

## MODELO DE CIRCULACION DE BRISA DE MAR Y TIERRA

JUAN A. RODRIGUEZ, JOSE L. AIELLO (\*) y JUAN C. LABRAGA

Departamento de Meteorología, Facultad de Ciencias Exactas  
y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Se obtiene una solución numérica para la Temperatura potencial y la Velocidad a partir de una teoría dinámica de la circulación de brisa de mar y tierra. Los resultados obtenidos a lo largo de 16 horas de integración reproducen adecuadamente las características observadas en este sistema de circulación.

A numerical solution for Potential temperature and Velocity is obtained from a dynamical theory of sea and land breeze circulation. Results after sixteen hours of integration adequately reproduce the characteristics observed in this circulation system.

(\*) Ex-Comisión Nacional de Estudios Geo-Heliofísicos.

## INTRODUCCION

El objeto de un modelo de circulación de brisa de mar y tierra es reproducir la evolución en el tiempo de los campos de las variables meteorológicas (tales como: viento, temperatura, presión, etc.) producida esencialmente por efecto de un diferente calentamiento diario entre el mar y la tierra.

En este caso particular, las variables descriptas son: Los campos de movimiento vertical y horizontal y el de temperatura potencial. Los primeros ensayos de resolución del sistema físico que gobierna la circulación de brisa de mar y tierra fueron de carácter analítico y por ende los distintos trabajos efectuados comprendían una serie de simplificaciones que hicieran matemáticamente tratable el sistema de ecuaciones resultante. Tal vez la más importante de éstas haya sido la omisión de los términos advectivos (Haurwitz, 1947; Defant 1951).

La resolución mediante métodos numéricos permitió la incorporación de estos términos no lineales y retener su importante efecto sobre la circulación.

## ECUACIONES QUE DESCRIBEN EL MODELO

El sistema de coordenadas usado fue definido de la siguiente manera: x, horizontal normal a la costa dirigido del mar hacia la tierra; z, vertical hacia arriba e y horizontal paralela a la costa formando una terna directa con los anteriores.

La circulación de brisa de mar y tierra está gobernada por las siguientes ecuaciones

Ecuación de Continuidad

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1)$$

donde u, v y w son las componentes de la velocidad a lo largo de los ejes x, y, z y  $\rho$  la densidad del aire.

Ecuaciones de movimiento

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (4)$$

donde f es el parámetro de Coriolis,  $K_m$  el coeficiente de difusión turbulenta de momento, g la aceleración de la gravedad y p la presión.

Ecuación de energía

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -V \cdot \nabla \theta + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (5)$$

donde  $\theta$  es la temperatura potencial y  $K_h$  el coeficiente de difusión turbulenta de calor.

### HIPOTESIS DEL MODELO

Se consideró una costa recta e infinita y variaciones nulas de las variables meteorológicas en la dirección  $y$ . Con estas suposiciones y considerando el fluido incompresible la ecuación (1) se reduce a:

$$-\frac{\partial v}{\partial y} = 0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (6)$$

Como consecuencia se deduce el carácter bidimensional del flujo y la posibilidad de definir una función corriente  $\psi$ , siendo:

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad w = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7)$$

De las ecuaciones (2) y (3) y mediante consideraciones de escala se obtiene la ecuación para la vorticidad alrededor del eje  $y$  (Fisher, 1961):

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -V \cdot \nabla (\nabla^2 \psi) - f \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \frac{1}{\rho^*} K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (8)$$

donde:  $\rho^*$  es la densidad media para el volumen considerado.

No conociéndose exactamente la relación entre  $K_h$  y  $K_m/\rho^*$  y considerando que los datos observacionales indican un valor generalmente cercano a la unidad, se los supuso iguales y variando con la altura. La Figura 1 muestra la curva que se construyó tomando datos de varias mediciones (Fisher, 1961).

### ESQUEMA NUMERICO DE RESOLUCION

Se escribieron las ecuaciones que describen el modelo en diferencias finitas utilizando un reticulado con distancias entre nodos variables:

En el eje  $x$ : 64, 32, 16, 8, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 8, 16, 32, 64 (Km.)

En el eje  $z$ : 15, 25, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560 (m)

La costa se encuentra en el nodo central sobre el eje  $x$ .

Se tomaron las derivadas espaciales centradas, salvo en los términos advectivos donde se consideraron corriente arriba para evitar la formación de ondas espúreas.

