



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76  
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

## **XXV SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2021**

### **AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE MODELOS DE COMPORTAMENTO ELASTOESTÁTICO LINEAR DE VIGAS VIA MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS**

**Itajair Carvalho da Silva Júnior<sup>1</sup> e Geraldo José Belmonte dos Santos**<sup>2</sup>

1. Bolsista PROBIC/UEFS, Graduando em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [itajairc@gmail.com](mailto:itajairc@gmail.com)
2. Orientador, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [belmonte@uefs.br](mailto:belmonte@uefs.br)

**PALAVRAS-CHAVE:** Método das Diferenças Finitas; Euler-Bernoulli; Viga

#### **INTRODUÇÃO**

A viga de Euler Bernoulli é um dos elementos mais importantes num sistema estrutural, sendo o cálculo dos deslocamentos e esforços nas seções transversais fundamentais para a análise e dimensionamento da edificação. São muitos os métodos usados para o cálculo de tais parâmetros, estando dentre eles o método dos elementos finitos (MEF), método dos deslocamentos, método das forças e o método das diferenças finitas (MDF).

O MDF é talvez o mais antigo método numérico, usado pelos engenheiros e matemáticos, para a solução de equações diferenciais, tendo sido usado mais largamente até o desenvolvimento do MEF, que ocorreu a partir da década de 1960. O MDF consiste em substituir o domínio contínuo do problema por pontos discretos distribuídos e aproximar a equação governante do problema, em cada ponto discreto do domínio e contorno, por uma expressão algébrica que substitui as derivadas por uma combinação linear dos valores dos pontos da vizinhança. A forma clássica de obter as expressões das derivadas é usando a expansão da série de Taylor num conjunto de pontos estruturados e uniformes. Nesse caso os coeficientes das expressões das derivadas em cada ponto tendem a ser os mesmos. No presente trabalho, apresenta-se uma formulação do MDF que trabalha com malha não-uniforme, dando maior liberdade ao analista na modelagem e solução do problema de viga, pois os apoios e carregamento podem estar localizados em qualquer posição do domínio. Busca-se com isso, analisar e comparar o desempenho de diferentes configurações da viga de Euler-Bernoulli.

O trabalho justifica-se, pois o modelo de Euler-Bernoulli, em função da condição de esbeltez desses elementos estruturais, é muito utilizado para a análise do comportamento elastoestático da viga. Além disso, o uso do método das diferenças finitas, pela sua simplicidade de entendimento e fácil operacionalização, perdeu espaço para o MEF devido a sua dificuldade de generalização, algo que se busca resolver com o presente trabalho, para o caso de viga.

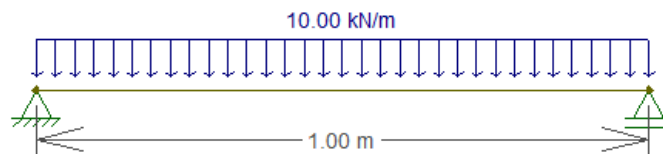
#### **METODOLOGIA**

O trabalho proposto é de desenvolvimento de uma formulação, implementação e análise de problemas de vigas a partir da realização de experimentos numéricos para avaliação de problemas vigas, usando o Método de Diferenças Finitas em malha de

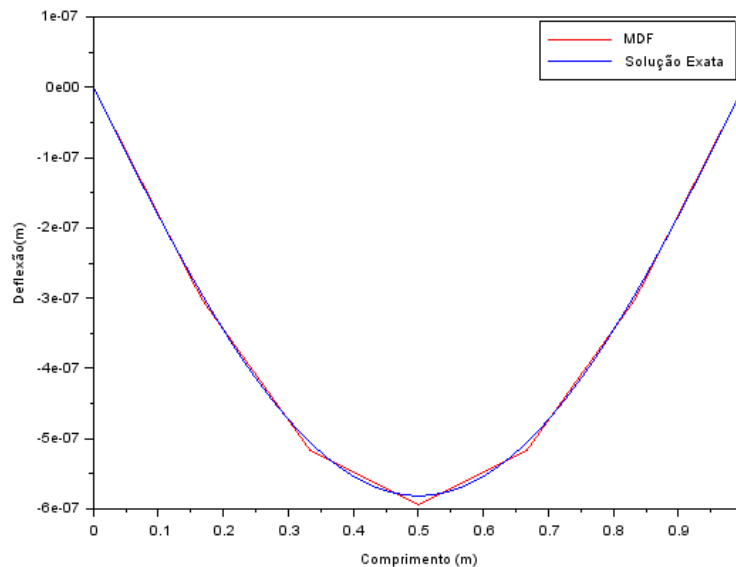
pontos não-uniformes. O modelo de viga usado é o de Euler-Bernoulli, o qual não considera a energia de cisalhamento, mas possui resultados aceitáveis para vigas longas ou esbeltas, o que é normalmente o caso na realidade. Nesse sentido iniciou-se com o desenvolvimento da formulação e implementação numérica do problema de viga, utilizando-se stencil de 5 pontos de diferenças finitas para malhas não-uniforme. Em seguida, problemas foram simulados a partir da configuração de viga mais simples e em seguida situações mais complexas, quando se obteve o mesmo nível de acurácia e taxa de convergência.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

