

Universidad de Costa Rica
Facultad de Educación

Escuela de Formación Docente
Departamento de Secundaria

Memoria de Seminario de Graduación para optar por el grado de
Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática

**Evaluación del logro de habilidades en el área de
Estadística y Probabilidad de octavo año de la
educación secundaria en Costa Rica**

Participantes del Seminario

Duarte Corrales Lizeth Dayan, A82179

Guillén Jiménez Andrea Marcela, A82874

Ramírez Campos Keibel, 935254

Ureña Alpízar Jason de Jesús, A86502

Vargas Gamboa José David, A96524

Octubre 2015

Hoja de aprobación del Tribunal

M.Ed. Yesenia Oviedo Vargas

Directora

M.Ed. Ana Victoria Fonseca Rodríguez

Lectora

Dra. Annia Espeleta Sibaja

Lectora

M.Ed. Wilfredo Gonzaga Martínez

Lector Externo

M.Ed. Claudio Vargas Fallas

Director a.i. Escuela de Formación Docente

AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien me permitió lograr este sueño y me inspiró en todo momento.

A mi familia, quienes me brindaron su apoyo e impulsaron a seguir adelante.

A mi novio, quien me motivó y apoyó en todo momento.

A mis amigos, compañeros y profesores, quienes estuvieron a mi lado en este proceso siendo guía y colaborando en la profesional que soy hoy día.

Lizeth Dayan Duarte Corrales

Agradezco a Dios y a la Virgencita por haberme permitido llegar a cumplir esta meta, a mis padres, hermanos, hermana y mi novio que me apoyaron en cada momento, a mi gorda que siempre estuvo ahí conmigo en todo este proceso. A la profesora Anita, profesora Annia y amigos que estuvieron pendientes de mí y del trabajo que se estaba desarrollando. Y a mis compañeros y compañera de este seminario que siempre nos mantuvimos unidos y que logramos llegar hasta el final.

Andrea Marcela Guillén Jiménez

A Dios Todopoderoso; por permitirme alcanzar este logro.

A mi esposa, Ileana; por su constante motivación y apoyo.

A mi hijo Elías; siempre observó mi esfuerzo y lo compartió.

A mi hijo Pablo; guerrero de la vida y ejemplo de lucha constante.

A mis compañeros y profesores; por toda su comprensión.

Keibel Ramírez Campos

En primer lugar debo agradecer a Dios porque día a día me demuestra que está conmigo, luego a mis padres y hermana que en todo momento me han apoyado y conforman uno de los pilares más fuertes en mi vida. A mis compañeras y compañeros de trabajo, ha sido una gran experiencia desarrollar este trabajo con tanto talento alrededor. Y a los profesores y amigos que siempre se preocuparon por mí o por mi trabajo.

Jason de Jesús Ureña Alpízar

A Dios por permitirnos finalizar este proceso de buena manera.
A mi mamá por todo el apoyo a lo largo de mis estudios y de este trabajo, sin ella no hubiera sido posible.
A mis compañeros por toda su dedicación y por su comprensión, por hacer de este trabajo una experiencia increíble.
A los profesores por su guía en el proceso.
A mis amigos por motivarme y alentarme siempre.

José David Vargas Gamboa

Resumen

En este trabajo de investigación se hace un estudio de las principales características de los actuales Programas de Estudio de Matemáticas en lo que respecta a metodología y malla curricular en el nivel octavo año, para el área de Estadística y Probabilidad.

Ante el cambio en el enfoque metodológico en comparación con el anterior Programa de Estudios, se presenta la necesidad de determinar cómo evaluar el logro de habilidades matemáticas específicas en dicha área, en octavo año de la educación general básica de Costa Rica. Mediante el método de investigación cualitativa denominado hermenéutico-dialéctico, se hace una indagación teórica, se llevan a cabo observaciones de lección a un docente de matemática y se entrevistan expertos afines al tema de investigación, para recopilar insumos y crear una propuesta que permita evaluar dicho logro.

Se ejemplifica cómo utilizar criterios e indicadores de logro para cada una de las habilidades matemáticas del área Estadística y Probabilidad en octavo año, por medio de situaciones de aprendizaje que pueden o no integrar habilidades específicas. Además, se ofrece una hoja de cálculo que permite ponderar de acuerdo con las particularidades de la lección, el peso porcentual de cada una de las habilidades matemáticas desarrolladas en el proceso de enseñanza y aprendizaje durante el trimestre, para dar una calificación al estudiante.

Se espera con este aporte ofrecer una opción para que el docente de matemática ajuste la estrategia de evaluación a su realidad de aula, y pueda así contar con una mejor evaluación del logro de cada uno de sus estudiantes, en las diferentes habilidades desarrolladas, en beneficio directo del estudiante.

Palabras clave: Evaluación de los Aprendizajes, habilidades Matemáticas, resolución de problemas, criterios e indicadores, estadística y probabilidad.

Tabla de contenido

Índice de tablas y figuras	xii
Listado de siglas	xiii
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1. Antecedentes	4
1.1.1. Programas de Estudio de Matemáticas del año 2005 y 2012	5
1.2. Justificación y problema	14
1.2.1. Habilidades matemáticas referidas a Estadística y Probabilidad, en los Programas de Estudio de Matemáticas 2012.....	14
1.2.2. La resolución de problemas como enfoque curricular en los Programas de Estudio de Matemáticas del 2012	19
1.2.3. La evaluación de los aprendizajes según el Programa de Estudios de Matemáticas del 2012	22
1.2.4. Problema de investigación	26
1.3. Preguntas de investigación	28
Capítulo 2. Marco de referencia	29
2.1. Estado del Arte.....	29
2.2. Habilidades Matemáticas	35
2.2.1. Habilidades específicas y generales en los Programas de estudio de Matemáticas 2012	38
2.3. Resolución de Problemas en la Enseñanza de la Matemática.....	43
2.3.1. Características de un problema matemático.....	44
2.3.2. Resolución de problemas como estrategia metodológica en la Enseñanza de la Matemática	47

2.3.3.	Proceso de Resolución de Problemas en Matemática	53
2.3.4.	Tipos de problemas y niveles de dificultad	58
2.3.5.	Algunos aspectos a considerar por el docente ante la resolución de problemas	60
2.4.	Evaluación de los Aprendizajes	63
2.4.1.	Tipos de evaluación.....	70
2.4.2.	Criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes	71
2.4.3.	Técnicas de evaluación de los aprendizajes	74
2.4.4.	Evaluación de los aprendizajes en matemática.....	80
2.4.5.	El papel del docente en la evaluación del aprendizaje	86
2.5.	Estadística y Probabilidad.....	88
Capítulo 3.	Marco metodológico.....	93
3.1.	Enfoque de la investigación	93
3.2.	Método de investigación	95
3.3.	Técnicas de recolección de información	97
3.4.	Fuentes de información	102
3.5.	Etapas de la investigación	102
3.5.1.	Indagación teórica	102
3.5.2.	Observaciones.....	103
3.5.3.	Elaboración y aplicación de las entrevistas	104
3.5.4.	Transcripción y análisis de la información obtenida de las entrevistas y de las observaciones	104

3.5.5. Diseño de criterios e indicadores de evaluación de los aprendizajes.	105
3.6. Análisis de la información.....	105
3.7. Delimitaciones y limitaciones	107
3.8. Proyecciones.....	108
Capítulo 4. Análisis de Resultados	109
4.1 Habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad en el actual Programa de Estudios.....	110
4.1.1 Propósito de la Enseñanza de Estadística y Probabilidad.	111
4.1.2 Habilidades matemáticas.....	112
4.1.3 Enseñanza de Estadística y Probabilidad.....	114
4.2 Resolución de problemas en la educación costarricense.....	115
4.2.1 Estrategias para resolver problemas	115
4.2.2 Organización de la lección por parte del docente	117
4.2.3 Nivel de dificultad de los problemas.....	118
4.2.4 Actividades matemáticas propuestas al estudiante	120
4.2.5 Papel del docente en la mediación pedagógica.....	121
4.3 La evaluación de los aprendizajes	123
4.3.1 La evaluación de los aprendizajes como proceso.....	123
4.3.2 Estrategias de evaluación.....	127
4.4. Evaluación de los aprendizajes y la estrategia metodológica en los programas de estudios de matemática	132
4.4.1. Capacitaciones brindadas por el MEP	133

4.4.2. Limitantes que acontecen en la práctica educativa	135
4.4.3. Consideraciones para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes 137	
4.4.4. Cambio en la evaluación de los aprendizajes	138
Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones	141
Conclusiones	141
Recomendaciones	143
Bibliografía	145
Anexos	157
Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación secundaria en Costa Rica	191

Índice de tablas y figuras

Tabla 1. Distribución de Unidades por nivel. Matemática III Ciclo	5
Tabla 2. Conocimientos y habilidades específicas del área de Estadística y Probabilidad de Octavo Año	39
Tabla 3. Pasos en la Resolución de Problemas	54
Tabla 4. Categorías de análisis	109
Tabla 5. Objetivos y contenidos de aprendizaje para octavo y noveno año en la Unidad de Estadística, según el Programa de Estudios de Matemáticas del 2005	157
Figura 1. Funciones de la evaluación	65
Figura 2. Pilares de la investigación	97
Figura 3. Modelo para la elaboración de Cuadros	165
Figura 4. Cantidad de hermanos de cada estudiantes del kínder Estrellita en 2014	168
Figura 5. Nacimientos inscritos según provincia de residencia de la madre 2008. Costa Rica	170
Figura 6. Bonos familiares de vivienda entregados por FOSUVI, según sexo de beneficiado, 2000-2008. Costa Rica	171
Figura 7. Región Metropolitana de San José: factores más importantes para tener éxito económico en la vida	172
Figura 8. Número de nacidos dentro del matrimonio 2000-2009	173
Figura 9. Representación de puntos muestrales	178

Listado de siglas

AE:	Experto en Evaluación de los Aprendizajes
MEP:	Ministerio de Educación Pública
OCDE:	Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos
EE:	Experto en Estadística y Probabilidad
PM:	Profesor de Matemática

Capítulo 1. Introducción

La enseñanza de la matemática en Costa Rica, para los estudiantes¹ de primaria y secundaria, se encuentra en un proceso de cambio. El 21 de mayo de 2012, el Consejo Superior de Educación aprobó nuevos programas de estudio en matemática para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado.

El Ministerio de Educación Pública (MEP) ha implementado gradualmente dichos programas a partir del año 2013, por medio de planes de transición que enlazan los programas anteriores con los actuales, capacitaciones y cursos bimodales (presenciales y virtuales), para lograr su instauración completa en el año 2016.

Uno de los principales beneficios que pretenden proporcionar los actuales programas de estudio es

proponer a la juventud de Costa Rica una preparación matemática que le permita abordar con inteligencia, pertinencia, responsabilidad y éxito los retos que enfrenta en el escenario actual, creando medios para potenciar una sociedad más culta, más inclusiva y más democrática. (MEP, 2012, p.21)

Con el afán de ofrecer esta preparación, se toma como enfoque principal de estos programas de estudio “el cultivo de resolución de problemas en contextos reales” (MEP, 2012, p.21). Oviedo y Méndez (como se citó en MEP, 2012), destacan que “la resolución de problemas ha sido planteada en Costa Rica desde hace más de 20 años, pero no con la intensidad y perspectiva que se requiere. En las aulas

¹ En esta investigación se empleará el uso del masculino gramatical de forma inclusiva para referirse a colectivos que agrupen hombres y mujeres, o a personas cuyo sexo se desconozca. Lo anterior, para atender las recomendaciones de la Real Academia Española, en el artículo *Sexismo lingüístico y visibilidad de la mujer*.

costarricenses no se ha incorporado” (p.90). Esto evidencia la necesidad de llevar a cabo con novedad, cambios significativos en la práctica educativa, para que ahora los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas específicas en cinco áreas matemáticas (Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad) a lo largo de los cuatro ciclos educativos.

Uno de los cambios más notables en los Programas de Estudio de Matemáticas del año 2012, en relación con los del 2005, es la incorporación de los conceptos competencia y habilidad matemática. De esta forma, ya no son objetivos los que determinan el proceso de aprendizaje de los estudiantes a través de la asimilación de un conjunto de contenidos matemáticos.

Desde hace varias décadas se ha dado un notable desarrollo curricular en el mundo que ha ido progresivamente abandonando ese enfoque por contenidos. Una vía que busca romper con esos esquemas es la perspectiva de la competencia. La idea de fondo ha sido la de colocar como el propósito más general de la generación de capacidades en plazos diversos su conexión con la vida social. En esta perspectiva los aprendizajes de contenidos se ven en función de esas capacidades. (MEP, 2012, p.22)

Así, los nuevos programas de estudio de matemáticas dan un paso en la búsqueda de la formación de ciudadanos que no solo conozcan las matemáticas y las conozcan bien, sino que sean matemáticamente competentes. El proponer problemas contextualizados constituye un factor determinante en la adquisición de nuevas capacidades, acordes con la exigencia global de desempeño.

Otra de las novedades presentes en estos programas de estudio es la amalgama tanto entre relaciones y el álgebra, como entre la estadística y la probabilidad; con esto se estrecha el nexo entre estas áreas, y se imprime cierto compromiso en su

trabajo en paralelo. La implementación del área Estadística y Probabilidad en los cuatro ciclos educativos es un llamado de atención hacia la necesidad de trabajo en este sentido y constituye un aspecto novedoso con respecto a los programas anteriores, en los cuales solo se abarcaba estadística en el III ciclo y no se incluía el estudio de las probabilidades.

Los cambios en la metodología de trabajo y en el abordaje de los tópicos de estudio (por medio del logro de habilidades generales y específicas) hacen necesario reestructurar la idea del “logro de habilidades” en las cinco áreas matemáticas, así como modificar el planteamiento de estrategias de aula y de evaluación de los aprendizajes. La formación de ciudadanos matemáticamente competentes y la nueva experiencia en el ámbito de la estadística, además de la puesta en práctica del currículo en el área de las probabilidades en primaria y secundaria, debe considerar cómo se implementan y evalúan los aprendizajes. Específicamente, es necesario orientar el trabajo educativo hacia el tránsito de ideas en el aula, la apropiación del logro de las habilidades y su nexa con la evaluación. Si la metodología de trabajo es la resolución de problemas, la evaluación del nivel de logro de habilidades debe ir enfocada a eso, independientemente del instrumento de evaluación que el docente utilice.

Esta investigación es motivada por la necesidad de evaluar el logro de las habilidades matemáticas en el área de Estadística y Probabilidad en octavo año. Para elaborar una propuesta que responda a este fin, se lleva a cabo un acercamiento a la realidad del aula por medio de observaciones y la entrevista a un docente de secundaria, sobre su experiencia en evaluación de los aprendizajes y su perspectiva tras la aplicación de los nuevos programas de estudio. También se realizan entrevistas a un experto en el área de estadística y probabilidad, así como a un Experto en Evaluación de los Aprendizajes, con el fin de comprender

su posición con respecto al proceso de evaluación en el área de estadística y probabilidad.

La construcción de una estrategia de evaluación como la que se pretende en este estudio, requiere de un proceso riguroso y ordenado. Es por esto que el trabajo se divide en cinco capítulos. En el primero, se describen los Programas de Estudio de Matemáticas del año 2005, se brinda la justificación del tema, su importancia y las preguntas de la investigación. En el segundo capítulo, se hace referencia al sustento teórico que respalda la investigación, con respecto a: habilidades matemáticas, resolución de problemas, evaluación de los aprendizajes y Estadística y Probabilidad. En el tercer capítulo, se expone la metodología que se utilizará para desarrollar una propuesta de evaluación del logro de habilidades en Estadística y Probabilidad de octavo año. En el capítulo cuatro, se analizan los resultados obtenidos en las entrevistas a profundidad y las observaciones participativas, posteriormente se brindan las conclusiones y recomendaciones de la investigación en el capítulo cinco. Por último, se presenta la propuesta para evaluar el logro de habilidades matemáticas en octavo año en estadística y probabilidad.

1.1. Antecedentes

Con el cambio de los programas de estudio de matemáticas en Costa Rica aprobados en el 2012, y su puesta en práctica a partir del 2013 en forma gradual por medio de planes de transición, se requiere definir la estrategia necesaria para desarrollar la lección de acuerdo con la nueva malla curricular, requerimientos metodológicos, de evaluación, entre otros, evidenciando diferencias y similitudes entre ambos programas curriculares.

A continuación se describe el programa de estudios de matemáticas que precede al actual. Con el fin de caracterizar el Programa de Estudios de Matemática del

2005 y los Programas de Estudio del 2012, en lo que respecta a contenido, metodología y evaluación. No se pretende ser exhaustivo al abordar dichos detalles, pero sí conviene mencionar los principales cambios.

1.1.1. Programas de Estudio de Matemáticas del año 2005 y 2012

Con una vigencia de siete años desde su implementación en el año 2005, los programas de estudio de matemática que anteceden al actual, hacen una división de los contenidos para cada nivel. La tabla 1 contiene el nombre de las unidades de aprendizaje del III ciclo.

Tabla 1. *Distribución de Unidades por nivel. Matemática III Ciclo*

7° Nivel	8° Nivel	9° Nivel
UNIDADES	UNIDADES	UNIDADES
Geometría	Geometría	Números reales
Números enteros	Álgebra	Estadística
Números racionales	Estadística	Geometría
		Trigonometría
		Álgebra

Nota: "Programa de Estudios de Matemáticas", por Ministerio de Educación Pública, 2005.

Las unidades brindadas en la tabla anterior se organizan de forma distinta en los Programas de Estudio de Matemática del 2012, de manera que en el III ciclo de la Educación General Básica se imparten las áreas: Números, Estadística y Probabilidad, Geometría y Relaciones y Álgebra.

Por otro lado, el programa de estudios del año 2005 establece, como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, que “las actividades escogidas y la integración de la matemática a la cultura cotidiana y sistemática sean el mecanismo propio que utilizando y ampliando las habilidades, reconstruyan el conocimiento matemático” (MEP, 2005, p.16). Esto permite plantear una estrategia metodológica con aplicabilidad de la matemática en situaciones reales de la vida cotidiana, fin también considerado en el nuevo programa de estudios, ya que se considera la resolución de problemas su eje principal.

Con respecto a la evaluación de los aprendizajes, se busca evidenciar el avance del estudiante en un área específica, pues “La evaluación es un proceso continuo, una etapa del proceso educacional que tiene como fin comprobar, de modo sistemático, en qué medida se han logrado los resultados previstos en los objetivos propuestos con antelación” (MEP, 2005, p.57).

A continuación se presenta una descripción de los principales elementos del Programa de Estudios de Matemáticas del año 2005, que son de interés en la presente investigación.

1.1.1.1. La unidad de Estadística

En la unidad de Estadística en el Programa de Estudios de Matemáticas del 2005 se incluyen seis objetivos generales de aprendizaje en octavo año referidos a variables discretas, y tres para noveno año, que enfatizan en variables continuas (ver Anexo A). Entre otros aspectos, se pretende con la enseñanza de la estadística “lograr desarrollar en el educando una actitud crítica ante la información que le presentan los medios de comunicación” (p.54), de este modo brinda la sugerencia de utilizar ejemplos de la vida cotidiana. También se busca que el estudiante logre razonar y dar conclusiones, sin necesidad de efectuar muchos cálculos rutinarios. Lo anterior requiere del uso de la tecnología, donde lo

importante son las deducciones que el estudiante pueda realizar (MEP, 2005), y no en gran medida, el número de procedimientos que tenga que efectuar para lograrlo.

El análisis de resultados estadísticos es prioridad para MEP (2005), ya que sugiere como metodología de enseñanza de la Estadística, la participación en la recolección de datos por parte de los estudiantes, la elaboración de tablas, gráficos y análisis de los mismos, pues

la interpretación de la información que proporcionan los gráficos estadísticos, también constituye una acción relevante dentro de este tema; pero no debe limitarse a la simple interpretación, sino que el estudiante debe formular conjeturas e inferencias que lo lleven a establecer conclusiones y a tomar decisiones sobre su calidad de vida. (p.54)

MEP (2005) promueve la enseñanza de la Estadística como una oportunidad para capacitar al estudiante en la interpretación de información y dar conclusiones al respecto. Las estrategias adoptadas para tal efecto debían responder a esta necesidad.

1.1.1.2. La metodología para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas

Para relacionar las matemáticas con otras áreas del conocimiento, el Programa de Estudios de Matemáticas del año 2005, define los siguientes temas transversales: “Cultura Ambiental para el Desarrollo Sostenible, Educación Integral de la Sexualidad, Educación para la Salud y Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz” (MEP, 2005, p.4). La aplicación de la Matemática y su relación con distintos temas de la cotidianidad, debe desarrollarse al amparo de

los objetivos propuestos, esto es, enriquecer la aplicación de esta disciplina con otras realidades del estudiante, de acuerdo con estándares que se rigen por medio de competencias de la transversalidad.

La Comisión Ampliada de Transversalidad (como se citó en MEP, 2005) indica que se han definido competencias para cada uno de los temas transversales, las cuales son: “Un conjunto integrado de conocimientos, procedimientos, actitudes y valores, que permite un desempeño satisfactorio y autónomo ante situaciones concretas de la vida personal y social” (p.4). Estas competencias son las encargadas de dar la pauta en la elaboración de las estrategias de aula para satisfacer a cabalidad el eje de valores. Esto evidencia también que en este programa de estudios se promovía el desarrollo de competencias.

La integración de los distintos temas transversales en el Programa de Estudios de Matemáticas de 2005, debía concretarse desde una perspectiva que enfatiza la construcción del conocimiento y la resolución de problemas, según se puede ver desde las primeras páginas del documento:

En buena medida, la resolución de problemas constituye el mecanismo privilegiado, para llevar a cabo la educación matemática así planteada. La orientación constructivista y empírica y el mecanismo general de la resolución de problemas que están presentes en la Educación General Básica, deben concebirse como la actitud cognoscitiva para la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles. (MEP, 2005, p.16)

Por lo tanto, potenciar estrategias que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de una metodología orientada por el constructivismo en el marco de la transversalidad, es una necesidad para lograr este cometido. Lo anterior conlleva necesariamente a enfatizar en la resolución de problemas, como

baluarte en el proceso de enseñanza. Al respecto, el MEP (2005) considera dos aspectos medulares: “a) La naturaleza de los problemas, esto es, qué tipo de problemas proponer a los alumnos de los diferentes niveles escolares. b) La manera en que se debe organizar una clase o lección de solución de problemas” (p.37). La habilidad de resolver problemas promueve el logro de otras habilidades mentales que favorecen el desarrollo cognitivo del estudiante, donde el papel del docente es de facilitador del proceso. Al respecto, el MEP (2005) aclara que

los docentes deben comprender que su misión como formadores de personas, no se debe limitar a transmitir conocimientos y a la consolidación de cualidades de tipo afectivo como lo son la autoestima, las relaciones interpersonales y de inserción social, sino que, también debe tomar en cuenta como propósito relevante, el desarrollo de las habilidades mentales. (p.19)

Dadas las circunstancias, el docente debe idear y llevar a la práctica un aprendizaje donde consolide, por medio de dieciocho habilidades, el alto desempeño en operaciones mentales, para dar sustancia así al proceso de razonamiento. Estas habilidades son: identificación, diferenciación, representación mental, transformación mental, comparación, clasificación, codificación, decodificación, proyección de relaciones virtuales, análisis, síntesis, inferencia lógica, razonamiento analógico, razonamiento hipotético, razonamiento transitivo, razonamiento silogístico, pensamiento divergente-convergente y conceptualización (MEP, 2005). El planteamiento secuencial de objetivos por desarrollar debe favorecer el claro dominio de las habilidades mencionadas, todo dentro de la valoración del proceso mental requerido para tal efecto. Sin embargo, no solo los contenidos llevarán al docente a alcanzar la meta deseada, sino la forma en que se desarrollan. Para este efecto, se da autonomía al docente para que diseñe las estrategias metodológicas adecuadas en cada una de las unidades de estudio.

Según el MEP (2005), las estrategias o métodos para alcanzar el conocimiento matemático en los estudiantes “son muy propias de cada docente y que al existir una infinitud de caminos que llevan al mismo resultado, no tiene sentido exigir solamente uno de ellos” (p.34), aunque sí se detiene a proponer el proceso fundamental en la toma de decisiones para el planteamiento de la lección “se sugiere entonces que los docentes apliquen una metodología que se inicie primeramente con la manipulación de materiales, de representaciones gráficas y simbólicas; con las demostraciones intuitivas y operativas de casos particulares y con los procedimientos de ensayo y error” (MEP, 2005, p.35), lo cual propicia que el protagonista del proceso sea el estudiante. De esta manera cambia el papel tradicional del docente:

se necesita de una metodología activa, en la que el o la docente deben de dejar de lucir como los actores principales de estos procesos y asegurar la participación constante y ágil de los estudiantes, que los lleven a aprender por sí mismos. (MEP, 2005, p.35)

Con este mecanismo se trata de evitar la rutina en las lecciones, por lo que el MEP (2005) indica que se debe “partir de una metodología actualizada que se base en la construcción e investigación del conocimiento, basado en las experiencias concretas, vivencias cotidianas, hechos científicos y tecnológicos, de tal manera que el aprendizaje sea significativo para el estudiante” (p.35). Con estas consideraciones, se pretende promover la consecución de las habilidades expuestas, siempre en estrecha relación con los temas transversales, sin olvidar que la evaluación de los aprendizajes determina la toma de decisiones durante el proceso de reconstrucción del conocimiento.

1.1.1.3. La evaluación de los aprendizajes

La evaluación de los aprendizajes es uno de los elementos centrales del Programa de Estudios de Matemática del 2005, y al ser uno de los pilares de esta investigación se requiere comprender el sistema de evaluación propuesto en dicho programa.

El Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (MEP, 2009), define la evaluación de los aprendizajes como:

Un proceso de emisión de juicios de valor que realiza el docente, con base en mediciones y descripciones cualitativas y cuantitativas, para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y adjudicar las calificaciones de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.
(p.7)

Lo anterior complementa lo que establece MEP (2005), cuando menciona que la evaluación es un proceso que debe darse de manera continua y que el educador no puede asumir “que una experiencia suelta de aprendizaje o de evaluación vaya a ofrecer un cuadro completo del desarrollo intelectual de los estudiantes” (p.60). Por lo tanto, se busca que la evaluación permita a los estudiantes reconocer las capacidades y potencialidades que poseen, así como sus limitaciones para buscar superarlas. En este concepto de superación y aprovechamiento de los recursos subyace el sentido del proceso de aprendizaje.

En este programa de estudios, se expone que la evaluación de los aprendizajes permite:

- Aprovechar los resultados obtenidos para retroalimentar el proceso, de manera que permita conocer cuáles objetivos fueron cumplidos durante el periodo planeado.
- Realizar un análisis de las causas que pudieron haber motivado un mal o buen logro de los objetivos.
- Tomar una decisión en relación con la causa que influyó en el logro parcial de los objetivos propuestos.
- Aprender de la experiencia y no incurrir en el futuro en los mismos errores (MEP, 2005).

Los Programas de Estudio de Matemáticas del año 2012 también consideran los aspectos citados, con la diferencia de que en estos no se busca abarcar objetivos, sino que evaluar el logro de habilidades que se van adquiriendo a lo largo de un proceso y que se pueden aplicar en diversos contenidos.

Por otro lado, la evaluación sumativa de los objetivos establecidos en el programa de estudios de matemáticas del año 2005, se lleva a cabo por medio de varios instrumentos: prueba escrita, prueba oral, prueba de ejecución. Otros que pueden coadyuvar en el proceso de evaluación son: listas de cotejo, escalas de calificación, registros anecdóticos y registros de desempeño (MEP, 2005).

A modo de resumen, en la unidad de Estadística del Programa de Estudios de Matemáticas (2005), se pretende la utilización de recursos del entorno, para facilitar la comprensión de conceptos y que el estudiante sea capaz de manipular adecuadamente la información para concluir hechos que se desprenden de la realidad. El interés por orientar al estudiante en este sentido y desarrollar en él, tanto una actitud crítica ante la información, como una capacidad de toma de decisiones, se ve reflejado en los Programas de Estudio de Matemáticas (2012) ya

que “los temas de la Estadística y la Probabilidad son cada día un requisito para poder comprender lo que pasa en el mundo y poder actuar” (p. 55).

Por otro lado, en el programa de estudios del año 2005 se fomenta el constructivismo por medio de temas transversales y la resolución de problemas como una de sus estrategias, el desarrollo de habilidades mentales y la utilización de instrumentos que permitan recolectar información acerca del logro de los objetivos propuestos.

Como extensión de lo anterior, ya el MEP (2012) presenta como una de las principales características de los Programas de Estudio de Matemáticas, lo siguiente: “Lo que se pretende en última instancia es la construcción de capacidades para la manipulación de objetos matemáticos, cuya naturaleza es abstracta” (MEP, 2012, P.11). Esto a partir de la principal estrategia metodológica que propone el MEP (2012), que es la resolución de problemas, donde “enfatisa la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados a su propio entorno, el entorno físico, social, cultural... o problemas que pueden ser fácilmente imaginados por las y los estudiantes” (MEP, 2012, p.11).

Además, el MEP (2012) enfatiza en la necesidad de modificar las prácticas evaluativas anteriores. “Esto conlleva a un cambio en el proceso evaluativo, que comienza con el replanteamiento del quehacer educativo y la forma en que se planifican desarrollan y evalúan las actividades educativas” (MEP, 2012, p. 69). Evaluar el logro de las habilidades matemáticas es el fin de este trabajo, en una de las áreas que el MEP (2012) ha reforzado en todos los ciclos educativos, como lo es, Estadística y Probabilidad.

1.2. Justificación y problema

Para ofrecer alternativas metodológicas novedosas y acordes con los requerimientos nacionales ante la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas en el año 2012, se plantea este trabajo con base en tres pilares, los cuales enlazan el marco de referencia, para dar sustento a la propuesta final:

- Las habilidades de estadística y probabilidad en octavo año.
- La estrategia metodológica de resolución de problemas.
- La evaluación de los aprendizajes.

Estos pilares, entre los cuales existe una dinámica, estructuran la investigación. Para concretar el aporte de este trabajo, se hace un abordaje de las principales características de cada uno, y del papel que fungen como parte del currículo nacional en Matemática durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina.

1.2.1. Habilidades matemáticas referidas a Estadística y Probabilidad, en los Programas de Estudio de Matemáticas 2012

El desarrollo de habilidades por parte de los estudiantes, es una de las novedades de los actuales programas de estudio de matemáticas. En un sentido muy general, las habilidades indican lo que el ser humano puede hacer en cierto ámbito. Según Estrada (1999),

la habilidad es el componente del contenido que refleja las relaciones del hombre en una rama del saber propia de la cultura de la humanidad. Es, desde este punto de vista psicológico, el sistema de acciones y operaciones dominados por el sujeto, y que responden a un objetivo.

Las habilidades, formando parte del contenido de una asignatura, caracterizan, en el plano didáctico, las acciones que el alumno realiza al interactuar con su objeto de estudio. (p.10)

Las habilidades son concebidas como una orientación para el docente; ya que determinan lo que debe enseñar y desarrollar en sus estudiantes, mismos que reconocen lo que deberían lograr al finalizar su proceso de formación. Además, los estudiantes relacionan la cotidianidad con lo que se desarrolla en el aula mediante el proceso de aprehensión de conocimientos matemáticos, al aplicarlos en situaciones problema.

En concordancia con lo anterior, Barberá (2005) se refiere a lo que se espera que un profesor trabaje con sus estudiantes.

Sabemos que en los próximos años una educación eficaz será aquella capaz de desarrollar habilidades de alto nivel que ayuden a los alumnos a aprender a lo largo de su vida no solamente escolar sino también profesional, es decir una educación capaz de ofrecer a los ciudadanos un conocimiento sólido y a la vez flexible que pueda dar respuestas ajustadas a las situaciones cambiantes que se presentan. (p.498)

La importancia de desarrollar habilidades en el proceso de apropiación de ideas y conceptos matemáticos, permite que los estudiantes se desenvuelvan en situaciones de su entorno de una manera más eficiente. El estudio de la estadística y la probabilidad representa una oportunidad para el manejo y estudio de fenómenos sociales, científicos y políticos. Este punto de vista es expuesto por Batanero (2001), al mencionar que

la relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político. La educación estadística no sólo de los técnicos que producen estas estadísticas, sino de los profesionales y ciudadanos que deben interpretarlas y tomar a su vez decisiones basadas en esta información, así como de los que deben colaborar en la obtención de los datos requeridos es, por tanto, un motor del desarrollo. (p.3)

MEP (2012) reconoce también dichas características, al asegurar con respecto a Estadística y Probabilidad que

es un área que permite visualizar mejor el papel de las Matemáticas y contribuir con actitudes y creencias positivas en torno a esta disciplina. Por eso esta área posee un lugar estratégico, que alimenta directamente el sentido de la competencia matemática alrededor de la descripción de la realidad y el cultivo de la resolución de problemas en contextos diversos. (p. 54)

La relación con el medio es primordial desde la perspectiva del currículo de matemática vigente. Para facilitar la comprensión del entorno, el MEP (2012) promueve “favorecer una cultura en la comprensión de la información que rodea a cada estudiante, esto le permitirá apreciar la utilidad de la disciplina y el disfrute de plantear y resolver problemas en estas áreas” (p. 352). Es así como se integran estas dos áreas, estableciéndose un nexo entre la cotidianidad del estudiante y el desarrollo de ideas matemáticas. Al respecto, Batanero (2001) indica que

la probabilidad y la estadística pueden ser aplicadas a la realidad tan directamente como la aritmética elemental puesto que no requieren

técnicas matemáticas complicadas. Por sus muchas aplicaciones, proporcionan una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes las aplicaciones de la matemática para resolver problemas reales, siempre que su enseñanza se lleve a cabo mediante una metodología heurística y activa, enfatizando la experimentación y la resolución de problemas. (p. 118)

Según lo anterior, el acceso al estudio de la estadística y las probabilidades en la educación costarricense, permite un acercamiento a la aplicabilidad de la matemática. El fácil manejo de sus conceptos y procedimientos para alcanzar resultados significativos, favorece el proceso educativo. Para conseguirlo, debe estar muy claro el nivel de logro que se pretende y los medios por los cuales se concreta. Lo más significativo para el estudiante es encontrar, durante el proceso de enseñanza, una solución para situaciones cotidianas que la requieren. Resolver problemas en el área de estadística y probabilidad permite al estudiante comprender el fin instrumental de la matemática. En este sentido, Batanero (2001) hace referencia a grupos de fenómenos o mundos en los que el ser humano se encuentra inmerso, por ejemplo:

- En el mundo biológico se pueden identificar sucesos como el color de pelo, la altura, el sexo, el peso, esperanza de vida, posibilidades de contagio de enfermedades, etc.
- Dentro del campo de la física, los fenómenos meteorológicos, intensidad de las lluvias, temperaturas máximas y mínimas, y hasta errores aleatorios que pueden suceder en el momento de hacer mediciones o estimaciones.
- En el área social, el número de hijos, tipo de trabajo, creencias religiosas, juegos de azar, índice de precios, estadísticas demográficas y demás.
- Las decisiones políticas se llevan a cabo tomando como base comportamientos y fenómenos sociales, los cuales se estudian mediante

encuestas y censos que ayudan a determinar probabilidades en la ocurrencia de cierto fenómeno, o bien se predice lo que puede ocurrir dadas las alternativas.

Por lo tanto, la estadística y la probabilidad son importantes campos de estudio en el currículo de un país. Su implementación permite la contextualización activa, uno de los ejes de los programas de estudio de matemáticas en Costa Rica. Además, PISA (2003) (como se citó en Álvarez, 2012) referente mundial en evaluación por competencias, menciona que “la estadística aporta a la formación matemática algo importante y único: el razonamiento a partir de datos empíricos inciertos. Este tipo de pensamiento estadístico debería ser parte del equipamiento mental de todo ciudadano inteligente” (p.161).

El proceso mediante el cual se pretende la enseñanza de la estadística y la probabilidad, debe ofrecer oportunidad de participación al estudiante, y esto solo se logra, mediante metodologías que propicien la construcción y búsqueda de soluciones a situaciones problema. El trabajo de campo que requiera manipulación de datos y sistematización de las conclusiones logradas por el estudiante, permitirá el desarrollo de habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad. Para la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), como se citó en Álvarez, 2012), la importancia de la estadística y su finalidad radica en que

los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas; seleccionar y utilizar los métodos estadísticos apropiados para analizar los datos; desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos y comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad. (p.162)

La investigación por parte del estudiante contribuye en la construcción del conocimiento matemático. Según el MEP (2012), la importancia de incluir estadística y probabilidad en la educación costarricense, en los diferentes niveles de primaria y secundaria, radica en que los temas que se vayan a enseñar son esenciales para comprender y actuar en el contexto en que se desenvuelven; puesto que “en el siglo XXI se requiere de personas capaces de comprender, interpretar y usar la información para entender la realidad, resolver distintos problemas y tomar decisiones inteligentes” (p.55). Al intervenir en el contexto, el estudiante vuelve significativo el aprendizaje, y promueve una mejoría en las actitudes y creencias hacia la disciplina, lo cual constituye uno de los ejes del programa de estudios actual.

Se ha realizado el abordaje de la trascendencia social, pedagógica y personal que encierra el estudio de la estadística y la probabilidad para un individuo en su proceso de desarrollo intelectual. Por lo tanto, emerge la necesidad de un abordaje curricular por medio de habilidades matemáticas que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

1.2.2. La resolución de problemas como enfoque curricular en los Programas de Estudio de Matemáticas del 2012

Los programas de estudio de matemáticas plantean la estrategia metodológica de resolución de problemas como el eje principal del currículo, considerada un medio útil para aprender a razonar matemáticamente. La NCTM (como se citó en Abrantes, 1996) indica, en relación con la enseñanza de las matemáticas, que

la enseñanza de esta disciplina [Matemáticas] debe desarrollar, por encima de todo, la capacidad de resolver problemas, razonar y comunicar matemáticamente y, al mismo tiempo, estimular la apreciación del valor de las matemáticas y la confianza de los

alumnos y alumnas para que participen en actividades relacionadas con ellas. (pp.97-98)

La resolución de problemas matemáticos guarda importancia en esta disciplina. Generalmente se profundiza en esta actividad, cuando se ha avanzado en el estudio de varios tópicos, y es cuando estos se aplican como insumo en dicha práctica. No obstante, la trascendencia que encierra resolver problemas llega más allá.

La escuela es, o debería ser, para el niño un lugar en el que aprende a resolver multitud de problemas diferentes. Aprende a descodificar el lenguaje otorgando un significado a un conjunto de signos impresos en un papel, a planificar y codificar ideas, conocimientos y opiniones cuando intenta escribir una redacción o redactar un examen, a realizar cálculos numéricos complejos, cuando intenta resolver un problema matemático o físico, etc. Todas estas conductas, y muchas otras, implican la resolución de un problema y, además, el alumno recibe un conjunto de conocimientos que le capacitarán, en principio, para resolver estos problemas u otros con los que se encontrará en su vida adulta. (García, 1989, pp.30-31)

Esto permite entender la resolución de problemas con mayor amplitud, lo cual aporta un significado y una importancia adicional, ya que no debe ser un elemento estático, que caracteriza la finalización de un tema: “Resolver problemas será una metodología de aprendizaje, pero no un simple vehículo para otros fines, es decir, no se trata de una motivación sin importancia en sí misma y que sólo sirve para introducir definiciones y procedimientos” (Abrantes, 1996, p.108). Nótese aquí cómo se otorga un papel preponderante al proceso de resolución, que ya no es sencillamente un apartado para cumplir con uno o varios objetivos del aprendizaje

matemático. La resolución de problemas adquiere un carácter vinculante, como propulsor de actividades curriculares.

El MEP (2012) plantea como enfoque curricular y también como estrategia metodológica, la resolución de problemas. Este cambio, con respecto a los programas de estudio anteriores, conlleva una reforma en los procesos de mediación, para considerar cuatro momentos de la etapa de aprendizaje:

- Propuesta de un problema.
- Trabajo estudiantil independiente.
- La discusión interactiva-comunicativa.
- Cierre o clausura.

El cambio tiene implicaciones directas en la toma de decisiones por parte del docente. En el planteamiento de la metodología de trabajo, “Se realiza una actividad en la cual se pasa de establecer estrategias muy cercanas al contexto específico usado hacia otras de mayor generalidad” (MEP, 2012, p. 43). Esto exige un mejor manejo de las condiciones y de las situaciones que se pueden presentar durante la lección, lo cual repercute en la riqueza y variedad de resultados obtenidos. Lo anterior tiene injerencia directa en la evaluación, “también las características de la aproximación metodológica debe ser consistentes con la manera en que se pretende evaluar el rendimiento estudiantil; hay que pensar desde un principio en cómo se evaluará el tópico” (MEP, 2012, p. 43), ya que se debe evaluar el logro de habilidades matemáticas y no objetivos de aprendizaje.

1.2.3. La evaluación de los aprendizajes según el Programa de Estudios de Matemáticas del 2012

La implementación de los programas de estudio de matemáticas del año 2012 presenta una serie de cambios a nivel curricular y, especialmente, metodológico en relación con los programas del año 2005. Esto repercute directamente en la evaluación de los aprendizajes, ya que al cambiar la estrategia de enseñanza y aprendizaje, los mecanismos para verificar el avance del estudiante deben responder al proceso que le dan origen. Se menciona en los programas de estudio actuales, que el llevar a cabo las cuatro etapas presentes en la clase “conlleva a un cambio en el proceso evaluativo, que comienza con el replanteamiento del quehacer educativo y la forma en que se planifican, desarrollan y evalúan las actividades educativas.”(MEP, 2012, p.69). Es decir, el cambio curricular que se propone, implica no solo cambios en los contenidos por enseñar, en la metodología y en las actividades de mediación que se planean y llevan a cabo, sino también en la evaluación de los aprendizajes, como parte del proceso cognitivo del estudiante.

La evaluación es un componente inherente al proceso de enseñanza y aprendizaje. Según Álvarez (como se citó en Álvarez, 2005), “en el ámbito educativo debe entenderse la evaluación como actividad crítica de aprendizaje, porque se asume que la evaluación es aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento” (p.12). Por otro lado, Elliott, en Giménez (1997), considera que “la evaluación abre al futuro nuevas perspectivas conceptuales ya que el profesor se encuentra ante nuevos desafíos si acepta un proceso constructivo y se puede convertir en más crítico” (p.21). Es así como la evaluación, además de ser conocimiento, lo perfecciona. Esta dimensión justifica su presencia durante el proceso educativo. El evaluar no es solamente un proceso que se lleva a cabo, buscando recolectar información, sino que va más allá de eso. Según

Roegiers (2007), entre las funciones que esta desempeña está “orientar el aprendizaje, reglamentar el aprendizaje y certificar el aprendizaje” (p.253). Además, para la persona que está siendo evaluada, el proceso debería constituir una oportunidad para

poner en práctica sus conocimientos y se sientan en la necesidad de defender sus ideas, sus razones, sus saberes. Debe ser el momento también en el que además de las adquisiciones, también afloran las dudas, las inseguridades, las ignorancias, si realmente hay intenciones de superarlas. (Álvarez, 2005, p.13)

Esto significa que el proceso evaluativo brinda beneficios tanto para el que evalúa como para el que es evaluado, en el sentido de que permite el uso de los conceptos aprendidos, mientras orienta y valida el proceso.

Para efectos de evaluación, en los Programas de Estudio de Matemáticas (2012), se menciona que

durante el desarrollo de las actividades de mediación, es necesario recopilar información cualitativa y cuantitativa acerca del desempeño estudiantil en las distintas áreas matemáticas. La información recopilada mediante instrumentos técnicamente elaborados le permitirá evaluar sus habilidades, destrezas y competencias y la toma de decisiones. (MEP, 2012, p.70)

La recolección de insumos acerca de cómo se está desarrollando el proceso y cuán efectivo es el estudiante en lo que hace, es fundamental, y debe asumirse con naturalidad, ya que todo proceso requiere –durante su desarrollo– una evaluación de sus funciones y avances. Para recolectar esta información, se sugiere que “las técnicas e instrumentos que se utilicen en el proceso de

evaluación deben ser variados y adecuados al nivel que pretende evaluar, deben servir para reflejar el nivel de conocimiento y las habilidades específicas logradas” (MEP, 2012, p.70). Por tanto, el docente debe evaluar a los estudiantes de forma coherente con la estrategia metodológica que se desarrolla, para lo cual debe utilizar instrumentos que permitan evaluar las habilidades de manera efectiva y confiable.

