

ALGUNOS METODOS DE PREDICCIÓN DE LA TEMPERATURA MÍNIMA

Patricia I. Figuerola y Nicolas A. Mazzeo  
Departamento de Meteorología,  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires.  
Buenos Aires, República Argentina.

RESUMEN

Las heladas constituyen un fenómeno atmosférico que puede afectar el normal desarrollo de ciertas especies vegetales. Algunos de los daños que ocasionan pueden ser disminuidos mediante técnicas de protección. Estas técnicas requieren, en algunos casos, de la predicción de la temperatura mínima del aire. En este trabajo se presentan algunas expresiones destinadas a predecir la variación temporal y vertical de la temperatura. Esas expresiones fueron obtenidas mediante la ecuación de balance de calor en la interfase suelo-aire, las ecuaciones de difusión de calor en el suelo y en el aire y apropiadas condiciones iniciales y de contorno. Se comparan entre sí los resultados encontrados mediante esas expresiones, obteniéndose que la inclusión de un mayor número de flujos de calor y de condiciones más realistas en la distribución inicial de la temperatura permite encontrar una disminución menos acentuada de la temperatura de superficie.

ABSTRACT

Frost is one of the atmospheric phenomena that affects the growth of vegetation. The damage by frost could be prevented by protection techniques. Most techniques, sometimes request the prediction of the minimum temperature of air. This paper presents some expressions for the prediction of the temporal and vertical variation of the temperature. These expressions are developed from the equation of energy balance at the interface soil-air, the heat diffusion equation, and the initial and boundary conditions. From the comparison between these expressions, it was found that the variation of surface temperature is smaller than when the heat flux is included, it is a most realistic boundary condition.

## 1. INTRODUCCION

El conocimiento de la disminución nocturna de la temperatura del aire próximo al suelo es importante en la predicción de formación de nieblas y heladas. El enfriamiento más pronunciado del aire ocurre en noches calmas con poca o ninguna nubosidad y con aire relativamente seco (ver Sutton, 1977). En ese caso se favorece una acentuada pérdida de calor que es balanceada por la conducción de energía desde el suelo y por el enfriamiento del aire. Con vientos moderados o fuertes se genera una mayor mezcla turbulenta de calor que permite el transporte hacia el suelo de aire relativamente más caliente, determinando que la disminución de su temperatura sea pequeña. Por otra parte, en noches despejadas, calmas o con poco viento, se forma una inversión con base en superficie que contribuye a disminuir el transporte turbulento de calor desde el aire hacia el suelo.

Brunt (1939) trató el problema del enfriamiento nocturno suponiendo que el suelo contribuye a la pérdida total de calor por radiación, que se supone constante y es aplicable sólo a noches calmas. Groen (1947) utilizó el mismo planteo de Brunt, pero suponiendo que la pérdida nocturna de radiación no es constante. Luego, Groen consideró el mismo planteo pero supuso una disminución lineal de la temperatura del suelo con la profundidad. Jaeger (1945) generalizó el desarrollo de Brunt incluyendo el calentamiento del suelo desde el aire. Reuter (1951) amplió el desarrollo de Jaeger.

En este trabajo, se presenta una breve descripción de los métodos desarrollados por estos autores y se comparan los resultados obtenidos, constituyendo una etapa preliminar de un procedimiento que incluya la consideración del flujo turbulento de vapor de agua en la ecuación de balance calórico.

## 2. DESCRIPCIÓN METODOLÓGICA

## 2.1 Balance de energía calórica en la interfase suelo-aire.

El principio de la conservación de la energía establece que las pérdidas balancean las ganancias de calor en la superficie terrestre. Este principio puede plantearse mediante la siguiente expresión (ver Rosenberg y otros, 1983)

$$F_n = \pm F_s \pm F_c \pm F_e \quad (1)$$

donde  $F_n$  es la radiación neta,  $F_s$  es el flujo de calor en el suelo,  $F_c$  y  $F_e$  son los flujos turbulentos de calor sensible y latente en el aire.

## 2.2. Método de Brunt

Brunt (1939) desarrolló un método destinado a estimar la disminución nocturna de la temperatura del suelo. Supuso que el suelo actúa como un cuerpo sólido y homogéneo, que se calienta durante el período diurno debido a la radiación solar y que se enfría durante la noche. La disminución de la temperatura dependerá de la velocidad con la cual la pérdida de la radiación por el suelo se compensa con la conducción de calor hacia la superficie. Brunt no considera los transportes turbulentos de calor sensible y latente desde el aire hacia el suelo. Con estas suposiciones, la ecuación (1) queda:

$$F_n - F_s = 0 \quad (2)$$

donde  $F_s = -K_s (\partial T_s / \partial z)$  en  $z=0$ ,  $\chi_s = K_s / \rho_s C_s$  es la difusividad térmica,  $K_s$  es la conductividad térmica del suelo,  $\rho_s$  es la densidad del suelo,  $C_s$  es el calor específico del suelo,  $T_s$  es la temperatura del suelo y  $z$  es la coordenada vertical.

