tareas se identificaron dos tipos principales de gestos: los señalamientos y los gestos corporales o faciales. Los medios semióticos empleados fueron: la presencia de los gestos, el lenguaje natural, la acción el conteo y los señalamientos, y la elaboración de artefactos culturales (en este caso las tablas).

Figura 50. Gestos identificados en tareas 4, 5 y 6, señalamientos y corporales



Gestos señalamientos

Fuente: elaboración propia

Figura 50. Gestos identificados en tareas 4, 5 y 6, señalamientos y corporales



Gestos corporales

Fuente: elaboración propia

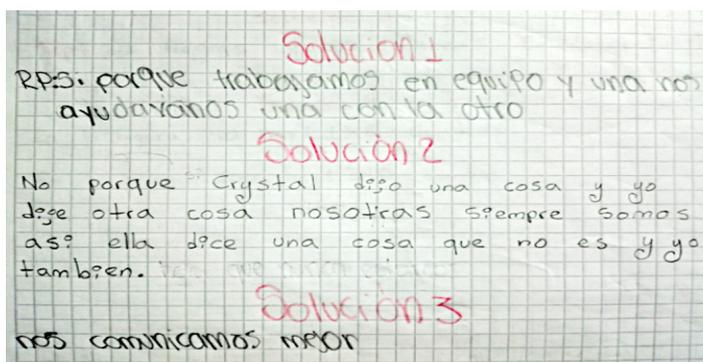
Como se describió en el cuarto capítulo, las relaciones entre los niños mejoraron a partir de la Actividad 4, dado que se evidenció el trabajo conjunto, la tranquilidad con la que podían expresarles a sus compañeros si no comprendían algo y la intención de tratar de resolverlo juntos o buscar ayuda. En el transcurso de las actividades 5 y 6 se evidenció que ya los estudiantes no requerían tanto la ayuda de la profesora, como sí fue necesario en las primeras actividades.

Durante la socialización los estudiantes participaban de manera activa, superando los silencios prolongados que ocurrían en el desarrollo de las socializaciones de las primeras tareas. En relación con las estrategias empleadas para abordar la tarea los niños recurrieron al conteo, que fue la estrategia sugerida inicialmente por la profesora, pero en esta

oportunidad elaboraron tablas que les permitieron conocer los valores lejanos de la secuencia (ver Figura 48).

Al finalizar la implementación de las tareas los niños desarrollaron una autoevaluación que se centró en que los niños revisaran la manera como se relacionaron con sus compañeros de grupo. El grupo conformado por E1 y E15 discutió las respuestas a las preguntas, en especial E15 hizo un llamado a E1 frente a lo que había escrito sobre tener en cuenta o no las opiniones o posturas del compañero.

Figura 51. Autoevaluación de E1 y E15



Fuente: elaboración propia

La relación entre E1 y E15 al finalizar la implementación se vio marcada por la camaradería y la cordialidad, a pesar de que hubo momentos en los que las dos niñas tenían conflictos, los cuales fueron superados permitiéndoles avanzar en la comprensión de las tareas y entenderse mejor al momento de trabajar juntas. A lo largo de la implementación se evidenciaron destellos de la ética comunitaria y con su presencia los acercamientos a la labor conjunta, sin embargo, aún queda bastante trabajo por realizar en el tema. Lo que en este trabajo se ha intentado hacer es proponer herramientas metodológicas que permitan realizar un mejor seguimiento a la ética comunitaria en la Actividad, y también aportar elementos necesarios para propiciar la vivencia en el aula de clase de Matemáticas de la ética comunitaria como una forma de relación con el otro.

Resultados de la investigación

El desarrollo de esta investigación planteó retos importantes en varias dimensiones, en especial teóricas y metodológicas. Se considera que el marco teórico posibilitó que este trabajo aporte a la reflexión de estas dos dimensiones, sobre todo en un marco metodológico que posibilita realizar un estudio y un seguimiento a los aspectos de la ética comunitaria y su relación con los procesos de objetivación y subjetivación desarrollados en Actividades matemáticas.

Inicialmente, en este capítulo se aborda la respuesta que se logró dar a la pregunta de investigación, la cual tiene su fundamento en los aspectos metodológicos considerados para la caracterización de la Actividad, los planteamientos filosóficos de Lévinas y la importancia del pensamiento multimodal de los estudiantes que participaron para el análisis de los procesos de objetivación y subjetivación. Seguidamente se exponen algunos elementos que se consideran importantes de subrayar porque generan reflexiones didácticas en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y la relevancia de prestar atención a aspectos éticos. Finalmente, se sugieren algunas posibilidades de investigación que se pueden suscitar con este trabajo investigativo.

Respuesta a la pregunta de investigación

La pregunta de investigación planteada fue la siguiente:

¿Cuáles son las características de las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación, objetivación y una ética comunitaria en actividades conjuntas desarrolladas por estudiantes de Educación Primaria (9 y 10 años), al resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones?

El análisis que se realizó de la Actividad sugiere que en algunos momentos o, más bien, durante algunos destellos de ésta se dieron los componentes necesarios para afirmar la presencia de la labor conjunta tal y como es propuesta en la teoría de la objetivación. Se hace referencia al término *destellos* porque para hablar de la labor conjunta es menester contar con la presencia de la ética comunitaria. Para el caso de la presente investigación, la presencia de la ética comunitaria significa poder evidenciar la presencia de todos los componentes de los vectores de la ética comunitaria. Pero de todos los segmentos considerados en solo siete fue posible identificar todos los componentes de todos los vectores de la ética comunitaria y, así como solo se hallaron en algunos segmentos, estos componentes también se daban de manera momentánea y luego volvían a desaparecer. Ello demuestra que la ética comunitaria y, por tanto, la labor conjunta no es un desarrollo que se da de manera constante y continua dentro de las actividades, sino que emerge por momentos y luego no se evidencia. En ese sentido, se resalta la importancia de seguir indagando sobre estos aspectos, pues con la evidencia empírica de esta investigación se constata que mientras la ética comunitaria haga presencia se tendrán procesos de objetivación y subjetivación mucho más elaborados que enriquecerán tanto las relaciones entre los niños como el saber que se pone en juego (Radford y Lasprilla, 2019).

De otra parte, en la investigación se evidenció que los estudiantes movilizaron recursos semióticos como los gestos, el movimiento y la actividad perceptual, los cuales son consubstanciales a la manifestación de formas de relación con el otro y la constitución de los procesos de objetivación; por ejemplo, los análisis de los datos sugieren que la señalización tiene un papel importante como medio semiótico de objetivación. En esta línea también se logró establecer que a lo largo de las sesiones la mayoría de los estudiantes tomó más conciencia sobre las características de las secuencias, las maneras de construirlas, la identificación de la comunalidad, entre otras.

Los análisis realizados a la Actividad de enseñanza-aprendizaje partieron por tener en cuenta los objetos trazados para los procesos de objetivación y subjetivación. Para los procesos de objetivación el objetivo consistía en pretender desarrollar elementos relacionados con el pensamiento algebraico de los estudiantes a partir de tareas sobre la generalización de patrones; y para los procesos de subjetivación se

pretendía aportar en el establecimiento de relaciones solidarias y de compañerismo entre los estudiantes. Se puede afirmar que las formas de pensamiento algebraico dieron los primeros pasos para abonar el terreno y poder continuar desarrollándose posteriormente, dado que los estudiantes involucraron con primacía una serie de estrategias en las tareas que dan cuenta de un pensamiento aritmético. En la mayor parte del desarrollo de las tareas los estudiantes plantearon relaciones entre números concretos y no dieron muestras contundentes de emplear cantidades indeterminadas, en algunos casos identificaban la comunalidad en los patrones propuestos, pero no la abstraían debido a que tenían dificultades para expresarlas.

En el quinto capítulo se pudo observar que las primeras tareas posibilitaron el desarrollo de actividades que se caracterizaron porque en ellas se dieron relaciones poco cordiales entre los niños. De manera similar el avance en la comprensión y el desarrollo de las tareas se vio truncado porque la mayor preocupación de los niños durante estas tareas fue conseguir las respuestas esperadas copiando lo desarrollado por los compañeros. También se observó que las primeras tareas, en especial la tarea 3, planteaba un patrón de formación bastante complejo en relación con los patrones de formación de las anteriores y posteriores tareas; además, fue en esta misma tarea en la que se evidenció una mayor relación de hostilidad y agresión entre los niños. Haciendo un análisis desde una perspectiva y un ángulo diferente, teniendo una visión de todo lo ocurrido durante el desarrollo de la Actividad, se puede decir que el mismo diseño de la tarea, sobre todo su complejidad, propició que las relaciones entre los niños no se dieran de la mejor manera y que, por consiguiente, el avance en la solución de la tarea también se viera afectado.