También la evaluación debe ser coherente con el nivel de dificultad de los problemas (reproducción, reflexión, conexión). Según MEP (2012), “cuando se trata de problemas más complejos (conexión y reflexión), es necesario diversificar los instrumentos y técnicas de evaluación, con el propósito de obtener información acerca de los procesos matemáticos desarrollados” (p.71). En este punto, empieza a dilucidarse ciertos detalles que aún no han sido abordados concretamente por el Ministerio de Educación Pública. Es necesaria una evaluación diferente, como ya se ha visto, pero el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes y las normas para elaborar pruebas no han cambiado.

Los programas de estudio de matemática del año 2005 promueven una evaluación diagnóstica, formativa y sumativa. Sin embargo, se tiende a prestar más atención al último proceso mencionado (mediante pruebas, trabajos extra clase, trabajo cotidiano, concepto y asistencia), lo cual minimiza en cierta medida la importancia de la evaluación diagnóstica y formativa. La evaluación sumativa implica algo más que recopilar calificaciones. Para Martínez y Calvo (1996), esta tiene como objetivo,

determinar lo que el alumno es capaz de hacer en relación a los objetivos y contenidos del currículo establecido para su etapa educativa y, más concretamente, para los que se han asignado,

dentro de una secuencia ordenada, al ciclo en el que está escolarizado. (p.12)

Además, estos autores mencionan que la evaluación sumativa puede orientar el proceso educativo, lo cual representa un nexo con la evaluación formativa y diagnóstica, pues se puede obtener información del alumno en relación con su estilo de aprendizaje ante las distintas situaciones de enseñanza, esto posibilita también “la toma de decisiones más adecuadas para reorientar el proceso de enseñanza/aprendizaje” (Martínez y Calvo, 1996, p.12).

Las ideas expuestas anteriormente hacen deducir que evaluar el logro de habilidades matemáticas, cuyo proceso y desarrollo se da por medio de una secuencia metodológica de resolución de problemas, requiere de una estrategia de evaluación diferente. Atendiendo al concepto de una evaluación integral en beneficio del desarrollo del estudiante, se pretende la utilización de instrumentos de evaluación que sean exactos y a la vez flexibles. Exactos, en la medida que evidencien de manera objetiva los procesos llevados a cabo por el estudiante; y flexibles, para que permitan recopilar información al ritmo de aprendizaje de cada uno. Así, según los Programas de Estudio de Matemáticas actuales, se deduce que la evaluación y los instrumentos confeccionados para tal efecto deben cambiar.

De igual forma, los criterios tomados en cuenta para llevar a cabo dicha evaluación deben ser coherentes con lo que se desarrolla en las clases y con las habilidades propuestas. Determinar el nivel de logro de las habilidades matemáticas durante el proceso de adquisición de conocimientos, se convierte en una necesidad inmediata, un aporte de alto nivel, dado el cambio radical entre el enfoque metodológico existente y la evaluación pretendida en contraste con lo que anteriormente se venía desarrollando. El estudio de la estadística y las

probabilidades, como novedad en el currículo nacional, puede brindar apoyo inmediato al docente en dicha área.

1.2.4. Problema de investigación

La evaluación es fundamental, ya que orienta, regula y certifica el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Además, permite que los mismos evidencien lo que han aprendido y determinen de qué son capaces.

Por otra parte, la Estadística y Probabilidad es un área de estudio de trascendencia, en el ámbito profesional y cotidiano, ya que permite realizar una mejor toma de decisiones en dichos contextos.

El desarrollo de habilidades matemáticas por parte del estudiante incentiva los procesos mentales. Esto repercute en el ámbito social y profesional del ciudadano, debido al fortalecimiento de la estructura mental que provoca la interrelación del contexto con el estudio de esta disciplina. Bajo esta misma línea, se observa que la resolución de problemas es una actividad común en muchas profesiones y en la vida diaria, por lo que es conveniente que en la escuela (en forma genérica) se aprenda a resolver problemas, ya que puede aportar elementos de utilidad a los estudiantes en su quehacer y no porque necesariamente vayan a resolver problemas matemáticos diariamente.

Por lo tanto, y en concordancia con los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas, se observa que al existir un cambio en la metodología, es necesario uno en la evaluación, que permita orientar los aprendizajes de los estudiantes al desarrollo y adquisición de habilidades para un mejor accionar en su desempeño cotidiano. Sin embargo, no se cuenta aún con una propuesta oficial, que refleje de manera eficaz y funcional para el docente, si se está llevando a cabo el logro de una habilidad matemática. Surge entonces la necesidad de responder a la

interrogante: ¿Cómo evaluar el logro de habilidades matemáticas específicas en el área de Estadística y Probabilidad, en octavo año de la educación general básica de Costa Rica? Para tal fin, esta investigación tiene como objetivo: comprender el proceso de evaluación del logro de habilidades matemáticas específicas, para diseñar una propuesta de evaluación de Estadística y Probabilidad en el octavo año de la Educación General Básica de Costa Rica.

1.3. Preguntas de investigación

1. ¿Cómo realizan los docentes la evaluación de los aprendizajes en Matemáticas, bajo el enfoque de la resolución de problemas propuesto en el Programa de Estudios de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública?
2. ¿Cuáles son las estrategias de evaluación de los aprendizajes que el docente utiliza para comprobar que el estudiante logre las habilidades matemáticas del área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la Educación General Básica en Costa Rica?
3. ¿De qué manera se puede evidenciar, por medio de estrategias de evaluación, el logro de las habilidades matemáticas del estudiante, en el área de Estadística y Probabilidad, en octavo de la Educación General Básica de Costa Rica?

Capítulo 2. Marco de referencia

En este capítulo se describe en primera instancia el Estado del Arte de esta investigación. Posteriormente se hace una descripción teórica de los principales tópicos por desarrollar, como base para fundamentar esta investigación y la propuesta final. El primero de ellos, hace referencia a las habilidades matemáticas en cuanto definición, clasificaciones y la concepción de habilidades específicas y generales que manifiesta el MEP; seguido por resolución de problemas, que involucra la definición de problema, su papel como estrategia metodológica y el rol del docente ante dicha teoría. De inmediato, se trabaja la evaluación de los aprendizajes desde la visión de los programas de estudio de matemáticas nacionales y lo que aportan diversos autores. Finalmente se presenta el concepto de estadística, probabilidad y su relevancia.

2.1. Estado del Arte

Una vez identificada la necesidad de ofrecer una propuesta de evaluación para que el docente determine el nivel de logro alcanzado por el estudiante en cada una de las habilidades matemáticas del área de Estadística y Probabilidad en octavo año, se estudian los aportes documentados al respecto.

Algunas de las claves de búsqueda utilizadas en bases de datos como Redalyc, Ebsco Host y Google Académico para encontrar artículos y estudios relacionados con el tema, fueron: evaluación de habilidades matemáticas, evaluación por competencias, medición en matemáticas, resolución de problemas, modelo de evaluación en matemática, evaluación de los aprendizajes en matemática, cómo evaluar matemáticas, entre otros. Lo anterior produjo diversos hallazgos; sin embargo, al enfocar la lectura en cómo determinar el nivel de logro de habilidades matemáticas, los resultados no fueron satisfactorios. A continuación se expone una síntesis de lo obtenido.

Gómez, Muñoz y Arévalo (2007) presentan un estudio acerca de un software diseñado específicamente para ayudar en el aprendizaje de un tema (en este caso, identificación de patrones: control estadístico de procesos). Muestra la manera en que se diseñó el software y cómo se probó mediante un estudio piloto. También se realizó un experimento en donde se compara el desempeño de dos grupos (estudiantes de Ingeniería en Sistemas computacionales de la Universidad Autónoma de Aguascalientes), en uno de ellos se usa dicho software, y en el otro se enseña de manera tradicional. La conclusión sobresaliente fue que con el uso de dicho recurso, se puede mejorar la calidad del software. Además, se obtiene mejores resultados al aprender mediante el uso de este software que con la metodología tradicional.

La investigación anterior es un aporte con respecto al uso de las tecnologías de información y comunicación al servicio de la educación matemática en México. Su proyección puede considerarse en cuenta para estudios posteriores o en contextos educativos donde sea posible su implementación.

Existen otros estudios en evaluación de los aprendizajes como el de Kyeong & Kyung (2015), los cuales realizan un estudio con el objetivo de determinar cómo implementar una evaluación de respuesta construida en el sistema educativo coreano. El propósito fundamental es desarrollar capacidades de comunicación y reflexión en el ámbito matemático e introducir el uso de una rúbrica analítica para realizar dicha evaluación. Para efectuar este estudio, se aplicó la evaluación de respuesta construida a estudiantes de tercer grado en el tema de volumen y peso. La principal conclusión fue que ha aumentado la demanda en este tipo de evaluación y que, por tanto, se necesita que se creen más libros de texto e insumos que hagan uso de esta, para poder llevarla a la práctica. También se encontró que el poder de pensamiento matemático, la creatividad y la capacidad para resolver problemas de los estudiantes puede aumentar haciendo uso de este

tipo de evaluación y que aunque se ha promovido esta política, no se ha aprovechado debido a la sobrecarga laboral del docente y falta de capacitación. Como complemento se indica la necesidad de que docentes e instituciones cooperen en la creación de más ítems y criterios de evaluación que permitan realizar la evaluación de respuesta construida en el aula.

Este estudio brinda un acercamiento a otra necesidad del docente, y del estudiante. Como se puede ver, el nexo en cómo medir niveles de logro es inexistente en este caso. En lo que respecta a cómo plantear la lección de matemáticas atendiendo los estándares de calidad y con una visión más cercana a la realidad del aula, estudios como el de Godino (2013), abordan la complejidad de las unidades didácticas para la mediación pedagógica en el área de las matemáticas, desde las perspectiva del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. El autor presenta la noción de idoneidad didáctica y el sistema de indicadores empíricos que la desarrollan, las cuales brindan una base para tomar en cuenta durante el desarrollo de la lección. Se concluye en dicha publicación, que debe darse especial importancia al papel de la faceta epistémica, mediacional y ecológica. Además, en el planeamiento de la lección debe contemplarse con cuidado la superación de las dificultades para actuar sobre los significados esperables, para adaptarlos al nivel y al contexto educativo. El contenido de la enseñanza de las matemáticas es medular en este proceso.

De la Orden (2011) explica en este artículo un modelo de evaluación por competencias. Para esto se debe tener claridad sobre la definición de competencias, ya que hay varias y según la definición que se trabaje, así debe ser el modelo de evaluación. El autor define de dos formas la competencia; en el primer caso, como desempeño efectivo de un papel, la cual requiere de un modelo de evaluación holístico. En el segundo caso se ve la competencia como un conjunto integrado de habilidades y destrezas, bajo la cual se sugiere un modelo

de Performance Assessment o Evaluación de Desempeño. Dentro de las consideraciones expuestas, se habla de una coherencia entre los criterios y modelos de evaluación que el profesor determina con los objetivos establecidos, todo con el propósito de asegurar la máxima calidad en la educación. Un modelo educativamente válido debe tomar en cuenta la coherencia mencionada anteriormente con la mediación educativa. Uno de los detalles que el autor menciona es que una competencia se identifica mediante el desempeño del estudiante ante una situación determinada acorde con criterios establecidos. El artículo finaliza explicando cómo adaptar las consideraciones a un plan general según cada una de las definiciones de competencia.

Martínez-Rizo y Mercado (2015) hacen una revisión de literatura e investigaciones relacionadas con las prácticas de evaluación formativa que los maestros llevan a cabo en el aula, donde se menciona que existen pocas al respecto a pesar de la abundante información relacionada con la evaluación de los aprendizajes. Se estudian básicamente tres investigaciones: la primera es a nivel estadounidense, la segunda incluye ocho países latinoamericanos y la última es llevada a cabo en México. Lo que el autor deduce de casi todas las investigaciones es que los docentes consideran que llevan a cabo las mejores prácticas de evaluación formativa incluyendo todos los componentes y actividades respectivas. Sin embargo, en el contexto de aula se evidencia otra realidad. El autor concluye que las investigaciones relacionadas con prácticas de evaluación son un insumo importante para que el docente analice su trabajo y para futuras investigaciones.

Flores y Gómez (2009) centran su atención en instrumentos de evaluación aplicados en cursos de bachillerato, tales como rúbrica, matriz de resultados, V de Gowin, lista de cotejo y bitácora COL, para caracterizar el modelo de enseñanza llamado *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*. Entre las principales conclusiones se encuentran la necesaria concordancia entre el proceso de

evaluación, la concepción de conocimiento y la metodología de enseñanza. Esto conlleva a que si se desea dar participación al estudiante con un enfoque más horizontal de la educación, en donde el estudiante participe activamente, entonces se debe cambiar el concepto de evaluación y hacer uso de instrumentos adecuados. Además se llega a la conclusión de que el modelo mencionado no está depurado, sino sujeto a cambios según la experiencia y la práctica.

Ramos (s.f.) realiza una indagación con respecto a cómo estructurar un modelo de evaluación mediante los conceptos de las estrategias para la evaluación del aprendizaje y los estándares para la evaluación en matemáticas. En particular se discuten las funciones de la evaluación en los distintos modelos de aprendizaje, se utilizan los estándares para la evaluación en matemáticas según el paradigma del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés); el cual consta de cuatro fases: planeación de la valoración, recolección de evidencias, interpretación de las evidencias y utilización de los resultados; estas fases interactúan y se realimentan entre sí.

Además, hace un recorrido a lo largo de conceptos como habilidades matemáticas, estrategias de aprendizaje y evaluación del conocimiento, estándares para la evaluación y se desarrolla un modelo evaluativo entre estudiantes para el desarrollo del tema Métodos Numéricos. Concluye con base en las funciones de la evaluación, la necesidad de hacer una verdadera valoración de la evaluación y que vigilar el avance del proceso en los estudiantes permite mejorar el aprendizaje de la disciplina respecto a estrategias y estándares para la evaluación.

González y Rodríguez (2006) presentan en su investigación, algunos criterios y procedimientos para articular cómo se valida matemáticamente en el área de álgebra y proporcionalidad, a un estudiante en un curso preuniversitario. Sin

embargo, se aclara que el modelo puede servir para otros temas de esta ciencia. El estudio se basó en el trabajo de otro autor, quien enfocó sus esfuerzos en el tema de validación matemática. Aunque se presenta un cuadro como instrumento de evaluación, no se observa un acercamiento al enfoque que contemplan los programas de estudio de matemática en Costa Rica. Se menciona que el docente debe tener flexibilidad para aplicar el modelo a otros contenidos. Al tratarse de una propuesta para evaluar la validación, la generalidad está presente en forma recurrente, por el mismo sentido de la evaluación. Al ser flexible, podría brindar algunas sugerencias acerca de cómo podría retomarse el tema para evaluar el logro de habilidades matemáticas en octavo año, en el área de Estadística y Probabilidad.

Con respecto a la resolución de problemas Cárdenas, Gómez y Caballero (2011), reconoce el valor de resolución de problemas y la deficiencia en la evaluación acorde con dicha metodología, se mencionan algunas técnicas para evaluar a partir de la estrategia metodológica, también hace un estudio entre docentes en nivel de maestría, en el que se indaga acerca de las experiencias en esta rama.

Se hace una categorización que incluye:

- La evaluación está inserta en el marco de una legislación educativa
- Los criterios de evaluación cambian de un profesor a otro.
- La evaluación en secundaria no es integral.
- Las formas de enseñar, están acordes a las formas de evaluar
- La enseñanza se centra en la preparación del examen
- Lo que se enseña no siempre es lo mismo que se evalúa.
- El libro de texto es usado por los estudiantes para preparar su examen.

Por último dos conclusiones importantes son que en las experiencias comentadas por los informantes reconocen que la resolución de problemas y su evaluación, se desarrolla privilegiando procesos de bajo nivel cognitivo, esto sucede desde las formas en que se enseña y el tipo de problemas que se disponen en los libros de texto. Así, la evaluación de la resolución de problemas prioriza el tratamiento algorítmico para dar solución a los problemas planteados, por lo menos en la secundaria. Se crea la idea de que se enseña para el examen y se aprende para aprobar.

Los trabajos anteriores evidencian que existen temas pendientes con respecto a la evaluación de los aprendizajes acorde con la estrategia metodológica resolución de problemas. Proponer alternativas para determinar niveles de logro de habilidades matemáticas en el contexto educativo costarricense requiere mucho más profundización y análisis. Al no existir alternativas viables y concretas en beneficio del desarrollo de la educación matemática costarricense de acuerdo con la metodología propuesta en los programa de estudios y donde la coherencia con el modelo evaluativo aun no es clara, es por medio de esta investigación que se ofrece una propuesta evaluativa que se ajuste a la estrategia metodológica.

2.2. Habilidades Matemáticas

Las habilidades matemáticas se desarrollan durante la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Talizina (como se citó en Rodríguez, Carnelli y Formica, 2005) menciona que “no se puede separar el saber del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo; no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer” (p.35), por lo que en las actividades matemáticas donde se aprende un conocimiento está inmersa una habilidad.

Hernández en Williner (2011) define las habilidades como “los modos de actuación... son las acciones o tareas que sistemáticamente se ejecutan en

matemática para la [sic] logro de un objetivo” (p.116), por lo que una habilidad matemática

es la capacidad de efectuar o realizar una tarea matemática eficientemente o de actuar adecuadamente frente a una situación, en la que la Matemática está involucrada. Son las acciones o tareas que efectuamos en forma sistemática para lograr un objetivo. (Williner, 2011, p.116)

Para Rodríguez et al. (2005) algunas habilidades matemáticas que se utilizan en el aprendizaje son: “representar, comparar, resolver, estimar, operar, seleccionar, argumentar, reconocer estructuras, aproximar, calcular, razonar, simbolizar, justificar, etc.” (pp.34-35). Estas habilidades se agrupan según del enfoque que tiene el autor. Una de las clasificaciones es la expuesta por Hernández, Delgado y Valverde (como se citó en Williner, 2011), que divide las habilidades de esta forma:

- Habilidades conceptuales: aquellas que operan directamente con los conceptos (Identificar, Fundamental, Comparar, Demostrar)
- Habilidades traductoras: aquellas que permiten pasar de un dominio a otro del conocimiento (Interpretar, Modelar, Recodificar)
- Habilidades operativas: están relacionadas con la ejecución en el plano material o verbal (Graficar, Algoritmizar, Aproximar, Optimizar, Calcular)
- Habilidades heurísticas: aquellas que emplean recursos heurísticos y que están presentes en un pensamiento reflexivo, estructurado y creativo (Resolver, Analizar, Explorar)
- Habilidades metacognitivas: las que son necesarias para la adquisición, empleo y control del conocimiento y demás habilidades cognitivas (Planificar, Predecir, Verificar, Comprobar, Controlar). (p.117)

También se puede encontrar otros tipos de clasificaciones para las habilidades, como la de Rodríguez, Acosta et al. (2005) que las clasifica en cinco: auto-educación, operaciones y métodos del pensamiento, lógico formales, lógico dialécticas y específicas de la profesión.

A continuación se mencionan algunas habilidades matemáticas básicas, definidas por Delgado (1999):

- Comparar: “es establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase” (p.49).
- Controlar: “es monitorear y regular, es evaluar un conjunto de informaciones con relación a objetivos prefijados, a los efectos de tomar decisiones en el abordaje y resolución de un problema o tarea” (p.51).
- Resolver: “es encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema” (p.54).
- Modelar: “es asociar a un objeto (matemático o no) un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características suyos con el objetivo de ser investigado a través de él” (p.54)
- Aproximar: “es sustituir un objeto matemático por otro el cual se considera un modelo suyo” (p.56).
- Optimizar: “es encontrar el objeto (valor numérico, función, conjunto, etc.) que maximiza o minimiza (en algún sentido) la clase de objetos a la que pertenece, o el método óptimo de resolución de determinado problema” (p.56).
- Graficar: “representar de forma gráfica y sucinta las múltiples relaciones que existen entre diversos objetos matemáticos” (p.58).

- Identificar: “considerada como la acción de determinar si un objeto pertenece a un concepto, atendiendo a sus características esenciales” (p.58).

En los Programas de Estudio de Matemáticas 2012 se pretende que el estudiante desarrolle habilidades, las cuales se asumen como la capacidad de desarrollar una tarea en particular, producto de la manipulación intelectual de uno o varios objetos matemáticos. Las de corto plazo se denominan habilidades específicas; y la generalización de estas son llamadas habilidades generales, las cuales requieren un mayor tiempo para su desarrollo. A continuación se detallan las primeras.

2.2.1. Habilidades específicas y generales en los Programas de estudio de Matemáticas 2012

Los programas de estudio de matemáticas se dividen por áreas matemáticas que deben abarcarse cada curso lectivo. Estas incluyen dos apartados: los conocimientos que el estudiante debe aprender y las habilidades específicas asociadas a estos.

El término “habilidad específica” en matemáticas, es utilizado como “una capacidad o un saber hacer en relación con un objeto matemático (concepto o procedimiento)” (MEP, 2012, p.22), y se define como “una capacidad estudiantil para comprender o manipular intelectualmente un conocimiento (concepto o procedimiento)” (MEP, 2012, p.472).

El MEP (2012) menciona que estas habilidades “se plantean para desarrollarse en tiempos relativamente cortos” (p.22) y no deben verse como capacidades que los estudiantes deben de tener o no, más bien son “expectativas de aprendizaje que se pueden lograr gradualmente” (p.22), no como objetivos operativos. Varias de

estas se pueden abordar en un solo problema y deben integrarse en el planeamiento, el desarrollo de las lecciones y la evaluación de los aprendizajes (MEP, 2012).

Los programas de estudio de matemática 2012, indican las habilidades específicas y los conocimientos que deben lograrse en cada área matemática en los diferentes ciclos educativos. Para efectos de esta investigación, a continuación se desglosa en la tabla 2, los conocimientos y habilidades específicas que el estudiante debe lograr en el área de estadística y probabilidad de octavo año.

Tabla 2. *Conocimientos y habilidades específicas del área de Estadística y Probabilidad de Octavo Año*

ESTADÍSTICA		
Conocimientos	Habilidades Generales	Habilidades específicas
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • La experimentación • Interrogación 	<p>Interpretar información que ha sido generada por medio de análisis estadísticos o probabilísticos provenientes de diversas fuentes.</p> <p>Utilizar técnicas simples para la recolección de datos que sean insumo para un análisis de información relacionado con problemas concretos.</p>	<p>1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.</p>
<p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • Porcentual 		
<p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de 		

<p>frecuencia absoluta y porcentual</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos. <p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none"> • Moda • Media aritmética • Mínimo • Máximo • Recorrido 	<p>Utilizar diferentes estrategias para resumir grupos de datos en forma tabular, gráfica o con medidas estadísticas.</p> <p>Responder interrogantes que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas. 3. Utilizar un software especializado o una hoja de cálculo para favorecer la construcción de cuadros y gráficos. 4. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades Generales	Habilidades específicas
<p>El azar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aleatoriedad • Determinismo <p>Espacio muestral</p> <ul style="list-style-type: none"> • Espacio muestral, puntos muestrales y su representación 	<p>Identificar eventos provenientes de situaciones aleatorias particulares y determinar probabilidades asociadas a ellos.</p> <p>Utilizar la definición laplaciana de probabilidad para deducir las propiedades de las</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias. 2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas. 3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la

<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resultados favorables a un evento • Eventos simples y compuestos • Evento seguro, evento probable, evento imposible <p>Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Eventos más probables, menos probables e igualmente probables • Definición clásica (o laplaciana) 	<p>probabilidades vinculadas con el tipo de evento: seguro, probable e imposible.</p> <p>Utilizar la definición frecuencial o empírica de probabilidad para resolver problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p> <p>Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en condición de incertidumbre.</p> <p>Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la Estadística y la Probabilidad. □</p> <p>Utilizar técnicas de análisis estadístico o probabilístico para la resolución de problemas del con texto.</p>	<p>numeración de sus elementos o de diagramas.</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria. 5. Clasificar eventos en simples o compuestos. 6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada. 7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento. 8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados. 9. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la
---	--	---

<p>Reglas básicas de probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • La probabilidad de cualquier evento es un valor numérico entre 0 y 1 • La probabilidad de un evento seguro es 1 y de un evento imposible es 0 		<p>teoría de probabilidad.</p> <p>10. Deducir las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con valores que puede tomar la probabilidad para evento seguro, probable e imposible.</p> <p>11. Plantear y resolver problemas vinculados con el cálculo de probabilidades.</p> <p>12. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p>
---	--	--

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio de Matemáticas”, por MEP, 2012.

Las habilidades generales se logran al completar los ciclos educativos (primer ciclo, segundo ciclo, tercer ciclo y ciclo diversificado), al extenderse las habilidades específicas, en cada área matemática. De esta forma “las habilidades específicas se pueden ver como casos particulares de ‘habilidades generales’” (MEP, 2012, p.22).

El desarrollo de habilidades matemáticas por medio de la estrategia metodológica propuesta por el MEP (2012), es la resolución de problemas. En consecuencia, se debe comprender el papel, características y consideraciones bajo la estrategia.

2.3. Resolución de Problemas en la Enseñanza de la Matemática

Resolver problemas es una actividad propia en el transcurso de la vida. García (1989) afirma que la resolución de problemas es una actividad propia del ser humano, que busca resolver las situaciones que se le presentan, considerándose un activo solucionador de problemas. Esta actividad constante fue señalada por Polya (1989), cuando reflexiona sobre la acción del humano al trabajar constantemente sobre problemas. Para él, el trabajo racional constante está ligado a la búsqueda de soluciones: “cuando no dejamos la mente a su libre albedrío, cuando no la dejamos soñar, nuestro pensamiento tiende hacia un fin; buscamos medios, buscamos resolver un problema” (p. 187). Es probable que este constante desempeño, favorezca el desarrollo de estructuras mentales superiores.

También, se puede considerar que la motivación que surge al proporcionar soluciones a problemas comunes, propicia en el ser humano una satisfacción en beneficio del mismo desempeño.

La importancia de la actividad de resolución de problemas es evidente; en definitiva, todo el progreso científico y tecnológico, el bienestar y hasta la supervivencia de la especie humana dependen de esa habilidad. (Nieto, 2004, p.1)

La naturaleza del ser humano gira alrededor de resolver problemas y superarlos provoca desarrollo dentro del medio en que se desempeña.

2.3.1. Características de un problema matemático

No toda situación académica representa un problema para el estudiante. Un problema seduce el razonamiento, ya que con la simple repetición de procedimientos no se solventa el mismo. Así lo deja ver Nieto (2004), al indicar que la palabra “problema” proviene del griego, y significa “lanzar adelante”. Así, un problema es un obstáculo lanzado delante de la inteligencia para poder ser superado, una dificultad que debe ser resuelta. El mismo autor resalta que la resolución de problemas es una actividad común en todos los seres vivos.

El concepto de problema es abordado por otros autores, quienes han brindado sus aportes al respecto:

un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se lo plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera casi inmediata. Ciertamente, lo que es un problema para un individuo puede no serlo para otro sea porque está totalmente fuera de su alcance o porque para el nivel de conocimientos del individuo, el problema ha dejado de serlo. (Parra, 1995, p. 14)

Si un planteamiento es inalcanzable por su nivel de dificultad o requerimientos teóricos, no es calificado como un problema para ese individuo. Igualmente, si el nivel es con claridad superado, tampoco puede considerarse un problema para ese individuo. Si el estudiante comprende las condiciones expuestas pero no cuenta de momento con el algoritmo o estrategia para resolverlo, este constituye un problema. No solo las situaciones desconocidas para el estudiante pueden ser

clasificadas como problemas, sino las que necesita resolver y puede lograr de acuerdo con sus capacidades.

García (1989), dirige su percepción hacia las situaciones desconocidas y cuyo abordaje aún es incierto,

Se puede decir que existe un problema siempre que queremos conseguir algo y no sabemos cómo hacerlo, es decir, los métodos que tenemos a nuestro alcance no nos sirven. Dicho de otro modo, tenemos una meta más o menos clara y no existe un camino inmediato y directo para alcanzarla; por lo tanto, nos vemos obligados a elegir una vía indirecta, a hacer un rodeo. (p.27)

En fin, se deduce que un problema es un desafío o reto intelectual para el individuo, del cual se conoce poco o nada, y en donde este se encuentra en la capacidad de dar solución al mismo por sus conocimientos y experiencias, en periodos de tiempo diferentes, según el análisis y estructuración de ideas que se requiera.

García (1992) menciona que un problema debe implicar un esfuerzo cognitivo, en donde el estudiante debe usar la información a su alcance de forma innovadora:

cuando se trata de problemas, el resolutor ha de resolver una situación usando los conocimientos que tiene directamente disponibles. Es decir, no dispone de un procedimiento a mano para resolverlo, pero sí tiene conocimiento matemáticos y heurísticos para avanzar en la resolución del problema. (García, 1992, p.112)

A diferencia de un problema, en un ejercicio el estudiante aplica procesos tradicionales o de rutina, identifica inmediatamente las prácticas por aplicar, reconoce los mecanismos de solución de manera casi inmediata.

En los ejercicios, el resolutor dispone de un algoritmo que una vez aplicado lleva a la solución. En estos casos, el único problema, si así puede llamársele, estriba en averiguar el algoritmo que hay que aplicar. (García, 1992, p.112)

En un ejercicio se repasan procedimientos ya estudiados y cuyo nivel de dificultad fue superado. Cuando un estudiante domina ampliamente una habilidad, los problemas se vuelven ejercicios.

Respecto a los problemas, Fuentes y Bofarull (2001) indican que deben responder a la realidad cotidiana, para posteriormente ampliarse a otros contextos. Su importancia radica en que conocida su solución al resolverlos, se pueda generalizar para otras realidades.

El Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 1998), en Pérez y Ramírez (2011), brinda una serie de características que debe poseer un “buen problema matemático”: funcionalidad del mismo, al ambiente de investigación, la objetividad en su redacción, originalidad, grado de dificultad, aplicabilidad, varias estrategias para la resolución, localización de datos, interés y pertinencia.

Estas ideas se observan en los programas de estudio de matemáticas vigentes. Se insiste en que la estrategia para el logro de habilidades debe estar dotada de sentido para el estudiante, al plasmar la idea de problema como

(...) un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos, implicando al menos tres cosas:

1. Que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad.
2. Que se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares.
3. Que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto. (MEP, 2012, p.29)

En resumen y para efectos de esta investigación, se define un problema matemático como aquella situación que posee una dificultad que debe ser resuelta y que requiere un esfuerzo cognitivo para lograrlo. El sujeto que lo aborda no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita dar la respuesta de manera inmediata, y no se visualiza un camino directo para alcanzarlo, ya que no se han abordado con antelación la totalidad de ideas matemáticas necesarias, pero el sujeto sí tiene las herramientas para resolverlo. Por otro lado, en esta propuesta se hace referencia implícita al proceso natural de surgimiento y solución de los problemas, ligados a la realidad y cuya estrategia obedece a procesos novedosos de indagación.

2.3.2. Resolución de problemas como estrategia metodológica en la Enseñanza de la Matemática

La resolución de problemas es la estrategia metodológica adoptada por el Ministerio de Educación Pública para la enseñanza de la matemática. El fin de enseñar matemática mediante esta orientación, está en función de que el

estudiante aprenda conceptos matemáticos, al lograr la solución de cada problema; que asimile conocimientos matemáticos, y a la vez, desarrolle herramientas para la resolución de los mismos. El interés no se centra en proporcionar al estudiante problemas carentes de sentido o significado de aprendizaje, sino acordes con los que se desea promover.

Esta instrumentalidad de los problemas como estrategia metodológica, es señalada por Kilpatrick (1988) (como se citó en Santos, 1997):

- Los problemas se analizan como un vehículo para lograr algunas metas curriculares. Estas metas pueden incluir aspectos relacionados con la motivación, recreación, justificación, o práctica (resolución de problemas como contexto);
- La resolución de problemas se considera como una de tantas habilidades que se deben enseñar en el currículo.
- La resolución de problemas se ve como un arte en el sentido de simular la actividad matemática dentro del salón de clases, lo que Schoenfeld (1985) identifica como el desarrollo de un “microcosmos matemático” en el salón de clases. (p.62)

En esta dirección, MEP (2012) señala dos propósitos de la resolución de problemas: “a) aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas, b) aprendizaje de los contenidos matemáticos (conceptos y procedimientos) a través de la resolución de problemas” (MEP, 2012, p.28).

Con este enfoque se desea que mientras el estudiante descubre conocimientos matemáticos, también pueda visualizar y desarrollar estructuras lógicas de resolución, para ello MEP (2012) puntualiza los procesos que se fortalecen al seguir la estrategia metodológica de resolución de problemas.

2.3.2.1. *Procesos matemáticos*

Los procesos matemáticos podrían verse como las rutas que sigue el razonamiento humano, cuando se activa el trabajo en esta disciplina.

El MEP (2012) establece que los procesos matemáticos “son actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de conocimientos” (p.24). Esta acepción está muy ligada a la planteada por el proyecto PISA, descrita por Rico (2006):

Las competencias expresan los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio debe estar orientada la formación. Estas competencias o procesos son objetivos generales a largo plazo de esa formación. (p.283)

Los procesos a los cuales hace referencia OCDE (2004) son: “pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones” (p. 40). De dichos procesos, el Ministerio de Educación Pública, ha considerado cinco en los Programas de Estudio de Matemáticas:

- *Razonar y argumentar*

Son acciones que promueven formas típicas de pensamiento matemático como deducción, inducción, comparación, generalización, justificación, pruebas y uso de ejemplos o contraejemplos (MEP, 2012).

- *Plantear y resolver problemas*

Se fomentan capacidades para la identificación, planteamiento y resolución de problemas principalmente de contextos reales; diseñar o determinar estrategias y métodos, adecuados y pertinentes para la resolución, analizando los resultados obtenidos así como el trabajo efectuado durante la resolución de problemas (MEP, 2012).

- *Comunicar*

Refiere a “la expresión y comunicación de forma, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos al docente o a otros estudiantes” (MEP, 2012, p.25). Se promueve la capacidad de utilizar e interpretar lenguaje matemático, formular y precisar matemáticamente ideas, procedimientos, resultados o argumentos, y de forma análoga, que el estudiante interprete expresiones matemáticas, cuando son brindadas de forma escrita o verbal.

- *Conectar*

Se pretende capacitar al estudiante en la obtención de conexiones entre las áreas de la matemática, así como el reconocimiento de procesos matemáticos dentro de situaciones que no necesariamente sean de esta asignatura y se fomenta a la vez la conexión de la matemática con otros contextos y áreas del conocimiento (MEP, 2012).

- *Representar*

En este proceso se “pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares)” (MEP, 2012, p.26), también

capacitar en la traducción de una representación a otra identificando ventajas o desventajas de cada representación.

Para activar estos procesos es necesario potenciarlos a través de los problemas propuestos por el docente. Debido a que esta investigación se inscribe en el logro de habilidades matemáticas por medio de la metodología establecida en los programas de estudio vigentes, se asumen los anteriores procesos como los que se desean lograr en la educación matemática costarricense, por medio de la estructura de la lección en etapas y momentos.

2.3.2.2. Organización de las lecciones

Para la organización de la clase y el desarrollo de las lecciones, MEP (2012), brinda indicaciones claras para el planeamiento docente, y sugiere flexibilidad en el desarrollo de las mismas. En primera instancia, se menciona que durante las lecciones hay dos etapas: la primera de ellas consiste en el aprendizaje de nuevos conocimientos y la segunda, en la movilización y aplicación de estos. En la primera etapa se sugiere un estilo de organización de la lección siguiendo cuatro pasos:

- *Propuesta de un problema*

En este momento de la clase, el docente propone al estudiante un problema o desafío inicial que se pueda abordar mediante el uso de diversas estrategias, que sea acorde con el contenido o aprendizaje que se quiere promover y las características de la población estudiantil.

- *Trabajo estudiantil independiente*

Una vez propuesto el problema al estudiante, se le brinda un espacio para que trabaje en la resolución del mismo, ya sea de manera individual, en parejas o

subgrupos. Durante esta fase no hay intervención directa del docente, aunque sí se considera que la acción del mismo debe ser activa, precisa y apropiada.

- *Discusión interactiva y comunicativa*

En esta fase se exponen, valoran y contrastan las soluciones o trabajos de los estudiantes en la solución del problema. Sobresale la argumentación y comunicación de los participantes.

- *Clausura o cierre*

La clausura consiste en “una síntesis cognoscitiva fundamental para el aprendizaje: por medio de esta acción docente se ofrece un “vínculo” con el saber matemático que ha construido la comunidad profesional de matemáticas” (MEP, 2012, p.42), en este paso se estructuran los conocimientos que los estudiantes usaron durante las etapas anteriores, y se reformulan y escriben los nuevos conocimientos adquiridos con ayuda del docente.

Para la etapa de movilización, se busca que de forma mecánica el estudiante aplique los procedimientos aprendidos, y extienda las formas de representación o expresión del nuevo conocimiento.

En el desarrollo de las lecciones, el estudiante debe enfrentar el problema haciendo uso de estrategias de resolución de problemas, las cuales pueden surgir de manera natural o haber sido presentadas en algún momento de la clase.

2.3.3. *Proceso de Resolución de Problemas en Matemática*

Resolver un problema es todo un desafío, se requiere de destrezas, así como de experiencias; Polya (1989) considera que resolver problemas es una habilidad que se logra solo por medio de la imitación y la práctica, de manera que quien resuelve un problema puede guiar este proceso imitando lo que otros hacen para luego poner en práctica lo aprendido.

Algunos autores establecen una serie de pasos que guían el proceso de resolución de problemas. Uno de ellos es Dewey (como se citó en Rico y Lupiáñez, 2008), quien establece cinco pasos a seguir:

- Se siente una dificultad: localización de un problema.
- Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto.
- Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución.
- Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.
- Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba. (p.234)

Por otro lado, Polya (1989) establece cuatro pasos para la resolución de problemas:

- Comprender el problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Y en la misma línea, la OCDE (2004), caracteriza la resolución de un problema en cinco fases:

- Comenzar un problema concebido en la realidad.
- Estructurar el problema de acuerdo con conceptos matemáticos.
- Alejarse progresivamente e la realidad del problema, haciendo uso de la generalización, la formalización así como resaltar los datos importantes o relevantes del problema.
- Convertir el problema de la realidad en un problema matemático y resolverlo.
- Obtenida la solución, esta debe tener sentido conforme a la situación inicial planteada.

En los Programas de Estudio de Matemáticas (2012) se establece una guía de cuatro pasos para resolver un problema.

Tabla 3. *Pasos en la Resolución de Problemas*

Pasos o fases	Acción
Paso 1. Entendimiento del problema	Tener claridad sobre lo que trata el problema antes de empezar a resolverlo.
Paso 2. Diseño	Considerar varias formas para resolver el problema y seleccionar un método específico.
Paso 3. Control	Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no resulte exitoso.
Paso 4. Revisión y comprobación	Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida.

Nota: “Programas de Estudio de Matemáticas”, por MEP, 2012, p.30.

Los pasos descritos anteriormente para la resolución de problemas son considerados por Rico y Lupiáñez (2008), según Pajares y cols., como “la metodología de la enseñanza de las matemáticas” (p.235). Así, tanto los

matemáticos como los profesionales en otras áreas del saber, pueden enfrentar situaciones y matematizar la información presente en su contexto.

2.3.3.1. Proceso de matematización y sus etapas

La matematización es el proceso que consiste en hacer matemática, según Rico y Lupiáñez (2008) esta se puede organizar en tres etapas; matematización horizontal, matematización vertical, validación y reflexión. La primera de ellas hace uso de una serie de capacidades que permiten traducir el problema de la realidad a un problema matemático, tales como:

representar el problema de modo diferente, comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal, reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos, traducir el problema a un modelo matemático. (Rico y Lupiáñez, 2012, p.235)

La segunda etapa (Matematización vertical) utiliza destrezas y capacidades, pero dentro del ámbito matemático, tales como el uso de representaciones, uso de modelos matemáticos, argumentar, generalizar y uso del lenguaje.

El MEP (2012) establece que el uso de modelos matemáticos en la resolución de problemas es una acción necesaria, donde el estudiante debe identificar, usar o construir modelos matemáticos, ya que es parte sustancial del enfoque que se propone trabajar” (MEP, 2012, p.31). Es importante aclarar que el fin no es entrenar al estudiante en la construcción de modelos, sino que, guiados por las acciones que suponen la construcción los utilice y así puedan generar o reforzar aprendizajes.

La última de las etapas (validación y reflexión) busca hacer un examen retrospectivo de la forma en que se resolvió el problema y validar el razonamiento

desarrollado, así como los modelos utilizados, para luego comunicar la solución obtenida y justificar los resultados.

2.3.3.2. Algunas estrategias para la resolución de problemas

Uno de los propósitos planteados por MEP (2012) es que los estudiantes aprendan técnicas de resolución de problemas. En este sentido, García (1992) menciona estudios que demuestran la consecución de mejores resultados cuando se enseñan estrategias para la resolución de problemas que cuando se deja a los estudiantes trabajando de manera espontánea. El docente no solo debe proponer problemas a los estudiantes y que estos resuelvan a su ritmo, sino que se les puede instruir en cómo deben hacerlo.

También, García (1989) menciona que los conocimientos previos son importantes en la resolución de problemas, sin embargo, pueden ser causa de conductas erróneas o mecánicas, por ejemplo en la aplicación de algoritmos poco comprendidos a problemas, cuya solución es más sencilla, eso se debe “a una comprensión superficial, poco profunda, del problema” (p.27). En general los procesos monótonos y poco significativos, faltos de ingenio, dirigen al estudiante a aplicar estrategias poco creativas y lo limitan cuando los problemas poco se parecen a lo que han hecho en clases (García, 1989). Ante este hecho el MEP (2012) considera que, aunque se entrene a los estudiantes en el uso de técnicas, eso no garantiza que puedan resolver problemas nuevos y variados, aunque sí se favorece la capacidad.

Es importante rescatar que el éxito en la resolución de problemas depende de múltiples factores, como el contexto de aula, el desarrollo cognitivo de los estudiantes, creencias, actitudes y métodos utilizados en la resolución de problemas. Por tanto, las estrategias que se brindan son solo sugerencias que se

pueden llevar a cabo, por lo que se debe ser crítico para usarlas de manera adecuada.

Diversos autores brindan estrategias en la resolución de problemas, que van desde hacer representaciones gráficas, usar del lenguaje, emplear una notación adecuada, buscar problemas alternos, entre otras. Algunas de las estrategias que se pueden llevar a cabo, según Polya (1989) y Escudero (1999), y con las cuales concuerdan los autores, son:

- No enfrentar el problema directamente, sino buscar un problema alternativo que se resuelva de manera más sencilla. Para ello es necesario que se hayan resuelto otros problemas similares, y valerse de la experiencia adquirida. Esta estrategia en la teoría de Polya (1989) es llamada analogía.
- Hacer experimentos, observar, hacer conjeturas y tratar de demostrarlas; cuando se particularizan resultados y se hacen observaciones es posible obtener conjeturas, las cuales si se ponen a prueba y se experimentan pueden ser demostradas.
- Dibujar una figura, un esquema, un diagrama así como una notación adecuada, pues esto permite esquematizar y visualizar de una manera más clara el camino a seguir, pues “en todo tipo de problemas, pero sobre todo en los matemáticos que ofrecen dificultad, es siempre útil y a menudo indispensable, el emplear una NOTACIÓN apropiada, al igual que FIGURAS geométricas” (Polya, 1989, p.103).
- Usar la inducción, la cual es considerada según Polya (1989) como “un modo de razonar que conduce al descubrimiento de leyes generales a partir de la observación de ejemplos particulares y de sus combinaciones” (p.114); para ello, basta con que se compruebe la conjetura para un

ejemplo particular y para una serie de casos más, y luego poder generalizar.

- Suponer que no es así. Esta estrategia es útil cuando se deben probar un resultado que es verdadero, pero que debido a la complejidad y cantidad de casos que se deben probarse se opta por negar la condición y poder llegar a alguna contradicción, de esa manera se tendría resuelto el problema.
- Asumir que el problema está resuelto, estrategia muy usada en problemas geométricos y en problemas algebraicos, donde se asume que existe una solución, y el problema se reduce a elegir algún camino para encontrarla.

Estas seis estrategias pueden ser desarrolladas en las clases de matemática. La idea es que al terminar el proceso, el estudiante tenga la capacidad para resolver problemas y posea el criterio suficiente para decidir cuál de las estrategias es más útil para solucionar el problema, el cual puede presentar distintos niveles de dificultad.