Las diferencias temporales se tomaron centradas (salvo para el primer intervalo de tiempo que fueron adelantadas) aplicándose corrección trapezoidal que se caracteriza por provocar escasa modificación de los modos físicos y un efectivo amortiguamiento del modo computacional. (Kurihara, 1965)

El procedimiento de cálculo usado fue el sugerido por Fisher (1961) y se describe a continuación:

Como primera aproximación se resolvió la Ecuación (8) sin incluir el término de difusión, esto permitió usar un intervalo de tiempo de 90 segundos.

Se invirtió el Laplaciano mediante relajación secuencial obteniéndose la función corriente  $\psi$ .

Usando la Ecuación (7) se obtuvo la primera aproximación para la componente  $u$  de la velocidad.

Se efectuó una corrección a este valor utilizando de la Ecuación (2) exclusivamente el término de difusión integrando cada 7,5 segundos hasta completar los 90 segundos.

Integrando respecto de  $z$  el valor de  $u$  así obtenido se recuperó la función corriente.

Usando la Ecuación (7) se obtuvo  $w$ .

Se obtuvo una primera aproximación de  $v$  integrando la Ecuación (3) a 90 segundos omitiendo el término de difusión.

Del mismo modo que se hizo para la componente  $u$ , se efectuó una corrección integrando el término de difusión cada 7,5 segundos hasta completar los 90 segundos.

Finalmente se integró la Ecuación (5) cada 7,5 segundos hasta completar 90 segundos y se obtuvo la temperatura potencial.

Este procedimiento se continuó hasta un lapso de 16 horas.

#### CONDICIONES INICIALES

Se supuso la atmósfera inicialmente en reposo y con la siguiente estratificación de temperatura potencial:

$z$ (m)	0	15	40	80	160
(°K)	293,35	293,55	293,75	294,15	294,95
$z$ (m)	320	640	1280	2560	5120
(°K)	296,55	298,00	299,66	302,16	307,16

#### CONDICIONES DE CONTORNO

En los bordes inferior y laterales  $u$ ,  $v$  y  $w$  se consideraron nulas.

En el borde superior  $u$  y  $v$  se tomaron nulas y se admitió variación de  $w$ .

La temperatura potencial en superficie se mantuvo constante sobre el mar (primeros 7 nodos de reticulado) y según Kuo (1968) se tomó sobre la tierra (últimos 7 nodos del reticulado):

$$\theta(t) = \theta(0) + 0,5 \cdot (1,53864 + (10 + x/10^4)) \cdot \sin(15t + 6) + 3,4 \cdot \sin(30t + 310)$$

Sobre el nodo 8 (central) que corresponde a la costa la temperatura potencial se tomó como promedio entre la del mar y la obtenida de esta última expresión.

#### DISCUSION DE LOS RESULTADOS

La integración comenzó a las 7 hora local. Las figuras 2 y 3 presentan dos cortes verticales después de dos horas mostrando claramente el comienzo de la circulación de la brisa de mar.

La configuración de la temperatura potencial pone de manifiesto la difusión vertical de calor desde la tierra. Tanto la dirección del viento como la distribución de zonas de ascenso y de descenso se corresponden con las observaciones disponibles; el fenómeno alcanza una altura de 1 km.

Las figuras 3 y 4 corresponden al instante de máxima intensidad de la brisa de mar que se alcanza a las 7 horas de integración.

El campo de  $u$  muestra un máximo de 3,6 m/seg alrededor de 300m de altura y 15 Km tierra adentro. La circulación opuesta se encuentra a 1.200m de altura con un valor máximo de 1,36 m/seg.

En la componente  $v$  se puede apreciar bien el efecto de la rotación de la tierra. Las zonas de ascenso y de descenso abarcan ahora regiones mayores. El máximo de descenso (6,4 cm/seg) se encuentra casi sobre la costa y a unos 400m de altura, mientras que el de ascenso (3,9 cm/seg) 30 Km tierra adentro y a 800m de altura.

La distribución de la temperatura potencial pone en evidencia el efecto de la advección de calor.

Las figuras 6 y 7 muestran después de 16 horas de integración el comienzo de la circulación de brisa de tierra. En la figura 6 se puede observar una configuración similar y opuesta a la de la Figura 2. La altura que alcanza esta circulación es ahora menor (600m) como es de esperar dada la inversión de temperatura en las capas bajas de la atmósfera que puede observarse en la Figura 7.

En cuanto a la componente  $v$  se puede ver en la misma región que la inversión del sentido de la circulación se traduce ahora en valores casi nulos de esta componente de la velocidad, perdurando a mayor altura algunas celdas que todavía mantienen la anterior circulación.

