



## EXPLORANDO SIMETRIAS E RESPEITANDO DIFERENÇAS

Categoria: Ensino Fundamental – Anos Finais

Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras Disciplinas

**OLIVEIRA, João Pedro Weiss de; KRZYZANOWSKI, Lucas Zibell; ODEBRECHT, Thaís; COTA, Ana Paula Lehmann; RIBEIRO, Aurilene de Lima.**

**Instituição participante:** Escola Modelo Ella Kurth – Rio do Sul/SC.

### INTRODUÇÃO

A turma de sétimo ano da Escola Modelo Ella Kurth possui 34 alunos e no final do mês de maio recebeu, das professoras de Arte e Matemática, a proposta de trabalhar o tema de simetrias por meio de atividades conjuntas entre as disciplinas. No princípio, a turma estava relutante em aceitar o desafio, pois não acreditavam na correlação entre os componentes curriculares. À medida em que os trabalhos foram acontecendo, o envolvimento foi aumentando a ponto de chamar a atenção da professora de Ensino Religioso. Ela juntou-se aos estudos propondo ao grupo a observação de simetrias relacionadas com aspectos de sua disciplina.

As atividades que fazem parte desse trabalho foram realizadas durante os meses de junho e julho de 2022 e objetivaram a observação e compreensão de conceitos relativos à simetria e como eles estão presentes nas diversas áreas de nossa vida.

### CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

A ideia do trabalho foi apresentada ao grupo em uma conversa em sala de aula. Nessa conversa, a professora de Matemática explicou que um dos conteúdos a serem trabalhados no sétimo ano era a simetria e que o conceito seria apresentado junto com figuras no plano cartesiano. Isso pareceu muito complicado no momento e a turma se mostrou desanimada. A professora então teve a ideia de mostrar como a simetria era importante e estava presente em diversos lugares. Convidou a professora de Arte para participar das atividades. Essa logo



sugeriu o estudo das obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher<sup>1</sup>, pois nelas estava muito claro o uso de diversos tipos de simetrias.

Durante as aulas de Arte a turma teve contato com as obras do artista. A primeira obra apresentada foi Metamorphosis II (figura 1) e a partir dela foi possível observar que a simetria envolve a repetição de um motivo.

Figura 1- Metamorphosis II, 1939



Fonte: WikiArt.org

Além disso, foram observadas as técnicas que o artista usava para criar suas obras. A técnica que o autor usa consiste em cobrir a superfície com repetições de um mesmo molde e é chamada de tesselação, pois o molde se encaixa nele mesmo para formar a próxima figura, sem que existam espaços entre eles e de modo que a superfície total seja igual ao espaço particionado. Observou-se que a mudança que ocorre na obra é fruto da forma como o artista preencheu cada figura.

A professora propôs à turma usar a técnica do artista para a criação de obras de tesselação. Para isso partiu-se do molde quadrado e cada aluno criou uma figura geométrica com a técnica da dentada. Ela consiste em “retirar um pedaço” da parte interna de um ladrilho (quadrado), a partir de um de seus lados, e fixá-la na parte externa do mesmo ladrilho, a partir de outro lado, produzindo-se assim um novo ladrilho (OBMEP, 2020). Quando o molde era movido ao longo da folha de desenho para obedecer os encaixes produzidos e criar imagens, os alunos percebiam o uso do primeiro tipo de simetria que estava sendo estudado na aula de matemática, a translação. Exemplos das criações que foram baseadas nessa técnica e

<sup>1</sup>Mauritus Cornelis Escher nasceu em Leeuwarden, na Holanda, em 1898, e faleceu em 1972. Foi um artista gráfico conhecido por seus trabalhos em xilogravuras e litogravuras que representam obras fantásticas, incomuns, com várias perspectivas, geradoras de ilusão de ótica no observador.



obedeceram a simetria de translação podem ser observados na figura 2. Nessas atividades, o desafio encontrado foi a montagem correta do molde para obter o melhor encaixe possível.