La ecuación de conducción de calor en el suelo es:

$$(\partial T / \partial t) = \chi_s (\partial^2 T / \partial z^2) \tag{3}$$

donde t es el tiempo.

Aplicando la transformada de Laplace a (3), queda una ecuación diferencial ordinaria con coeficientes constantes, que se puede resolver utilizando la condición límite (expresión (2)). El resultado obtenido es el siguiente:

$$T_s(z,t) = T(0,0) - \frac{2 F_n t^{1/2}}{(\rho c_s \pi \chi_s)^{1/2}} \left[ \exp\left(-\frac{z^2}{4 \chi_s t}\right) - \frac{z}{(4 \chi_s t)^{1/2}} \int_0^z \frac{e^{-\eta^2}}{(4 \chi_s t)^{1/2}} d\eta \right] \tag{4}$$

donde  $\int_0^z$  es el complemento de la función error.

La expresión (4) requiere que la temperatura inicial sea constante en la capa del suelo cercana a la superficie ( esto podría cumplirse en caso de que se conserve la humedad del suelo ), que los parámetros representativos del suelo no varíen y que  $F_n = cte.$  ( esto es aproximadamente válido cuando hay calma y el cielo está despejado ).

Cuando  $z=0$ , la ecuación (4) queda:

$$T_s(0,t) = T_s(0,0) - \frac{2 F_n t^{1/2}}{(\rho c_s \pi \chi_s)^{1/2}} \tag{5}$$

Esta expresión permite obtener la disminución de la temperatura en la superficie del suelo después de la puesta del sol ( $t=0$ ). La ecuación (5) conocida como la fórmula de Brunt, predice una disminución mayor de la temperatura que la observa da. Esto se debe a que no se incluyen los procesos de transporte turbulento de calor en el aire y la variación temporal de la radiación neta.

### 2.3. Método de Gröen

Gröen (1947) modificó una de las suposiciones utilizadas por Brunt, considerando que  $F_n$  varía con la temperatura de la superficie del suelo, de la siguiente forma:

$$F_n = F_n(0) \pm \phi (T_s - T_{s_0}) \tag{6}$$

donde  $F_n(0)$  es la radiación neta a la hora en que se pone el sol,  $T_{s_0}$  es la temperatura del suelo en  $t=0$  y  $\phi = \partial F / \partial T$ , se supone constante y depende de la velocidad del viento, del contenido de vapor de agua en las capas bajas de la atmósfera y de las propiedades térmicas del suelo. Asimismo,  $T_s = T_{s_1}$  cuando  $F_n \rightarrow 0$ . De esta manera, la condición límite (expresión (2)) queda:

$$-K_s \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = F_n(0) \pm \phi (T_s - T_{s_0}) = \phi (T_s - T_{s_1}) \tag{7}$$

donde  $T_{s_1} = T_{s_0} - F_n(0) / \phi$

Considerando  $T_s(z,0) = T_0$  cuando  $z \leq 0$ , e integrando (7) resulta:

$$T_s(z,t) = T_s(0,0) + \frac{F_n(0)}{\phi} \left[ \int_0^z \frac{e^{-\eta^2}}{2(\chi_s t)^{1/2}} d\eta - 1 + \exp\left(-\frac{\phi t}{\chi_s} + \frac{\phi^2 t}{\chi_s \rho c_s}\right) \right. \\ \left. \times \int_0^z \left[ -\frac{z}{2(\chi_s t)^{1/2}} + \phi (\chi_s t)^{1/2} \right] \right] \tag{8}$$

Cuando  $z=0$ , la expresión (8) se obtiene:

$$T_s(0,t) = T_s(0,0) + \frac{F_n(0)}{\phi} \left[ -1 + \exp\left(-\frac{\phi^2 t}{(\chi_s \rho c_s)^{1/2}}\right) f_0(\phi(\chi_s t)^{1/2}) \right] \quad (9)$$

Para utilizar la expresión (9) con la finalidad de predecir la variación nocturna de la temperatura del suelo es necesario conocer  $\phi$  que depende de las estructuras del suelo y de la atmósfera.

Gröen (1947), plantea sin presentar la solución, el problema incluyendo una variación inicial lineal de  $T_s$  con la profundidad:

$$T_s(z,0) = T_{s_0} + \beta z, \text{ con } \beta = \text{cte. y } z \leq 0 \quad (10)$$

La solución de (7) con (10) es la siguiente:

$$T_s(z,t) = T_s(0,0) + \beta z + \left( \frac{F_n(0) + K_s \beta}{\phi} \right) \cdot \left[ f_0\left(\frac{z}{2(\chi_s t)^{1/2}}\right) - \right. \\ \left. -1 + \exp\left(-\frac{\phi z}{\chi_s} + \frac{\phi^2 t}{\chi_s \rho c_s}\right) \cdot f_0\left(-\frac{z}{2(\chi_s t)^{1/2}} + \phi(\chi_s t)^{1/2}\right) \right] \quad (11)$$

La expresión (11) difiere de la (8) en que se agrega el segundo término  $\beta z$  y  $(K_s \beta / \phi)$  en el último. Esto se debe a que se reemplaza  $F_n(0)$  en (8) por  $F_n(0) + K_s \beta$  que es denominado por Sutton (1977) "radiación aparente".

