Capítulo 8

Experiencias significativas del Centro de Apoyo Matemático Universidad Santiago de Cali

Andrés Felipe Muñoz Tello*
https://orcid.org/0000-0001-7854-4575
Célimo Alexander Peña Rengifo**
https://orcid.org/0000-0002-9643-0798

Es innegable la importancia que tienen las matemáticas en la formación profesional de muchos de los estudiantes universitarios y el papel de ésta en la comprensión y desarrollo de nuevas tecnologías. Pero, la poca importancia que le hemos prestado al estudiante como individuo sujeto a diferentes niveles y estilos de educación, además de que damos por sentado que el estudiante eligió de manera adecuada su carrera, nos ha llevado, en el caso de la educación en matemáticas, a suponer que todos los estudiantes que inician sus estudios universitarios

* Universidad Santiago de Cali. Cali, Colombia.
✉ andres.munoz00@usc.edu.co

** Universidad Santiago de Cali. Cali, Colombia.
✉ celimo.pena00@usc.edu.co

Cita este capítulo:

Muñoz Tello, A. F. y Peña Rengifo, C. A. (2020). Experiencias significativas del centro de apoyo matemático Universidad Santiago de Cali. En: Marín Altamirano, C. (Ed. científica). *Centros de escritura universitarios: una estrategia para la permanencia estudiantil* (pp. 201-227). Cali, Colombia: Editorial Universidad Santiago de Cali.

tienen los mismos conocimientos y destrezas y son capaces de hacer razonamientos similares. Estas malas suposiciones y por tanto las subsecuentes prácticas pedagógicas han llevado a pobres resultados en las pruebas Saber Pro e internamente a un bajo desempeño en cursos relacionados con competencias en matemáticas. En este capítulo, se expondrán las experiencias y resultados obtenidos en la búsqueda de soluciones al problema anterior, además de realizar algunas reflexiones sobre los resultados obtenidos y de exponer algunos de los errores más frecuentes encontrados en estudiantes del curso de razonamiento cuantitativo de nuestra universidad.

Contextualización

Las matemáticas desempeñan un papel fundamental en el desarrollo de la gran mayoría de carreras universitarias alrededor del mundo, puesto que numerosos profesionales en el mundo en sus investigaciones y trabajos hacen uso del cálculo diferencial e integral, de las ecuaciones diferenciales, de las matrices, la estadística, la teoría de juegos, etc. Sin embargo, la dificultad que posee la mayoría de los estudiantes ante la recepción del conocimiento matemático y pensamiento lógico es preocupante. Los estudiantes que ingresan a las universidades en Colombia tienen falencias de formación en su etapa preuniversitaria (OCDE, 2016). Particularmente, las bases que tienen en el área de matemáticas son muchas veces deficientes y no les permiten afrontar satisfactoriamente los cursos iniciales de educación superior con componentes relacionados a esta área. Pero los profesores universitarios no nos podemos quedar en quejarnos en la mala preparación de los bachilleres y mirar por encima del hombro a los profesores de secundaria, ya que como lo menciona

Restrepo (1975) "(…) los profesores de primaria de secundaria y de universidad enfrentamos problemas pedagógicos comunes, con las debidas diferencias según los niveles" (p. 306). En tal perspectiva, Chevallard (2002) refiere que:

> Es un mundo en el que la legitimidad y la exclusión está más allá del nivel de la disciplina, donde se genera una frontera entre el "mundo inferior" y el "mundo superior", donde cada nivel está referido a una realidad social, de la escuela, de las matemáticas, etc. la cual no es de ninguna manera dada, por el contrario, es una construcción histórica. Cada nivel sirve para determinar la ecología de las organizaciones matemáticas y de las organizaciones didácticas por los puntos de apoyo que ella ofrece y las restricciones que ella impone (p. 50).

También debemos tener en cuenta lo expuesto por Nieto y Olivera (2012) quienes expresan que en Colombia no se cuenta con una política clara de orientación para los estudiantes respecto a la educación posterior y a las oportunidades del mercado laboral. En este sentido en Colombia los estudiantes basan su elección de carrera o labor en fuentes informales, como los parientes o amigos, lo que limita sus posibilidades a las experiencias familiares. Por tanto, como lo menciona la OCDE (2016) "(…) los costos de tomar una decisión equivocada pueden resultar muy altos, financieramente y en cuanto a las posibles aspiraciones incumplidas y frustradas" (p. 242).

El éxito académico de un estudiante en la universidad depende de varios factores: Primero de los internos y propios de cada estudiante, entre los cuales se destacan los componentes de una elección apropiada de carrera, comprensión lectora y decodificación, al igual que su concentración y creatividad. Segundo de los externos para los cuales los docentes o guías deben generar estímulos y crear estrategias para que los estudiantes sientan la necesidad de aprender las matemáticas.

