**VARIABEL VOL. 5 NO. 2 (October 2022): 117-124**
p-ISSN: 2593-302X dan e-ISSN: 2599-3038



# Pelabelan Prima pada Graf Simpul Semi Total dari Graf Sikat

**Dany Riansyah Putra[1], Mariatul Kiftiah[2], Fransiskus Fran[3]**
**Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia**
**danyriansyahp@gmail.com[1], kiftiahmariatul@math.untan.ac.id[2],**
**fransiskusfran@math.untan.ac.id[3,*)]**
[*)] *Corresponding author*

***Kata Kunci:***
Pemetaan; Graf Prima; Relatif Prima; Faktor Persekutuan Terbesar

***ABSTRAK***
*Artikel ini membahas mengenai pelabelan prima pada suatu graf sederhana $G$ dengan himpunan simpul $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Suatu graf $G$ adalah graf prima jika terdapat pemetaan bijektif $f: V(G) \rightarrow \{1,2,\cdots,|V(G)|\}$ sedemikian sehingga untuk setiap simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga berlaku $FPB\big(f(u), f(v)\big) = 1, f(u), f(v) \in \{1,2,\cdots,|V(G)|\}$. Selanjutnya, untuk graf sederhana yang berupa graf simpul semi total dari graf sikat, dikonstruksi suatu pelabelan prima dengan pembuktiannya memanfaatkan algoritma Euclidean. Hasil konstruksi menunjukkan bahwa graf simpul semi total dari graf sikat merupakan graf prima.*

# Prime Labeling for a Semi-Total Point Graph of a Brush Graph

***Keywords**:*
Mapping; Prime Graph; Relatively Prime; Greatest Common Divisor

***ABSTRACT***
*In this article, we investigate prime labeling for a simple graph G, where V(G) and E(G) are vertex set and edge set of G, respectively. A graph G is called a prime graph if there exists a bijective mapping $f: V(G) \rightarrow \{1,2,\cdots,|V(G)|\}$ such that for each u and v are adjacent vertices in G then we have $GCD\big(f(u), f(v)\big) = 1,$ where $f(u), f(v) \in \{1,2,\cdots,|V(G)|\}$. Furthermore, in terms of a semi-total point graph of a brush graph, a prime labeling was constructed using the Euclidean algorithm. As a result, this graph was a prime graph.*

## PENDAHULUAN

Teori graf merupakan satu satu teori dalam matematika yang sedang berkembang hingga saat ini. Hal ini ditunjukan dengan adanya penemuan-penemuan baru tentang graf seperti berbagai jenis graf, pelabelan graf dan cara melabelkannya. Pelabelan graf $G$ adalah pemberian nilai simpul atau sisi pada graf $G$. Secara umum, unsur-unsur pelabelan graf terdiri dari simpul, sisi, dan himpunan bilangan yang disebut label. Diantara pelabelan yang telah dikembangkan terdapat pelabelan yang disebut dengan pelabelan prima.

Pelabelan prima merupakan fungsi bijektif $f: V(G) \rightarrow \{1,2,3, \ldots, |V(G)|\}$ dengan $|V(G)|$ adalah banyak simpul di graf $G$ sedemikian sehingga untuk setiap simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga berlaku $FPB(f(u), f(v)) = 1$ dengan label dari simpul $u$ dan $v$ dinotasikan dengan $f(u), f(v) \in \{1,2,3, \ldots, |V(G)|\}$ (Vaidya & Prajapati, 2012). Graf-graf yang memenuhi pelabelan prima, selanjutnya disebut graf prima.

Para peneliti pada beberapa penelitian sebelumnya juga telah membahas mengenai perluasan pelabelan prima yang disebut dengan *k-prime labeling*. Pelabelan ini (*k-prime labeling*) merupakan fungsi injektif $f: V(G) \rightarrow \{k, k+1, k+2, \ldots, k+|V(G)|-1\}$ sedemikian sehingga untuk setiap simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga berlaku $FPB(f(u), f(v)) = 1$ (Vaidya & Prajapati, 2011). Graf yang dapat dilabelkan dengan *k-prime labeling* disebut dengan *k-prime graph*. Pada penelitian ini dikhususkan untuk membahas mengenai pelabelan *k-prime labeling* dengan $k = 1$ (pelabelan prima).