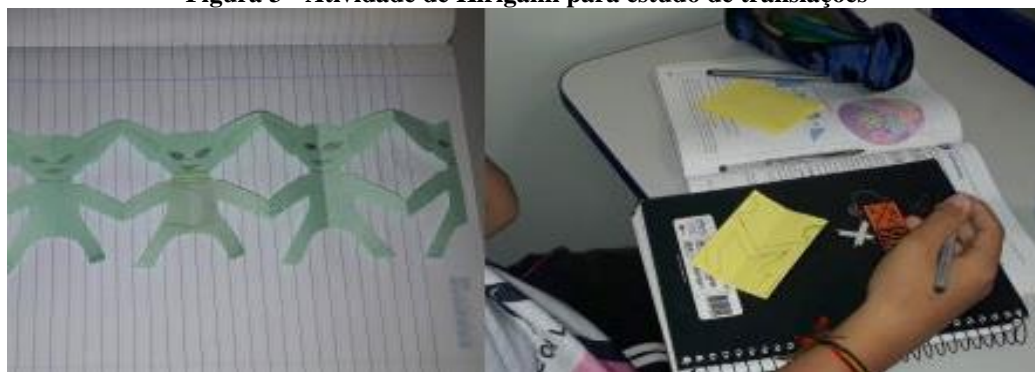
**Figura 2- Atividades de tesselação para estudo de translações (moldes quadrados)**



**Fonte: Os autores (2022)**

Paralelamente a isso aconteciam as aulas de Matemática, que apresentavam os conceitos de simetria através de atividades diferentes. A primeira atividade que vimos foi um kirigami de “E.T.”. Tratava-se de uma dobradura com metade da folha de ofício na qual cada um desenhou seu boneco conforme um modelo e orientações da professora e em seguida recortou. Ao desdobrar o papel, percebeu-se que vários bonecos foram criados. Nessa atividade observou-se as simetrias de reflexão e translação. Ao dobrar o papel em formato “sanfona”, foram criados diversos eixos de simetria e foi possível perceber que o desenho que estava de um lado do eixo repetia-se do outro lado de forma refletida. Além disso, cada boneco pode ser entendido também como um deslocamento do boneco original ao longo da folha. A atividade está exemplificada na figura 3.

**Figura 3 - Atividade de Kirigami para estudo de translações**

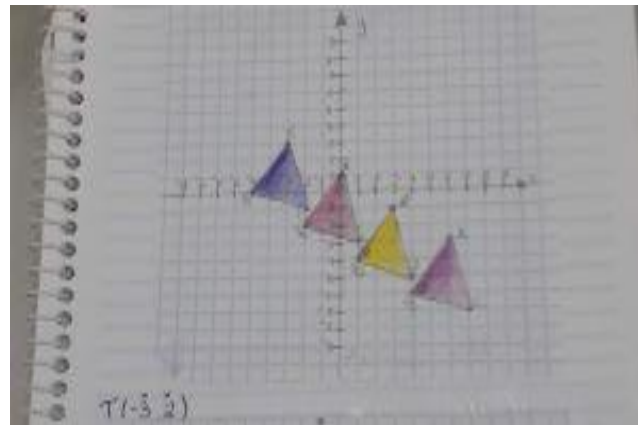


**Fonte: Os autores (2022)**



Os estudos de translação foram aprofundados na aula de matemática com o estudo da isometria no plano cartesiano. Primeiramente identificando as coordenadas de cada vértice de uma figura dada e a partir delas realizando os deslocamentos de cada ponto usando a orientação dada. Na figura 4, exemplificamos a translação com triângulos na qual os pontos eram deslocados três unidades para a esquerda e duas unidades para cima, sempre em relação ao triângulo anterior.

