

ISSN 1561-8323 (Print)
ISSN 2524-2431 (Online)

ФИЗИКА
PHYSICS

УДК 539.184
<https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Поступило в редакцию 29.08.2022
Received 29.08.2022

Д. В. Новицкий, академик С. В. Гапоненко

*Институт физики имени Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси,
Минск, Республика Беларусь*

**ВЛИЯНИЕ ПЛОТНОСТИ ФОТОННЫХ СОСТОЯНИЙ
НА СДВИГ ЛЭМБА В ПЛАЗМЕ**

Аннотация. Исследовано возможное влияние пониженной плотности фотонных состояний в плазме на сдвиг Лэмба и установлено, что вследствие значительного вклада в сдвиг Лэмба высокоэнергетических виртуальных фотонов даже при концентрациях электронов порядка 10^{22} см⁻³ относительное изменение сдвига Лэмба в плазме в сравнении с вакуумом не превышает 1 %. Такое поведение сдвига Лэмба в плазме обусловлено асимптотическим приближением свойств плазмы к свойствам вакуума при неограниченном увеличении частоты фотонов.

Ключевые слова: сдвиг Лэмба, плазма, плотность фотонных состояний

Для цитирования. Новицкий, Д. В. Влияние плотности фотонных состояний на сдвиг Лэмба в плазме / Д. В. Новицкий, С. В. Гапоненко // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2022. – Т. 66, № 5. – С. 495–500. <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Denis V. Novitsky, Academician Sergey V. Gaponenko

B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

PHOTON DENSITY OF STATES EFFECT ON LAMB SHIFT IN PLASMAS

Abstract. A possible effect of the low photon density of states in plasma on the Lamb shift is analysed. It is found that because of a significant contribution of high-energy virtual photons to the Lamb shift, its modification in plasma does not exceed 1 % with respect to vacuum even at electron concentrations as high as 10^{22} cm⁻³. This behavior results from an asymptotic tendency of plasma properties to vacuum ones at an unlimited frequency growth.

Keywords: Lamb shift, plasma, photon density of states

For citation. Novitsky D. V., Gaponenko S. V. Photon density of states effect on Lamb shift in plasmas. *Doklady Natsional'noi akademii nauk Belarusi = Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus*, 2022, vol. 66, no. 5, pp. 495–500 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8323-2022-66-5-495-500>

Введение. Целенаправленное изменение плотности фотонных состояний стало одним из основных направлений в современной нанофотонике, позволяя изменять скорости спонтанных переходов, упругое (рэлеевское) и неупругое (комбинационное) рассеяния фотонов, а также тепловое испускание (планковское излучение) [1; 2]. Плотность фотонных состояний обычно изменяют путем формирования пространственных сингулярностей диэлектрической проницаемости с помощью металлических наночастиц или нанотекстурированных поверхностей (наноплазмоника) [3–5], сильных локальных рассеивателей (диэлектрические антенны) [6; 7], плоских, цилиндрических или сферических микрорезонаторов (квантовая электродинамика резонаторов) [8; 9], а также путем периодического изменения показателя преломления в пространстве (фотонные кристаллы) [10]. Предложено также одновременно использовать локальное изменение не только диэлектрической проницаемости, но и магнитной восприимчивости (метаматериалы) [11]. Сдвиг

Лэмба уровней электрона в атомах – принципиальное физическое явление, обусловленное взаимодействием атомов с нулевыми электромагнитными колебаниями (электромагнитным вакуумом), также зависит от плотности фотонных состояний [12]. Его возможное изменение в некоторых модельных диэлектрических структурах в сравнении с вакуумом обсуждалось различными авторами [13–17]. Существенной особенностью сдвига Лэмба в сравнении с испусканием и рассеянием фотонов является его зависимость от плотности фотонных состояний в весьма широком интервале частот электромагнитного излучения ω от нуля до частоты ω_{\max} , задаваемой условием