Lo anteriormente descrito es muy importante, pues como sostienen Prieto y Contreras (2008):

> Es conveniente señalar que la mayoría de las prácticas docentes en educación media y superior se han configurado en función de la evaluación privilegiando la reproducción y control del conocimiento de los estudiantes, en desmedro de su producción o construcción y/o desarrollo de sus habilidades cognitivas superiores (p. 247).

Esto es así, porque el saber a enseñar está predeterminado, se expone y explica sin generar una necesidad intelectual genuina en el estudiante. Esto da lugar a criterios evaluativos como juzgar la veracidad o falsedad de las respuestas de los estudiantes (García y Montejo, 2011). Es decir, conduce a dar prioridad a la evaluación centrada en los resultados con respecto a las preguntas con respuestas cerradas, de todo o nada. Esto es contrario al constructivismo radical (Glasersfeld, 1990) y la psicología sociocultural (Bruner, 1996/2000), que se plantean respecto al papel mediador de la cultura y de los agentes educativos en los procesos cognitivos del aprendiz que definen la calidad de su aprendizaje. Estas malas prácticas docentes en educación superior en Colombia generan bajos desempeños. Por ejemplo, en 2014 los resultados de las pruebas Saber Pro muestran una cuota importante de bajo desempeño entre estudiantes en todas las áreas de la evaluación, en particular, razonamiento cuantitativo; el 70% obtuvo una puntuación en el nivel 1 de 3 y sólo un 14% de estudiantes universitarios obtuvieron puntuaciones en el nivel más alto de razonamiento cuantitativo (ICFES, 2014). Esto también hace que, en comparación con sus pares en países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), muy pocos estudiantes en Colombia avancen de pregrado a niveles superiores de estudio.

Aunque no es de nuestro interés particular estudiar de manera amplia el anterior problema. Este es un problema complejo cuyo estudio requiere mucho tiempo y esfuerzo colectivo. En este escrito, sólo quisiéramos indicar algo que frecuentemente se olvida: la enseñanza de la matemática a todos los niveles debe enseñar a pensar a los alumnos, y según lo descrito por Tünnermann (2011) pensar matemáticamente no es saber axiomas y demostraciones ni mucho menos la mecanización de fórmulas, ejercitaciones y estructuras abstractas, independiente de su comprensión. En tal sentido, se puede afirmar que el énfasis en los procesos educativos se sitúa en el lado del aprendizaje. Existe, desde esta perspectiva, una migración de la pregunta por la enseñanza hacia un interrogante fundamental que consiste en cómo lograr que los estudiantes se vinculen con el aprendizaje, lo cual implica una estrecha relación con el saber de las disciplinas, que debe ser integrado a la vida del sujeto. Como mencionan Leal y Zamudio (2019), "El aprendizaje es entonces un proceso contextualizado y activo de construcción de conocimiento más que una adquisición de éste" (p. 4).

Por lo tanto, identificar nuestras fallas metodológicas como maestros, y orientar al estudiante que ignora la utilidad de las matemáticas en el desarrollo de sus carreras, puede abrir nuevos horizontes, lo cual puede beneficiar a los estudiantes con orígenes menos favorecidos y ayudarles a aquellos que están a punto de abandonar a encontrar razones significativas para seguir estudiando. Hay que aprovechar que el aula de clases puede ser considerada como "una entidad social donde los estudiantes interactúan con otros pares y sus profesores para aprender a construir el conocimiento" (Hussain & Ayub, 2012). En este sentido, es importante la constitución de proyectos como el de un laboratorio de matemáticas, en el cual se puedan generar espacios de apoyo, formación y orientación personalizada para identificar estudiantes que presenten dificultades específicas. Además, de ser un lugar donde se puedan estudiar los factores que obstruyen la recepción y apropiación del conocimiento matemático y también ser un sitio del cual el estudiante sea direccionado al área de ayuda correspondiente, de modo que se desarrollen capacidades creativas e innovadoras que permitan al estudiante superar sus deficiencias y posibles frustraciones de manera que cada aporte hecho al individuo tenga un impacto asertivo en su desarrollo social, laboral y científico. Ya que como afirman Delgado y Ospina (2016).

> (...) la sociedad le transmite a la educación superior que enfocarse en el desarrollo de las competencias académicas no resulta suficiente para afrontar los nuevos retos y que es necesario desarrollar "competencias para la vida" así pues, la educación superior, siendo tal vez la institución clave para la producción y reproducción de conocimientos y de experiencias de alto nivel para la sociedad moderna, no puede permanecer inmune a esos intereses (p. 112).

