

ESTUDIO COMPARATIVO DE DOS NORMAS DE SIMPLICIDAD  
PARA LA DECONVOLUCION SISMICA

Sacchi, Mauricio D., Velis, Danilo R. y Cominquez, Alberto H.  
Consejo Nacional de Investigaciones Cientificas  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP  
La Plata, Argentina

RESUMEN

Se estudian comparativamente dos criterios de deconvolución de trazas sísmicas, a los que se designarán MED (Deconvolución por mínima entropía) y MEDLN (versión logarítmica del MED). Ambos criterios pertenecen a una familia de normas descritas en el presente trabajo. Dichas normas se maximizan cuando son evaluadas sobre una serie de impulsos aislados, por lo que su maximización conduce a un operador lineal capaz de realizar la deconvolución.

Complementando las consideraciones teóricas se presentan ejemplos sintéticos con diferentes niveles de ruido.

ABSTRACT

This paper concerns with the comparative study of two deconvolution criteria, named MED (Minimum Entropy Deconvolution) and MEDLN. Both procedures are members of a family of norms described in this paper. When these norms are evaluated over a sparse spike series their maximum value is reached. Thus a linear operator capable of carrying out the deconvolution is obtained.

Not only considerations about the theoretical approach are studied, but also many synthetic examples displaying different levels of noise.

## INTRODUCCION

La traza sísmica libre de ruido puede representarse como una versión suavizada de la serie de coeficientes de reflexión, esta última puede ser modelada mediante una serie de impulsos de amplitud y posición arbitraria. La función suavizadora o kernel a la que en exploración sísmica se llama "ondícula", actúa como un filtro que convierte una señal de banda completa (serie reflectora), en una de banda limitada (traza sísmica). La deconvolución tiene como objetivo primario recobrar la serie reflectora que es el dato geofísico de interés.

El problema de la deconvolución puede estudiarse desde diversos puntos de vista. El enfoque clásico asume dos hipótesis fundamentales: ondícula sísmica de mínima fase, y serie reflectora aleatoria (Robinson y Treitel, 1980). Pues bien, bajo dichas hipótesis el espectro de amplitud de la ondícula puede ser estimado, y luego su correspondiente espectro de fase via la transformada de Hilbert (Oppenheim y Schaffer, 1975) o mediante un doble filtro inverso (Robinson y Treitel, 1980). De este modo, estimada la ondícula se diseña un filtro inverso de retardo óptimo que permita calcular la serie de coeficientes de reflexión.

Las hipótesis antes mencionadas no siempre se ajustan adecuadamente. Por ello existen otras técnicas, particularmente se puede citar la deconvolución homomórfica (Ulrych, 1971; Sacchi y Comínguez, 1989). En dicha metodología se aprovecha la separabilidad entre la ondícula y la serie reflectora en un nuevo dominio denominado Cepstrum (Ulrych, 1972). Como contrapartida esta técnica es muy sensible al nivel de ruido presente en la traza.

En 1977 Wiggins propone la deconvolución por mínima entropía (MED), no imponiéndole características a priori a la ondícula. El MED opera maximizando una norma que mide cuán "simple" es la solución. Entendiéndose por "simple", una solución de impulsos aislados (Ooe y Ulrych, 1979). Este concepto será aclarado en el presente trabajo con diversos ejemplos.

Los dos métodos que se han de cotejar en el presente trabajo están incluidos en muchos paquetes de programas para procesamiento sísmico, aunque no queda claro cuáles son sus diferencias fundamentales. Por ello se considera importante el aporte técnico de este trabajo.

## CONSIDERACIONES TEORICAS

Modelo de la traza sísmica

La traza sísmica libre de ruido puede representarse mediante la convolución entre la ondícula sísmica  $w(t)$  y la serie reflectora  $y(t)$ :

$$x(t) = y(t) * w(t) \quad (1)$$

Para obtener  $y(t)$  será necesario diseñar un operador lineal inverso tal que:

$$y(t) = x(t) * f(t) \quad (2)$$

Si  $w(t)$  es desconocida, el operador  $f(t)$  en principio no podría calcularse, ya que para la traza sísmica libre de ruido se tiene una ecuación con dos incógnitas.