$$\hbar\omega_{\max} = mc^2, \quad (1)$$

как было впервые указано Бете [18]. Здесь \hbar – приведенная постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; m – масса электрона. Условие (1) соответствует весьма высокой энергии фотона $\hbar\omega_{\max} = 5,11 \cdot 10^5$ эВ и частоте $\omega_{\max} = 7,76 \cdot 10^{20}$ с⁻¹. Это приводит к тому, что резонансные явления, используемые для формирования модифицированной плотности фотонных состояний в структурированных диэлектриках в оптическом диапазоне, не могут обеспечить заметного общего изменения плотности состояний в интервале частот, по которому проводится интегрирование при вычислении сдвига Лэмба [16]. Кроме того, существуют сильные аргументы, основанные на принципе причинности, указывающие на то, что в структурированных диэлектриках изменение плотности фотонных состояний невозможно для всех частот одновременно, а осуществляется путем перераспределения по спектру вакуумной плотности состояний таким образом, что интегральная плотность состояний по всему спектру частот оказывается неизменной (правило сумм Барнетта–Лоудона) [18]. Хотя точное экспериментальное подтверждение этого предположения пока не получено, существует множество экспериментальных данных, указывающих на то, что изменение плотности состояний в одном спектральном интервале происходит одновременно с его противоположным изменением в других участках спектра [19; 20]. Отмеченные особенности могут привести к неизменности сдвига Лэмба в структурах типа резонаторов или фотонных кристаллов. В настоящей работе анализируется влияние модифицированной плотности фотонных состояний на сдвиг Лэмба в плазме, представляющей собой сплошную среду с плотностью состояний, отличной от вакуумной.

Идеальная плазма – среда, в которой плотность фотонных состояний ниже, чем в вакууме, причем это изменение происходит для всех частот выше плазменной частоты, а ниже плазменной частоты излучение не распространяется и, строго говоря, понятие плотности состояний вообще нельзя вводить [21]. Существенно, что плазма представляет собой сплошную среду, и отличие плотности состояний в ней от вакуума не является следствием локальных пространственных неоднородностей, что и обеспечивает изменение плотности состояний в широком интервале частот. Идеальная плазма не имеет диссипативных потерь для электромагнитного излучения и зависимость плотности фотонных состояний D от частоты выражается простым соотношением [19]

$$D(\omega) = D_0(\omega) \frac{1}{\omega} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} = D_0(\omega) \sqrt{\varepsilon(\omega)},$$

где $D_0(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}$ – плотность фотонных состояний в вакууме; $\varepsilon(\omega)$ и ω_p – диэлектрическая проницаемость плазмы и плазменная частота, задаваемые для идеальной плазмы известными соотношениями

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}.$$

Здесь N – концентрация электронов; e – заряд электрона; ε_0 – диэлектрическая постоянная. Графики функций $D(\omega)$ для вакуума и для плазмы показаны на рис. 1. Ниже плазменной частоты фотонных состояний нет и плотность состояний обращается в ноль, выше плазменной частоты она растет с ростом частоты, асимптотически приближаясь к плотности в вакууме при неограниченном увеличении частоты.

Для неидеальной плазмы с параметром затухания γ диэлектрическая проницаемость описывается функцией $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega(\omega + i\gamma)$. В соответствии с результатами работы [22] плотность состояний в этом случае можно записать в виде

$$D(\omega) = D_0(\omega) \operatorname{Re} \sqrt{\epsilon(\omega)}. \quad (2)$$

Оценим возможное влияние пониженной плотности фотонных состояний в плазме на величину сдвига Лэмба. Зависимость сдвига Лэмба ΔE от плотности фотонных состояний описывается соотношением [15; 16]

$$\Delta E \sim \int_0^{\omega_{\max}} \frac{D(\omega) d\omega}{\omega^3 (E_{nm} + \hbar\omega)},$$

где $E_{nm} \ll \hbar\omega_{\max} = mc^2$ и для атома водорода составляет $E_{nm} = 226,3$ эВ [18]. Учитывая, что для вакуума сдвиг Лэмба можно представить в виде

$$\Delta E_0 \sim \ln \left(1 + \frac{\hbar\omega_{\max}}{E_{nm}} \right) \approx \ln \frac{\hbar\omega_{\max}}{E_{nm}},$$

будем использовать это выражение для сравнения с последующими расчетами. Учитывая соотношение (2) для плотности состояний в плазме с учетом потерь, для оценки величины сдвига нужно вычислять интеграл

$$\Delta E \sim \int_0^{\omega_{\max}} \frac{n(\omega) d\omega}{E_{nm} + \hbar\omega}.$$

В случае среды без потерь ($\gamma = 0$) можно интегрировать не от нуля, а от плазменной частоты, поскольку ниже нее показатель преломления равен нулю. При наличии потерь, что лучше соответствует принципу причинности, нужно учитывать и диапазон низких частот, поэтому начинать интегрирование будем с $0,001\omega_p$.

Результаты расчетов отношения $\Delta E / \Delta E_0$ в зависимости от плазменной длины волны $\lambda_p = 2\pi c / \omega_p$ приведены на рис. 2. Видно, что даже в отсутствие потерь изменение лэмбовского сдвига в плазме по сравнению со свободным пространством остается в пределах 1 % и увеличивается с ростом плазменной частоты (уменьшением плазменной длины волны), что полностью согласуется с тем, что высокие частоты вносят определяющий вклад в вычисляемый интеграл [16]. Введение потерь нивелирует даже это небольшое изменение лэмбовского сдвига. Ослабление влияния плотности состояний в плазме на сдвиг Лэмба при учете диссипативных потерь по сравнению с идеальной плазмой обусловлено тем, что учет диссипации приводит к отличному от нуля значению плотности состояний для частот ниже плазменной частоты.

В [23] предложен подход к анализу сдвига Лэмба в поглощающей среде, не использующий в явном виде функцию плотности состояний. Для вклада от поперечных колебаний получено выражение

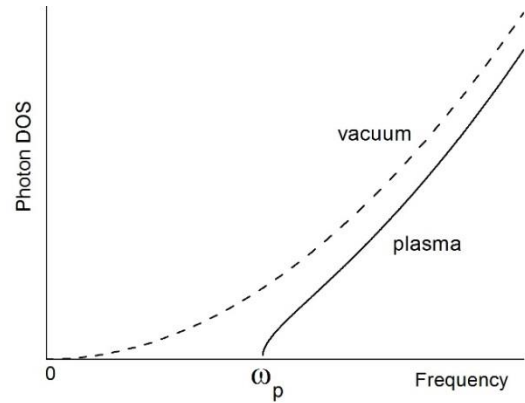


Рис. 1. Зависимость плотности фотонных состояний от частоты в плазме (сплошная линия) и в вакууме (пунктир)

Fig. 1. Density of photon states as a frequency function in plasma (solid line) and in vacuum (dotted line)

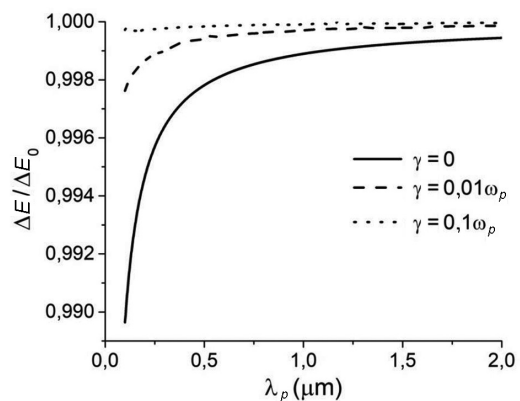


Рис. 2. Относительное изменение сдвига Лэмба $\Delta E / \Delta E_0$ в плазме в сравнении с вакуумом как функция плазменной длины волны, рассчитанное согласно формализму Li и соавт. [16]

Fig. 2. Relative modification of the Lamb shift $\Delta E / \Delta E_0$ in plasma with respect to vacuum as a plasma wavelength function calculated according to the formalism of Li and the co-authors [16]

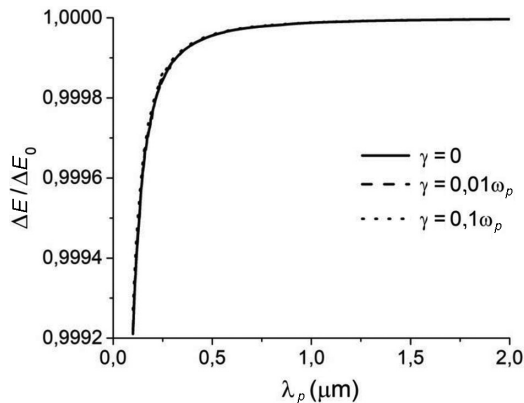


Рис. 3. Относительное изменение сдвига Лэмба в плазме в сравнении с вакуумом $\Delta E / \Delta E_0$ в зависимости от плазменной длины волны, рассчитанное по методу Matloob [23]

Fig. 3. Relative modification of the Lamb shift $\Delta E / \Delta E_0$ in plasma with respect to vacuum as a plasma wavelength function calculated according to the Matloob method [23]

вакуумом, сдвиг Лэмба в плазме остается практически неизменным вследствие вклада от высокочастотных мод $\hbar\omega_{\max} \rightarrow mc^2$, для которых свойства плазмы (плотность фотонных состояний и диэлектрическая проницаемость) при концентрациях вплоть до 10^{22} см^{-3} асимптотически приближаются к характеристикам вакуума.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ «Фотоника и электроника для инноваций».

Acknowledgements. The work has been performed within the framework of the State Program “Photonics and electronics for innovations”.

Список использованных источников

1. Kirchain, R. A roadmap for nanophotonics / R. Kirchain, L. Kimerling // *Nature Photonics*. – 2007. – Vol. 1, N 6. – P. 303–305. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.84>
2. Gaponenko, S. V. *Applied Nanophotonics* / S. V. Gaponenko, H. V. Demir. – Cambridge: Cambridge University Press, 2018. – 450 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Lakowicz, J. R. Radiative decay engineering: biophysical and biomedical applications // *Analytical Biochemistry*. – 2001. – Vol. 298, N 1. – P. 1–24. <https://doi.org/10.1006/abio.2001.5377>
4. Controlling light localization and light–matter interactions with nanoplasmonics / V. Giannini [et al.] // *Small*. – 2010. – Vol. 6, N 22. – P. 2498–2507. <https://doi.org/10.1002/sml.201001044>
5. Xin, H. Nanoplasmonic optical antennas for life sciences and medicine / H. Xin, B. Namgung, L. P. Lee // *Nature Reviews Materials*. – 2018. – Vol. 3, N 8. – P. 228–243. <https://doi.org/10.1038/s41578-018-0033-8>
6. Bharadwaj, P. Optical antennas / P. Bharadwaj, B. Deutsch, L. Novotny // *Advances in Optics and Photonics*. – 2009. – Vol. 1, N 3. – P. 438–483. <https://doi.org/10.1364/aop.1.000438>
7. Nanoscale design of the local density of optical states / S. Mignuzzi [et al.] // *Nano Letters*. – 2019. – Vol. 19, N 3. – P. 1613–1617. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b04515>
8. Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E. M. Purcell // *Phys. Rev.* – 1946. – Vol. 69. – P. 681.
9. Cavity quantum electrodynamics / H. Walther [et al.] // *Rep. Progr. Phys.* – 2006. – Vol. 69, N 5. – P. 1325–1382. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/5/r02>
10. Periodic nanostructures for photonics / K. Busch [et al.] // *Phys. Rep.* – 2007. – Vol. 444, N 3–6. – P. 101–202. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.02.011>
11. Engineering photonic density of states using metamaterials / Z. Jacob [et al.] // *Applied Phys. B*. – 2010. – Vol. 100, N 1. – P. 215–218. <https://doi.org/10.1007/s00340-010-4096-5>
12. Lamb Jr., W. E. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method / W. E. Lamb Jr., R. C. Retherford // *Phys. Rev.* – 1947. – Vol. 72, N 3. – P. 241–243. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.241>
13. Narozhny, N. B. Dynamical Lamb effect versus dynamical Casimir effect / N. B. Narozhny, A. M. Fedotov, Yu. E. Lozovik // *Phys. Rev. A*. – 2001. – Vol. 64, N 5. – Art. 053807. <https://doi.org/10.1103/physreva.64.053807>
14. Spontaneous radiation and Lamb shift in three-dimensional photonic crystals / S. Y. Zhu [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 84, N 10. – P. 2136–2139. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.2136>