Conformación y desarrollo del Centro de Apoyo Matemático

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente descrito y preocupados por los bajos rendimientos de los estudiantes de nuestra Universidad, en cursos de alto componente matemático, y bajos puntajes presentados por estos en las pruebas Saber Pro

(ICFES, 2014, 2015, 2016), se hizo necesaria de la intervención de los docentes del Área de Matemáticas. Gracias a la colaboración de la Universidad en los tiempos y espacios apropiados, personal docente y administrativo, se pudieron desarrollar metodologías e investigación de necesidades, lo que nos dio la oportunidad de implementar un proyecto piloto con 24 estudiantes de varios grupos, los cuales fueron escogidos por tener el más bajo rendimiento académico cada uno de sus grupos, en el primero de tres cortes del curso de Razonamiento Cuantitativo.

Este proyecto fue desarrollado en colaboración de otros seis docentes del Área de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Básicas y basado en algunas de las estrategias establecidas por Delgado (2009). Se implementaron guías semanales en las cuales se trataron problemas de lectoescritura con énfasis en matemáticas, además de trabajar la transmisión de los nuevos conocimientos adquiridos por cada uno de los estudiantes a través de ejercicios de exposición de las diferentes soluciones que habían encontrado ellos mismos a los problemas propuestos en aquellas guías. Esto con la idea de perseguir el objetivo propuesto por Del Valle y Villa (2008) de convertir al estudiante en el constructor del conocimiento, pasando a ser el protagonista de un aprendizaje significativo (p. 134).

Todo esto se realizó, sin la ambición de encontrar la respuesta definitiva desde el comienzo y mostrando que el error no es el triste final de un ejercicio, sino que es el medio para encontrar una manera propia y satisfactoria de encontrar la solución correcta. A cada docente se le asignó un grupo de máximo ocho personas, en donde el docente debería ser guía y consejero de sus estudiantes durante ese semestre, mostrándoles a su vez la importancia y utilidad de las matemáticas en cada una de sus áreas de estudio y generando en ellos comodidad y tranquilidad a la hora de afrontar problemas relacionados con las matemáticas. Es importante resaltar que el docente acompañante, tenía el deber de acompañar presencialmente a sus estudiantes por lo menos dos horas por semana. A este trabajo docente se le hizo un seguimiento, en el cual se cuantificó y cualificó la asistencia del estudiante, su interés en el proyecto y progreso académico tanto en el Centro de Apoyo Matemático (CAM), como en el grupo de Razonamiento Cuantitativo al cual asistía.

Además, se hizo uso de la plataforma interactiva llamada ALESK, la cual sirvió para que el estudiante reforzara sus conceptos y practicara de manera individual, a partir de ejercicios que tenían en cuenta el nivel de entendimiento y aceptación de nuevos conocimientos, tomando como referencia sus estados iniciales de conocimiento por cada tema definido en la plataforma y cuantificando sus logros en cada momento. Esta plataforma, además de identificar un error, mostraba las correcciones pertinentes a los errores cometidos y al utilizar una base de datos propia, guiaba al estudiante a lecturas que pretendían corregir su error.

La siguiente tabla muestra el informe de progreso de 15 estudiantes a los cuales se les pidió usar la plataforma , además de identificar un error, mostraba las correcciones pertinentes a los errores cometidos y al utilizar una base de datos propia, guiaba al estudiante a lecturas que pretendían corregir su error.

La siguiente tabla muestra el informe de progreso de 15 estudiantes a los cuales se les pidió usar la plataforma ALESK:

Tabla No.9. Informe de progreso de 15 estudiantes a usar ALEKS

Un informe que muestra elprogreso de los estudiantes desde su evaluación inicial hasta sus conocimientos recientes

Clave: Evaluación Inicial Conocimiento Actual

Dominio promedio por estudiante

Número de estudiantes: 15

Promedio de horas dedicados a ALEKS	Dominio Promedio de temas (259 temas)		Números enteros (85 temas)		Fracciones (52 temas)		Decimales (70 temas)		Razones, proporciones y porcentajes (52 temas)	
5.0	121.31	36.7	60.8	66.21	8.82	1.82	9.13	3.71	2.71	5.1

Resumen:

Del 04/10/2016* al 24/11/2016, los 15 estudiantes en este curso trabajaron un promedio de 5.0 horas en ALEKS. El número promedio de temas dominados por estudiante aumentó de 46% (121.3 of 259) a 52% (136.7 of 259).

* Fecha mediana de evaluación inicial.

Fuente: Informe de actividades del Laboratorio de Matemáticas de la Universidad Santiago de Cali (2016).