**Figura 4 - Estudo de translações no plano cartesiano**



**Fonte: Os autores (2022)**

Em continuidade, a professora de Matemática retomou as obras de Escher que já haviam sido apresentadas na aula de Arte: Sky and Water I<sup>2</sup> (1938) e O limite do Círculo III<sup>3</sup> (1959). Logo foi possível identificar na primeira obra as translações e técnicas utilizadas pelo autor, já na segunda obra, embora a técnica tenha sido a mesma, a simetria usada não era nem de translação, nem de reflexão. A turma conheceu então a simetria de rotação. A diferença apontada nessa, é que a imagem gira em torno de um ponto chamado centro de rotação. Para ilustrar ainda mais a simetria de rotação, a obra Flying Fish<sup>4</sup> (1954) serviu como inspiração para os alunos na realização de suas atividades.

Desafiados a criar suas próprias obras (figura 5), os alunos receberam o molde do pássaro a partir de um quadrado em papel cartão, esse molde foi inspirado na obra Birds<sup>5</sup> (1967). O molde do peixe foi construído geometricamente durante a aula. Para a construção do molde do peixe, foi necessário relembrar conhecimentos como triângulo equilátero, uso de

<sup>2</sup> Sky and Water I: obra de 1938 em estilo op art. <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/sky-and-water-i>

<sup>3</sup> O Limite do Círculo III: obra de 1959 em estilo op art. <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/circle-limit-iii>

<sup>4</sup> Flying Fisch: obra de 1954 em estilo op art. <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/flying-fish>

<sup>5</sup> Birds: obra de 1967 em estilo op art. <http://www.tessellations.org/eschergallery27.shtml>



réguas e compassos. Novamente, o desafio foi montar os moldes produzidos de forma que o encaixe fosse o melhor possível. As atividades foram iniciadas durante a aula de Matemática e teve continuidade durante as aulas de Arte.

**Figura 5- Atividade de translações e rotações**



Fonte: Os autores (2022)

Assim como na translação, o próximo passo durante as aulas de Matemática, foi observar como essas transformações rotacionadas acontecem no plano cartesiano. Ainda dentro das simetrias, o grupo trabalhou a reflexão obedecendo os eixos do plano cartesiano como eixos de simetria. A primeira atividade propôs a complementação de uma mandala que apresentava como eixo de simetria o eixo  $y$ . O desenho fornecido foi refletido no lado direito do plano e na sequência colorido pelos alunos. A última atividade proposta sobre reflexão consistia em posicionar uma imagem dada no primeiro quadrante do plano cartesiano e em seguida refletir a imagem em relação ao eixo  $x$ , ao eixo  $y$  e em relação à origem.

**Figura 6- Atividade de Reflexões no plano cartesiano**



Fonte: Os autores (2022)



Ainda quando as primeiras atividades estavam sendo feitas, a professora de Ensino Religioso viu os bonecos produzidos, interessou-se pelo que os alunos estavam fazendo e buscou participar das produções de algum modo.

A turma do 7º ano é numerosa, por vezes discussões acontecem e alguns alunos acabam trocando ofensas entre si. Com a intenção de trabalhar o respeito às diferenças com a turma ela decidiu trabalhar o texto “Somos todos diferentes” da cartilha “Um por todos e todos por um: pela ética e cidadania”. Partindo do kirigami feito nas aulas de Matemática e a discussão sobre texto, observou-se que os bonecos poderiam representar a turma unida, mas, ao contrário dos bonecos, cada um era diferente. A professora pediu, então, que cada um observasse suas mãos. Ainda que todos tivessem mãos parecidas em sua constituição, cada um tinha particularidades e isso não os torna melhores ou piores que seus colegas. Durante a observação das mãos, ficou destacado que a mão esquerda é um reflexo da mão direita, mas, ainda assim, existem diferenças na própria pessoa. Cada um desenhou o contorno de suas mãos e comparou com a de seu colega. Em continuidade ao que se discutiu, a professora propôs que ações que mostrassem respeito ao próximo fossem elencadas e em grupo decidiu-se montar um painel que mostrasse as diferenças desse grupo. O produto final está retratado na figura 7.