15. Wang, X. H. Giant Lamb shift in photonic crystals / X. H. Wang, Y. S. Kivshar, B. Y. Gu // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93, N 7. – Art. 073901. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.93.073901>
16. Li, Z. Y. Optical photonic band gaps and the Lamb shift / Z. Y. Li, Y. Xia // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 63, N 12. – Art. 121305(R). <https://doi.org/10.1103/physrevb.63.121305>
17. Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena / M. V. Rybin [et al.] // *Scientific Rep.* – 2016. – Vol. 6, N 1. – P. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep20599>
18. Bethe, H. A. The electromagnetic shift of energy levels / H. A. Bethe // *Phys. Rev.* – 1947. – Vol. 72, N 4. – P. 339–341. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.339>
19. Gaponenko, S. V. *Introduction to Nanophotonics* / S. V. Gaponenko. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>
20. Zhukovsky, S. V. Constraints on transmission, dispersion, and density of states in dielectric multilayers and stepwise potential barriers with an arbitrary layer arrangement / S. V. Zhukovsky, S. V. Gaponenko // *Phys. Rev. E.* – 2008. – Vol. 77, N 4. – Art. 046602. <https://doi.org/10.1103/physreve.77.046602>
21. Gaponenko, S. V. Density of states effects on emission and scattering of photons in plasmas [Electronic resource] / S. V. Gaponenko, D. V. Guzатов, D. V. Novitsky // arXiv preprint. – 2021. – Mode of access: <https://arxiv.org/abs/2110.10539>
22. Barnett, S. M. Spontaneous emission in absorbing dielectric media / S. M. Barnett, B. Huttner, R. Loudon // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – Vol. 68, N 25. – P. 3698–3701. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.68.3698>
23. Matloob, R. Quantum-electrodynamic level shifts in an absorbing medium / R. Matloob // *Phys. Rev. A.* – 2000. – Vol. 61, N 6. – Art. 062103. <https://doi.org/10.1103/physreva.61.062103>