Un hallazgo incidental de utilizar la plataforma ALEKS, dado que 15 de los 24 estudiantes tenían cuentas de ingreso a la plataforma, fue evidenciar la poca disciplina y trabajo autónomo de los estudiantes de ese proyecto piloto. Esto nos llevó a pensar en que el problema no era solo de raíz matemática, que eran culpa también de las creencias, concepciones y técnicas que tenía el estudiante sobre sus procesos de aprendizaje. Por ejemplo, nos dimos cuenta de que para los estudiantes todo el aprendizaje se debería dar en el aula, pues ellos creían que el trabajo fuera del aula puede ser reemplazado en una siguiente clase por preguntas sobre los problemas que ellos no lograron hacer y el profesor no se resiste a hacerlo, porque implícitamente cree que un buen profesor es aquel que debe dar las explicaciones pedidas. En este sentido, a los estudiantes siempre se les resaltó en cada encuentro con su docente guía, que no deben considerar que su principal responsabilidad solo consiste en asistir a las clases y talleres y llegar a tiempo para escuchar lo que el profesor expone, y copiar lo que escribe en el tablero o retroproyector. Es decir, que no se sumerjan en actividades en las que su papel es pasivo, de receptores acríticos.

Por otra parte, los resultados de utilizar la plataforma ALEKS, nos hizo pensar sobre que, al utilizar las TIC, se requiere que el profesor no solo tenga apropiación del concepto sino también del software. Resaltando que la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), en la práctica pedagógica del profesor requiere de diferentes elementos entre ellos: capacitación, tiempo, exploración, etc., sin perder o ignorar la importancia de los contenidos matemáticos. Tal como lo argumentan Arancibia y Badia (2015), "La investigación educativa, así como reconoce el rol fundamental de los profesores en la renovación educacional, también plantea la importancia de su papel en la incorporación curricular de tecnologías" (p. 63).

El piloto del primer semestre de 2016 terminó con evaluaciones, las cuales resumían todo el curso de razonamiento cuantitativo impartido en nuestra Universidad, además de algunas lecturas adicionales de análisis y comprensión lectora. Todo lo anterior nos da pie para mostrar los resultados obtenidos por los estudiantes del curso de razonamiento cuantitativo y a los cuales se les hizo partícipes de este proyecto.

En la siguiente tabla, se muestran estos resultados, los cuales fueron obtenidos del proyecto piloto el cual después se nombró CAM, el cual quedó anexo como un servicio que presta el Laboratorio de Matemáticas de nuestra Universidad, mostrando la utilidad y necesidad de tener este tipo de espacios.

Tabla No. 10. Porcentaje y nota final de estudiantes que asistieron al CAM.

Estudiante	% Asistencia al CAM	Nota final
1	50	1.8
2	75	2.5
3	87.5	**3.0**
4	12.5	**4.5**
5	25	1.7
6	87.5	**3**
7	87.5	**3.9**
8	12.5	2
9	50	**3.2**
10	87.5	**4.0**
11	50	2.1

12	87.5	**3.5**
13	100	2.4
14	62.5	2.6
15	37.5	2
16	71.4	1.7
17	42.85	1.2
18	42.85	2
19	87.5	**3.8**
20	100	1.3
21	100	**3**
22	12.5	1.7
23	37.5	2.7
24	100	**3**

Fuente: Informe de actividades del Laboratorio de Matemáticas de la Universidad Santiago de Cali (2016)

En la tabla anterior, se muestran las calificaciones finales y porcentaje de asistencia al CAM de 24 estudiantes, los cuales fueron escogidos por tener el peor rendimiento académico, en el primero de tres cortes del curso de razonamiento cuantitativo. Tomando en cuenta que las calificaciones están definidas dentro el intervalo 0 a 5 y que un curso se aprueba a partir de 3.0, se puede concluir que: En el segundo semestre de 2016 aproximadamente el 41.7% de los 24 estudiantes que asistieron al CAM lograron aprobar el curso de razonamiento cuantitativo. Más aún, al repetir este piloto en el primer semestre del año 2017, con un grupo nuevo de estudiantes, aproximadamente 61.1% de los 54 estudiantes que participaron, aprobaron el curso de razonamiento cuantitativo.

Lo anterior, nos lleva a reflexionar que el desarrollo y utilización de competencias, nos obliga a ir más allá de nuestras creencias y concepciones sobre cómo debemos trasmitir el conocimiento matemático y a la vez superar las creencias y concepciones del sujeto al cual se le va a transmitir el conocimiento. Pero, si tenemos en cuenta a Bohórquez (2014) sobre que "las creencias no necesitan ser demostradas, ya que se establecen como verdaderas en el momento que son asumidas por el sujeto, mientras que las concepciones están relacionadas con esquemas y/o estructuras mentales del sujeto" (p. 4), entonces las concepciones de los profesores que enseñan matemáticas constituyen, sin añadir más, un tema interesante, puesto que estas influyen en la práctica pedagógica del profesor y por ende en el proceso de aprendizaje del estudiante, ya que la postura expuesta en Polya (1954) de que resolver problemas es "hacer matemática", no es suficiente para adquirir y utilizar competencias.

