Crónica del seminario de la FESPM *Matemáticas inclusivas* – Parte II

por

PABLO BELTRÁN-PELLICER

(Universidad de Zaragoza)

Continuamos la crónica del seminario de la FESPM *Matemáticas inclusivas* que comenzamos en el anterior número de Entorno Abierto. Tocaba hablar de la segunda de las tres conferencias. Estoy seguro de que los múltiples recursos que nos presentó Daniel Ruiz resultarán de interés para los lectores.

Conferencia de Daniel Ruiz Aguilera
¿Qué recursos son adecuados para atender la diversidad?

La ponencia de Daniel Ruiz se centró completamente en el aspecto más matemático. Comenzó citando a Anton Aubanell, para quien un recurso es la suma del material y la actividad correspondiente. Y que la configuración de estos recursos es lo que puede hacer que atendamos a la diversidad. ¿Y qué entendemos por atención a la diversidad? La respuesta es simple: reconocer que todos pueden hacerlo bien en matemáticas, independientemente de sus logros anteriores, y cometer errores. Luchar y perseverar es muy importante para todos. Siguiendo a Boaler (2019), es fundamental la creencia de que las matemáticas son un tema abierto y en crecimiento (en oposición a un tema cerrado y fijo); y que comunicar, razonar y justificar ideas son actos centrales en el trabajo de las matemáticas. Es decir, lo que está en juego no es solo la concepción de equidad o atención a la diversidad, sino las creencias hacia las matemáticas en sí mismas.

Después de esta pequeña introducción, Daniel Ruiz fue directamente a describir las actividades de suelo bajo y techo alto (LTHC). Se trata de una expresión muy empleada por NRICH, quienes se inspiraron para ello en el principio del diseño del lenguaje de programación LOGO de Seymour Papert. Estas actividades persiguen que todo el alumnado:

- Puede (debe) empezar. El *suelo bajo* es un umbral que debe ser matemáticamente accesible para todos. Es decir, todos deben tener los conocimientos matemáticos previos necesarios para comenzar a trabajar en el problema. El umbral variará con la propuesta y los alumnos a la que va dirigida. De hecho, en la web de NRICH veremos ejemplos que tienen un amplio rango de edades.
- Pueden (deben) atascarse. El *techo alto* no tiene en cuenta solo el contenido matemático. Es posible que algunos problemas requieran una comprensión muy básica del contenido matemático para resolver y, sin embargo, sigan siendo extremadamente desafiantes.

Más adelante, Daniel Ruiz profundizaría en esos *debe* entre paréntesis. Tal y como se sintetiza en NRICH, una *actividad LTHC* es aquella en la que todos los alumnos pueden empezar y donde todos pueden llegar a atascarse. Pero, antes de ello, conviene observar que, si el alumnado tiene dificultades para saber por dónde empezar, hay un nivel alto de exigencia inicial que hace que la tarea no pueda ser considerada LTHC. Lo cual no quiere decir que la tarea no sea rica o no tenga valor. De hecho, los retos forman parte de la actividad matemática.

Algunos estudiantes, al comienzo de la universidad, mencionan que las matemáticas les habían resultado muy fáciles hasta ese momento y sufren un choque cultural. Para desarrollar una actitud resiliente, propia de la actividad matemática, es necesario aprender a reconocer estar atascado y elaborar estrategias que permitan salir de ahí. Por esta razón, entre otras, es deseable que todo el alumnado experimente dificultades matemáticas y que el estado de bloqueo sea asumido como una parte importante e indisoluble del proceso de resolución de problemas. El diseño de una tarea de suelo (o umbral) bajo y techo alto ofrece muchas oportunidades de profundización o extensión, de manera que siempre hay problemas que suponen un reto, un desafío. De esta manera, todos se involucran y todos llegan a un punto (que puede ser diferente para cada uno) en el que se atascan y no saben qué hacer exactamente. Y la actividad es la misma para todos.