Beberapa kelas graf yang merupakan graf prima diantaranya graf gurita (Edward, Samuel, & Kalaivani, 2016), graf Lilly (Samuel & Kalaivani, 2018a), graf drum (Samuel & Kalaivani, 2018) dan graf Jahangir (Lakshmi *et al*., 2018). Graf prima juga dapat diperoleh dari hasil operasi antar graf-graf prima (Prajapati & Gajjar, 2014). Graf lainnya yang merupakan graf prima adalah graf sikat $B_n$ (Samuel & Kalaivani, 2018b).

Graf sikat $B_n$ diperoleh dari menggabungkan graf bintang $K_{1,1}$ ke setiap simpul dari graf lintasan $P_n$ (Samuel & Kalaivani, 2018b). Pada penelitian lain, graf sikat disebut juga graf sisir (Zhang *et al*., 2020) dan graf kelabang (Rahmawati *et al*., 2020). Terkait pelabelan prima, graf-graf yang diturunkan atau graf yang dikonstruksi dari graf sikat mungkin saja merupakan graf prima (tidak semua graf merupakan graf prima). Oleh karena itu, pada artikel ini dibahas pelabelan prima pada salah satu graf yang diturunkan dari graf graf sikat, yaitu graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ untuk $k = 1,2$. Graf $R^k(B_n)$ akan merupakan suatu graf prima jika simpul-simpulnya dapat dilabelkan dengan pelabelan prima.

Graf simpul semi total adalah graf yang dihasilkan dengan menambahkan sebanyak $k$ simpul baru untuk setiap sisi dari suatu graf dan menghubungkan simpul tersebut dengan simpul-simpul dari masing-masing sisi (Jog *et al*., 2012). Graf $R^k(B_n)$ dengan $k = 1$ dinotasikan dengan $R^1(B_n)$, yaitu graf yang diperoleh dengan menambahkan sebanyak satu simpul baru untuk setiap sisi dari graf sikat $B_n$ dan menghubungkan simpul tersebut dengan masing-masing sisi. Dengan cara yang sama, yaitu menambahkan dua simpul baru untuk setiap sisi di peroleh graf $R^k(B_n)$ dengan $k = 2$ yang dinotasikan dengan $R^2(B_n)$. Pada artikel ini, dikonstruksi suatu pelabelan prima untuk mengidentifikasi dan menunjukan bahwa untuk setiap graf $R^k(B_n)$ dengan $k = 1,2$ merupakan graf prima.

## METODE PENELITIAN

Metode dalam penelitian ini adalah kajian pustaka. Untuk megidentifikasi bahwa bahwa suatu graf merupakan graf prima, dapat digunakan beberapa sifat terkait graf prima berdasarkan beberapa hasil penelitian sebelumnya yang terkait. Cara lainnya yaitu dengan mengkonstruksi suatu fungsi bijektif sehingga label simpul-simpul yang bertetangga saling prima. Pada artikel ini, dilakukan konstruksi fungsi bijektif $f$ pada graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ untuk $k = 1,2$, sehingga dengan fungsi $f$, graf $R^1(B_n)$ dan $R^2(B_n)$ dapat dilabelkan dengan pelabelan prima.

Masing-masing label dari simpul graf merupakan suatu bilangan asli yang berbeda dan label dari simpul-simpul yang bertetangga harus memenuhi kondisi $FPB(f(u), f(v)) = 1$, untuk suatu fungsi pelabelan $f$ dengan $u, v$ simpul-simpul pada graf, atau dengan kata lain label simpul-simpul tersebut saling prima. Oleh karena itu, diberikan konsep terkait saling prima dan fungsi bijektif.

**Teorema 1** *Misal $a$ dan $b$ adalah bilangan bulat, satu diantaranya tidak sama dengan nol. Bilangan bulat $a$ dan $b$ saling prima (relatif prima) jika dan hanya jika terdapat bilangan bulat $x$ dan $y$ sedemikian sehingga* $1 = ax + by$ (Burton, 2007).

