UM UNIVERSO DE PROBABILIDADES

Categoria: Ensino Fundamental II

Modalidade: Matemática Aplicada e/ou inter-relação com outras disciplinas

SOUZA, **Maria Eduarda Goede de; MORAES, Eduarda de; FACH, Lizian**

Instituições participantes: Instituto Maria Auxiliadora (IMA) - Rio do Sul/ SC

INTRODUÇÃO

É frequente ver pessoas indo à lotérica para comprar bilhetes e contar com a sorte. Mas elas sabem qual é a chance de serem contempladas? A partir desta indagação os alunos tiveram por curiosidade entender como a matemática está presente nessas situações, para tanto é preciso aprender Probabilidade. A utilização de conceitos e teorias baseadas em probabilidade é necessário em nossas vidas, pois possibilita fazer interferências em fenômenos futuros, baseando-se em uma coleta de dados de eventos passados. Além disso, proporciona um modo de medir incertezas e de mostrar aos estudantes como matematizar e como aplicar a matemática em situações problemas da vida real. No entanto, não é comum os estudantes perceberem ou reconhecerem a importância da probabilidade no seu dia-a-dia.

Diante disso, um grupo de estudantes do 9 ano 2, durante um período de quatro meses, com as disciplinas de matemática e artes envolvidas, desenvolveu um trabalho, onde estabeleceu-se como objetivo central, compreender a probabilidade e sua importância, de forma dinâmica e de fácil compreensão.

Assim, esse projeto de pesquisa estabeleceu como objetivos específicos dos estudantes: a) reconhecer e analisar espaços amostrais em situações que envolvam a probabilidade; b) analisar situações para construir a ideia de chance; e c) ampliar o vocabulário próprio da probabilidade.

CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

O interesse do homem em conhecer os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades fez surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, na ocasião também era utilizado com o intuito de antecipar o futuro.

O desenvolvimento das teorias da probabilidade e os avanços dos cálculos probabilísticos devem ser atribuídos a vários matemáticos. Atribui-se aos algebristas italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia (séc. XVI) as primeiras considerações matemáticas acerca dos jogos e das apostas. Através de estudos aprofundados, outros matemáticos contribuíram para a sintetização de uma ferramenta muito utilizada no nosso cotidiano (FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA, 2022).

Os alicerces da teoria do cálculo das probabilidades e da análise combinatória foram estabelecidos por Pascal e Fermat, as situações relacionando apostas no jogo de dados levantaram diversas hipóteses envolvendo possíveis resultados, marcando o início da teoria das probabilidades como uma ciência, ambos matemáticos e amigos de longa data, expuseram suas reflexões sobre os problemas de distribuição de apostas e chegaram a uma solução através de sete cartas trocadas entre si. Após 3 anos da resposta de Pascal e Fermat, Christiaan Huygens publicou "*De Ratiociniis in ludo aleae*" (*O Raciocínio do Livro dos Jogos de Azar*) que é considerado o primeiro livro de cálculo probabilísticos, o qual contempla um estudo detalhado das teorias de Pascal e introduz o conceito de Expectativa, fazendo com que esse tema ganhasse visibilidade.

As contribuições de Bernoulli enfatizaram os grandes números, abordando as combinações, permutações e a classificação binomial. Laplace formulou a regra de sucessão e Gauss estabelecia o método dos mínimos quadrados e a lei das distribuições das probabilidades. Posteriormente, vários matemáticos passaram a se interessar pelas questões probabilísticas.

A Teoria das Probabilidades se mostrou útil e com diversas aplicações em diferentes áreas como: na Física, na Engenharia, na Economia, entre outras, contribuindo com o desenvolvimento das mesmas. Foi apresentada por Marques Pierre Simon Laplace, por volta de 1780, no tratado Teoria Analítica das Probabilidades que "A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que bom senso traduzido em cálculo; permite calcular com exactidão aquilo que as pessoas inteligentes sentem por uma espécie de instinto[…] " (ROCCO, 2022).

Atualmente, os estudos relacionados às probabilidades são utilizados em diversas situações. Seu principal uso diz respeito ao estudo da equidade dos jogos e dos respectivos prêmios, sendo sua principal aplicação destinada à compreensão de amostra, extensão dos resultados à população e na previsão de acontecimentos futuros (FM2S, 2022).

Sempre que exercitamos possibilidades como "Será que amanhã chove? " Ou "Acho que provavelmente o ônibus irá atrasar hoje", estamos exercendo a probabilidade. Nesse tipo de expressão está presente a ideia de que há algo pode ou não acontecer, um determinado evento, ou seja, você está apenas trabalhando com as possibilidades de algo acontecer. Neste sentido, podemos perceber que ela está presente em diversas fases da vida.

Através de reuniões presenciais, o grupo de alunos pesquisadores discutiu e idealizou todos os detalhes do trabalho. Após, partiu-se para a produção e estudo do conteúdo.

Para tirar a probabilidade de letra foi preciso entender algumas definições, sendo a primeira delas: O espaço amostral é definido como o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento de resultado aleatório, ou seja, cujo resultado depende do acaso (SILVA, 2022). Símbolo para representação, a letra grega ômega (Ω).

Por exemplo, podemos lançar um dado não viciado infinitas vezes, mas, ainda assim, não podemos prever o seu resultado. Isso significa que lançar um dado é um experimento de resultado aleatório e é aí que temos o conceito de evento, que nada mais é do que um desses possíveis resultados. Quando calculamos a probabilidade de alguma coisa, estamos querendo saber a probabilidade de um evento acontecer, então numericamente a probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis, número de elementos do conjunto evento, número de casos possíveis e número de elementos do espaço amostral, ou seja ela pode ser calculada por meio de uma simples operação de divisão como se vê na fórmula: $p = n(e)/n(\Omega)$. É representada em forma de fração, número decimal ou porcentagem.

Ao percebermos que o uso de jogos para explicar a probabilidade causaria mais interesse aos espectadores, passamos a procurar e discutir quais eram as melhores opções de materiais para serem utilizados. Chegando a uma conclusão, confeccionamos os objetos usados na apresentação, em parceria com a professora de artes, que cedeu os materiais e ajudou na produção destes. Então, realizamos experimentos com os diferentes jogos para calcular as probabilidades, os resultados obtidos estão relatados a seguir:

<u>CARA OU COROA</u>: O "Cara ou Coroa" é um jogo simples, que consiste em atirar uma moeda ao ar para então verificar qual de seus lados ficou voltado para cima após sua queda, é comumente utilizado para se escolher entre duas alternativas ou para resolver uma disputa entre duas partes, uma ótima forma de mostrar o que é probabilidade.

Por exemplo, ao lançar uma moeda apostando em "coroa", temos 1 caso favorável, ou seja, a chance de ocorrer é de UMA entre DUAS chances possíveis (cara ou coroa). Assim a probabilidade de que o resultado seja "coroa" é de ½ (1 dividido por 2), meio ou 50%.

QUADRO 1 - Probabilidades do jogo do dado.

Eventos Propostos	Número de eventos (NE)	Espaço amostral (EA)	Porcentagem %
Cair uma face	1	6	16,66~
Cair dois números aleatórios	2	6	33,32~
Cair números menores que 5	4	6	66,64~
Cair cinco faces diferentes	5	6	83,30~
Cair face com número par	3 (2,4,6)	6	50
Cair face com número ímpar	3 (1,3,5)	6	50
Cair face com número primo	3(2,3,5)	6	50

Fonte: Os autores
*Uma face do dado equivale a aproximadamente 16,66% (não usamos calculadora para a confecção da tabela).

O quadro 1 apresenta os resultados das probabilidades da queda de cada face de um dado (Figura 1). Cada face tem a probabilidade de cair 16,66%, Como três faces são par e três são ímpar, as chances de cair uma face par ou ímpar são de 50%. As mesmas chances são de cair a face dos números primos, com 50%.

Figura 1 -Imagem do dado construído.

Fonte: Autor

A probabilidade é calculada de uma divisão muito simples. Nesse dado podemos observar que há 6 lados. Se quisermos que caia somente as faces com números primos, podemos demonstrar por fração que será 3/6, pois 3 é o número de números primos existentes e 6 são todos os números do dado, então 3 dividido por 6 dará 0,5, que na porcentagem nos indica 50%.

O quadro 2 apresenta os resultados das probabilidades de tirar uma carta de determinada característica. A probabilidade de tirar uma carta do naipe de paus é a mesma que a de ouro,copa e espada, sendo 25%, pois possuem o mesmo número de eventos e espaço amostral. Já a probabilidade de tirar carta par aleatoriamente não é a mesma que de tirar uma ímpar, pois todo naipe possui 6 pares e 7 ímpares.

QUADRO 2 - Probabilidades no jogo do baralho.

	Número de eventos (NE)	Espaço amostral Ω (EA)	Porcentagem %
Tirar uma carta de cada naipe	4 (Ouro, Paus, Espada, copas)	52	7,68~
Tirar cartas paus	13	52	24,96~´
Tirar cartas ouro + copas	26	52	50
Tirar carta espada + ouro + paus	39	52	74,88~
Às e Reis	8	52	15,36~
Tirar carta par	24 (2,4,6,8,10,12)	52	46,08~
Tirar carta ímpar	28 (1,3,5,7,9,11,13)	52	53,76~

*Uma carta equivale a aproximadamente 1,92% (não usamos calculadora para a confecção das tabelas).