Son tareas centradas en lo que pueden hacer los estudiantes, más que preocuparse en lo que no saben hacer. Que la actividad sea la misma para todo el alumnado, hace que nadie se sienta limitado. Y son tareas que atienden a la dimensión afectiva de las matemáticas (emociones, actitudes y creencias). Esto es algo que, en ocasiones, se pasa por alto, siendo que hay un cuerpo ingente de investigación sobre dominio afectivo en matemáticas. Daniel Ruiz nos enseñó la adaptación que hace en el grado de Magisterio y en el Máster de Profesorado de ESO de una actividad de del Moral (2014) titulada *¿Cómo te sientes cuando haces matemáticas?*, para mostrar las diferencias afectivas entre estudiantes y entre estudiantes de ambas titulaciones.

La dinámica es muy sencilla, según la presentó el ponente, y se puede realizar en cualquier nivel educativo. Se trata de responder a la pregunta «¿cómo te sientes cuando haces matemáticas?» eligiendo uno de los siguientes adjetivos, o su contrario: precisa, creativa, ordenada, comunicativa, intuitiva, optimista, persistente, meticulosa, influenciable, cómoda, inteligente, metódica, calculadora, segura, confiada, crítica, paciente, reflexiva. Conforme los participantes dicen sus adjetivos, se van colocando *post-its* a modo de gráfico estadístico (figura 1).

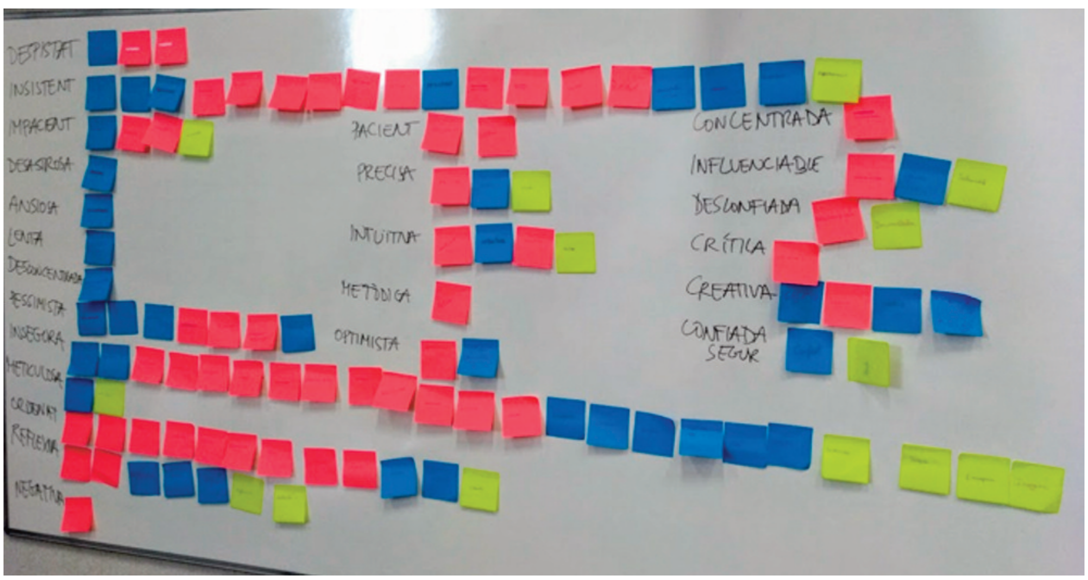


Figura 1: Aspecto de la pizarra con los adjetivos elegidos por los participantes. Fuente: presentación de D. Ruiz

Daniel Ruiz señaló que cuando hizo esta dinámica en Magisterio de Educación Primaria (4.º curso), se contabilizaron 54 adjetivos que podían considerarse positivos y 43 negativos; mientras que en el Máster de Profesorado fueron 27 positivos y 3 negativos. Es algo que invita a reflexionar sobre las creencias hacia las matemáticas en ambas poblaciones.