Sebagai suatu cara yang digunakan untuk memperoleh nilai $x$ dan $y$ yang memenuhi persamaan $1 = ax + by$ dapat dilakukan dengan menggunakan algoritma *Euclidean* sebagai berikut.

1. Jika $a < b$ tukar kedua nilai $a$ dan $b$ sedemikian sehingga $\frac{a}{b} > 1$.
2. Bagi $a$ dengan $b$ dan ambil sisanya sebagai nilai $c$. Jika nilai $c = 0$ proses selesai.
3. Ganti nilai $a$ dengan nilai $b$ dan ganti nilai $b$ dengan nilai $c$. Kembali lagi pada langkah ke-2.

Tahapan selanjutnya adalah menggunakan persamaan-persamaan yang diperoleh pada langkah 1 sampai dengan 3 untuk menemukan nilai $x$ dan $y$ yang memenuhi persamaan $ax + by = 1$.

Pelabelan prima pada graf simpul semi total dari graf sikat akan menggunakan fungsi bijektif $f$ untuk memberi label masing-masing simpulnya. Berikut adalah definisi dari beberapa fungsi yang digunakan pada tulisan ini yaitu fungsi injektif, fungsi surjektif, dan fungsi bijektif.

**Definisi 2** *Fungsi $f: A \to B$ dikatakan* (Munir, 2010)*:*

*a) Satu-satu atau injektif, jika tidak ada dua elemen dari himpunan A yang memiliki image sama. Dengan kata lain, jika $a \neq b$ maka $f(a) \neq f(b)$.*

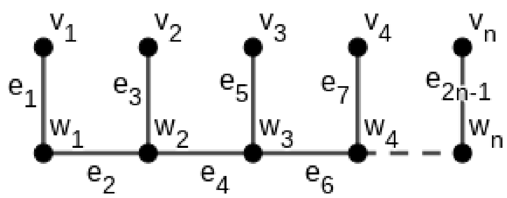
*b) Pada atau surjektif, jika setiap elemen himpunan B merupakan image dari satu atau lebih elemen himpunan A. Dengan kata lain himpunan B merupakan range dari $f$.*

*c) Bijektif, jika fungsi $f$ merupakan fungsi injektif dan juga fungsi surjektif.*

## HASIL DAN PEMBAHASAN

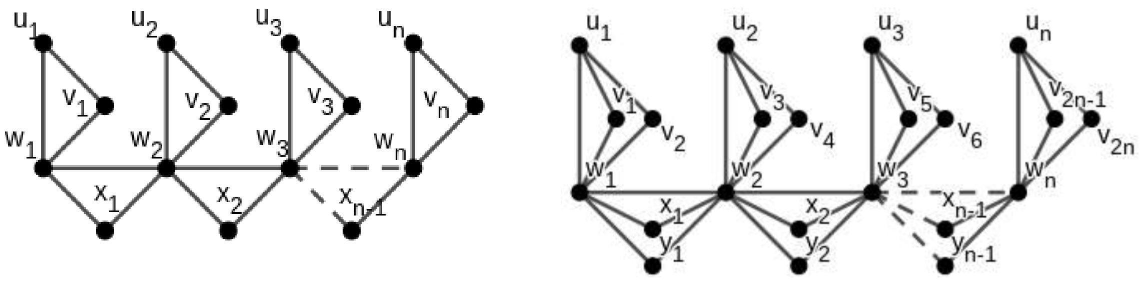
Bagian ini memuat penjelasan pembentukan graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ serta hasil pelabelan prima pada graf $R^1(B_n)$ dan $R^2(B_n)$. Sebelum memasuki pembahasan terlebih dahulu diberikan definisi dari graf sikat dan graf simpul semi total dari graf sikat.