Para el caso con ruido la ecuación (2) toma la siguiente forma:

$$\hat{y}(t) = x(t) * f(t) - n(t) * f(t) + \epsilon(t) \quad (3)$$

donde  $n(t)$  representa el ruido que normalmente se acopla a datos reales y  $\epsilon(t)$  el error resultante de aplicar el filtro inverso. Claramente, el operador  $f(t)$  deberá ser capaz de suprimir al ruido, manteniendo a la vez  $\epsilon(t)$  lo más pequeño posible.

### Criterios de simplicidad

La clave del MED reside en definir una norma  $V(y)$  que mida la simplicidad de la solución  $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^*$ . Existe evidencia experimental para suponer que la serie reflectora está constituida por una serie de impulsos aislados de amplitud y posición arbitraria. Esta descripción está avalada por los datos que aportan los perfiles sísmicos.

En el presente trabajo se establece una forma general de medir esta simplicidad. Para ello se definirán las siguientes variables:

$$V(y) = [\sum_i q_i \cdot F(q_i)] / [N \cdot F(N)] \quad (4)$$

$$q_i = y_i^2 / (\sum_j y_j^2 / N)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

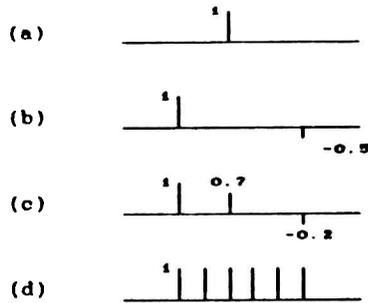
Si  $F$  es una función monótonamente creciente,  $V(y)$  puede utilizarse para medir cuán simple es  $y$ . Por ejemplo, considérese la serie  $y=(0,0,\dots,1,0,\dots)$ . Para dicha serie  $V(y) = 1$ , que es el máximo valor que puede tomar  $V(y)$  (mínima estructura). Si en cambio consideramos el otro caso extremo,  $y=(1,1,\dots,1,1)$ , ahora  $V = F(1)/F(N)$ ; y puesto que  $F$  es monótonamente creciente, se cumple que:

$$1 \geq V(y) \geq F(1) / F(N) \quad (5)$$

donde  $y$  puede ser cualquier serie de tiempo de  $N$  muestras, que de acuerdo a la simplicidad, su norma  $V(y)$  se acercará a uno de los extremos dados por la desigualdad (5)

En la Figura 1 se consideran cuatro ejemplos de series y analizadas mediante cuatro normas diferentes

\*  $y_k = y(t)|_{t=k\Delta t}$  siendo  $\Delta t$  el intervalo de muestreo

Figura 1. Series de impulsos,  $N=6$ 

Los valores de la norma  $V(y)$  para diferentes  $F(q_i)$  referidos a la Fig.1 pueden verse en la Tabla 1.

	$F = \ln(q)$	$F = q$	$F = q^2$	$F = q^3$
(a)	1	1	1	1
(b)	0.72	0.68	0.52	0.41
(c)	0.58	0.53	0.34	0.19
(d)	0	1/36	1/216	1/1296

Tabla 1.  $V(y)$  para los ejemplos de la Fig.1

Puede observarse que todas las funciones propuestas sirven para medir la simplicidad de  $y$ . El máximo de  $V(y)$  en todos los casos es igual a 1, no así el mínimo que depende del criterio considerado. Los diversos criterios utilizados no son igualmente sensitivos, como puede verse el criterio  $F(q_i)=q_i$  es practicamente excluyente. Cabe aclarar que  $F(q_i)=q_i$  corresponde a la norma propuesta por Wiggins, también llamada de mínima entropía (esta designación no es muy afortunada, ya que no es estrictamente una medida de la "entropía" de un proceso, tal como se entiende en la teoría de la información, (Goldman, 1968; Ulrych y Bishop, 1975)).