En el trabajo se logró evidenciar que las principales características de la relación dialéctica entre la objetivación, la subjetivación y la ética dependen de varios aspectos. Por un lado, fue posible identificar dos tipos principales de éticas a partir de las relaciones de otredad que se observaron mediante la identificación de los objetos de atención y los posicionamientos, las cuales caracterizan relaciones particulares de objetivación y subjetivación. Ello quiere decir que la forma como una persona se relaciona con los otros determinará en gran medida los procesos de objetivación y subjetivación que se desarrollen.

La actividad 2, donde Fabián asumía las órdenes de sus compañeras Jennifer y Nicole, es un ejemplo claro de lo anterior, una forma de relación con el otro que se da bajo una ética cerrada donde lo que importaba en este caso era el acuerdo que tenían entre las dos niñas (Jennifer y Nicole) para ordenarle a Fabián lo que debía o no hacer. Es así porque en esta relación no importaba que no se tuviera en cuenta lo que él pensará o sintiera, pues la relación solo se fundamentaba en el beneficio que podían obtener las niñas al relacionarse de esa manera con Fabián. Luego, durante la actividad de la tarea 3 Fabián trabajó con otro compañero que se llama Tomás, con quien tuvo desde el comienzo una relación tensa. Fabián se relacionaba con Tomás de la misma manera como sus compañeras lo hicieron con él en el desarrollo de la anterior tarea, es decir, le gritaba, le decía qué debía hacer y no consideraba en ninguna circunstancia su opinión o su forma de pensar. Estos ejemplos resaltan el valor de la forma de relación con el otro sobre las formas de producción de saber y los modos de interacción, dado que con relación al saber no se dio un gran avance durante estas actividades debido a que gran parte del tiempo se iba en enfrentamientos y momentos sin ninguna interacción entre los niños.

No obstante, la idea que se tenía del saber como movimiento se evidenció a través de las herramientas o artefactos que emplearon los niños durante el desarrollo de la actividad. Este fue el caso del uso de la “Tabla” que en las primeras sesiones no fue utilizada con frecuencia por los niños, pero cuando la profesora la sugirió en la actividad 4 los niños la adoptaron como una de sus principales estrategias para dar solución a las tareas. Esta transformación derivó en una nueva forma de percibir, hablar y manipular conceptualmente las secuencias, lo que sugiere un desarrollo de procesos inacabados o perpetuos (Radford, 2018).

En consonancia con el pronunciamiento anterior, se considera que esta investigación pone de manifiesto la relevancia de los aspectos éticos para el desarrollo de los procesos de objetivación y subjetivación, en la medida en que la relación con el otro se fundamenta desde lo que se ha denominado *ética abierta*. Asimismo, se advierte la posibilidad de que las Actividades de enseñanza-aprendizaje se constituyan como ambientes para llevar a cabo la labor conjunta y que, por tanto, favorezcan el desarrollo de procesos de objetivación y subjetivación más enriquecidos y mucho más favorables tanto para los estudiantes como

para el profesor de Matemáticas. Es necesario aclarar que dentro de la planeación de las tareas se consideró el interés por abordar aspectos de solidaridad, compañerismo y trabajo en equipo, pero estos elementos aparecen o no en la medida que la Actividad de enseñanza-aprendizaje se desarrolla, su emergencia o ausencia, no se puede determinar ya que su presencia no tiene un control predeterminado por la planeación de las tareas.

Consideraciones finales y recomendaciones

En este subapartado se presentan algunos aspectos importantes que deben subrayarse porque propician reflexiones didácticas en torno a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente, se anotan algunas sugerencias sobre aspectos en los cuales se pueden hallar oportunidades de investigación que son suscitados con este trabajo.

Los datos expuestos y analizados en esta investigación indican que la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación, objetivación y una ética comunitaria deben pasar por varios momentos de análisis. Un primer momento que permita la caracterización de la Actividad a partir de las formas de producción de saber y los modos de interacción social. Un segundo momento que permita analizar en conjunto los procesos de objetivación-subjetivación y teniendo este segundo análisis vincularlo con la ética, sin olvidar que las múltiples relaciones entre estos procesos y la ética son los que le dan forma a la Actividad de enseñanza-aprendizaje. Cabe recordar que desde el marco teórico de esta investigación se parte de la idea del movimiento y de que nada es estático, sino todo lo contrario: tanto los procesos como las relaciones, los sujetos y los saberes se encuentran en constante cambio y movimiento. Esta es una de las mayores dificultades que se presentan a nivel metodológico porque la captura de fenómenos móviles que se encuentran en constante cambio requiere de metodologías que den posibilidad a ello, en consecuencia, se necesita del análisis multisemiótico que posibilita la captura de fenómenos dinámicos. En el desarrollo de esta investigación, el análisis multisemiótico se complementó con algunas otras estrategias como la marcación de objetos de atención, o el uso de rejillas para el seguimiento a la ética comunitaria.

Por todo lo expuesto y los hallazgos obtenidos se considera que el campo de estudio de este trabajo, la ética en educación matemática

está generando algunas ideas para continuar profundizando su estudio. Por ello se requiere de un trabajo mancomunado entre investigadores, docentes y alumnos que permita comprender de una mejor manera la importancia y el desarrollo de los aspectos éticos en el progreso del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Esta investigación aporta conocimiento relacionado con las características de las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación y objetivación y una ética comunitaria en Actividades desarrolladas por estudiantes de Educación Primaria (9 y 10 años), al resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones. En este documento se han propuesto varias reflexiones y se han dilucidado algunas posibilidades de investigación, con base en las cuales se considera apropiado e imperioso adelantar indagaciones sistemáticas que arrojen luces de respuesta sobre los siguientes temas:

- Se requiere desarrollar estudios en profundidad que indaguen los aspectos que hacen posible la emergencia o no de los vectores de la ética comunitaria. Pues a pesar de que esta investigación aporta luces sobre este tema, es claro que se dejan aspectos aún sin resolver como, por ejemplo: evidenciar de manera clara si efectivamente los vectores de la ética se encarnan en personas y, por tanto, se personalizan en el desarrollo de la Actividad.
- En cuanto a los aspectos metodológicos se debe continuar haciendo contribuciones para la constitución de una rejilla de seguimiento para los aspectos de la ética comunitaria. En esta investigación se propuso una rejilla que tuvo varios pasos de validación, pero se considera que los componentes de bondad y compasión que no se tuvieron en cuenta en este estudio, podrían aportar luces en la comprensión de la ética.
- También es necesario continuar dilucidando el tema referente a las éticas cerradas, pues, si bien en este documento se evidenciaron varios ejemplos de ellas, resulta preocupante ver que estas fueron las éticas que mayor presencia mostraron en el desarrollo de la implementación. A pesar de que el interés de la profesora se centraba en desarrollar otros tipos de éticas, la resistencia de estas éticas cerradas fue fuerte y solo se evidenciaron algunos destellos

de la denominada *ética abierta* relacionados de manera directa con los vectores de la ética comunitaria.

- En relación con el interés del que se habla en el párrafo anterior está el poder estudiar los aspectos necesarios para pasar de la ética cerrada a las llamadas éticas abiertas. En la investigación se evidenció que la estudiante E1 encarnó varias veces los componentes de los vectores, por lo que fue posible decir que en algunos segmentos de la Actividad hacia presencia la ética comunitaria, sin embargo, este es un aspecto que requiere de un mayor trabajo investigativo donde sea posible establecer los aspectos del contexto que propician o no que esto suceda.
- Los resultados de esta investigación arrojaron elementos que contribuyen a la construcción de currículos que consideren la perspectiva de la ética comunitaria. Dicha construcción debe incidir en una mejora significativa de los procesos de enseñanza-aprendizajes de las matemáticas, más específicamente, debe redundar en una educación matemática que no olvida su sentido humano. Así pues, se espera que los resultados obtenidos puedan alimentar los currículos de los programas de formación inicial de los docentes de Matemáticas, debido a que aportan elementos que permiten pensar en derrotar el prejuicio o la creencia errada de que los aprendizajes de los estudiantes en matemáticas son memorísticos, mecánicos, descontextualizados e inertes, estáticos y en general útiles para muy poco.