**Definisi 3** *Graf sikat $B_n$ dengan simpul sebanyak $2n$,($n \geq 2$) diperoleh dari menggabungkan graf bintang $K_{1,1}$ ke setiap simpul graf lintasan $P_n$* (Samuel & Kalaivani, 2018b)**.**




***Gambar 1.*** *Graf $B_5$*

**Definisi 4** *Misal $G$ adalah graf sederhana. Graf simpul semi total dari graf $G$, dinotasikan dengan $R^k(G)$, yaitu graf yang diperoleh denga n menambahkan sebanyak $k$ simpul untuk setiap sisi di graf $G$ dan menghubungkan simpul-simpul tersebut dengan simpu-simpul dari masing-masing sisi* (Jog *et al.*, 2012)**.**

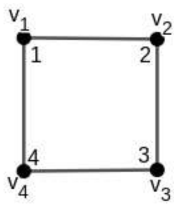



($a$) ($b$)

***Gambar 2.*** ($a$) *Graf* $R^1(B_n)$ *dan* ($b$) *Graf* $R^2(B_n)$

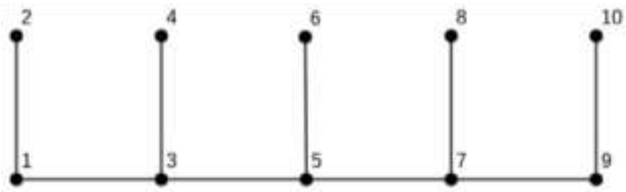
Suatu graf prima $G$ memiliki suatu fungsi bijektif yang memetakan simpul pada graf $G$ ke bilangan-bilangan $\{1,2,3,\dots,|V(G)|\}$, sebagaimana dijelaskan oleh definisi dari graf prima pada Definisi 5. Lebih lanjut, hasil pelabelan prima dari berdasarkan penelitian sebelumnya terkait graf sikat dinyatakan pada Teorema 6 hingga Teorema 8.

**Definisi 5** *Pelabelan prima dari suatu graf adalah suatu fungsi bijektif* $f: V(G) \to \{1,2,3,\dots,|V(G)|\}$ *sedemikian sehingga untuk setiap pasang simpul* $u$ *dan* $v$ *yang bertetangga* $FPB(f(u), f(v)) = 1$. *Graf yang dapat dilabelkan dengan pelabelan prima disebut dengan graf prima* (Vaidya & Prajapati, 2012).



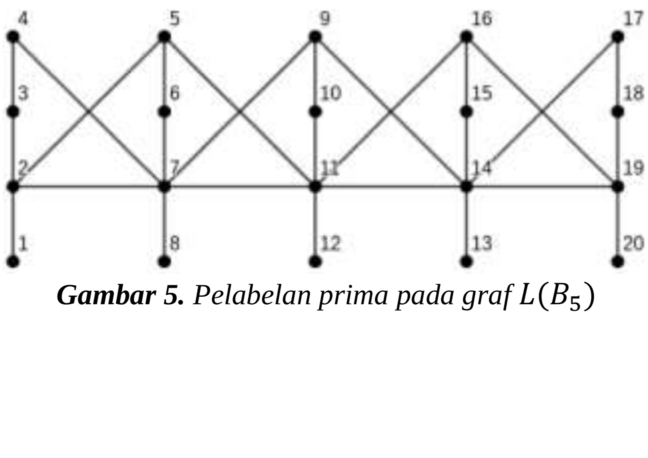

***Gambar 3.*** *Pelabelan prima pada suatu graf*

**Teorema 6** *Graf sikat* $B_n$ *adalah graf prima untuk* $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ (Samuel & Kalaivani, 2018b).



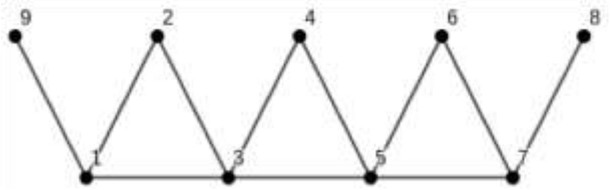

***Gambar 4.*** *Pelabelan prima pada graf* $B_5$

**Teorema 7** *Line graf dari graf sikat* $L(B_n)$ *dengan* $2n-1$ *simpul adalah graf prima*, *untuk* $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ (Fran *et al.*, 2021).