#### Deconvolución de la traza sísmica. Maximización de $V(y)$

Consideremos el problema de hallar la solución de la ecuación (2). Una solución obvia es:

$$\begin{cases} f = x^{-1} & \text{(la inversa de la traza sísmica)} \\ y = \delta & \text{(función impulso unitario)} \end{cases}$$

La maximización de  $V$  podría arrojar la solución anterior (Postic y otros, 1980). Para evitar esta solución trivial no deseada, se le impone una longitud  $LF$  al operador  $f$ , y por lo tanto:

$$y_n = \sum_{i=1}^{k^*} f_i x_{n-i} \tag{6}$$

El problema se reduce al cálculo del operador  $f$  que maximice  $V(y)$ , luego:

$$\frac{\partial V(y)}{\partial f_k} = 0 \quad k=1,2,\dots,LF \tag{7}$$

$$\frac{\partial V(y)}{\partial f_k} = \frac{1}{N} \frac{1}{F(N)} \sum_i [F(q_i) + q_i \frac{\partial F(q_i)}{\partial q_i}] \frac{\partial q_i}{\partial f_k}$$

Teniendo presente la expresión (6),  $\partial y_n / \partial f_k = x_{n-k}$ ; y luego de realizar los pasos algebraicos adecuados la ecuación (7) queda finalmente:

$$\sum_i f_i \sum_n x_{n-k} x_{n-i} = \sum_i \beta_i x_{i-k} \tag{8}$$

$$k, i=1,2,\dots,LF; \quad i=1,2,\dots,N$$

donde

$$\beta_i = \frac{\mu G(q_i) y_i}{\sum_j G(q_j) y_j^2 / N} \tag{9}$$

$$y \quad \mu = \frac{\sum_j y_j^2}{N}, \quad G(q_i) = F(q_i) + q_i \frac{\partial F(q_i)}{\partial q_i}$$

En el presente trabajo se considerarán las funciones particulares  $F(q_i) = q_i$  y  $F(q_i) = \ln(q_i)$ , casos que de aquí en más llamaremos MED y MEDLN respectivamente. Para ellos la Tabla 2 resume las variables en juego.

	$F(q_i)$	$V$	$\beta_i$
MED	$q_i$	$\frac{1}{N^2} \sum_i q_i \cdot q_i$	$\frac{y_i^2}{N V \mu}$
MEDLN	$\ln(q_i)$	$\frac{1}{N \ln(N)} \sum_i q_i \ln(q_i)$	$\frac{[\ln(q_i)+1] y_i}{\ln(N) V}$

Tabla 2. Expresiones de  $V$  y  $\beta_i$  para los criterios considerados.

La ecuación (8) es la correspondiente a la de diseño de un filtro Wiener del tipo *shaping filter* (Robinson y Treitel, 1980). Dicho filtro procura convertir una señal de entrada  $x$  en una salida deseada  $\beta$ . El problema de diseño de dicho operador está ampliamente

documentado en la literatura, y el mismo puede ser eficazmente resuelto mediante el algoritmo de Levinson (Robinson y Treitel, 1980). Sin embargo, la expresión (8) es un sistema de ecuaciones no lineales que matricialmente puede expresarse:

$$f \cdot R = g(f) \quad (10)$$

donde  $R$  es la matriz de autocorrelación de  $x$  (matriz de Toeplitz), y  $g(f)$  la correlación cruzada entre  $\theta$  y la señal  $x$ . El criterio que se seguirá aquí será resolver la ecuación (10) en forma iterativa, esto es mediante el algoritmo:

$$f^k = R^{-1} \cdot g(f^{k-1}) \quad (11)$$

tomando como valor inicial para  $f$ ,  $f^0 = (0,0,0,\dots,1,\dots,0,0,0)$ , es decir la función impulso unitario en el centro de la serie. Como se verá en los siguientes ejemplos, entre 10 y 15 iteraciones serán suficientes para alcanzar una solución razonable en trazas sintéticas.

#### EJEMPLOS SINTETICOS

El propósito de los siguientes 4 ejemplos ha sido el de estudiar comparativamente el comportamiento del MED y el MEDLN. En todos los casos se ha considerado como dato sintético la traza formada por la ondícula fuente y la serie reflectora tal como se muestra en la Figura 2.