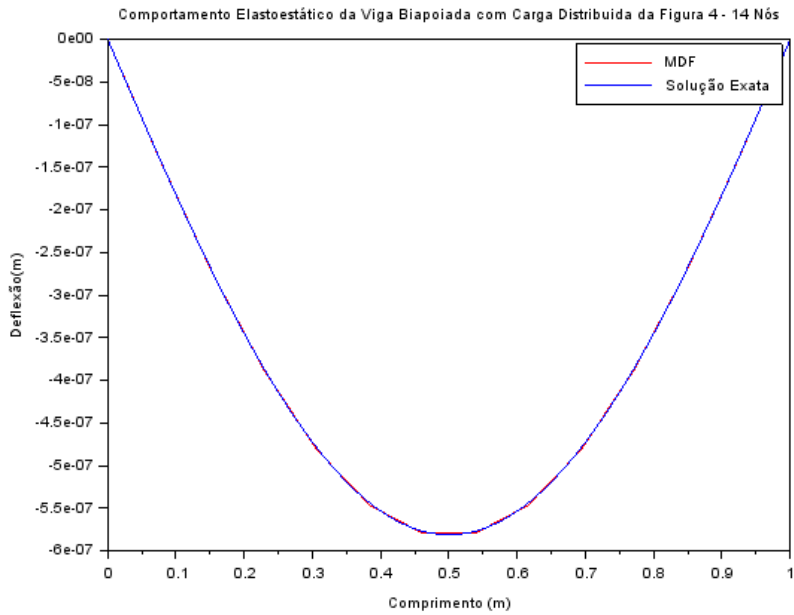
A partir da teoria de Euler- Bernoulli foi feita a implementação computacional através do *software Scilab* por meio do Método das Diferenças Finitas. O programa permite o cálculo das deflexões em todos os nós (incluindo nós internos e externo). A entrada de dados é feita por meio de arquivos estruturados em formatos de textos contendo todas a informações das propriedades dos materiais, carregamentos, apoios e nós para que o programa consiga encontrar a solução para a viga em questão. O resultado é plotado de maneira gráfica mostrando o comportamento elastoestático linear da viga. Abaixo introduz-se alguns exemplos de vigas e em seguidas os resultados calculados pelo programa.