***Gambar 5.*** *Pelabelan prima pada graf* $L(B_5)$

**Teorema 8** *Splitting graf dari graf sikat* $spl(B_n)$ *adalah graf prima untuk* $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ (Fran *et al*., 2021).




***Gambar 6.*** *Pelabelan prima pada graf* $spl(B_5)$

Berdasarkan Definisi 5, pada graf $R^k(B_n)$ dikonstruksi suatu fungsi $f$ sedemikian sehingga suatu graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ untuk $k = 1,2$ dapat dilabelkan dengan pelabelan prima. Oleh karena itu diperoleh Teorema 9 dan Teorema 10.

**Teorema 9** *Graf simpul semi total dari graf sikat* $R^1(B_n)$ *dengan* $n \geq 2$ *merupakan graf prima.*

**Bukti:** Dibentuk graf simpul semi total dari graf sikat $R^1(B_n)$ dengan $u_i, v_i, w_i, x_j \in V\big(R^1(B_n)\big), i = 1,2,\cdots,n, j = 1,2,\cdots,n-1$ dan $\left|V\big(R^1(B_n)\big)\right| = 4n - 1$. Dikonstruksi fungsi pelabelan prima $f: V(R^1(B_n)) \to \{1,2,\cdots,|V(R^1(B_n))|\}$ dengan,

$$f(u_i) = \begin{cases} 4i-1, & untuk\ i \equiv 1(mod\ 3) \\ 4i-3, & untuk\ i\ yang\ lain \end{cases}$$

$$f(v_i) = 4i - 2$$

$$f(w_i) = \begin{cases} 4i-3, & untuk\ i \equiv 1(mod\ 3) \\ 4i-1, & untuk\ i\ yang\ lain \end{cases}$$

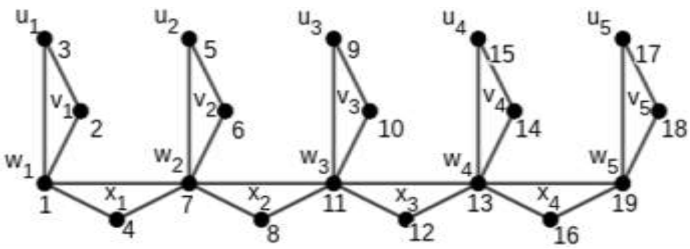
$$f\big(x_j\big) = 4j$$

Selanjutnya akan dibuktikan untuk setiap pasang simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga di $R^1(B_n)$, $gcd(f(u), f(v)) = 1$. Misal diberikan $u$ dan $v$ titik yang bertetangga pada graf $R^1(B_n)$. Menggunakan algoritma *Euclidean* diperoleh nilai $x$ dan $y$ pada Tabel 1 sedemikian sehingga $f(v)x + f(w)y = 1$.

**Tabel 1** Nilai $x$ dan $y$ pada Graf $R^1(B_n)$

| **Deskripsi** | **Kondisi** | **Nilai $x$** | **Nilai $y$** |
|---|---|---|---|
| $u_i$ bertetangga dengan $v_i$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $1$ | $-1$ |
| | $i \not\equiv 1(mod\ 3)$ | $-1$ | $1$ |
| $u_i$ bertetangga dengan $w_i$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $2-2i$ | $2i-1$ |
| | $i \not\equiv 1(mod\ 3)$ | $2i-1$ | $2-2i$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $v_i$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $-1$ | $1$ |
| | $i \not\equiv 1(mod\ 3)$ | $1$ | $-1$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $w_{i+1}$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $4 - \frac{10(i+2)}{3}$ | $\frac{10(i+2)}{3} - 9$ |
| | $i \equiv 2\ (mod\ 3)$ | $-(i+1)$ | $i$ |
| | $i \equiv 0\ (mod\ 3)$ | $-(2i+1)$ | $2i$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $x_i$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $5 - \frac{8(i+2)}{3}$ | $\frac{8(i+2)}{3} - 7$ |
| | $i \not\equiv 1(mod\ 3)$ | $-1$ | $1$ |
| $x_i$ bertetangga dengan $w_{i+1}$ | $i \equiv 1\ (mod\ 3)$ | $3 - \frac{8(i+2)}{3}$ | $\frac{8(i+2)}{3} - 5$ |
| | $i \equiv 2\ (mod\ 3)$ | $-\frac{4(i+1)}{3}$ | $\frac{4(i+1)}{3} - 1$ |
| | $i \equiv 0\ (mod\ 3)$ | $-1$ | $1$ |