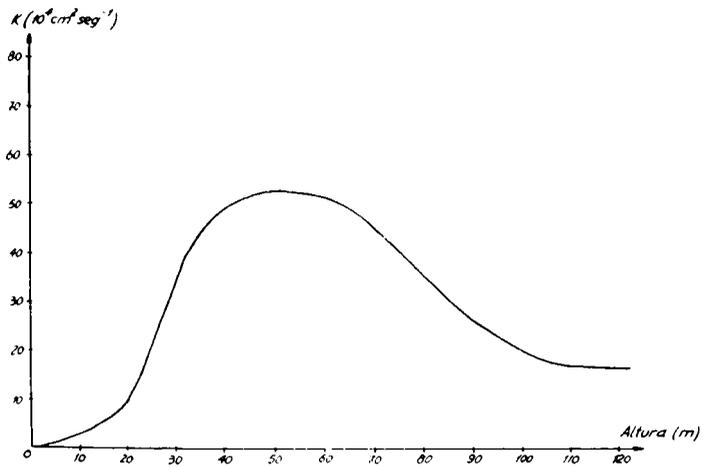


Figura 1: Coeficiente de difusión en función de la altura.

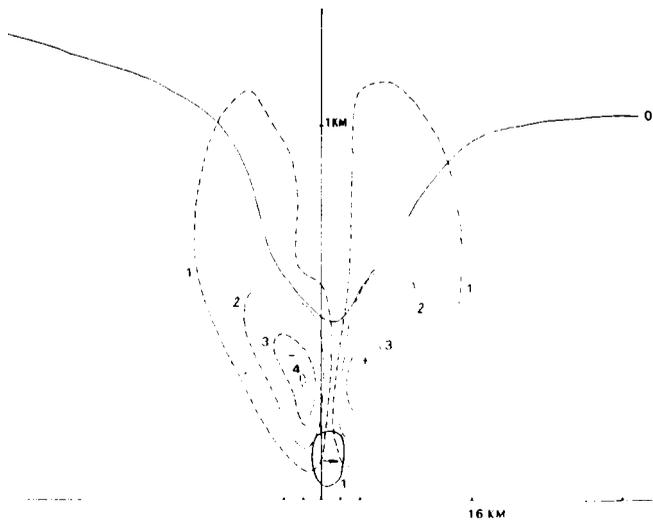


Figura 2: Velocidades  $u$  (horizontal normal a la costa en m/seg) y  $w$  (vertical, en línea punteada, en cm/seg) después de 2 horas.

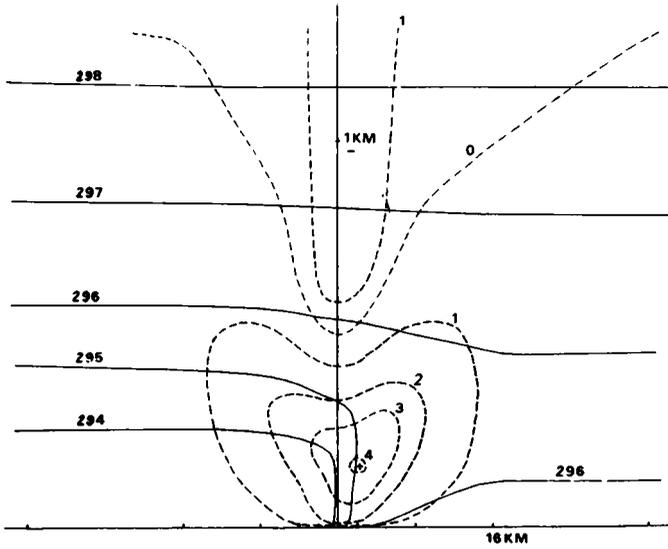


Figura 3: Velocidad  $v$  (horizontal paralela a la costa, en línea punteada, en cm/seg) y temperatura potencial ( $^{\circ}$ K).

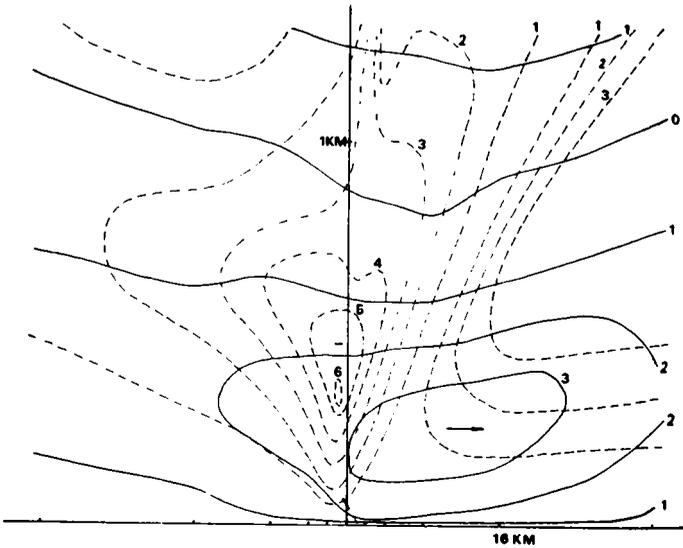


Figura 4: Velocidades  $u$  (horizontal normal a la costa en m/seg) y  $w$  (vertical, en línea punteada, en cm/seg) después de 7 horas.

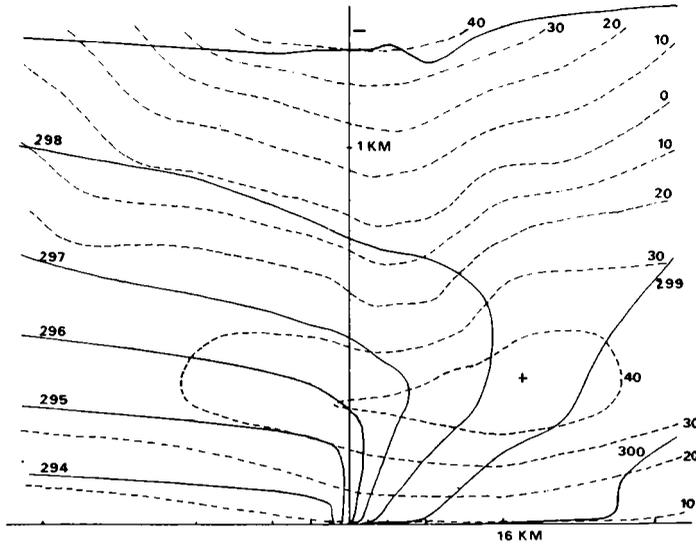


Figura 5: Velocidad  $v$  (horizontal paralela a la costa, en línea punteada, en cm/seg) y temperatura potencial ( $^{\circ}$ K).

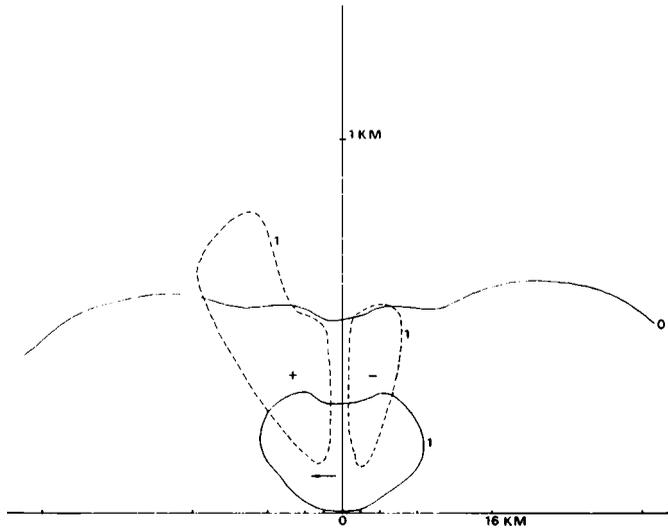


Figura 6: Velocidades  $u$  (horizontal normal a la costa en m/seg) y  $w$  (vertical, en línea punteada, en cm/seg) después de 15 horas.

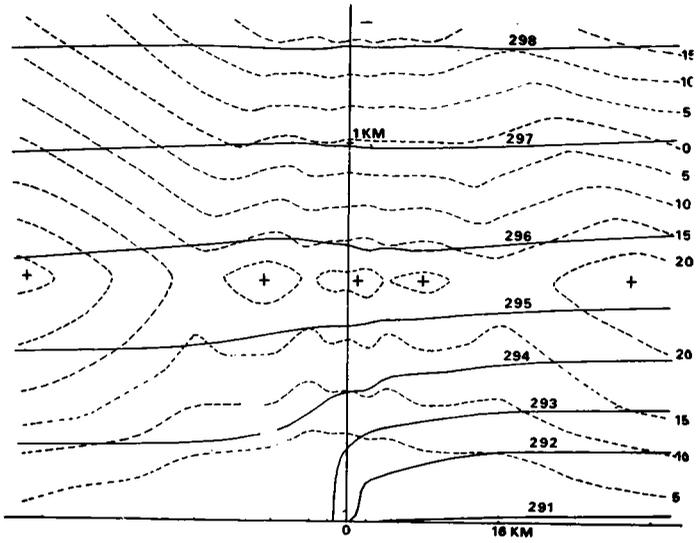


Figura 7: Velocidad  $v$  (horizontal paralela a la costa, en línea punteada, en cm/seg) y temperatura potencial ( $^{\circ}\text{K}$ ).