

ANALISIS DE ESTABILIDAD TERMICA DE ARCOS MAGNETICOS CORONALES

THERMAL STABILITY ANALYSIS OF CORONAL LOOPS

D. Gómez*, A. Sicardi Schifino** y C. Ferro Fontán**

* IAFE (CONICET)

** FCEN (UBA)

RESUMEN: Los arcos magnéticos coronales confinan una columna de plasma tenue ($n=10^{10} \text{ cm}^{-3}$) y caliente ($T=10^6 \text{ K}$), cuyos extremos están en contacto con el fluido mucho más denso y frío que constituye la fotosfera. Se analiza la estabilidad lineal de los equilibrios dinámico y térmico de dicho plasma. Se utilizó para ello un formalismo basado en métodos de la termodinámica irreversible, el cual a partir de la estructura de las ecuaciones establece si es posible obtener un principio variacional para el estudio de la estabilidad. En los casos en que esto resulta factible, la teoría construye sistemáticamente dicho principio. Se comparan y discuten las condiciones de estabilidad calculadas en este trabajo con los resultados existentes en la literatura, los cuales fueron obtenidos a partir de métodos standards.

ABSTRACT: The coronal loops confine a low density ($n=10^{10} \text{ cm}^{-3}$) and hot plasma ($T=10^6 \text{ K}$), whose ends interact with the much denser and hotter photospheric fluid. The linear

stability of the dynamical and thermal equilibria of the coronal plasma is analyzed. A formalism based on methods of irreversible thermodynamics was used, which systematically builds up (whenever it is possible) a variational principle for studying the stability. The stability conditions derived in this work are compared with results available in the literature, which were obtained by standard stability methods.

I. INTRODUCCION

Fuesto que el plasma coronal es observado en rayos X blandos durante tiempos muy superiores a los de enfriamiento conductivo o radiativo, el estudio de las soluciones estáticas de la ecuación de balance energético adquiere particular interés.

Varios modelos de equilibrio térmico han sido propuestos (Rosner, Tucker y Vaiana, 1978; Withbroe, 1981). De los mismos, es posible derivar una "ley de escala" que es una relación entre magnitudes medibles, como son la temperatura máxima del loop, la presión y su longitud. Esta ley tiene la ventaja de describir con pocos parámetros las características globales de los loops y de coincidir razonablemente con las correlaciones observadas entre dichos parámetros (Emslie y Machado, 1979). Desafortunadamente esta ley es esencialmente independiente de la tasa de calentamiento del plasma coronal y, en consecuencia, la observación del estado de equilibrio no brinda mayor información acerca de los procesos físicos que producen el calentamiento.

Por otra parte, si bien una solución estática es matemáticamente posible, no será físicamente realizable a menos que sea estable frente a pequeñas perturbaciones. Es un hecho conocido que el decrecimiento con la temperatura de la función de pérdidas radiativas, conduce a evoluciones inestables del plasma coronal. Este hecho puede verse compensado por el efecto estabilizante de la conducción térmica hacia la base de los arcos magnéticos (loops). También la tasa de calentamiento puede desempeñar un papel importante en la estabilidad.

De manera que el hecho observacional de que los loops existan, puede decirnos más acerca del calentamiento coronal (al analizar su estabilidad) que las más precisas observaciones de la estructura térmica de equilibrio (Craig y otros, 1978).

II. BALANCE ENERGETICO

Sea un loop coronal de semilongitud L (ver Figura 1) y sección constante. Las líneas de campo magnético que definen el loop son paralelas al eje z . Las ecuaciones hidrodinámicas adimensionales son:

$$\partial_t n = - \partial_z (nv) \quad , \quad (1)$$

$$d_t v = - \frac{1}{n} \partial_z p + g \quad , \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} d_t p + \frac{5}{2} p \partial_z v = \partial_z (K_0 T^{5/2} \partial_z T) + E - n^2 \psi(T) \quad , \quad (3)$$

donde n es la densidad electrónica (o iónica), T la temperatura, p la presión, v la velocidad, g la gravedad superficial, E la tasa de calentamiento, ψ la función de pérdidas

radiativas y K_0 el coeficiente de conductividad térmica de Spitzer.