2.3.4. Tipos de problemas y niveles de dificultad

La metodología de resolución de problemas plantea una variedad de categorías para clasificar los problemas matemáticos. García (1989) considera que

una manera útil de clasificar los problemas consiste en distinguir entre problemas bien definidos y mal definidos... En un problema bien definido el sujeto recibe toda la información necesaria para resolverlo, y tanto la solución-meta como el camino o caminos para alcanzarla quedan establecidos claramente en las instrucciones. Por el contrario, en los problemas mal definidos, el sujeto no recibe en las

instrucciones, de forma explícita, toda la información necesaria, ni existe un criterio claro sobre los movimientos lícitos para alcanzar la solución-meta, ni si ésta ha sido alcanzada. (p.28)

Por otro lado, Escudero (1999) brinda una caracterización de los denominados buenos problemas matemáticos, establecida por Grupo Cero:

- No presentan trampas ni acertijos.
- Puede que tengan o no aplicación, ya que el interés está en ellos mismos.
- Presentan todo un desafío ante las cualidades de un matemático.
- Una vez que son resueltos, se desea compartirlos con otros.
- Al ser resueltos generan un sentimiento difícil de explicar pero digno de experimentar.

Los problemas matemáticos pueden presentar distintos niveles de dificultad, dependiendo de la manera en que se redacten y de los conocimientos previos que posean los estudiantes.

La OCDE (2004), clasifica los problemas matemáticos de acuerdo con el nivel de dificultad que posean y los organiza en tres niveles, los cuales orientarán esta investigación. Esta clasificación también es adoptada por el MEP (2012):

- Problemas de reproducción: involucran la reproducción de conocimientos ya practicados, por medio de procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos con símbolos y fórmulas sencillas.
- Problemas de conexión: Se desarrollan en ambientes familiares al estudiante; es necesario hacer conexiones entre distintos elementos y distintas representaciones de la situación.
- Problemas de reflexión: se plantean en ambientes más novedosos y en ocasiones desconocidos por el estudiante; es necesaria la formulación de

argumentos y justificaciones para la generalización. Para resolverlos se debe aplicar varios métodos.

El MEP (2012) establece que no se puede plantear solamente problemas de reproducción a los estudiantes, pues los otros niveles pueden permitir el desarrollo de más capacidades, y así procurar un balance adecuado de los distintos niveles y apegados a la capacidad cognitiva de los estudiantes. Así mismo, los postulantes del seminario comparten la clasificación anterior, en relación con los niveles de dificultad de los problemas.

2.3.5. Algunos aspectos a considerar por el docente ante la resolución de problemas

El MEP (2012) señala que los problemas seleccionados para ser desarrollados por los estudiantes en las clases, deben responder a contextos reales dentro de lo posible y presentar cierto nivel de complejidad para que el estudiante lleve a cabo una construcción de conocimiento matemático. Además el docente debe definir el propósito del problema que presenta a los estudiantes: su escogencia “debe estar establecida por los propósitos de aprendizaje de un conocimiento matemático dado y el desarrollo educativo que se realiza, y no, por ejemplo, por las estrategias o técnicas que supone para su solución” (MEP, 2012, p. 29).

En el desarrollo de las clases, la participación e intervención del docente debe ser pertinente y orientada a la guía de los estudiantes mediante preguntas apropiadas, y consciente de los momentos en que debe actuar ante el estudiante, sin indicarle la ruta para la solución de los problemas (MEP, 2012).

En esta línea, García (1989) resalta que

como profesores tenemos que esforzarnos por desarrollar en los alumnos la confianza para abordar y resolver los problemas. Para ello hemos de evitar la tentación de interrumpir sus procesos de resolución con indicaciones que lleven a soluciones rápidas y elegantes. Esas indicaciones evitan las dificultades, en vez de superarlas, y no facilitan la confianza y la autonomía de los alumnos. Por otro lado, si el problema que proponemos no es adecuado al nivel de los alumnos, la falta de ayudas y orientaciones puede llevar al fracaso y a la frustración. (p.113)

En cuanto a la necesidad de proponer problemas a lo largo del aprendizaje, Polya (1989), indica que “el profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse en ellos y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica” (p.27). De igual forma, Pérez y Ramírez (2011) mencionan que la tarea del docente reside en despertar la curiosidad en los estudiantes, haciendo uso de problemas que impliquen la “reflexión, lejos de lo mecánico y rutinario que no involucra esfuerzo, brindándoles herramientas que les permita descubrir por sí mismos la soluciones a tales problemas” (p.181). Lo anterior va dirigido a la necesidad de resolver problemas, pero no por rutina u obligación, sino como cultura educativa.

Por otro lado, Parra (1995) menciona que el docente es un factor muy importante para que la resolución de problemas se convierta en una actividad de provecho para el estudiante, en la cual influye las acciones del mismo y la atmósfera que genera en el aula. Esta idea es reforzada por Fuentes y Bofarull (2001):

la actitud del enseñante en el planteamiento de las actividades, los mecanismos de atribución de las dificultades y las expectativas que tenga el escolar influyen no sólo en su motivación y en su autoestima, sino también en su autonomía y en su integración social y, por lo tanto, en su rendimiento. (p.88)

Parra (1995) menciona dos aspectos que el docente puede considerar para generar un buen ambiente en el aula: alentar al estudiante a examinar ideas que los puedan ayudar a resolver y comprender el problema, así como reforzar las habilidades y la excelencia en los mismos.

A partir de lo anterior, se evidencia que el accionar del docente y sus actitudes tienen un papel relevante en el desenvolvimiento, desempeño y rendimiento del estudiante en las clases de matemáticas. No solo resolver el problema es importante, sino el ambiente de trabajo, momento de investigación y el tránsito de ideas en la clase. Al respecto Polya (1989), señala que

sería un error el creer que la solución de un problema es un “asunto puramente intelectual”; la determinación, las emociones, juegan un papel importante. Una determinación un tanto tibia, un vago deseo de hacer lo menos posible pueden bastar a un problema de rutina que se plantea en la clase; pero, para resolver un problema científico serio, hace falta una fuerza de voluntad capaz de resistir durante años de trabajo amargos fracasos. (p.80)

Las anteriores consideraciones sobre la resolución de problemas como estrategia metodológica propuesta en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP (2012), permiten comprender cómo se pretende desarrollar las habilidades propuestas en el mismo. Como parte del proceso educativo, el docente también debe considerar la forma en que se evaluará el aprendizaje de los estudiantes

(MEP, 2012), de modo que se favorezca a la vez la recolección de insumos para determinar el nivel de logro de las habilidades propuestas.

2.4. Evaluación de los Aprendizajes

El MEP plantea en los Programas de Estudio de Matemáticas, que la evaluación basada en la metodología de resolución de problemas también debe considerar el proceso cualitativo y cuantitativo. Para complementar lo anterior Álvarez (2005) recalca que

la evaluación forma parte de un continuum y, como tal, debe ser procesual, continua, integrada en el currículum y, con él, en el aprendizaje. No son tareas discretas, discontinuas, aisladas, insignificantes en su aislamiento. Tampoco es un apéndice de la enseñanza. (p.14)

Castillo y Cabrerizo (2003) reafirman esta idea, pues conciben la evaluación como “un proceso dinámico, abierto y contextualizado, que se desarrolla a lo largo de un periodo de tiempo; no es una acción puntual o aislada” (p.10). Para este fin, los autores brindan tres características esenciales e irrenunciables a toda evaluación:

- Obtener información: mediante la aplicación de procedimientos válidos y confiables, y con instrumentos que faciliten la observación a los alumnos, para obtener datos de forma “sistemática, rigurosa, relevante y apropiada, que fundamente la consistencia y seguridad de los resultados de la evaluación” (Castillo y Cabrerizo, 2003, p.10).
- Formular juicios de valor: la información recolectada debe ser base para fundamentar la valoración de lo que se busca evaluar y de esta forma brindar un juicio de valor, lo más apropiado posible al estudiante.

- Tomar decisiones: después de los procesos anteriores, y las valoraciones llevadas a cabo, se pueden tomar decisiones que se ajusten a cada caso.

Particularmente, la evaluación en la clase según Giménez (2011), en Vanegas y Giménez (2011), hace referencia a la “identificación de elementos de los procesos prácticos-formativos (enseñanza-aprendizaje), que nos permiten adquirir consciencia de la evolución de dichos procesos para tomar las acciones de re planificación correspondientes” (pp.84-85).

En este mismo sentido, Romberg, en Giménez y Vanegas (2011), indica que además de dar juicios sobre el logro de ciertas competencias, se debe tener en cuenta que la evaluación también sirve para dar apoyo a políticas que reorienten las decisiones educativas, ya que la evaluación tiene cuatro funciones, las cuales se resumen en el siguiente diagrama de Giménez(1997).

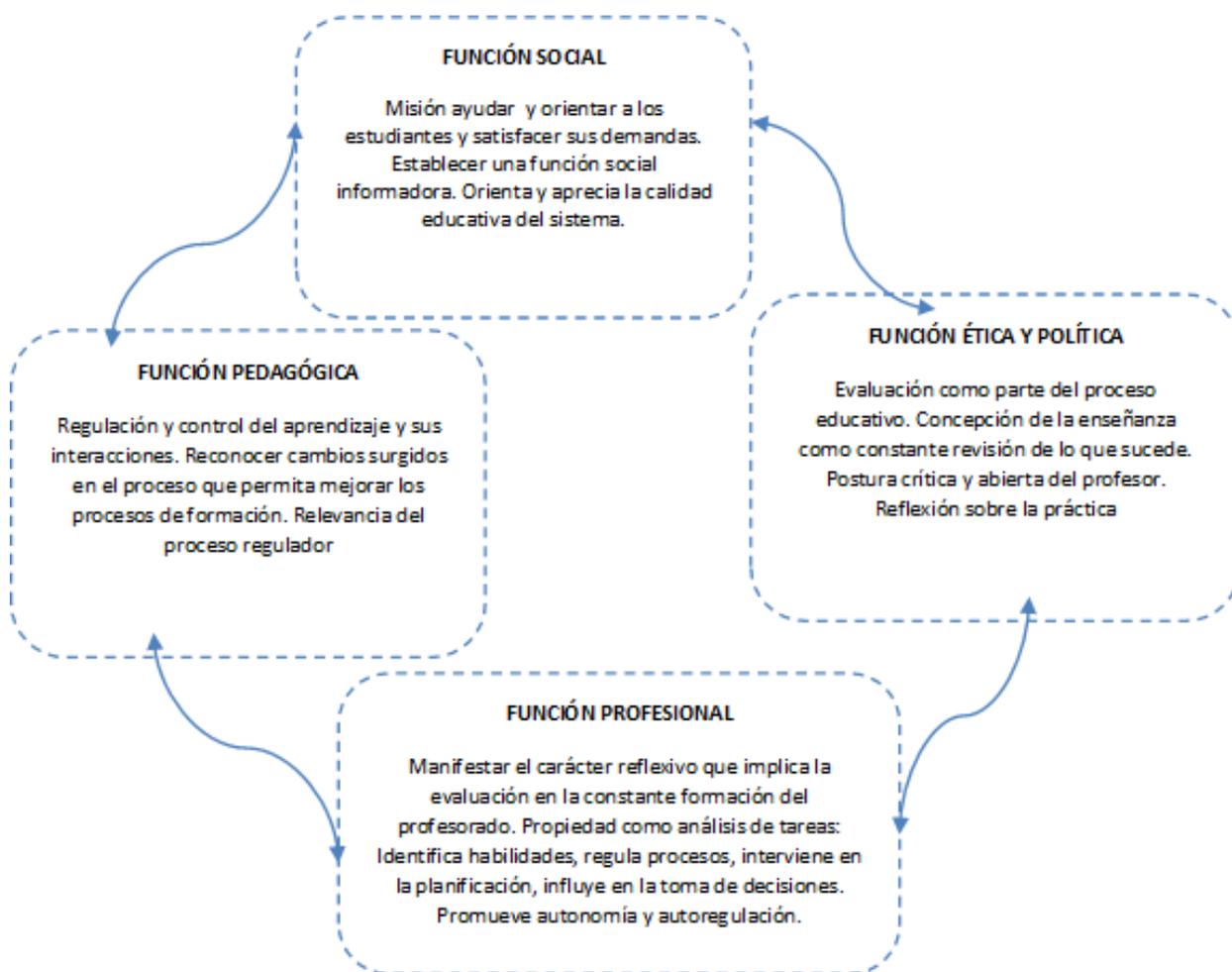


Figura 1. Funciones de la evaluación. “Competencias, aprendizaje y evaluación”, por Giménez, J. y Vanegas, Y., 2011, p.2.

Desde otra perspectiva, Cardona en Castillo y Cabrerizo (2003) menciona que las funciones de la evaluación son: diagnóstica, reguladora, previsoría, retroalimentadora y de control.

Giménez y Vanegas (2011) indican que “aprender, y comprender matemáticas no es incorporar conocimientos y mostrar destrezas y debilidades o errores, sino

reconstruir y rehacer prácticas matemáticas” (p. 3), de manera que la evaluación sirva como proceso de retroalimentación.

En otro sentido, Roegiers (2007) identifica tres funciones de la evaluación de los aprendizajes, las cuales son orientar, reglamentar y certificar el aprendizaje. Además, menciona que

las funciones descritas anteriormente son las funciones directas de la evaluación. Pero, cuando se evalúa los desempeños de las personas, hay también funciones indirectas de la evaluación:

- refuerzo de la confianza en sí mismo;
- desarrollo de la autonomía (por ejemplo cuando se lleva al alumno a medir los progresos que ha realizado);
- integración de los conocimientos, en la medida en que el hecho mismo de confrontarse a una prueba en términos de integración ayuda al alumno a integrar sus conocimientos;
- información de los diferentes actores involucrados (dirección, docentes, alumno, padres de familia, responsables del sistema...), etc. (p. 254)

Por otro lado, el proceso de comunicación de la evaluación debe ser muy claro, porque, como mencionan Vanegas y Giménez (2011):

el aprendizaje al que conduce una tarea debería explicitarse a todos los participantes, debe haber claridad tanto en lo que se evalúa como en la manera en que se realiza este proceso, por ello es relevante explicitar las razones de los resultados que se obtienen, sus correspondientes valoraciones y las decisiones que de éstos puedan derivarse. (p.6)

De esta forma, al realizar el proceso de evaluación, se considera también la opinión del estudiante y no se impone únicamente un criterio predeterminado. Así como se toma en cuenta su opinión, también deben brindarse los criterios y evidencias que se usarán para evaluar y, una vez realizado el proceso, mostrar dichas evidencias a los participantes.

Entonces, el estudiante también debe ser responsable de su evaluación. Olmos-Migueláñez y Rodríguez-Conde (2010) apuntan que,

si el alumno es gestor del aprendizaje, ¿por qué no considerar que debe ser gestor de la evaluación, de su propia evaluación? En este sentido, si el centro de atención es el alumno y con él el aprendizaje, del mismo modo que se demanda el aprendizaje a lo largo de la vida o la adquisición de la capacidad de aprender a aprender, debemos considerar que el alumno logre ser gestor de su propia evaluación.
(p.4)

Se debe considerar que “evaluar en un marco de heterogeneidad del alumnado, implica reconocer dicha diversidad, analizando los factores que pueden incidir en el desarrollo y progreso matemático de cada uno” (Giménez y Vanegas, 2011, p. 4). Álvarez (2005) reafirma lo anterior al mencionar que “la evaluación debe ser un ejercicio transparente en todo su recorrido, en el que se garantiza la publicidad y conocimiento de los criterios que se han de aplicar” (p. 14).

Para llevar a cabo una evaluación, se tienen que establecer pautas que permitan evidenciar si el estudiante ha satisfecho las expectativas educativas deseadas. El tipo de evaluación que se propone en la propuesta es criterial, es decir, “la modalidad de evaluación que debe ponerse en práctica por tanto, cuando de lo que se trata es de evaluar el logro de los aprendizajes de cada alumno, en función de criterios de logro previamente establecidos” (Castillo y Cabrerizo, 2003, p.3). La

objetividad de estos criterios es de gran trascendencia, aspecto al cual otros autores se refieren al decir que “la claridad de los criterios es esencial en todas las formas de evaluación, en especial cuando el evaluador pretende calibrar hasta qué punto se han demostrado satisfactoriamente determinadas competencias” (Brown y Pickford, 2013, p.13).

Castillo y Cabrerizo (2003) señalan que la evaluación debe formar parte del proceso educativo, como instrumento de acción pedagógica y debe adaptarse a las características propias de los estudiantes, además se debe comprobar si ellos han logrado los fines del proceso educativo al tomar en cuenta la capacidad intelectual, su condición afectiva y social.

La importancia de la evaluación en el ámbito educativo también es recalcada por Olmos-Migueláñez y Rodríguez-Conde (2010), al mencionar que

la evaluación es uno de los aspectos especialmente relevantes, por varias razones. En primer lugar, para lograr la necesaria validez del diseño formativo, la evaluación ha de ser coherente con los objetivos de enseñanza y las competencias a desarrollar a través de una metodología didáctica adecuada. En segundo lugar, hemos de pensar siempre en el efecto reactivo o condicionante de la evaluación para el estudiante, en relación con su propio proceso de aprendizaje. Y, en tercer y último lugar, la evaluación es el elemento imprescindible como proceso de autorregulación y de mejora en el ámbito docente y discente. (p. 1)

Para nuestros efectos, evaluar es entonces un proceso de recolección de información, por diferentes medios y bajo estrategias mediadas por la población con que se trabaja, la metodología del docente, entre otros elementos, para la emisión de juicios de valor sobre el trabajo desempeñado por los estudiantes, a

partir de la información recolectada y de esta forma tomar las decisiones que se orienten a la mejora del proceso educativo del mismo.

La evaluación del proceso educativo debe establecer, basada en los criterios que se desean observar, estrategias para el registro de información y la adjudicación de una valoración al estudiante sobre su proceso educativo, respecto al desempeño que él mismo ha desarrollado, con lo que el proceso de medición, como parte de la evaluación, es necesario para determinar el logro de habilidades matemáticas.

La medición de los aprendizajes no es lo mismo que la evaluación de los aprendizajes, Castillo y Cabrerizo (2003) mencionan que “medir es condición necesaria para evaluar, pero no suficiente” (p.14), pues la evaluación es más general y abarca a la medición y la calificación.

Cabrera y Espín (como se citó en Castillo y Cabrerizo, 2003), definen medir como el “conjunto de acciones orientadas a la obtención y registro de información cuantitativa (expresada en número su cantidad o grado) sobre cualquier hecho o comportamiento” (p.14). Para llevar a cabo un proceso de medición, son necesarias escalas o criterios como referencia para la asignación de una calificación, definida por Castillo y Cabrerizo (2003) como

la expresión que se hace sobre la valoración de la conducta o del rendimiento de los alumnos (calificación escolar),... suele expresarse con una tipificación numérica o nominal que pretende expresar la valoración de los aprendizajes logrados por el alumno, y puede expresarse de forma cualitativa. (p.15)

En síntesis, medir forma parte de la emisión de juicios de valor sobre el proceso educativo que ha llevado a cabo el estudiante, según las evidencias recolectadas;

no obstante, según Cardona (como se citó en Castillo y Cabrerizo, 2003), el uso excesivo de la medición “puede hacer olvidar los efectos retroalimentadores que son inherentes a toda acción evaluadora” (p.16). La evaluación debe tener como finalidad la obtención de información para la toma de decisiones, que permita lograr una mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de su entendimiento (Flores y Gómez, 2009).

2.4.1. Tipos de evaluación

Cuando se habla de evaluación se debe tener presente que existen diversas clasificaciones propuestas por varios autores. En seguida presentamos una de estas, expuesta por Casanova en Castillo y Cabrerizo (2003), la cual clasifica la evaluación según distintas dimensiones, y que para efectos de este trabajo de investigación se consideran las siguientes.

- *Según el momento:* los tipos de evaluación son inicial, procesual o final. La evaluación inicial es la que se realiza al inicio del periodo establecido para realizar cierto aprendizaje; sirve principalmente para que el profesor tome las mejores decisiones metodológicas. La evaluación procesual es la que permite dar continuidad al proceso evaluativo del aprendizaje de los estudiantes para valorar el avance en el transcurso del periodo. Por otra parte, la evaluación final se realiza al terminar dicho periodo y sirve para comprobar el logro de las metas propuestas.
- *Según la finalidad:* diagnóstica, formativa o sumativa. La evaluación diagnóstica es la que permite conocer el punto de partida al empezar un proceso de aprendizaje y algunas características académicas de cada estudiante. Por otro lado, la formativa regula, ajusta y reorienta el desarrollo de dicho aprendizaje. Finalmente la evaluación sumativa sirve

para tomar decisiones al terminar un aprendizaje, porque contrasta el aprendizaje esperado con el obtenido.

- *Según sus agentes*: autoevaluación, heteroevaluación o coevaluación. En la autoevaluación los participantes se evalúan a sí mismos, mientras que en la heteroevaluación estos son evaluados por otras personas. Por otra parte, en la coevaluación los evaluadores y evaluados van alternando roles con el fin de evaluarse entre sí.
- *Según su normotipo*: puede ser normativa o criterial. La evaluación normativa hace referencia a aquel tipo de evaluación en la que se compara con un grupo normativo establecido, mientras que en la evaluación criterial se evalúa el logro de los aprendizajes de cada estudiante comparándolos con criterios previamente establecidos.

2.4.2. Criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes

La propuesta de evaluación del logro de habilidades matemáticas que se presenta en este trabajo, se encuentra basada en la evaluación criterial. El concepto de criterio en el ámbito evaluativo hace referencia a “las diferentes cualidades que se esperan de una producción, de una realización. Para distinguirlos de otra categoría de criterios que reflejen un nivel de dominio, se les llama, frecuentemente, ‘criterios de corrección’” (Roegiers, 2007, p. 255). Además “un criterio es una cualidad que hay que respetar. Tiene un carácter general y abstracto. Puede igualmente aplicarse a contenidos de diferentes tipos” (Roegiers, 2007, p.258).

Para la formulación de un criterio se debe considerar la utilización de una cualidad, precisando la misma ya sea por “un sustantivo que tiene él mismo una

connotación positiva o negativa...; un sustantivo al cual se le agrega un complemento él mismo con connotación...; sea recurriendo a una pregunta...” (Roegiers, 2007, p.258). Así mismo se debe evitar confundir los criterios con los objetivos de aprendizaje.

Otro aspecto importante en el proceso de evaluación es la cantidad de criterios por utilizar. Al respecto Roegiers (2007) menciona que pueden ser tres o cuatro criterios mínimos, “con base en los cuales se va a certificar el éxito o el fracaso” (p.259), aquí se consideran los conocimientos básicos que el estudiante debe haber aprendido. También puede utilizarse uno o dos criterios de perfeccionamiento, que “sirven para determinar el nivel de desempeño de cada alumno” (p.260), y con ello evidenciar si el estudiante trasciende los conocimientos mínimos. En general

- Es mejor evitar un número demasiado pequeño de criterios, que permita un diagnóstico diferenciado. En efecto, cada criterio es una mirada que se tiene sobre una producción; es una cualidad de la producción. Definir tres o cuatro cualidades relativas a esta producción en lugar de una sola permite determinar en qué dirección debe un alumno orientar sus esfuerzos para mejorarla.
- Pero hay que evitar también recurrir a un número muy grande de criterios, y esto por dos razones. Primero, porque la multiplicación de criterios aumenta el tiempo de corrección. Además, porque entre más se multiplica el número de criterios, más probabilidades hay de encontrar criterios que no son independientes: se castiga doblemente a un alumno que ha cometido un error en ese criterio y se crea un fracaso innecesario. (Roegiers, 2007, p.264)

El uso práctico de los criterios se da por medio de los indicadores, los cuales se definen como “un índice observable de un criterio. Este permite contextualizar el criterio. Tiene un valor... En general, se recurre a diferentes indicadores para determinar si un criterio es respetado, sobre todo si es difícilmente observable” (Roegiers, 2007, p. 258). Además los indicadores tienen que “explicitar la tarea o producto que el estudiante debe realizar para demostrar que logró el aprendizaje” (Ministerio de Educación de Panamá, 2012, p.14).

Ramos (2008) establece que los indicadores sirven para medir resultados tanto en las ciencias formales como en las fácticas, pero que a nivel educativo estos se conocen como indicadores de logros, los cuales

son estructuras pedagógicas que nos permiten estimar los momentos del proceso de aprendizaje por el educando así como de otras connotaciones referidas a las relaciones con los saberes, sus funcionalidades, las actitudes frente al aprendizaje, etc. Son también descriptores de estos momentos que en algunas ocasiones pueden ser cuantitativos, aproximándose al concepto de indicador formal o de índices. (párr. 4)

De esta manera, es posible evidenciar los conocimientos dominados por los estudiantes y que puedan hacerlos explícitos en el desarrollo de las lecciones o fuera de ellas.

Según Ramos, el Ministerio de Educación de Panamá (2012) sugiere, considerar en la elaboración de indicadores, las siguientes condiciones:

1. Coherencia interna: su estructura sintáctica o semántica debe ser correcta en relación con el objetivo que pretendemos evaluar.

2. Validez interpretativa: la relación entre el indicador y el objetivo evaluado debe permitir una interpretación adecuada por parte de los profesionales.
3. Comparabilidad: permite evaluar procesos y resultados y ubica en el lugar preciso para interpretar cómo pueden incidir los contextos a la hora de valorar lo aprendido, por eso es clave.
4. Gradualidad: el aprendizaje y la adquisición de determinadas competencias se realizan a lo largo de procesos cognitivos, afectivos, sociales, culturales e históricos muy complejos, por tanto, también van evolucionando a la par del desarrollo de las competencias que se espera desarrollar. (p.27)

Los criterios e indicadores de evaluación permiten evidenciar el nivel de aprendizaje y de habilidades específicas que el estudiante ha desarrollado, para ello se necesita recolectar información por medio de diversas técnicas e instrumentos de evaluación.

2.4.3. Técnicas de evaluación de los aprendizajes

La evaluación permite al docente determinar el nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante y tomar decisiones al respecto. Los instrumentos que se utilizan para llevar a cabo dicha evaluación son variados, no obstante, prevalecen las pruebas escritas, pues “vivimos en una sociedad que evalúa a sus ciudadanos mediante exámenes” (Homero y Gómez, 2009, p. 122).

La evaluación en el I, II, III Ciclo y Educación Diversificada, es una práctica normada por MEP (2009), cuyos componentes originan al final del periodo, una calificación para cada curso matriculado. Los estudiantes deben cumplir con una

serie de actividades y demostrar periódicamente el dominio de estas, a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Según MEP (2014),

La nota de los estudiantes en cada asignatura para cada período, excepto en el primer año de la Educación General Básica, se obtendrá sumando los porcentajes correspondientes a las calificaciones obtenidas por los estudiantes en los siguientes componentes:

- a) Trabajo cotidiano,
- b) Trabajo extra clase,
- c) Pruebas,
- d) Proyecto (según corresponda),
- e) Asistencia

Para obtener la nota en cada uno de estos componentes existe una normativa establecida por el Ministerio de Educación Pública que regula y establece los mecanismos de recolección de información. En este punto es preciso caracterizar el proceso evaluativo de acuerdo con el momento de la lección. Para esto Murillo, Prieto, Sánchez y Valerín (2014) utilizan diversas técnicas, las cuales divide en técnicas informales, técnicas semiformales y técnicas formales de evaluación. Según estas autoras, las técnicas informales se desarrollan durante el proceso de la lección: “Se implementan casi de manera espontánea, ya que el docente no las presenta como una evaluación, por lo cual comúnmente se tiende a confundir con una actividad didáctica de enseñanza-aprendizaje” (Murillo et al., 2014, p 95). Esta práctica responde a la necesidad de verificación constante que hace el docente para llevar un registro del desarrollo del proceso y las dificultades en las que debe

enfatzarse durante el mismo. La observación y las preguntas frecuentes pueden constituir insumos para llevar a cabo esta evaluación.

Las técnicas semiformales van más allá, al establecer momentos o situaciones más elaboradas que en las técnicas informales, por ello

requieren planeamiento por parte del docente e involucra más tiempo de ejecución y respuestas más duraderas por parte de los alumnos en consecuencia, exige más tiempo para valorar, por lo que esta técnica tiende a percibirse como actividad de evaluación, aunque se desarrolle en el trabajo de aula. (Murillo et al., 2014, p. 98)

Algunas actividades que pueden considerarse como técnicas semiformales son las prácticas durante la lección como exposiciones, foros, proyectos, portafolios, trabajos extra clase, etc. Las técnicas semiformales constituyen un dominio más sólido de los conocimientos y pueden constituir evidencia de carácter sumativo en el componente de trabajo cotidiano y trabajo fuera del aula.

En lo que respecta a las técnicas formales, se indica que “por lo general se aplican al finalizar un periodo determinado, o bien, son utilizadas para la evaluación sumativa... Al referirse a las técnicas formales se deben mencionar condiciones que le otorga un carácter más confiable y garantiza la calidad de la evaluación” (Murillo et al. 2014, p.98). De acuerdo con lo anterior, MEP (2009) establece que las técnicas formales son:

- La prueba escrita.
- La prueba oral
- La prueba de ejecución.

La recolección de información obtenida por un instrumento de evaluación debe tener un objetivo en particular y no constituir una práctica carente de significado.

MEP (2011) concuerda en que “elaborar pruebas escritas de alta calidad técnica es un asunto que compete a todos los docentes, máxime si se considera que a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes, se toman decisiones que conllevan consecuencias sociales” (p. 4). Estas tienen carácter vinculante en el desempeño del alumno, lo cual agudiza su trascendencia. Así lo indica Murillo et al. (2014), cuando menciona los resultados de algunos estudios que coinciden en que la evaluación debe servir para aportar la suficiente información acerca del rendimiento del estudiante, para retroalimentar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una prueba o trabajo extra clase puede cumplir con los requisitos establecidos, pero “resultan insuficientes para la recopilación de la información necesaria y para su análisis, e incluso para lograr una retroalimentación efectiva y oportuna con los estudiantes.” (Homero y Gómez , 2009, p. 129), por ello mencionan que es necesario usar diferentes instrumentos de evaluación y fuentes de información como “cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios.” (p. 120)

Diversos instrumentos de evaluación propician la consecución de resultados y el logro de habilidades del estudiante. Ante esto, MEP (2012) menciona que “las técnicas e instrumentos que se utilicen en el proceso de evaluación deben ser variados y adecuados al nivel que pretende evaluar, deben servir para reflejar el nivel de conocimiento y las habilidades específicas logradas” (p. 70). En este caso, el nivel de conocimiento es el resultado final obtenido en cada instrumento de evaluación.

A continuación se presentan algunos instrumentos alternativos de evaluación de tipo semiformal, y se brindan algunas características de los mismos

2.4.3.1. Técnica de aprendizaje orientado en proyectos

Consiste en una asignación de trabajo por etapas, en donde el estudiante completa una serie de actividades con la guía del docente. Según el artículo 26 del Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, el proyecto

es un proceso que parte de la identificación de contextos del interés por parte del estudiantado, relacionadas con los contenidos curriculares, valores, actitudes y prácticas propuestas en cada unidad temática del programa de estudio. Incluye una serie de etapas organizadas que busca la incidencia de los y las estudiantes en contextos determinados del entorno socio cultural. (MEP, 2009, p. 21)

El mismo artículo señala que solo aplica para algunas asignaturas, entre las cuales no se encuentra matemática. Sin embargo, Wolk (1994) indica que el trabajo por medio de proyectos puede ayudar a que el estudiante desarrolle habilidades como resolver problemas, crear planes y llevarlos a la práctica, trabajar en equipo e investigar algún tema.

Es importante rescatar la influencia que tiene este tipo de instrumento, no solo en el desarrollo de la investigación, sino en la resolución de problemas y la comunicación, ambos procesos matemáticos impulsados en los Programas de Estudio de Matemática. El parecer de los autores es que tratándose de un instrumento que fortalece la interacción, la resolución de problemas y la investigación, debería valorarse la idea de implementarlo dentro de los componentes de la evaluación de los aprendizajes en el área de matemática, en III ciclo de la educación general básica.

2.4.3.2. *El Portafolio.*

Un portafolio recolecta el proceso por el cual el estudiante transcurre al desarrollar su aprendizaje. Debe mostrar evidencia de los logros de la siguiente manera:

Consiste en una selección de evidencias/muestras (que forman un *dossier* o una carpeta) que tiene que recoger y aportar el estudiante a lo largo de un período de tiempo determinado y que responde a un objetivo concreto. Estas evidencias (certificados acreditativos, fragmentos de películas, entrevistas, actividades académicas, apuntes, trabajos de asignaturas, entre otras) permiten al alumno demostrar que está aprendiendo, a la vez que posibilitan al profesor un seguimiento del progreso de este aprendizaje. (Cámara y Nardoni, 2010, p.113)

Como insumo en el trabajo de aula, el portafolio puede aportar mucho debido a la conexión con el trabajo estudiantil independiente, el cual constituye el segundo momento de la organización de la lección (MEP, 2012). Se desprende de las características del portafolio que la estructura y el control deben estar presentes en la elaboración del mismo.

2.4.3.3. *Las tecnologías de la información y la comunicación.*

El uso de la tecnología es uno de los cinco ejes disciplinares del actual programa de estudios de matemática. MEP (2012) expone que “las tecnologías de la comunicación han favorecido métodos cooperativos en el aula y fuera de ella, construyendo espacios virtuales de comunicación y de interacción, lo que puede transformar mucho el significado de la labor de aula” (p.37).

Ciertamente, el paso a la era digital aún no se ha dado en todas las instituciones educativas del país, sin embargo, en ciertos momentos debe implementarse algunas estrategias basadas en el E-Learning: “una característica sustancial del E-Learning es que la interacción entre los estudiantes, y la de ellos con el docente es independiente del lugar geográfico en el que se encuentren” (García y Benítez, 2011, p. 34). Esta ventaja y la posibilidad de interactuar entre estudiantes y docentes favorece la innovación y la motivación por medio del uso de plataformas como Moodle: “El trabajo en una ambiente virtual de aprendizaje como MOODLE requiere que los estudiantes desarrollen nuevas habilidades para efectuar discusiones en grupos, responder por e-mail y participen de discusiones en foros”. (García y Benítez, 2011, p. 40). Esta técnica se ajusta al tipo de evaluación semiformal.

2.4.4. Evaluación de los aprendizajes en matemática

En los actuales programas de estudio de matemáticas la evaluación de los aprendizajes como “parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje tiene como propósito recopilar información válida y confiable que permita determinar hasta qué punto se logran las habilidades, destrezas o competencias propuestas en los programas de estudio” (MEP, 2012, p.69), propicia mejores opciones para dirigir el proceso de enseñanza, ya que “se facilita la acción docente en la toma de decisiones prontas y oportunas orientadas al mejoramiento del desempeño estudiantil” (MEP, 2012, p.69). Esta perspectiva permite al estudiante abandonar la idea de castigo asociada a los exámenes de matemáticas.

Todos estos aspectos están contemplados en los principios que plantea el MEP (2012) en el Programa de Estudios de Matemática.

- Es parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje: la evaluación no debe verse como un conjunto de pruebas que se aplican cuando se termina de enseñar un tema de un área matemática, sino es un proceso que “tiene lugar durante las actividades que se plantean en la clase.” (MEP, 2012 p.69)
- Constituye un proceso colaborativo: se aprende uno del otro, es decir el estudiante del docente y viceversa, también el estudiante de sus compañeros, mientras se promueve la práctica de habilidades, destrezas y competencias entre los estudiantes.
- Pertinencia con las actividades de mediación: las actividades que se desarrollen deben ser pertinentes para recolectar información del proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes (ya sea cualitativa o cuantitativa), y que estos insumos permitan evaluar el logro de habilidades, destrezas y competencias desarrolladas por el estudiante.
- Congruencia de las técnicas e instrumentos: los instrumentos y técnicas que se utilicen en el proceso de evaluación deben ser pertinentes para lo que se desea evaluar y que reflejen los conocimientos y habilidades específicas que se pretende lograr en el estudiante.
- Permite la toma de decisiones: la información recolectada y analizada por el docente, le permite reflexionar sobre la práctica pedagógica, tomar decisiones del proceso de enseñanza-aprendizaje y conocer las fortalezas del estudiante. Por otro lado, la evaluación le permite al estudiante reflexionar acerca de su desempeño.
- Promueve el compromiso hacia el aprendizaje: debe haber un compromiso por parte de los estudiantes en su aprendizaje, para esto deben tener un conocimiento claro de los objetivos y criterios que se utilizan para evaluar, estos tienen que reflejar lo que se espera del estudiante.

Los actuales programas de estudio de matemáticas, pretenden el desarrollo de habilidades, para lo cual el docente debe contar con herramientas que le permita evaluarlas y así determinar el nivel de logro alcanzado por el estudiante.

2.4.4.1. Evaluación de habilidades matemáticas

El MEP (2012) establece la necesidad de contribuir en la formación de ciudadanos matemáticamente competentes. Lo anterior se logra cuando en conjunto, las habilidades generales son asimiladas por el estudiante por medio de habilidades específicas; de esta manera “la competencia matemática y las capacidades cognitivas superiores se desarrollan a partir de las actividades cotidianas en el aula, para el logro de las habilidades específicas y generales (asociadas a las áreas matemáticas)” (MEP, 2012, p. 14).

Con respecto a lo anterior, Arreguín, Alfaro y Ramírez (2012) indican que:

Para conocer el grado de aprendizaje de una competencia es necesaria la intervención del alumno ante una situación-problema que sea reflejo, lo más aproximado posible de las situaciones reales en las que se pretende que sea competente, siendo necesario identificar indicadores de logro, lo cual requiere el uso de instrumentos y medios muy variados, como la observación en función de las características específicas de cada competencia y los distintos contextos donde ésta debe o puede llevarse a cabo. (p. 269)

Los instrumentos elaborados para evaluar el logro de habilidades no solo deben implementarse en la evaluación sumativa, sino durante todo el proceso de enseñanza por medio de actividades similares. En este mismo sentido Homero y Gómez (2009) consideran que

las actividades de evaluación no deben ser distintas de las de aprendizaje y deben tener como objetivo mejorar las condiciones del curso con respecto a la actuación del profesor, el desempeño del estudiante, la calidad de las actividades que se presenten, los programas de estudio y el sistema educativo en su conjunto. (p.123)

De esta manera, como la metodología propuesta es la resolución de problemas, la integración de conocimientos, temas y demás insumos, no actúan en forma individual, sino en conjunto para poder abordar con éxito la situación y lograr el resultado esperado. De manera similar “PISA no evalúa los procesos de forma aislada, ya que la ‘práctica de las matemáticas en el mundo real’ conlleva poner en juego de forma simultánea varios procedimientos o capacidades” (Rubio, 2009, p.16), por eso PISA busca evaluar lo que el estudiante sabe hacer, no obstante, para llegar a ello se deben implementar actividades que promuevan habilidades, situación que no siempre se lleva a cabo, pues “tradicionalmente, en el sistema escolar nos hemos limitado a medir lo que el alumno «sabe»” (Rubio, 2006, p.268), por medio de instrumentos que buscan solo ese fin, de esta manera cuando se somete a los estudiantes a las pruebas aplicadas por PISA los resultados no son los esperados.

Debido a lo anterior, la idea no solo es evaluar por medio de instrumentos que se consideran apropiados, sino instrumentos que evalúen bien lo que se pretende y en cualquier momento, tomando en cuenta que la metodología que propone el MEP (2012) es la resolución de problemas.

2.4.4.2. Evaluación según la metodología de resolución de problemas

La resolución de problemas es la estrategia metodológica propuesta en los programas de estudio de matemática 2012, por lo que la evaluación debe responder a esta metodología. MEP (2012) hace énfasis en que “al plantearse un

problema como parte de la evaluación de los aprendizajes se deben identificar y valorar no solamente los resultados, pues se perdería su significado” (p.70).

Por otro lado, Rico (2006) hace hincapié en tres variables que PISA toma en cuenta en la evaluación de un problema, las cuales son: “el contenido matemático que se debe utilizar para resolver el problema, el problema contextualizado, las competencias o procesos que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas y resolver la cuestión planteada” (p.290).

Los problemas matemáticos se dividen en tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, por lo que no se puede evaluar de igual manera. Para esto se debe de utilizar instrumentos y técnicas de evaluación que sean congruentes con cada nivel de complejidad que permitan obtener la información del logro de los conocimientos y habilidades específicas (MEP, 2012).

Además, el MEP (2012) menciona que para la evaluación sumativa sería equivocado realizar una prueba en donde “predominen los problemas del grupo de reflexión. Por eso mismo, para su diseño se debe garantizar el equilibrio entre los distintos niveles de los problemas incluidos” (p.71), para lo cual se tiene que tomar en cuenta los problemas que se propusieron en clase, los cuales deben ser variados y que abarquen los tres niveles de complejidad, profundizando en ellos si es posible.

2.4.4.3. Evaluación de los aprendizajes de la Estadística y Probabilidad

Los programas de estudio de matemática 2012 aportan indicaciones de evaluación para cada ciclo en sus diferentes áreas matemáticas. En el caso de Estadística y Probabilidad, con respecto al tercer ciclo se indica que “se debe orientar la evaluación hacia la identificación de la capacidad de cada estudiante para emplear los conceptos estadísticos y leer e interpretar las situaciones que se le presentan”

(MEP, 2012, p.379), además sugiere aspectos a tomar en cuenta en el trabajo cotidiano, trabajo extra clase y pruebas escritas.

En el trabajo cotidiano se sugiere que el docente realice actividades que evalúen los procesos que se realizan en la resolución de un problema. En el caso del trabajo extra clase, este debe ser reflejo de lo desarrollado en el trabajo cotidiano. En las pruebas escritas propone para Estadística que “las preguntas que se incluyan deberían estar orientadas hacia la identificación de las características de los datos y sus propiedades, pero también a la destreza lograda por cada estudiante para leer e interpretar información del contexto” (p.380) y en el caso de Probabilidad los problemas “deben orientarse hacia el adecuado uso de las herramientas probabilísticas para interpretar situaciones del contexto” (p.380).

Garfield (como se citó en Batanero, 2001) sugiere las siguientes maneras de recolección de información para la evaluación en el área de estadística:

- Observación sistemática de las intervenciones de los alumnos en clase a lo largo del curso;
- Revisión periódica de los cuadernos y apuntes de los alumnos;
- Pruebas específicas escritas tipo examen;
- Preguntas realizadas en clase a alumnos particulares o a toda la clase;
- Encuestas breves en relación con lo que han aprendido o lo que han encontrado confuso en una clase particular, la actitud de los estudiantes, el contenido del curso o su visión de la estadística;
- Trabajos de síntesis sobre un tema o una colección de lecturas que muestren la comprensión y capacidad de síntesis;
- Proyectos de análisis de datos individuales o colectivos;
- Test de opciones múltiples;
- Problemas para realizar en la clase o como trabajo de casa;

- "Dossier" donde el profesor va recogiendo información diversa acerca del alumno;
- "Diario" elaborado por los alumnos con resúmenes de lo aprendido en clase. (p. 132)

Las recomendaciones anteriores brindadas por MEP (2012) y Garfield en Batanero (2001) están enfocadas en estadística y probabilidad, como un específica del programa de matemáticas A continuación se menciona el papel que tiene el docente en la evaluación de los aprendizajes a nivel general, que también es considerado en el área matemática de interés de este trabajo de investigación.

2.4.5. El papel del docente en la evaluación del aprendizaje

El profesorado tiene un papel significante en la evaluación de los aprendizajes, como menciona Giménez (1997) “la forma de evaluación de un profesor muestra cómo selecciona su currículo en cuanto los contenidos, cómo formula su secuencia de actividades, cuando establecer tal o tal proceso, su metodología” (p.18), y deja al descubierto el currículum oculto del docente. Para Vanegas y Giménez (2011) ser profesor de matemáticas “implica desarrollar, entre otras, la competencia de planificar, aplicar y analizar estrategias e instrumentos de evaluación adaptados a las características de las competencias matemáticas desarrolladas” (p.85).

Rauscher (como se citó en Giménez, 1997) indica que hay tres tipos de profesores en la evaluación, los cuales son

- a) Los que proponen evaluaciones y análisis precisos de los tratamientos que deben efectuarse.

- b) Los que proponen o bien evaluaciones o bien análisis poco precisos de los tratamientos.
- c) Los que se limitan a tratamientos mediante un registro final. (p.86)

Bordas y Cabrera (2001) señalan que “el papel del profesor como evaluador es más el de un facilitador que contribuye a la formación de sus estudiantes a ser cada vez más hábiles para conducir sus propias evaluaciones” (p.17). La forma en cómo el docente plantee la evaluación puede afectar la orientación del aprendizaje (Bordas y Cabrera, 2001), por lo que el docente debe ser una persona capaz de escuchar al estudiante, poder seguir el razonamiento de lo que propone y realiza en el proceso de aprendizaje, debe verse implicado en el pensamiento y la acción operativa del educando, y no esperar que el estudiante razone de igual manera que el docente (Giménez, 1997).

Por otro lado, “hacer buenas preguntas es uno de los deberes de un buen educador y se integra en un modelo de enseñanza-aprendizaje constructivo en cuanto ayuda a producir conocimiento” (Giménez, 1997, p.163). Para Giménez y Vanegas (2011) el profesor debe de tener en cuenta tres principios para una evaluación, los cuales son:

- Adecuar el currículo al grupo de alumnos: saber cuáles aspectos y objetivos se deben de evaluar y los instrumentos a utilizar.
- Negociación-contrato: debe haber una justificación de las elecciones de los instrumentos de evaluación, si es preciso cambiarlos y propiciar el diálogo entre docente y estudiante.
- Toma de decisiones: el error debe ser una fuente de aprendizaje cuando se realiza la evaluación.

De lo anterior se concluye que el papel que debe cumplir el docente, con respecto a la evaluación de los aprendizajes es:

- Diseñar, aplicar y analizar estrategias e instrumentos de evaluación coherentes con las competencias matemáticas por desarrollar.
- Analizar los resultados de las evaluaciones y proponen estrategias para solventar deficiencias o bien impulsar el logro de las habilidades matemáticas en el estudiante.
- Ser facilitador en la formación de sus estudiantes e impulsar en estos la autoevaluación.
- Plantear buenas preguntas durante el proceso de enseñanza.
- Aprovechar las circunstancias derivadas del error, para reconstruir el aprendizaje.

2.5. Estadística y Probabilidad

Para llevar a cabo una evaluación acorde con la metodología de resolución problemas para el logro de habilidades matemáticas, es necesario un dominio de los conocimientos del área de estadística y probabilidad por parte del docente.

La Estadística como área del conocimiento humano, posee diferentes definiciones. A continuación se exponen tres, según el aporte de varios autores.

Gómez (2012) hace referencia a la estadística como “una disciplina científica dedicada al desarrollo y aplicación de la teoría y las técnicas apropiadas para la recolección, clasificación, presentación, análisis e interpretación de información cuantitativa obtenida por observaciones o experimentación [y otros]” (p.6)

Según Trejos y Moya (2009), “la estadística es una ciencia que trata del desarrollo y aplicación de métodos eficientes de recolección, procesamiento, análisis e interpretación de datos numéricos” (p.5).

Para Quintana (1994) la palabra estadística tiene dos acepciones, una como dato y otra como una disciplina que en un inicio se encargaba de la recolección, presentación y resumen de los datos a partir de medidas, exponiendo las características de los mismos, pero que actualmente además de eso, se encarga de extraer información y conclusiones de la totalidad de dichos datos. En fin, define la estadística como “un conjunto de teorías y métodos que han sido desarrollados para tratar con la recolección, la descripción, y el análisis de conjuntos de datos con el fin de extraer conclusiones útiles” (p.11).

A partir de los aportes anteriores, se puede asumir que la Estadística es una disciplina que se encarga de la aplicación de teoría y técnicas para la recolección, clasificación, presentación, análisis e interpretación de información, para la extracción de conclusiones útiles. En particular, en esta área de los Programas de Estudio, los estudiantes tienen un primer acercamiento con los conocimientos de la estadística descriptiva, que consiste en “la descripción del conjunto de datos observados” (Gómez, 2012, p.24).

En el Anexo B se puede consultar la descripción de los conocimientos de estadística que propone el MEP (2012) para octavo año.

En el transcurso de la educación primaria, los estudiantes tienen un primer acercamiento a la teoría de probabilidad, donde adquieren una primera noción de conceptos probabilísticos. En la educación secundaria, nuevamente se retoman los temas de probabilidad estudiados en la escuela primaria, pero con un énfasis más formal.

Gómez (2012) menciona que en la vida cotidiana, casi nunca tenemos toda la información que requerimos para tomar decisiones, razón por la que las mismas se toman en situaciones de incertidumbre y se corre el riesgo de equivocarse. Lo anterior resalta la necesidad de contar con algún procedimiento objetivo que permita tratar la incertidumbre y los riesgos que esta prevé. La teoría de probabilidad tiene la función de suministrar los elementos para medir, analizar y minimizar los riesgos del error presentes en el proceso de inferencia.

Existen dos definiciones de probabilidad, una usa el método frecuentista, la otra el método clásico o conocida también como la fórmula de Laplace. Para efectos de este trabajo de investigación se hará uso de la definición clásica, la cual establece que

si un suceso puede ocurrir de n maneras mutuamente excluyentes² e igualmente posibles, y si $n(A)$ de ellas posee un atributo A , la probabilidad de A es la fracción definida como $P(A) = \frac{n(A)}{n}$. (Gómez, 2012, p.435)

Escrito de otra manera, la probabilidad de que suceda un evento A es

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

De esta forma, es posible comparar eventos conforme a una condición, y calcular cuál es la probabilidad que cada uno presenta. A continuación se brinda un ejemplo que aplica la definición de probabilidad.

² Hace referencia a dos eventos que no puede suceder al mismo tiempo.

Una caja tiene 4 bolas rojas (R), tres negras (N), dos blancas (B) y tres azules (A), para un total de 12 bolas, si se desea calcular la probabilidad de sacar una de cada color, suponiendo que cada vez que se saca una se vuelve a echar en la caja, se tendría:

$$P(R) = \frac{4}{12} \sim 0,33 \quad ; \text{ de las 12 bolas, se tiene 4 rojas.}$$

$$P(N) = \frac{3}{12} = 0,25 \quad ; \text{ de las 12 bolas, se tiene 3 negras.}$$

$$P(B) = \frac{2}{12} \sim 0,17 \quad ; \text{ de las 12 bolas, se tiene 2 blancas.}$$

$$P(A) = \frac{3}{12} = 0,25 \quad ; \text{ de las 12 bolas, se tiene 3 azules.}$$

Una vez calculada la probabilidad de extraer de la caja una bola de algún color, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Los eventos: extraer una bola negra y una bola blanca, se consideran eventos igualmente probables, ya que al calcular las probabilidad de cada uno, ambas tienen la misma posibilidad, dado que hay 3 bolas de cada color.
- El evento extraer una bola blanca se considera un evento menos probable, pues aunque puede ocurrir, la posibilidad de que suceda es menor, pues solo hay 2 bolas de dicho color.
- El evento extraer una bola roja es un evento más probable, esto debido a que hay más bolas de ese color en la caja, y la posibilidad de sacar una de ellas es mayor que el de las demás.

En el Anexo C se puede consultar la descripción de los conocimientos de probabilidad que propone el MEP (2012) para octavo año.

El sustento teórico expuesto en el presente capítulo gira alrededor de los programas de estudio de matemáticas y aportes de diversos autores. Se procede ahora a determinar cómo se está llevando a la práctica los planteamientos descritos, con base en la estructura medular diseñada para recolectar información, establecida en el marco metodológico de la presente investigación.

Capítulo 3. Marco metodológico

En este capítulo se presenta el enfoque y método de esta investigación, técnicas de recolección de información, fuentes y etapas de la misma. Además, se hace la descripción del análisis de la información, las delimitaciones y proyecciones de esta.

3.1. Enfoque de la investigación

En este trabajo se pretende conocer a profundidad la evaluación de los aprendizajes en Matemática aplicada por los docentes de secundaria tras la implementación de los nuevos programas de estudio en esta asignatura como insumo para elaborar una propuesta de evaluación del logro de habilidades matemáticas en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año, de la educación secundaria en Costa Rica.

El presente trabajo se inscribe en el enfoque investigación cualitativa. Según Sandín (2003),

la investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos. (p.123)

Ruiz (2011) menciona que este enfoque “enfatisa el estudio de los problemas de la vida cotidiana y se fundamenta en los procesos de pensamientos de los actores acerca de las acciones, interacciones y transacciones en las que se involucran en distintos contextos socioculturales” (p. 31). El instrumento principal de recolección de información es el propio investigador, en su acercamiento a la situación del

mundo real que desea estudiar y mediante la interacción con la misma y sus elementos (Sandín, 2003). Puesto que la presente investigación está inmersa en un contexto educativo, la interacción entre el docente, los estudiantes y el conocimiento, representan una fuente de información para este trabajo.

Por medio de los estudios que se realizan bajo este enfoque, es posible obtener información significativa para el contexto en el que se lleva a cabo, así como en otros que presenten ciertas similitudes. Hernández, Fernández y Baptista (2006) establecen que la investigación cualitativa,

se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por lo cual el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos). También resulta de interés las interacciones entre individuos, grupos y colectividades. (p.8)

Según Sandín (2003), actualmente la característica principal de la investigación cualitativa es la reflexividad, lo cual

significa que debe prestarse especial atención a la forma en que diferentes elementos lingüísticos, sociales, culturales, políticos y teóricos influyen de forma conjunta en el proceso de desarrollo del conocimiento (interpretación), en el lenguaje y la narrativa (formas de presentación) e impregnan la producción de textos (autoridad legitimidad). (p.126)

De acuerdo con estos autores, la investigación cualitativa considera el contexto real de la situación que se investiga, y estudia la experiencia de las personas de

forma global (Sandín, 2003). Por ello, los autores de esta memoria de seminario interactúan con un docente de matemática de secundaria para conocer y comprender su realidad en cuanto a la evaluación de habilidades matemáticas en el tema de Estadística y Probabilidad en octavo año de la Educación General Básica, a partir de la experiencia que ha adquirido con la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas. Este acercamiento a la realidad del docente se da a través de observaciones participativas mientras imparte lecciones de matemática y una entrevista a profundidad.

Además, se realiza una entrevista a profundidad a un experto en Evaluación de los Aprendizajes en Matemáticas y a un experto en Estadística y Probabilidad, los cuales representan una fuente de información que fortalece la propuesta de evaluación.

3.2. Método de investigación

El presente trabajo se enmarca en el método de investigación cualitativa denominado hermenéutico-dialéctico, pues el mismo “está concebido y diseñado especialmente para el descubrimiento, la comprensión y la explicación de las estructuras o sistemas dinámicos que se dan en los seres humanos o en la organización y dinámica de grupos de personas, étnicos o sociales” (Martínez, 2011, p.130). Dado el acercamiento que se hace a los sujetos de estudio y a la realidad en que se desenvuelven, se busca describir y comprender en profundidad, cómo se evalúa el logro de habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad por parte de los docentes.

Tomando en cuenta la descripción de la evaluación de los aprendizajes, de las habilidades matemáticas y la resolución de problemas como estrategia metodológica en el marco de referencia, se observa el objeto de estudio en

interacción en el contexto de aula, y a partir de ahí se extrae una interpretación para describirlo, y con ello se da mayor significado al fenómeno en estudio.

Para tal efecto, Martínez (2011) menciona que un canon muy importante del método hermenéutico-dialéctico es el círculo hermenéutico propuesto por Dilthey, por medio del cual “las partes reciben significado del todo y el todo adquiere sentido de las partes” (Martínez, 2011, p.121). Los pilares descritos en el marco de referencia y que tienen significado propio, representan una de las partes a las que hace referencia el círculo hermenéutico. El logro de habilidades matemáticas se da a través de la estrategia metodológica de la resolución de problemas, la misma delimita la evaluación de los aprendizajes ya que debe existir una coherencia entre la estrategia metodológica y las prácticas de evaluación, al mismo tiempo, la evaluación de los aprendizajes determina cuál es el nivel de logro de las habilidades matemáticas planteadas. Los tres pilares dan sentido al todo: la evaluación del logro de habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad en octavo año, como se muestra a continuación:

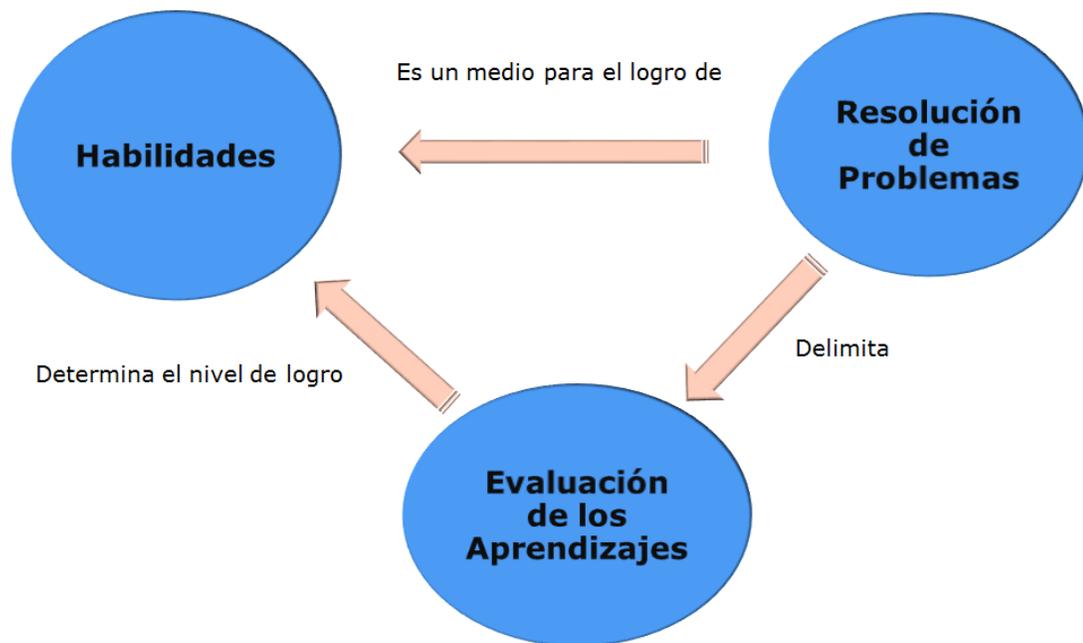


Figura 2. Pilares de la investigación. Elaboración propia.

3.3. Técnicas de recolección de información

Las técnicas de recolección de información³ seleccionadas para este estudio y que según Martínez (2011) se consideran las más adecuadas en el método hermenéutico-dialéctico, son la entrevista en profundidad y la observación. Aparte de estas, también se destaca la búsqueda de material bibliográfico, el cual brinda el sustento teórico en la investigación.

La entrevista a profundidad establece “encuentros cara a cara entre el investigador y los informantes, encuentros estos dirigidos hacia la comprensión de las

³ Para efectos del escrito de esta memoria de graduación, en adelante, cuando se haga mención a la entrevista, se entenderá entrevista a profundidad.

perspectivas que tienen los informantes respecto de sus vidas, experiencias o situaciones, tal como las expresan con sus propias palabras” (Taylor y Bogdan, 1987, pp.194-195). De esta manera se puede obtener información valiosa desde la visión de los entrevistados, quienes viven la implementación de los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas y se encuentran en la realidad educativa de las aulas.

Diversos autores, entre ellos Taylor y Bogdan (1987), Kvale (2011), y Barrantes (2007), establecen una serie de recomendaciones que facilitan la aplicación de la entrevista a profundidad, entre las que se destacan:

- El investigador debe mostrarse empático con el entrevistado, mediante un lenguaje ordinario el cual luego se debe modificar.
- El lugar, horario, contexto, entre otros factores, son importantes de tomar en cuenta.
- El entrevistador debe conocer el lenguaje y contexto del entrevistado.
- Previo a la entrevista se debe elaborar una guía para ordenar los temas de conversación. Primero se deben realizar preguntas no directas, para estimular un ambiente de confianza y seguridad, posteriormente se enfocan las preguntas o discusión, estas deben ser muy abiertas y generales. Se recomienda hacer dos tipos de preguntas; las preguntas del investigador y las preguntas del entrevistado. Las primeras responden a la información que se desea recolectar para la entrevista, las segundas son las que se le plantearán a la persona entrevistada, estas se caracterizan por tener un lenguaje más cotidiano y fluido.
- Influyen la puntualidad, el respeto, duración, presentación personal y el lenguaje utilizado por el entrevistador.
- Se deben proponer preguntas fáciles de entender y que no sean embarazosas.

- Se debe escuchar tranquilamente con paciencia y comprensión, no dar consejos ni valoraciones morales así como no discutir las respuestas brindadas por el entrevistado.
- Se debe contar con el permiso del entrevistado para grabar las entrevistas, si es por medio de un medio audiovisual, la cámara debe estar enfocada en el sujeto y no en el entrevistador.

Según Kvale (2011) antes de llevar a cabo una entrevista a profundidad, el entrevistador debe realizar un consentimiento informado, esto implica comunicar a los sujetos el fin y el procedimiento de la entrevista así como de la confidencialidad de las personas que tendrán acceso a la información.

Por otro lado, la observación es una técnica de recolección de información que permite la descripción de fenómenos mediante la interacción y el uso de los sentidos. Es una técnica natural al ser humano y esta “ha sido la piedra angular del conocimiento” (Álvarez-Gayou, 2007, p.103), lo cual refleja la trascendencia de la observación en la investigación.

Para Barrantes (2007) “La observación es el producto de la percepción del que observa; en ella incluye las metas, los prejuicios, el marco de referencia, las aptitudes, además de algún instrumento o aparato utilizado para realizar y registrar la observación” (p.202). Este autor indica que la observación implica percepción e interpretación, así como el registro de los hechos tal cual ocurren.

Según Barrantes (2007) para elaborar una observación, además del objetivo que se persigue según el problema de la investigación, se debe considerar: definir el entorno o contexto en el cual se desea llevar a cabo la observación, la selección de muestras, el momento en que se lleva a cabo la investigación, la duración, distribución del tiempo y el sistema de observación en relación con las técnicas e instrumentos de observación.

En este trabajo el sistema utilizado para el registro y almacenamiento de la información de las observaciones, es el abierto, donde “los sistemas de este tipo pueden tener una gama de categorías prefijadas que se utilizan para describir conductas (u otros fenómenos), o pueden contener categorías generadas a partir de los patrones observados” (Evertson y Green, 1989, p.321).

En la observación bajo el sistema abierto, el observador posee conocimientos de lo que desea observar y lo que investiga, de ahí que cuenta con categorías específicas de observación según el interés de la investigación, a la vez que tiene la libertad de establecer nuevas categorías según el proceso de recolección de información, acorde con la naturaleza del fenómeno que investiga.

Respecto a la información que se recolecta, Evertson y Green (1989), plantean que “las conductas pueden tener más de una función, por lo que es posible combinar las categorías para reflejar una pluralidad de funciones simultáneas” (p.321). A partir de esto, las categorías de observación no son excluyentes y un aspecto observado se puede considerar para más de una categoría, así se pueden establecer relaciones entre la información.

Dentro del sistema de observación abierto, la observación llevada a cabo en esta investigación se inscribe en el sistema narrativo, donde se realiza un registro oral o escrito de una situación, durante segmentos de esta o durante su duración completa sin interrupciones. La funcionalidad de estos sistemas consiste en que

permiten una descripción detallada de los fenómenos de la vida real y procesos en curso que hay que explicar. Además, pueden identificar patrones de conducta que se dan dentro de los acontecimientos observados, su comprensión y la comparación con otros casos, de forma que se pueden contrastar patrones identificados. (Barrantes, 2007, p.206)

El sistema narrativo no posee categorías de observación prefijadas, pero sí hay un punto de observación predeterminado, “el observador decide quién será observado, qué se observará y dónde y cuándo se producirán las observaciones. El observador registra la información en lenguaje cotidiano” (Evertson y Green, 1989, p.342). Para realizar el registro de la información se utilizan las notas de campo, allí se exponen los datos de interés, expresiones, opiniones, entre otros elementos.

La observación⁴ llevada cabo en esta investigación es participativa, ya que esta “se refiere a la introducción del investigación [sic] en el escenario de estudio, funcionando este como instrumento de recogida de datos” (Begoña, 1991, p.110).

A pesar de que las observaciones son consideradas participativas, para este trabajo, los investigadores no tienen una interacción directa con las personas observadas, pero tanto estos como los participantes se encuentran en el mismo espacio físico.

⁴ Para efectos del escrito de esta memoria de graduación, en adelante, cuando se mencione la observación, se asume que es la observación participativa.

3.4. Fuentes de información

Para llevar a cabo este trabajo de investigación se utilizaron como principales fuentes de información, las siguientes:

- Recursos bibliográficos.
- Los Programas de Estudio de Matemática vigentes para educación primaria y secundaria costarricense.
- Docente de Matemática que labora en secundaria.
- Grupo de estudiantes de secundaria.
- Experto en Evaluación de los Aprendizajes en Matemática.
- Experto en Estadística y Probabilidad.

3.5. Etapas de la investigación

En seguida se explican las etapas en las que se divide esta investigación, las cuales no tienen necesariamente un orden cronológico. Conforme se avanza en la investigación se desarrollan las etapas de manera conjunta, por medio de una retroalimentación entre ellas.

3.5.1. Indagación teórica

En esta primera etapa se realiza una búsqueda de bibliografía especializada en cada uno de los tres pilares que componen la investigación (evaluación de los aprendizajes, habilidades matemáticas en estadística y probabilidad y resolución de problemas). Esto con el fin de obtener un sustento teórico para cada pilar que estructura el trabajo, así como para la elaboración de la propuesta de evaluación de los aprendizajes que se presenta.

También se lleva a cabo una indagación sobre tendencias en evaluación y metodología que se han empleado en la Enseñanza de la Matemática, así como de criterios e indicadores para realizar el proceso evaluativo, o bien para el desarrollo de habilidades o competencias matemáticas en los estudiantes.

3.5.2. Observaciones

La etapa de observaciones, es llevada a cabo con el propósito de caracterizar el sistema de evaluación de los aprendizajes en Matemáticas utilizado por los docentes en la clase, tras la implementación de los programas de estudio en esta asignatura, y de esta forma determinar elementos claves por considerar en la evaluación de los aprendizajes en el aula.

El proceso implica determinar el foco de la observación y establecer los elementos más importantes para ser observados en la dinámica de clase, y que son necesarios para responder a las interrogantes de la investigación. Para tal efecto se elaborará una guía (ver anexo D), en la cual se consignarán los detalles más importantes por observar. Seguidamente se define el contexto en que se va a llevar a cabo la observación, así como los participantes en la misma y el periodo contemplado.

Las observaciones se llevarán a cabo en una institución pública de educación secundaria, durante el tiempo que un docente complete el desarrollo de una de las habilidades matemáticas. Se coordinará con un docente de matemática de un colegio académico diurno la observación de seis lecciones, y con la aprobación del director de la institución. Se llevará a cabo en un plazo de aproximadamente dos semanas y media. El sujeto por observar cuenta con experiencia en la implementación del Programa de Estudios de Matemáticas del año 2005 así como de los Programas de Estudio vigentes, está impartiendo clases en el nivel de octavo año y ha evaluado habilidades de estadística y probabilidad.

3.5.3. Elaboración y aplicación de las entrevistas

En esta fase se construye una serie de preguntas que permitirán dirigir las entrevistas a profundidad. Estas entrevistas serán aplicadas a dos expertos, uno en Estadística y Probabilidad y otro en Evaluación de los Aprendizajes en Matemáticas (ver anexos E y F). Además se aplicará una entrevista al docente de matemática de secundaria que fue observado (ver anexo G).

La entrevista al experto en Estadística y Probabilidad tiene como objetivo comprender en profundidad los cambios entre los programas de estudios anteriores y los actuales, en cuanto a los contenidos, la importancia de los mismos y el modelo que se debe implementar para la enseñanza en esta área. Mientras que el fin de entrevistar a un experto en Evaluación es conocer la postura del Ministerio de Educación Pública en relación con la forma en que considera que se debe llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes en Matemáticas, acorde con los nuevos programas. El propósito de la entrevista al docente es profundizar en aspectos que no se evidenciaron al llevar a cabo las observaciones o que son necesarios de ampliar.

3.5.4. Transcripción y análisis de la información obtenida de las entrevistas y de las observaciones

La información obtenida de las observaciones, así como de las entrevistas, será transcrita. Posteriormente se codifica y categoriza la información, con el fin de analizarla y comprender la posición del docente de secundaria y del MEP sobre la importancia del cambio curricular del programa de matemáticas, principalmente respecto a la metodología expuesta, así como a la forma en que se pretende evaluar los aprendizajes de los estudiantes; todo como consideración, tanto para

dar respuesta a las preguntas de investigación como para elaborar la propuesta. La información recolectada se considerará exhaustiva cuando varias de las fuentes consultadas coinciden en los datos que proporcionan.

3.5.5. Diseño de criterios e indicadores de evaluación de los aprendizajes.

A partir del sustento teórico, tendencias referidas a la enseñanza, aprendizaje y evaluación de los conocimientos en Matemática y del criterio profesional de los participantes del seminario, se diseña un conjunto de criterios e indicadores como parte de la propuesta de evaluación de los aprendizajes, los cuales permiten la evaluación del logro de habilidades matemáticas en el área de estadística y probabilidad para octavo año. La información recolectada por medio de las entrevistas y las observaciones también es utilizada como insumo para el diseño de la propuesta de evaluación.

3.6. Análisis de la información

Para contrastar la teoría consultada, la experiencia del docente de secundaria y la información que suministran los expertos, se utiliza como método de análisis, la triangulación.

Se entiende por triangulación “al hecho de utilizar diferentes fuentes y métodos de recolección” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p. 623). Esta diversidad permite que se pueda profundizar más en los datos y tener una mejor comprensión del fenómeno que se está estudiando.

En esta investigación, la diversidad de fuentes se ve reflejada en el uso de varios métodos de obtención de la información: la indagación teórica, entrevistas a expertos en las áreas de interés y entrevista a un docente, que en última instancia es el que tiene a su cargo, mayormente, el proceso evaluativo.

La triangulación es un método de análisis de la información que permite una mayor fiabilidad de los datos recolectados a lo largo del proceso investigativo, de esta manera se aumenta la validez de los resultados obtenidos en el seminario.

En particular, este método permite analizar un mismo fenómeno desde varias perspectivas. Además, según Guardián-Fernández (2007) la triangulación “consiste en el uso de diversos métodos o técnicas para estudiar un problema determinado” (p. 243). La importancia de su uso se ve reflejada en que

cuando dos estrategias arrojan resultados muy similares, esto corrobora los hallazgos; pero cuando, por el contrario, estos resultados no lo son, la triangulación ofrece una oportunidad para que se elabore una perspectiva más amplia en cuanto a la interpretación del fenómeno en cuestión, porque señala su complejidad y esto a su vez enriquece el estudio y brinda la oportunidad de que se realicen nuevos planteamientos. (Okuda y Gómez-Restrepo, 2005, p.120)

La confrontación de los datos puede originar diferentes tipos de triangulación, en esta investigación se realizará la triangulación de fuentes, ya que “se trata de comprobar si las informaciones aportadas por una fuente son confirmadas por otra” (Colás y Buendía, 1998, p. 275), y también la triangulación metodológica, pues “se aplican diferentes métodos y/o instrumentos a un mismo tema de estudio a fin de validar los datos obtenidos” (Colás y Buendía, 1998, p. 275). De esta manera se contrasta la teoría desarrollada en el marco teórico, las entrevistas a

profundidad y las observaciones. Para ello inicialmente se establecen las siguientes categorías teóricas, sobre las cuales se estructurará el análisis,

1. Propósito de la estadística y la probabilidad.
2. Bases teóricas del docente en el área de estadística y probabilidad.
3. Estrategia metodológica de resolución de problemas.
4. Instrumentos para la evaluación de los aprendizajes.
5. Proceso de evaluación de los aprendizajes.
6. Funcionalidad de la evaluación de los aprendizajes.
7. Medición del aprendizaje.
8. Tipos de evaluación.
9. Uso de criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes.
10. Estrategias de evaluación.

Las categorías anteriores permiten analizar el fenómeno en estudio, además son insumo para la construcción de la propuesta, la cual pretende una evaluación coherente con los Programas de Estudio de Matemáticas del 2012.

3.7. Delimitaciones y limitaciones

- Debido a la naturaleza del seminario no se desarrollaron todas las áreas matemáticas propuestas en los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas, ni se trabaja en todos los niveles de secundaria. Por tanto, los autores de esta memoria de graduación se enfocaron en diseñar una propuesta de evaluación para el logro de habilidades en el tema de Estadística y Probabilidad de octavo año.
- Para el desarrollo del presente seminario se requirió la colaboración de un docente de matemática para llevar a cabo una serie de observaciones de

lección. La búsqueda del mismo fue muy complicada, pues la mayoría de los docentes no cumplían con el perfil deseado.

- No existe bibliografía que permita basar la investigación en experiencias previas con respecto a la evaluación de habilidades matemáticas en estadística y probabilidad. Esto hace que el aporte sea incipiente y pionero en el área.
- En el año 2014, en la mayoría de las instituciones de educación secundaria no se abarcó el área de estadística y probabilidad en octavo año, por lo tanto, para efectos de la investigación no se pudo observar cómo los docentes implementaban la estrategia metodológica de resolución de problemas en esta área ni cómo evaluaban el aprendizaje de los estudiantes, sino que se observó en combinación con otras áreas de la matemática.

3.8. Proyecciones

Al tomar como referencia la evaluación matemática por medio de criterios e indicadores y la resolución de problemas como estrategia metodológica propuesta en los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas, se espera brindar a los docentes una herramienta útil para evaluar el logro de habilidades por parte de los estudiantes en este tema, de manera que los criterios e indicadores de evaluación diseñados se puedan aplicar en los distintos componentes de la evaluación (trabajo cotidiano, trabajo extra clase y pruebas), a la vez que sean adaptables a diferentes instrumentos de evaluación, es decir, que el docente tenga la posibilidad de elaborar su propio instrumento y utilizar los criterios propuestos, y por último que sirvan de guía para la elaboración de criterios e indicadores para la evaluación en otras áreas de aprendizaje de acuerdo con el nivel educativo de los estudiantes.

Capítulo 4. Análisis de Resultados

En este capítulo se hace una triangulación de los resultados obtenidos desde la perspectiva de los tres pilares que fundamentan la investigación. La entrevista al experto en evaluación (AE), experto en Estadística y Probabilidad (EE), al docente (PM) y las observaciones de lecciones, en apego al sustento teórico del capítulo 2, van a proporcionar los insumos para contrastar diversos puntos de vista acerca del nivel de logro de las habilidades matemáticas en estadística y probabilidad, la evaluación de los aprendizajes y la metodología de resolución de problemas impulsada en los actuales programas de estudio de matemáticas.

Los principales hallazgos van a servir para complementar la propuesta final de este trabajo.

Las categorías que se considerarán para el análisis de la información, orientadas por las preguntas de investigación, y obtenidas a partir del marco de referencia, las entrevistas y observaciones, son las siguientes:

Tabla 4. *Categorías de análisis*

<i>Pilares</i>	<i>Categoría de análisis</i>	
Habilidades en Estadística y Probabilidad	<ul style="list-style-type: none">▪ Propósito de la Enseñanza de Estadística y Probabilidad.▪ Comprensión de la habilidad matemática.▪ Diferencia entre habilidad y objetivo.▪ Bases teóricas del docente en el área de estadística y probabilidad.▪ Conceptualización de la habilidad matemática	

<p style="text-align: center;">Resolución de problemas</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papel del docente en la mediación pedagógica. ▪ Actividades matemáticas propuestas al estudiante. ▪ Caracterización de un problema matemático. ▪ Organización de la lección por parte del docente. ▪ Estrategias para resolver problemas. ▪ Nivel de dificultad de los problemas. ▪ Desarrollo de los procesos matemáticos. ▪ Estrategia metodológica de resolución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Capacitaciones brindadas por el MEP. • Limitaciones que acontecen en la práctica educativa. • Consideraciones para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes. • Cambio en la evaluación de los aprendizajes
<p style="text-align: center;">Evaluación de los Aprendizaje</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Instrumentos para la evaluación de los aprendizajes. ▪ Proceso de evaluación de los aprendizajes. ▪ Funcionalidad de la evaluación de los aprendizajes. ▪ Medición del aprendizaje. ▪ Tipos de evaluación. ▪ Uso de criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes. ▪ Estrategias de evaluación. 	

Nota: Elaboración propia.

4.1 Habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad en el actual Programa de Estudios.

En los Programas de Estudio de Matemáticas 2012 se enfatiza el área Estadística y Probabilidad debido a su trascendencia en el contexto mundial. El docente articula la malla curricular por medio del desarrollo de habilidades matemáticas, proponiendo actividades de mediación que propicien la construcción de conocimientos en forma natural.

4.1.1 Propósito de la Enseñanza de Estadística y Probabilidad.

El papel de la matemática en la realidad del estudiante es una de las barreras que se enfrentan cuando estudian esta disciplina, ya que en ocasiones no pueden observar directamente la utilidad de la matemática en el medio que los rodea. E⁵E enfatiza que

Porque esto le va a dar una formación cultural a la persona, el hecho de que tenga la capacidad, las habilidades necesarias para entender la información que está en su entorno, poderla asimilar y poder tomar decisiones con respecto a esa información, eso no debe quedarle solo ya a los especialistas en el campo.

Es decir, el estudiante debe percibir que las habilidades desarrolladas le permiten en el futuro analizar y comprender su entorno. Una de las novedades del Programa de Estudio de Matemáticas 2012 es la inclusión del área de Estadística y Probabilidad en los cuatro ciclos. Esta área es utilizada en diferentes campos, por lo que su importancia como aprendizaje para los estudiantes es necesaria en su entorno, como hace mención EE:

uno podría por ahí justificar por qué están en los programas, la necesidad de que el ciudadano común y corriente, incluso en su etapa de formación adquiere habilidades para el manejo de la información, para la sistematización organización de la información para... hacer una lectura adecuada y para que esta información me sirva para tomar decisiones.

⁵ Las citas brindadas en el presente capítulo corresponden a transcripciones fieles a lo mencionado por cada persona entrevistada.

Además, permite a la comunidad entender lo que especialistas en diferentes disciplinas transmiten utilizando la estadística.

El MEP (2012) pretende que esta área sea de utilidad, que el estudiante organice y sistematice información y al mismo tiempo encuentre soluciones a situaciones de su entorno para desenvolverse de una forma eficiente.

4.1.2 Habilidades matemáticas.

El actual Programa de Estudio de Matemáticas plantea la malla curricular con base en el desarrollo de habilidades. Estas se deben interpretar como la capacidad que tiene el estudiante de desarrollar con satisfacción una tarea específica, debido al trabajo intelectual con objetos matemáticos. El tránsito de ideas en forma natural a través del planteamiento de la lección en dos etapas y cuatro momentos, favorece el desarrollo de dichas habilidades ya que durante el proceso es más fácil identificar su nivel de logro.

Alcanzar los objetivos de aprendizaje en el Programa de Estudios de Matemática anterior, requería un tratamiento diferente al que propone el nuevo currículo, ya que como indica EE, “En el problema, contextualizar el objetivo con la malla curricular anterior, tenía, le da una linealidad horizontal.” Lo anterior está referido a los requerimientos que la propuesta metodológica debe poseer para cumplir con los objetivos de aprendizaje.

En el desarrollo de habilidades matemáticas destacan los procesos, a diferencia de las actividades puntuales. Sin embargo, AE menciona que “Habilidades siempre se han evaluado... El objetivo tiene implícita la habilidad, desde que usted ve, la conducta misma en el objetivo, era una habilidad”. El logro de habilidades

matemáticas debe darse en forma gradual, lo cual constituye la principal diferencia con los objetivos operativos. Los procesos que deben evidenciarse durante el aprendizaje, según el currículo vigente son *Razonar y argumentar, Plantear y resolver problemas, Comunicar, Conectar y Representar*. La flexibilidad debe predominar en la propuesta educativa por medio del aprendizaje de conceptos y la movilización. Así, la conducta que se destacaba en los objetivos procedimentales se aborda ahora como una habilidad, concediendo mayor trascendencia al avance del estudiante, en el marco de dichos procesos.

EE considera que los Programas de Estudio de Matemática propician una formación más natural y participativa al plantear habilidades: “Entonces la idea de ampliar hacia habilidad, es la idea de darle una connotación más general a la formación, no una formación individual, de que la persona pueda interactuar habilidades”. Esta generalidad de la formación, se relaciona con el carácter tanto horizontal como vertical de los programas de estudio, lo cual puede permitir una evaluación más flexible, que evidencie los logros del estudiante a través del curso lectivo. El abordaje metodológico no se percibe tan lineal, ya que por medio de la integración de habilidades, y los cinco ejes disciplinares, es posible hacer conexiones en forma más creativa, lo cual propicia que el estudiante logre una conceptualización más general del área en la cual se está desempeñando.

En este sentido, AE indica “¿Qué conductas son las que me llevan a que el muchacho logre demostrar esa habilidad? Pueden haber habilidades previas que yo tengo que ir, eh primero abordando para lograr una habilidad superior”. Estas habilidades superiores son las habilidades generales establecidas para cada ciclo lectivo, en cada una de las áreas curriculares, en el caso de III ciclo, *Números, Geometría, Relaciones y Álgebra y Estadística y Probabilidad*.

Para propiciar el desarrollo de habilidades matemáticas en el estudiante, se requiere, tanto de una estructura ordenada que lo favorezca, así como la participación activa y afianzada del docente.

4.1.3 Enseñanza de Estadística y Probabilidad.

Una de las responsabilidades del docente de matemáticas es el dominio permanente de los tópicos a los cuales va dirigida la enseñanza. La integración de áreas como *Estadística y Probabilidad* en el programa de estudio de matemática, exige la actualización profesional.

Según explica EE, existe preocupación por el dominio que tiene el docente acerca de conceptos matemáticos, ya que

no es el estudiante la limitante, es el recurso humano que tenemos, porque tenemos maestras con una escasa formación matemática, pésima formación matemática, pero si es pésima la formación matemática, es nula la formación en probabilidad y estadística. Entonces es tremendo.

Esta carencia podría extenderse no solo a las habilidades matemáticas que se desean desarrollar en el estudiante, sino a la determinación de su nivel de logro, mediación pedagógica, entre otros.

Con el fin de propiciar una formación más significativa, EE menciona la necesidad de estudiar de forma más integral las habilidades matemáticas:

entonces ahora, realmente la connotación de habilidad es, la persona tiene la habilidad de construir un gráfico, un cuadro, pero porque esa

habilidad la está integrando con otras para poder decir algo. Entonces se ve de una manera más, más interrelacionada la formación.

Surge de esta manera la necesidad de evidenciar el logro de habilidades matemáticas por medio de su integración.

Como principal aporte, este trabajo propone una opción que permita al docente de matemática que imparte octavo año, fundamentar cómo ha desarrollado un estudiante las habilidades del área de Estadística y Probabilidad, de acuerdo con lo que establecen los Programa de Estudios.

4.2 Resolución de problemas en la educación costarricense

La resolución de problemas constituye la estrategia metodológica propuesta por el MEP en los Programas de Estudio de Matemáticas. Por medio de las estrategias de aprendizaje planteadas por el docente, se promueve la construcción de conocimientos matemáticos durante las etapas y momentos de la lección acordes con dicha metodología.

4.2.1 Estrategias para resolver problemas

El proceso de resolución de problemas requiere de tiempo, destrezas y experiencias. Según Polya (1989), el estudiante puede adquirir estas destrezas por medio de la imitación, al ver al docente resolviendo problemas, y las experiencias por medio de la práctica. PM está consciente de este hecho, pues menciona la importancia de que los estudiantes resuelvan problemas haciendo

uso de la imitación, pues “se trabaja un problema en clase o varios problemas para que ellos vayan viendo cómo se resuelven la mayoría de problemas”. En las observaciones se evidencia que PM utiliza esta estrategia de imitación, ya que es quien resuelve los ejercicios (no problemas) antes que los estudiantes.

PM plantea la posibilidad de que los estudiantes busquen, resuelvan y luego propongan estos problemas a sus compañeros, con el fin de tener a disposición diversos problemas y que el estudiante no sólo sea capaz de resolverlos, sino de construirlos.

MEP (2012) brinda una guía de cuatro pasos para resolver un problema matemático: entendimiento del problema, diseño, control y revisión y comprobación. El docente puede promover dichas fases en el desarrollo de las clases, de manera que el estudiante se apropie de ellas y le sirvan de guía en el proceso de resolución de problemas.

En la fase del diseño, el docente debe considerar las diversas estrategias para la resolución de un problema, de manera que cuando lo proponga a los estudiantes, pueda guiarlos en el razonamiento. Sin embargo, AE menciona que cuando un docente plantea un problema, muchas veces “ve que hay un estudiante que no hizo ningún punto de esos y usted dice está malo, copió, y cuando usted se pone a ver la lógica, por Dios Santo, fue por otro lado por donde se fue y lo resolvió y usted dice: no había pensado esta forma. ¿Cómo lo resolvió de esta forma?”. Esto evidencia la diversidad de razonamientos que pueden tener los estudiantes. Por ende, el docente debe estar atento a esta situación para orientarlos.

4.2.2 Organización de la lección por parte del docente

La estrategia metodológica de resolución de problemas propuesta por el MEP (2012) consta de dos etapas: aprendizaje y movilización. La primera etapa consta de cuatro momentos: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa y cierre o clausura. Sin embargo, AE menciona la problemática de que muchos docentes no están llevando a la práctica esta estrategia cabalmente, ya que, si bien, están enseñando los nuevos contenidos, no lo están haciendo bajo la metodología de resolución de problemas propiamente. En este sentido, hace referencia a una conversación que tuvo con una docente de matemática:

“es que es muy complejo” me decía: “fíjese que me llevé en una semana, solo en un problema, yo no puedo darme el lujo cuando debo cumplir con todo el programa”. Me decía: “si yo, imagínate, si duro una semana solo con el problema que planteé”.

La situación anterior se puede ver aminorada si se integran habilidades, pues con sólo un problema se pueden desarrollar varias.

Retomando lo que menciona AE, en las observaciones realizadas a PM, se evidencia que no se está organizando la lección de acuerdo con las etapas propuestas en los Programas de Estudio, al menos en la primera de ellas, pues el docente propone un problema al inicio del tema, pero no da espacio suficiente para el trabajo estudiantil independiente, posteriormente formaliza la teoría y realizan distintos ejercicios. Finalmente el docente retoma el problema inicial y lo resuelve en la pizarra.

4.2.3 Nivel de dificultad de los problemas

La definición de problema matemático refleja el hecho de que debe resultar posible para el estudiante llegar a su solución, aunque sí debe presentarle cierta dificultad. La resolución de problemas consiste en plantear una situación problemática en la cual el estudiante no posee alguna de las herramientas para resolverla, pero es capaz de determinarla. Al respecto, PM menciona que

hay temas que sí tienen aplicación en problemas, pero hay otros en los que definitivamente uno busca, busca y busca, y sí hay problemas pero ya con otro nivel, entonces para los chiquillos del colegio es más complicado.

Entonces, PM hace notar que para ciertos temas, hay dificultad de encontrar un problema que sirva para desarrollar el aprendizaje en el estudiante, es decir, se encuentra ante una dificultad al aplicar la estrategia metodológica propuesta por el MEP.

En las observaciones llevadas a cabo a PM, no se apreciaron los niveles de dificultad en el problema propuesto, y su abordaje no respondió a la estrategia metodológica propuesta por MEP (2012).

Proponer ejercicios repetitivos podría ser contraproducente en el marco de la metodología de resolución de problemas propuesta por MEP (2012). AE ejemplifica lo anterior con un caso: "120 problemas para una tarea de fin de semana. Mire, ¿usted cree?... cuando yo veía que casi 10 problemas eran similares, era lo mismo, era repetitivo". Además, se pierde la idea de que el problema debe representar un reto al intelecto del estudiante y más bien se fomenta lo mecánico. Esta situación se observa cuando el docente propone listas de casi diez ejercicios, muy similares a los ejemplos que resolvió en la pizarra.

EE hace referencia a la importancia de no dejar de lado la reflexión en un problema, ya que es un aspecto esencial resolver "no solo problemas de reproducción, sino problemas de reflexión, donde yo tengo que analizar en un contexto el problema". Además menciona la posibilidad de proponer microproblemas en los exámenes que se les aplican a los estudiantes, los cuales sean de reflexión. En las observaciones no se evidencia la propuesta de problemas con un nivel de reflexión.

EE menciona algunas limitantes a la hora de plantear problemas de reflexión: la normativa vigente y la formación de los docentes. En cuanto a la primera, explica que no debe ser excusa y que "tiene su limitante, pero usted siempre puede diseñar el problema para que haya reflexión. Lo que no debe permitirse uno es dejar la reflexión de lado, el razonamiento"

En cuanto a la limitante de la formación de los docentes, recalca que

hay casos particulares donde se está haciendo muy bien y uno lo sabe y conoce casos que el trabajo es muy, muy bueno; pero a nivel general hay una limitante. La limitante es la formación de los profesionales en el área, sigue cobrando factura, todavía no están en capacidad de diseñar situaciones didácticas, situaciones problema, que vengan a responder a lo que uno busca.

Por esa razón, según PM, el MEP brindó una serie de capacitaciones a los docentes en las diversas áreas matemáticas que desarrolla el programa. Sin embargo, estas no responden a la pregunta de ¿cómo elaborar problemas?, ya que estas consistieron en capacitaciones con respecto a la teoría matemática.

4.2.4 Actividades matemáticas propuestas al estudiante

El planeamiento didáctico debe considerar el hecho de que los problemas propuestos tienen un propósito, el cual es el logro de una habilidad o un conjunto de ellas. Lo anterior es fundamentado por AE, quien menciona que se debe “elegir o proponer aquellas actividades de mediación, que claramente me lleven al logro de esa habilidad”.

Además, AE considera que durante las actividades de mediación, que pueden ser de inicio, de desarrollo o de cierre, el docente debe estar atento a los razonamientos, resultados, acciones, entre otras conductas que realice el estudiante, pues esto le permite determinar el logro de los indicadores que responden a la habilidad. Dichos indicadores, según AE, son “aquella conducta claramente observable... Que le propongo al muchacho que demuestre a través de la actividad de mediación, debe ser observable”

Lo anterior evidencia que si se planifica una actividad de mediación que promueva el desarrollo de las habilidades matemáticas propuestas en los programas de estudio y si se diseñan los indicadores respectivos, es posible evaluar el logro de dichas habilidades por medio de la observación del desempeño del estudiante.

Si desde el punto de vista de AE el diseñar una buena actividad de mediación permite evaluar el logro de habilidades, entonces ¿qué pasa si los docentes no logran generar dichas actividades?; y por ende ¿cómo llevarían a cabo la evaluación, si esas actividades son la base para observar las conductas del estudiante?, por ende, la evaluación que se está llevando a cabo es la tradicional y no la que responde al logro de habilidades. Lo anterior también es cuestionado por EE, quien menciona que “si uno quiere realizar una evaluación organizada y adecuada, debería trabajar más con problemas. Y la actividad de aula tradicional

de evaluación, debería quedar de lado... uno piensa de que cómo puedo evaluar la resolución de problemas”.

Dado lo anterior, EE considera que el proyecto es una estrategia viable para evaluar el logro de habilidades por medio de la resolución de problemas, en sus palabras: “el proyecto en sí, eh, cobra como dimensiones muy globales y está muy vinculado con la resolución de problemas, verdad, o sea el proyecto y ya el proyecto en sí constituye una resolución de problemas”. En el caso de Estadística y Probabilidad, PM apoya la idea de implementar el proyecto como una forma de evaluar, de manera que en clase se vea la teoría y que los estudiantes comprendan de dónde vienen los datos y con ello puedan dar respuesta a una problemática específica, y no se queden solo con el examen, donde ya los datos están dados.

Por otro lado, PM resalta que en Estadística y Probabilidad se pueden encontrar “muy buenos vídeos, hay películas, hay información en internet, hay juegos inclusive, de probabilidades donde usted tiene que marcar qué tipo de probabilidad es y cuánto es, qué aproximación”. Las anteriores se consideran actividades de mediación que el docente puede implementar en el aula, sin olvidar que de fondo debe haber un problema por resolver.

4.2.5 Papel del docente en la mediación pedagógica

AE menciona que el docente debe partir de su planeamiento para poder llevar a cabo la mediación en el aula y además que “el planeamiento didáctico no es un copie y pegue del programa, usted debe tener claramente, ¿cuáles son las habilidades que se proponen?”. Entonces, las actividades de mediación y los problemas que se utilicen deben estar previamente planificados y escogidos con la

finalidad de que logren desarrollar las habilidades correspondientes. Además, en el planeamiento se debe considerar como estrategia metodológica la resolución de problemas. AE hace énfasis en esto:

mire hay mucho docente de matemática que actualmente,..., están haciendo lo que siempre hicieron... Simplemente que están abordando los contenidos que ahora le propone el programa de matemática, los nuevos contenidos, ¡pero! No está siguiendo la metodología cómo tal, que se propone ahí, de la resolución de problemas.

Por otro lado, cualquier actividad que el docente incluya en su planeamiento debe estar en función de ayudar al estudiante a adquirir un aprendizaje. Sin embargo, AE recalca una problemática de los docentes al mencionar que

nos falta parte como docentes de investigar cómo aprenden nuestros estudiantes nosotros sabemos claro, pero creemos, pero sabemos y tenemos una estructura de conocimiento como tal, pero nosotros creemos que esa estructura es como un gorrito que usted se lo pone a todos los estudiantes y todos van a pensar igual

De esta manera, investigar cómo aprenden los estudiantes es necesario, pero no suficiente. El docente también debe saber hasta qué punto los estudiantes han logrado desarrollar determinada habilidad y a partir de esa información tomar una decisión. Según AE, puede darse que

en esta habilidad todavía estoy en proceso, y ya sé que tengo que hacer un cierre acá. Entonces, ¿por qué no tomo la decisión: no, no la voy a medir acá? Ni la voy a... O sea, esta todavía no. La traslado

al otro periodo, porque todavía estoy en ese proceso. Son decisiones que usted tiene que tomar como docente.

Por lo tanto, el docente debe estar en la capacidad de decidir cuáles habilidades va a evaluar en un momento, de manera que cuenta con la libertad de escoger los conocimientos que va a medir en una prueba escrita y cuáles va a dejar para la siguiente, o bien cuáles no va a incluir en dichas pruebas. En este sentido, AE menciona que existen habilidades que no se pueden evaluar por medio de este tipo de pruebas: más bien, deben ser evaluadas en el transcurso de las lecciones.

4.3 La evaluación de los aprendizajes

Mediante la evaluación de los aprendizajes se puede determinar el logro de habilidades matemáticas en los estudiantes, lo cual conlleva un proceso complejo de recolección de información mediante instrumentos técnicamente elaborados, que permitan evidenciar el cumplimiento de criterios e indicadores para cada una de las habilidades desarrolladas.

4.3.1 La evaluación de los aprendizajes como proceso.

La evaluación de los aprendizajes es un proceso fundamental en el ámbito educativo como un todo, permite al docente analizar su práctica profesional y le brinda información respecto al trabajo que los estudiantes están llevando a cabo y la forma en que están aprendiendo, a la vez que le informa al estudiante cómo se desenvuelve en la asignatura y en consecuencia realizar esfuerzos con la ayuda del docente para el mejor desarrollo de su propio aprendizaje.

La evaluación de los aprendizajes es un proceso continuo y siempre integrado al currículo, sin embargo, en la realidad de aula las experiencias en ocasiones suelen ser diferentes. AE menciona que “valorar al final no es un proceso, es un proceso de espérame a la pruebita, a la milagrosa prueba que todo me lo dice”.

Como proceso, esta actividad requiere de tiempo y de esfuerzo, por parte del docente de matemáticas, relacionado a esto se habla de algunas limitantes que enfrenta el profesor y las autoridades educativas, EE habla acerca de la relación entre la implementación de los nuevos programas de estudio en la asignatura y el sistema de evaluación nacional al señalar que “eso es un problema como que no hay compatibilidad con respecto al currículo ahorita matemático, con respecto al sistema evaluativo que utiliza a nivel general el Ministerio. Entonces ahí se encuentra una primera barrera, hay alguna contradicción”, al respecto, PM menciona que

Si yo pudiera ponerle un problema a cada chiquillo y decirle bueno esto va a ser el examen, resuélvalo, sería genial, entonces me dedico solamente a la resolución de problemas. Pero no, porque nos cambiaron un montón de cosas pero la evaluación es exactamente la misma.

Según lo anterior, el docente enfrenta ciertas dificultades para llevar a cabo una evaluación de los aprendizajes, a causa de cambios generados tras la implementación de nuevos programas de estudio. Sin embargo, se infiere que la metodología de resolución de problemas no es implementada completamente, además de que se le da cierta connotación de resolución de ejercicios. Durante las observaciones, a nivel de aula se percibe que el docente no desarrolla la metodología propuesta, sino la exposición de ejercicios, explicaciones y métodos de resolución, así como la revisión de los resultados que los estudiantes

determinan después de prácticas propuestas, de esta forma se aprecia que la aplicación de una evaluación por parte del docente acorde con las nuevas demandas del currículo nacional y el reglamento de evaluación de los aprendizajes, parece no estarse llevando a cabo. Por otro lado AE también afirma que

Usted me va a decir: "bueno pero con cuarenta que tengo en el aula, y multiplicado eso por cinco grupos, ¡o por seis! No". Pero uno debe hacer el esfuerzo, cuando está trabajando. Por eso le decimos a usted, "es durante el proceso". El proceso puede extenderse 15 días, hasta un mes un tema.

Es decir, el docente debe establecer un medio o modelo para la evaluación de los estudiantes ya que no se espera solo una evaluación final de un proceso, sino al inicio y durante el mismo. Antes de iniciar el desarrollo de temas y habilidades, también AE menciona la importancia de la evaluación diagnóstica para el conocimiento del estudiante, porque ellos ya han desarrollado habilidades previas.

En contraste con las limitaciones para la evaluación de los aprendizajes señaladas anteriormente, AE manifiesta que

la culpa la tiene la mediación y los malos planeamientos y... los abordajes de los temas en el aula, ese es el problema, que nadie quiere identificar. Es ahí donde está el problema, no en la evaluación... ¿...malas prácticas evaluativas?... Que usted distorsione lo que es evaluación y haga malas prácticas, ahí es otra cosa. Ya usted... no está utilizando la herramienta para los fines que fue creado. Usted le está dando otro propósito, ya de castigo, de control... Ustedes tienen que saber que... que es amplitud. Y es también, siempre centrándonos en la persona que tenemos al

frente... ¿usted sabe una cosa? Que a veces a nosotros en la formación nos falta esa calidad humana.

Por medio del punto de vista de AE se evidencia que el papel del docente sobre las prácticas de mediación didáctica en el aula así como la coherencia entre la misma y la evaluación de los aprendizajes acorde con el grupo de estudiantes con que trabaja el docente, son factores que han estado incidiendo en la evaluación más que la misma actividad en sí, la cual en ocasiones no se lleva a cabo con los fines que corresponde ni en el momento adecuado. Por ejemplo, en las observaciones y en la entrevista a PM se aprecia el uso de la evaluación como mecanismo de control o premio al estudiante, cuando menciona que

la evaluación, por lo menos en matemática es radical, no hay ninguna parte en donde el profesor pueda premiar a un estudiante que se porta bien o restarle puntos a un estudiante, tal vez que no lo es. No hay ningún derecho, no hay ninguna parte que se califique así.

Con respecto a otros factores importantes para el proceso de evaluación, EE expone que

la formación es crucial, es para no pensar en que yo puedo evaluar de la misma manera en todos los escenarios. Sino que tengo que tener criterios suficientes para poder diferenciar en qué etapas estoy más en lo micro y en qué etapas estoy más en lo macro.

Además de lo anterior, AE afirma que una evaluación de los aprendizajes bien definida sobre los criterios que se deben valorar en el estudiante, para determinar si ha desarrollado o no el conocimiento, le da insumos para determinar en qué ha fallado el mismo, a la vez que se evidencia a los estudiantes y sus padres sobre lo

que en realidad está ocurriendo en su aprendizaje. De acuerdo con AE “La evaluación lo que hace es, recopila información, organízcela, tome decisiones..., metodología, que tiempo, que esto,..., tome decisiones” a la vez que “es importantísimo, que yo cuando veo que no está logrando un indicador, como tal, que yo lo llame y le diga, mire usted tiene tales... fortalezas, pero usted tiene que trabajar más en estos aspectos”. En las observaciones no se aprecia un registro del proceso de recolección de información por parte del docente de lo que cada estudiante ha logrado y en qué medida, tampoco se le informa al mismo el nivel de logro que ha alcanzado, aunque sí se nota la constante observación del docente al grupo y el acercamiento a los estudiantes para aclarar dudas cuando es necesario o se le solicita; al final de la clase se da cierto control sobre el trabajo que el estudiante ha desarrollado, mediante de una marca que hace el docente en el libro de trabajo después de que han terminado las prácticas asignadas.

Se establece entonces a partir de los expertos, que el criterio del docente es fundamental para determinar lo que debe ser evaluado y la forma en que podría hacerlo. De lo anterior se puede extraer que sobre el docente está la mayor parte de la responsabilidad de llevar a cabo un buen proceso de evaluación de los aprendizajes acorde con la población estudiantil con que trabaja y en coherencia con el currículo y la práctica educativa que desarrolla.

4.3.2 Estrategias de evaluación

Para realizar una evaluación acorde con la estrategia metodológica planteada en un programa de estudio, el docente debe considerar estrategias de evaluación que permitan evidenciar el logro de la habilidad por parte del estudiante durante el proceso de aula, así lo indica AE

estas actividades realmente me lleven al logro de ese analizar y que yo los indicadores los haya formulado correctamente, técnicamente bien formulados, claros, explícitos... precisos y que..., el estudiante haya tenido la oportunidad de demostrar este indicador a través, en estas actividades de mediación.

Al considerar el punto de vista de AE, el docente debe de planear actividades de mediación que le permita al estudiante desenvolverse sin ninguna dificultad para poder mostrar evidencias ante los indicadores previstos por el docente. Considerando lo anterior, una estrategia adecuada para evaluar el logro de las habilidades en el área de estadística y probabilidad es la implementación de proyectos, como hace mención EE “porque diay evidentemente solo mediante proyectos podría yo hacer una evaluación más organizada” en donde lo ideal sería que los estudiantes puedan poner en práctica en un proyecto las habilidades que van desarrollando en las lecciones.

Además el estudiante tiende a utilizar estrategias que le permiten desarrollar las habilidades planteadas, PM expone que

Los chiquillos son capaces de crear modelos, de hacer experimentos, un ejemplo, que un chiquillo se vaya para la casa y tire unos dados unas cuarenta veces, entonces más o menos calcula una probabilidad que sea cierta, que los cálculos generan esa probabilidad, en estadística los chiquillos pueden hacer estadísticas en cualquier parte, pueden hacer un trabajo de estadística ellos, como evaluación diría yo.

Es decir, el estudiante aprendería y se podría evaluar su aprendizaje de una mejor manera si tuviera la opción de experimentar por su propia cuenta. Otra forma que es considerada por PM sería que los estudiantes puedan explicarse entre ellos

mismos problemas y que se intercambien ejercicios para ver si otros compañeros pueden resolverlos, pero esta estrategia no es vista en las observaciones de aula, ya que, los estudiantes realizan la práctica sugerida por el docente que se encuentra en el libro que utilizan individualmente y por último, oralmente se revisa si las respuestas están correctas.

Por otro lado, un factor importante cuando se considera la estrategia de evaluación es el instrumento que se debe utilizar para la recolección de información, debe de ser confiable y que se adecúe con respecto a lo que se quiere evaluar, esto le permite al docente llevar un registro del logro de las habilidades en cada estudiante, EE expone que

la bitácora que tengo que llevar sobre cada grupo es casi un absoluto necesaria... necesidad ¿verdad? Yo tengo que ir viendo cómo va evolucionando cada grupo con respecto al desarrollo de esto. Porque cada grupo va a ser diferente, porque hay individualidades aquí, y particularidades de cada uno de los grupos.

Según lo anterior, es un deber por parte del docente llevar una bitácora del proceso de aprendizaje del estudiante y que se va a evidenciar en los instrumentos que el docente considere pertinentes para poder evaluar, sin embargo, como se mencionó anteriormente, durante la observación de clase no se observó un registro del avance del estudiante.

Por otro lado, cuando se hace referencia a los instrumentos de evaluación AE menciona que “Pues hablamos de los instrumentos, ¿verdad? Instrumentos... Vea, ustedes tienen que saber claramente ¿qué tipos de instrumentos? Ahí la fortaleza es saber elegir los instrumentos para la evaluación de los aprendizajes”, deben recolectar la información necesaria e ir en paralelo con la estrategia metodológica que se indique en los programas de estudio, según AE esto le

permite al docente tener más fortaleza en el ámbito profesional y asignar una valoración pertinente al estudiante y no esperarse al final del proceso, para saber si un estudiante sabe o no, al enfatizar “Porque creemos que la única forma de saber, si sabe el estudiante, es a través de una prueba. Eso es una limitación”.

Además, debe considerarse la evaluación realizada durante el trabajo en clase, por eso AE menciona que “el docente tiene que tener bastante experticia del tipo de instrumento que va a confeccionar para valorar el proceso del trabajo cotidiano”, lo cual permite observar el desenvolvimiento del estudiante en la clase, PM enfatiza en cómo se debe realizar la evaluación,

Ahora la evaluación del trabajo cotidiano es esta, está formada por tres rubros, lo logró, no lo logró o en proceso... Esto se trabaja mediante cada tema... Entonces, lo logró es tres, no lo logró es 1 y en proceso es 2, entonces al final lo que se hace es una estructuración matemática y bueno... la regla de tres verdad.

Pero al contrastarse con las observaciones de clase, no se evidencia el uso de un instrumento de evaluación, pero el estudiante sabe que está siendo evaluado, ya que el docente apunta en la pizarra aquellas personas que no están trabajando y hace mención que antes de finalizar la lección se les colocara una marca en el libro de trabajo a aquellas personas que han terminado.

En los instrumentos a utilizar por el docente se deben considerar los criterios e indicadores de evaluación, que le permite al docente evidenciar el logro de las habilidades matemáticas, para AE el indicador es aquella conducta observable, que el estudiante debe mostrar y enfatiza en que “Ustedes tienen que saber claramente qué indicadores son los que me llevan a mí a reconocer el logro de esa habilidad” y que pueden deducirse más indicadores pero solo se deben considerar aquellos que si permitan precisar la observación.

Además, al ser el programa orientado al desarrollo de habilidades, AE menciona que

una evaluación referida a criterios sería el ideal, porque es por el logro de habilidades como tal... Ahora bien, el tiempo es una de las debilidades que tal vez..., no debilidades, sino de las limitantes que tiene si nosotros nos refiriéramos a una evaluación por criterios

Es decir, con respecto a lo expuesto por AE la evaluación criterial es lo conveniente para los nuevos programas de estudio, pero también hace hincapié en que “¿están preparados nuestros docentes para el abordaje de la medición por criterios?”, por lo que hay una carencia para usar a este tipo de evaluación al no saber si el docente está en la capacidad de enfrentarse a este tipo de evaluación.

Por otro lado, EE indica que para la elaboración de criterios se debe considerar si se quiere evaluar habilidades específicas o las habilidades generales en los periodos establecidos, al mencionar que “Cuando yo quiero medirlo... a nivel, digamos, trimestral, por ponerle un caso, yo lo que tengo que velar es porque haya criterios básicos sobre los cuales trabajar a nivel global.”, así contar con los criterios necesarios y convenientes que reflejen la habilidad deseada.

Con respecto a lo anterior, es importante que el estudiante tenga conocimiento de los criterios e indicadores que evidencian el logro de las habilidades, así cuando el docente le dé un resultado final de algún componente de la evaluación pueda saber el porqué de la nota, es por eso que el docente al realizar la medición debe considerar según AE que “yo tengo que medir de acuerdo a como medí”, para no tener una distorsión entre lo que aprendió el estudiante y lo que se evalúa. EE enfatiza en que si el estudiante logró la habilidad podrá responder a cualquier problema que se le plantee. Por otro lado AE sugiere que no todas las habilidades matemáticas se pueden medir de la misma forma, hay unas que pueden ser para

una prueba escrita pero no todas. En las observaciones no se evidenció si el estudiante tenía conocimiento de los criterios e indicadores que el docente utiliza.

Los expertos establecen que para una evaluación de los aprendizajes adecuada, se debe considerar una estrategia de evaluación que utilice un instrumento acorde con lo que se desea evaluar y que la evaluación criterial es la idónea para un programa de estudios que busca el desarrollo de habilidades.

4.4. Evaluación de los aprendizajes y la estrategia metodológica en los programas de estudios de matemática

Cuando se evalúa el aprendizaje de los estudiantes se debe tener en consideración, además de los conocimientos que han sido abarcados durante las clases y las habilidades que fueron propuestos o que el docente supuso fueron logrados, también aspectos como la población con la que se trabaja, sus condiciones y la forma en que el aprendizaje fue mediado. Debe haber una coherencia metodológica entre los propósitos del aprendizaje establecidos en el currículo y la forma en que se evalúa el conocimiento.

AE menciona que “todo mundo cree que el problema es evaluación”, sin embargo, el mayor problema que identifica es la mediación y el planeamiento didáctico. Afirma que la evaluación por sí sola no puede resolver los problemas de la mediación pedagógica, para lo cual el docente debe tener claro las habilidades que debe abordar así como las estrategias de mediación que va a proponer para lograrlo y, en consecuencia, establecer las estrategias de evaluación correspondientes.

También, el docente mediante la aplicación de la estrategia metodológica de resolución de problemas busca que el estudiante, además de que desarrolle habilidades y adquiera conocimientos, comprenda la utilidad de la matemática y la aplique. PM menciona que “a la hora de usted empezar con un problema los chicos ven que eso se ocupa en la vida diaria, que ellos están aprendiendo para algo”, por ejemplo EE habla de la estadística en términos de problemas, “la estadística utiliza datos, y los datos tienen que responder a un contexto. Y ese contexto es un problema. Entonces, hacer estadística es resolver problemas”. Esto es lo que se debe evaluar al estudiante, en correspondencia con lo que se enseña.

4.4.1. Capacitaciones brindadas por el MEP

La implementación de un nuevo programa de estudios requiere que el docente lo conozca a nivel curricular, metodológico y evaluativo. El MEP tiene una serie de proyectos dirigidos a los docentes, en los cuales se les informan de las variaciones en la forma de trabajo. Ante esto PM comenta que

nos han capacitado en las estructuras del cambio del programa, qué quitaron, qué pusieron, qué hicieron, qué no hicieron, etc. Pero ya como enseñarnos a elaborar problemas para que los chicos aprendan o estrategias de cómo elaborar problemas no.

De esta manera, todos los docentes a nivel nacional se encuentran notificados de las variaciones, sin embargo, dichas capacitaciones han sido meramente informativas y aún existe un vacío en cuanto a la formación metodológica y de evaluación de los aprendizajes.

Los nuevos Programas de Estudio de Matemática resaltan la resolución de problemas como estrategia metodológica, sin embargo, como se evidenció en las observaciones y en la entrevista a EE, algunos docentes no saben cómo elaborar un problema o las estrategias para resolverlos, por lo que terminan haciendo ejercicios rutinarios y alejados de lo que se propone, y mucho menos aún se encuentran con la capacidad para diseñar una clase por medio de la estrategia propuesta.

La formación de los docentes de matemática en dominio de la asignatura se torna escasa. Resultados divulgados en el Estado de la Educación o por diversos medios de prensa, muestran que la situación se agrava cuando introducen el área de Estadística y Probabilidad en la malla curricular, pues aparte de capacitar a los docentes en los cambios en el programa, también debían hacerlo en conocimientos, esto lo resalta PM, al mencionar que

sí nos han preparado para el cambio del programa, hemos recibido cursos, capacitaciones hasta evaluadas, nos han hecho exámenes y todo pero en materia, prácticamente es un curso de la universidad, nos enseñan matemáticas, nos dicen haga esto, haga el otro y se evalúa.

Estas capacitaciones se han impartido en las cinco áreas matemáticas que propone en programa: Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad y Números.

4.4.2. *Limitantes que acontecen en la práctica educativa*

La labor de aula en las instituciones del país va más allá del impartir conocimiento, pues se lleva a cabo una formación que busca enriquecer al estudiante en una forma integral, por ello se llevan a cabo una serie de actividades extracurriculares.

Por esas y otras razones, algunos docentes no logran abarcar los conocimientos propuestos en los nuevos Programas de Estudio de Matemática, en cada uno de los niveles establecidos. En palabras de PM,

cada trimestre tiene dos semanas de exámenes que no se dan clases, los programas no ven eso, hay una semana cívica, hay una semana esto... y que vienen las votaciones, hay mucha clase que se pierde y el programa no ve eso, simple y sencillamente el programa sigue y en determinado momento usted tiene que ver un tema, dos temas en dos semanas y ahí ya la estrategia y la metodología es diferente, ya cambió.

De lo anterior, se deduce que el programa está recargado, pues no toma en cuenta la realidad de aula y las situaciones que surgen en la práctica, por tanto los docentes deben arreglárselas para abarcar el máximo, olvidando en la mayoría de ocasiones la estrategia metodológica y planeando las clases de manera tradicional, en la que se brindan conceptos, se dan ejemplos y luego se pasa a la resolución de ejercicios que buscan lo mecánico, pues no hay espacio para resolver los problemas que requieren mayor tiempo como los de reflexión. Fundamentando lo anterior, PM menciona que

los programas son muy grandes, entonces eso es un detalle, que si uno pudiera trabajar en “x” tema lo haría mejor, pero como se tiene

la presión de que faltan cinco, seis temas más para el examen, entonces uno va avanzando lo más rápido que pueda.

Una alternativa ante el problema de la falta de tiempo es la que menciona EE: la integración de habilidades. En definitiva, “si usted no le integra habilidades, no puede enseñar esto. Si usted sigue pensando en que cada habilidad me va a generar un problema, no. Es imposible cubrir cualquier currículo”. De esta manera, no sólo se solventa dicho problema, sino que se da pie a una evaluación donde también se use la integración, lo cual permite visualizar en acción las habilidades desarrolladas por el estudiante, así como si estuviera en una situación real.

Sin embargo, la amplitud del programa no es lo único que aqueja a los docentes, pues el ambiente en el cual se desenvuelven es también un medio de preocupación, en especial la cantidad de estudiantes que se asignan por aula, el docente menciona que él “desea hacer cosas bonitas, si yo tuviera un grupo de 25, 26 estudiantes, hago maravillas, pero ya con 40 no, porque uno nada más trata de sobrevivir verdad”. De esta manera, la carga laboral y la cantidad de estudiantes a cargo es un tema de interés y de importancia para cumplir a cabalidad lo planteado por el MEP.

En conclusión, queda en evidencia que en la práctica, el abarcar el programa es lo importante, pues el fin es la prueba escrita, donde el estudiante plasme los conocimientos adquiridos, los cuales posteriormente quedan en el vacío, pues se estudia para la evaluación pero no para la vida, con ello se pierde el fin del programa, que es el formar personas competentes matemáticamente, los cuales, mediante el logro de habilidades, puedan enfrentarse a una diversidad de situaciones cotidianas.

4.4.3. Consideraciones para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes

Con la implementación de los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas, surgen muchas preguntas, especialmente en relación con la evaluación de los aprendizajes y los instrumentos para llevarla a cabo.

El Comité de Evaluación en cada centro educativo generalmente solicita a los docentes, al inicio de cada trimestre, un informe sobre la forma en que va a evaluar el trabajo extra-clase y el trabajo cotidiano, sin embargo dichos instrumentos no deben ser definitivos, pues los mismos están en construcción y dependen de la evolución que van teniendo los estudiantes en cuanto al logro de habilidades. Ante esto, AE resalta que en las instituciones se dan situaciones como que “el año pasado tuvieron un profesor muy malo, casi no vieron nada de estadística. O al profesor no le dio tiempo de ver el tema”, entre otras cosas, de manera que el docente no puede aplicar los indicadores de evaluación diseñados previamente, sino que debe adecuarlos a los aprendizajes que aún no se logran. Por otro lado, también hay ocasiones en que sucede lo contrario, y los estudiantes más bien ya dominan el tema, de manera que el docente más bien debe adelantar, en palabras de AE “¿para qué entonces eso? Ya lo vieron, entonces no medio, más bien adelanto un poquito”. De esta manera, se debe analizar la evaluación como un proceso continuo, que está regulada por el avance de los estudiantes y las habilidades que poco a poco van logrando.

Por otro lado, la evaluación además de ser procesual debe ser integradora, es decir, tomar en cuenta todo lo realizado tanto en el aula como fuera de ella. AE comenta

que los componentes se desarrollan de forma integral ¿cuáles componentes? trabajo cotidiano, trabajo extra clase, pruebas y hay

otros componentes en otras asignaturas, todas se desarrollan de una manera integral o sea, lo que yo hago en trabajo cotidiano, ¿para qué dejo trabajos extra clases?, para reforzar lo que en trabajo cotidiano he visto, desempeños débiles y a qué responde la prueba a ese proceso de trabajo cotidiano y trabajo extra clase.

Por tanto, el trabajo cotidiano, el trabajo extra clase y le prueba escrita deben estar en constante sincronía, ya que el desempeño de uno puede afectar al otro, ahí la importancia de diseñar actividades de mediación acordes y llevar a cabo una observación minuciosa del avance de los estudiantes, con el fin de discriminar y seleccionar cuáles habilidades son necesarias de reforzar o cuáles se pueden descartar de la prueba escrita.

4.4.4. *Cambio en la evaluación de los aprendizajes*

Tras la implementación de los nuevos programas de estudio de matemáticas, una de las inquietudes en los docentes fue respecto al cambio en la evaluación de los aprendizajes, puesto que la estrategia metodológica ha cambiado.

Ante esta situación, AE menciona enfáticamente que la evaluación no es lo que ha cambiado, la metodología sí y en consecuencia la evaluación se debe adecuar a la nueva estrategia metodológica. Establece que para todas las asignaturas aplica la misma evaluación, sin embargo, el cambio está en cómo la misma es ajustada a la metodología de cada una:

vea que usted me dice: ¿la evaluación cambió? Sí, cambió porque usted me pidió otra cosa, usted me presenta otra cosa... no la

evaluación no cambió, la propuesta es la que cambia, la evaluación no ha cambiado, o sea, nada más yo me ajusto a lo que usted pide.

En contraste con lo anterior, para PM es necesario una evaluación particular en el aprendizaje de la matemática, al mencionar que “lo ideal sería que matemática, como es una materia un poco diferente, distinta, tuviera su propia evaluación, ese es el sentir de mis compañeros”. Sin embargo, PM es consciente de que la evaluación de los aprendizajes es la misma, pero es complicado realizarla de acuerdo con las nuevas demandas curriculares.

Por otro lado, AE menciona que el tipo de evaluación que más se adecúa para el caso es la criterial, y así lo recomienda. Sin embargo, también comenta que muchas veces es difícil de aplicar, ante lo cual recalca que si se debe usar la evaluación normativa, entonces se debe hacer

siguiendo todos esos procesos: un buen planeamiento, con todos sus elementos, una buena mediación, un buen acompañamiento al estudiante, construir instrumentos técnicamente elaborados, hágase desde la rúbrica que usted trabaja hasta la prueba escrita que aplica, bien confeccionada, coherente con esa mediación que usted desarrolló, ya, con ítems claros, con puntuaciones distribuidas de una manera justa y clara, que usted tenga claro porque está consignando esa evaluación, de puntos esos ítems. Yo creo que todo esto solventa tal vez, las limitaciones o las limitantes o tal vez carencias del abordaje por normas.

Una de las mayores limitaciones por las cuales se dice que la evaluación criterial es difícil de llevar a cabo es, quizás, el tiempo que requiere para su aplicación. AE hace referencia a una manera de llevar a cabo la evaluación criterial sin que el tiempo sea una limitante, la cual consiste en no detallarse en llevar un registro

completamente pormenorizado de cada ejercicio individual que realice el estudiante, más bien ser más general:

¿Cómo va a usted a decir si puse diez, quién resolvió 7, quién resolvió 6 para estar en...? No pero a veces sea un poquito más general... con dificultad, que usted vio ya que el muchacho siempre necesita como un empujoncito para resolver, que no lo hace por sí sólo ¿ve? Entonces ya usted lo personaliza, usted lo tiene ahí para que siempre entienda que eso fue dificultad. No logra expresar o lo hace con mucha dificultad ¿ya? Entonces esto es que ya usted se sentó pero no le bastó con eso, tuvo que casi que hacerle el problema y todo ¿ve? Entonces esas son los criterios que usted va graduando en una rúbrica analítica, que es uno de los instrumentos como tal vez más... ¿qué lo digo? Más recomendados, es la palabra. Le da mucha fortaleza a usted cuando tiene que explicar.”

Esto implica llevar a cabo, al menos en cierta medida la integración de habilidades, para ver lo que hace el estudiante ante un problema de forma general. Esto requiere que el docente haya interiorizado los criterios de evaluación de tal forma que no necesite estar viendo cada uno al evaluar a un estudiante.

No cabe duda que AE da un mensaje muy claro: “todos los docentes dicen: es que usted no sabe, el Reglamento me tiene amarrado de brazos de pies y de todo. ¡Amarrado! Usted se amarra, se hecha las amarras que quiere. Mentira, eso es una normativa”. Entonces, como ya se ha visto, siempre se puede buscar alternativas para llevar a cabo una buena evaluación, es cuestión de que el docente busque la manera más adecuada de acuerdo con las condiciones del grupo a su cargo.

Capítulo 5. Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo se exponen las conclusiones obtenidas a través del proceso de investigación. Las conclusiones obtenidas no pretenden generalización, son aplicables en el contexto en el que se llevaron a cabo. Luego, se brindan las recomendaciones que surgen de la reflexión de los resultados y que solventan, en alguna medida, la problemática en estudio.

Conclusiones

- Tras la implementación de los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas en el año 2012, se ha evidenciado que los docentes muestran una preocupación con respecto a cómo evaluar el aprendizaje de la matemática aplicando la estrategia metodológica de resolución de problemas. Los mismos concluyen que tienen deficiencias al respecto y que las instituciones educativas correspondientes no les han brindado capacitaciones para llevarla a cabo de la mejor forma.
- En los Programas de Estudio de Matemáticas del 2012 no se brindan pautas específicas sobre cómo llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes, en particular el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica no dispone de un documento oficial que permita recabar información útil para la calificación del trabajo cotidiano, en el área de Estadística y Probabilidad para octavo año.
- Para proponer estrategias de aprendizaje acordes con la intencionalidad de cada habilidad matemática, se requiere establecer criterios e indicadores claros, por medio de los cuales son observables y así poder determinar el nivel de logro. Estos deben ser diseñados con base en el criterio profesional del docente y el contexto de aula.

- Se determinaron criterios e indicadores establecidos para cada una de las habilidades matemáticas con el fin de evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Estadística y Probabilidad.
- La implementación de los nuevos programas de matemática ha provocado entre docentes un proceso de reflexión con respecto al quehacer educativo y por ende la evaluación de los aprendizajes.
- De acuerdo con la evaluación de los aprendizajes es necesario que el docente comprenda lo que implica el dominio de una habilidad matemática, de manera que las actividades que proponga propicien el logro de la misma, además ser consciente que las habilidades no se desarrollan en un tiempo específico, si no que cada estudiante requiere de tiempo y estimulación para el logro de la misma.
- Algunos docentes tienen carencias con respecto a lo que conlleva la evaluación en el proceso de aprendizaje, consideran que debe realizarse sólo al final del mismo y suponen en ocasiones que la evaluación es un instrumento de castigo o premio al estudiante.
- Los docentes de matemática se enfrentan a limitaciones como la cantidad de estudiantes, el tiempo y saturación de actividades, lo cual les impide llevar a cabo la estrategia metodológica propuesta en el programa de estudio y evaluar a los estudiantes de forma correcta.
- Algunos docentes no poseen una fuerte formación en estadística y probabilidad lo que implica limitaciones al aplicar la estrategia metodológica y la evaluación de los aprendizajes pertinente en éstas áreas.
- La implementación de una estrategia de evaluación adecuada a los nuevos requerimientos curriculares es un proceso complejo e implica un proceso de reflexión, estudio y planificación por parte del docente, como los criterios e indicadores que se exponen en este estudio.

- La implementación de estrategias de evaluación, como los proyectos y la experimentación, son adecuadas para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes en Estadística y Probabilidad.
- El logro de habilidades matemáticas para el área de Estadística y Probabilidad requiere que los estudiantes desarrollen la capacidad de analizar, reflexionar y generar un pensamiento crítico ante diversas situaciones. Es responsabilidad del docente proponer problemas de reflexión y generar espacios para su análisis y discusión.
- Los momentos de la clase propuestos por el Ministerio de Educación Pública no se evidencian en las observaciones que se realizaron. No se lleva a cabo el momento de trabajo independiente por parte del estudiante, lo que podría limitar el logro de la habilidad, pues el estudiante no se enfrenta a la situación problema y por ende no se lleva a cabo los procesos cognitivos.
- Implementar un programa de estudios por medio del desarrollo de habilidades matemáticas, implica un cambio metodológico y evaluativo con respecto al que se requiere para desarrollar objetivos de aprendizaje.

Recomendaciones

- De acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación, consideramos que es necesario abrir espacios para reflexionar sobre las estrategias de evaluación que se pueden aplicar en el área de Estadística y Probabilidad, haciendo uso de la evaluación criterial, la cual toma en cuenta criterios e indicadores que evalúan el logro de las habilidades matemáticas por parte de los estudiantes, materia pendiente en los formadores de docentes y en el Ministerio de Educación.

- Se le ofrece al docente la *Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación secundaria en Costa Rica*, que puede ayudar a solventar la necesidad de evaluar el logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año, utilizando la estrategia metodológica resolución de problemas.

Bibliografía

- Abrantes, J. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 95-110). Caracas: Laboratorio Educativo.
- Agencia Ejecutiva en el Ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural. EACEA. (2010). *Pruebas nacionales de evaluación del alumnado en Europa: Objetivos, organización y utilización de los resultados*. Recuperado de http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/109ES.pdf
- Agencia Ejecutiva en el Ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural. EACEA. (2010). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales*. Bruselas: Eurydice. Recuperado de http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132ES.pdf
- Álvarez, J. (2005). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Ediciones Morata, S.L. Madrid: España
- Álvarez, J. (2012). Estadística y probabilidad: una propuesta de tratamiento orientado al desarrollo de las competencias básicas. En Arcavi, A., De la Fuente, C., Fernández, J., Gómez, I., Muñoz, J., Philippe, R., y Usón, C. *Competencias matemáticas. Instrumentos para las Ciencias Sociales y Naturales* (pp. 154- 179). Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España

- Álvarez-Gayou, J.L. (2007). *Cómo hacer investigación cualitativa: fundamentos y metodología*. México D.F.: Paidós Mexicana, S.A.
- Arreguín, L., Alfaro, J. y Ramírez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 10(4), 264-284. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4134063>
- Barberá, E. (2005). *La evaluación de competencias complejas: la práctica del portafolio*. (31), p.p. 497-503. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/20005/2/articulo4.pdf>
- Barrantes, R. (2007). *Investigación: un camino al conocimiento, un enfoque cuantitativo y cualitativo*. San José: EUNED
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Begoña, M. (abril, 1991). Técnicas y métodos de Investigación cualitativa. En Abalde, E. y Muñoz, J. (coords). *Metodología educativa I*. Jornadas de Metodología de Investigación Educativa (pp.101-116). Coruña, España: Universidad de Coruña, Servicio de Publicaciones.
- Bordas, M. y Cabrera, F. (2001). Estrategias de evaluación de los aprendizajes centrados en el proceso. *Revista Española de Pedagogía*, 59(218), 1-44. Recuperado de <http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1GLSW84JS-WYZWX0-H40/Evaluaci%C3%83%C6%92%C3%82%C2%B3n%20del%20Proceso%20de%20Aprendizaje.pdf>

- Brown, S. y Pickford, R. (2013). *Evaluación de habilidades y competencias en educación superior*. Madrid, España: Narcea, S.A. DE EDICIONES.
- Cámara, V. y Nardoni, M. (Agosto, 2010). *Evaluación de los aprendizajes en la enseñanza basada en competencias. El portafolio como instrumento de evaluación del proceso*. Trabajo presentado en el III REPEM-Memorias. Santa Rosa, La Pampa, Argentina.
- Cárdenas, J., Gómez, R. y Caballero, A. (2011). *Algunas diferencias entre la práctica y la teoría al evaluar la resolución de problemas en Matemáticas*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/2614/1/CardenasAlgunasdiferenciasAsocolme2011.pdf>
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). *Evaluación educativa y promoción escolar*. Madrid: Editorial Pearson Educación.
- Chaves, E. (2007). Inconsistencia entre los programas de estudios y la realidad de aula en la enseñanza de la Estadística de secundaria. *Actualidades Investigativas en Educación*, 7(3), 1-35. Recuperado de http://revista.inie.ucr.ac.cr/uploads/tx_magazine/estadistica_01.pdf
- Colás, M. y Buendía, L. (1998). *Investigación educativa* (3ª Ed.). Sevilla, España: Ediciones Alfar.
- De la Orden, A. (2011). Reflexiones en torno a las competencias como objeto de evaluación en el ámbito educativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(2), 1-21. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol13no2/contenido-delaorden2.html>

Decreto 38155. Diario Oficial La Gaceta, San José, Costa Rica. 26 de febrero de 2014

Delgado, J. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas* (Tesis doctoral). Recuperado de <http://karin.fq.uh.cu/~vladimar/cursos/%23Did%E1ctica/Tesis%20Defendidas/Did%E1ctica/Juan%20Ra%FAI%20Delgado%20Rub%ED/Juan%20Ra%FAI%20Delgado%20Rub%ED.pdf>

Díaz, J. Batanero, M y Cañizares, M. (2010). *Azar y probabilidad*. Madrid, España: Editorial SINTESIS.

Estrada, M. (1999). *El desarrollo de las habilidades matemáticas en función de su repercusión interdisciplinaria* (Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León). Recuperado de <http://eprints.uanl.mx/699/1/1020125895.PDF>

Escudero, J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Centro de profesores y recursos. Recuperado de <http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20maticos.pdf>

Evertson, C. y Grenn, J. (1989). La observación como indagación y como método. En Wittrock, M. (comp.), *La Investigación de la Enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación* (pp. 303-421). Madrid: Paidós-MEC.

Flores, A. y Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a5.pdf>

- Fuentes, Ma T. y Bofarull, Ma T. (2001). Dificultades de cálculo y resolución de problemas en educación primaria. Propuesta de unas pautas de observación. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 77-91). Caracas: Laboratorio Educativo
- García, J. (1989). Resolución de problemas. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 27-33). Caracas: Laboratorio Educativo.
- García, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 111-129). Caracas: Laboratorio Educativo.
- García, M. y Benítez, A. (2011). Competencias Matemáticas Desarrolladas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje: el Caso de MOODLE. *Formación Universitaria*, 4(3), 31-42. doi: 10.4067/S0718-50062011000300005
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemática. Una integración de perspectivas*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.
- Giménez, J. y Vanegas, Y. (2011). *Competencias, aprendizaje y evaluación*. Universidad de Barcelona. Recuperado de https://www.academia.edu/518974/competencias_aprendizaje_y_evaluacion

- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 8(11), 111-132. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720/13965>
- Gómez, I. (2012). Competencias matemáticas y resolución de problemas: una visión instrumental. En Álvarez, J., Arcavi, A., De la Fuente, C., Fernández, J., Muñoz, J., Philippe, R., y Usón, C. *Competencias matemáticas. Instrumentos para las Ciencias Sociales y Naturales* (pp. 9-27). Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España
- Gómez, J., Muñoz, E. y Arévalo, C. (2007). Evaluación y uso de software para la enseñanza: caso de un tema específico de estadística. *Investigación y Ciencia*, (15)37, 19-25. Recuperado de http://www.researchgate.net/profile/Carlos_Mercado2/publication/237038718_Evaluacin_y_uso_de_software_para_la_enseanza_caso_de_un_tema_especifico_de_estadstica/links/5522a5340cf2f9c1305373f6.pdf
- Gómez, M. (2012). *Elementos de Estadística Descriptiva*. San José, C.R: EUNED
- González, V. y Rodríguez, M. (2006) Un modelo para evaluar la validación matemática. *Educación Matemática*, 18(3), 103-124. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articuloBasic.oa?id=40518305>
- Hernández, R. Fernández, C y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Homero, A. y Gómez A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516672005.pdf>

- Kvale, S. (2011). *Las entrevistas en investigación cualitativa*. Madrid: Ediciones Morata, S. L.
- Kilpatrick, J. (2009). The mathematics teacher and curriculum change. *PNA*, 3(3), 107-121. Recuperado de [http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Kilpatrick2009PNA3\(3\)TheMathematics.pdf](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Kilpatrick2009PNA3(3)TheMathematics.pdf)
- Martínez, M. (2011). *Comportamiento humano: nuevos métodos de investigación*. México: Trillas.
- Martínez, A. y Calvo, A. (1996). *Técnicas para evaluar la competencia curricular en Educación Infantil*. Madrid: Editorial Escuela Española, S.A.
- Martínez-Rizo, F. y Mercado, A. (2015). Estudios sobre prácticas de evaluación en el aula: revisión de la literatura. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 17(1), 17-32. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/index.php/redie/article/view/371/991>
- MEP. (2005). *Programas de Estudio de Matemáticas*. San José, Costa Rica: MEP.
- MEP. (2009). *Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes*. San José, Costa Rica: MEP.
- MEP. (2011). *La Prueba Escrita*. San José: Departamento de Evaluación.
- MEP. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas*. San José, Costa Rica: MEP.
- Min Kyeong Kim & Mi Kyung Cho (2015). The Study of Constructed-Response Assessment of Elementary Mathematics Education in Korea. *Journal of Mathematics, Science and Tecnology Education*, 11(2). 299-311.

Recuperado de
<http://www.ejmste.com/ms.aspx?kimlik=10.12973/eurasia.2015.1331a>

Ministerio de Educación de Panamá. (2012). *Orientaciones para la evaluación por competencias*. Panamá, Panamá.

Montes, F. (2007). *Introducción a la probabilidad*. Recuperado de <http://www.uv.es/montes/probabilitat/manual.pdf>

Murillo, D., Prieto, M., Sánchez, K. y Valerín, S. (2014). *Prácticas de Evaluación en matemáticas en la secundaria costarricense*. Memoria de Seminario de Graduación para optar por el grado de Licenciado en la Enseñanza de la Matemática. Universidad de Costa Rica. Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics. (s.f.). Math Standards and Expectations. Data Analysis and Probability. Recuperado de <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=318>

Nieto, J. (2004). *Resolución de problemas matemáticos. Talleres de Formación Matemática*. Universidad de Maracaibo.

OCDE. (2004). Marcos teóricos de PISA 2003. *Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencia y Solución de Problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>

Olmos-Migueláñez, S., Rodríguez-Conde, J. (2010). Diseño del proceso de evaluación de los estudiantes universitarios españoles: ¿responde a una evaluación por competencias en el Espacio Europeo de Educación Superior? *Revista Iberoamericana de Educación*, (53), 1-13. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/3757Olmos.pdf>

- Parra, B. (1995). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. En Secretaría de Educación Pública (Ed.), *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela secundaria. Lecturas. Primer nivel* (pp. 14-32). México, DF. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/depto/diplomado/secundaria/lecturas.pdf>
- Pérez, B. Castillo, A. y De los Cobos, S. (2000). *Introducción a la probabilidad*. D.F, México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación Instituto Pedagógico de Caracas*, 35(73), 169-194. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3897810>
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, D.F: Editorial Trillas, S.A de C.V
- Quintana, C. (1994). *Estadística Elemental*. San José, C.R: Editorial Universidad de Costa Rica.
- Ramos, R. (s.f.) Estrategias y estándares para la evaluación del aprendizaje en matemáticas. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4164/1/RamosEstrategiasALME2012.pdf>
- Ramos, A. (2008). Indicadores de logro. *Escuela País Magazín Pedagógico*, 54. Recuperado de <http://www.escuelapais.org/escuela-pais-tinta/ediciones-antteriores/154-edicion-n-54/1201-indicadores-de-logros-ii.html>

- Rico, L. (2006). Marco Teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, extraordinario, 275-294. Recuperado de http://www.revistaeducacion.mec.es/re2006/re2006_16.pdf
- Rico, L. y Lupiañez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Rodríguez, Y., Acosta, J., Suárez, R., Nicolás, C., Quintana, J., Brito, R. y González, J. (2005). La matemática en el desarrollo de las habilidades intelectuales. *Revista Ciencias*. Recuperado de <http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EEkEAAyZuyxkEXvjRd.php>
- Rodríguez, M., Carnelli, G. y Formica, A. (2005) Una evaluación de habilidades matemáticas. *Revista Suma*, 48, 33-43. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/48/033-043.pdf>
- Roegiers, X. (2007). *Pedagogía de la integración. Competencias e integración de los conocimientos en la enseñanza*. San José, C.R: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.
- Rubio, R. (2009). Propuestas para mejorar la evaluación de las competencias matemáticas al finalizar la ESO en base a la evaluación PISA 2006. Una guía para las evaluaciones externas al sistema educativo. *Sigma*, (34), 1-22. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_34/3_propuestas_34.pdf
- Ruiz, C. (2011). *La investigación cualitativa en educación: Crítica y prospectiva*. DIALNET, 6(11), 28-50.

- Sandín, M.P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.
- Santos, L. (1997). Capítulo 6. En Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, *Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas* (2ª ed.) (pp. 57-70). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Taylor, S.J. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Barcelona: Paidós Básica.
- Trejos, J. y Moya, E. (2009). *Introducción a la Estadística Descriptiva*. San José, C.R: Guayacán.
- Valdez, I. (s.f.). *Probabilidad y estadística*. Recuperado de http://www.dcb.unam.mx/profesores/irene/Notas/Tema_3-1.pdf
- Vanegas Y. & Giménez, J. (2011). Aprender a evaluar como regulación y análisis de la actividad matemática. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*. (57), 84-92. Recuperado de http://www.academia.edu/3129098/Aprender_a_evaluar_como_regulacion_y_analisis_de_la_actividad_matematica
- Williner, B. (2011). Estudio de habilidades matemáticas cuando se realizan actividades usando software específico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (27), 115-129. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/27/union_027_012.pdf

Wolk, S. (1994). Project-Based Learning: Pursuits with a Purpose. *Educational Leadership*, 52 (3). Recuperado de http://www.ascd.org/publications/educational_leadership/nov94/vol52/num03/Project-Based_Learning@_Pursuits_with_a_Purpose.aspx

Anexos

Anexo A

Tabla 5. *Objetivos y contenidos de aprendizaje para octavo y noveno año en la Unidad de Estadística, según el Programa de Estudios de Matemáticas del 2005*

Octavo Año	
Objetivos	Contenidos
1. Comprender el concepto de estadística y su papel en el desarrollo de la humanidad.	Concepto de Estadística (descriptiva o inferencial).
2. Diferenciar entre población, muestra, variable y datos estadísticos.	Concepto de: población, muestra, variable y datos estadísticos.
3. Construir distribuciones de frecuencias absolutas y frecuencias relativas, con variables discretas, para una mejor comprensión de los aspectos sociales que nos rodean.	Distribuciones de frecuencia absoluta y frecuencia relativa (en variables discretas).
4. Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias.	Gráfico de bastones, gráfico de barras y gráfico circular para variables discretas.
5. Interpretar la información que proporcionan las distribuciones de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables discretas.	Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.
6. Analizar los datos que le suministra la media aritmética, de la moda y de la mediana, para variables discretas.	Medidas de tendencia central: La media aritmética La mediana y La moda
Noveno Año	
1. Construir tablas de frecuencias absolutas y frecuencias relativas, con variables continuas para una mejor comprensión de los aspectos sociales que nos rodean.	Tablas de frecuencia absoluta y frecuencia relativa con variables continuas.

<p>2. Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias con variables continuas, en forma de histograma y de polígono de frecuencias.</p>	<p>Histogramas y polígono de frecuencias absolutas y frecuencias relativas para variables continuas.</p>
<p>3. Determinar de la información que proporcionan las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.</p>	<p>Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.</p>

Nota: Elaboración propia.

Anexo B

Conocimientos propuestos por el MEP (2012) en estadística para octavo año

1) Conocimientos básicos de estadística

- Datos estadísticos y estadísticas

Las estadísticas son “un conjunto de datos que han sido organizados, resumidos y presentados para mostrar las características o evolución de un cierto fenómeno de interés” (Gómez, 2012, p.3).

Por otro lado, Gómez (2012), afirma que se utiliza la palabra estadística como equivalente a “información numérica o cuantitativa sobre un tema, para un cierto periodo y se organiza de tal forma que muestra los aspectos más significativos y de mayor interés” (p.5), y que sin embargo, con mayor precisión, eso hace referencia es datos estadísticos, donde si “Un número aislado, no se compara o muestra una relación significativa con otros, no es un dato estadístico” (p.5).

- Unidad estadística, características y observaciones

Según Trejos y Moya (2009), “Se conoce como unidad estadística el objeto o entidad de interés en cualquier estudio estadístico, y es para el cual se debe recoger información... debe definirse en tiempo y espacio.” (p.12), además “La información para el análisis estadístico se basa en observaciones obtenidas al medir características de la unidad estadística.” (p.12)

- Población y Muestra

La población en un estudio estadístico, es el total de unidades estadísticas. Una muestra, es una porción de la población, considerada para llevar a cabo el estudio estadístico (Trejos y Moya, 2009).

- Series estadísticas

Consisten en un modo de clasificación estadística, con base en la o las características de los elementos que se consideran al hacer un estudio. Estas características se clasifican en cuatro series: series cuantitativas, series cualitativas, series cronológicas y series geográficas (Gómez, 2012).

- Variables estadísticas

“Una variable estadística es la característica que se observa sobre las unidades estadísticas, de acuerdo con los objetivos de análisis que se debe hacer. Una variable estadística asigna, a cada unidad estadística, un valor... o un atributo.” (Trejos y Moya, 2009, p.14). Las variables estadísticas se dividen en variables cuantitativas y variables cualitativas.

- Variables cuantitativas

“Las variables cuantitativas asignan un número-como característica- a cada unidad estadística.” (Trejos y Moya, 2009, p.14). Se separan en continuas y discretas.

- ✓ Variables cuantitativas discretas: una variable es discreta si concede un número entero a la unidad estadística.
- ✓ Variables cuantitativas continuas: esta variable cuantitativa concede números reales a la unidad estadística en cuestión, los cuales no son precisamente enteros.

- *Variables cualitativas*

“Las variables cualitativas asignan un atributo a cada unidad estadística.” (Trejos y Moya, 2009, p.15). Estas son ordinales si los atributos tienen un orden específico o se pueden ordenar, y es nominal si no precisan de algún orden.

2) Recolección de Información

Cuando la información que se requiere para llevar a cabo un estudio estadístico, no está disponible, se deben utilizar diversas técnicas para recolectarla. Entre estos métodos se encuentran:

- *Entrevista:* en esta técnica un entrevistador efectúa una serie de preguntas planteadas en un cuestionario, a la persona informante y registra sus respuestas. La entrevista puede ser personal, cuando es cara a cara, entrevistador y entrevistado, o telefónica, cuando la entrevista es mediada por un teléfono (Trejos y Moya, 2009), aunque hoy día existen muchas otras formas por las cuales llevar a cabo una entrevista.
- *Experimentación:*

“Es un procedimiento mediante el cual se trata de someter a prueba una o varias hipótesis relacionadas con un determinado fenómeno, mediante el manejo adecuado de variables que se presume son su causa.” (Gómez, 2012, p.43)

3) Distribución de frecuencias

Según Trejos y Moya (2009), en una distribución de frecuencias se agrupan, ordenan y clasifican las observaciones en las categorías o clases realizadas, anotando para cada una de ellas el total de observaciones respectivas. Algunos de los elementos que posee una distribución de frecuencias son.

- Categoría: es el grupo dentro del cual se catalogan las observaciones realizadas de la variable en cuestión.
- Frecuencia absoluta (f_i): hace referencia a la cantidad de unidades que pertenecen a cada una de las categorías establecidas.
- Frecuencia relativa (f_r): establece una comparación entre la cantidad de unidades de cada categoría con respecto al total de unidades recolectadas, es la frecuencia absoluta dividida por el total de observaciones. En los casos donde se expresa como porcentaje, es decir, multiplicando por 100, se obtiene la frecuencia porcentual.

$$f_r = \frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de datos}}$$

$$\text{Frecuencia porcentual} = \frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de datos}} \cdot 100$$

- Frecuencia acumulada: consiste en la suma hacia abajo de las frecuencias, absolutas o relativas, anteriores a la categoría, obteniéndose una frecuencia “menos de” y se denota por $F \downarrow$ o $F_r \downarrow$ si hace referencia a la absoluta o relativa, respectivamente; si por el contrario se suman hacia arriba las frecuencias posteriores a la categoría, desde la última, se obtiene una distribución “más de” y se conoce como frecuencia desacomulada, se denota por $F \uparrow$ o $F_r \uparrow$ si es la absoluta o relativa, respectivamente.

4) Presentación de la información

Una vez que la información estadística es recolectada, procesada y analizada, debe ser presentada en una forma que facilite su estudio por parte de otras personas o incluso facilitar el análisis por parte de los investigadores. A

continuación se especifican dos formas de presentar la información y algunos lineamientos de cómo hacerlo en cada caso.

- Presentación Tabular

Según Trejos y Moya (2009), las tablas o cuadros son un modo de presentación de la información de forma ordenada por filas y columnas. Cuando están bien hechas son muy importantes, porque presentan y divulgan la información de manera visualmente agradable, fácil de interpretar y útil para quien recurre a la información.

Las tablas deben cumplir con requisitos técnicos y normas internacionales para su elaboración. Y lo importante en un cuadro estadístico es que la información sea verdadera y exacta, así como comprensible. Según el Instituto Nacional de Estadística y Censos y otros autores especializados, en Trejos y Moya (2009), un cuadro estadístico está constituido por:

- a. Número de cuadro: se indica cuando hay más de un cuadro dentro del escrito y es útil para ubicarlo dentro del documento.
- b. Título: es una pequeña explicación de la naturaleza, clasificación y referencia en el tiempo de los datos presentados, además debe reflejar qué son los datos, dónde fueron recolectados y de cuándo hacen referencia. Se presenta en forma de pirámide truncada invertida si consiste en más de un renglón.
- c. Columna matriz: es la primera columna a la izquierda de la tabla y contiene la clasificación principal de la información, o las categorías en que se agrupa la información.

- d. Encabezado: esta parte de la tabla contiene los títulos del resto de las columnas, describiendo en general la clasificación de cada columna [por ejemplo las columnas de frecuencias].
- e. Cuerpo o contenido: es la sección de la tabla que contiene los datos o cifras que se quieren presentar.
- f. Nota introductoria: es una pequeña frase entre paréntesis que se coloca debajo del título y es para hacer alguna aclaración del cuadro o de la información que se presenta.
- g. Nota al pie: es una nota que aclara alguna clasificación o cifra, cuando se hacen estas notas es con respecto a algún elemento específico de la tabla y se colocan llamadas de atención como números o símbolos / o *.
- h. Fuente: es una cita bibliográfica sobre el origen de los datos. No se incluye cuando los datos son obtenidos directamente por la persona o institución que la confecciona.
- i. Consideraciones:
- En cuanto a las rayas de la tabla, las partes de los extremos son abiertas, no deben trazarse líneas horizontales, dentro del cuerpo.
 - El título debe escribirse en mayúscula e ir centrado.
 - Según el Instituto Nacional de Estadística y Censos, en Trejos y Moya (2009, p.49), “cuando se hace referencia a la característica principal en la columna matriz se debe anteponer la palabra ' según' y para mencionar la información de la característica secundaria –en el encabezado- se debe usar el vocablo ' por' dentro del segmento de clasificación.”

Los cuadros o tablas se construyen bajo el modelo presentado en la Figura 3.

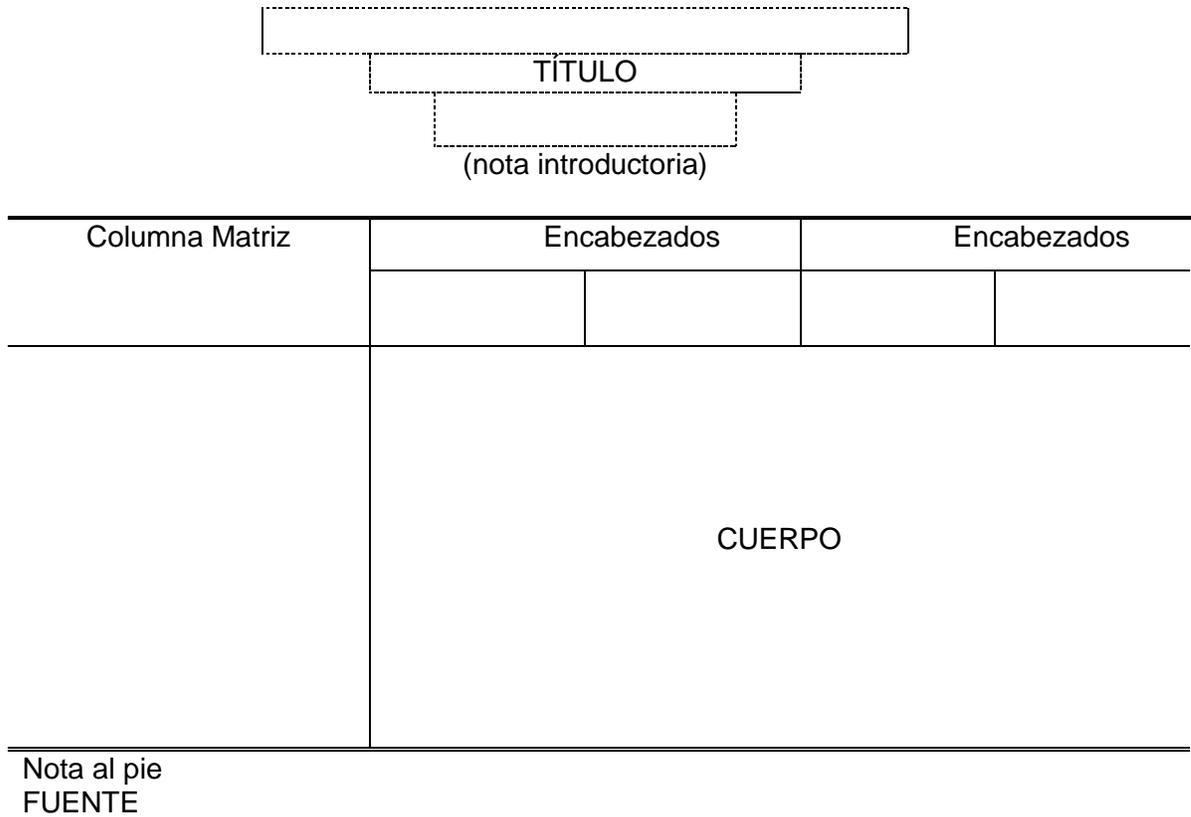


Figura 3. Modelo para la elaboración de Cuadros. "Introducción a la Estadística Descriptiva", por Trejos, J. y Moya, E., 2009, p.48.

En cuanto al orden de las categorías en la columna matriz, Gómez (2012), menciona que el orden es alfabético si las categorías son geográficas o cualitativas y no se debe considerar si son cuadros resumen; respecto a su magnitud en caso de cuadros de resumen; cronológico para categorías que así lo requieran, por ser de tiempo; geográfico cuando son lugares y se ordenan según la cercanía entre las zonas, aunque este orden no es del todo obligatorio; usual, cuando no se sigue un orden específico y progresivo, al hacer referencia a etapas que siguen algún orden.

Respecto a cuadros con comparaciones Gómez (2012), afirma que lo más conveniente es utilizar columnas en lugar de filas para comparar los datos, y colocando las cifras que se deben comparar lo más cerca posible.

✓ Presentación gráfica

Esta forma de presentación de información, posee la característica de ser fácil de interpretar y leer. Según Trejos y Moya (2009), los gráficos tienen un efecto visual, ya que en general se usan áreas, volúmenes y otras nociones y elementos geométricos que las personas conocen. Además, presentan la información de forma atractiva y permiten establecer comparaciones entre las categorías creadas en un estudio estadístico.

Trejos y Moya (2009), brindan una serie de aspectos que deben ser considerados en la construcción de un gráfico, partiendo de que debe explicarse por sí mismo. Entre los elementos que deben poseer están:

- a. Número: para ubicarlo e identificarlo, en caso de que haya más de uno en el documento.
- b. Título: este indica el qué, cómo, dónde y cuándo de la información. Además sigue las mismas características de los títulos de los cuadros.
- c. Fuente: de dónde se obtuvo la información.
- d. Leyenda: cuando en un gráfico se consideran diferentes series de datos, cada una debe ser explicada y diferenciada por un símbolo o leyenda.
- e. Escala: con el fin de establecer e informar la medida considerada en los ejes.
- f. Nota introductoria y nota al pie: se usan en caso de ser necesarias. Y siguen las mismas características que en los cuadros.
- g. Título de los ejes: especifican los aspectos considerado en cada eje.

Por otro lado, Trejos y Moya (2009), especifican una serie de requisitos que fueron establecidos por un grupo de norteamericanos en 1915, para presentar adecuadamente los gráficos.

1. La disposición de un diagrama debe ser de izquierda a derecha.
2. Las cantidades deben ser representadas por magnitudes y no por áreas o volúmenes, dentro de lo posible.
3. En la escala vertical la línea cero debe aparecer. Si esta no está, debe indicarse con una interrupción horizontal en el diagrama.
4. En un diagrama se debe indicar claramente todas las curvas que representan diferentes series de datos, y no deben incluirse muchas.
5. La escala horizontal se lee de izquierda a derecha y la vertical de abajo hacia arriba.
6. Es recomendable incluir los datos numéricos o fórmulas representadas. Si no se incluyen los datos, se recomienda presentar los datos tabulados junto al diagrama.
7. Las leyendas y figuras deben situarse adecuadamente para leerse fácilmente.
8. El título debe ser claro y completo. Para mayor claridad se pueden añadir subtítulos o notas.
9. Las escalas de cada eje deben guardar una relación, para no deformar las relaciones que se quieren mostrar o dar impresiones incorrectas.
10. No debe ser muy ancho ni muy alto y debe ir centrado en la página.

A continuación se muestran diferentes tipos de gráficos.

- ✓ Diagrama de puntos

Este gráfico se utiliza para representar pequeños conjuntos de datos. Para la construcción de este diagrama, en el eje vertical se colocan las frecuencias de la

variable en cuestión, y en el eje horizontal los valores de la variable. Para representar un dato, se coloca un punto sobre el valor que toma la variable.

Ejemplo: los siguientes datos hacen referencia a la cantidad de hermanos que posee un grupo de 15 estudiantes del kínder Estrellita, de San José, en 2014.

0	0	1	1	1
2	2	2	2	2
3	4	4	5	6

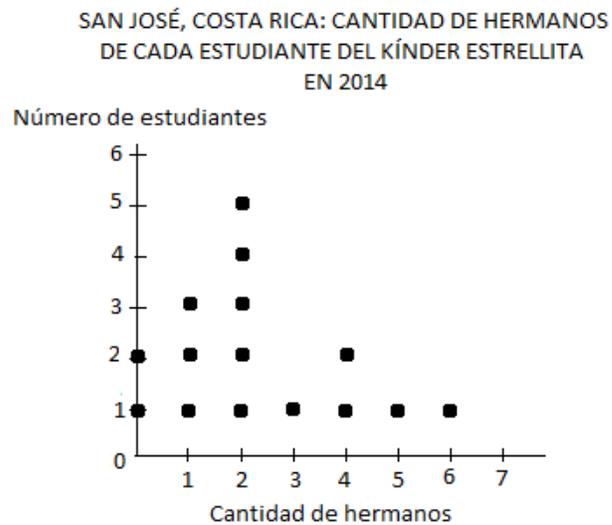


Figura 4. Cantidad de hermanos de cada estudiantes del kínder Estrellita en 2014

✓ Gráfico de barras

Consisten en trazar barras rectangulares de mismo ancho, según Trejos y Moya (2009), cuya longitud depende de la frecuencia de cada categoría representada por la barra. Algunas de las características que deben poseer son:

1. Deben tener el mismo ancho.
2. La longitud de la barra es proporcional a la cantidad que representa.
3. El espacio entre cada barra es el mismo, y se recomienda sea la mitad del ancho [o el mismo] de las barras.
4. Se usan para representar valores tanto absolutos como relativos.
5. La base cero se debe especificar y la escala deber ser continua.

❖ Gráfico de barras simple

Se utilizan para representar sólo un aspecto (Trejos y Moya, 2009).

Según Gómez (2012), dentro de las consideraciones que se deben tomar en la elaboración de gráficos de barras es que si la serie considerada es cualitativa o geográfica, las barras deben ser horizontales, ordenando las barras según su longitud, de mayor a menor, y en caso de que haya una categoría “otros”, independientemente de su longitud, esta barra se ubica en el extremo inferior. Si la serie es cronológica o cuantitativa discreta, las barras son verticales y se ordenan según el propio orden de la serie, es decir, crecientes de izquierda a derecha. Además se debe indicar la escala arriba de la primera barra si son horizontales y a la izquierda de la primera barra si son verticales. Se muestran un de gráfico de barras simples.

NACIMIENTOS INSCRITOS SEGÚN PROVINCIA DE
RESIDENCIA DE LA MADRE 2008. COSTA RICA

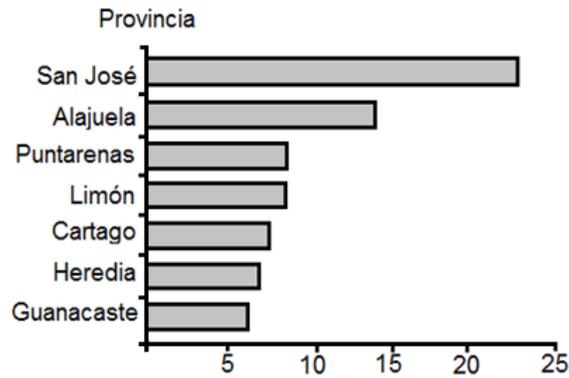


Figura 5. Nacimientos inscritos según provincia de residencia de la madre 2008. Costa Rica. Adaptado de “Elementos de Estadística Descriptiva”, por Gómez, M., 2012, p.256.

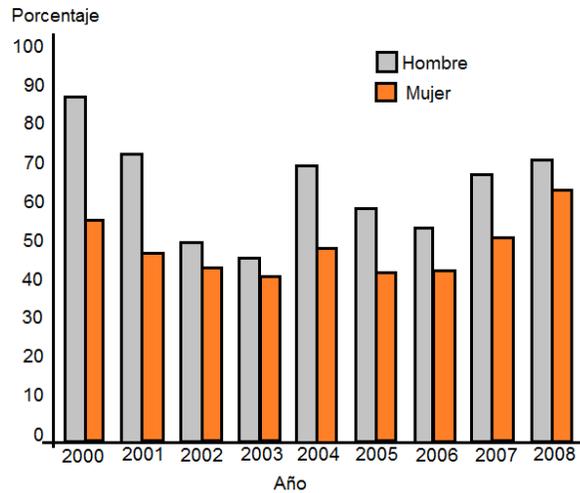
❖ Gráfico de barras comparativas

En este tipo de gráfico se colocan barras contiguas para comparar elementos de un mismo fenómeno, o el fenómeno durante momentos diferentes (Gómez, 2012).

A continuación se muestra un ejemplo de gráfico de barras comparativas.

NÚMERO DE BONOS FAMILIARES DE VIVIENDA ENTREGADOS POR EL FONDO DE SUBSIDIOS PARA LA VIVIENDA, SEGÚN SEXO DE BENEFICIADO,

2000-2008. COSTA RICA



Fuente: Fondo de subsidios para la vivienda, FOSUVI

Figura 6. Bonos familiares de vivienda entregados por FOSUVI, según sexo de beneficiado, 2000-2008. Costa Rica. Adaptado de “Elementos de Estadística Descriptiva”, por Gómez, M., 2012, p.260.

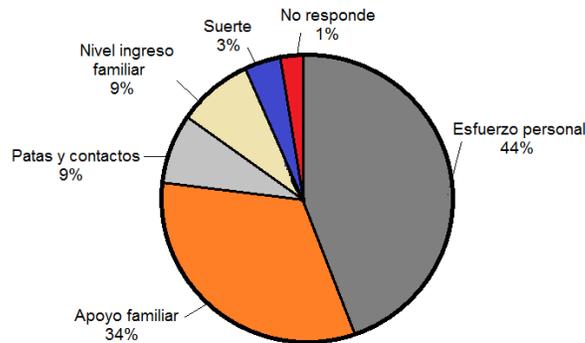
✓ Gráfico circular

Este gráfico es útil para representar frecuencias relativas y comparar la representación de sus categorías con respecto al total o 100% de los datos, de modo que cada categoría tiene asignado un sector circular, cuyo ángulo central asociado, es proporcional a la frecuencia respectiva, sobre el total. Trejos y Moya (2009), no recomiendan este gráfico si son más de ocho categorías y si es el caso, sugiere fusionar categorías o crear una clase “otros”.

En este gráfico, las categorías deben ordenarse de mayor a menor, empezando la primera categoría en el punto más alto de la circunferencia, cual 12 horas del reloj,

y siguiendo las otras categorías según se mueven las manecillas del reloj. A continuación se muestra un ejemplo de gráfico circular o de pastel.

REGIÓN METROPOLITANA DE SAN JOSÉ: FACTORES MÁS IMPORTANTES PARA TENER ÉXITO EN LA VIDA, 2009



Fuente: Miguel Gómez, Encuesta OMNIBUS, Región Metropolitana de San José, setiembre del 2009

Figura 7. Región Metropolitana de San José: factores más importantes para tener éxito económico en la vida. Adaptado de “Elementos de Estadística Descriptiva”, por Gómez, M., 2012, p.263.

✓ Gráfico lineal

Este gráfico “Consiste en la representación, sobre el plano cartesiano de los valores de distintas variables por medio de puntos unidos con líneas. En este tipo de gráfico tanto la escala horizontal como la vertical son aritméticas (distancias iguales representan magnitudes iguales).” (Trejos y Moya, 2009, p.68)

Este gráfico se usa para representar una o varias series cronológicas. Debe aparecer el cero en la escala; si los valores de la serie se encuentran apartados del cero, se puede cortar el eje coordenado cortando la escala, que consiste quitar parte de la escala, pero conservándola en el resto del gráfico. El corte de la escala

se representa con un salto en la parte inferior del eje vertical como se muestra en el siguiente ejemplo.

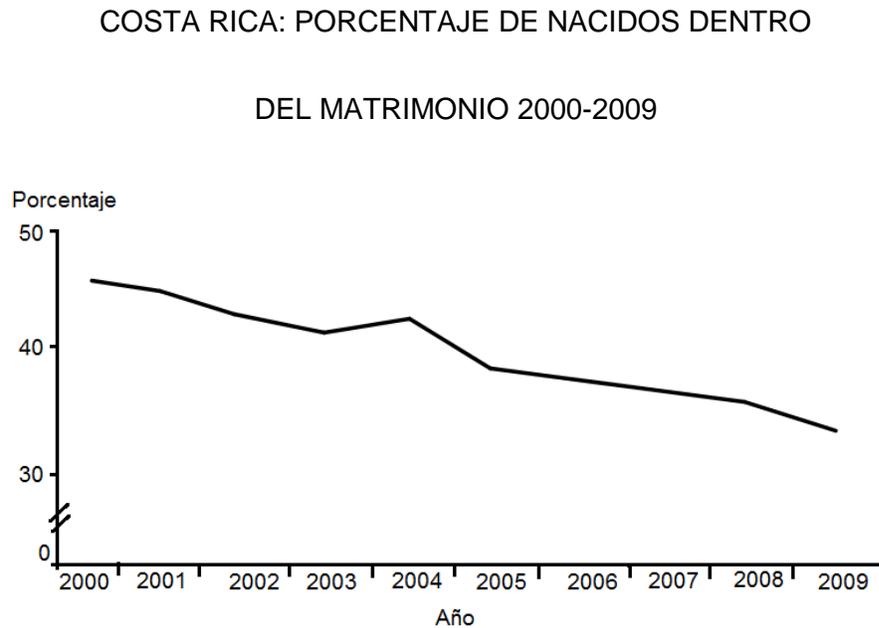


Figura 8. Número de nacidos dentro del matrimonio 2000-2009. Adaptado de “Elementos de Estadística Descriptiva”, por Gómez, M., 2012, p.273.

5) Medidas de posición para datos no agrupados

Según Trejos y Moya (2009), las medidas de posición representan con un solo número los valores de una variable cuantitativa, son conocidas también como medidas de tendencia central y sirven para determinar en general, sobre qué número se concentran las observaciones.

Para n observaciones o valores asignados a una variable, denotadas por $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$, algunas de las medidas de tendencia central para esos datos son:

- *Media aritmética simple o promedio*: se define como la suma del total de los valores asignados a la variable, dividida por el número de ellos. Se denota por \bar{x} , donde

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

La suma $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n$ suele ser denotada por $\sum_{i=1}^n x_i$ y donde Σ es el símbolo de una sumatoria, en el caso anterior, la sumatoria de los valores, desde el valor 1, es decir, x_1 , hasta el valor n, x_n . A partir de esta notación, el promedio simple puede ser visto como

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- *Moda*: en un conjunto de observaciones, la moda, denotada por M_o , es el valor o valores con mayor frecuencia.
- *Mediana*: una vez que los valores son ordenados, la mediana es el valor que se encuentra en el centro de estos, de modo que no más de la mitad de los valores son mayores que ella y no más de la mitad menores. Se denota por Me .

Suponiendo que las n observaciones iniciales están ordenadas, si n es impar, la mediana se ubica en la posición $(n + 1)/2$, con

$$Me = \frac{x_{n+1}}{2}$$

Si n es par, la mediana se ubica en dos posiciones, $n/2$ y $n/2 + 1$, si los valores en estas posiciones son diferentes, se suele tomar por mediana, el promedio de ellos dos, así la mediana sería

$$Me = \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}}{2}$$

- *Extremos*: son el valor mayor, conocido como Máximo y denotado por M , y el menor, o Mínimo denotado por m , de las observaciones.
- *Recorrido o amplitud*: es la diferencia entre el Máximo y Mínimo de los valores asignados a la variable en cuestión. Se denota por A . La amplitud es una evidencia de la dispersión de los datos, cuanto mayor sea, más dispersos son los datos y viceversa.

Anexo C

Conocimientos propuestos por el MEP (2012) en probabilidad para octavo año

1) El azar

El termino azar según la Real Academia Española se define como una casualidad o un caso fortuito, del mismo modo El Diccionario del uso del español de M^aMoliner, citado por Díaz, Batanero y Cañizares (2010), establece que el azar es “la supuesta causa de los sucesos no debidos a una realidad natural, ni a una intervención intencionada humana ni divina” (p.14).

En el azar, es necesario hacer la diferencia entre los términos determinismo y aleatoriedad. El primero de ellos se define según Valdez (s.f.) como una magnitud que puede tener un valor de los comprendidos en un conjunto, pero predecible con exactitud, es decir, ante ciertas situaciones repetitivas, los resultados siempre serán los mismos y se pueden conocer con anticipación. El segundo de los términos según Montes (2007) se presenta cuando “aún repitiendo en las mismas condiciones el experimento que lo produce, el resultado variará de una repetición a otra dentro de un conjunto de posibles resultados” (p.1).

Algunos ejemplos de determinismo que brinda el Programa de Estudios de Matemáticas (2012) son

- Sacar una bola negra de una caja que tiene 5 bolas negras.
- ¿Qué día de la semana será pasado mañana?

Del mismo modo es posible brindar una serie de ejemplos para resultados aleatorios, como:

- Lanzar una moneda costarricense y que salga escudo.
- Sacar una bola negra de una caja que tiene 2 bolas azules, 3 rojas y 2 verdes.
- Lanzar un dado y obtener un 4.
- El tiempo de espera en la parada de bus.

2) Espacio muestral

La probabilidad permite hacer estudios que se pueden probar cuantas veces sean necesarios, y con ello observar cada uno de los resultados que se obtienen, a este proceso reiterado es lo que conocemos como espacio muestral, el cual se define como “el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento” (Pérez, Castrillo y de los Cobos, 2000, p.32), y a cada uno de los posibles resultados es lo que se conoce como puntos muestrales.

Un ejemplo de esta situación se puede evidenciar cuando se hace una rifa, en donde hay un total de 100 números. Supongamos que se extraen los números 48, 85, 07, de esta manera cada uno de ellos representa un punto muestral, y el total de los números representan el espacio muestral. Para representar el espacio muestral (conjunto de todos los resultados) se usa la letra griega omega (Ω), en el caso del ejemplo, se podría representar como

$$\Omega = \{1,2,3, \dots, 100\}.$$

Para representar los puntos muestrales se pueden usar dos métodos, el primero de ellos consiste en enumerar cada punto en un conjunto que incluya todos los resultados, en el caso anterior se representaría como $\{48,85,07\}$.

Otro de los métodos consiste en hacer diagramas, principalmente el conocido como diagrama de árbol, a continuación se brinda un ejemplo.

- Se propone una actividad a 18 estudiantes, en donde se les solicita lanzar un dado tetraédrico y una moneda al mismo tiempo, cada estudiante debe representar por medio de un diagrama de árbol todas las posibilidades, a continuación se presentan los resultados, de manera que 1,2,3,4 son las caras del dado, E es escudo y C es la corona de la moneda.

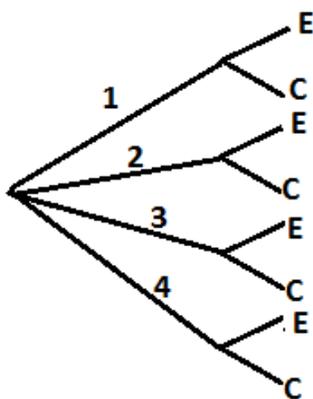


Figura 9. Representación de puntos muestrales. Elaboración propia.

3) Eventos

El espacio muestral evidencia todas las posibilidades en los experimentos que se llevan a cabo, pero generalmente no se llevan a cabo todos, a este hecho es lo que se define como evento, el cual según Gómez (2012), son todos los resultados que provienen de observaciones, experimentos o procesos repetitivos (real o imaginariamente) y que se representan con X ó E . Otros autores consideran el evento como “un subconjunto del espacio muestral” (Pérez, Castrillo y De los Cobos, 2000, p.32).

Un evento responde a una condición establecida previamente, y cuando se logra las condiciones se consideran los resultados como favorables, tal es el caso de

lanzar un dado y sacar un 5; si esto se logra, entonces estamos ante un resultado favorable al evento.

Los eventos se pueden clasificar en simples o compuestos, según Gómez (2012), un evento simple es el valor que asume una observación, el cual puede repetirse en otras observaciones, como por ejemplo obtener un “As” de oros de un total de 52 cartas. Un evento compuesto se puede definir como un conjunto de valores que satisfacen una condición, la cual incluye varios eventos simples, por ejemplo obtener un “As” de un total de 52 cartas, sabiendo que existen 4 Ases, ante ese hecho cada “As” representa un evento simple, y el evento compuesto permite extraer cualquiera, siempre y cuando incluya la condición.

Un evento como se mencionó debe cumplir con determinadas condiciones, de manera que antes de realizar el experimento se puede suponer tres resultados posibles, que el evento sea seguro, que sea probable o que sea imposible, a continuación se define cada uno según Pérez, Castrillo y De los Cobos (2000) y se brinda un ejemplo.

- *Evento seguro:* Es aquel evento que siempre ocurre, por ejemplo, lanzar una moneda y obtener escudo o corona.
- *Evento probable:* Es aquel evento que tiene más posibilidades de que ocurra, aunque pueda darse el caso de que no, por ejemplo, un evento probable sería que en una tarde de invierno llueva.
- *Un evento imposible:* El aquel evento que nunca puede ocurrir, por ejemplo lanzar un dado y que salga un 10.

4) Reglas básicas de probabilidad

Con base en la definición de probabilidad, se puede deducir algunas propiedades básicas de probabilidad, para ello supongamos que se tiene n eventos posibles, si de ellos se tiene todos cumplen con la condición establecida, entonces se tendría que la $P(n) = \frac{n}{n} = 1$, y con ello se tiene que la probabilidad es 1 y el evento es seguro. Por otro lado, si se tiene que ninguno de los eventos cumple la condición, entonces $P(n) = \frac{0}{n} = 0$, y se tiene que la probabilidad es 0, para un evento que nunca sucederá, por tanto es imposible.

En caso que de los n eventos exista m posibles eventos, con $0 < m < n$, se tiene que la $P(m) = \frac{m}{n}$, la probabilidad sería un valor que está entre 0 y 1, considerándose un evento probable.

Con base en las tres situaciones planteadas y según Gómez (2012), se tiene que:

- La probabilidad de un evento cualquiera es un valor que se encuentra en el intervalo $[0,1]$.
- Si la probabilidad de un evento es 0, se puede asegurar que dicho evento es imposible.
- Si la probabilidad de un evento es 1, se concluye que el evento es seguro.

Anexo D

Guía de Observación

Esta observación es llevada a cabo con el propósito de caracterizar el sistema de evaluación de los aprendizajes en Matemáticas utilizado por los docentes en la clase, tras la implementación de los nuevos programas de estudio en Matemática, y de esta forma determinar elementos claves por considerar para la evaluación de los aprendizajes en el aula.

Este instrumento consta de tres partes, las cuales se deben completar para cada una de las observaciones de clase realizadas. Describa con detalle en las notas de campo, los principales rasgos percibidos cuando sea necesario.

1. Datos generales

1.1. Nombre de la institución:

1.2. Sección:

1.3. Hora de inicio:

1.4. Hora final:

1.5. Fecha:

1.6. Profesor (a):

1.7. Observadores:

2. Datos de la clase

2.1. Cantidad de estudiantes:	
2.2. Espacio físico	
2.3. Recursos didácticos utilizados	
2.4. Distribución de los escritorios	
2.5. Atmósfera de clase.	

3. Organización de la clase

- 3.1. Tema de estudio: _____
- 3.2. Habilidades específicas por desarrollar: _____
- 3.3. Conocimientos abordados: _____
- 3.4. Estrategia metodológica implementada: _____

3.5. Elementos por observar en el desarrollo de la clase.

En la siguiente tabla se brinda una serie de elementos por observar en el desarrollo de la clase. Anote en la columna Sí/No si se observan o no cada uno de los puntos considerados.

Elementos a observar	Sí/No
Primera etapa de la lección: El aprendizaje del conocimiento	
<i>Propuesta de problema</i>	
3.5.1. El problema o situación propuesta se utiliza como inicio del estudio del tema.	
3.5.2. El problema propuesto es pertinente con respecto al nivel de conocimiento de los estudiantes.	
3.5.3. El problema propuesto integra habilidades.	
3.5.4. Una mayoría de estudiantes resuelven de forma inmediata la situación propuesta.	
3.5.5. La mayoría de los estudiantes comprende el problema.	
3.5.6. El problema o situación propuesta resulta atractivo para los estudiantes.	
<i>Trabajo estudiantil independiente</i>	
3.5.7. El estudiante se enfrenta al problema sin ayuda del docente.	
3.5.8. El docente guía de manera pertinente la resolución del problema propuesto.	
3.5.9. El recurso didáctico brindado al estudiante se adecúa a la situación planteada y a la habilidad que se pretende desarrollar.	
3.5.10. Se observa un avance en el nivel de razonamiento utilizado por los estudiantes, según las preguntas que plantean.	
3.5.11. El docente utiliza alguna estrategia para recopilar información del avance de cada uno de los estudiantes durante el proceso de resolución del problema.	
<i>Discusión interactiva y comunicativa</i>	
3.5.12. Los estudiantes comparten con los demás compañeros y el docente el trabajo desarrollado hasta el momento.	
3.5.13. Plantean los estudiantes, dudas y preguntas acordes con el trabajo desarrollado en el momento anterior de la lección.	

3.5.14.Promueve el docente la generación de nuevo conocimiento a partir de los aportes del grupo.	
3.5.15.El docente retroalimenta a los estudiantes, según los aportes de los mismos.	
3.5.16.El docente aplica estrategias para el registro del logro de habilidades alcanzado por el estudiante en este momento de la lección.	
3.5.17.El docente lleva a cabo una evaluación del logro de las habilidades de los estudiantes.	
Cierre o clausura	
3.5.18.El docente integra las propuestas de los estudiantes con su aporte profesional para la formalización de conceptos en el cierre o clausura de la lección.	
3.5.19.Se concretan los insumos suficientes que le permiten al estudiante el desarrollo de las habilidades y enfrentarse a nuevas situaciones que las involucran.	
Segunda etapa de la lección	
Movilización	
3.5.20.Las actividades para la evaluación de los aprendizajes propuestas por el docente, son coherentes con las habilidades que se buscan desarrollar en el estudiante.	
3.5.21.Las actividades para la evaluación de los aprendizajes propuestas por el docente, son coherentes con la estrategia metodológica desarrollada en las clases.	
3.5.22.El estudiante tiene una participación activa durante las actividades de evaluación.	
3.5.23.El docente utiliza un instrumento para la evaluación del logro de las habilidades matemáticas	
3.5.24.El docente comunica al estudiante que está siendo evaluado.	
3.5.25.El docente comunica al estudiante los criterios e indicadores que utiliza para evaluarlos.	
3.5.26.Se lleva a cabo una revisión de los resultados de las actividades y una retroalimentación por parte del docente.	

3.6. ¿Cuál es el tipo de evaluación que se lleva a cabo durante los momentos de la lección?

<i>Etapa</i>	<i>Momento de la lección</i>	<i>Tipo de evaluación implementada</i>
Aprendizaje	Propuesta del problema	
	Trabajo estudiantil independiente	
	Discusión interactiva y comunicativa	
	Cierre o clausura	
Movilización		

Anexo E

Entrevista a Experto en Evaluación (Guía)

Como Asesor Nacional de evaluación de Matemática en educación primaria y secundaria costarricense, y para efectos de utilizar la información recolectada a partir de esta entrevista como fuente primaria en una investigación del Seminario de Graduación para optar por el título de Licenciado en la Enseñanza de la matemática, nos permitimos hacerle las siguientes preguntas:

1. Los programas de matemáticas tienen como enfoque principal la resolución de problemas como estrategia metodológica. Esto implica un cambio en los procesos partiendo de una organización de la lección, donde se promueva la introducción y el aprendizaje de los nuevos conocimientos, siguiendo cuatro pasos o momentos centrales: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa, y clausura o cierre. Esto conlleva un cambio en el proceso de evaluación de los aprendizajes, que comienza con el replanteamiento del quehacer educativo y la forma en que se planifican, desarrollan y evalúan las actividades educativas. (MEP, 2012, p.69)

¿Con base en dicha estrategia metodológica, cuál es el cambio que considera usted se debe hacer en la evaluación de los aprendizajes de matemática?

2. Con base en su experiencia y lo que establece el MEP en materia de evaluación de los aprendizajes, ¿cómo se debe evaluar en el estudiante el logro de habilidades, utilizando la estrategia metodológica de resolución de problemas?
 - a. Complementarias:
 - i. ¿En qué momento se lleva a cabo esta evaluación?
 - ii. Cómo llevar a cabo la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa?
 - iii. ¿Cómo cuantificar el logro de habilidades?
3. En la evaluación de los aprendizajes se hace referencia a la evaluación normativa y a la evaluación criterial. ¿Cuál considera usted que es la que más se ajusta para evaluar el logro de habilidades?
 - i. ¿De qué manera se debe utilizar este tipo de evaluación, para comprobar el nivel de logro de las habilidades?
4. ¿Qué elementos debe considerar el docente en el diseño de instrumentos de evaluación para evaluar el trabajo cotidiano, trabajo extra clase y pruebas escritas, a partir de la estrategia metodológica de resolución de problemas?
 - i. ¿Cuál es la forma adecuada de utilizar estos instrumentos?
5. Con la implementación de los Programas de estudio de Matemáticas, el MEP realizó capacitaciones para los docentes con respecto a la estrategia metodológica y los nuevos contenidos. ¿Qué apoyo ha ofrecido el Ministerio de Educación Pública a los docentes con respecto a cómo evaluar el logro de habilidades?
 - i. ¿Qué experiencia ha tenido con respecto a lo que están haciendo los docentes en el aula?

Anexo F

Entrevista al Experto en Estadística y Probabilidad (Guía)

1. ¿Por qué deben estudiarse estas áreas, desde los primeros niveles escolares?
2. ¿Cuáles fueron las mayores dificultades enfrentadas a la hora de proponer la maya curricular en el área de Estadística y Probabilidad?
3. ¿Existe algún modelo en el cual se han basado los autores de los Programas de Estudios de Matemáticas, para proponer las habilidades en el área de Estadística y Probabilidad?
4. El Programa de estudios de Matemáticas plantea la resolución de problemas como estrategia metodológica de trabajo durante la lección. ¿Cómo debería implementarse dicha estrategia en la enseñanza de la estadística y probabilidad?
 - a. Complementarias:
 - i. Los Programas de estudio de Matemática del año 2005 establecían un currículo basado en el cumplimiento de objetivos de aprendizaje. ¿Cuáles fueron las razones para basar el actual currículo actual en el desarrollo de habilidades?
 - ii. ¿Cuáles son las fortalezas que ofrece un currículo basado en el desarrollo de habilidades específicas en estadística y probabilidad?
5. ¿Cómo se debe evaluar habilidades matemáticas desarrolladas bajo una metodología de resolución de problemas?
 - a. ¿Cómo cree que se está haciendo en el aula?
 - b. ¿Es esa la forma correcta?

6. De las estrategias de evaluación, ¿cuál debería utilizarse para determinar el nivel de logro de las habilidades específicas en el área de Estadística y Probabilidad?
 - a. ¿Cómo se puede integrar la evaluación sumativa para poder determinar el nivel de logro de habilidades específicas en Estadística y Probabilidad?
7. En la evaluación de los aprendizajes se hace referencia a la evaluación normativa y a la evaluación criterial. ¿Cuál considera usted que es la que más se ajusta para evaluar habilidades específicas en Estadística y Probabilidad?
 - a. Si se pudieran llevar a cabo actividades de evaluación que no estén contempladas en el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, vigente, ¿cómo debería llevarse a cabo la evaluación de habilidades específicas en el área de Estadística y Probabilidad?

Anexo G

Entrevista al Docente de Matemática (Guía)

Estimado docente:

El objetivo de esta entrevista es conocer su percepción acerca de la evaluación de los aprendizajes en el área de Estadística y Probabilidad, estrategias y resultados obtenidos, en el marco de lo que establece el programa de estudios oficial de Costa Rica. Los insumos que en esta se recopilen formarán parte de un trabajo de graduación para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica.

Agradecemos mucho toda su colaboración.

Información general

Nombre:

Lugar de trabajo:

Dirección Regional:

Años de servicio:

Acerca de la Evaluación de los Aprendizajes

1. Los Programas de Estudio de Matemáticas, proponen la resolución de problemas como estrategia metodológica principal. ¿Cuál es su criterio con respecto a esta metodología, en relación con la factibilidad, aprovechamiento del tiempo, versatilidad, u otro aspecto que considere importante?
2. Desde el año 2012 en que se dio el cambio de programa de estudios de matemática,

- a. ¿Ha recibido por parte del MEP capacitaciones referidas a la implementación de los programas de estudio? Si es así, ¿en cuál(es) áreas?
 - b. ¿De qué manera ha contribuido en la puesta en práctica del programa de estudios, estas capacitaciones desarrolladas por el MEP?
3. ¿De qué manera debe llevarse a cabo la evaluación de los aprendizajes durante los momentos y etapas de la lección, de acuerdo con esta metodología de trabajo?
 - a. ¿Cómo debe llevarse a cabo la evaluación de habilidades matemáticas en Estadística en Probabilidad, bajo una metodología de resolución de problemas, en la I etapa y en la II etapa de la lección?
 - b. ¿Cuál(es) instrumento(s) utiliza usted para llevar a cabo la evaluación en cada una de las etapas de la lección?
4. ¿Ha recibido directrices o normas por parte del MEP, que indiquen la manera en que se debe llevar a cabo la evaluación? Si es así ¿cuáles han sido?
5. El Programa de Estudios desarrolla habilidades matemáticas en el estudiante. ¿Mediante cuáles mecanismos determina usted si los procesos llevados a cabo durante la lección responden efectivamente a lo que pretende cada habilidad?
6. ¿A cuáles dificultades se ha enfrentado usted para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes?
7. ¿Cree que los criterios e indicadores podrían ayudar a determinar el nivel de logro de cada habilidad propuesta en el Programa?
 - a. ¿De qué manera se puede llevar a cabo?
 - b. ¿Comunicaría estos criterios a los estudiantes? ¿Por qué? De comunicarlos ¿Cómo lo haría?

Universidad de Costa Rica

Facultad de Educación

Escuela de Formación Docente

Departamento de Secundaria

**Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el área
de Estadística y Probabilidad de octavo año de la educación
secundaria en Costa Rica**

Autores

Duarte Corrales Lizeth Dayan

Guillén Jiménez Andrea Marcela

Ramírez Campos Keibel

Ureña Alpízar Jason de Jesús

Vargas Gamboa José David

Octubre 2015

Universidad de Costa Rica
Facultad de Educación

Escuela de Formación Docente
Departamento de Secundaria

**Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el
área de Estadística y Probabilidad de octavo año de la
educación secundaria en Costa Rica**

Autores

Duarte Corrales Lizeth Dayan
Guillén Jiménez Andrea Marcela
Ramírez Campos Keibel
Ureña Alpízar Jason de Jesús
Vargas Gamboa José David

Octubre 2015

Tabla de contenido

1. Introducción.....	5
1.1. Reseña histórica.....	5
2. Objetivos de la propuesta	9
2.1. Objetivo general.....	9
2.2. Objetivos específicos.....	9
3. Fundamentación teórica de la propuesta	10
3.1. Habilidades en Estadística y Probabilidad	11
3.2. Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.....	16
3.2.1. Problema matemático y resolución de problemas como estrategia metodológica.....	16
3.2.2. Procesos matemáticos	18
3.2.3. Organización de las lecciones.....	18
3.2.4. Algunas estrategias para la resolución de problemas.....	20
3.2.5. Niveles de dificultad de los problemas matemáticos	21
3.3. La evaluación de los aprendizajes.	22
3.3.1. Tipos de evaluación	26
3.3.2. Criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes	27
3.3.3. Evaluación de los aprendizajes de la Estadística y Probabilidad	31
4. Instrumentalización de la propuesta.....	33
4.1. Cómo utilizar el instrumento para valorar el nivel de logro.....	41
5. Un acercamiento a la aplicación de la propuesta.....	49
6. Bibliografía.....	64

1. Introducción

Para ofrecer alternativas evaluativas novedosas y acordes con los requerimientos nacionales ante la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas en el año 2012, se plantea esta propuesta, la cual está dirigida al docente de matemáticas de la educación secundaria. Le ofrece una opción para conocer cuál es el logro alcanzado por cada uno de sus estudiantes de octavo año, en el desarrollo de las habilidades matemáticas en el área de Estadística y Probabilidad.

La propuesta consta de una reseña histórica en la que se exponen algunos aspectos del cambio de programas de estudio, luego se presentan los objetivos de esta propuesta. En seguida, la fundamentación teórica con respecto a habilidades, resolución de problemas y evaluación de los aprendizajes. Por último, la instrumentalización de la propuesta, en la que se explica cómo llevarla a la práctica.

1.1. Reseña histórica

Desde el año 2012 se aplica en Costa Rica un nuevo programa de estudios para I, II, III y IV ciclo en Matemáticas. Este programa implica un cambio curricular el cual requiere analizar, direccionar y sistematizar estrategias por parte del docente. Las nuevas estrategias requieren de una valoración permanente, ya que los resultados parciales servirían para retroalimentar el desarrollo de la lección y los procesos de evaluación de los aprendizajes, tan necesarios en el marco de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta dinámica es constante, aún con la amalgama que desde el año 2012 establecen los planes de transición.

El anterior programa de estudios de matemáticas para la educación primaria y secundaria en Costa Rica, fue oficial desde el año 2005 hasta el 2011. Particularmente, en III ciclo se incluían objetivos y contenidos en las áreas de

Geometría, Aritmética, Álgebra, Estadística y Trigonometría. Se planteaba en el mismo un interés por el constructivismo, en donde el estudiante fuera el centro del proceso, e hiciera precisamente eso: construir su aprendizaje. En el caso de la Estadística, se proponía como actividad fundamental la recolección de datos, la interpretación de los mismos y la elaboración de conclusiones a partir de la información recolectada. Por medio de la Resolución de Problemas se intentaba potenciar el razonamiento del estudiante. Sin embargo, el desarrollo de un currículo de matemática que busca el cumplimiento de objetivos procedimentales, no permite del todo un buen desarrollo de la resolución de problemas, pues no se da la generación del conocimiento a través del proceso de resolución.

El programa de estudios del año 2005, establecía la evaluación como una prioridad, y dejaba clara la necesidad de implementar la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa. De esta manera, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tendría un insumo más para dar prioridad, realizar una modificación, destacar o corregir, las actividades de mediación que se pretenden llevar a cabo. Sin embargo, la realidad fue otra. El docente centró su atención en el componente sumativo, y dejó de lado aspectos fuertes como el proceso durante el aprendizaje, el perfeccionamiento de técnicas, y la valoración del nivel de superación presentado por cada estudiante.

Los resultados deficientes en las pruebas de bachillerato, las bajas promociones en los primeros cursos universitarios y los niveles alcanzados en las diferentes pruebas PISA, son algunos indicadores que alertaron a las autoridades en educación e hicieron que en el año 2011, se aprobaran nuevos programas de matemáticas para la educación primaria y secundaria de Costa Rica. El Ministerio de Educación Pública, aprueba un currículo diferente, en donde se suprimen los objetivos procedimentales y se da paso a las habilidades matemáticas.

Una habilidad es algo que un ser humano es capaz de hacer en cierto ámbito. Este concepto aplicado a la enseñanza de las matemáticas, como menciona el MEP (2012), es una capacidad que el estudiante logra desarrollar en el ámbito de las matemáticas. Esto permite hacer nuevas inclusiones en la malla curricular que puedan solventar a mediano y largo plazo, las necesidades ya muy conocidas en esta disciplina a nivel nacional.

Entre las características que presentan los Programas de Estudio (MEP, 2012) se encuentran:

- i. Las habilidades se convierten en una orientación de la labor docente. El recorrido teórico por el cual antes se intentaba encausar al estudiante cambia de sentido, ya que interesa más desarrollar procesos de aprendizaje, que valorar en forma individual resultados finales obtenidos por el mismo.
- ii. Las habilidades establecidas en los programas determinan lo que se tiene que enseñar, sin embargo, se menciona que el docente puede seleccionar múltiples situaciones para diseñar su propuesta educativa.
- iii. Un caso especial constituye el área Estadística y Probabilidad, ya que permite utilizar en forma más dinámica las matemáticas, lo cual fortalece actitudes y creencias positivas hacia la asignatura. La principal característica de esta área es la aplicabilidad de las matemáticas.
- iv. La metodología de resolución de problemas favorece la contextualización activa de situaciones, las cuales deben ser más cercanas al entorno, para enfatizar en la utilidad del estudio de las matemáticas.
- v. Se hace hincapié en cuatro momentos y en dos etapas de la lección. Lo anterior obedece al surgimiento natural del conocimiento matemático.

Con respecto a la evaluación, el MEP (2012) menciona que:

durante el desarrollo de las actividades de mediación, es necesario recopilar información cualitativa y cuantitativa acerca del desempeño estudiantil en las distintas áreas matemáticas. La información recopilada mediante instrumentos técnicamente elaborados le permitirá evaluar sus habilidades, destrezas y competencias y la toma de decisiones. (MEP, 2012, p.70)

Con esta premisa, uno de los aspectos que con mayor fuerza es necesario desarrollar, es cómo evaluar los aprendizajes. Particularmente, es necesario idear un mecanismo de recolección de información, que permita determinar el nivel de logro de cada habilidad que el estudiante desarrolle. La novedad y oportunidad que ofrece el actual currículo, requiere de la retroalimentación permanente por parte del docente en el sentido expuesto.

2. Objetivos de la propuesta

2.1. Objetivo general

Diseñar una guía que oriente al docente para la evaluación del logro de habilidades en el estudiante de octavo año en el área de Estadística y Probabilidad por medio del diseño de criterios.

2.2. Objetivos específicos

- Definir la teoría de habilidades matemáticas en Estadística y Probabilidad, resolución de problemas y evaluación de los aprendizajes como referente teórico de la propuesta.
- Establecer criterios e indicadores que permiten al docente determinar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el estudiante.
- Concretar el uso de algunos criterios e indicadores de evaluación de los aprendizajes en situaciones problema.

3. Fundamentación teórica de la propuesta

Esta propuesta toma como sustento teórico los siguientes tres pilares:

- Habilidades en estadística y probabilidad en octavo año.
- Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.
- La evaluación de los aprendizajes.

Estos pilares, entre los cuales existe una dinámica, estructuran la presente propuesta, como se observa en la siguiente figura

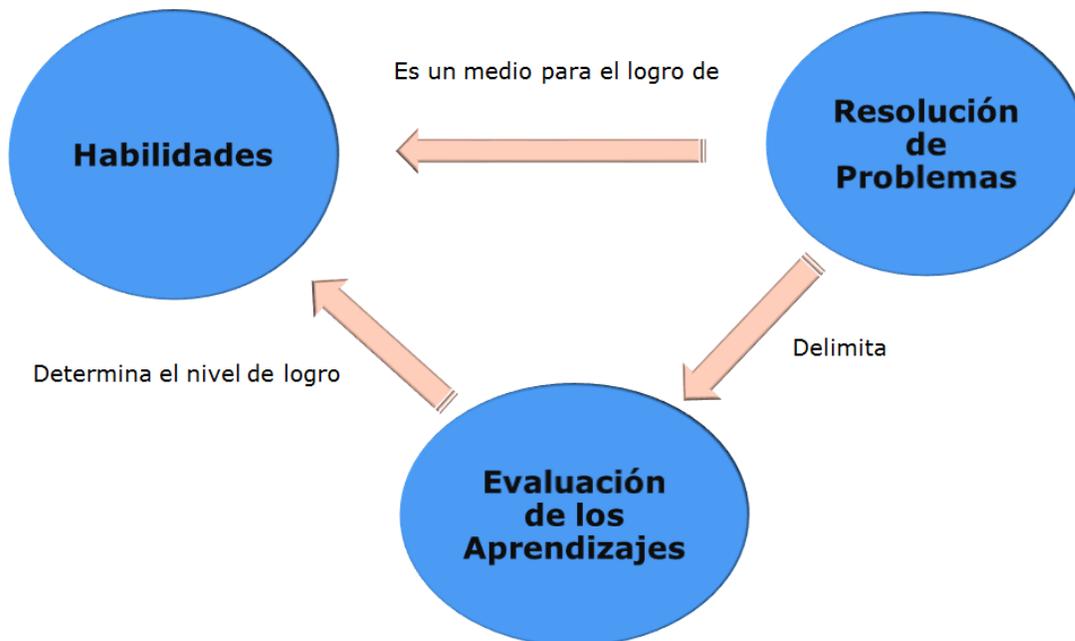


Figura 1. Pilares de la Propuesta para la evaluación del logro de habilidades en el área de Estadística y Probabilidad de octavo año. Elaboración propia.

Para ello se brinda una breve descripción de las principales características de cada uno, y del papel que cumplen como parte del currículo nacional en Matemática durante el proceso de enseñanza de esta disciplina.

3.1. Habilidades en Estadística y Probabilidad

Antes de estudiar las Habilidades en Estadística y Probabilidad, se debe tener una concepción más general del concepto de habilidad matemática y del alcance que tiene. Williner (2011) menciona que una habilidad matemática

es la capacidad de efectuar o realizar una tarea matemática eficientemente o de actuar adecuadamente frente a una situación, en la que la Matemática está involucrada. Son las acciones o tareas que efectuamos en forma sistemática para lograr un objetivo. (p.116)

Una característica destacable de las habilidades matemáticas es que se encuentran presentes durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, tal y como lo menciona Talizina (como se citó en Rodríguez, Carnelli y Formica, 2005), “no se puede separar el saber del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo; no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer” (p.35), por lo que en las actividades matemáticas en las cuales se aprende un conocimiento, está inmersa una habilidad.

Para efectos de esta propuesta se entenderá por habilidad específica, la capacidad de desarrollar una tarea en particular producto de la manipulación intelectual de uno o varios objetos matemáticos. El MEP (2012) pretende que el estudiante desarrolle habilidades, para que tenga la capacidad de enfrentarse a situaciones que se presentan en contextos reales. Las de corto plazo se denominan habilidades específicas; y la generalización de estas son llamadas habilidades generales, las cuales requieren un mayor tiempo para su desarrollo.

El término “habilidad específica”, en matemáticas, es utilizado como “una capacidad o un saber hacer en relación con un objeto matemático (concepto o procedimiento)” (MEP, 2012, p.22), y se define como “una capacidad estudiantil para comprender o manipular intelectualmente un conocimiento (concepto o procedimiento)” (MEP, 2012, p.472).

El MEP (2012) menciona que estas habilidades “se plantean para desarrollarse en tiempos relativamente cortos” (p.22) y no deben verse como capacidades que los estudiantes deben de tener o no, más bien son “expectativas de aprendizaje que se pueden lograr gradualmente” (p.22), no como objetivos operativos. Varias de estas se pueden abordar en un solo problema y deben integrarse en el planeamiento, el desarrollo de las lecciones y la evaluación de los aprendizajes (MEP, 2012).

Los programas de estudio de matemática 2012, indican las habilidades específicas y los conocimientos que deben lograrse en cada área matemática en los diferentes ciclos educativos. A continuación se presenta una tabla con los conocimientos, habilidades específicas del área de Estadística y Probabilidad.

Tabla 1. *Conocimientos y habilidades específicas del área de Estadística y Probabilidad de Octavo Año*

ESTADÍSTICA		
Conocimientos	Habilidades Generales	Habilidades específicas
Recolección de información <ul style="list-style-type: none"> • La experimentación • Interrogación 	1. Interpretar información que ha sido generada por medio de análisis estadísticos o	1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.

<p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • Porcentual <p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual • Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos. <p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none"> • Moda • Media aritmética • Mínimo • Máximo • Recorrido 	<p>probabilísticos provenientes de diversas fuentes.</p> <p>2. Utilizar técnicas simples para la recolección de datos que sean insumo para un análisis de información relacionado con problemas concretos.</p> <p>3. Utilizar diferentes estrategias para resumir grupos de datos en forma tabular, gráfica o con medidas estadísticas</p> <p>4. Responder interrogantes que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos.</p>	<p>2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.</p> <p>3. Utilizar un software especializado o una hoja de cálculo para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.</p> <p>4. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.</p>
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades Generales	Habilidades específicas
El azar	1. Identificar eventos provenientes de	1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias.

<ul style="list-style-type: none"> • Aleatoriedad • Determinismo <p>Espacio muestral</p> <ul style="list-style-type: none"> • Espacio muestral, puntos muestrales y su representación <p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resultados favorables a un evento • Eventos simples y compuestos • Evento seguro, evento probable, evento imposible 	<p>situaciones aleatorias particulares y determinar probabilidades asociadas a ellos.</p> <p>2. Utilizar la definición laplaciana de probabilidad para deducir las propiedades de las probabilidades vinculadas con el tipo de evento: seguro, probable e imposible.</p> <p>3. Utilizar la definición frecuencial o empírica de probabilidad para resolver problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p> <p>4. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en condición de incertidumbre.</p>	<p>2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.</p> <p>3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas.</p> <p>4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.</p> <p>5. Clasificar eventos en simples o compuestos.</p> <p>6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada.</p> <p>7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada</p>
---	---	--

<p>Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Eventos más probables, menos probables e igualmente probables • Definición clásica (o laplaciana) <p>Reglas básicas de probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • La probabilidad de cualquier evento es un valor numérico entre 0 y 1 • La probabilidad de un evento seguro es 1 y de un evento imposible es 0 	<p>5. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la Estadística y la Probabilidad.</p> <p>6. Utilizar técnicas de análisis estadístico o probabilístico para la resolución de problemas del con texto.</p>	<p>evento.</p> <p>8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados.</p> <p>9. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la teoría de probabilidad.</p> <p>10. Deducir las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con valores que puede tomar la probabilidad para evento seguro, probable e imposible.</p> <p>11. Plantear y resolver problemas vinculados con el cálculo de probabilidades.</p> <p>12. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.</p>
---	---	---

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio de Matemáticas”, por MEP, 2012.

Para efectos de esta propuesta es de gran interés tener un panorama general de los conocimientos y habilidades específicas que el estudiante debe lograr en el

área de estadística y probabilidad de octavo año, ya que estas habilidades son una orientación para el docente, pues determinan lo que debe enseñar y desarrollar en sus estudiantes, también es necesario que este comprenda la estrategia metodológica bajo la cual enseña matemática, que actualmente es la resolución de problemas.

3.2. Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática

Al ser la resolución de problemas la estrategia metodológica propuesta por el MEP en los nuevos Programas de Estudio, es de mucha importancia que el docente tenga el conocimiento necesario de lo que conlleva el desarrollo de esta estrategia. Además, el docente debe estar en la capacidad de adaptar la evaluación a dicha estrategia.

A continuación se presentan algunas de las consideraciones que el docente debe tener en cuenta al desarrollar la lección partiendo de la estrategia metodológica.

3.2.1. Problema matemático y resolución de problemas como estrategia metodológica

Un problema matemático en el ámbito educativo es una situación contextualizada que exige al estudiante un esfuerzo intelectual para resolverla, sin embargo, para su solución no cuenta con un procedimiento o algoritmo determinado, pero sí posee el conocimiento y herramientas para comprenderlo y superarlo.

El MEP (2012) en los Programas de Estudio de Matemáticas, considera un problema como

(...) un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos, implicando al menos tres cosas:

1. Que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad.
2. Que se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares.
3. Que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto. (p.29)

La resolución de problemas es la estrategia metodológica adoptada por el Ministerio de Educación Pública para la enseñanza de la matemática de I a IV ciclo. El fin de estudiar matemática mediante esta orientación, es que el estudiante aprenda nuevos conocimientos durante la resolución de cada problema, y a la vez, desarrolle herramientas para resolver otros. El interés no se centra en proporcionar al estudiante problemas carentes de sentido o significado de aprendizaje, sino acordes con lo que se desea promover.

Según la funcionalidad de la resolución de problemas, MEP (2012) señala dos propósitos de la misma: “a) aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas, b) aprendizaje de los contenidos matemáticos (conceptos y procedimientos) a través de la resolución de problemas” (MEP, 2012, p.28).

Pero no sólo lo anterior se promueve con esta estrategia metodológica, sino que como menciona Kilpatrick (como se mencionó en Santos, 1997), la resolución de problemas también sirve para motivar, justificar o entretener, además de ser una de las habilidades matemáticas del currículo que se debe desarrollar.

Por otro lado, la resolución de problemas busca fortalecer las rutas del razonamiento humano en la matemática, conocidas como procesos matemáticos.

3.2.2. Procesos matemáticos

Según MEP (2012) los procesos matemáticos “son actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de conocimientos” (p.24).

Dentro de los procesos matemáticos referidos por OCDE (2004), se encuentran: “pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones” (p. 40). De estos procesos, en los Programas de Estudio de Matemática propuestos por MEP (2012), se consideran: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar.

Para la puesta en práctica de la estrategia metodológica, MEP (2012) sugiere una forma de organizar las lecciones en donde se promueva la resolución de problemas para un aprovechamiento en la construcción del conocimiento y el desarrollo de habilidades matemáticas.

3.2.3. Organización de las lecciones

Para efectos de organización de la clase, MEP (2012) propone al docente evidenciar dos etapas durante las lecciones: el aprendizaje de nuevo conocimiento y la movilización o aplicación de este.

Durante la primera etapa se indica al docente desarrollar los pasos de: propuesta de un problema acorde con el conocimiento que se desea promover y las características de los estudiantes, luego está el trabajo estudiantil independiente, en este caso, los estudiantes sin intervención directa del docente desarrollan una estrategia para la resolución del problema; el tercer paso hace referencia a la discusión comunicativa e interactiva, donde se promueve que los estudiantes

comuniquen sus soluciones y trabajo realizado con el propósito también de que se manifieste la argumentación y comunicación, el último paso es la clausura o cierre, para este momento, se estructura y escribe el conocimiento que se utilizó durante los pasos anteriores, con la ayuda del docente.

Para la resolución de problemas, diversos autores plantean diferentes estrategias para abordarlos. El MEP (2012), establece los siguientes:

Tabla 2. *Pasos en la resolución de problemas*

Pasos o fases	Acción
Paso 1. Entendimiento del problema	Tener claridad sobre lo que trata el problema antes de empezar a resolverlo.
Paso 2. Diseño	Considerar varias formas para resolver el problema y seleccionar un método específico.
Paso 3. Control	Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no resulte exitoso.
Paso 4. Revisión y comprobación	Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida.

Nota: “Programas de Estudio de Matemáticas”, por MEP, 2012, p.30.

Autores como García (1992) plantean que en muchos casos se logran mejores resultados en la resolución de problemas cuando se enseña al estudiante estrategias para abordarlos que cuando se les deja trabajar espontáneamente. A la vez se debe considerar, como menciona García (1989), que algunos conocimientos que posee el estudiante le pueden generar problemas, como es el caso de conocimientos o estrategias mal aprendidas al ser mecánicas y faltas de

significatividad. A continuación se muestran algunas estrategias para la resolución de problemas que pueden ser de utilidad para el docente.

3.2.4. Algunas estrategias para la resolución de problemas

Dentro de las estrategias que se pueden llevar a cabo para resolver problemas y en las que concuerdan Polya (1989) y Escudero (1999) son:

- No enfrentar el problema directamente, sino buscar un problema alternativo que se resuelva de manera más sencilla. Para ello es necesario que se hayan resuelto otros problemas similares, y valerse de la experiencia adquirida. Esta estrategia en la teoría de Polya (1989) es llamada analogía.
- Hacer experimentos, observar, hacer conjeturas y tratar de demostrarlas; cuando se particularizan resultados y se hacen observaciones es posible obtener conjeturas, las cuales si se ponen a prueba y se experimentan pueden ser demostradas.
- Dibujar una figura, un esquema, un diagrama así como una notación adecuada, pues esto permite esquematizar y visualizar de una manera más clara el camino a seguir, pues “en todo tipo de problemas, pero sobre todo en los matemáticos que ofrecen dificultad, es siempre útil y a menudo indispensable, el emplear una NOTACIÓN apropiada, al igual que FIGURAS geométricas” (Polya, 1989, p.103).
- Usar la inducción, la cual es considerada según Polya (1989) como “un modo de razonar que conduce al descubrimiento de leyes generales a partir de la observación de ejemplos particulares y de sus combinaciones” (p.114); para ello, basta con que se compruebe la conjetura para un ejemplo particular y para una serie de casos más, y luego poder generalizar.

- Suponer que no es así, esta estrategia es útil cuando debe probar un resultado que es verdadero, pero que debido a la complejidad y cantidad de casos que se deben probarse se opta por negar la condición y poder llegar a alguna contradicción, de esa manera se tendría resuelto el problema.
- Asumir que el problema está resuelto, estrategia muy usada en problemas geométricos y en problemas algebraicos, donde se asume que existe una solución, y el problema se reduce a elegir algún camino para encontrarla.

A partir de las estrategias anteriores, la idea es que al terminar el proceso, el estudiante tenga la capacidad para resolver problemas y posea el criterio suficiente para decidir cuál de las estrategias es más útil para solucionar el problema, el cual puede presentar distintos niveles de dificultad.

3.2.5. Niveles de dificultad de los problemas matemáticos

La OCDE (2004) clasifica los problemas matemáticos de acuerdo con el nivel de dificultad que posean y los organiza en tres niveles. Esta clasificación también es expuesta por el MEP (2012) de la siguiente manera:

- Problemas de reproducción: Involucran la reproducción de conocimientos ya practicados, por medio de procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos con símbolos y fórmulas sencillas.
- Problemas de conexión: Se desarrollan en ambientes familiares al estudiante; es necesario hacer conexiones entre distintos elementos y distintas representaciones de la situación.
- Problemas de reflexión: Se plantean en ambientes más novedosos y en ocasiones desconocidos por el estudiante; es necesaria la

formulación de argumentos y justificaciones para la generalización.

Para resolverlos se debe aplicar varios métodos.

Cuando se plantean problemas al estudiante para desarrollar habilidades matemáticas, debe haber un equilibrio en el estilo y tipo de problemas que se proponen, acordes con el contexto, población estudiantil con la que se trabaja y el conocimiento que se construye (no solo problemas de reproducción).

Como parte del proceso educativo, la evaluación de los aprendizajes debe estar en correspondencia con la estrategia metodológica de resolución de problemas.

3.3. La evaluación de los aprendizajes.

La evaluación basada en la metodología de resolución de problemas debe considerar el proceso cualitativo y cuantitativo. El MEP (2009) define evaluación de los aprendizajes, en el reglamento vigente, como:

Un proceso de emisión de juicios de valor que realiza el docente, con base en mediciones y descripciones cualitativas y cuantitativas, para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y adjudicar las calificaciones de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.
(p.7)

El proceso de evaluación de los aprendizajes debe darse de forma continua, Álvarez (2005) recalca en un sentido holístico, que

la evaluación forma parte de un continuum y, como tal, debe ser procesual, continua, integrada en el currículum y, con él, en el aprendizaje. No son tareas discretas, discontinuas, aisladas, insignificantes en su aislamiento. Tampoco es un apéndice de la enseñanza. (p.14)

Castillo y Cabrerizo (2003) reafirman esta idea, pues conciben la evaluación como “un proceso dinámico, abierto y contextualizado, que se desarrolla a lo largo de un periodo de tiempo; no es una acción puntual o aislada” (p.10). Para este fin, los autores brindan tres características esenciales e irrenunciables a toda evaluación:

- Obtener información: mediante la aplicación de procedimientos válidos y confiables, y con instrumentos que faciliten la observación a los alumnos, para obtener datos de forma “sistemática, rigurosa, relevante y apropiada, que fundamente la consistencia y seguridad de los resultados de la evaluación” (Castillo y Cabrerizo, 2003, p.10).
- Formular juicios de valor: la información recolectada debe ser base para fundamentar la valoración de lo que se busca evaluar y de esta forma brindar un juicio de valor, lo más apropiado posible al estudiante.
- Tomar decisiones: después de los procesos anteriores, y las valoraciones llevadas a cabo, se pueden tomar decisiones que se ajusten a cada caso.

Particularmente, la evaluación en la clase, para Vanegas y Giménez (2011) según Giménez (2011), hace referencia a la “identificación de elementos de los procesos prácticos-formativos (enseñanza-aprendizaje), que nos permiten adquirir consciencia de la evolución de dichos procesos para tomar las acciones de replanificación correspondientes” (pp.84-85). Esto permite al docente dar una retroalimentación al estudiante para mejorar su aprendizaje y desarrollar las habilidades correspondientes. Además, permite al docente reorientar sus lecciones de manera apropiada y eventualmente tomar las decisiones correspondientes.

Lo anterior hace referencia a las funciones de la evaluación de los aprendizajes, las cuales según Roegiers (2007) son: orientar, reglamentar y certificar el aprendizaje, además, menciona que

las funciones descritas anteriormente son las funciones directas de la evaluación. Pero, cuando se evalúa los desempeños de las personas, hay también funciones indirectas de la evaluación:

- refuerzo de la confianza en sí mismo;
- desarrollo de la autonomía (por ejemplo cuando se lleva al alumno a medir los progresos que ha realizado);
- integración de los conocimientos, en la medida en que el hecho mismo de confrontarse a una prueba en términos de integración ayuda al alumno a integrar sus conocimientos;
- información de los diferentes actores involucrados (dirección, docentes, alumno, padres de familia, responsables del sistema...), etc. (p. 254)

Por otro lado, el proceso de comunicación de la evaluación debe ser muy claro, hay que informar a todos los participantes qué y cómo se va a evaluar, además de explicar los resultados obtenidos y las decisiones que se tomen en consecuencia (Vanegas y Giménez, 2011).

De esta forma, al realizar el proceso de evaluación, se considera también la opinión del estudiante y no se impone únicamente un criterio predeterminado. Así como se toma en cuenta su opinión, también deben brindarse los criterios y evidencias que se usarán para evaluar y, una vez realizado el proceso, mostrar dichas evidencias a los participantes.

Entonces, para llevar a cabo una evaluación, se tienen que establecer pautas que permitan evidenciar si el estudiante ha satisfecho las expectativas educativas deseadas. El tipo de evaluación que se presenta en la propuesta es criterial, es decir, “la modalidad de evaluación que debe ponerse en práctica por tanto, cuando de lo que se trata es de evaluar el logro de los aprendizajes de cada alumno, en

función de criterios de logro previamente establecidos” (Castillo y Cabrerizo, 2003, p.3). La objetividad de estos criterios es de gran trascendencia, aspecto que otros autores consideran al mencionar que “la claridad de los criterios es esencial en todas las formas de evaluación, en especial cuando el evaluador pretende calibrar hasta qué punto se han demostrado satisfactoriamente determinadas competencias” (Brown y Pickford, 2013, p.13).

Se concluye que evaluar es un proceso de recolección de información, por diferentes medios y bajo estrategias determinadas por la población con que se trabaja, la metodología del docente, entre otros elementos, para la emisión de juicios de valor sobre el trabajo desempeñado por los estudiantes, a partir de la información recolectada y de esta forma tomar las decisiones que se orienten a la mejora del proceso educativo de los mismos.

La evaluación del proceso educativo debe establecer, basada en los criterios que se desean observar, estrategias para el registro de información y la adjudicación de una valoración al estudiante sobre su proceso educativo, respecto al desempeño que él mismo ha desarrollado, con lo que el proceso de medición, como parte de la evaluación, es necesario para determinar el logro de habilidades matemáticas.

La medición de los aprendizajes no es lo mismo que la evaluación de los aprendizajes, Castillo y Cabrerizo (2003) mencionan que “medir es condición necesaria para evaluar, pero no suficiente” (p.14), pues la evaluación es más general y abarca a la medición y la calificación.

Cabrera y Espín (como se citó en Castillo y Cabrerizo, 2003), definen medir como el “conjunto de acciones orientadas a la obtención y registro de información cuantitativa (expresada en número su cantidad o grado) sobre cualquier hecho o comportamiento” (p.14). Para llevar a cabo un proceso de medición, son

necesarias escalas o criterios como referencia para la asignación de una calificación, definida por Castillo y Cabrerizo (2003) como

la expresión que se hace sobre la valoración de la conducta o del rendimiento de los alumnos (calificación escolar),... suele expresarse con una tipificación numérica o nominal que pretende expresar la valoración de los aprendizajes logrados por el alumno, y puede expresarse de forma cualitativa. (p.15)

En síntesis, medir forma parte de la emisión de juicios de valor sobre el proceso educativo que ha llevado a cabo el estudiante, según las evidencias recolectadas; sin embargo, según Cardona (como se citó en Castillo y Cabrerizo, 2003), el uso excesivo de la medición “puede hacer olvidar los efectos retroalimentadores que son inherentes a toda acción evaluadora” (p.16). La evaluación debe tener como finalidad la obtención de información para la toma de decisiones, que permita lograr una mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de su entendimiento (Flores y Gómez, 2009).

3.3.1. Tipos de evaluación

Cuando se habla de evaluación se debe tener presente que existen diversas clasificaciones propuestas por varios autores. En seguida presentamos una de estas, expuesta por Casanova en Castillo y Cabrerizo (2003), la cual clasifica la evaluación según distintas dimensiones, y que para efectos de esta propuesta se consideran las siguientes:

- *Según el momento*: los tipos de evaluación son inicial, procesual o final. La evaluación inicial es la que se realiza al inicio del periodo establecido para realizar cierto aprendizaje; sirve principalmente para que el profesor tome las mejores decisiones metodológicas. La evaluación procesual es la que permite

dar continuidad al proceso evaluativo del aprendizaje de los estudiantes para valorar el avance en el transcurso del periodo. Por otra parte, la evaluación final se realiza al terminar dicho periodo y sirve para comprobar el logro de las metas propuestas.

- *Según la finalidad:* diagnóstica, formativa o sumativa. La evaluación diagnóstica es la que permite conocer el punto de partida al empezar un proceso de aprendizaje y algunas características académicas de cada estudiante. Por otro lado, la formativa regula, ajusta y reorienta el desarrollo de dicho aprendizaje. Finalmente la evaluación sumativa sirve para tomar decisiones al terminar un aprendizaje, porque contrasta el aprendizaje esperado con el obtenido.
- *Según sus agentes:* autoevaluación, heteroevaluación o coevaluación. En la autoevaluación los participantes se evalúan a sí mismos, mientras que en la heteroevaluación estos son evaluados por otras personas. Por otra parte, en la coevaluación los evaluadores y evaluados van alternando roles con el fin de evaluarse entre sí.
- *Según su normotipo:* puede ser normativa o criterial. La evaluación normativa hace referencia a aquel tipo de evaluación en la que se compara con un grupo normativo establecido, mientras que en la evaluación criterial se evalúa el logro de los aprendizajes de cada estudiante comparándolos con criterios previamente establecidos.

3.3.2. Criterios e indicadores para la evaluación de los aprendizajes

La propuesta de evaluación del logro de habilidades matemáticas que se presenta, se encuentra basada en la evaluación criterial. El concepto de criterio en el ámbito evaluativo hace referencia a “las diferentes cualidades que se esperan de una producción, de una realización. Para distinguirlos de otra categoría de criterios que reflejen un nivel de dominio, se les llama, frecuentemente, ‘criterios de corrección’”

(Roegiers, 2007, p. 255). Además “un criterio es una cualidad que hay que respetar. Tiene un carácter general y abstracto. Puede, igualmente, aplicarse a contenidos de diferentes tipos” (Roegiers, 2007, p.258).

No debe haber un exceso de criterios, pues la evaluación resultaría imposible en la práctica y se corre el riesgo de encontrar criterios dependientes unos de otros, pero tampoco debe haber muy pocos, ya que no se podría evidenciar si se desarrolló o no una determinada habilidad. Al respecto Roegiers (2007) menciona que pueden ser tres o cuatro criterios mínimos, “con base en los cuales se va a certificar el éxito o el fracaso” (p.259), aquí se consideran los conocimientos básicos que el estudiante debe haber aprendido. También puede utilizarse uno o dos criterios de perfeccionamiento, que “sirven para determinar el nivel de desempeño de cada alumno” (p.260), y con ello evidenciar si el estudiante trasciende los conocimientos mínimos.

El uso práctico de los criterios se da por medio de los indicadores, los cuales se definen como “un índice observable de un criterio. Este permite contextualizar el criterio. Tiene un valor... En general, se recurre a diferentes indicadores para determinar si un criterio es respetado, sobre todo si es difícilmente observable” (Roegiers, 2007, p. 258). Además los indicadores tienen que “explicitar la tarea o producto que el estudiante debe realizar para demostrar que logró el aprendizaje” (Ministerio de Educación de Panamá, 2012, p.14).

Ramos (2008) establece que los indicadores sirven para medir resultados tanto en las ciencias formales como en las fácticas, pero que a nivel educativo estos se conocen como indicadores de logros, los cuales

son estructuras pedagógicas que nos permiten estimar los momentos del proceso de aprendizaje por el educando así como de otras connotaciones referidas a las relaciones con los saberes, sus

funcionalidades, las actitudes frente al aprendizaje, etc. Son también descriptores de estos momentos que en algunas ocasiones pueden ser cuantitativos, aproximándose al concepto de indicador formal o de índices. (párr. 4)

Según Ramos, el Ministerio de Educación de Panamá (2012) sugiere, considerar en la elaboración de indicadores, las siguientes condiciones:

1. Coherencia interna: su estructura sintáctica o semántica debe ser correcta en relación con el objetivo que pretendemos evaluar.
2. Validez interpretativa: la relación entre el indicador y el objetivo evaluado debe permitir una interpretación adecuado por parte de los profesionales.
3. Comparabilidad: permite evaluar procesos y resultados y ubica en el lugar preciso para interpretar cómo pueden incidir los contextos a la hora de valorar lo aprendido, por eso es clave.
4. Gradualidad: el aprendizaje y la adquisición de determinadas competencias se realizan a lo largo de procesos cognitivos, afectivos, sociales, culturales e históricos muy complejos, por tanto, también van evolucionando a la par del desarrollo de las competencias que se espera desarrollar. (p.27)

Entendiendo los criterios como cualidades de una producción que realice el estudiante, y los indicadores como índices observables de dichos criterios (o cualidades), es claro que se le debe pedir al estudiante que realice alguna producción, la cual va a servir como base para evaluar el logro de unas determinadas habilidades. Entonces, dado que los Programas de Estudio de Matemáticas proponen la estrategia metodológica de resolución de problemas, se

debe considerar la resolución de un problema por parte del estudiante como su producción, sobre la cual se debe aplicar los criterios e indicadores.

En este sentido, Arreguín, Alfaro y Ramírez (2012) indican que:

Para conocer el grado de aprendizaje de una competencia es necesaria la intervención del alumno ante una situación-problema que sea reflejo, lo más aproximado posible de las situaciones reales en las que se pretende que sea competente, siendo necesario identificar indicadores de logro, lo cual requiere el uso de instrumentos y medios muy variados, como la observación en función de las características específicas de cada competencia y los distintos contextos donde ésta debe o puede llevarse a cabo. (p. 269)

Los instrumentos elaborados para evaluar el logro de habilidades no solo deben implementarse en la evaluación sumativa, sino durante todo el proceso de enseñanza. En este mismo sentido Homero y Gómez (2009) consideran que

las actividades de evaluación no deben ser distintas de las de aprendizaje y deben tener como objetivo mejorar las condiciones del curso con respecto a la actuación del profesor, el desempeño del estudiante, la calidad de las actividades que se presenten, los programas de estudio y el sistema educativo en su conjunto. (p.123)

En los Programas, se dividen los problemas matemáticos en tres niveles de complejidad los cuales son: reproducción, conexión y reflexión, por lo que no se pueden evaluar de igual manera. Para esto se deben utilizar instrumentos y técnicas de evaluación que sean congruentes con cada nivel de complejidad, que

permitan obtener la información del logro de los conocimientos y habilidades específicas (MEP, 2012).