Este documento, no tiene como objetivo ahondar en cómo las concepciones y creencias de los transmisores de un conocimiento pueden generar posibles malas interpretaciones o vacíos en el receptor, que es algo que puede estar sucediendo incluso en este escrito. Pero en relación con lo anterior, por lo menos debemos tener en cuenta a Contreras y Carrillo (1998) los cuales consideran que una cierta concepción del profesor sobre la matemática o la educación matemática puede determinar los errores de aprendizaje y los obstáculos epistemológicos a los que se enfrentan sus alumnos, y orientar una determinada opción de selección de los contenidos, así como la búsqueda de situaciones didácticas.

En este contexto y en el caso particular de las matemáticas, existen situaciones en las cuales los profesores utilizan formas distintas de transmitir un conocimiento nuevo a un estudiante, muchas de las cuales surgen de la disyuntiva entre hacer y saber hacer. Estas concepciones, producen choques entre la estructura matemática formal y técnicas pedagógicas que buscan la solución de problemas.

Un ejemplo que demuestra el choque entre las concepciones expuestas en el anterior párrafo, se genera cuando se requiere encontrar la solución de la ecuación $x^2 - a = 0$ para un número real positivo . En efecto, el profesor puede decidir por dar solución al anterior problema tomando a "$x = \pm\sqrt{a}$", ya que $(\pm\sqrt{a})^2 = a$. Pero, aunque sea una forma útil y rápida para dar solución al problema al mismo tiempo crea errores conceptuales al estudiante, como generar la creencia de que la raíz cuadrada de un número positivo tiene como resultado valores positivos y negativos al tiempo o que el estudiante piense que $\sqrt{x^2} = x$. Entonces lleva a errores en el aprendizaje del estudiante.

Errores evidenciados en cursos de matemática básica

El estudio de errores en el aprendizaje ha sido una cuestión de permanente interés. Rico (1998) considera a Weiner como el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de errores en el año de 1922 y sostiene que este en sus investigaciones "trató de establecer patrones de errores que explicasen las equivocaciones individuales en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares" (p. 77). Sin embargo, ya Sócrates afirmaba que todos podemos errar en el camino de la búsqueda de la verdad, y que es a través de la crítica racional y la autocrítica como podemos examinar y corregir esos errores.

Por su parte Socas (1997) implanta que el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solo la consecuencia de una falta específica de conocimientos o una distracción. Desde el modelo conductista se establece que la mente del individuo no es una hoja en blanco, pues el alumno tiene un saber anterior (concepciones y creencias), y estos pueden ayudar al nuevo conocimiento, pero a veces son un obstáculo en la formación de este. En este sentido Popper (1963) escribe:

> Debemos comprender que podemos errar, y que con frecuencia erramos... Pero que la idea misma del error y la falibilidad humana suponen otra idea, la de la verdad objetiva, el patrón al que podemos no lograr ajustarnos. Si respetamos la verdad, debemos aspirar a ella examinando personalmente nuestros errores: mediante la infatigable crítica racional y mediante la autocrítica (p. 16).

Sin pretensiones de definir los rangos de falibilidad presente en cursos de matemática básica ni mucho menos ser los determinadores de las fuentes últimas del conocimiento. En este escrito, haremos un pequeño análisis de los errores que se evidencian con más frecuencia y los separaremos en dos grandes grupos, para luego hacer una relación entre ellos.

Errores en aritmética. Los errores en aritmética son el primer tropiezo de los estudiantes al ingresar a los cursos de matemáticas en educación superior, si bien en este punto es más sencillo evidenciar los equívocos de estos, son también dichos equívocos los más difíciles de corregir. Muchas veces el estudiante o el docente no dedica el tiempo ni los recursos necesarios para hacer una labor de introspección que conlleve a la reestructuración de aquellos conceptos previos erróneamente constituidos, provocando el estancamiento en los temas del curso o aún peor de no ser evidenciados o tratados adecuadamente por el docente conducirá a que el estudiante continúe acarreando estas dificultades impidiéndole avanzar.

Los errores en el campo de la aritmética generalmente tienen su origen en la tergiversación de conceptos matemáticos y su aplicación. Mulhern (1989) logra la caracterización de cinco situaciones habitualmente presentes en el aula que dan cuenta de los errores comunes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática:

* Los errores surgen en la clase generalmente de manera espontánea y sorprenden al profesor.

* Son persistentes, particulares de cada individuo y difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno.

* Predominan los errores sistemáticos "revelan los procesos mentales que han llevado al estudiante a una comprensión equivocada, en general, son resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la matemática, reconocibles o no reconocibles por el profesor" con respecto a los errores por azar u ocasionales.

* Los estudiantes en el momento no toman conciencia del error.

* Algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el estudiante de la información que da el profesor. Los estudiantes recrean o inventan su propio método con base en el método descrito por el profesor.

Una situación de suma importancia y que se presenta recurrentemente en la enseñanza de temas de aritmética y que es mencionada por Mulhern (1989) es la reorganización del conocimiento del estudiante. Esto requiere de mucho tiempo y esfuerzo porque aun cuando se le señale el error al estudiante, la reestructuración de dicho error requiere de unos procesos de significación puesto que no es suficiente señalar dónde falló y cómo se desarrolla correctamente.

Errores en álgebra. Es por demás frecuente que las dificultades para la solución de expresiones algebraicas aparezcan como motivo de dos situaciones, la primera de ellas es el déficit de comprensión de los conceptos de la aritmética y cómo aplicar estos conceptos en una nueva estructura matemática en este caso la algebraica. Al respecto de esto, Kieran y Filloy (1989) manifiestan que: "El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones" (p. 229).

El segundo inconveniente viene dado por la concepción del significado de variable, el cual tiene un alto grado de dificultad para ser asimilado por gran parte de los estudiantes, debido a que en los cursos de matemáticas para la educación superior se da por hecho que el estudiante conoce y sabe cómo se utiliza. Los errores suelen ser considerados por parte del docente como falta de estudio o desatención, cuando en realidad indican una fuerte carencia de comprensión

La noción de comprensión juega un papel importante en el aprendizaje de los conceptos- definiciones algebraicas, es decir, para que un estudiante obtenga un alto nivel de comprensión es necesario que pueda usar los procesos de matematizar (pensar y razonar, argumentar y justificar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas y representar) en las diferentes prácticas operativas y discursivas a las que este se enfrenta.

El lenguaje algebraico es uno de los culpables de la presencia de los errores, pues hay palabras usadas en cierto contexto que pueden ocasionar confusión de conceptos y que probablemente, cuando se emplean connotaciones del lenguaje diario, tienden a enredar por la falta de comprensión de los contextos. De esto, Booth (1988) describe que los errores de este tipo cometidos por los estudiantes se deben a:

* La naturaleza y el significado de los símbolos y las letras. Los símbolos son un recurso que permite denotar y manipular abstracciones. El reconocer el significado de los símbolos hará comprender cómo operar con éstos y se podrán interpretar los resultados, con lo cual se podrá trasladar el conocimiento que se adquirió en aritmética hacia el álgebra.

* El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra. La mayoría de los estudiantes suponen que en el álgebra solo se les pide una única solución y además que ésta tiene que ser numérica.

* El uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos. Los errores se deben al uso incorrecto de fórmulas o reglas, las cuales las adaptan erróneamente a una nueva situación.

Transición de la aritmética al algebra. La importancia que tiene lograr la comprensión en la generalización que desempeña la letra como variable, es una tarea difícil para muchos estudiantes, lo que se observa a través de los numerosos errores (conceptuales, procedimentales y estructurales) que cometen los estudiantes. Estos errores han sido plasmados en diferentes investigaciones y documentos curriculares de amplia difusión internacional como por ejemplo, Küchemann (1978); Bardini et al. (2005), Trigueros y Ursini (2006), entre otros. Los errores en mención, se originan en los distintos estadios que se dan en los sistemas de representación, todo ello, lo podemos diferenciar en las etapas siguientes:

* Dificultades del álgebra que tienen su origen en la aritmética.
* Errores procedimentales: relativos al mal uso de la propiedad distributiva, relativo al uso de recíprocos, errores de cancelación.
* Dificultades debidas a la naturaleza del lenguaje algebraico dentro del contexto de las poblaciones en diversidad lingüística y étnica.
* Dificultades en el proceso de generalización.

Estas dificultades, llevan a los estudiantes a cometer dos tipos de errores: Aritmético, donde subyacen errores de manejo de signos de agrupación, jerarquía de operaciones, confusión en la aplicabilidad de ley de signos respecto a la suma y la multiplicación. Algebraico, dado por el concepto, manejo de variable y generalización de la aritmética. Ambos tipos comparten "poca comprensión de lectura".

En las tablas que se presentan a continuación, se plasman algunos de los errores aritméticos y algebraicos más frecuentes, cometidos por los estudiantes del curso de razonamiento cuantitativo de nuestra universidad.

Tabla No.11. Errores en aritmética

Problema propuesto en aritmética	Respuesta del estudiante(tendencia)
Realice la siguiente operación: 4(5+(-7))+(4-2(3))	La tendencia en la respuesta es 6, 11, 10, aquí el estudiante comete errores en ley de signos, tiende a aplicar la ley de signos respecto a la multiplicación cuando lo correcto sería aplicar ley de signos respecto a la suma, un punto a resaltar es que el estudiante piensa en que es una suma, pero lo realiza como un producto, la jerarquía de operaciones tiene un manejo inadecuado.
Realice la siguiente operación: 3/2-(-6)/5	La tendencia en las respuestas es 3/10. El estudiante tiende a confundir el signo de la operación a realizar con el signo de los números a operar.
Una excavadora hace un túnel de 100m de profundidad, un trabajador de la obra se encuentra a mitad del túnel, desciende 10 m y luego asciendo 40m, ¿a qué profundidad se encuentra?	La tendencia en la respuesta es 30m. Aquí, el estudiante se enfrenta a la dificultad de comprensión lectora, los conceptos que simbolizan una operación aritmética no están muy bien definidos
Calcule: -10 -15	La tendencia en la respuesta es 25. Aquí, se planea el problema de que el estudiante tiene en su imaginación conceptos y plantea el ejercicio, pero no lo hace acorde a lo que piensa: él sabe que es una resta, pero a la hora de dar la respuesta invierte las leyes de los signos.

Fuente: Elaboración propia

Tabla No.12. Errores en álgebra

Problema propuesto en expresión Algebraica	Respuesta del estudiante (tendencia)
Simplifique: $3+23(S-4)$	La tendencia en la respuesta es 26(S-4). Uno de los inconvenientes más evidentes y frecuentes que está íntimamente ligado al manejo de signos de agrupación es la jerarquía de operaciones, esto pueden ser un gran problema para el estudiante promedio de los cursos de razonamiento cuantitativo, debido a que el estudiante pasa por alto que las operaciones básicas tienen una jerarquía la cual define el orden de abordaje del problema
Simplifique: $3xy + 4yz$	La tendencia en la respuesta es 7xyz. Aquí interviene las dificultades con respecto al concepto de variable, poca comprensión de los términos que comprenden una expresión algebraica
Simplifique: $\frac{Ax+By}{x+y}$	La tendencia en la respuesta es A+B. Los errores son cometidos por falta de conocimiento respecto a las normas que se debe cumplir para la cancelación de variables
Simplifique: $\frac{2x+2xy+2x}{2x+2y}$	La tendencia en la respuesta es 2xy. Este caso es similar al anterior, ya implica cancelación de los términos de la expresión y no se comprende que es imposible tratar de cancelar términos separados por signos (suma o resta)

Calcule: $2(X+3)$	La tendencia en la respuesta es 2X + 3. La distribución es una de las propiedades que al estudiante le cuesta un poco manejar
Dos trabajadores realizan una casa en 6 días, ¿cuánto tardaran 4 trabajadores en construir la casa si trabajan al mismo ritmo?	La tendencia en la respuesta es 12. Estos inconvenientes son de más habituales, pues el estudiante tiene poco manejo de la proporción inversa y tiende a denotar todo ejercicio de este tipo como una proporción directa, añadiendo un poco comprensión de los resultados.

Fuente: Elaboración propia

La anterior serie de errores lleva a concluir que una vez reconocidos esta u otra serie de errores o dificultades presentes en los estudiantes es necesario que el docente o guía haga una revisión autocrítica en aras de ver cómo se imparten los cursos de matemática básica, puesto que los estudiantes, debido a su paso por una educación media de componente matemático precario, llegan con conceptualizaciones que deben ser reestructuradas.

Por tanto, los cursos básicos en matemáticas en nuestra Universidad, más que cursos de aprendizaje deben ir enfocados a la reorganización de conceptos. Esto, teniendo en cuenta, que el error ha dejado de ser algo a penalizar para convertirse en una fuente valiosa de información y en una señal de hacia dónde se debe reorientar el proceso de enseñanza aprendizaje. El error es también, un recurso de motivación, una oportunidad para que el alumno argumente, discuta y reorganice sus conocimientos, para lograr una mejor comprensión y una mayor familiaridad con el razonamiento lógico y matemático. Eso sí, como lo expresan Hussain & Ayub (2012), buscando siempre facilitar a los estudiantes oportunidades para que tengan la posibilidad de construir sus propios juicios e interpretaciones de las situaciones sobre la base de su conocimiento previo, que está mediado por la experiencia.

Referencias bibliográficas

Arancibia, M., y Badia, A. (2015) Concepciones de profesores de secundaria sobre enseñar y aprender historia con TIC. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 17(2):62-76.

Bardini, C., Radford, L., & Sabena, C. (2005). Struggling with variables, parameters, and indeterminate objects or how to go insane in mathematics. In H. Chick, and J. Vicent, (Eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, II, 129-136. Design and Print Centre, University of Melbourne.

Bohórquez, L. (2014). Las creencias y las concepciones de los profesores de matemáticas y sus cambios. Artículo 1611. Memorias del congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, innovación y educación.

Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties in Beginning Algebra. In A. F. Coxford (Ed.), *The Ideas of Algebra*, (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bruner, J. (1979). The Growth of Representational Processes in Childhood. Conferencia presentada en el 18 Congreso

Internacional de Psicología, Moscú, 1966. También en Anglin, J. M. (ed.): Beyond the Information Given. Nueva York: Norton, 1979. Versión en castellano de Antonio Maldonado. El Desarrollo de los procesos de representación, en: Jerome Bruner. *Acción, Pensamiento y Lenguaje*. Compilación de J. Linaza. Madrid: Alianza ED. Versión consultada, 1995.

Bruner, J. (2000). *La educación puerta de la cultura*. Madrid: Visor.

Castrillón, A. y Muñoz-Tello A. (2016). *Informe de actividades del Laboratorio de Matemáticas Universidad Santiago de Cali*. Cali: Universidad Santiago de Cali.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Ecologie & régulation, Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques. Corps, Août 2001. Grenoble: *La Pensée Sauvage*, pp. 41-56.

Contreras, L., y Carrillo, J. (1998). Diversas concepciones sobre resolución de problemas en el aula. *Educación matemática*, 10(1), 26-37.

Delgado, C. (2009). "Construir Conocimiento Matemático para Incluir en la Educación Superior: Una experiencia con estudiantes indígenas y afrodescendientes en la Universidad del Valle". *Revista Magisterio*, 39, 62-67.

Del Valle, A., y Villa, N. (2008). Visión crítica sobre el aprendizaje basado en problemas: ventajas y dificultades. En Alicia Escribano y Ángela del Valle (Coords.). *El aprendizaje basado en problemas: una propuesta metodológica en Educación Superior*, (pp. 134-149) Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones.

García, G. y Montejo, J. (2011). Las relaciones entre evaluación y el orden social en la clase de matemáticas: un estudio en la clase de álgebra. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2(2), 128-138.

Glasersfeld, E. von (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. In: R. B. Davis, C. A. Maher & N. Noddings (ed.) Monographs of the J. for Research in Mathematics Education, #4, (pp. 19–29). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Hussain, N. & Ayub, N. (2012). Learning styles of students and teaching styles of teachers in business education: A case study of Pakistan. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 69, 1737-1740.

ICFES (2015), "Información de la prueba SABER PRO", página web del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación, www.icfes.gov.co/index.php/instituciones-educativas/saber-pro/informacion-de-la-prueba-saber-pro#.

ICFES (2014), "Resultados de la prueba SABER PRO 2014", página web del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación, www.icfes.gov.co/resultados/saber-pro-resultados-individuales/resultados-agregados-saber-pro-2014

Kieran, C., y Filloy, E. (1989). El Aprendizaje del Álgebra Escolar desde una Perspectiva Psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.

Küchemann, D. (1978). Children understands of numericalK variables. *Mathematics in school*, 7(4), 23-26.

Leal, A., y Zamudio, G. (2019). *El constructivismo como modelo pedagógico en la Universidad Santiago de Cali*. Cali: Editorial Universidad Santiago de Cali.

Mulhern, G. (1989). Between the ears: Making inferences about internal processes. Greer B. & Mulhern G. (Eds.) *New Directions in Mathematics Education*. Routledge.

Nieto, S., y Olivera M. (2012), "Making reform happen in Colombia: The process of regional transfer reform", OECD Development Centre Working Papers, No. 309, OECD Publishing.

OCDE (2016). *Revisión de políticas nacionales de educación: La educación en Colombia*. OECD Publishing.

Polya, G. (1954). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Popper, K. (1963). *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. Londres: Routledge.

Prieto, M., y Contreras, G. (2008). Las concepciones que orientan las prácticas evaluativas de los profesores: un problema a develar. *Estudios pedagógicos*, 34(2), 245-262. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052008000200015

Restrepo, G. (1975). Marco conceptual para el desarrollo de las matemáticas en Colombia. *Boletín de Matemáticas*, IX (4-6), 298-309.

Rico, L. (1998). Errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Kilpatrick J., Gómez P. y Rico L. (Editores) *Educación Matemática*. 89-108.

Socas, M. (1997). "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria". En RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, (pp. 125-154). Barcelona: Ed. Horsori.

Trigueros, M., y Ursini, S. (2006). ¿Mejora la comprensión del concepto variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Revista Matemática Educativa*, 18(3), 5-38.

Tünnermann, C. (2011). "La educación superior frente a los desafíos contemporáneos". *Pensamiento Universitario*, 22, 95-109.