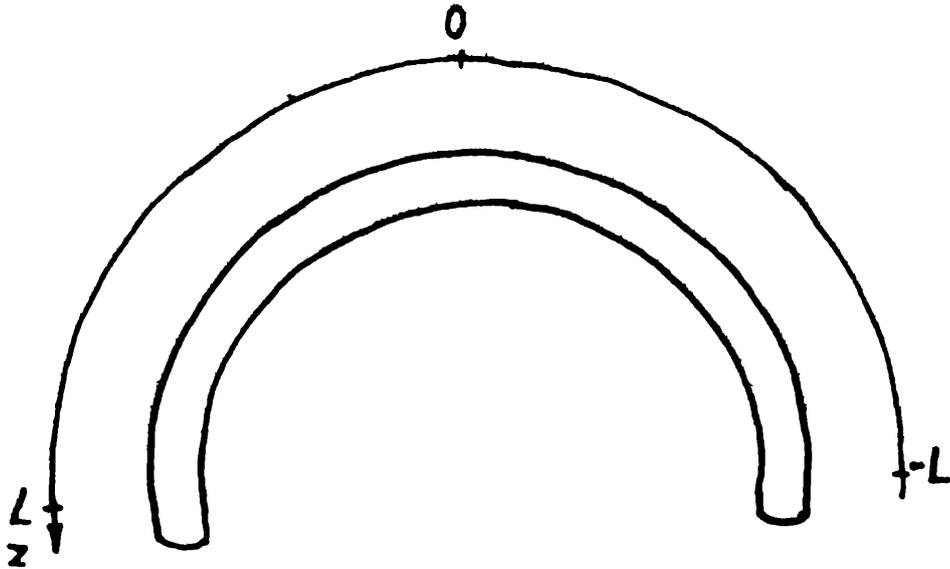


Figura 1: Esquema de un arco magnético coronal.

Estas ecuaciones se complementan con la ecuación de estado:

$$p = 2nT. \quad (4)$$

Puesto que la escala de alturas (distancia típica de decaimiento de la presión en equilibrio hidrostático) es en la corona superior al tamaño del loop, es usual suponer que la presión a lo largo del loop se mantiene constante. Bajo esta aproximación, las ecuaciones (1)-(4) se reducen, en el caso estático, a una ecuación diferencial de segundo orden para la temperatura. En la Figura 2 se muestra esquemáticamente el comportamiento de las distintas cantidades en el equilibrio. Se observa que la temperatura presenta una muy

delgada región de transición, mientras que la corona es prácticamente isoterma. Este comportamiento se debe a la marcada no linealidad del término de flujo conductivo.

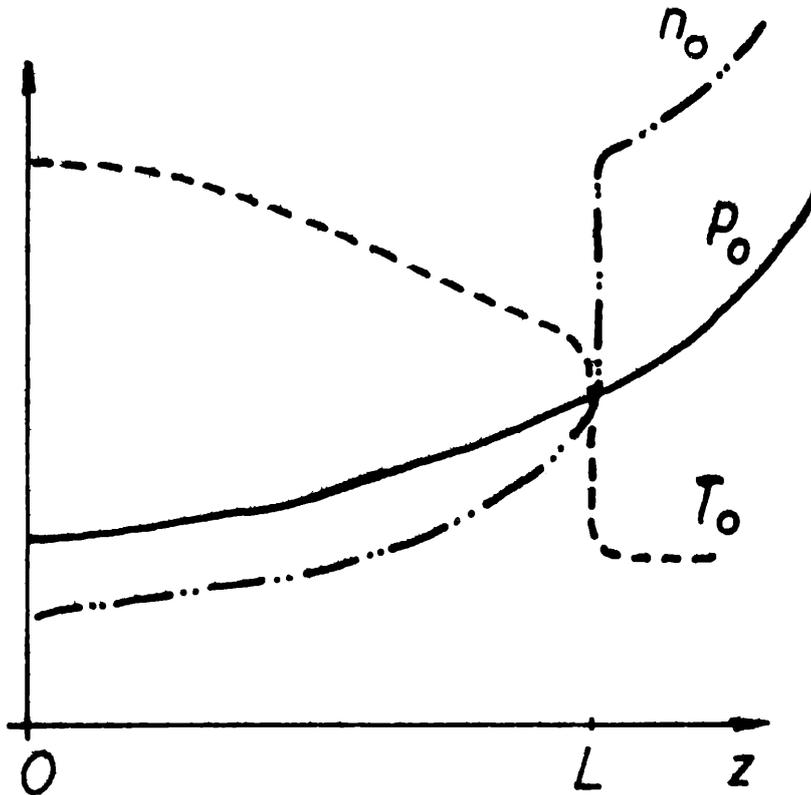


Figura 2: Comportamiento cualitativo de la densidad (n_0), presión (p_0) y temperatura (T_0) de equilibrio.