Oleh karena terdapat $x$ dan $y$ sehingga $f(v)x + f(w)y = 1$, maka berdasarkan Teorema 1, $f(v)$ dan $f(w)$ saling prima. Graf $R^1(B_n)$ dapat dilabelkan prima, sehingga $R^1(B_n)$ adalah graf prima.




***Gambar 7.*** *Pelabelan prima pada* $R^1(B_5)$

**Teorema 9** *Graf simpul semi total dari graf sikat* $R^2(B_n)$ *dengan* $n \geq 2$ *merupakan graf prima.*

**Bukti:** Dibentuk graf simpul semi total dari graf sikat $R^2(B_n)$ dengan $u_i, v_j, w_i, x_k, y_k \in V\big(R^2(B_n)\big), i = 1,2,\cdots,n\,; j = 1,2,\cdots,2n;\ k = 1,2,\cdots,n-1$ dan $V\big(R^2(B_n)\big) = 6n - 2$. Dikonstruksi fungsi pelabelan prima $f: V(R^2(B_n)) \to \{1,2,\ldots,6n-2\}$ sebagai berikut.

$$f(u_i) = 6i - 3$$

$$f(v_j) = \begin{cases} 3j + 1, & untuk\ j \equiv 1 (mod\ 2) \\ 3j - 4, & untuk\ \ yang\ lain \end{cases}$$

$$f(w_i) = \begin{cases} 6i - 1, & untuk\ i \neq n\ dan\ \ i \equiv 0 (mod\ 5) \\ 6i - 5, & untuk\ i\ yang\ lain \end{cases}$$

$$f(x_k) = \begin{cases} 6k - 5, & untuk\ k \equiv 0 (mod\ 5) \\ 6k - 1, & untuk\ k\ yang\ lain \end{cases}$$

$$f(y_k) = 6k$$

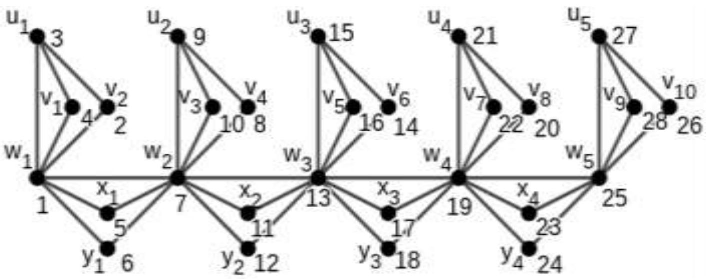
Selanjutnya akan dibuktikan untuk setiap pasang simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga di $R^2(B_n)$,$gcd(f(u), f(v)) = 1$. Misal diberikan $u$ dan $v$ titik yang bertetangga pada graf $R^2(B_n)$. Menggunakan algoritma *Euclidean* diperoleh nilai $x$ dan $y$ pada Tabel 2 sedemikian sehingga $f(v)x + f(w)y = 1$.