¿Y cómo hacemos para diseñar actividades competenciales? Esta pregunta da paso a la siguiente parte de la presentación de Daniel Ruiz y, además, fue uno de los aspectos más comentados en las reuniones de los grupos de trabajo. Nos remite, por ejemplo, al artículo de Torra (2014), donde se exponen una serie de indicadores competenciales, a modo de instrumento para la mejora del desarrollo de la competencia matemática (ver bibliografía al final). En cuanto a los recursos, situaciones y materiales, señaló que un buen punto de partida es la pirámide de la educación matemática (figura 2), propuesta por Alsina (2010). Los cimientos, la base fundamental sobre la que se construye el significado deben ser las situaciones cotidianas, la matematización del entorno o las vivencias con el propio cuerpo.

Figura 2. Pirámide de la educación matemática (Alsina, 2010)

A continuación, el ponente mostró un ejemplo de NRICH, *Neighbourly Addition*, que podríamos traducir por algo así como *Suma en el vecindario*. Es una idea aparentemente muy sencilla, pero con gran potencia didáctica:

> Mientras caminaba por la calle esta mañana, ¡observé que todos los números de las casas de mis vecinos eran impares! Al pasar por tres de ellos, los sumé:
>
> 
>
>
> 7 + 9 + 11 = 27.
>
> Más adelante, vi algunos números más grandes y también los sumé:
>
> 15 + 17 + 19 = 51.
>
> ¿Puedes encontrar otros resultados que podríamos obtener sumando los números de las casas de tres números (impares) vecinos?
>
> Una vez que hayas encontrado algunos totales, aquí hay algunas preguntas que le gustaría explorar:
>
> — ¿Hay algo especial en todos los resultados que se obtienen?
> — ¿Existe una forma rápida de calcular el total?
> — ¿Puedes predecir lo que sucedería si caminara por el otro lado de la calle (donde todas las casas tienen números pares)?
> — ¿Existe algún patrón si sumo cuatro números de portal en lugar de solo tres?
> — ¿O cinco números?
> — O...
>
> ¿Puedes explicar y justificar los patrones que has observado?

Como vemos, la actividad tiene un punto de entrada muy asequible. Todo el alumnado sabe hacer sumas de tres números. Sin embargo, la actividad casi no tiene techo y, muestra de ello, es que en NRICH está etiquetada para alumnado de entre 7 y 14 años. Invitamos a los lectores a ir a la *web* de NRICH para ver respuestas dadas por diversos estudiantes.

Otro ejemplo: uso de la calculadora para aprender sobre logaritmos. La actividad, pensada para la primera clase de logaritmos es «¿qué hace está tecla?» (idea de Serapio García). Con las preguntas «¿qué observas?», «¿qué te preguntas?», se ponen en juego diversas propiedades de los logaritmos. Así, cuando un alumno dice «Cuando se pone un número negativo, sale error» esto quiere decir que el logaritmo de un número no está definido para números menores que cero.

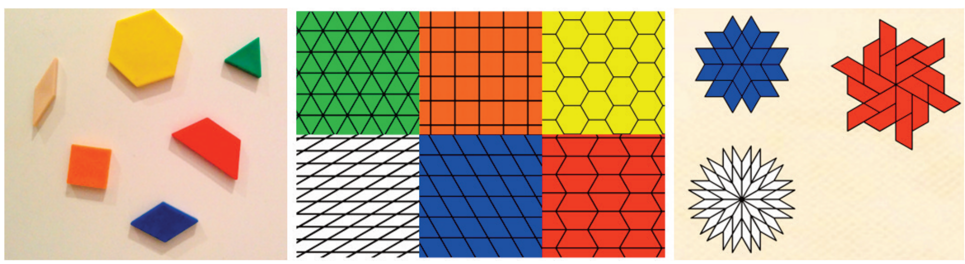
Más ejemplos: los WODB (*Which One Doesn't Belong*), de los que hay muchísimos ejemplos ya preparados en la *web* y que dan lugar a charlas de aula muy ricas en las que todo el alumnado puede decir algo. Y puede llegar a profundizarse mucho. En la figura 3 se muestran los tres WODB de la presentación de Daniel Ruiz. Son muy populares y no se detuvo mucho en explicar la dinámica. Se trata del típico juego de encontrar al intruso, con la salvedad de que siempre se puede encontrar una razón, al menos, para cada uno de los elementos.