Promediando espacialmente estas ecuaciones, se obtienen las mencionadas leyes de escalas:

$$n_{11} = 0.84 T_7^2 \cdot L_{10}^{-1} \quad , \quad (5)$$

$$E = 0.47 T_7^{7/2} \cdot L_{10}^{-2} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}} \quad (6)$$

donde: $T_7 = \frac{T}{10^7 K}$, $n_{11} = \frac{n}{10^{11} \text{cm}^{-3}}$, $L = \frac{L}{10^{10} \text{cm}}$

III. ANALISIS DE ESTABILIDAD

La estabilidad lineal de equilibrios estáticos de loops coronales ha sido investigada por varios autores, pero con diferentes conclusiones. Antiochos (1979) halló que los loops térmicamente aislados -es decir con flujo conductivo nulo en las bases- son inestables. Resultados similares fueron obtenidos por Hood y Priest (1980). En cambio Chiuderi y otros (1981) y Mc Clymont y Craig (1985a-b) encuentran que los modelos son estables o muy débilmente inestables. El origen de esta diferencia radica en las condiciones de contorno que se impongan en la base de los loops. El correcto acoplamiento entre el plasma coronal y el plasma cromosférico es un problema complejo que aún no ha sido resuelto. Dicho acoplamiento produce un efecto estabilizante a través de un proceso conocido como "evaporación cromosférica". Dicho proceso consiste esencialmente en que al aumentar la temperatura coronal se produce un incremento de flujo conductivo hacia las bases, originando una expansión del plasma cromosférico hacia la corona. El aumento de la densidad coronal implica un incremento de las pérdidas radiativas, lo que contribuye a detener el crecimiento original de la temperatura. Análogamente, puede verse que el proceso inverso ("condensación cromosférica") estabiliza los decrecimientos de temperatura.

Kuin y Martens (1982), a partir de un modelo fenomenológico del proceso de evaporación-condensación, hallaron que bajo ciertas condiciones el sistema presentaba un nuevo estado de equilibrio estable. Este nuevo equilibrio es un ciclo límite en el diagrama densidad-temperatura, como muestra

la Figura 3. La validez de este modelo ha sido discutida por Craig y Shculkes (1985) y la crítica fundamental es que la ecuación que modela la evaporación es fenomenológica y no proviene espontáneamente de las ecuaciones hidrodinámicas.

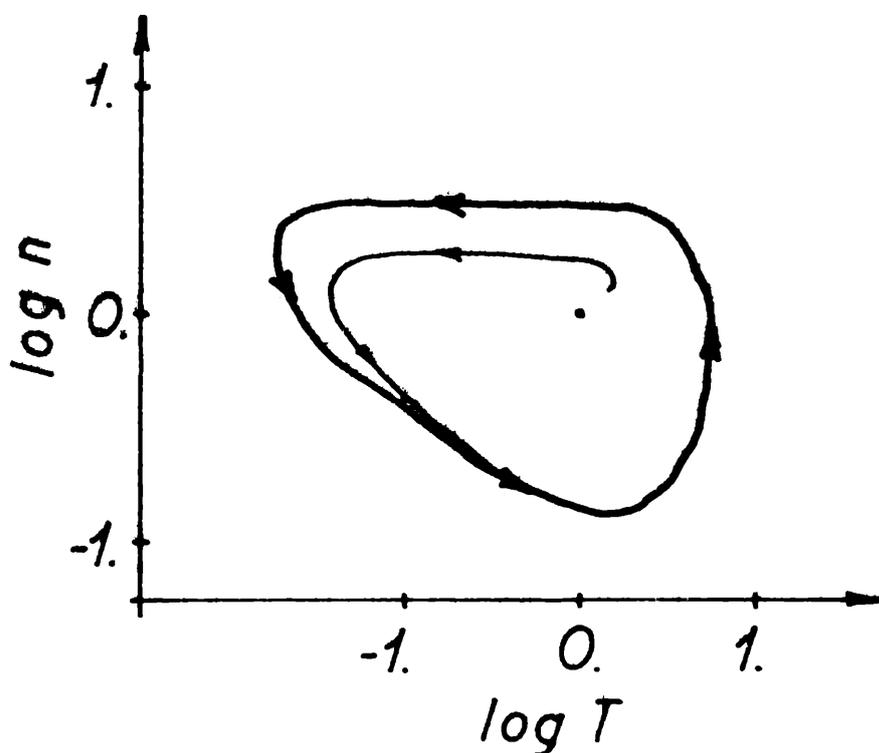


Figura 3: Ciclo límite en el diagrama densidad-temperatura (Kuin y Martens, 1982).

Es nuestro interés analizar el sistema de ecuaciones de Kuin y Martens (1982), poniendo de manifiesto cuales son las hipótesis que se deben imponer a un modelo hidrodinámico para obtener el sistema de ecuaciones de estos autores.

Puesto que los tiempos característicos de relajación dinámica y conductiva resultan muy inferiores al de enfriamiento radiativo (ver Kuin y Martens, 1982), podemos suponer que la densidad y la temperatura son esencialmente

uniformes en la corona. De acuerdo con esto promediamos espacialmente las ecuaciones (1)-(3) y obtenemos respectivamente:

$$d_t n = - \frac{n V_L}{L} \quad , \quad (7)$$

$$J_t V = 0 \quad , \quad (8)$$

$$\frac{3}{2} d_t p = - \frac{5}{2} \frac{p V_L}{L} - \frac{F_L}{L} + \epsilon - n \psi (T) \quad , \quad (9)$$

donde

$$F_L = \frac{K T_0^{5/2}}{\Delta} (T - T_0) \quad , \quad \tau = E - \frac{K T_0^{7/2}}{\Delta \cdot L} \quad , \quad \text{= ancho de región de transición}$$

Observamos la presencia de términos que dependen de las cantidades promedio n y T , y otros que dependen de cantidades evaluadas en $z=L$. El valor de estas últimas solo puede averiguarse proponiendo un modelo hidrodinámico de la región de transición. El modelo de Kuin y Martens equivale a suponer que la ecuación de energía en dicha región es simplemente el equilibrio entre una fracción del flujo conductivo y el flujo de entalpía. Es decir:

$$- \frac{5}{2} \frac{p V_L}{L} = f \frac{F_L}{L} \quad (10)$$

Bajo esta hipótesis, las ecuaciones (7) y (9) resultan:

$$\dot{v} = 1 - v^2 \cdot \tau^{-\gamma} - B \cdot (\tau - 1) \quad , \quad (11)$$

$$\dot{\tau} = A(\tau - 1) \quad , \quad (12)$$

donde $v = \frac{n}{n_0}$, $\tau = \frac{T}{T_0}$, $A = \frac{3f}{5} \alpha$, $B = (1 - \frac{2f}{5}) \alpha$

$$\alpha = \frac{K_0 T_0^{7/2}}{\Delta.L.\epsilon} , \quad \psi(T) = \psi_0 T^{-\gamma} , \quad \tau = \frac{3p_0}{2\epsilon} d_t \tau$$

Este sistema de ecuaciones difiere del de Kuin y Martens, e incluso del de Craig y Schulkes, en el hecho de que ellos no consideraron consistentemente los términos de flujo en la ecuación de energía. Esto se refleja en los distintos valores de los coeficientes A y B para los distintos modelos:

KM	$A = f\alpha$	$B = \alpha$
CS	$A = f\alpha$	$B = f\alpha$
NOS	$A = \frac{3}{5} f\alpha$	$B = (1 - \frac{2}{5} f)\alpha$