La ética comunitaria en los procesos de enseñanza-aprendizaje
de las matemáticas en educación primaria

Índice de figuras

Figura 1. La labor y la ética.....	36
Figura 2. La actividad potencialidad y actualización.....	39
Figura 3. Estructura objeto-meta-tarea proceso de objetivación.....	40
Figura 4. Proceso de generalización algebraica de un patrón.....	59
Figura 5. Secuencia figural con apoyo tabular.....	59
Figura 6. Secuencia numérica con apoyo tabular.....	60
Figura 7. Tarea 1: secuencia figural apoyada por representación tabular.....	71
Figura 8. Tarea 2: secuencia figural apoyada por representación tabular.....	72
Figura 9. Tarea 3: secuencia figural apoyada en representación tabular.....	72
Figura 10. Tarea 4: secuencia figural.....	73
Figura 11. Tarea 5: secuencia figural.....	74
Figura 12. Tarea 6: secuencia figural.....	75
Figura 13. Etapas de investigación.....	81
Figura 14. Caracterización actividad tarea 1.....	94
Figura 15. Caracterización tarea 2.....	96

Figura 16. Caracterización tarea 3.....	97
Figura 17. Caracterización tarea 4.....	98
Figura 18. Caracterización tarea 5.....	99
Figura 19. Caracterización tarea 6.....	100
Figura 20. Momento instruccional de la actividad en las tareas 1, 2, 3, 4 y 6.....	104
Figura 21. Momento atención a la tarea de la actividad en las tareas 1, 4, 5 y 6.....	110
Figura 22. Línea de tiempo de actividades de las tareas 2 y 3.....	118
Figura 23. Momento agresión y violencia de la actividad en las tareas 1, 2 y 3.....	119
Figura 24. Gestos de frustración de Maryhú (E1).....	125
Figura 25. A) gestos de conteo de Maryhú (E1). B) la atención del grupo está puesta sobre lo que hace y dice Danilo (E7). C) Juan Felipe señalando a Maryhú.....	127
Figura 26. A) gestos para expresar la generalidad observada por Maryhú (E1). B) la atención de Danilo y Juan Felipe está puesta sobre lo que dice Maryhú.....	128
Figura 27. A) gestos de Danilo para expresar su felicidad al encontrar la respuesta buscada. B).....	130
Figura 28. A y B gestos de Cavid al expresar vertical y horizontal. C) Cavid mueve su cabeza de manera afirmativa.....	134

Figura 29. A, B y C gestos del dedo de Nicole al decir 13 y 15 moviendo su mano de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.....	138
Figura 30. A) Tomás (E24) y Fabián (E23) mirando las hojas de los compañeros del lado. B) Tomás indicándole a Fabián las respuestas que vio en la hoja de los compañeros.....	140
Figura 31. A) Tomás (E24) aprovecha que Fabián se levantó del puesto y pudo tomar la hoja del grupo. B) Al regresar Fabián (E23) fastidia a Tomás para que él no pueda continuar con lo que está haciendo. C) Tomás (E24) se molesta y le entrega la hoja a Fabián y retira su puesto cruzándose de brazos y mostrando enojo.....	143
Figura 32. Sara (E16) y Juan (E27) discuten la manera para resolver la primera pregunta de la tarea y realizan el dibujo de la posición solicitada y cuentan.....	144
Figura 33. A y C Sara y Juan se miran fijamente al estar de acuerdo. B, D, E y F los niños trabajan juntos en la solución de las preguntas.....	145
Figura 34. Respuestas de Sara y Juan a la tarea 4.....	147
Figura 35. A) Maryhú (E1) y Crystal (E15) tratan de entender la tarea propuesta. B) Maryhú no comprende la primera pregunta de la tarea. C) Maryhú dibuja sobre el puesto de Crystal una figura similar a la propuesta en la tarea para mostrar que ha comprendido cómo se construyen cada una de las figuras por posición.....	149

Figura 36. A) Maryhú (E1) le explica a la profesora lo que han realizado y Crystal (E15) interrumpe a Maryhú. B y C) Crystal explica y le señala a la profesora lo que han utilizado para responder a las preguntas y, en particular, de qué manera hallaron el valor 97.....	151
Figura 37. A) Maryhú (E1) le explica a la profesora lo que han realizado y Crystal (E15) interrumpe a Maryhú. B y C) Crystal explica y señala a la profesora lo que han utilizado para responder a las preguntas.....	153
Figura 38. Dibujos y tabla realizada por Maryhú y Crystal para establecer la cantidad de palillos en la Figura 50.....	154
Figura 39. Conteo de Crystal en línea recta sin importar la posición de cada figura y la molestia de Maryhú porque Crystal no lo hace como ella le indica.....	155
Figura 40. Molestia entre Maryhú y Crystal.....	156
Figura 41. La intervención de la profesora ayuda para que Maryhú y Crystal continúen con el desarrollo del trabajo de manera conjunta.....	158
Figura 42. Tabla y estrategia empleada por Maryhú y Crystal.....	159
Figura 43. Gesto empleado por los niños al estar de acuerdo.....	161
Figura 44. 1.1, 1.2 y 1.3. Interacción entre E23, E21 y E14 en el segmento N3.6.....	171
Figura 45. Primeras tablas elaboradas durante el desarrollo de la Actividad 2.....	202

Figura 46. Tablas elaboradas durante el desarrollo de las Actividades 4, 5 y 6.....	203
Figura 47. Gestos identificados en tareas 1, 2 y 3, señalamientos y corporales.....	216
Figura 48. Elaboraciones tareas 1, 2 y 3.....	218
Figura 49. Tablas elaboradas en las tareas 4, 5 y 6.....	223
Figura 50. Gestos identificados en tareas 4, 5 y 6, señalamientos y corporales.....	225
Figura 51. Autoevaluación de E1 y E15.....	227

Índice de tablas

Tabla 1. Convenciones y colorimetrías en representaciones gráficas.....	93
Tabla 2. Sustrato, vector y respectivo componente.....	165
Tabla 3. Indicadores por vector y componente.....	166
Tabla 4. Cantidad de marcaciones por componentes y actividades.....	167
Tabla 5. Segmentos marcadores en cada componente por cartografía y por la profesora o el estudiante.....	168
Tabla 6. Segmentos marcadores en el vector responsabilidad 104.....	169
Tabla 7. Segmentos marcados en el sustrato socialidad, vector cuidado del otro.....	174
Tabla 8. Segmentos marcados en el sustrato sensibilidad, vector compromiso en el trabajo continuo.....	179
Tabla 9. Segmentos marcados en los tres sustratos por componentes.....	184
Tabla 10. Marcaciones sustratos de la ética suscitados por la profesora.....	184
Tabla 11. Marcaciones de sustratos de la ética suscitados por los estudiantes y la profesora en actividades 5 y 6.....	194
Tabla 12. Líneas e imágenes componentes de la ética en segmento V6.2.....	197

Tabla 13. Formas de relación con el otro identificadas.....	201
Tabla 14. Segmentos de análisis objetivación, subjetivación y ética comunitaria, en Actividades 1, 2 y 3.....	214
Tabla 15. Segmentos de análisis objetivación, subjetivación y ética comunitaria, en Actividades 4, 5 y 6.....	221

La ética comunitaria en los procesos de enseñanza-aprendizaje
de las matemáticas en educación primaria