Figura 3. Tres ejemplos de WODB

Otro ejemplo:

Vamos a embaldosar

Usando la misma figura de manera repetida, ¿cuáles de las formas de la figura siguiente te permitirían embaldosar el suelo de una sala infinita?, ¿cómo lo harías?



Y, en una segunda fase de la actividad, ¿si pudiéramos usar dos piezas?

Otro ejemplo más sobre simetrías, con el que además ilustró el uso del visor de documentos en directo. La simetría es uno de los conceptos más sorprendentes y complejos en matemáticas, muy subestimado en etapas iniciales, con actividades que resultan triviales, cuando realmente se podrían proponer verdaderos retos, muy adecuados para reflexionar sobre este contenido. Eso sí, la dificultad intrínseca del contenido en cuestión se debe tener en cuenta a la hora de diseñar actividades con suelo bajo y techo alto. ¿Por qué resulta difícil la simetría? Daniel Ruiz cita a M. A. Canals (cuya reciente pérdida lamentamos desde aquí):

> La simetría es la única transformación métrica que no podemos experimentar con el cuerpo: todo el día hacemos translaciones y rotaciones, pero nuestro cuerpo no puede convertirse en su simétrico.

La clave está en emplear materiales y recursos adaptados a esta dificultad, facilitadores, al fin y al cabo. Se puede empezar buscando simetrías en la naturaleza, en la arquitectura, con el propio cuerpo…, pero donde damos un salto esencial es con el espejo (figura 4).

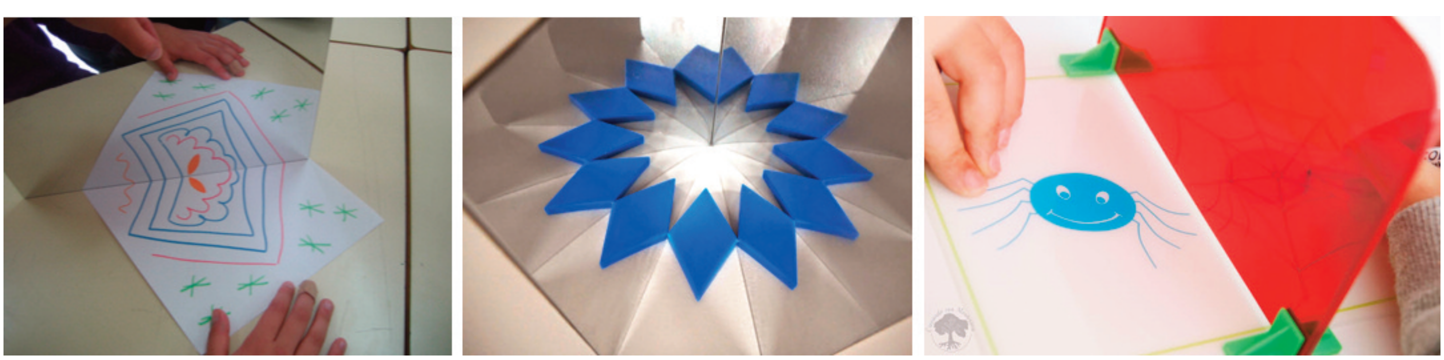


Figura 4. Uso de espejos

Algunas actividades que se pueden realizar con espejos (además de las que se pueden realizar con papel o GeoGebra):

- — Buscar el ángulo de apertura para encontrar cierta figura (figura 4, centro).
- — Conseguir realizar algún patrón específico con *pattern blocks* y la ayuda del espejo.
- — Empleando una lámina de metacrilato, conseguir dibujar la figura en cuestión, que es simétrica (figura 4, derecha).