References

1. Kirchain R., Kimerling L. A roadmap for nanophotonics. *Nature Photonics*, 2007, vol. 1, no. 6, pp. 303–305. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.84>
2. Gaponenko S. V., Demir H. V. *Applied Nanophotonics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2018. 450 p. <https://doi.org/10.1017/9781316535868>
3. Lakowicz J. R. Radiative decay engineering: biophysical and biomedical applications. *Analytical Biochemistry*, 2001, vol. 298, no. 1, pp. 1–24. <https://doi.org/10.1006/abio.2001.5377>
4. Giannini V., Fernández-Domínguez A. I., Sonnefraud Y., Roschuk T., Fernández-García R., Maier S. A. Controlling light localization and light-matter interactions with nanoplasmonics. *Small*, 2010, vol. 6, no. 22, pp. 2498–2507. <https://doi.org/10.1002/sml.201001044>
5. Xin H., Namung B., Lee L. P. Nanoplasmonic optical antennas for life sciences and medicine. *Nature Reviews Materials*, 2018, vol. 3, no. 8, pp. 228–243. <https://doi.org/10.1038/s41578-018-0033-8>
6. Bharadwaj P., Deutsch B., Novotny L. Optical antennas. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, vol. 1, no. 3, pp. 438–483. <https://doi.org/10.1364/aop.1.000438>
7. Mignuzzi S., Vezzoli S., Horsley S. A., Barnes W. L., Maier S. A., Sapienza R. Nanoscale design of the local density of optical states. *Nano Letters*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 1613–1617. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b04515>
8. Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Physical Review*, 1946, vol. 69, pp. 681.
9. Walther H., Varcoe B. T., Englert B. G., Becker T. Cavity quantum electrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 2006, vol. 69, no. 5, pp. 1325–1382. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/69/5/r02>
10. Busch K., von Freymann G., Linden S., Mingaleev S. F., Tkeshelashvili L., Wegener M. Periodic nanostructures for photonics. *Physics Reports*, 2007, vol. 444, no. 3–6, pp. 101–202. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.02.011>
11. Jacob Z., Kim J. Y., Naik G. V., Boltasseva A., Narimanov E. E., Shalaev V. M. Engineering photonic density of states using metamaterials. *Applied Physics B*, 2010, vol. 100, no. 1, pp. 215–218. <https://doi.org/10.1007/s00340-010-4096-5>
12. Lamb Jr. W. E., Retherford R. C. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. *Physical Review*, 1947, vol. 72, no. 3, pp. 241–243. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.241>
13. Narozhny N. B., Fedotov A. M., Lozovik Yu. E. Dynamical Lamb effect versus dynamical Casimir effect. *Physical Review A*, 2001, vol. 64, no. 5, art. 053807. <https://doi.org/10.1103/physreva.64.053807>
14. Zhu S. Y., Yang Y., Chen H., Zheng H., Zubairy M. S. Spontaneous radiation and Lamb shift in three-dimensional photonic crystals. *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84, no. 10, pp. 2136–2139. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.84.2136>
15. Wang X. H., Kivshar Y. S., Gu B. Y. Giant Lamb shift in photonic crystals. *Physical Review Letters*, 2004, vol. 93, no. 7, art. 073901. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.93.073901>
16. Li Z. Y., Xia Y. Optical photonic band gaps and the Lamb shift. *Physical Review B*, 2001, vol. 63, no. 12, art. 121305(R). <https://doi.org/10.1103/physrevb.63.121305>
17. Rybin M. V., Mingaleev S. F., Limonov M. F., Kivshar Yu. S. Purcell effect and Lamb shift as interference phenomena. *Scientific Reports*, 2016, vol. 6, no. 1, p. 1–9. <https://doi.org/10.1038/srep20599>
18. Bethe H. A. The electromagnetic shift of energy levels. *Physical Review*, 1947, vol. 72, no. 4, pp. 339–341. <https://doi.org/10.1103/physrev.72.339>
19. Gaponenko S. V. *Introduction to Nanophotonics*. Cambridge, Cambridge University Press, 2010. 465 p. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511750502>
20. Zhukovsky S. V., Gaponenko S. V. Constraints on transmission, dispersion, and density of states in dielectric multilayers and stepwise potential barriers with an arbitrary layer arrangement. *Physical Review E*, 2008, vol. 77, no. 4, art. 046602. <https://doi.org/10.1103/physreve.77.046602>

21. Gaponenko S. V., Guzatov D. V., Novitsky D. V. Density of states effects on emission and scattering of photons in plasmas. *arXiv preprint*, 2021. Available at: <https://arxiv.org/abs/2110.10539>

22. Barnett S. M., Huttner B., Loudon R. Spontaneous emission in absorbing dielectric media. *Physical Review Letters*, 1992, vol. 68, no. 25, pp. 3698–3701. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.68.3698>

23. Matloob R. Quantum-electrodynamic level shifts in an absorbing medium. *Physical Review A*, 2000, vol. 61, no. 6, art. 062103. <https://doi.org/10.1103/physreva.61.062103>

Информация об авторах

Новицкий Денис Викторович – канд. физ.-мат. наук, заведующий центром. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by.

Гапоненко Сергей Васильевич – академик, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник. Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси (пр. Независимости, 68, 220072, Минск, Республика Беларусь). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by.

Information about the authors

Novitsky Denis V. – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Centre. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: d.novitsky@ifanbel.bas-net.by.

Gaponenko Sergey V. – Academician, D. Sc. (Physics and Mathematics), Chief Researcher. B. I. Stepanov Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus (68, Nezavisimosti Ave., 220072, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: s.gaponenko@ifanbel.bas-net.by.