Las ecuaciones (11)-(12) en el caso $\gamma = 1$ (valor típico para 10^6 K) pueden reescribirse (cambiando variables) en términos de funciones polinómicas:

$$\dot{x} = A \left[x+y+2x^2+3xy+x^3+3x^2y+x^3y \right] , \quad (13)$$

$$\dot{y} = (1+x)(1+y) \left[2y+y^2-D(x+y+xy) \right] , \quad (14)$$

donde $x = \frac{1}{v} - 1$, $y = \frac{v}{\tau} - 1$,

$$D = 1 + A + B.$$

De la versión linealizada de estas ecuaciones obtenemos los autovalores:

$$\lambda_{1,2} = \xi \pm i\omega, \quad \xi = \frac{1-B}{2}, \quad \omega = \sqrt{2A - \frac{(1-B)^2}{4}} \quad (15)$$

de manera que la condición de estabilidad del equilibrio estático es:

$$B > 1, \quad (16)$$

que es diferente para los distintos autores en virtud de las diferentes definiciones de B. En (15) se advierte además que los dos grados de libertad del problema se vuelven simultáneamente inestables y que el crecimiento de la inestabilidad va acompañado de un movimiento orbital en el plano n.T. Esto se debe a la parte imaginaria no nula de los autovalores y es característico de las bifurcaciones hacia ciclos límites.

Hemos hallado también la función de Lyapunov del problema lineal (Figura 4), usando técnicas de la moderna termodinámica irreversible (Lavenda 1978, 1985). Dichas técnicas han sido recientemente aplicadas a la física del plasma (Sicardi Schifino 1984; Sicardi Schifino y Ferro Fontán 1985, 1987a,b) y también a problemas astrofísicos (Costa, Sicardi Schifino y Ferro Fontán 1987a,b). El sistema (13)-(14) puede equivalentemente escribirse como:

$$R\psi + S\dot{\psi} = 0, \quad (17)$$

donde

$$\psi = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad R = (1-B) \begin{pmatrix} 1-B & -A \\ A & 0 \end{pmatrix}; \quad S = -A(1-B) \begin{pmatrix} A+2 & A \\ A & A \end{pmatrix}$$

La ecuación (17) puede interpretarse como una ecuación de regresión de Ongader (Lavenda 1978) generalizada lejos del equilibrio termodinámico (razón por la cual la matriz R no es hermitica), es decir, como un balance entre fuerzas y flujos. Entonces la disipación del sistema es:

$$\Psi = \frac{1}{2} \dot{\psi} \cdot R \dot{\psi} = \frac{1}{2} (1-B)^2 \dot{x}^2 = \frac{1}{2} (1-B)^2 \frac{\dot{v}^2}{v^4}, \quad (18)$$

que es una cantidad positiva por ser R^H semidefinida positiva, mientras que el exceso de energía libre es:

$$\delta^2 \eta = \frac{1}{2} \psi \cdot s\psi = A(B-1) \left[A(x+y)^2 + 2x^2 \right], \quad (19)$$

que es una función de Lyapunov del problema. En efecto,

$$\delta^2 \dot{\eta} = \frac{1}{2} \left(\dot{\psi} \cdot s\psi + \psi \cdot s\dot{\psi} \right) = -2\psi \leq 0 \quad (20)$$

y la condición de estabilidad es que $\delta^2 \eta \geq 0$ o sea $B > 1$, que coincide con (16).