El último bloque de la presentación de Daniel Ruiz estuvo dedicado a la gestión en el aula de la resolución de problemas. No se trata de hacer muchos problemas en el menor tiempo posible, sino en sacarles partido, compartir estrategias, verbalizar, etc. El ejemplo en cuestión fue el siguiente, planteado en una clase de 2.º de Educación Primaria del CEIP Bartomeu Ordines:

> Fuimos a visitar el Museo de Arte en Palma.
> Si cada niño y cada niña pagó 2 € para comprar el billete de tren, ¿cuántos euros pagamos en total?

Algunos alumnos realizan esto representando los 21 alumnos y las dos monedas de euro de cada uno, para luego, seguramente contar (figura 5, izquierda). Otros hacen algo parecido, pero se ven en la necesidad de poner los nombres individuales de cada alumno, otros directamente escriben que lo que tienen que hacer es contar de dos en dos (figura 5, derecha), otros lo relacionan con la tabla de multiplicar, que van construyendo y extendiendo hasta el 21, etc.

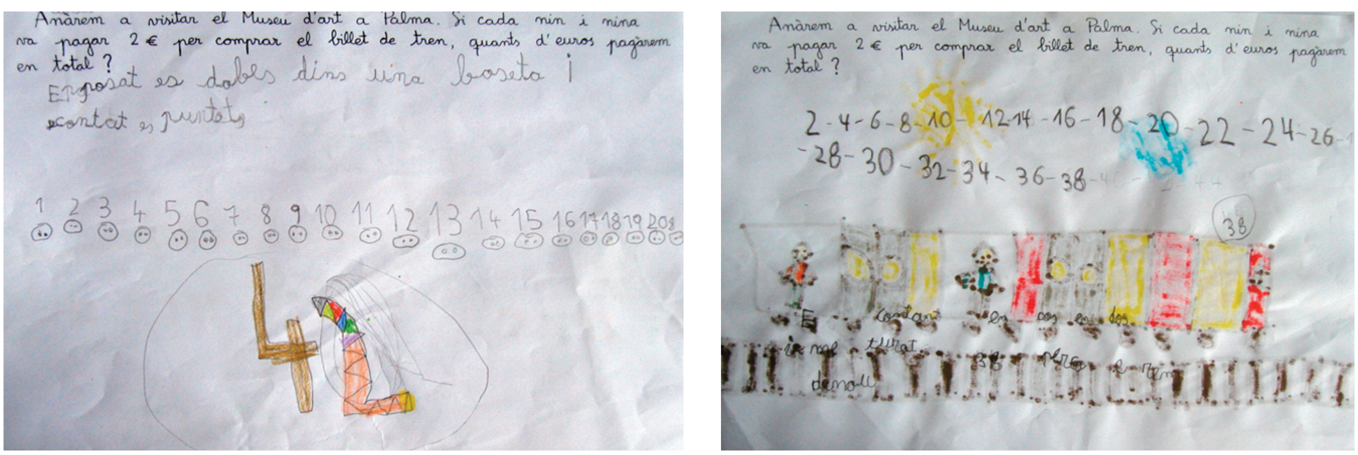


Figura 5. Dos soluciones del problema

Conclusión (parcial)

En la próxima entrega, que ya será la última, compartiremos la esencia de la conferencia *¿Cuándo podemos afirmar que una práctica es inclusiva?*, de Begoña de la Iglesia Mayol y aportaremos algunas reflexiones sobre la inclusión en matemáticas, así como la potencial relevancia del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA).

Referencias bibliográficas

Alsina, À. (2010), «La pirámide de la educación matemática. Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática», *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16, <https://dugi-doc.udg.edu//bitstream/handle/10256/9481/PiramideEducacion.pdf>.

Boaler, J. (2019), *Limitless mind: Learn, lead, and live without barriers*, Harper Collins.

del Moral, S. (2014), «Hola, com ets?», *ARC, CESIRE*, Generalitat de Catalunya, <http://www.sergidelmoral.net/2014/01/23/act-hola-com-ets/>.

National Council of Teachers of Mathematics, (2014), *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*, NCTM, Reston, VA.

NRICH (2013), *Low Threshold High Ceiling - an Introduction*, <https://nrich.maths.org/10345>.