#### 2.4. Método de Jaeger

Jaeger (1945) generalizó la expresión (5), introduciendo el transporte turbu lento de calor en el aire. Supuso que  $F_n = \text{cte.}$ ,  $T(0,0) = \text{cte}$  y la difusividad turbulenta constante. Luego, la expresión (1) queda:

$$F_n = -K_a \frac{\partial T_a}{\partial z} + K_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \quad \text{en } z=0, \text{ para } t > 0 \quad (12)$$

La temperatura del aire ( $T_a$ ) y del suelo ( $T_s$ ) deben coincidir en superficie:

$$T_a(0,t) = T_s(0,t) \quad \text{en } z=0, \text{ para } t > 0 \quad (13)$$

y en  $t=0$  se verifica:

$$T_0 = T_a(0,0) = T_s(0,0) \quad (14)$$

En el aire, el transporte de calor está representado por:

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} = \chi_a \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} \quad (15)$$

y en el suelo por:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \chi_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad (16)$$

Resolviendo las ecuaciones (15) y (16) y utilizando las condiciones límites (13) y (14), se encuentra:

$$\text{a. En el aire:} \quad (17)$$

$$T_a(z,t) = T_0 - \frac{z F_n}{(\rho c_s \chi_s + \rho c_a \chi_a)^{1/2}} \left( \frac{t}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \exp\left(-\frac{z}{4 \chi_a t}\right) - \left( \frac{\pi}{4 \chi_a t} \right)^{1/2} z \cdot f_0\left(\frac{z}{(4 \chi_a t)^{1/2}}\right) \right]$$

b. En el suelo:

$$T_s(z,t) = T_0 - \frac{2 F_n}{(\rho_s c_s \sqrt{x_s} + \rho_b c_b \sqrt{x_b})} \left( \frac{t}{\pi} \right)^{1/2} \left[ \exp P \left( \frac{-z^2}{4 x_s t} \right) - \left( \frac{\pi}{4 x_s t} \right)^{1/2} z \int_0^z \frac{e^{-\eta^2}}{(4 x_s t)^{1/2}} d\eta \right] \quad (18)$$

Para  $z=0$ , las expresiones (17) y (18) coinciden:

$$T(0,t) = T_0 - \frac{2 F_n}{(\rho_s c_s \sqrt{x_s} + \rho_b c_b \sqrt{x_b})} \left( \frac{t}{\pi} \right)^{1/2} \quad (19)$$

Esta ecuación es parecida a la (5), pero incluyendo los parámetros representativos del aire.

### 2.5. Método de Reuter

El desarrollo de Reuter (1951) es una extensión de la expresión encontrada por Jaeger (1945). Supone inicialmente que existen variaciones verticales lineales de la temperatura del aire y del suelo. O sea:

- en el suelo, se utilizan las expresiones (16) y (10).
- en el aire, se aplica la expresión (15) y

$$T_a = T_0 + \delta z \quad (20)$$

donde  $\delta$  es el gradiente térmico vertical de la atmósfera.

Las condiciones límites son las siguientes:

$$F_n + K_s \frac{\partial T_s}{\partial z} - K_a \left( \frac{\partial T_a}{\partial z} + \delta \right) = 0 \quad \text{en } z=0 \quad (21)$$

$$T_s(z,t) = T_a(z,t) \quad \text{en } z=0, t > 0 \quad (22)$$

$$T_s = T_a = T_0 \quad \text{en } z=0, t = 0 \quad (23)$$

Las soluciones de (15) y (16) con las condiciones anteriores son:

- En el aire:

$$T_a(z,t) = T_0 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{F_n + K_s \beta + K_a (\delta - \delta_0)}{\rho_s c_s \sqrt{x_s} + \rho_b c_b \sqrt{x_b}} \right) (t)^{1/2} \times \left[ \exp P \left( \frac{-z^2}{4 x_s t} \right) - \left( \frac{\pi}{4 x_s t} \right)^{1/2} z \int_0^z \frac{e^{-\eta^2}}{(4 x_s t)^{1/2}} d\eta \right] + \delta z \quad (24)$$

- En el suelo:

$$T_s(z,t) = T_0 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{F_n + K_s \beta + K_a (\delta - \delta_0)}{\rho_s c_s \sqrt{x_s} + \rho_b c_b \sqrt{x_b}} \right) (t)^{1/2} \times \quad (25)$$

$$\times \left[ e^{\gamma} \rho \left( \frac{-z^3}{4 x_1 t} \right) - \left( \frac{\pi}{4 x_1 t} \right)^{1/2} z \cdot \int e^{\left( \frac{z}{(4 x_1 t)^{1/2}} \right)} + \beta z \right]$$

Cuando  $z=0$ , las expresiones (24) y (25) coinciden.

### 2.6. Modelo de Jaeger relacionado con la velocidad del viento

En la sección 2.4 se presentó el modelo desarrollado por Jaeger (1945), con  $x_a = \text{cte}$ . En ese mismo trabajo, Jaeger supone que la velocidad del viento ( $u$ ) varía potencialmente con la altura:

$$u(z) = u_1 (z/z_1)^m = U z^m \quad (26)$$

donde  $u_1$  es la velocidad a la altura  $z_1$  y  $m$  es un parámetro que depende de la estabilidad de la atmósfera, de la rugosidad del terreno y de la altura (ver Mazzeo y Venegas, 1984). Jaeger, también supuso que la difusividad turbulenta del aire también varía potencialmente con la altura, de acuerdo con la ley de las potencias conjugadas (ver Sutton, 1977):

$$x_a(z) = x_1 (z/z_1)^{1-m} = \lambda z^{1-m} \quad (27)$$

donde  $x_1$  es la difusividad turbulenta a la altura  $z_1$ .

Con estas suposiciones las ecuaciones representativas del problema son las siguientes:

- En el aire:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( z^{1-m} \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial T_a}{\partial t} \quad \text{para } z > 0, t > 0 \quad (28)$$

- En la interfase suelo-aire:

$$-K_s \frac{\partial T_a}{\partial z} = -(\rho c_p \lambda z^{1-m} \frac{\partial T_a}{\partial z} + F_n) \quad \text{para } z = 0, t > 0 \quad (29)$$

La expresión (4) puede escribirse de la siguiente forma:

$$T_s(z, t) = T_0 - F(z, t) t^{1/2} \quad \text{para } z < 0, t > 0 \quad (30)$$

y también:

$$T_0 = T(z, 0) \quad \text{para } z < 0 \quad (31)$$

Jaeger (1945) modifica la expresión (5), mediante el siguiente planteo:

$$T_s(0, t) = T_0 - k t^r \quad \text{para } z = 0, t > 0 \quad (32)$$

con:  $T_s(0, t) = T_a(0, t)$  (33)

La solución de ese sistema de ecuaciones (28) y (32) es la siguiente:

$$T_a(z, t) = T_0 - \frac{k z^{1/2} e^{\gamma} \rho (-\eta) \eta^{(\frac{p}{4} - r - \frac{1}{2})}}{\Gamma(\frac{p}{2}) \left[ (m-1) \lambda^{1/2} \right]^{\frac{p}{2} - 1} t^{(\frac{p}{4} - r - 1)}} \int_0^{\infty} u^r \left( 1 + \frac{u}{\eta} \right)^{\frac{p}{2} - r - 1} e^{\gamma \rho (-u)} du \quad (34)$$

donde  $\eta = z^{m+1}/(m+1)\lambda t$ ;  $p = 2m/(m+1)$

- Cuando  $r=0$ , la expresión (34) queda:

$$T_a(z,t) = T_0 - k \frac{\Gamma_{\eta}(\frac{p}{2})}{\Gamma_{\infty}(\frac{p}{2})} \tag{35}$$

donde  $\Gamma_{\eta}(n/2)$  es la función gamma incompleta y  $\Gamma_{\infty}(p/2)$  es la función gamma.

- Cuando  $r=1$ , la expresión (34) se transforma en:

$$T_a(z,t) = T_0 - \frac{k}{\Gamma_{\infty}(\frac{p}{2})} \left[ \left( t + \frac{z^{m+1}}{(m+1)\lambda} \right) \Gamma_{\infty}(\frac{p}{2}) - \frac{z^m \exp(-\eta) t^{1-\frac{p}{2}}}{(m+1)^{p-1} \lambda^{p/2}} \right] \tag{36}$$

2.7. Método de Jaeger, acoplando ecuaciones

Jaeger (1945), también, planteo el problema de encontrar las distribuciones de temperatura en el aire y en el suelo, utilizando las siguientes ecuaciones:

- en el aire, la expresión (28)
- en el suelo, la expresión (16)

Con la condición límite ecuación (29), las ecuaciones (16) y (28) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $T_a, T_s$ ), cuyas soluciones son:

$$T_s(z,t) = T_0 - \frac{F_n \chi_s^{1/2}}{K_s} \sum_{j=0}^{\infty} (-\alpha)^j (4t)^{\frac{1}{2}(\frac{1-m}{1+m}) + \frac{j}{2}} \lambda^{j(\frac{1-m}{1+m}) + \frac{j}{2}} \Gamma_{\infty}(\frac{j+3-jp}{2}) \tag{37}$$

donde  $z > 0$ , cuando aumenta la profundidad.

$$T_a(z,t) = T_0 - \frac{F_n \chi_s^{1/2}}{K_s \Gamma_{\infty}(\frac{p-m}{2})} \exp(-\eta) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\alpha)^j t^{\frac{j+1-jp}{2}}}{\Gamma_{\infty}(\frac{j+3-jp}{2})} \times \int_0^{\infty} \exp(-Y)(Y+\eta)^{\frac{p-3-j+ip}{2}} Y^{\frac{j-jp+1}{2}} dY \tag{38}$$

con  $p=2m/(m+1)$  y  $\alpha = \left( \frac{h c_p \lambda^{1/2} \chi_s (m+1)^{1-m}}{K_s \lambda^{p/2} \Gamma_{\infty}(\frac{p}{2})} \right) \Gamma_{\infty}(1-\frac{p}{2})$

Cuando  $z=0$ , la expresión (37) queda:

$$T(0,t) = T_0 - \frac{F_n \chi_s^{1/2}}{K_s} \sum_{j=0}^{\infty} (-\alpha)^j \frac{t^{\frac{1}{2}(\frac{1-m}{1+m}) + \frac{j}{2}}}{\Gamma_{\infty}(\frac{1}{2}(\frac{1-m}{1+m}) + \frac{3}{2})} \tag{39}$$

## 3. ANALISIS Y DISCUSION

En la Figura 1 está representada  $(T_s - T_0)$  obtenida mediante la expresión (4), en función de la profundidad para diferentes horas nocturnas. En los cálculos, se utilizaron los siguientes datos:  $F_n = 5,32 \times 10^{-4} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$ ,  $K_F = 5,97 \times 10^{-4} \text{ cal/cm} \cdot \text{K} \cdot \text{seg}$ , y  $\alpha_s = 1,75 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{seg}$ . El gráfico representa disminución de la temperatura con las horas y la profundidad, cuando  $T_0 = \text{cte}$ .

En la Figura 1, también, se representó  $(T_s - T_0)$  obtenida utilizando la ecuación (8), en función de la profundidad para diferentes horas nocturnas. Los datos utilizados son los siguientes:  $F_n(T) = 1,33 \times 10^{-4} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$ ,  $\phi = 1,07 \times 10^{-4} \text{ cal/K} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{seg}$ ,  $F_n(0) = 9,95 \times 10^{-4} \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{seg}$ .

Los valores de  $(T_s - T_0)$  obtenidos mediante la expresión (8) en  $z=0$  son mayores que los que se encuentran mediante la (4). Esto se presenta, también en la capa del suelo de 10 cm de espesor cercana a la superficie. Por lo tanto, la influencia de  $F_n(T)$  en lugar de  $F_n(0) = \text{cte}$  se manifiesta en la región del suelo próximo a la superficie.

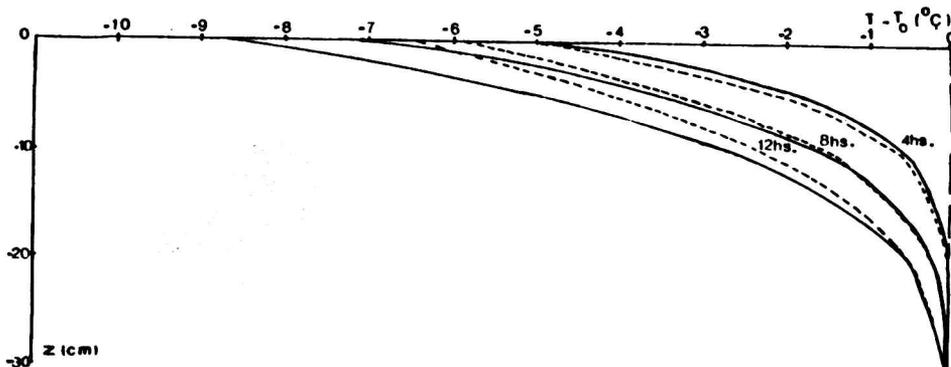


Figura 1. Variación de  $(T_s - T_0)$  con la profundidad y las horas nocturnas, obtenida mediante la expresión (4) — y la expresión (8) - - - - -.

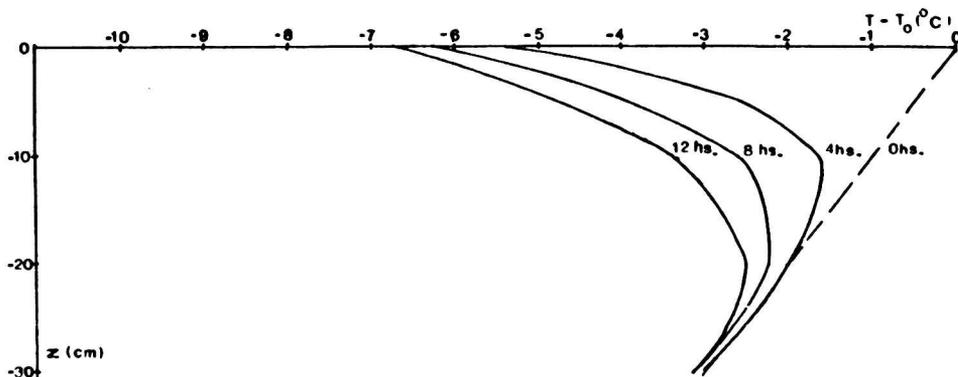


Figura 2. Variación de  $(T_s - T_0)$  con la altura y la profundidad, para diferentes horas nocturnas, obtenida mediante la expresión (11).

En la Figura 2 se representó ( $T_s - T_o$ ) obtenida aplicando la expresión (11), en función de la profundidad para diferentes horas de la noche, con  $\beta = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C/cm}$ . Se observa la influencia de las condiciones iniciales, en las que se supone una disminución lineal de la temperatura con la profundidad. La representación de ( $T_s - T_o$ ) se aproxima cualitativamente a las observadas (ver Munn, 1966).

En la Figura 3 está representada la variación de ( $T_s - T_o$ ) obtenida mediante la aplicación de la expresión (18), con la profundidad y de ( $T_a - T_o$ ) encontrada utilizando (17), con la altura para diferentes horas nocturnas. En el cálculo, se utilizaron  $K_a = 6,5 \times 10^{-7} \text{ cal/cm. K. seg}$  y  $\alpha_a = 2 \text{ cm/seg}$ . Se observa que hay una disminución más suave de la temperatura del suelo cerca de la superficie, que la presentada en la Figura 1. Esto se debe a la incorporación en la (18) del transporte turbulento de calor en el aire. Asimismo, se encuentra la generación de las inversiones térmicas nocturnas en las capas bajas de la atmósfera.

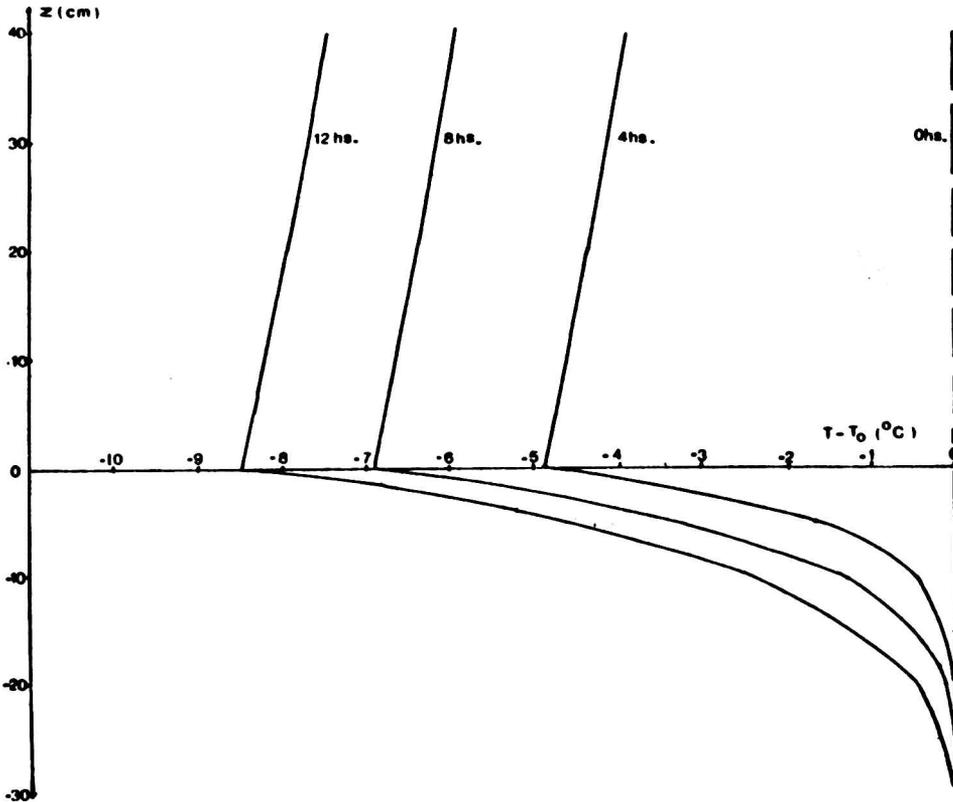


Figura 3. Variación de ( $T_s - T_o$ ) con la profundidad y las horas nocturnas, obtenida mediante la expresión (18), para diferentes alturas mediante la expresión (17).

En la Figura 4 está representada la variación de  $(T_s - T_0)$ , obtenida mediante la expresión (25), con la profundidad y de  $(T_a - T_0)$  encontrada aplicando la ecuación (24) con la altura para diferentes horas de la noche. En el cálculo se utilizaron los siguientes datos:  $\gamma = 0$ ;  $\gamma_d = 1^\circ\text{C}/100\text{ m}$ ;  $\beta = 0.1^\circ\text{C}/\text{cm}$ ;  $F_n = 5,32 \times 10^{-4}\text{ cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{seg}$ ;  $\chi_s = 1,75 \times 10^{-5}\text{ cm}^2/\text{seg}$ ;  $\chi_a = 2\text{ cm}^2/\text{seg}$ . El resultado obtenido es cualitativamente semejante al representado en la Figura 2 (para el suelo) y en la Figura 3 (para el aire).

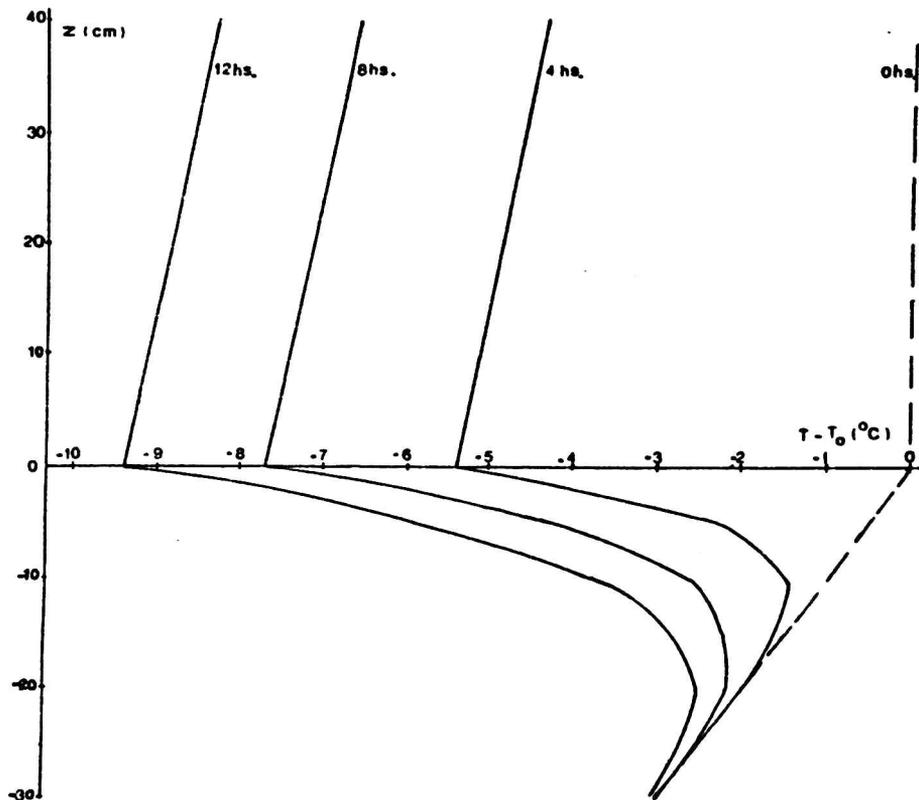


Figura 4. Variación de  $(T - T_0)$  con la altura y la profundidad, para diferentes horas nocturnas, obtenida mediante las expresiones (25) y (24).

En la Figura 5 se representó  $(T_s - T_0)$ , encontrada aplicando las ecuaciones (35) y (36), en función de la altura para diferentes horas. En los cálculos se utilizó  $k = 4,07 \times 10^{-3}\text{ C}/\text{seg}^{1/2}$ . Se observa la influencia de diferentes  $r$  en la expresión (34).

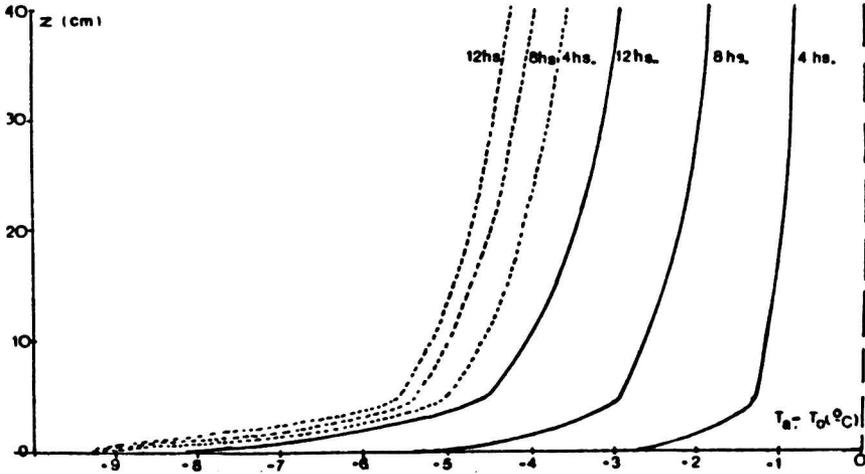


Figura 5. Variación de  $(T_a - T_0)$  con la altura para diferentes horas nocturnas obtenida mediante las expresiones (35) - - - - y (36) —.

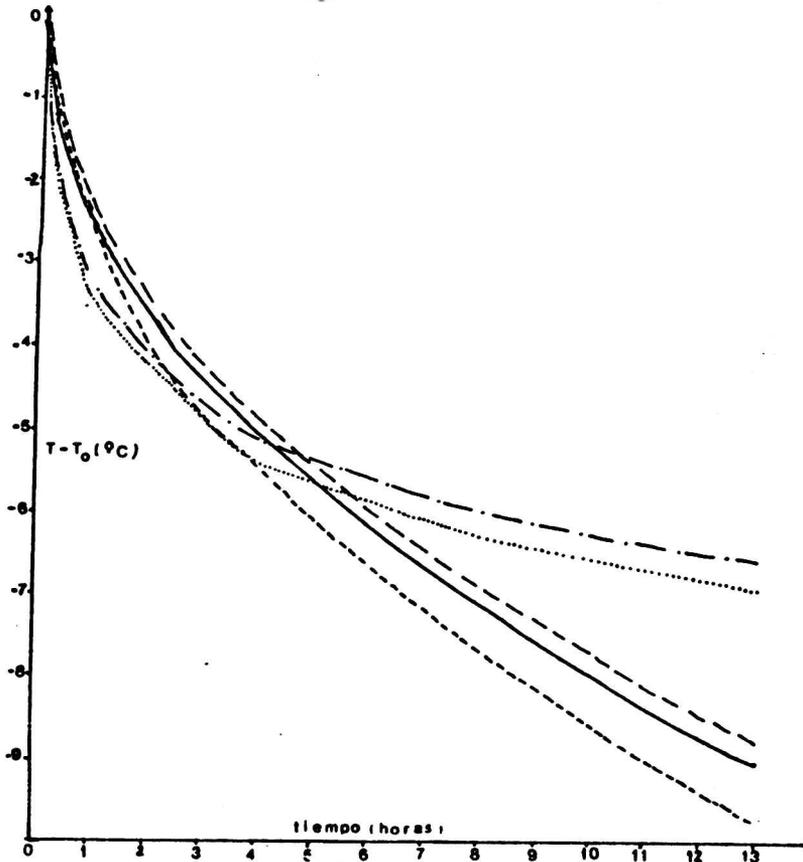


Figura 6. Variación de  $(T - T_0)$  para  $z=0$  con las horas nocturnas, obtenida mediante las expresiones: (9) - - - - -, (11) ..... , (19) - - - - , (5) — , (25) .....

Por otra parte, en la Figura 6, está representado  $(T - T_0)$  en función del tiempo, obtenida mediante las expresiones (5), (9), (11) con  $z=0$ , y (19) y (25) con  $z=0$ . La disminución inicial más acentuada está determinada por la expresión (11) con  $z=0$  hasta 4 horas después de la puesta del sol. En las horas siguientes, esta expresión y la (9) son las que posibilitan una caída más suave de la temperatura. En el otro extremo, las expresiones (25) en  $z=0$  y (5) permiten obtener las disminuciones temporales más abruptas de la temperatura en superficie.

#### 4. CONCLUSIONES

Se presentan y analizan diferentes métodos destinados a predecir el comportamiento de la temperatura del suelo y del aire, durante el período nocturno. Estos métodos tienen un planteo común: consideran las ecuaciones de difusión de calor en el suelo y en el aire (según sea el caso) y como condición límite la ecuación de balance calórico en la interfase suelo-aire. La representación del campo de temperatura en el suelo y en el aire parece ajustarse más a la realidad cuando se supone como condición inicial una variación lineal de la temperatura con la profundidad en el suelo (ver Figura 8 de Munn, 1966). Por otra parte, la disminución de la temperatura de superficie con el tiempo, parece ser más representativa cuando se incluye en la ecuación de balance energético el flujo turbulento de calor en el aire que suaviza ese decrecimiento. Se plantea, como tarea futura, la inclusión en la ecuación de balance del flujo turbulento de calor latente que permitirá introducir el efecto de la humedad atmosférica sobre la temperatura cercana a la superficie.

#### REFERENCIAS

- Brunt, D., 1939: Physical and Dynamical Meteorology, 2d. ed.
- Gröen, P., 1947: Note on the theory of nocturnal radiational cooling of the earth's surface; J. Meteorol. 4, 63
- Jaeger, J.C., 1945: Note on the effect of wind on nocturnal cooling; Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 71, 388
- Mazzeo, N.A. y Venegas, L.E., 1984: Perfil vertical de la concentración de contaminantes en la atmósfera; Pub. 19, FCEyN Universidad de Buenos Aires.
- Munn, R.E., 1966: Descriptive micrometeorology; Academic Press
- Reuter, H., 1951: Forecasting minimum temperature, Tellus 3, 141, 147
- Rosemberg, N.J., Braine, L.B., Verma, S.B., 1983: Microclimate. The biological environment, J. Wille and Sons.
- Sutton, O.G., 1977: Micrometeorology; Mc Graw Hill.