El primer ejemplo corresponde al caso más sencillo donde la traza no contiene ruido, mientras que a las trazas de las tres pruebas restantes se les ha adicionado 2, 5 y 10% de ruido blanco respectivamente. Este porcentaje representa la potencia del ruido blanco como porcentaje de la potencia de la traza libre de ruido.

Se utilizaron diferentes filtros con longitudes de: 20, 80, 140, 200 y 260 mseg. La determinación de la longitud óptima del filtro (aquella que realice la mejor deconvolución) fue una de las razones que motivó este trabajo. Como se verá en los ejemplos, la elección de la longitud del filtro resulta crítica en algunos casos.

#### Prueba sintética sin ruido

En este modelo se ha considerado la traza libre de ruido. La Figura 3 muestra las trazas deconvolucionadas con un filtro de 80 mseg para ambas normas. Los resultados obtenidos con las otras longitudes de filtros son equivalentes. Diez iteraciones fueron suficientes para alcanzar la solución. La tabla 3 muestra los valores de  $V$  obtenidos para las salidas MED y MEDLN.

#### Pruebas sintéticas con ruido

En la primer prueba con ruido la traza sintética ha sido con-

taminada con 2% de ruido blanco. Puede observarse en las Figuras 4 y 5 que el filtro de 20 mseg resulta inadecuado tanto para el MED como para el MEDLN, mientras que para uno de 80 mseg la deconvolución resulta buena en ambos casos. Se puede apreciar que para filtros cada vez más largos el MED desmejora rápidamente; para longitudes de 200 y 260 mseg la salida ha degenerado en un spike (solución trivial en la que el filtro es la inversa de la traza). El MEDLN obtiene buenas deconvoluciones aun para filtros muy largos, esto implica que la elección de la longitud del filtro no es crítica en este caso.

Las Figuras 6 y 7 corresponden a la prueba con 5% de ruido blanco. La eficacia del MEDLN es mayor en todos los casos que la del MED. Aun para la prueba con 10% de ruido el MEDLN arroja resultados superiores (Figuras 8 y 9).

La Figura 10 muestra los espectros de amplitud normalizados de (a) la traza con 2% de ruido, (b) la salida del MED y (c) la salida del MEDLN, para filtros de 80 mseg (Figuras 4 y 5). Es importante destacar que el espectro correspondiente a la salida MEDLN, tiene a partir de los 50 Hz una mayor atenuación que el de la salida MED. El ruido presente en la salida MED es mayor que en la MEDLN en todos los casos, situación evidente en los espectros de amplitud analizados. Asimismo la pérdida de contenido en frecuencia en el MEDLN no deteriora tanto la deconvolución como la presencia de ruido en el MED.

#### Análisis de la convergencia

Otro de los parámetros a tener en cuenta es el número de iteraciones necesarias para alcanzar la solución de la ecuación (11). El algoritmo de cálculo se interrumpe cuando el número de iteraciones alcanza un número preestablecido (20 para todos los ejemplos), o bien cuando la variación de la norma entre dos iteraciones sucesivas es pequeña. Las Figuras 11 a y 11 b muestran las curvas de convergencia para ambas normas (corresponden a un filtro de 80 mseg). Nótese que en los casos más ruidosos el valor que alcanza  $V$  es menor. En la Tabla 3 se analiza comparativamente el valor de  $V$  para las trazas deconvolucionadas en las cuatro pruebas.

ruido		V MED	V MEDLN
0%	MED	0.360	0.672
	MEDLN	0.197	0.689
2%	MED	0.052	0.333
	MEDLN	0.040	0.392
5%	MED	0.045	0.300
	MEDLN	0.038	0.367
10%	MED	0.043	0.263
	MEDLN	0.034	0.344
serie reflectora sintética		0.385	0.743

Tabla 3 Valores comparativos de ambas normas, con longitudes de filtros de 80 mseg para las distintas pruebas

### CONCLUSIONES

Se presentó una familia de normas capaces de medir la simplicidad de la serie reflectora. En este trabajo se optó por trabajar con las normas MED y MEDLN por ser las de uso más corriente en los paquetes de programas para procesamiento de datos sísmicos.

Se establecieron las siguientes conclusiones:

1. Para trazas sísmicas libre de ruido ambas normas arrojan buenos resultados.
2. Para trazas sísmicas ruidosas la norma MEDLN arroja estimadores más robustos que la MED.
3. La norma MEDLN no es tan sensible a la longitud del filtro como la MED. Este punto es de gran importancia práctica, ya que con la norma MEDLN se reduce la ambigüedad en la elección de la longitud del filtro.

Sería interesante en el futuro establecer algunas conclusiones sobre los siguientes puntos:

1. Existencia de otras normas que se adapten mejor en casos ruidosos.
2. Relación entre la longitud del filtro y de la ondícula para una determinada norma.

### BIBLIOGRAFIA

- Goldman, S., 1968, Information Theory, Dover Publications, Inc., N.Y.
- Ooe, M., and Ulrych, T. J., 1979, Minimum entropy deconvolution with an exponential transformation: Geophysical Prospecting, v.27, p.458-473.
- Oppenheim, A. V., and Schaffer, R. W., 1975, Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Postic, A., Fourmann, J., and Claerbout, J., 1980, Parsimonious deconvolution, presented at the 50th Annual International Meeting, Houston, November 16-20, 1980.
- Robinson, E. A., and Treitel, S., 1980, Geophysical Signal Analysis, Prentice-Hall, Inc., N.J.
- Sacchi, M. D. y Comínguez, A. H., 1989, Consideraciones sobre la deconvolución de la ondícula sísmica mediante la transformación homomórfica logarítmica: GEOACTA, v.16 No.2, p.161-173.
- Ulrych, T. J., 1971, Application of homomorphic deconvolution to seismology: Geophysics, 39, p.650-660.
- Ulrych, T. J., and Bishop, T. N., 1975, Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition, Review of Geophysics and Space Physics, p.183-200.
- Wiggins, R. A., 1977, Minimum entropy deconvolution: Geexpl., v.16, p.21-35.

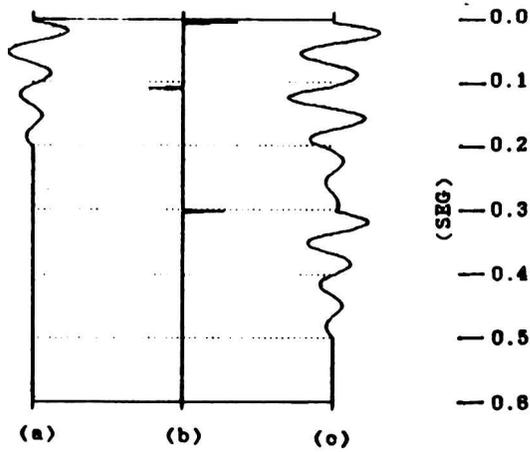


Figura 2. (a) Ondíoula sísmica. (b) Serie de coeficientes de reflexión. (c) Traza sintética.

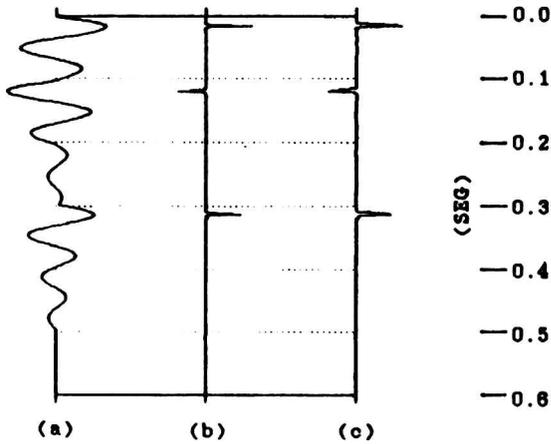


Figura 3. (a) Traza sísmica libre de ruido. (b) Deconvolución MED con operador de 80 mseg. (c) Deconvolución MEDLN con operador de 80 mseg.