**Figura 1:** Primeiro exemplo – viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído

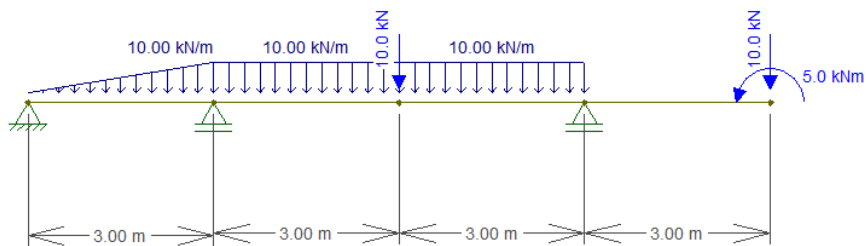


**Figura 2:** Comportamento Elastoplástico da Viga Biapoiada com Carga Distribuída-7 nós

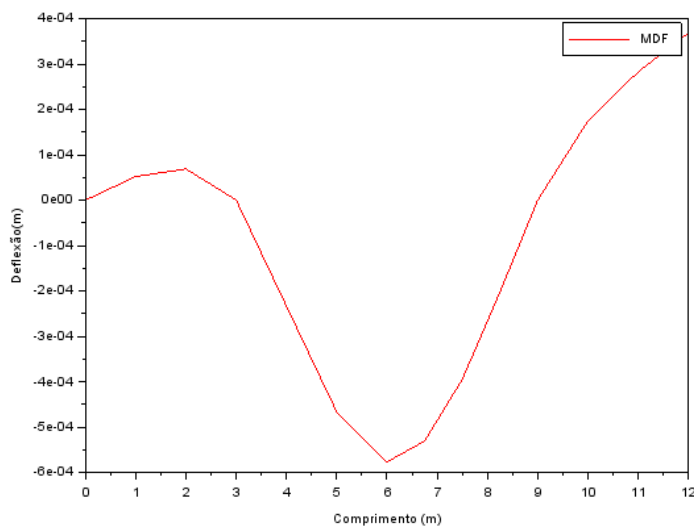


**Figura 3:** Comportamento Elastoplástico da Viga Biapoiada com Carga Distribuída-14 nós

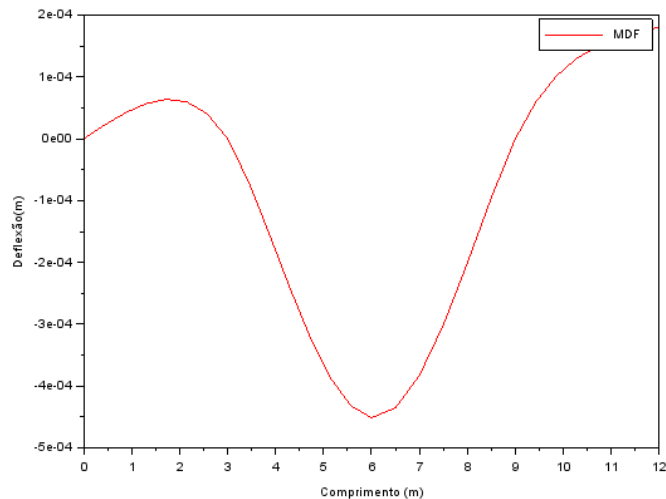
Esse modelo de viga é mais simples com apenas dois apoios e uma carga distribuída. Foram feitas duas plotagens, utilizando uma malha de 7 nós e outra com uma malha de 14 nós.



**Figura 4:** Viga com três apoios e múltiplas cargas



**Figura 5:** Comportamento Elastoplástico da Viga com três apoios com Múltiplas Cargas -14 nós



**Figura 6:** Comportamento Elastoplástico da Viga com três apoios com Múltiplas Cargas -28 nós

Esse modelo de viga é mais simples com apenas dois apoios e uma carga distribuída. Foram feitas duas plotagens, utilizando uma malha de 7 nós e outra com uma malha de 14 nós (essa malha inclui todos os pontos, tanto os das extremidades como os do meio dos vãos).

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados encontrados para os problemas simulados demonstram a versatilidade do MDF quando possibilita-se o uso de malha de pontos não-uniformes, porém sem perder a taxa de convergência e o grau de acurácia dos resultados em relação ao método clássico com malhas uniformes. Assim, através das diferentes plotagens para a mesma viga só variando o número de nós é permitido inferir que a convergência é muito boa, pois com poucos nós já conseguimos ter uma plotagem satisfatória do comportamento elastoestático linear da viga. Porém, existe outro fator que interfere nessa convergência que é a complexidade da viga. Pode-se observar que a viga mostrada na Figura 4 precisa de uma quantidade maior de nós para chegar numa convergência similar à da viga mostrada na Figura 1. Portanto, é correto afirmar diante dos resultados obtidos que a resolução de vigas com o auxílio do MDF é viável e produz soluções satisfatórias.

### REFERÊNCIAS

BEER, Ferdinand P.; E. JOHNSTON, Russell Jr., DEWOLF, John T.; MAZUREK, David. F.. Mecânica dos Materiais. 7. ed. McGraw-Hill, 2015.

LISZKA T. AN INTERPOLATION METHOD FOR AN IRREGULAR NET OF NODES. Mechanical Engineering Department, Cracow Technical University, Cracow, Poland, v. 20, p 1599-1612, 1984.

Liszka, T. e Orkisz, J. The finite difference method at arbitrary irregular grids and its applications in applied mechanics. Computers & Structures, v. 11: p. 83-95, 1977.