**Figura 7 - Atividade de observação de diferenças**



**Fonte: Os autores (2022)**

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento das atividades realizadas ficou clara a presença das simetrias em áreas diferentes. Ao analisar as obras de M. C. Escher, o conhecimento sobre simetria que, a princípio, seria só mais um conteúdo, recebeu uma importância e significado que poderia ficar despercebido de outra forma. Quando praticou-se a técnica usada pelo



artista, compreendeu-se que algumas obras de arte alcançam a excelência por fazer uso de conceitos matemáticos. O modo como o artista usa a repetição de uma mesma forma para mostrar e relacionar diferentes imagens apresentou ao grupo as diferentes simetrias e como elas funcionam.

A própria observação do corpo como objeto de simetria e ao mesmo tempo como fonte de várias diferenças, levou a turma a refletir sobre o respeito ao próximo. A atividade produzida em Ensino Religioso, além de trabalhar as simetrias nas figuras que compunham o mural, auxiliou o grupo a trabalhar de forma mais unida e cooperativa.

Dentro da Matemática, a exploração do conteúdo de simetria relacionado ao uso do plano cartesiano foi facilitado pelos exemplos práticos abordados em outras disciplinas.

A turma, que a princípio estava relutante, participou de forma ativa nas atividades propostas por todas as professoras e está ansiosa com atividades que virão abordando os próximos conteúdos e como eles serão relacionados com as outras disciplinas.

## REFERÊNCIAS

OBMEP, Clubes de Matemática. **Sala de Atividades:** Escher\_13. Disponível em: <[http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-escher\\_13/](http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-escher_13/)>. Acesso em: 1 jun. 2022.

FRAZÃO, Dilva. **M. C. Escher.** Disponível em < [https://www.ebiografia.com/m\\_c\\_escher/](https://www.ebiografia.com/m_c_escher/)>. Acesso em: 12 out. 2022

**Maurits Cornélius Escher – 470 obras de arte.** Wikiart: Enciclopédia de Artes Visuais, 2022. Disponível em: <<https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/all-works#!%23filterName:all-paintings-chronologically,resultType:masonry>>. Acesso em: 30 mai. 2022.

Trabalho desenvolvido com a turma do 7º ano, da Escola Modelo Ella Kurth, pelos alunos: Amanda das Neves Barbosa; Bianca Paterno da Silva; Brenda da Conceição da Silva; Bryan Alison Vital Silva; Dandara da Silva Rosa; Emerson Felipe Lemoni; Emily Kopp Batista; Emily Maria Deucher; Gabriel Resendes; Gustavo Alves de Matos; Heloisa Gabrielly Iuncek Ramos; Henrique Viana Silva; Hester Beatriz de Oliveira; Isabela Resendes Caetano; Isabela Carvalho; Jean Jucelino Ribeiro Ramos; Jenifer Willig; João Pedro Weiss de Oliveira; João Vitor Martins Apolinário; Júlia Renata Neumann; Júlia Natalia de Castro; Leticia das Neves Barbosa; Lucas do Nascimento; Lucas Zibel Krzyzanowski; Manuela Garcia Barth; Maysa Pereira Ankler; Pablo Ponciano Staroski; Paulo Vinicius Voltolini; Ramon Braatz; Rayssa Ramos; Sara dos Santos Santini; Tainá de Oliveira Pereira; Teylor Vidmar.

### Dados para contato:

**Expositor:** João Pedro Weiss de Oliveira; **e-mail:** em.ellakurth@edu.riodosul.sc.gov.br ;

**Expositor:** Lucas Zibell Krzyzanowski; **e-mail:** em.ellakurth@edu.riodosul.sc.gov.br ;

**Professor Orientador:** Thaís Odebrecht; **e-mail:** t.odebrecht2@gmail.com;

**Professor Co-orientador:** Ana Paula Lehmann Cota; **e-mail:** ana91494121@gmail.com;

REALIZAÇÃO:

