

基于四元数的工业机器人逆运动学避障求解

董贵荣^{1,2*}, 张富强¹, 侯丕鸿¹, 韩志星¹, 刘电子³, 周世生^{1,2}

(1.西安理工大学 印刷包装与数字媒体学院, 西安 710048; 2.西安理工大学 陕西省绿色智能印刷包装协同创新中心, 西安 710048; 3.东英吉利大学 机械工程学院, 诺里奇 NR47TJ)

摘要 随着人工智能技术的发展, 工业机器人大量应用于夹取、搬运等工作场景, 但由于逆运动学求解复杂, 位姿多重解等问题存在, 导致机器人鲁棒性差, 限制其工业应用范围。为了简化工业机器人逆运动学的求解过程, 同时实现复杂障碍物场景下对机器人位姿的精确控制, 本研究使用四元数进行机器人位姿解算, 并提出一种结合避障模块的改进粒子群 (F-PSO) 算法。通过与模拟退火算法 (SA)、遗传算法 (GA) 在不同目标位姿下的对比实验分析, 证明F-PSO算法表现更为优越, 在收敛精度上较传统算法高36.41%以上; 在收敛速度上较传统算法快83.82%以上。实验结果表明, 本研究提出的F-PSO算法不仅能够精确控制机器人的位姿, 而且有效地提高了工作效率, 实现了复杂障碍物场景下机器人夹取过程的优化。

关键词 夹取机器人; 逆运动学求解; 四元数; 粒子群算法; 避障模块

中图分类号 TP242

文献标识码 A

文章编号 2095-9540(2022)03-49-08

DOI 10.19370/j.cnki.cn10-1304/ts.2022.03.006

Inverse Kinematics Obstacle Avoidance Solution for Industrial Robot Based on Quaternion

DONG Gui-rong^{1,2*}, ZHANG Fu-qiang¹, HOU Pi-hong¹, HAN Zhi-xing¹, LIU Dian-zi³, ZHOU Shi-sheng^{1,2}

(1. Faculty of Printing, Packaging and Digital Media Technology, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Shaanxi Collaborative Innovation Center of Green Intelligent Printing and Packaging, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. School of Mechanical Engineering, University of East Anglia, Norwich NR47TJ, England)

Abstract With the development of artificial intelligence technology, industrial robots are widely used in work scenarios such as gripping and handling. However, due to the complex inverse kinematics solution and the existence of multiple solutions for poses, the robot has poor robustness and its industrial application range is limited. To simplify the solving process of inverse kinematics of industrial robot and realize the accurate control of robot pose in complex obstacle scene, quaternion was used to solve the robot pose, and an improved particle swarm optimization algorithm (F-PSO) was proposed combined with obstacle avoidance module in this paper. Through the comparative

收稿日期: 2022-04-17 修回日期: 2022-05-10 *为通讯作者

本文引用格式: 董贵荣, 张富强, 侯丕鸿, 等. 基于四元数的工业机器人逆运动学避障求解[J]. 数字印刷, 2022, (3): 49-56.

experimental analysis with the simulated annealing algorithm (SA) and the genetic algorithm (GA) under different target poses, it was proved that the F-PSO algorithm performed better, and the convergence accuracy was more than 36.41% higher than that of the traditional algorithm. The F-PSO algorithm was more than 83.82% faster than the traditional algorithm. The experimental results showed that the F-PSO algorithm proposed in this paper can not only precisely control the pose of the robot, but also effectively improve the work efficiency and realize the optimization of the robot gripping process in the complex obstacle scene.

Key words Gripper robot; Inverse kinematics solution; Quaternion; Particle swarm algorithm; Obstacle avoidance module

0 引言

随着机器人技术的快速发展,工业机器人成为各大企业关注的热点。尤其是对于印刷行业这种典型的离散型制造业来说,简单但繁重的人工生产一直占据着企业生产最大的份额,效率慢、耗费高,因此引入工业机器人逐渐取代传统的人工生产刻不容缓^[1]。

工业机器人一般都是6关节机器人,在实际生产应用时一直受限于其运动学求解复杂的问题。除其计算过程的复杂之外,机器人逆运动学还存在工作域范围内位姿多重解的情况。这些都限制了工业机器人在实际生产中的具体应用。Rasit Köker^[2]采用神经网络和遗传算法(GA)相结合的方法来求解六关节机器人的逆运动学问题,误差能达到微米级;Isiah Zaplana^[3]结合共形几何代数提出了一种闭合形式的机器人逆运动学求解方法。这些方法在不同程度上都对逆运动学求解进行了改进,但仍然存在求解耗时较长,万向节死锁的问题。吉阳珍等^[4]提出一种改进的鲸鱼算法进行逆运动学求解,结果表明改进的优化算法稳定性更好、精度更高,但存在求解不成功的情况。张虎等^[5]针对冗余机器人的逆运动学求解,提出一种更优的改进步长果蝇算法,但该算法收敛速度较慢。

为了解决机器人在复杂障碍物场景下逆运动学求解复杂、不能对末端位姿进行精确控制的问题,本研究针对KUKA KR10机器人的逆运动学求解过程,提出了一种结合四元数位姿解算的改进粒子群避障算法。首先建立机器人的D-H参数

表和机器人正运动学模型,使用四元数代替常规的旋转矩阵和欧拉角去解算机器人在运动过程中的姿态。最后结合避障模块,采用改进粒子群算法进行逆运动学最优求解。通过与GA和模拟退火算法(SA)对比,证实了该算法具有较高的收敛速度和收敛精度。同时通过对工作域内的不同位置进行仿真分析,验证了该算法的有效性及其准确性。

1 基于四元数位姿解算的机器人正运动学模型建立

建立机器人运动学模型的前提是确定相邻连杆之间的位置关系。根据KUKA KR10机器人D-H参数表,可推导出该机器人运动学模型。6关节工业机器人的运动学分为正、逆运动学两个过程。正运动学是由6个关节角度计算出末端执行器位置与姿态的过程,而逆运动学是根据机器人的末端执行器位置与姿态来反向求解出各个关节的角度。

1.1 位姿解算的四元数法

四元数法又称四参数法,是除欧拉角和旋转矩阵之外的第三种姿态解算方式。从本质上讲,四元数是复数的拓展,由一个实数与三个虚数组成,可由式(1)表示。

$$Q = a + bi + cj + dk \text{ 或 } Q = t + \vec{v} \quad (1)$$

式(1)中, a 是四元数的实部, b 、 c 、 d 为实数; i 、 j 、 k 为三个复数元素,并满足 $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$; \vec{v} 表示 b 、 c 、 d 的矢量形式。

单位四元数由式(2)表示。

$$\|Q\| = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1 \quad (2)$$

在三维空间内，采用四元数可轻易地表达出刚体的运动过程。以KUKA KR10机器人为例，当刚体绕着自身的Z轴旋转 θ_i 角，并沿着Z轴平移 α_i 的距离，则可用四元数及其对偶形式表示，如式(3)所示。

$$Q_i^Z(\theta_i, \alpha_i) = Z_i + \frac{\varepsilon S_i Z_i}{2} \quad (3)$$

式(3)中， $Z_i = \cos \frac{\theta_i}{2} + \sin \frac{\theta_i}{2} k$ ； $S_i = \alpha_i k$ ； ε 为对偶单位。

四元数既可以表示刚体的运动过程，也能针对三维旋转进行表示。相对于求解欧拉角方程中的大量三角运算、旋转矩阵中9个元素的微分运算，四元数只需要求解4个微分方程，计算量小。同时在表示机器人三维旋转和姿态时，四元数解决了欧拉角的方向节死锁问题，计算精度高^[6]。由于四元数在姿态的表示上跟旋转矩阵和欧拉角是等价的，三者还可通过相应的数学运算进行无信息损失的转换^[7]。由旋转矩阵转换成四元数的运算方法如下：

假设旋转矩阵 $R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$ ，则

$Q(R) = a + bi + cj + dk$ 中 a 、 b 、 c 、 d 可得到式(4)。

$$a = \frac{\sqrt{\text{tr}(R) + 1}}{2}, b = \frac{r_{32} - r_{23}}{4a}, c = \frac{r_{13} - r_{31}}{4a}, d = \frac{r_{21} - r_{12}}{4a} \quad (4)$$

式(4)中， $\text{tr}(R)$ 为 R 矩阵的迹。

由四元数转换所得到的旋转矩阵如式(5)所示。

$$R(Q) = \begin{bmatrix} 1 - 2c^2 - 2d^2 & 2bc - 2ad & 2bd - 2ac \\ 2bc + 2ad & 1 - 2b^2 - 2d^2 & 2cd - 2ab \\ 2bd - 2ac & 2cd + 2ab & 1 - 2b^2 - 2c^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 正向运动学建模

本研究主要以KUKA KR10机器人为研究对象，图1a为KUKA KR10的机器人实物图，图1b为该机器人在Solidworks2020仿真软件中的三维立体图。根据其D-H参数表（见表1）以及其D-H坐标系（如图2），进行由基座坐标系到末端执行器的转换。



图1 KUKA KR10机器人
Fig.1 KUKA KR10 robot

表1 KUKA KR10机器人D-H参数
Tab.1 KUKA KR10 robot D-H parameter

连杆 <i>i</i>	a_{i-1} (mm)	α_{i-1} (°)	d_i (mm)	θ_i (°)	关节范围(°)
1	150	90	450	θ_1	-170~170
2	610	180	0	θ_2	-185~65
3	20	-90	0	θ_3	-137~163
4	0	90	660	θ_4	-185~185
5	0	-90	0	θ_5	-120~120
6	0	0	80	θ_6	-350~350

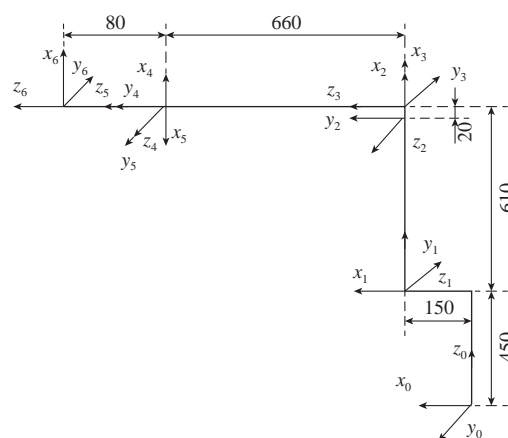


图2 KUKA KR10机器人D-H坐标系
Fig.2 KUKA KR10 robot D-H coordinate system

KUKA KR10机器人各个连杆坐标系之间的变换矩阵，如式(6)所示。

$${}^{i-1}_i T = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & \alpha_{i-1} \\ \sin\theta_i \cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} d_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中， α_{i-1} 为坐标轴 z_{i-1} 与坐标轴 z_i 的夹角； α_{i-1} 为坐标轴 z_{i-1} 与坐标轴 z_i 沿着坐标轴 x_i 的有向距离； d_i 为坐标轴 x_{i-1} 与坐标轴 x_i 沿着坐标轴 z_{i-1} 的有向距离； θ_i 为坐标轴 x_{i-1} 与坐标轴 x_i 的夹角。由式(1)以及矩阵的连乘

法即可求出, 由基座坐标系 T_0 到末端执行器坐标系 T_6 的转换矩阵, 如式(7)所示。

$${}^0_6T = {}^0_1T_1 {}^1_2T_2 {}^2_3T_3 {}^3_4T_4 {}^4_5T_5 {}^5_6T_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中, R 为 3×3 的矩阵, 代表着末端执行器相对于基座坐标系的姿态矩阵; P 为 3×1 的矩阵, 代表着末端执行器相对于基座坐标系的位置矩阵, 用式(5)即可将姿态矩阵转换为四元数信息。

上述就是针对KUKA KR10机器人的正运动学模型。若已知各个连杆的角度, 便可通过转换矩阵求出位姿矩阵, 经过四元数转换就可得出机器人的位姿信息。

2 基于粒子群算法的机器人避障求解逆运动学模型建立

2.1 粒子群算法模型

为了解决机器人逆运动学求解复杂的问题, 本研究采用粒子群算法作为算法主体。粒子群算法是人们受到大自然中鸟类觅食的启发而提出的一种群智能优化算法^[8]。粒子群算法按照鸟类捕食协同信息共享原则, 用粒子群来简化代替鸟群, 用粒子的速度和位置代替鸟类的觅食状态, 用函数的最小值代替鸟类的食物, 算法流程如图3所示, 迭代过程如图4所示。该算法搜索速度较快, 超参数较少, 结构简单, 易于在工程中实现应用。

2.2 避障算法模型及场景建模

在实际生产应用时, 机器人工位周围存在着许多其他物体, 这些物体在机器人运动过程中都可视为障碍物。目前市面上大部分机器人避障功能不完善, 遇到障碍物时并不能像人类一样进行躲避或者停止, 这在实际应用中可能会造成十分严重的后果^[9]。

为了解决上述问题, 本研究设计避障算法, 从而实现机器人运动过程中的有效避障, 算法流程如

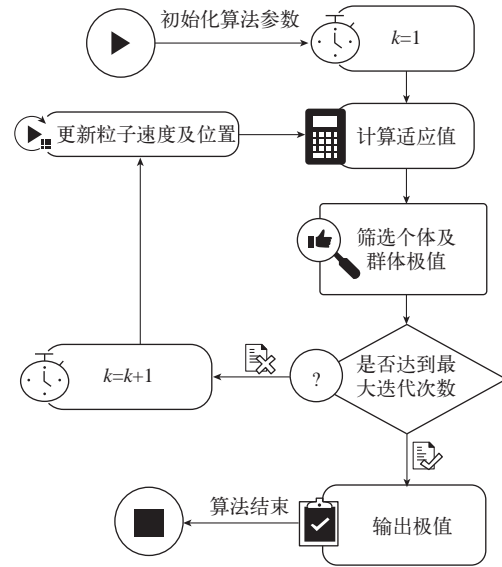


图3 PSO流程图
Fig.3 PSO flow chart

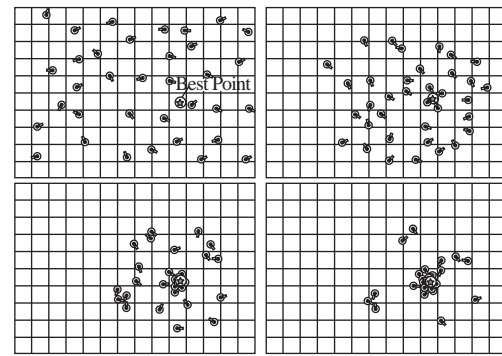


图4 迭代示意图
Fig.4 Iteration diagram

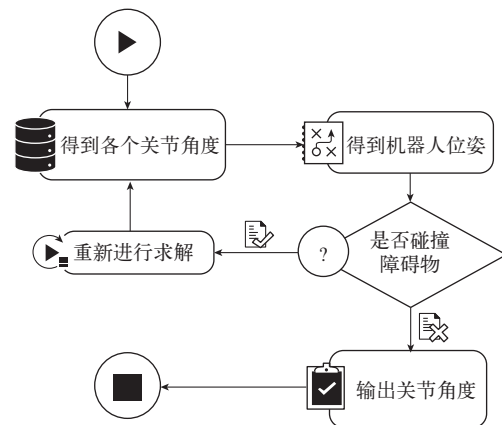


图5 KUKA KR10机器人避障模型
Fig.5 KUKA KR10 robot obstacle avoidance model

图5所示。在得到关节角度后, 通过仿真判断该关节角度下的机器人是否与障碍物的模型产生重合。若重合, 则重新运行求解程序, 优化关节角度, 否则直接输出该位姿下的关节角度作为最优解。

根据前文建立的避障模型，在Matlab R2020b中进行建模，首先根据表1的D-H参数表，借助Robotic Toolbox工具箱建立机器人模型，之后根据障碍物的坐标建立障碍物的3D模型，最终得到如图6所示的KUKA KR10避障模型。

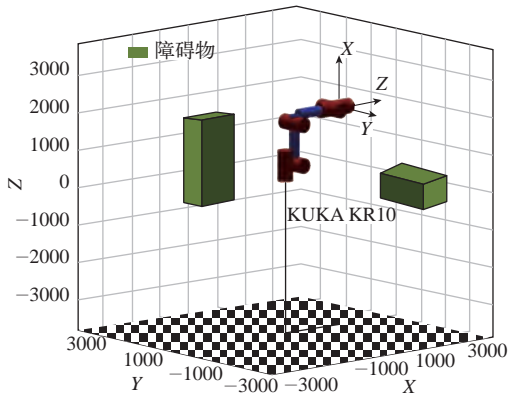


图6 避障场景仿真建模图
Fig.6 Simulation modeling diagram of obstacle avoidance scene

2.3 改进粒子群逆运动学求解算法

相较于正运动学的矩阵连乘操作，传统的逆运动学求解是由已知的末端执行器的位置以及姿态信

息求出各个关节的角度，这个过程中要经过多次的矩阵求逆、转置等复杂变换操作，导致其困难又复杂^[10]；同时，在实际的生产应用中，大多数机器人在其工作空间内存在很多的障碍物，机器人在运动过程中的避障也成为其应用的一大限制。针对以上问题，本研究提出了改进粒子群（F-PSO）算法逆运动学避障求解模型，如图7所示。

F-PSO算法在原有的粒子群算法上进行了如下改进：

1) 采用四元数进行位姿解算

四元数在机器人三维旋转以及位姿结算中表现优异，不仅能解决万向节锁的问题，还能在位置信息不损失的情况下提高计算效率。F-PSO算法是从传统的PSO算法出发，对机器人的逆运动学求解过程进行优化时引入四元数。

首先结合相对坐标系信息，通过式(6)得到位姿矩阵信息，然后经过式(4)转换为四元数表示的位姿信息。将目标的位姿信息与每次迭代后位姿信息的欧氏范数当作适应度函数，把机器人6关节的角度作

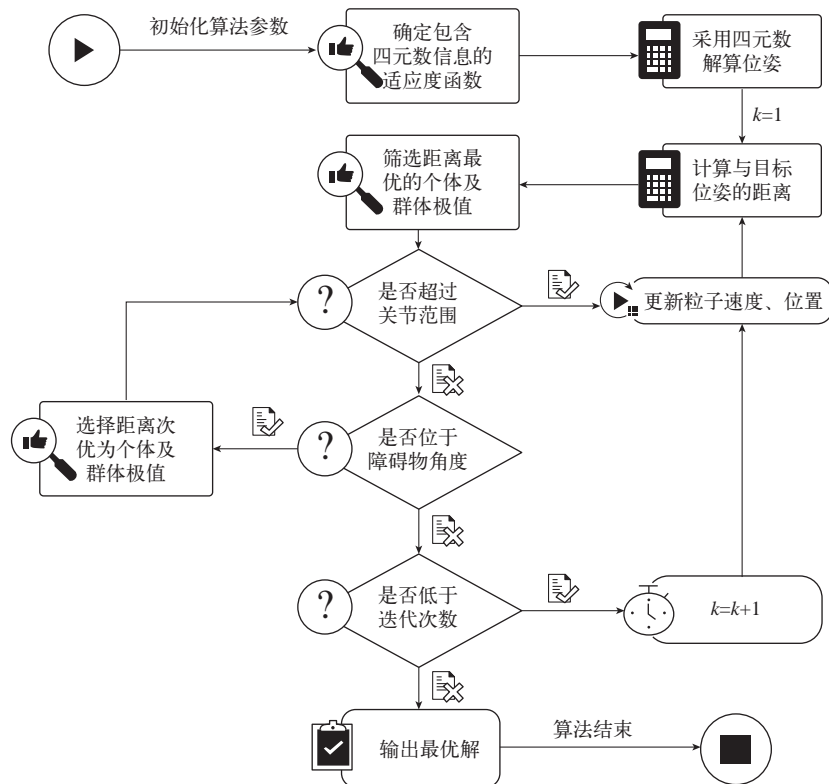


图7 F-PSO算法流程图
Fig.7 F-PSO algorithm flow chart

为算法迭代得到的解, 然后进行一定次数的迭代, 求出最优解。适应度函数公式如式(8)所示。

$$\min \|(Q_{\text{get}}, P_{\text{get}}) - (Q_{\text{target}}, P_{\text{target}})\| \quad (8)$$

式(8)中, Q_{get} 、 Q_{target} 为优化前后得到的四元数信息, 也可由 θ_i 进行得到; $P_{\text{get}}=g(\theta_i)$; i 取1~6, 为迭代求出的6个关节角度; P_{target} 为目标位姿信息。

2) 引入避障算法模块

F-PSO算法内针对图7的复杂场景搭建出一个避障模块。算法先在三维空间内确定障碍物与机器人本体的相对位置关系, 然后在机器人关节的对应下将障碍物的位置转换为机器人6关节的限制角度, 即障碍物角度。同时依据该限制角度, 在每次迭代得到6关节角度的群体最优解时, 进行判断, 若在障碍物角度内, 则舍去群体最优, 将群体次优充当群体极值, 并判断是否超出关节范围, 是否位于障碍物角度内。按照这种方式不断寻找, 直至寻找到一个符合条件的关节角度。此时的关节角度就为此次迭代的群体最优解, 循环迭代, 直到达到最大迭代次数, 算法结束, 最终获得最优关节角度值。

3 实验仿真

为了验证上述算法的有效性, 本研究进行算法模拟仿真。以KUKA KR10机器人为研究对象, 以Python3.0为算法运行环境, 针对工作空间存在诸多障碍物的夹取机器人应用场景, 在机器人工作区间内依照小、中、大的顺序选取三组末端执行器的位置与姿态作为目标位姿, 三组目标位姿分别如下:

目标位姿1为[600, 210, 500, 0, 0.9316, 0, -0.3666]; 目标位姿2为[250, 200, 450, 0.1781, 0.5638, -0.2039, 0.9668]; 目标位姿3为[850, -300, 700, 0.4401, 0.1470, 0.4445, 0.6161]。

针对三种目标位姿, 分别采用SA算法、GA算法和本研究提出的F-PSO算法进行迭代。其中F-PSO算法中的主要参数设定如下: 自我学习因子 $C_1=1.5$, 群体学习因子 $C_2=1.5$, 惯性因子 $w=0.2$ 和迭代次数400次。SA算法的主要参数设定如下: 退火起始温度

100℃, 终止温度 10^{-6} ℃, 退火速率0.99。GA算法的主要参数设定如下: 变异概率0.005, 轮盘赌选择, 迭代次数400次。迭代完成后对SA算法、GA算法以及F-PSO算法的收敛精度、收敛速度进行对比分析。

3.1 收敛精度分析

1) 位置误差

机器人的位置误差指的是机器人末端执行器的坐标与指定坐标的偏离量。表2是三种算法在三个目标位姿下分别运行20次后取最小误差的结果。

根据表2可看出, 在不同的目标位姿下, F-PSO算法迭代完成后的位置误差最小能达到0.42mm的误差, 比同等条件下SA算法的平均位置误差要低43.56%, 比GA算法要低39.82%。

2) 姿态误差

姿态误差就是机器人在当前空间中的姿势与指定姿势的偏离量。根据表2可看出, 由F-PSO算法求的关节角度在姿态误差上表现最好, 能将误差控制在0.4以内, 比常规算法低30%以上。

表2 不同目标位姿算法误差

Tab.2 Algorithm error of different target pose

位姿	算法	位置误差 (mm)	姿态误差
目标位姿1	SA	0.64	0.25
	GA	0.53	0.23
	F-PSO	0.42	0.11
目标位姿2	SA	0.98	0.68
	GA	0.86	0.49
	F-PSO	0.42	0.37
目标位姿3	SA	0.79	0.83
	GA	0.87	0.48
	F-PSO	0.52	0.36

图8为三种算法经过迭代后的总体误差对比图。从图8可以直观看出, 本研究提出的F-PSO算法在位置误差和姿态误差上表现都十分优异, 在不同目标位姿都能将总体误差限制在1.3以内, 在相同的迭代次数下比SA算法的总体误差小47.24%, 比GA算法误差小36.41%。从收敛精度结果看出, 在针对采取四元数表示位姿的逆运动学求解场景, F-PSO算法较SA算法、GA算法在收敛精度上有很大的优势。

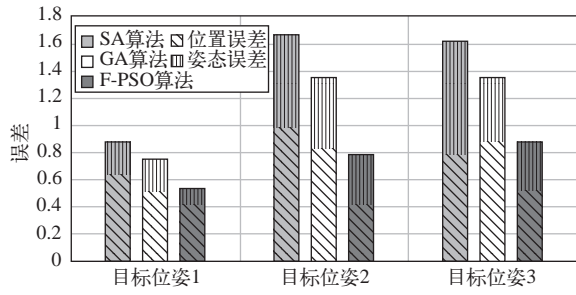


图8 三种算法总体误差对比图
Fig.8 Comparison diagram of overall error of three algorithms

3.2 收敛速度分析

图9为最优解的收敛过程对比图。从图9可直观看出F-PSO算法在进行迭代时很快就寻找到最优值。表3为三种算法的具体收敛次数。从表3中可清楚看出在三种不同的目标位姿下，F-PSO算法最多进行12次迭代就能实现收敛，收敛速度较SA算法快85.89%，较GA算法快83.82%。从收敛速度结果看出，在针对采取四元数表示位姿的逆运动学求解场景，F-PSO算法的收敛速度较SA算法和GA算法快很多。

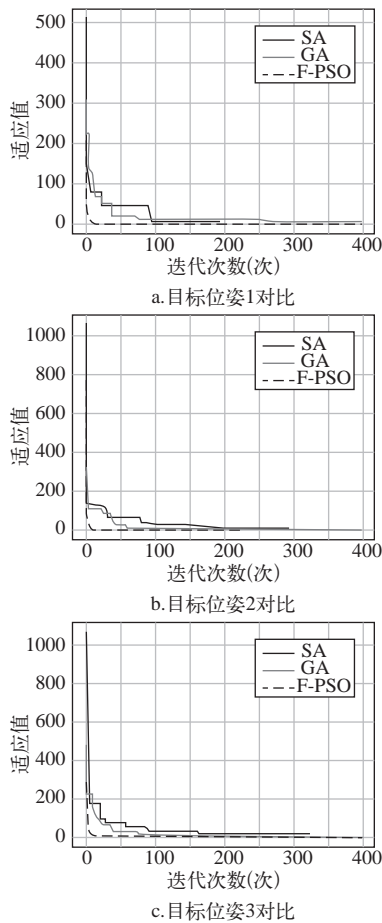


图9 三种算法的收敛对比图
Fig.9 Comparison of convergence of three algorithms

表3 不同目标位姿下算法收敛次数对比
Tab.3 Comparison of convergence times of algorithm under different target positions and postures

位姿	达到收敛的次数(次)		
	SA算法	GA算法	F-PSO算法
目标位姿1	89	75	12
目标位姿2	78	55	9
目标位姿3	69	76	11
平均收敛次数 (次)	78	68	11

4 结论

本研究针对机器人逆运动学位姿多重解的问题，采用四元数进行机器人的姿态解算，并结合避障算法对粒子群算法进行优化改进，提出了结合四元数以及避障模块的F-PSO算法。通过机器人仿真实验对算法性能进行测试，仿真结果表明：在不同的目标位姿下，本研究提出的F-PSO算法在逆运动学求解的问题上表现优异，在收敛精度上较GA算法高36.41%，较SA算法高47.24%；在收敛速度上较GA算法快83.82%，比SA算法快85.89%，验证了该算法有效性与准确性。

针对于采用四元数进行姿态结算的逆运动学避障求解场景下，F-PSO算法不仅能够实现对机器人抓取位姿时的精确控制，还能提高机器人在实际生产的效率。但是本研究提出的F-PSO算法并未避免多次迭代时，粒子群算法本身易于陷入局部最优解的问题。在未来的研究中，可通过对算法中的某些参数进行改进，如粒子的移动速度或惯性因子取值，从而避免出现局部最优，提高算法的稳定性。

参考文献

[1] 胡喜雷, 张长青, 于航, 等. 工业机器人运动学研究进展[J]. 林业和草原机械, 2021, 2(3): 9-15.
HU Xi-lei, ZHANG Chang-qing, YU Hang, et al. Research Progress of Industrial Robot Kinematics [J]. Forestry and Grassland Machinery, 2021, 2(3): 9-15.

[2] 吉阳珍, 侯力, 罗岚, 等. 基于组合优化算法的6R机器人逆运动学求解 [J]. 中国机械工程, 2021, 32(10):

- 1222-1232.
- JI Yang-zhen, HUO Li, LUO Lan, et al. Solution of Inverse Kinematics for 6R Robot Based on Combinatorial Optimization Algorithm [J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(10): 1222-1232.
- [3] 张虎, 吕丽平. 基于改进长果蝇算法的冗余机器人逆运动学求解 [J]. 机械设计与研究, 2021, 37(3): 74-77.
- ZHANG Hu, LV Li-ping. Improved Step Fruit Fly Optimization Algorithm for Solving Inverse Kinematics Problem of Redundant Robot [J]. Machine Design and Research, 2021, 37(3): 74-77.
- [4] RASIT Köker. A Genetic Algorithm Approach to a Neural-Network-Based Inverse Kinematics Solution of Robotic Manipulators Based on Error Minimization [J]. Information Sciences, 2013, 222: 528-543.
- [5] ISIAH Z, HUGO H. Closed-form Solutions for the Inverse Kinematics of Serial Robots Using Conformal Geometric Algebra [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 173: 104835.
- [6] 李宏胜, 汪允鹤, 黄家才, 等. 工业机器人倍四元数轨迹规划算法的研究 [J]. 中国机械工程, 2016, 27(20): 2711-2716.
- LI Hong-sheng, WANG Yun-he, HUANG Jia-cai, et al. Research on Trajectory Planning of Industrial Robots with Double Quaternion [J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(20): 2711-2716.
- [7] 倪振松, 廖启征, 吴莘馨. 基于四元数矩阵与Groebner基的6R机器人运动学逆解算法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2013, 53(5): 683-687.
- NI Zhen-song, LIAO Qi-zheng, WU Xin-xin. General 6R Robot Inverse Solution Algorithm Based on a Quaternion Matrix and a Groebner Base [J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2013, 53(5): 683-687.
- [8] 刘洋. 基于多目标粒子群算法的机器人逆运动学求解方法[J]. 现代计算机, 2020, (10): 13-17.
- LIU Yang. Inverse Kinematics Solution of Robot Manipulators Based on Multi-Objective Particle Swarm Optimization [J]. Modern Computer, 2020, (10): 13-17.
- [9] 朱志伟, 李和平. 基于MATLAB的KUKA焊接机器人轨迹规划与运动学仿真[J]. 机床与液压, 2019, 47(21): 64-69.
- ZHU Zhi-wei, LI He-ping. Trajectory Planning and Kinematics Simulation of KUKA Welding Robot Based on MATLAB [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2019, 47(21): 64-69.
- [10] 张立博, 李宇鹏, 朱德明, 等. 基于遗传算法的护理机器人逆运动学求解方法研究[J/OL]. 北京航空航天大学学报, 2021-03-16.
- ZHANG Li-bo, LI Yu-peng, ZHU De-ming, et al. Research on Solving Method of Inverse Kinematics of Nursing Robot Based on Genetic Algorithm [J/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021-03-16.

主要作者



董贵荣(1983年-), 博士, 副教授, 硕士生导师; 主要研究方向为智能制造和生物3D打印。

DONG Gui-rong, born in 1983. She got the doctor degree and now is an associate professor. She is a master instructor. Her main research interests are intelligent manufacturing and bio-3D printing.