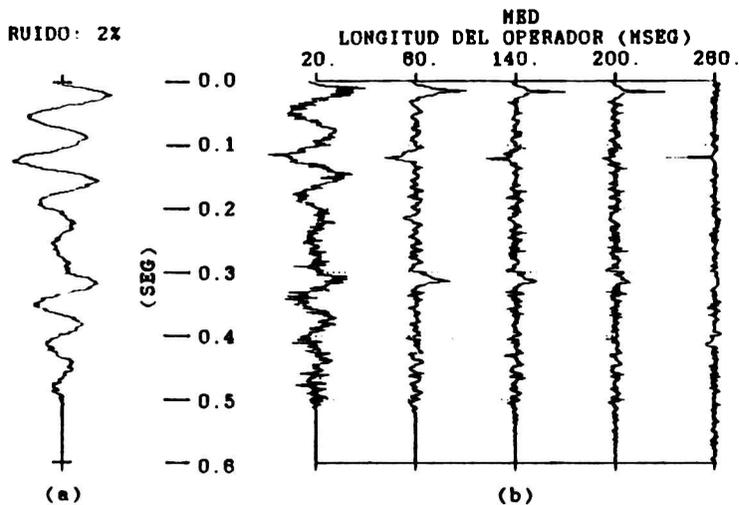


Figura 4. (a) Traza sintética con 2% de ruido. (b) Deconvolución MED con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 mseg.

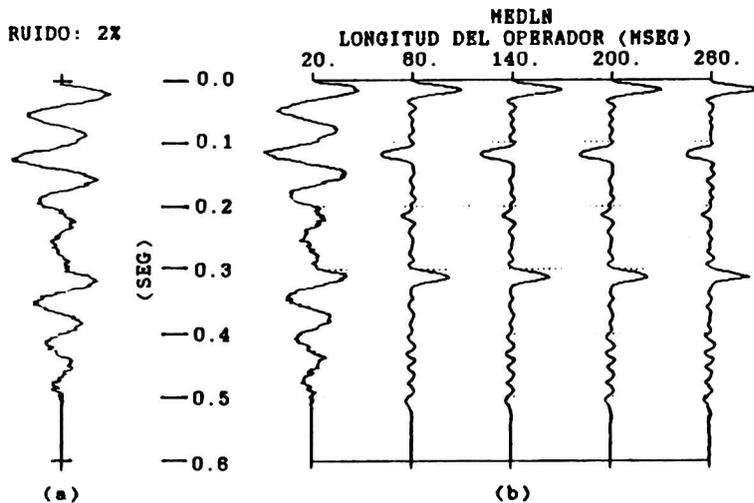


Figura 5. (a) Traza sintética con 2% de ruido. (b) Deconvolución MEDLN con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 mseg.

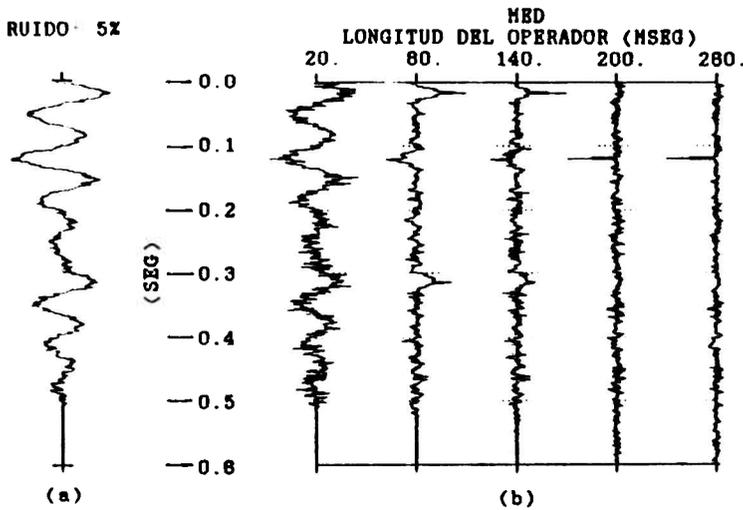


Figura 6. (a) Traza sintética con 5% de ruido. (b) Deconvolución MHD con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 mseg.

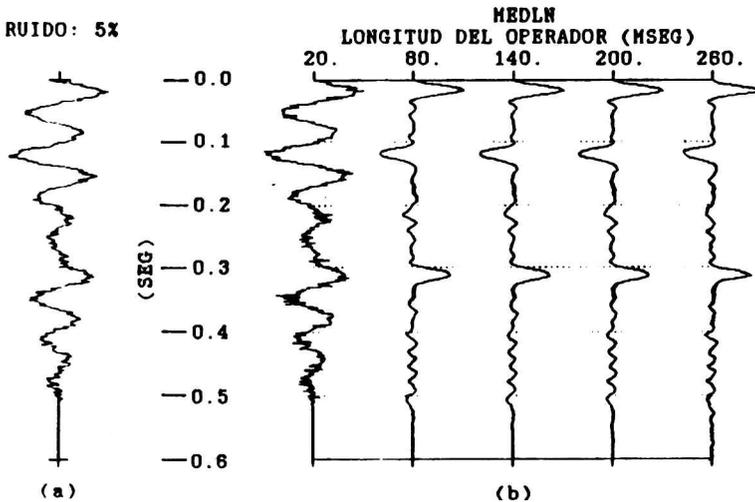


Figura 7. (a) Traza sintética con 5% de ruido. (b) Deconvolución MEDLN con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 mseg.

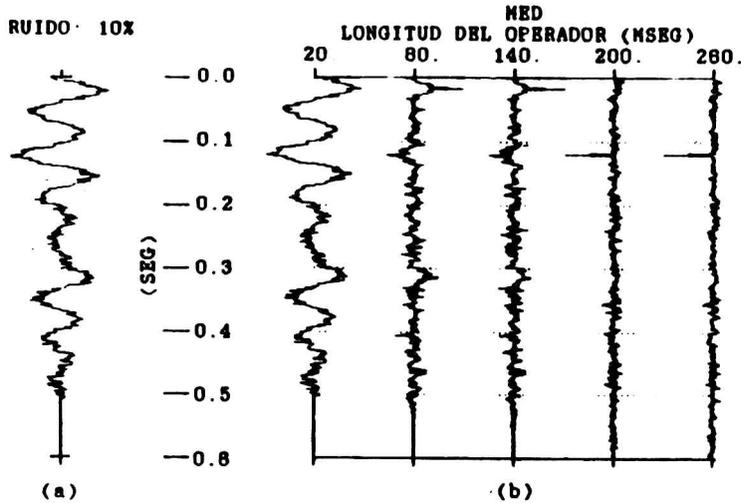


Figura 8. (a) Traza sintética con 10% de ruido. (b) Deconvolución MED con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 msec.

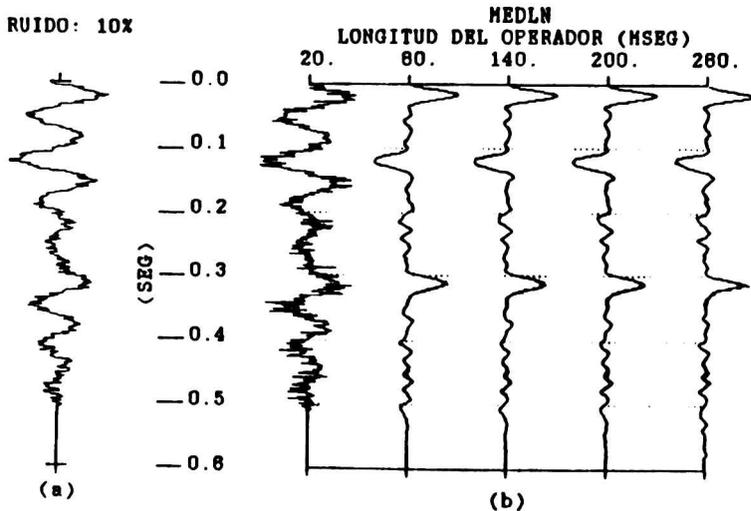


Figura 9. (a) Traza sintética con 10% de ruido. (b) Deconvolución MEDLN con operadores de 20, 80, 140, 200 y 280 msec.

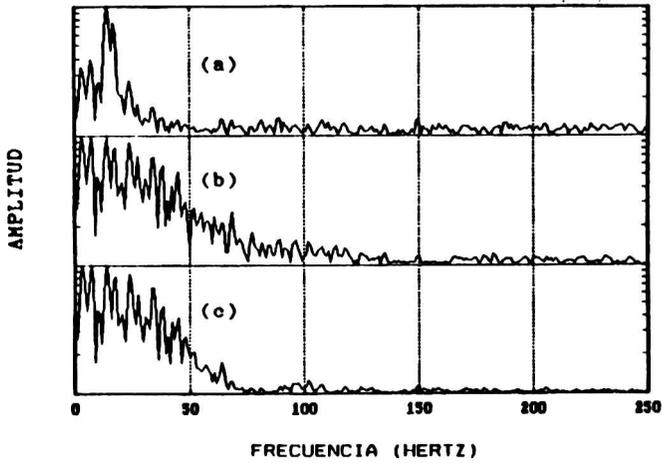


Figura 10. Espectros de amplitud. (a) Traza sísmica con 2% de ruido. (b) Deconvolución MED (Figura 4). (c) Deconvolución MEDLN (Figura 5). Operador de 60 mseg en ambos casos.

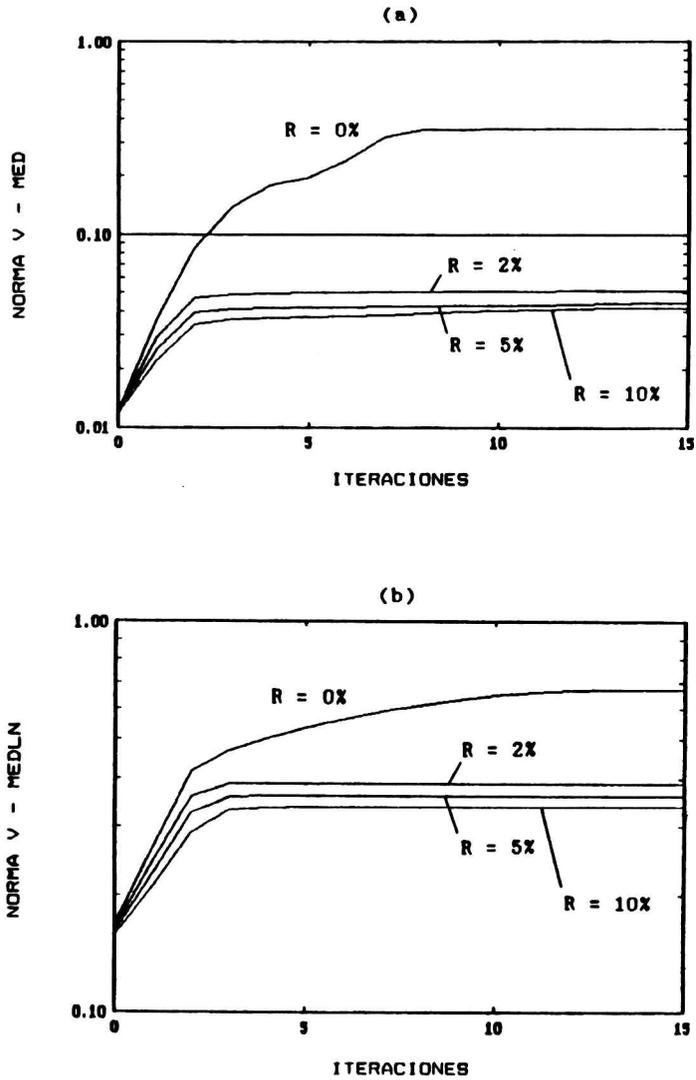


Figura 11. Curvas de convergencia. (a) MED. (b) MEDLN. Operador de 80 mseg en ambos casos. R indica el porcentaje de ruido aditivo de cada prueba