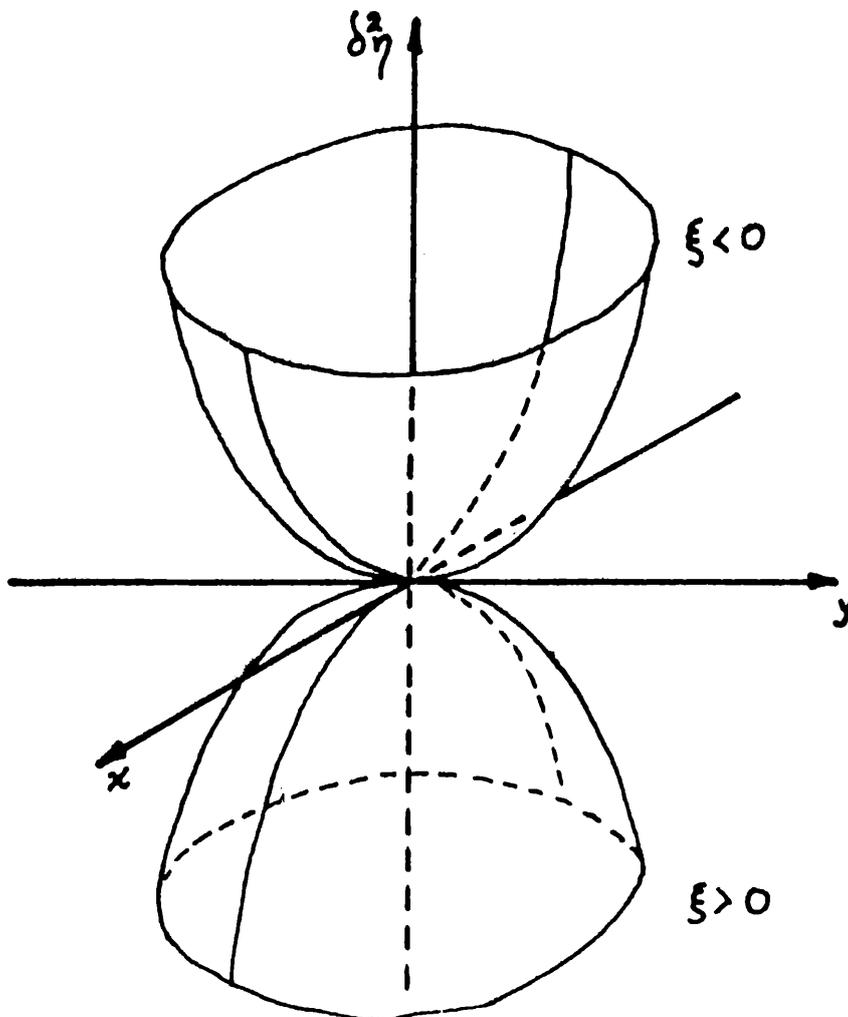


Figura 4: Función de Lyapunov en los casos $\xi > 0$ y $\xi < 0$.

IV. CONCLUSIONES

Hemos revisado aquí modelos existentes de estabilidad térmica de la corona solar (KM, 82; CS, 85) y encontrado diferencias respecto de un tratamiento consistente de las ecuaciones hidrodinámicas.

Estamos actualmente trabajando en la extensión no lineal del análisis de estabilidad descripto y confiamos, entre otras cosas, obtener (de la función de Lyapunov no lineal) el ciclo límite calculado numéricamente por Kuin y Martens (Fig. 3). Es necesario además revisar la hipótesis (10) que corresponde al acoplamiento entre la corona y la cromósfera a través de la región de transición.

REFERENCIAS

- Antiochos, S. 1979, Ap. J. 232, L125.
- Chiuderi, C.; Einaudi, G. y Torricelli-Ciamponi, G. 1981, A.A. 97, 27.
- Costa, A.; Sicardi Schifino, A. y Ferro Fontán, C. 1987a, Bol. A.A.A. 32, 80.
- Costa, A.; Sicardi Schifino, A. y Ferro Fontán, C. 1987b, enviado a Ap. J.
- Craig, I.; McClymont, A. y Underwood, J. 1978, A. A. 70, 1.
- Craig, I. y Schulkes, R. 1985, Ap. J. 296, 710.
- Emslie, A. y Machado, M. 1979, Center for Astrophysics, Preprint N° 1034.
- Hood, A. y Priest, E. 1980, A. A. 87, 126.
- Kuin, A. y Martens, P. 1982, A. A. 108, L1.
- Lavenda, B. 1978, "Thermodynamics of irreversible processes" (Mc Millan Press).

- Lavenda, B. 1985, "Nonequilibrium statistical thermodynamics" (J. Wiley and Sons).
- Mc Clymont, A. y Craig, I. 1985a, Ap. J. 289, 820.
- Mc Clymont, A. y Craig, I. 1985b, Ap. J. 289, 834.
- Rosner, R.; Tucker, W. y Vaiana, G. 1978, Ap. J. 220, 643.
- Sicardi Schifino, A. 1984, Tesis Doctoral (U.B.A.).
- Sicardi Schifino, A. y Ferro Fontán, C. 1985, Phys. Lett. 113A, 263.
- Sicardi Schifino, A. y Ferro Fontán, C. 1987a, enviado a Phys. Lett.
- Sicardi Schifino, A. y Ferro Fontán, C. 1987b, enviado a Z. Naturforschung A.
- Withbroe, G. 1981, in "Solar Active Regions", Colorado Ass. Univ. Press (ed. F. Orrall).