Devemos lembrar que um baralho completo contém 54 cartas, porém nesse experimento não usamos os “coringas” , logo, de 54 passa a ser 52 cartas, sendo 13 cartas por naipe e temos 4 naipes que são: Paus, Copas, Espadas e Ouro. Então o espaço amostral será do total de cartas, no caso 52 e o número de eventos são as possibilidades de realizar a proposta. Um exemplo bem claro, seria falar que a probabilidade de tirarmos ao acaso uma carta de copas é de 25% ou seja, 13/52, 13 cartas de 52 cartas nos leva a ¼ de chance.

QUADRO 3 - Probabilidade da caixa com bolinhas.

	Número de Eventos (NE)	Espaço Amostral (EA)	Fração	Porcentagem
Branca	5	20	*1/4*	25%
Laranja	4	20	*1/5*	20%
Preta	4	20	*1/4*	20%
Rosa	2	20	*1/2*	10%
Roxo	2	20	*1/2*	10%
Azul	3	20	*3/20*	15%
Branca + azul	8	20	*2/5*	40%
Laranja + Verde + Preta	10	20	*1/2*	50%
Vermelha + Azul	5	20	*1/4*	25%

O quadro 3 apresenta os resultados das probabilidades de tirar da caixa as bolinhas de cores e quantidades diferentes, por exemplo a chance de você tirar uma bola branca não é a mesma de tirar uma bola laranja, pois há 5 bolinhas brancas e 4 laranjas (Figura 2).

A caixa foi confeccionada pelos alunos com intuito de vivenciar os resultados. Foram colocadas na caixa, um total de 20 bolinhas das cores e unidades já apresentadas na tabela, para verificar os resultados propostos. Sabendo que o número de eventos são as bolinhas na caixa da cor escolhida e o espaço amostral é o total de bolinhas, houve a interpretação das porcentagens, que os levou a entender melhor o processo.

Figura 2 - Imagem da caixa com bolinhas construídas.

Fonte: Autor

Desse modo, o grupo de alunos pesquisadores desenvolveu as formas de fácil compreensão sobre o assunto e organizaram seus estudos a fim de serem apresentados na feira de matemática, com auxílio das professoras das áreas envolvidas.

CONCLUSÃO

Após os estudos empreendidos, pode-se concluir que a probabilidade está presente em pequenas coisas do dia a dia, como ao calcularmos a possibilidade de passarmos em uma prova "chutando" as questões, ou as chances de ganharmos na loteria, ou até mesmo quando assistimos um jogo de futebol com os amigos e tentamos adivinhar quem ganhará a partida.

Ao trabalhar os conceitos matemáticos dessa forma sentiu-se, por parte dos alunos envolvidos, maior interesse pelo assunto, o que favorece alcançar os objetivos ampliando, inclusive, os próprios vocabulários sobre probabilidade. Tais saberes podem auxiliá-los na tomada de decisões em sociedade, compreendendo conceitos como a aleatoriedade e chance e a importância e aplicação do tema em suas vidas. Durante o processo de elaboração do trabalho, pode-se colocar em prática a criatividade, a inteligência, a superação dos desafios e problemas enfrentados na elaboração da proposta.

REFERÊNCIAS

FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA. **A teoria das Probabilidades**. Disponível em: < https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/pasca_l/probabilidades.htm>. Acesso em: 05 abr. 2022.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. História da Probabilidade. **Brasil Escola.** Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-probabilidade.htm. Acesso em: 05 abr. 2022.

FM2S – Educação e Consultoria. PROBABILIDADE: o que é e como aplicar esse conceito? Disponível em: < https://www.fm2s.com.br/probabilidade/ >. Acesso em: 12 abr. 2022.

QUAL a importância da probabilidade no dia a dia?.Disponível em: < https://fazerpergunta.com/biblioteca/artigo/read/108364-qual-a-importancia-da-probabilidade- no-dia-a-dia>. Acesso em: 19 abr. 2022.

ROCCO, Leonardo Raphael Otto de. **História da Teoria das Probabilidades**. Disponível em: < https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/04/02/historia-da-teoria-das-probabilidades/#:~:text=A%20Teoria%20das%20Probabilidades%20surgiu,e%20amigos%20 de%20longa%20data.>. Acesso em: 12 abr. 2022.

Dados para contato: Trabalho desenvolvido com um grupo de alunos matriculados na turma do 9º. ano 2, do Instituto Maria Auxiliadora: **BENTO, Gustavo Bento; MORAES, Eduarda de; SOUZA**, **Maria Eduarda Goede de; PURNHAGEN, Isabela Dal Witt.**

Expositor: Maria Eduarda Goede de Souza; **e-mail:** maria.souza@ima-rs.com.br;
Expositor: Eduarda de Moraes; **e-mail:** eduarda.moraes@ima-rs.com.br;
Professora Orientadora: Lizian Fach; **e-mail:** lizian@ima-rs.com.br