Bibliografía

- Araújo, J. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Arendt, H. (2009). *La condición humana*. Editorial Paidós.
- Arévalo, J., Prieto, G., & Giraldo, E. (2012). La formación del sujeto ético-político: clave para prevenir la violencia escolar. En G. Echavarría, & J. Meza, eds. *Formación ético-política: itinerarios sobre ciudadanía y violencia escolar* (pp. 189-200). Editorial Krimpres Ltda.
- Aristóteles. (2005). *Ética a Nicómaco*. Alianza Editorial.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking* (editores invitados: L. Radford y B. D'Amore), pp. 267- 299.
- Atweh, B., & Brady, K. (2009). Socially response-able mathematics education: Implications of an ethical approach. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 5(3), 267-276.
- Atweh, B., Vale, C., & Walshaw, M. (2012). Equity, diversity, social justice and ethics in mathematics education. *Research in Mathematics Education in Australasia*. https://doi.org/10.1007/978-94-6091-970-1_4.
- Bajtín, M. (1982). *Estética de la creación verbal*. Siglo XXI Editores.
- Bárcena, F., & Mèlich, J. (2000). *La educación como acontecimiento ético, natalidad, narración y hospitalidad*. Ediciones Paidós.
- Bauman, Z. (1993). *Postmodern ethics*. Blackwell Publishing.
- Bautista, A., & Cardozo, J. (2016). *La evaluación desde la teoría cultural de la objetivación: una experiencia con estudiantes de grado octavo*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas:

<https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/3146/Caracterizaci%F3n%20de%20evaluaci%F3n%20TCO%20Sandra%20Bautista%20-%20Juan%20Carlos%20Cardozo.pdf?sequence=1>

Bautista, J. (2003). Ética y Educación. En E. Serrano, *Ética y política* (pp. 73-91). Fundación Friedrich Ebert Stiftung.

Bautista, O. (2012). El problema de la corrupción en América Latina y la incorporación de la ética para su solución. *Espacios Públicos Revista de la Facultad de Ciencias Políticas de la UAEM*, 15(35), 48-62. .

Bieger, M., & García, P. (2016). *La ética bajo la concepción de Aristóteles*. <http://www.fema.com.br/site/wp-content/uploads/2016/09/3-La-%C3%89tica-Bajo-La-Concepci%C3%B3n-de-Arist%C3%B3teles.pdf>

Boylan, M. (2013). *Mathematics education and relational ethics: dimensions and sources*. Third Mathematics Education and Contemporary Theory Conference: http://www.esri.mmu.ac.uk/mect2/papers_13/boylan.pdf

Boylan, M. (2016). Ethical dimensions of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 92(3), 395-409. DOI: 10.1007/s10649-015-9678-z.

Boylan, M., & Povey, H. (2009). Telling stories about mathematics. En L. Black, H. Mendick, & Y. Solomon, *Mathematical relationships: Identities and participation* (pp. 47-57). Routledge.

Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política*. Universidad Federal de Minas Gerais.

Carraher, D., & Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-705). Information Age Publishing.

D'Ambrosio, B. (2015). *La subversión responsable en la constitución del educador matemático*. 16 encuentro Colombiano de Matemática Educativa.: <https://www.magisterio.com.co/evento/ecme-16-16deg-encuentro-colombiano-de-matematica-educativa>

- D'Ambrosio, B., & Lopes, C. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 1-17.
- D'Ambrosio, U. (2010). Mathematics education and survival with dignity. En H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero, *Critical mathematics education: Past, present and future* (pp. 51-63). Sense Publishers.
- D'Ambrosio, U. (2012). A broad concept of social justice. En (Eds.), . En D. Stinson, & A. Wagner, *Teaching mathematics for social justice: Conversations with educators* (pp. 201-213). National Council of Teachers of Mathematics.
- D'Ambrósio, U., & D'Ambrósio, B. (2006). Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. *Atos de Pesquisa em Educação – PPGE/ME FURB*, 1(1), 75-85.
- De Freitas, E. (2008). Chapter 3: Critical Mathematics Education: Recognizing the Ethical Dimension of Problem Solving. *Counterpoints*, 326, 47-63.
- Domínguez, J. (2005). *El Concepto de Excedencia en las Obras de Emmanuel Levinas anteriores a Totalidad e Infinito 1934 a 1954*. Universidad Autónoma Metropolitana: <http://148.206.53.233/tesiuami/UAMI12566.PDF>
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of Mathematics Education*. Falmer Press.
- Ernest, P. (2012). What is our First Philosophy in Mathematics Education? . *For the Learning of Mathematics*, 32(3), 8-14. DOI: <https://flm-journal.org/Articles/4F2131EE356F3901F87BE5DC0529.pdf>.
- Espinosa, M. (2002). *Aplicación de un instrumento de evaluación de álgebra elemental*. Réplica del trabajo del Dr. Fernández García. Universidad de Granada.
- Farias, M. (2015) Una Ética a Gritos : la responsabilidad ética hacia el otro sufriente en Richard Rorty y Emmanuel Lévinas. Ediciones UCSH.

- Freire, P. (1993). *Pedagogía de la esperanza: un reencuentro con la pedagogía del oprimido*. Siglo xxi.
- Freire, P. (2004). *Pedagogy of indignation*. Routledge.
- Freire, P. (2006). *Pedagogía de la autonomía*. Saberes necesarios para la práctica educativa. Siglo XXI.
- García, J. (1998). *El proceso de generalización desarrollado por alumnos de secundaria en problemas de generalización lineal*. Universidad de La Laguna.
- García, P. (2013). Sí mismo para otro. Un debate sobre ética e identidad en Emmanuel Lévinas y Paul Ricoeur. *Franciscanum. Revista de las Ciencias del Espíritu*, 55(159), 105-126.
- Gilligan, C. (1985). *La moral y la teoría: Psicología del desarrollo femenino*. Fondo de Cultura Económico de México.
- Giroux, H. (2005). *Estudios culturales, pedagogía crítica y democracia radical*. Popular.
- Glaser, B. (1978). *Theoretical Sensitivity*. The Sociology Press. Mill Valley.
- Goetz, J., & LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Morata.
- Goldin, G. (1998). Representations and the psychology of mathematics education: part II. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(2), 135-165.
- Gómez, J., & Mojica, J. (2014). Una mirada sociocultural del pensamiento algebraico desde la teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 81-99. DOI: <https://www.redalyc.org/pdf/2740/274031870006.pdf>.
- Grupo Azarquiel. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Síntesis.
- Guerrero, J., & García, B. (2011). Nuevas concepciones de autoridad y cambios en las relaciones de violencia en la familia y la escuela. Magis, *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 4(8), 297-318.

- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics*. Routledge.
- Hegel, G. (2001). *The philosophy of history*. Batoche Books.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (1998). *Metodología de la investigación*. Editorial McGraw-Hill.
- Innerarity, D. (2008). Fronteras: Transitoriedad y dinámicas interculturales. Un mundo sin alrededores. *CIDOB d'Afers Internacionals*, 82, 51-55.
- Kaput, J. (1998). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. In *The nature and role of algebra in the K-14 curriculum: Proceedings of a national symposium*. National Academy of .
- Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: Ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1), 87-100. DOI:10.1007/s10649-012-9396-8.
- Kohlberg, L. (1958). *The development of modes of thinking and choices in years 10 to 16*. University of Chicago.
- Lasprilla, A. (2012). *Medios semióticos de objetivación que emergen en estudiantes de tercero de básica primaria en torno a una tarea de generalización de patrones figurales*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Lasprilla, A., & Camelo, F. (2012). Generalizando patrones figurales con estudiantes de 8 y 9 años: una interpretación de los medios semióticos de objetivación movilizados. *Colombian Applied Linguistics Journal*, 14(2), 35-50. DOI: <http://www.scielo.org.co/pdf/calj/v14n2/v14n2a04.pdf>.
- León, O. (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la*

diversidad. Fondo de Publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

León, O., & Lasprilla, A. (2018). Enfoques necesarios para la reflexión sobre una ética comunitaria en la educación matemática. *PNA*, 12(2), 81-96.

Leontiev, A. (1978). *Actividade Consciência e Personalidade*. http://espacoviverzen.com.br/wp-content/uploads/2017/09/Atividade_Consciencia_e_Personalidade.pdf

Leontiev, A. N. (2003). Génesis de la actividad. En A. N. Leontiev. *Formación de la psicología de la actividad* (pp. 373-385). Sentido (Serie Clásica Viva).

Lerman, S. (2006). Cultural psychology, anthropology and sociology: the developing 'strong' social turn. En J. Maasz y W. Schloeglmann (coords.), *New mathematics education research and practice* (pp. 171-188). Sense Publishers.

Levinas, E. (1977). *Totalidad e infinito*. Sígueme.

Lévinas, E. (1991). *Ética e infinito*. Visor.

Lévinas, E. (2002). *Totalidad e infinito. Ensayo sobre la exterioridad*. Ediciones Sígueme.

Levinas, E. (2006). *De la existencia al existente*. Arena Libros.

Lopes, C., D'Ambrosio, S., y Correa, S. (2016). A Insubordinação Criativa em Educação Matemática Promove a Ética e a Solidariedade. *Zetetiké*, 24(3), 287-300.

Marx, K. (1988). *El Capital*. Cartago.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). *Raíces del álgebra/Rutas hacia el álgebra*. Academic Publishers.

Merino, J. (2004). *Los invisibles*. Cátedra.

- Meza, J. (2012). Aprender el cuidado del otro: una urgencia en la formación moral de un país en el cual nos estamos matando. *Actualidades Pedagógicas*, (60), 215-235.
- Morín, E. (2006). *El método 6*. Ediciones Cátedra.
- Moratalla, A. D. (2014). Responsabilidad y diálogo en Lévinas: Claves para reconstruir una bioética del cuidado. In *Bioética y cuidados de enfermería* (pp. 123-136). Consejo de Enfermería de la Comunidad Valenciana, CECOVA.
- Nemirovsky, R., Rasmussen, C., Sweeney, G., & Wawro, M. (2012). When the classroom floor becomes the complex plane: Addition and multiplication as ways of bodily navigation. *Journal of the Learning Sciences*, 21(2), 287-323.
- Neyland, J. (2004). Toward a postmodern ethics of mathematics education. En M. Walshaw, *Mathematics education within the postmodern* (pp. 55-73). Information Age Publishing.
- Nodari, P. C. (2010). *Sobre ética: Aristóteles, Kant y Levinas*. Educus.
- Nussbaum, M. (2014). *Emociones políticas. ¿Por qué el amor es importante para la justicia?*. Equipo Editorial Planeta.
- Ortega, P. (2004). La educación moral como pedagogía de la alteridad. *Revista Española de Pedagogía*, (227), 5-30.
- Ortega, P. (2012). Pedagogía y alteridad. Una pedagogía del Nos-Otros. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 35, 128-146.
- Piaget, J. (1932). *El criterio moral en el niño*. Editorial Fontanella.
- Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. Sierra, *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 163-195). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Pretexto Grupo. (1999). *La transición aritmética-álgebra*. Universidad Distrital — GAIA.

- Quintana, A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. En A. Quintana, & W. Montgomery, *Psicología: Tópicos de actualidad* (pp. 47-84). UNMSM.
- Quintero, M., & Ruíz, A. (2003). Filosofía moral y pedagogía. *Revista Colombiana de Educación*, 45, 04-25.
- Quintero, M., & Vasco, E. (2007). Justificaciones y sentimientos morales de jóvenes universitarios y jóvenes desplazados acerca de las acciones justas e injustas. *Acta Colombiana de Psicología*, 10(1), 99-110.
- Radford, L. (2008). Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas [The evolution of paradigms and perspectives in research. The case of mathematics education]. In J. Vallès, D. Álvarez & R. Rickenmann (Eds.), *L'activitat docent intervenció, innovació, investigació [Teacher's activity: Intervention, innovation, research]* (pp. 33-49). Girona (Spain): Documenta Universitaria
- Radford, L. (2013). Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. En M. d. Central, *Ramírez, A; Morales, A. Plenary Lecture*.
- Radford, L. (2014a). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Radford, L. (2014b). On teachers and students: An ethical cultural-historical perspective. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan, *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA* (pp. 1-20). PME.

- Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18), 547-567.
- Radford, L. (2016). *The ethic of semiosis and the classroom constitution of mathematical subjects. Comunicación presentada en 13th International Congress on Mathematical Education. Topic Study Group 54: Semiotics in Mathematics Education.*
- Radford, L. (2017). Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D'Amore, & L. Radford, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2018a). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Radford, L. (2018b). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran, *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 3-25). Springer.
- Radford, L. (2018c). Lenguaje, política y alteridad. En C. Noronha, & T. Barbosa, *Leituras e escritas: olhares plurais para múltiplas cenas educativas* (pp. 17-42). Editora Livraria da Física.
- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 91 – 95.
- Radford, L., & Lasprilla, A. (2020). De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La Matematica e la sua Didattica*, 28(1), 107–128.
- Radford, L., S, D., & Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques.* Imprimeur de la Reine pour l'Ontario et Université Laurentienne.
- Radford, L. (en prensa). *The theory of objectification. Learning as a cultural collective process: A Vygotskian perspective.* Leiden & Boston: Brill/Sense

- Revista Semana. (2017). Colombia ha fracasado en educación ciudadana. <https://www.semana.com/educacion/articulo/formacion-ciudadana/512592>
- Ricoeur, P. (1996). *Sí mismo como otro*. Siglo XXI Editores.
- Rodríguez, A. C., Ruíz, S. P., & Guerra, Y. (2007). Competencias ciudadanas aplicadas a la educación en Colombia. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 1(2), 140-157
- Romero, E., & Gutierrez, M. (2011). *La idea de responsabilidad en lévinas: implicaciones educativas*. Universidad de Murcia: <http://www.cite2011.com/Comunicaciones/A+R/139.pdf>
- Roth, W. (2013). To event: Toward a post-constructivist of theorizing and researching the living curriculum as event-in-the making. *Curriculum Inquiry*, 43(3), 388-417.
- Roth, W., & Radford, L. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Sense Publishers.
- Ruiz, A., & Prada, M. (2012). *La formación de la subjetividad política: propuestas y recursos para el aula*. Grupo Planeta.
- Salas, A. (2016). Un análisis de la corrupción en América Latina. *Revista Internacional de Transparencia e Integridad*, (2), 1-5.
- Segura, M. (2001). *Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica*. Universidad Católica de Valparaíso: <http://funes.uniandes.edu.co/9654/1/Segura2004Sistemas.pdf>
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una Empresa Docente.
- Skovsmose, O., & Greer, B. (2012). *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education*. Springer Science & Business Media.
- Socas, M., Camacho, M., M, P., & Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra*. Síntesis.

- Sowder, J. (1998). Ethics in Mathematics Education Research. En S. A, & K. J, *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*. New ICMI Studies Series (pp. 427-442). Springer.
- Stinson, D., & Wagner, A. *Teaching mathematics for social justice: Conversations with educators*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Streeck, J., & Mehus, S. (2005). *Microethnography: The study of practices*. In: Fitch, K, Sanders, R (eds) *Handbook of Language and Social Interaction*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Taylor, C. (1994). *La ética de la autenticidad*. Ediciones Paidós.
- Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En P. Valero, & O. Skovsmose, *educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 299-326). Una Empresa Docente.
- Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 99-12.
- Valero, P., Andrade, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 7-20.
- Vasco, C., E, V., & Ospina, H. (2009). *Ética, política y ciudadanía. Siglo del Hombre*. Universidad de Manizales.
- Veresov, N. (2014). Method, Methodology and Methodological Thinking. En M. Fleer, & A. Ridgway, *Visual methodologies and digital tools for researching with young children. International perspectives on early childhood education and development series* (pp. 215-228). Spring.
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- Vigotsky, L. (1993). *Pensamiento y lenguaje*. Aprendizaje Visor.
- Vila, E. (2004). Pedagogía de la ética: de la responsabilidad a la alteridad. *Athenea Digital*, 6, 47-55.
- Villegas, C. (1998). Influencia de Piaget en el estudio del desarrollo moral. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 30(2), 223-232.
- Vivieros, E. (2014). Aproximación a la noción de encuentro en Emmanuel Lévinas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 41, 61-69. DOI: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/465/987>.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.



Los estudios que se han estado desarrollando en relación con la reflexión de los aspectos éticos en la educación han mostrado interés por aclarar el marco social en el que se encuentran los sujetos y, también, en la manera como este marco propicia o no la presencia de la ética, casos en los que en general el trabajo investigativo parte de la conceptualización de la ética desde la deontología. En esta investigación el interés está puesto en un lugar distinto debido a que se parte de una conceptualización de la ética como “forma de relación al otro” (Radford y Lasprilla, 2020). Es pues esta interpretación de la ética y el interés de caracterizar las formas específicas que toma la relación dialéctica entre los procesos de subjetivación y objetivación con una ética comunitaria en las actividades al momento de resolver tareas matemáticas relacionadas con la generalización de patrones, los que se constituyen en el objeto de interés de este estudio, caracterización que se propone a partir de un estudio empírico y exploratorio.

Figura 14. Caracterización actividad tarea 1

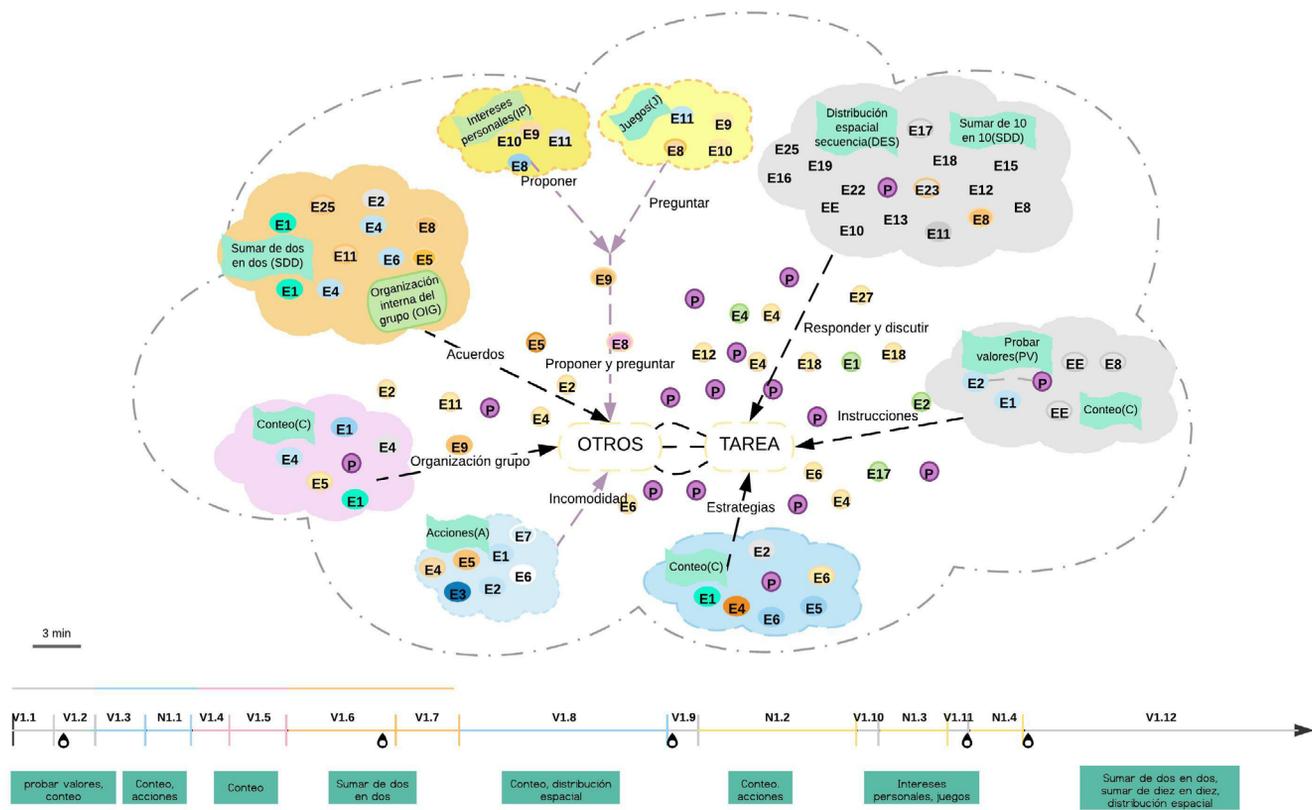


Figura 15. Caracterización tarea 2

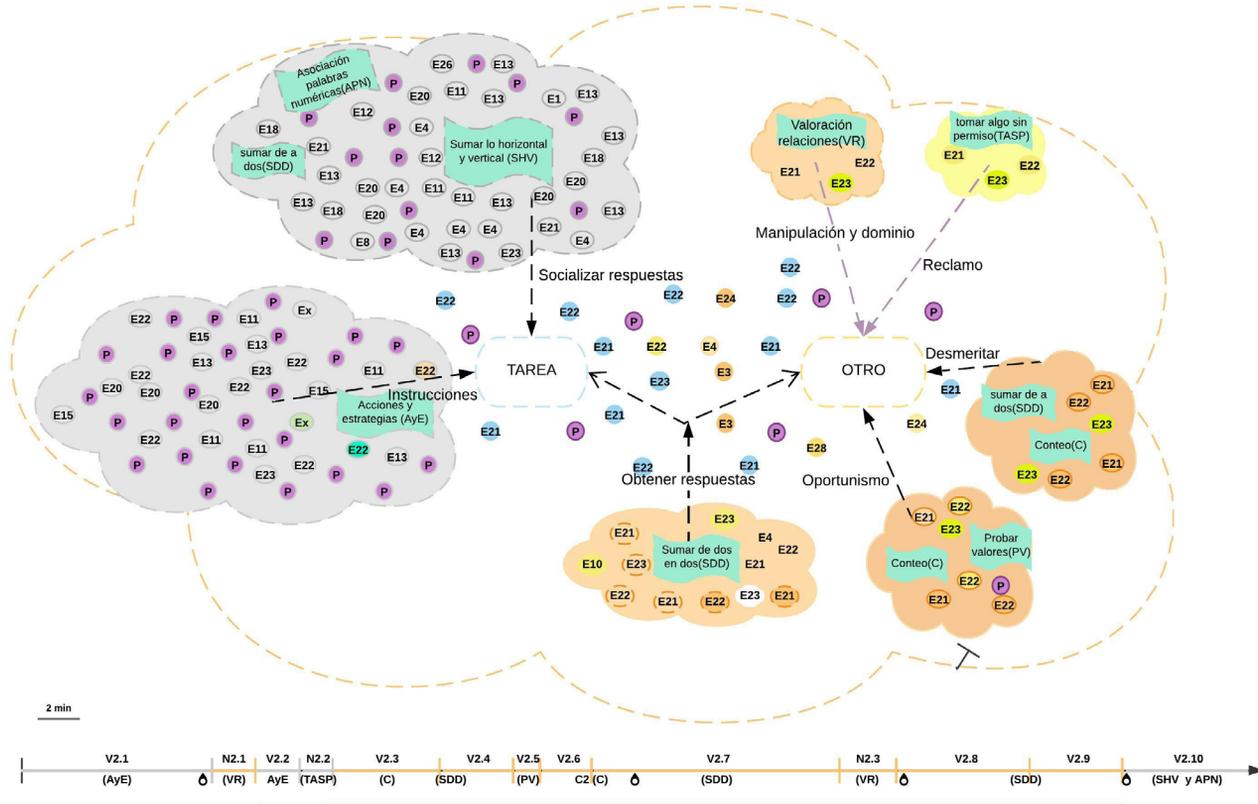
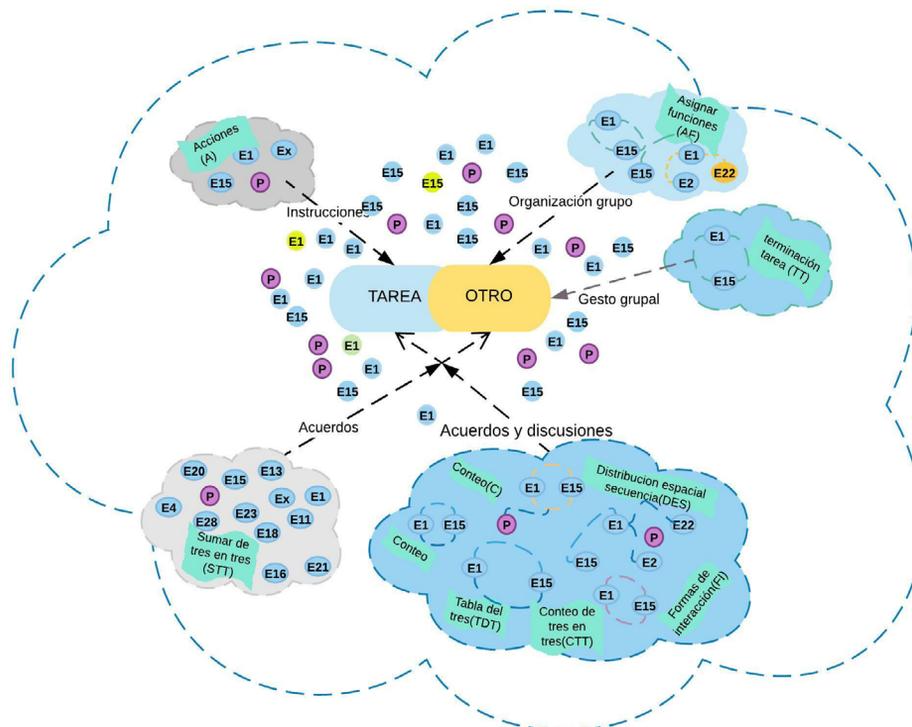


Figura 19. Caracterización tarea 6



3 min

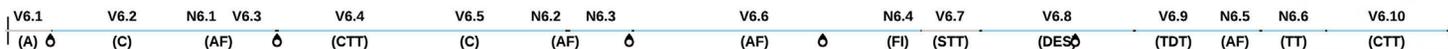


Figura 21. Momento atención a la tarea de la actividad en las tareas 1, 4, 5 y 6

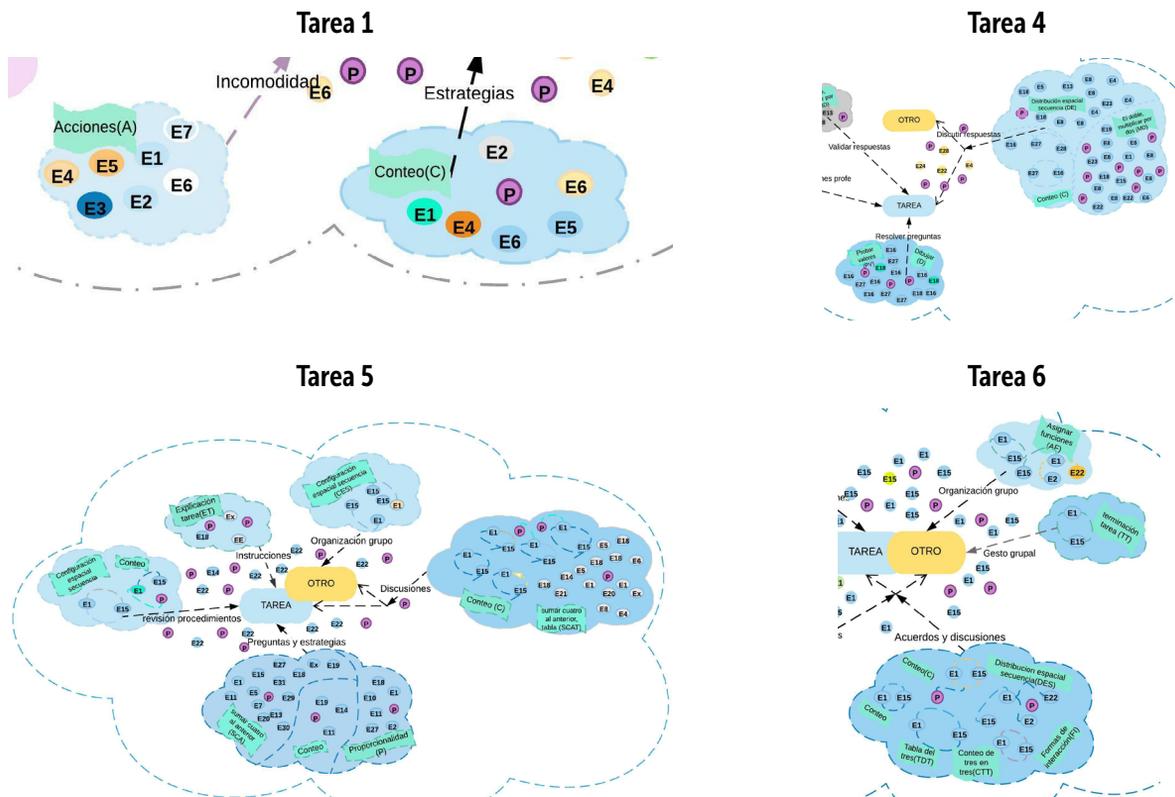


Figura 23. Momento agresión y violencia de la actividad en las tareas 1, 2 y 3

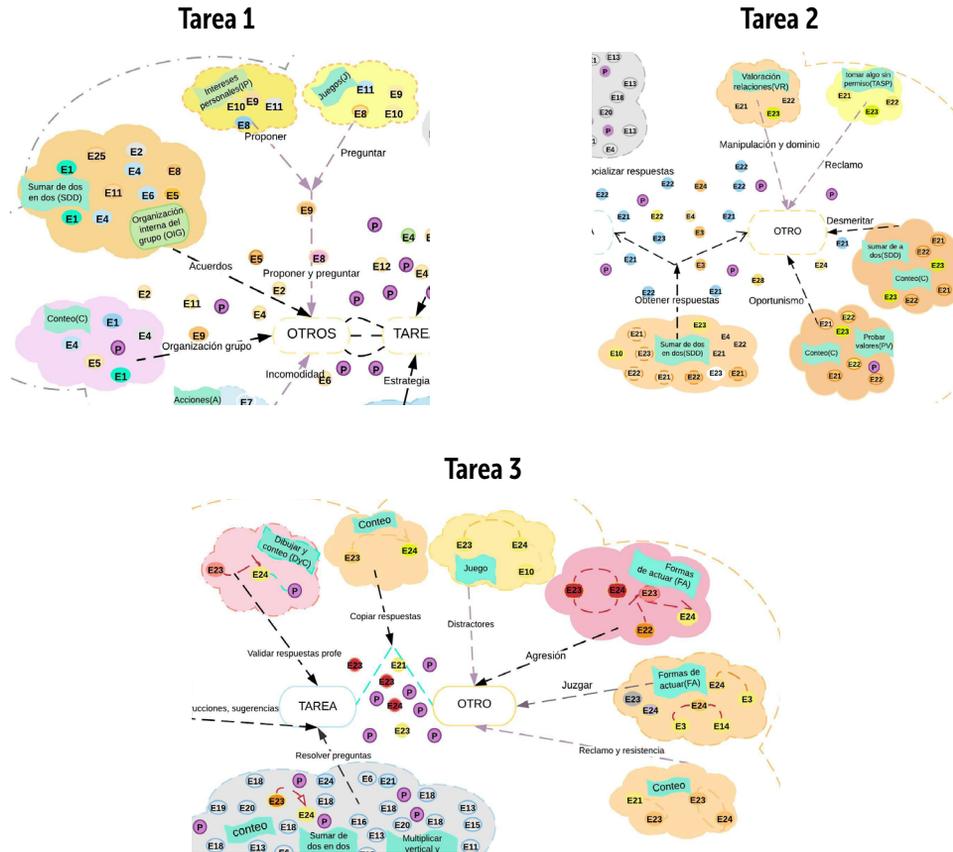


Tabla 3. Indicadores por vector y componente

Relación de alteridad "subjetividad"			Indicador de búsqueda específico (acciones)	
Sustrato ético	Vectores	Componentes		
Responsabilidad (Lévinas, Buber, Rorty) y o-tú	Responsabilidad (R) (yo-tú) (relación de responsabilidad)	Otridad	Excedencia	Los participantes asumen posicionamientos con el trabajo, que les permite: hacer frente a las dificultades, comprometerse con el trabajo y mostrar responsabilidad por el "otro" quedándose y escuchando las ideas de otros
			Acogida (hacerse cargo)	Se interesa por la comprensión o no de los compañeros. Ofrece ayuda a alguien; los apoya en sus pasos. Se muestra dispuesto a atender al compañero. Valora los esfuerzos de los demás y el propio en el esfuerzo conjunto para avanzar en una tarea (por ejemplo, una solución de un problema)
Inmanencia	Prevalen sobre el otro mis ideas y pensamientos, existe el otro, pero existe desde el "yo creo", "yo pienso" o "yo considero".			
Socialidad (Lévinas)	Cuidado del otro (CO) (Relación de Similitud, nosotros, los otros)		Encuentro "diálogo"	Muestra respeto por lo que hacen o dicen los demás. Maneja con respeto y responsabilidad el poder. Tiene puntos de referencia para reconocer su estado de ánimo y la forma en que piensa y actúa. A partir de varias actividades, es capaz de cambiar sus creencias sobre sus habilidades y las del compañero, asumiendo que si pueden desarrollarlas de manera adecuada. Trata de entender una idea o una acción propuesta por alguien más. Felicita a otros por los buenos aportes. Es capaz de sacar cosas positivas de las experiencias y eventos difíciles que se presentan para mejorar las relaciones con otras persona.
			Proximidad (empatía)	Muestra querer estar al lado del otro por gusto propio, necesidad de hacer algo juntos. Llamar la atención del otro por algo que hace o dice. Les pide a los que no hablan mucho participar y les da la palabra para darles confianza, etc. En sus acciones, posicionamientos o actitudes muestra un interés por el compañero, en sus incomprensiones o dudas, atento (a) a prestar su ayuda. Desarrolla la confianza usando una actitud positiva para motivar, animar o mantener el interés de los compañeros.
La sensibilidad (Lévinas, Fariñas)	Compromiso en el trabajo conjunto (CTC) (Relación de cercanía, nosotros)		Exposición	Propone abiertamente ideas y comprensiones, buscando aportar a la tarea común. Se interesa por las ideas y comprensiones de los compañeros. Maneja las emociones para pensar y resolver problemas en el contexto de una actividad de colaboración o cooperación entre pares. Se pone en el lugar del compañero y emprende acciones para apoyarlo o guiarlo.

Tabla 5. Segmentos marcadores en cada componente por cartografía y por la profesora o el estudiante

Actividades	Responsabilidad				Socialidad				Sensibilidad			
	Excedencia		Acogida		Inmanencia		Encuentro-diálogo		Proximidad		Exposición	
	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiante	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiante	Profesora
C1	0	V1.12	0	V1.1; V1.4	0	0	V1.7; V1.11	V1.3; V1.7; V1.8; V1.12	V1.2; V1.8	V1.12; V1.1	V1.2; V1.5; V1.6; V1.7; V1.11; N1.1; N1.3	V1.12
C2	0	0	0	V2.1	N2.1	0	V2.1; V2.5; V2.7; V2.8; V2.9	V2.1	N2.2	V2.10	V2.4; V2.8; V2.9	0
C3	N3.6	0	0	N3.7	N3.5; V3.3	0	V3.7	V3.7	V3.2; V3.3; V3.5; V3.6; N3.4; N3.6	V3.7	N3.7	N3.7
C4	V4.5	0	V4.5	V4.4	V4.3; V4.7	0	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.6	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.1; V4.6	V4.2; V4.3; V4.5	0
C5	V5.3; V5.9	0	V5.7; V5.9; V5.14	V5.9; V5.12	V5.6; V5.7; V5.9; V5.14	0	V5.3; V5.4; V5.5; V5.6; V5.7; V5.8; V5.9; V5.10; V5.11; V5.13; V5.14; V5.15	V5.1; V5.5; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	V5.3; V5.5; V5.9; V5.10;	V5.7; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	V5.3; V5.5; V5.7; V5.8; V5.9; V5.14; V5.15	0
C6	V6.2; N6.5; N6.6; V6.8; V6.10	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; V6.8; V6.10; N6.5; N6.6; N6.1	V6.1; V6.2; V6.4; V6.7	V6.2; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.5; N6.6	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; N6.5	V6.2; V6.3; V6.4; V6.6; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.3; V6.4; V6.10	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.4; N6.5

Tabla 9.

Actividades	Responsabilidad				Socialidad				Sensibilidad			
	Excedencia		Acogida		Inmanencia		Encuentro- diálogo		Proximidad		Exposición	
	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiante	Profesora	Estudiantes	Profesora	Estudiante	Profesora
C1	0	V1.12	0	V1.1;V1.4	0	0	V1.7;V1.11	V1.3;V1.7; V1.8;V1.12	V1.2;V1.8	V1.12; V1.1	V1.2; V1.5; V1.6; V1.7; V1.11; N1.1; N1.3	V1.12
C2	0	0	0	V2.1	N2.1	0	V2.1; V2.5; V2.7; V2.8; V2.9	V2.1	N2.2	V2.10	V2.4; V2.8; V2.9	0
C3	N3.6	0	0	N3.7	N3.5;V3.3	0	V3.7	V3.7	V3.2; V3.3; V3.5; V3.6; N3.4; N3.6	V3.7	N3.7	N3.7
C4	V4.5	0	V4.5	V4.4	V4.3; V4.7	0	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.6	V4.2; V4.3; V4.5; V4.6	V4.1;V4.6	V4.2; V4.3; V4.5	0
C5	V5.3; V5.9	0	V5.7; V5.9; V5.14	V5.9; V5.12	V5.6; V5.7; V5.9; V5.14	0	V5.3; V5.4; V5.5; V5.6; V5.7; V5.8; V5.9; V5.10; V5.11; V5.13; V5.14; V5.15	V5.1;V5.5;V5.10;V 5.11;V5.13;V5.15	V5.3; V5.5; V5.9; V5.10;	V5.7; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	V5.3; V5.5; V5.7; V5.8; V5.9; V5.14; V5.15	0
C6	V6.2; N6.5; N6.6; V6.8; V6.10	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; V6.8; V6.10; N6.5; N6.6; N6.1	V6.1; V6.2; V6.4; V6.7	V6.2; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.5; N6.6	V6.7	V.6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; N6.5	V6.2; V6.3; V6.4; V6.6; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1;	V6.2; V6.3; V6.4; V6.10	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.4; N6.5

Tabla 10.

Segmentos						
Actividades	Responsabilidad		Socialidad		Sensibilidad	
	Excedencia	Acogida	Inmanencia	Encuentro-diálogo	Proximidad	Exposición
	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora
C1	V1.12	V1.1;V1.4	0	V1.3; V1.7;V1.8;V1.12	V1.12;V1.1	V1.12
C2	0	V2.1	0	V2.1	V2.10	0
C3	0	N3.7	0	V3.7	V3.7	N3.7
C4	0	V4.4	0	V4.6	V4.1;V4.6	0
C5	0	V5.9;V5.12	0	V5.1;V5.5;V5.10;V5.11;V5.13;	V5.7; V5.10; V5.11; V5.13;	0
C6	V6.7	V6.1;V6.2;V6.4;V6.7	V6.7	V6.1;V6.2;V6.3;V6.7;N6.5	V6.2;V6.3;V6.4;V6.10	V6.2;V6.4;N6.5

Tabla 11. Marcaciones de sustratos de la ética suscitados por los estudiantes y la profesora en actividades

Actividades	Responsabilidad		Socialidad		Sensibilidad	
	Excedencia	Acogida	Inmanencia	Encuentro- diálogo	Proximidad	Exposición
	Estudiantes	Estudiantes	Estudiantes	Estudiante	Estudiantes	Estudiante
C5	V5.3; V5.9	V5.7; V5.9; V5.14	V5.6; V5.7; V5.9; V5.14	V5.3; V5.4; V5.5; V5.6; V5.7; V5.8; V5.9; V5.10; V5.11; V5.13; V5.14; V5.15	V5.3; V5.5; V5.9; V5.10; V5.11; V5.12	V5.3; V5.5; V5.7; V5.8; V5.9; V5.14; V5.15
C6	V6.2; N6.5; N6.6; V6.8; V6.10	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; V6.8; V6.10; N6.5; N6.6; N6.1	V6.2; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.5; N6.6	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.2; V6.3; V6.4; V6.6; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6	V6.1; V6.2; V6.3; V6.4; V6.7; V6.8; V6.10; N6.1; N6.3; N6.5; N6.6
Actividades	Responsabilidad		Socialidad		Sensibilidad	
	Excedencia	Acogida	Inmanencia	Encuentro- diálogo	Proximidad	Exposición
	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora	Profesora
C5	0	V5.9; V5.12	0	V5.1; V5.5; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	V5.7; V5.10; V5.11; V5.13; V5.15	0
C6	V6.7	V6.1; V6.2; V6.4; V6.7	V6.7	V6.1; V6.2; V6.3; V6.7; N6.5	V6.2; V6.3; V6.4; V6.10	V6.2; V6.4; N6.5