**Tabel 2** Nilai $x$ dan $y$ pada Graf $R^2(B_n)$

| Deskripsi | Kondisi | Nilai $x$ | Nilai $y$ |
|---|---|---|---|
| $u_i$ bertetangga dengan $v_{2i-1}$ | $untuk\ setiap\ i$ | $-1$ | $1$ |
| $u_i$ bertetangga dengan $v_{2i}$ | $untuk\ setiap\ i$ | $1$ | $-1$ |
| $u_i$ bertetangga dengan $w_i$ | $i = n\ dan$ $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $3i - 2$ | $1 - 3i$ |
| | $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $-3i$ | $3i - 1$ |
| | $i\ \not\equiv 0 (mod\ 5)$ | $3i - 2$ | $1 - 3i$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $v_{2i-1}$ | $i = n\ dan$ $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $1 - 4i$ | $1 - 3i$ |
| | $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $1$ | $-1$ |
| | $i\ \not\equiv 0 (mod\ 5)$ | $1 - 4i$ | $1 - 3i$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $v_{2i}$ | $i = n\ dan$ $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $-1$ | $1$ |
| | $i\ \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $10i - 1$ | $-10i$ |
| | $i\ \not\equiv 0 (mod\ 5)$ | $-1$ | $1$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $x_i$ | $i\ \equiv 0\ (mod\ 10)$ | $\frac{3i}{2} - 1$ | $-\frac{3i}{2}$ |

| Deskripsi | Kondisi | Nilai $x$ | Nilai $y$ |
|---|---|---|---|
| | $i \not\equiv 0 (mod\ 10)$ | $\frac{9(i+1)}{2} - 8$ | $5 - \frac{9(i+1)}{2}$ |
| | $i \not\equiv 0 (mod\ 5) dan$ $i \equiv 0\ (mod\ 2)$ | $-\frac{3i}{2}$ | $\frac{3i}{2} - 1$ |
| | $i \not\equiv 0 (mod\ 5)\ dan$ $i \not\equiv 0 (mod\ 2)$ | $5 - \frac{9(i+1)}{2}$ | $\frac{9(i+1)}{2} - 8$ |
| | $i \equiv 0\ (mod\ 5)\ dan$ $i \equiv 0\ (mod\ 10)$ | $i$ | $1 - i$ |
| $x_i$ bertetangga dengan $w_{i+1}$ | $i \equiv 0\ (mod\ 5)\ dan$ $i \not\equiv 0 (mod\ 10)$ | $-(5i + 1)$ | $5i - 4$ |
| | $i + 1 = n\ dan$ $i \equiv 4\ (mod\ 5)$ | $-(3i + 1)$ | $3i$ |
| | $i \equiv 4\ (mod\ 5)$ | $-(i + 1)$ | $i$ |
| | $i \not\equiv 0 (mod\ 5)\ dan$ $i \not\equiv 4 (mod\ 5)$ | $-(3i + 1)$ | $3i$ |
| $w_i$ bertetangga dengan $y_i$ | $i \equiv 0\ (mod\ 5)$ | $-1$ | $1$ |
| | $i \not\equiv 0 (mod\ 5)$ | $5 - \frac{9(i+1)}{2}$ | $\frac{9(i+1)}{2} - 8$ |
| $y_i$ bertetangga dengan $w_{i+1}$ | $i + 1 = n\ dan$ $i \equiv 4\ (mod\ 5)$ | $-1$ | $1$ |
| | $i \equiv 4\ (mod\ 5)$ | $-(\frac{6(i+1)}{5})$ | $\frac{6(i+1)}{5} - 1$ |
| | $i \not\equiv 4 (mod\ 5)$ | $-1$ | $1$ |

Oleh karena terdapat $x$ dan $y$ sehingga $f(v)x + f(w)y = 1$, maka berdasarkan Teorema 1, $f(v)$ dan $f(w)$ saling prima. Graf $R^2(B_n)$ dapat dilabelkan prima, sehingga $R^2(B_n)$ adalah graf prima.




***Gambar 8.*** *Pelabelan prima pada* $R^2(B_5)$

## KESIMPULAN

Dari hasil konstruksi pelabelan prima yang dilakukan pada graf $R^k(B_n)$ diperoleh bahwa graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ dengan $2n(1 + k) - k$ simpul merupakan suatu graf prima untuk $k = 1,2$. Pelabelan prima yang dikonstruksi pada graf simpul semi total dari graf sikat $R^k(B_n)$ merupakan fungsi bijektif $f: V(R^k(B_n)) \to \{1,2,3, \dots, |V(R^k(B_n))|\}$ sedemikian sehingga untuk setiap label simpul $u$ dan $v$ yang bertetangga di $R^k(B_n)$ berlaku $FPB(f(u), f(v)) = 1$.

Penelitian tentang pelabelan prima untuk graf-graf lainnya yang merupakan hasil konstruksi dari graf dasar tertentu dapat dilakukan, khususnya terkait pengkonstruksian fungsi pada pelabelan prima. Lanjutan dari penelitian ini, dapat dilakukan untuk graf $R^k(B_n)$ untuk $k \geq 3$. Salah satu hal yang menarik adalah menemukan semua $k \in \mathbb{N}$ sehingga graf $R^k(B_n)$ merupakan graf prima.

## DAFTAR PUSTAKA

Burton, D. M. (2007). Elementary Number Theory - Sixth Edition. *Elementary Number Theory*, 13–32.

Chaurasiya, M., Limda, A., Parmar, N., & Rupani, M. (2021). Note On k-Prime Labeling of Some Graphs. *IRE Journals*, *4*(12), 2456-8880.

Edward, Samuel, A., & Kalaivani, S. (2016). Prime labeling for some octopus related graphs. *International Organisation of Scientific Research (IOSR)-Journal of Mathematics*, *12*(6).

Fran, F., Putra, D. P., & Pasaribu, M. (2021). Prime Labeling of Line and Splitting Graph of Brush Graph. *Journal of Physics: Conference Series, 2106*.

Jog, S. R., Hande, S. P., Gutman, I., & Burcu Bozkurt, Ş. (2012). Derived graphs of some graphs. *Kragujevac Journal of Mathematics*, *36*(2), 309–314.

Kavitha, P. (2022). Highly Total Prime Labeling for Some Duplicate Graph. *TWMS J. AND ENG. MATH*, *12*(4), 1336-1348.

Lakshmi, R. A., Jayalakshmi, K., & Madhavi, T. (2018). Prime labeling of Jahangir graphs. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, *7*(4.10 Special Issue 10), 389–392. https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.10.20944

Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit Ed ke-3*. Bandung: Informatika.

Parthiban, A., Pir, A. A., & Felix, A. (2020). Certain Result on Prime and Prime Distance Labeling of Graphs. *Journal of Physics: Conference Series. 1531*.

Prajapati, U. M., & Gajjar, S. J. (2014). Some results on prime labeling. *Open Journal of Discrete Mathematics*, *4*(3), 60–66.

Rahmawati, D., Fran, F., Yudhi, & Krisantoni, D. (2020). Total rainbow connection number of-centipede graph and its line, square, and middle graph. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2268). https://doi.org/10.1063/5.0016815

Samuel, A. E., & Kalaivani, S. (2018). Prime Labeling to Drums Graphs. *Annals of Pure and Applied Mathematics*, *16*(2), 307–312. https://doi.org/10.22457/apam.v16n2a7

Samuel, A. E., & Kalaivani, S. (2018a). Prime Labeling for Some Lilly related Graphs. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, *118*(23), 195–204.

Samuel, A. E., & Kalaivani, S. (2018b). Prime Labeling to Brush Graphs. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, *55*(4), 259–262. https://doi.org/10.14445/22315373/ijmtt-v55p533

Teresa, A. S., & Vijayalakshmi, G. (2019). k-Prime Labeling of Certain Cycle Connected Graphs. *Malaya Journal of Matematik, S*(1), 280-283.

Teresa, A. S., & Vijayalakshmi, G. (2020). k-Prime Labeling of One Point Union of Path Graph. *Procedia Computer Science*, *172*, 649-654.

Vaidya, S. K., & Prajapati, U. M. (2011). Some Result on Prime and k-Prime Labeling. *Journal of Mathematics Research*, *3*(1).

Vaidya, S. K., & Prajapati, U. M. (2012). Some Switching Invariant Prime Graphs. *Open Journal of Discrete Mathematics*, *2*(1), 17–20. https://doi.org/10.4236/ojdm.2012.21004

Zhang, X., Cancan, M., Nadeem, M. F., & Imran, M. (2020). Edge irregularity strength of certain families of comb graph. *Proyecciones*, *39*(4), 787–797. https://doi.org/10.22199/issn.0717-6279-2020-04-0049