3.3.3. Evaluación de los aprendizajes de la Estadística y Probabilidad

Los programas de estudio de matemática 2012 aportan indicaciones de evaluación para cada ciclo en sus diferentes áreas matemáticas. En el caso de Estadística y Probabilidad, con respecto al tercer ciclo se indica que “se debe orientar la evaluación hacia la identificación de la capacidad de cada estudiante para emplear los conceptos estadísticos y leer e interpretar las situaciones que se le presentan” (MEP, 2012, p.379), además sugiere aspectos a tomar en cuenta en el trabajo cotidiano, trabajo extra clase y pruebas escritas.

En el trabajo cotidiano se sugiere que el docente realice actividades que evalúen los procesos que se realizan en la resolución de un problema. En el caso del trabajo extra clase, este debe ser reflejo de lo desarrollado en el trabajo cotidiano. En las pruebas escritas propone para Estadística que “las preguntas que se incluyan deberían estar orientadas hacia la identificación de las características de los datos y sus propiedades, pero también a la destreza lograda por cada estudiante para leer e interpretar información del contexto” (p.380) y en el caso de Probabilidad los problemas “deben orientarse hacia el adecuado uso de las herramientas probabilísticas para interpretar situaciones del contexto” (p.380).

Garfield (como se citó en Batanero, 2001) sugiere las siguientes maneras de recolección de información para la evaluación en el área de estadística:

- Observación sistemática de las intervenciones de los alumnos en clase a lo largo del curso;
- Revisión periódica de los cuadernos y apuntes de los alumnos;
- Pruebas específicas escritas tipo examen;

- Preguntas realizadas en clase a alumnos particulares o a toda la clase;
- Encuestas breves sobre lo que han aprendido o lo que han encontrado confuso en una clase particular, sobre la actitud de los estudiantes, el contenido del curso o su visión de la estadística;
- Trabajos de síntesis sobre un tema o una colección de lecturas que muestren la comprensión y capacidad de síntesis;
- Proyectos de análisis de datos individuales o colectivos;
- Test de opciones múltiples;
- Problemas para realizar en la clase o como trabajo de casa;
- "Dossier" donde el profesor va recogiendo información diversa acerca del alumno;
- "Diario" elaborado por los alumnos con resúmenes de lo aprendido en clase. (p. 132)

En esta propuesta se hace énfasis en que el docente debe hacer uso de la observación sistemática, las preguntas dirigidas, el uso de problemas y proyectos, como algunas formas de recolección de información para evaluar el logro de las habilidades en los estudiantes.

4. Instrumentalización de la propuesta

La propuesta se concreta en una tabla que permite evaluar el proceso que conlleva el desarrollo de habilidades matemáticas en el área de Estadística y Probabilidad en octavo año. Para tal efecto, se asegura una coherencia entre los elementos involucrados en el desarrollo de dichas habilidades y la estrategia metodológica de resolución de problemas.

Para la aplicación efectiva de la propuesta, de forma que se recolecte la información adecuada en el proceso de evaluación de los aprendizajes en los estudiantes y tomar decisiones, se exponen las siguientes consideraciones:

- Los criterios que se van a utilizar deben ser públicos y de conocimiento del estudiante, previo a su aplicación.
- Según el momento en que se lleva a cabo la evaluación, esta se inscribe principalmente en la procesual, sin embargo, no está exento su uso en la inicial o final.
- Esta propuesta de evaluación está diseñada para cualquier finalidad de la evaluación, en primera instancia la formativa y en segunda la sumativa.
- Trabaja en función de la heteroevaluación y la autoevaluación, pues el que aplicará esta propuesta de evaluación es el docente (que evaluará a los estudiantes), sin embargo, los criterios brindados también pueden ser usados por el estudiante para evaluarse a sí mismo.
- La evaluación considerada es de tipo criterial, pues compara el logro del aprendizaje del estudiante con criterios preestablecidos.
- La tarea del docente es ser facilitador, además de desarrollar la curiosidad e interés en los estudiantes, mostrar la funcionalidad de la Matemática y orientar el aprendizaje de forma pertinente, con

intervenciones adecuadas, en un espacio apto para trabajar y desarrollar ideas durante el proceso de resolución de problemas, tomando en cuenta que la actitud del profesor influye en la dinámica de la clase.

- El docente debe diseñar, aplicar y analizar estrategias e instrumentos de evaluación coherentes con las habilidades matemáticas por desarrollar y la estrategia metodológica propuesta.
- Comprobar durante la evaluación si los estudiantes han logrado los fines del proceso educativo al tomar en cuenta su capacidad cognitiva, condición emocional y social.
- Los resultados de las evaluaciones se analizan para proponer estrategias y así solventar deficiencias o bien impulsar el logro de las habilidades matemáticas en el estudiante.
- Es necesario que el estudiante sea un participante activo en el proceso de evaluación, pues el fin es que aproveche la información que se desprenda al ser evaluado o al autoevaluarse al ser un participante activo del proceso.

A continuación se presentan dos tablas; en una se muestran las habilidades específicas del tema de Estadística, y en la otra las de Probabilidad, que corresponden a octavo año de la Educación General Básica. Para cada habilidad, se establecen un número de criterios que permiten evaluar el logro de las habilidades. Cada criterio está conformado por indicadores, los cuales sirven para observar si efectivamente el estudiante está cumpliendo con el criterio establecido.

Con respecto a las habilidades de Probabilidad, se construyeron los criterios e indicadores con respecto a la integración de habilidades propuesta por el Ministerio de Educación Pública. Además, al ser las habilidades de esta área tan

específicas, si se plantearan criterios para cada habilidad independientemente, no se tendría una cantidad pertinente que permitiera evaluar el logro de dichas habilidades.

En ambas tablas, los criterios con sus respectivos indicadores de las habilidades, están ordenados en secuencia, con respecto al proceso que sigue el estudiante para lograr esas habilidades. Además, en las columnas de “Observaciones”, el docente registra la información obtenida durante el proceso de aula con un mínimo de tres observaciones.

Para verificar el cumplimiento de algunos de los indicadores, se necesita una participación activa del estudiante, para la cual, el docente debe hacer uso de preguntas dirigidas para tal fin.

Tabla 3. Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Estadística.

Estadística, 8º año			Observación 1			
<u>Habilidades específicas</u>	<u>Criterios</u>	<u>Indicadores</u>	Valoración ^a			<u>Retroalimentación</u>
			1	2	3	
1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.	C.1.1 Pertinencia de la técnica.	1. Identifica la(s) variable(s) en el problema. 2. Selecciona la técnica correcta para recopilar los datos.				
	C.1.2 Funcionalidad del instrumento	1. Elabora un instrumento que posee lo necesario para recolectar la información, según las necesidades. 2. Utiliza un formato (hace referencia a forma y estructura para registrar) que le permite registrar la información)				
	C.1.3 Precisión de los datos	1. Respeta la población de estudio. 2. Registra la información que recolecta.				
2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.	C.2.1 Obtención correcta de resultados	1. Considera la información correcta para calcular las frecuencias.				
		2. Identifica el tipo de frecuencia que debe determinar, según sus necesidades.				
		3. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia absoluta.				
		4. Exactitud de la frecuencia absoluta.				
		5. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia relativa.				
		6. Exactitud de la frecuencia relativa.				
	C.2.2 Respeto del procedimiento de tabulación de información.	1. Identifica la información que debe ser tabulada.				
		2. Identifica el tipo de tabulación que debe utilizar (simple o comparativa).				
		3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de tablas estadísticas.				
		4. Distribuye correctamente la información en la fila matriz y columna matriz.				
		5. Completa correctamente el cuerpo de la tabla.				
	C.2.3 Representación gráfica de datos	1. Identifica la información que debe considerar para la elaboración del gráfico estadístico.				
2. Identifica el tipo de gráfico que debe utilizar para representar la información.						
3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de gráficos estadísticos						
C.2.4 Extracción coherente de resultados	1. Identifica lo que se le solicita en la tabla.					
	2. Interpreta la información extraída de la tabla.					
	3. Identifica lo que se le solicita en el gráfico.					
	4. Interpreta la información extraída del gráfico.					

3. Utilizar un software especializado o una hoja de cálculo para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.	C.3.1 Adecuación de software	1. Reconoce la funcionalidad del software seleccionado para el estudio estadístico.				
		2. Reconoce la funcionalidad de las herramientas que posee el software.				
	C.3.2 Uso de las herramientas del software	1. Elige las herramientas que facilitan la construcción de tablas digitales.				
		2. Elige las herramientas que facilitan la construcción de gráficos digitales.				
4. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.	C.4.1 Obtención correcta de resultados	3. Introduce los datos en el software de acuerdo al lenguaje correspondiente.				
		4. Utiliza correctamente las herramientas del software.				
		1. Identifica la medida estadística de resumen que se adapta a las necesidades.				
		2. Identifica la información que debe usar para el cálculo de la medida de resumen.				
		3. Dispone adecuadamente la información que debe usar en el cálculo de las medidas de resumen.				
		4. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la moda.				
		5. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la media aritmética.				
	C.4.2 Coherencia de la respuesta	6. Exactitud de la media aritmética.				
		7. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de máximo, mínimo y recorrido.				
		1. Interpreta la moda.				
2. Concluye resultados a partir de la moda.						
3. Interpreta la media aritmética.						
4. Concluye resultados a partir de la media aritmética.						
	5. Interpreta el máximo, mínimo y recorrido.					
	6. Concluye resultados a partir de máximo, mínimo y recorrido.					

Notas: Elaboración propia.

^a Los números significan: 1; no lo logró (presentó dificultades significativas). 2; lo logró medianamente (lo logró con algunas dificultades). 3; Lo logró.

Tabla 4. *Criterios en indicadores para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas en el área de Probabilidad.*

Probabilidad, 8° Año			Observación 1		
			Valoración ^a		
<u>Integración de habilidades específicas</u>	<u>Criterios</u>	<u>Indicadores</u>	1	2	3
1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias. 2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.	C.1. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de “azar” en una situación dada.			
		2. Caracteriza el concepto de situación aleatoria.			
3. Caracteriza el concepto de situación determinista.					
	C.2. Obtención correcta de resultados	1. Distingue el azar en una situación dada.			
		2. Distingue una situación aleatoria de una determinista.			
3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas.	C.3.1.Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de puntos muestrales en una situación dada.			
		2. Caracteriza el concepto de espacio muestral en una situación dada.			
	C.3.2.Obtención correcta de resultados	1. Distingue puntos muestrales en una situación probabilística.			
		2. Exactitud de los puntos muestrales.			
		3. Exactitud del espacio muestral.			
	C.3.3.Representación adecuada de la información	1. Aplica métodos para presentar los puntos muestrales (diagrama de árbol, numeración, otros).			
		2. Utiliza la simbología correcta para denotar los puntos muestrales.			
		3. Utiliza la simbología correcta para denotar el espacio muestral.			
	4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.	C.4. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza evento simple y evento compuesto en una situación dada.		
2. Caracteriza el concepto de evento seguro, evento probable y evento imposible en una situación aleatoria.					
5. Clasificar eventos en simples o compuestos.		1. Determina el número de eventos a favor en una situación aleatoria.			

6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada.	C.5. Clasificación correcta de la información	2. Distingue eventos simples y eventos compuestos en una situación aleatoria dada.			
		3. Distingue eventos seguros, eventos probables, y eventos imposibles en una situación aleatoria dada.			
7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento. 8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados. 9. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la teoría de probabilidad.	C.6. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de evento más probable, menos probable e igualmente probable.			
		2. Identifica eventos más probables, menos probables e igualmente probables en la situación aleatoria en donde se presentan.			
	C.7. Obtención correcta de resultados.	1. Determina la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral.			
		2. Interpreta la probabilidad de un evento como la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral.			
C.8. Reconocimiento histórico.	1. Indaga acerca del inicio histórico del uso de la probabilidad.				
	2. Recopila los hechos más destacados en el desarrollo de la teoría de las probabilidades.				
10. Deducir las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con valores que puede tomar la probabilidad para evento seguro, probable e imposible.	C.9. Generalización correcta de propiedades	1. Diferencia entre un evento seguro, probable e imposible, en una situación probabilística dada.			
		2. Determina el o los posibles valores que puede tomar la probabilidad de que ocurra un evento seguro, probable e imposible, en una situación probabilística dada.			
		3. Formaliza en términos matemáticos, la norma para calcular un evento seguro, probable e imposible y los valores que pueden tomar.			

11. Plantear y resolver problemas vinculados con el cálculo de probabilidades con fenómenos aleatorios.	C.10. Formulación de problemas.	1. Reconoce fenómenos aleatorios en el contexto, que puede dar origen a problemas probabilísticos.			
		2. Identifica los elementos que dan sentido a un problema probabilístico.			
12. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios.	C.11. Obtención correcta de resultados	1. Identifica la información que presenta el problema.			
		2. Utiliza los procedimientos correctos para resolver el problema.			
		3. Exactitud de la solución del problema.			
	C.12. Coherencia en la respuesta	1. Interpreta resultados obtenidos para la toma de decisiones.			
		2. Concluye resultados para la toma de decisiones.			

Notas: Elaboración propia.

^a Los números significan: 1; no lo logró (presentó dificultades significativas). 2; lo logró medianamente (lo logró con algunas dificultades). 3; Lo logró.

4.1. Cómo utilizar el instrumento para valorar el nivel de logro

Para evaluar el nivel de logro de habilidades matemáticas, se requiere de insumos que permitan sistematizar observaciones acerca del proceso llevado a cabo por el estudiante en el desarrollo de las mismas, de acuerdo con los criterios previamente establecidos. Por la naturaleza de este trabajo, un instrumento que cumpla esta función debería facilitar como mínimo:

- a. el registro detallado de información acerca del desarrollo alcanzado por el estudiante, en cada uno de los indicadores de desempeño que se ha propuesto desarrollar en clase.
- b. una valoración cuantitativa del nivel de logro en los indicadores señalados en el punto anterior. Mediante el criterio profesional, se debe asignar un valor numérico al nivel alcanzado.
- c. la oportunidad de que el docente pueda:
 - i. ponderar la trascendencia y el énfasis dado a cada habilidad matemática, en el contexto del trabajo cotidiano durante el trimestre.
 - ii. ponderar el énfasis que se dio a cada uno de los indicadores planteados en cada habilidad matemática, en el marco del desempeño de la mediación pedagógica.
- d. una sumatoria de las valoraciones, correspondiente al nivel de logro alcanzado por el estudiante durante el trabajo cotidiano del trimestre.

Como parte de la propuesta para evaluar el nivel de logro de las habilidades matemáticas correspondientes a Estadística y Probabilidad en octavo año, presentamos una hoja de cálculo que cumple con los cuatro puntos anteriores. Por medio de esta herramienta, el docente de matemática puede darse cuenta de la

evolución de cada uno de sus estudiantes, a lo largo del desarrollo de dichas habilidades.

El instrumento fue elaborado para que el docente decida cuál fue el énfasis dado a cada una de las habilidades matemáticas durante el proceso. Los criterios correspondientes a cada habilidad tienen la posibilidad de ser ponderados dentro del desarrollo de la misma. Esto es, si el docente cree que un criterio tuvo mayor énfasis o preponderancia durante el proceso, se asigna un porcentaje mayor en el espacio respectivo.

Por ejemplo, si un docente abarcó las habilidades de la 1 a la 4 del área de Estadística, y de la 1 a la 3 del área de Probabilidad en un trimestre, puede proceder de la siguiente forma:

- a. Si valora que la primera habilidad del área de Estadística tuvo un enfoque, tratamiento o importancia del 25% dentro del proceso, y si los criterios respectivos tienen un peso de 15%, 35% y 50%, (la hoja reconoce automáticamente el porcentaje¹) digite:
 - i. En la celda **C4: 25.**
 - ii. En la celda **E4: 15.**
 - iii. En la celda **E6: 35.**
 - iv. En la celda **E8: 50.**

¹ Hace referencia a la hoja de cálculo.

Habilidades específicas	Valor relativo, de la habilidad en el trabajo cotidiano (%)	Criterios	Valor relativo del criterio en la Habilidad (%)	Indicadores
1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.	25%	C.1.1 Pertinencia de la técnica.	15%	1. Identifica la(s) variable(s) en el problema.
				2. Selecciona la técnica correcta para recopilar los datos.
		C.1.2 Funcionalidad del instrumento	35%	1. Elabora un instrumento que posee lo necesario para recolectar la información, según las necesidades.
				2. Utiliza un formato (hace referencia a forma y estructura para registrar) que le permite registrar la información)
		C.1.3 Precisión de los datos	50%	1. Respeta la población de estudio.
				2. Registra la información que recolecta.

b. Si se estima que la habilidad 2 del área de Estadística tuvo un énfasis en el proceso, del 15%, y si los criterios respectivos tienen un peso de 20%, 35%, 20% y 25%, digite:

- i. En la celda **C10: 15.**
- ii. En la celda **E10: 20.**
- iii. En la celda **E16: 35.**
- iv. En la celda **E21: 20.**
- v. En la celda **E24: 25.**

2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.	15%	C.2.1 Obtención correcta de resultados	10%	1. Considera la información correcta para calcular las frecuencias.
				2. Identifica el tipo de frecuencia que debe determinar, según sus necesidades.
				3. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia absoluta.
				4. Exactitud de la frecuencia absoluta.
				5. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia relativa.
				6. Exactitud de la frecuencia relativa.
		C.2.2 Respeto del procedimiento de tabulación de información.	20%	1. Identifica la información que debe ser tabulada.
				2. Identifica el tipo de tabulación que debe utilizar (simple o comparativa).
				3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de tablas estadísticas.
				4. Distribuye correctamente la información en la fila matriz y columna matriz.
				5. Completa correctamente el cuerpo de la tabla.
		C.2.3 Representación gráfica de datos	30%	1. Identifica la información que debe considerar para la elaboración del gráfico estadístico.
				2. Identifica el tipo de gráfico que debe utilizar para representar la información.
				3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de gráficos estadísticos.
		C.2.4 Extracción coherente de resultados	40%	1. Identifica lo que se le solicita en la tabla.
				2. Interpreta la información extraída de la tabla.
3. Identifica lo que se le solicita en el gráfico.				
4. Interpreta la información extraída del gráfico.				

- c. Así sucesivamente se completa el porcentaje correspondiente en cada una de las habilidades y criterios respectivos.
- d. Luego de esta ponderación, se puede proceder con un mínimo de tres observaciones, colocando 1, 2 o 3, en las casillas respectivas de cada observación. El significado de cada código es:
 - i. 1: No lo logró.
 - ii. 2: En proceso de logro.
 - iii. 3: Lo logró.
- e. El porcentaje de logro asociado a estos códigos es:
 - i. 1: 25% de logro.
 - ii. 2: 50% de logro.
 - iii. 3: 100% de logro.
- f. Cada una de las observaciones tiene un mismo peso porcentual sobre los indicadores del criterio respectivo. Ese peso es definido por el docente cuando establece la ponderación del criterio y de la habilidad. Cuando se han completado todas las observaciones, la hoja electrónica indica el porcentaje correspondiente a la habilidad calificada, y el porcentaje que corresponde al trabajo cotidiano de ese trimestre.
- g. La suma de los porcentajes correspondientes a la ponderación de todas las habilidades desarrolladas, debe ser 100. Esto equivale al 15% del trabajo cotidiano.
- h. La suma de los porcentajes correspondientes a la ponderación de los criterios, en cada habilidad, debe ser 100. Esto equivale al porcentaje del 15% asignado a la habilidad respectiva.
- i. Cada observación se puede fortalecer con observaciones que enriquezcan la nota asignada.

- j. Las habilidades abarcadas durante el trimestre, que no sean del área de Estadística y Probabilidad, completarán el 100% con la ponderación que se les asigne.

A continuación se muestra la tabla completa para la primera habilidad de Estadística y Probabilidad.

Habilidades específicas	Valor relativo, de la habilidad en el trabajo cotidiano (%)	Criterios	Valor relativo del criterio en la Habilidad (%)	Indicadores	Valoración: 1, 2 o 3.	Retroalimentación	Valoración: 1, 2 o 3.	Retroalimentación	Valoración: 1, 2 o 3.	Retroalimentación	Porcentaje obtenido	Porcentaje obtenido en cada habilidad
1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.	25%	C.1.1 Pertinencia de la técnica.	15%	1. Identifica la(s) variable(s) en el problema.	1	Debe revisar muy bien si el instrumento elaborado es funcional	2		2		0,35	2,21
				2. Selecciona la técnica correcta para recopilar los datos.	2		3		3			
		C.1.2 Funcionalidad del instrumento	35%	1. Elabora un instrumento que posea lo necesario para recolectar la información,	1		2		3			

			según las necesidades								
			2. Utiliza un formato (hace referencia a forma y estructura para registrar) que le permite registrar la información)	3		2		1			
		C.1.3 Precisión de los datos	50%	1. Respet a la población de estudio.	1	Practicar mucho el manejo de la operatoria	2	Hay un avance notorio	3	Trabaja en forma excelente	1,09
				2. Registr a la información que recolecta.	1		2		3		

5. Un acercamiento a la aplicación de la propuesta

A continuación se proponen dos situaciones problema que permiten integrar las habilidades matemáticas de estadística y probabilidad del nivel de octavo año, propuestas en los Programas de Estudio de Matemáticas, en los cuales son considerados los criterios e indicadores de evaluación que determinan el logro de la habilidad.

Situación 1: Deserción escolar

El profesor de matemática de octavo año del Colegio Nocturno La Libertad, presenta a sus estudiantes de ese nivel la siguiente actividad, para su ejecución en un plazo de 20 lecciones:

En el presente curso lectivo, se ha detectado una preocupante deserción estudiantil en los cinco niveles de nuestro colegio: 78 en total. Esto genera alarma en el ámbito administrativo y docente, ya que las razones se desconocen a profundidad y es urgente tomar decisiones preventivas y de apoyo. Se ha logrado una coordinación con el departamento de Informática Educativa para que se reciba todo el apoyo tecnológico para que los estudiantes de octavo año puedan desarrollar en la lección de computación un proyecto de matemática, en donde se implementen algunas herramientas que puedan facilitar el manejo de datos estadísticos. Además, el departamento de Orientación está muy interesado en conocer detalles con respecto a los motivos que dieron origen a cada una de las deserciones. Es por esto que se comprometen a colaborar en todo lo que sea necesario para indagar al respecto, con el apoyo técnico y humano que puedan brindar los estudiantes de octavo año.

El proyecto consiste en lo siguiente:

- 1. Organizar cada una de las secciones, de la 8-1 a la 8-6, en subgrupos de máximo cuatro integrantes cada uno.*
- 2. Construir utilizando la técnica de Interrogación, un instrumento que aplicado a cada uno de los estudiantes que en este curso lectivo desertaron, permita recolectar las razones por las cuales abandonaron el colegio. Una vez construido el instrumento,*
 - a. Identifique en este:*
 - i. Población de estudio.*
 - ii. Muestra.*
 - iii. Unidad estadística.*
 - iv. Variables de estudio.*
 - v. Los Datos estadísticos.*
 - b. Presente el primer avance a su profesor de matemática, detallando aspectos importantes como:*
 - i. Portada.*
 - ii. Objetivos.*
 - iii. Cronograma.*
 - iv. Metodología.*
- 3. Una vez que el cuestionario haya sido revisado por el docente:*
 - a. Proceda a hacer las correcciones respectivas, si es que existen.*
 - b. Elabore un nuevo avance con las correcciones implementadas.*
 - c. Exponga al resto del grupo en el momento dispuesto para tal efecto, el avance logrado.*
 - d. Contribuir en conjunto a integrar todos los aportes de cada uno de los subgrupos, para definir un instrumento único.*

4. *En este punto, el docente coordina con las otras secciones para disponer en la próxima lección de un instrumento único para ser entregado al Orientador y que pueda ejecutarlo.*
5. *Mientras el orientador reúne los datos que se solicitan en el instrumento, se puede seguir con otros problemas o situaciones propias del Programa de Estudios respectivo.*
6. *Una vez devuelta la información por parte del Orientador, se solicita a cada uno de los subgrupos establecidos, que sistematicen la información, elaboren representaciones gráficas que presente los datos reportados en forma versátil y accesible. Para esto puede utilizar algún software, que facilite el manejo y obtención de:*
 - a. *Bases de datos.*
 - b. *Frecuencias absolutas.*
 - c. *Frecuencias relativas.*
 - d. *Tablas de datos*
 - e. *Gráficas.*
 - f. *Medidas de tendencia central:*
 - i. *Moda.*
 - ii. *Media aritmética.*
 - iii. *Máximo.*
 - iv. *Mínimo.*
 - v. *Recorrido.*
7. *Establezca las principales conclusiones acerca de las razones por las cuales se dio la deserción en los estudiantes del Colegio Nocturno La Libertad, durante el curso lectivo 2015.*

Solución

Una vez constituidos los grupos, los estudiantes deben construir el instrumento de recolección de datos, en coordinación con el docente, el cual debe responder al objetivo planteado. Es labor del docente orientar en la escogencia de los tipos de preguntas, formato y otros aspectos técnicos.

El estudiante debe identificar elementos como la población de estudio, muestra, unidad estadística, variables de estudio y datos estadísticos.

Para evaluar si los estudiantes construyeron correctamente el instrumento y lograron identificar en él todos los aspectos deseados, se utilizan los primeros dos criterios de la siguiente tabla. Algunos aspectos de forma como portada, objetivos, cronograma y metodología, deben especificarse en una tabla de cotejo construida por el profesor.

1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.	C.1.1 Pertinencia de la técnica.	<ol style="list-style-type: none">1. Identifica la(s) variable(s) en el problema.2. Selecciona la técnica correcta para recopilar los datos.
	C.1.2 Funcionalidad del instrumento	<ol style="list-style-type: none">1. Elabora un instrumento que posee las preguntas para recolectar la información, según las necesidades (Elabora un instrumento que posee lo necesario para)2. Utiliza un formato (hace referencia a forma y estructura para registrar) que le permite registrar la información)
	C.1.3 Precisión de los datos	<ol style="list-style-type: none">1. Respeta la población de estudio.2. Registra la información que recolecta.

Utilizando el instrumento para la evaluación, el docente brinda una retroalimentación a los estudiantes, para que ellos puedan implementar las correcciones en forma pertinente. Luego, cada grupo debe exponer sus avances. Finalmente, los grupos (con la guía del docente) sintetizan un único instrumento

que permita recolectar la información. Esta producción se puede evaluar con el Criterio 1.2 de la tabla anterior.

El docente, quien con antelación coordina las acciones con el Departamento de Orientación, entrega el instrumento elaborado para que se aplique. La información obtenida será sistematizada por los estudiantes en cuanto sea obtenida. Este detalle debe haberse convenido con antelación.

Posteriormente, ya teniendo la información, los estudiantes procederán a la sistematización de la misma, proceso que debe ser guiado por el docente. Algunas posibles categorías de análisis que se pueden extraer son:

- Total de personas entrevistadas, clasificadas por sexo.
- Edad a la que desertaron del centro educativo.
- Nivel escolar aprobado.
- Lugar de procedencia.
- Motivos por los que desertaron.

Dichas categorías deben estar reflejadas en el instrumento previamente elaborado, esto con el fin de contar con la información necesaria para efectuar el análisis.

El estudiante debe obtener la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de cada una de las variables, para ello el docente debe repasar conceptos tales como el de porcentaje, esto para obtener la frecuencia relativa. Además brindar las definiciones respectivas, como por ejemplo las siguientes:

- Frecuencia absoluta (f_i): hace referencia a la cantidad de unidades que pertenecen a cada una de las categorías establecidas.
- Frecuencia relativa (f_r): establece una comparación entre la cantidad de unidades de cada categoría con respecto al total de unidades recolectadas,

es la frecuencia absoluta dividida por el total de observaciones. En los casos donde se expresa como porcentaje, es decir, multiplicando por 100, se obtiene la frecuencia porcentual.

$$f_r = \frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de datos}}$$

$$\text{Frecuencia porcentual} = \frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Total de datos}} \cdot 100$$

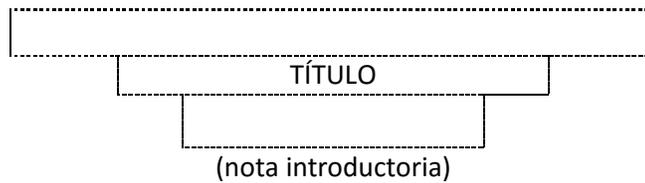
Es importante mencionar que dicho análisis se puede hacer con todas las categorías establecidas o solo con algunas, esto para evitar hacer tan extensivo el proyecto. De manera que los estudiantes elijan el tipo de frecuencia que deben utilizar para sintetizar la información de cada categoría.

El proceso realizado por el estudiante se evaluará mediante el Criterio 2.1 expuesto en el siguiente cuadro

2. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.	C.2.1 Obtención correcta de resultados	1. Considera la información correcta para calcular las frecuencias.
		2. Identifica el tipo de frecuencia que debe determinar, según sus necesidades.
		3. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia absoluta.
		4. Exactitud de la frecuencia absoluta.
		5. Aplica el algoritmo correcto para el cálculo de frecuencia relativa.
		6. Exactitud de la frecuencia relativa.
	C.2.2 Respeto del procedimiento de tabulación de información.	1. Identifica la información que debe ser tabulada.
		2. Identifica el tipo de tabulación que debe utilizar (simple o comparativa).
		3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de tablas estadísticas.
		4. Distribuye correctamente la información en la fila matriz y columna matriz.
5. Completa correctamente el cuerpo de la tabla.		

	C.2.3 Representación gráfica de datos	1. Identifica la información que debe considerar para la elaboración del gráfico estadístico.
		2. Identifica el tipo de gráfico que debe utilizar para representar la información.
		3. Cumple con los requerimientos técnicos en la elaboración de gráficos estadísticos

La información obtenida y sintetizada en cada una de las categorías puede ser presentada por medio de tablas estadísticas o mediante gráficos. Para la presentación por medio de tablas, es necesario que el docente brinde a los estudiantes los requerimientos técnicos para la elaboración de las mismas, a continuación se presenta un modelo de tabla.



Columna Matriz	Encabezados		Encabezados	
	CUERPO			

Nota al pie
FUENTE

Figura 2. Modelo para la elaboración de Cuadros. “Introducción a la Estadística Descriptiva”, por Trejos, J. y Moya, E., 2009, p.48.

Las tablas construidas por los estudiantes se evaluarán utilizando el Criterio 2.2 del cuadro anterior.

La información que se presenta por medio de gráficos estadísticos debe ser la adecuada, de manera que el gráfico seleccionado responda al tipo de variable que se desea mostrar, la cual puede ser cualitativa o cuantitativa.

Los gráficos a estudiar en octavo son: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos. Cada gráfico posee una serie de requerimientos para su presentación, por lo que el docente debe brindar dichas especificaciones a los estudiantes y los procedimientos para la construcción de los mismos. Cada gráfico se evaluará usando el Criterio 2.3 del cuadro anterior.

Después de mostrar la información, los estudiantes deben caracterizar los datos mediante las medidas de tendencia central, las cuales son: Moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.

El profesor brindará material a los estudiantes, en el cual se explique cada uno de los conceptos, además se elegirá las variables adecuadas para hacer el análisis de cada medida.

Los resultados brindados por los estudiantes se evaluarán mediante el Criterio 4.1 del siguiente cuadro

4. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido.	C.4.1 Obtención correcta de resultados	1. Identifica la medida estadística de resumen que se adapta a las necesidades.
		2. Identifica la información que debe usar para el cálculo de la medida de resumen.
		3. Dispone adecuadamente la información que debe usar en el cálculo de las medidas de resumen.
		4. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la moda.
		5. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de la media aritmética.

		6. Exactitud de la media aritmética.
		7. Aplica el algoritmo o procedimiento correcto para el cálculo de máximo, mínimo y recorrido.
	C.4.2 Coherencia de la respuesta	1. Interpreta la moda.
		2. Concluye resultados a partir de la moda.
		3. Interpreta la media aritmética.
		4. Concluye resultados a partir de la media aritmética.
		5. Interpreta el máximo, mínimo y recorrido.
		6. Concluye resultados a partir de máximo, mínimo y recorrido.

La información recolectada debe ser analizada con el fin de obtener conclusiones que permitan comprender el problema de la deserción, para ello los estudiantes deben dar una interpretación a los datos. Dichos análisis se pueden evaluar mediante el Criterio 4.2 del cuadro anterior.

Situación 2: *Dados dos dados*

Cansadas de tirar solo un dado para ganar según salga par o impar, Lucía y Enid idearon un juego de dados que consiste en lo siguiente: por turno, cada una lanza en forma simultánea dos dados comunes y calculan la diferencia de puntos entre el mayor y el menor, si resulta una diferencia de 0, 1 o 2, entonces Lucía gana una ficha, pero si resulta 3, 4, o 5, Enid gana una ficha.

Comienzan con un total de 20 fichas cada una, y el juego termina cuando se terminen las fichas de algún participante.

Se plantea lo siguiente:

- *Si usted va a participar, ¿con cuál opción preferiría ingresar al juego si desea ganar más fichas?, ¿por qué?*

- *Describa las posibles situaciones que se pueden presentar en el desarrollo del juego.*

A partir de lo anterior:

1. *Elabore un diagrama de árbol donde se presenten los puntos muestrales de los eventos.*
2. *Determine lo siguiente:*
 - a. *Si esta es una situación aleatoria o determinista.*
 - b. *Los puntos muestrales.*
 - c. *El espacio muestral.*
 - d. *Tipo de evento (simple o compuesto).*
 - e. *Un evento imposible.*
3. *Determine la probabilidad que tiene cada uno de los eventos en ocurrir.*

Solución

Ante la situación planteada, el estudiante debe comunicar al docente que la misma es aleatoria pues no hay una forma de saber con exactitud cuáles van a ser los números que se obtendrán al lanzar los dados, aun cuando se han lanzado muchas veces. En este momento están presentes las siguientes habilidades con sus respectivos criterios e indicadores.

Habilidad	Criterios	Indicadores
1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias.	C.1. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de "azar" en una situación dada.
		2. Caracteriza el concepto de situación aleatoria.
2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.	C.2. Obtención correcta de resultados	3. Caracteriza el concepto de situación determinista.
		1. Distingue el azar en una situación dada.

Los indicadores se deben evidenciar en la respuesta del estudiante, al definir y caracterizar una situación aleatoria o determinista, al tiempo que se incluye el término del azar.

Al mismo tiempo, se desea que el estudiante fortalezca la habilidad de identificar y determine puntos muestrales y el espacio muestral. Los criterios e indicadores que se evidencian son los siguientes

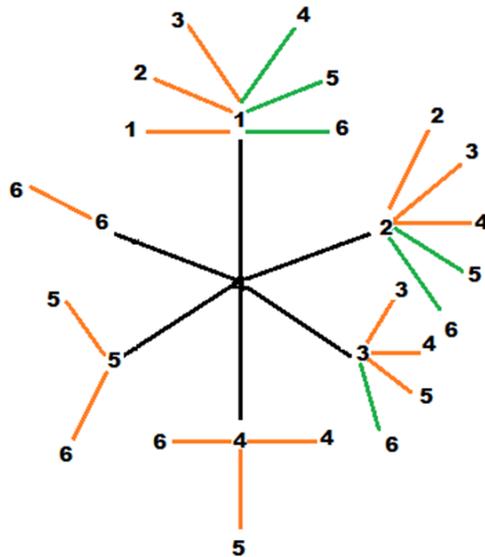
Habilidad	Criterios	Indicadores
3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la numeración de sus elementos o de diagramas.	C.3.1. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de puntos muestrales en una situación dada.
		2. Caracteriza el concepto de espacio muestral en una situación dada.
	C.3.2. Obtención correcta de resultados	1. Distingue puntos muestrales en una situación probabilística.
		2. Exactitud de los puntos muestrales.
		3. Exactitud del espacio muestral.
	C.3.3. Representación adecuada de la información.	1. Aplica métodos para presentar los puntos muestrales (diagrama de árbol, numeración, otros).
		2. Utiliza la simbología correcta para denotar los puntos muestrales.
		3. Utiliza la simbología correcta para denotar el espacio muestral.

Para iniciar, de una manera informal son solicitados los puntos muestrales cuando se le pregunta al estudiante sobre los posibles valores que toma la diferencia entre los números cuando se lanzan dos dados, al tiempo que se le solicita que extraiga conclusiones, como determinar cuál es la persona que tiene la ventaja en el juego. Posteriormente de forma explícita estos resultados se solicitan.

Una respuesta que el estudiante puede brindar a la situación es la siguiente

<i>Resultado de la diferencia entre los números de los dados</i>	<i>Números cuya diferencia da el resultado deseado</i>
0	1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6
1	6-5, 5-4, 4-3, 3-2, 2-1
2	6-4, 5-3, 4-2, 3-1
3	6-3, 5-2, 4-1
4	6-2, 5-1
5	6-1

Un diagrama que represente la situación planteada es el siguiente donde las líneas de color verde representan los resultados a favor de Enid y las sobrantes son a favor de Lucía.



En términos de evaluación, todos los criterios e indicadores son considerados en la situación.

El estudiante a partir de la tabla y el diagrama anterior identifica todos los puntos muestrales que pueden suceder en el evento, reconociendo el concepto al observar que son todas las posibles opciones que tiene para que se cumplan las condiciones del juego, con la colaboración del docente en la comunicación que se debe dar en la lección.

El docente podrá observar si el estudiante logra los indicadores que llevan a la habilidad de identificar los puntos muestrales, a partir de los resultados que brinda el estudiante. Con lo que se cumplen los criterios establecidos para lograr la habilidad.

A partir de que ya se determinó los puntos muestrales del problema, entonces el estudiante debe indicar el espacio muestral de la situación dada, por lo que debe comprender el concepto de espacio muestral y así deducir una forma de expresarlo, como por ejemplo:

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)\}$$

Con respecto a la clasificación del evento, se buscan desarrollar las siguientes habilidades, con sus respectivos criterios e indicadores.

4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.	C.4.Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza evento simple y evento compuesto en una situación dada.
		2. Caracteriza el concepto de evento seguro, evento probable y evento imposible en una situación aleatoria.
5. Clasificar eventos en simples o compuestos. 6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada.	C.5. Clasificación correcta de la información	1. Determina el número de eventos a favor en una situación aleatoria.
		2. Distingue eventos simples y eventos compuestos en una situación aleatoria dada.
		3. Distingue eventos seguros, eventos probables, y eventos imposibles en una situación aleatoria dada.

Considerando la información anterior, el diagrama de árbol hecho e identificado todos los puntos muestrales, el estudiante debe de analizar que hay diferentes opciones para que se cumplan las condiciones del juego, por ejemplo para que la diferencia de los dados como resultado 0, hay seis diferentes puntos muestrales, que si se desea obtener como diferencia un 3 entonces se tiene tres puntos muestrales. Con la colaboración del docente el estudiante debe deducir que el tipo de evento es compuesto, ya que se tienen diferentes puntos muestrales que satisfacen la misma condición indicada en el enunciado del problema.

Mediante los resultados brindados por el estudiante, el docente puede concluir si el estudiante logra clasificar eventos en simples o compuestos, también a partir de preguntas dirigidas por el docente puede determinar que el evento con las condiciones dadas en la situación van hacer probables, ya que siempre se va a obtener como diferencia 0, 1, 2, 3, 4 o 5. Por lo que el estudiante puede identificar eventos imposibles como por ejemplo, puede concluir que al tirar los dos dados la diferencia de los números no da mayor o igual que seis.

Para determinar la probabilidad que tiene cada uno de los eventos, se pretende que el estudiante desarrolle las siguientes habilidades, con sus criterios e indicadores respectivos.

7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento.	C.6. Reconocimiento de conceptos.	1. Caracteriza el concepto de evento más probable, menos probable e igualmente probable. 2. Identifica eventos más probables, menos probables e igualmente probables en la situación aleatoria en donde se presentan.
8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados.	C.7. Obtención correcta de resultados.	1. Determina la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral. 2. Interpreta la probabilidad de un evento como la razón entre cada evento posible y la cardinalidad del espacio muestral.

A partir del espacio muestral el estudiante puede calcular el número de opciones que se da al tirar los dos dados y obtener 0, 1, 2, 3, 4 o 5 al realizar la diferencia, también puede observar el número de opciones que hay para obtener como diferencia un 1 o un 5. Con la colaboración del docente en el aula, el estudiante deberá realizar la razón de cada evento según la condición y la cardinalidad del espacio muestral. Por ejemplo

- Para obtener un 0 hay seis opciones, por lo tanto $P(0) = \frac{6}{21} \approx 0,285714285$
- Para obtener un 1 hay cinco opciones, por lo tanto $P(1) = \frac{5}{21} \approx 0,238095238$
- Para obtener un 2 hay cuatro opciones, por lo tanto $P(2) = \frac{4}{21} \approx 0,190476190$
- Para obtener un 3 hay tres opciones, por lo tanto $P(3) = \frac{3}{21} \approx 0,142857142$
- Para obtener un 4 hay dos opciones, por lo tanto $P(4) = \frac{2}{21} \approx 0,095238095$
- Para obtener un 5 hay una opción, por lo tanto $P(5) = \frac{1}{21} \approx 0,0476190476$

Por lo tanto, el estudiante tendrá que interpretar los resultados obtenidos anteriormente, como en un evento más probable, menos probable o igualmente probable.

6. Bibliografía

- Álvarez, J. (2005). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Ediciones Morata, S.L. Madrid: España
- Arreguín, L., Alfaro, J. y Ramírez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 10(4), 264-284. Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4134063>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Brown, S. y Pickford, R. (2013). *Evaluación de habilidades y competencias en educación superior*. Madrid, España: Narcea, S.A. DE EDICIONES.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). *Evaluación educativa y promoción escolar*. Madrid: Editorial Pearson Educación.
- Escudero, J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Centro de profesores y recursos. Recuperado de <http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf>
- Flores, A. y Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a5.pdf>
- García, J. (1989). Resolución de problemas. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.),

- La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 27-33). Caracas: Laboratorio Educativo.
- García, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. En Abrantes, P., Barba, C., Batle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J., García, J., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T., y Torra, M. (Eds.), *La resolución de problemas en matemáticas* (pp. 111-129). Caracas: Laboratorio Educativo.
- Giménez, J. y Vanegas, Y. (2011). *Competencias, aprendizaje y evaluación*. Universidad de Barcelona. Recuperado de https://www.academia.edu/518974/competencias_aprendizaje_y_evaluacion
- MEP. (2009). *Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes*. San José, Costa Rica: MEP.
- MEP. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas*. San José, Costa Rica: MEP.
- Ministerio de Educación de Panamá. (2012). *Orientaciones para la evaluación por competencias*. Panamá, Panamá.
- OCDE. (2004). Marcos teóricos de PISA 2003. *Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencia y Solución de Problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, D.F: Editorial Trillas, S.A de C.V
- Ramos, A. (2008). Indicadores de logro. *Escuela País Magazín Pedagógico*, 54. Recuperado de <http://www.escuelapais.org/escuela-pais-tinta/ediciones-antteriores/154-edicion-n-54/1201-indicadores-de-logros-ii.html>

- Rodríguez, M., Carnelli, G. y Formica, A. (2005) Una evaluación de habilidades matemáticas. *Revista Suma*, 48, 33-43. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/48/033-043.pdf>
- Roegiers, X. (2007). *Pedagogía de la integración. Competencias e integración de los conocimientos en la enseñanza*. San José, C.R: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.
- Santos, L. (1997). Capítulo 6. En Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, *Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas* (2ª ed.) (pp. 57-70). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Trejos, J. y Moya, E. (2009). *Introducción a la Estadística Descriptiva*. San José, C.R: Guayacán.
- Vanegas Y. & Giménez, J. (2011). Aprender a evaluar como regulación y análisis de la actividad matemática. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*. (57), 84-92. Recuperado de http://www.academia.edu/3129098/Aprender_a_evaluar_como_regulacion_y_analisis_de_la_actividad_matematica
- Williner, B. (2011). Estudio de habilidades matemáticas cuando se realizan actividades usando software específico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (27), 115-129. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/27/union_027_012.pdf