GEOACTA, vol. 11, n. 2 (Junio de 1982), pág 15 a 28

LONGITUD DE RUGOSIDAD PARA EL CALOR EN CONDICIONES DE ESTABILIDAD ATMOSFERICA

Nicolás A. Mazzeo (*), Angélica S. Goldberg, Alicia B. de Garín,
María E. Guichandut, Jesús M. Gardiol.
Departamento de Meteorología
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

RESUMEN

Los coeficientes "volumétricos" de transporte para el calor dependen de la longitud de rugosidad respectiva. Esta longitud está definida como la altura en que la temperatura del aire adquiere el mismo valor que la de superficie terrestre cuando el perfil térmico vertical es extrapolado hacia niveles inferiores. El proceso que condiciona esta altura es fundamentalmente de origen molecular. En este trabajo, en base a distintas ecuaciones, se estiman las longitudes de rugosidad para el calor en diferentes condiciones de estabilidad atmosférica utilizando los datos observacionales del Project Prairie Grass llevado a cabo en O'Neill, Nebraska (EEUU) en 1958. Se encuentra la relación entre esta longitud y el parámetro de estabilidad atmosférica de Monin-Obukhov, y se comparan los valores provenientes de la aplicación de las diferentes ecuaciones.
Se encuentra que la longitud de rugosidad para el calor es potencialmente inversa al incremento de la estabilidad atmosférica.

ABSTRACT

The volumetric coefficients for the trasportation of heat depend on the respective roughness length.
This length is defined as the height in which air temperature reaches the same value as that of the surface when the vertical temperature profile is extrapolated to the lower levels.
The process which conditions this height is mainly of molecular origin.
In this paper, having as a base different equetions, we can estimate the roughness lengths for heat in different stable atmospheric conditions, using the observational facts (information) of the Project Prairie Grass carried out in O'Neill, Nebraska (USA) in 1958.
A functional relation is found between this length and the Monin - Obukhov atmospheric stability parameter and the values resulting from the application of the different equations are compared.
It is then obtained that the roughness length for heat is potencially inverse to the increase of the atmospheric stability.

(*) Miembro de la Carrera del Investigador Científico del CONICET.

INTRODUCCION

De los principales métodos que agrupan las expresiones destinadas a la estimación de los flujos turbulentos verticales de momento, calor y vapor de agua (Mazzeo y otros, 1980), el que utiliza los coeficientes "volumétricos" de transporte incluye en sus expresiones las longitudes de rugosidad respectivas.
Los flujos turbulentos están definidos, de acuerdo con este procedimiento, de la siguiente manera:

$$F_M = \rho_m D_M (\bar{u}_z - \bar{u}_s)^2$$
$$F_H = -C_p \rho_m D_H (\bar{u}_z - \bar{u}_s)(\bar{T}_z - \bar{T}_s) \qquad (1)$$
$$F_E = -L^* \rho_m D_E (\bar{u}_z - \bar{u}_s)(\bar{q}_z - \bar{q}_s)$$

donde:

F_M, F_H, F_E son los flujos turbulentos verticales de momento, calor y vapor de agua respectivamente,
ρ_m es la densidad del aire,
$\bar{u}_z$ es la velocidad media del viento a la altura z,
$\bar{u}_s$ es la velocidad media de la superficie,
C_p es el calor específico isobárico,
$\bar{T}_z$ es la temperatura media absoluta del aire, a la altura z,
$\bar{T}_s$ es la temperatura media absoluta del aire adyacente a la superficie,
L^* es el calor latente de evaporación,
$\bar{q}_z$ es la humedad específica del aire, a la altura z,
$\bar{q}_s$ es la humedad específica del aire a nivel del suelo,
D_M, D_H, D_E son los coeficientes volumétricos de transporte para el momento, calor y vapor de agua respectivamente,

Considerando e integrando las funciones de semejanza de Monin-Obukhov (Haugen, 1973) resultan las siguientes expresiones:

$$\bar{u} - \bar{u}_s = \frac{u_{*o}}{k}\left[\ln\frac{z}{z_o} - \psi_M\left(\frac{z}{L}\right)\right]$$
$$\bar{T}_s - \bar{T} = \frac{F_H}{C_p \rho_m k u_{*o}}\left[\ln\frac{z}{z_T} - \psi_H\left(\frac{z}{L}\right)\right]$$
$$\bar{q}_s - \bar{q} = \frac{E}{L^* \rho_m k u_{*o}}\left[\ln\frac{z}{z_V} - \psi_V\left(\frac{z}{L}\right)\right] \qquad (2)$$

donde

u_{*o} es la velocidad de fricción o característica en superficie
k es la constante de von Kárman,
z es el eje vertical

$L = -\frac{u_{*o}^3}{k\beta Q_3}$ es la longitud de Monin-Obukhov,
$Q_3 = \frac{F_H}{C_p \rho_m}$ es el flujo vertical de temperatura,
z_T es la longitud de rugosidad para el calor
$\beta = g/T_m$ es el parámetro de empuje térmico,
g es la aceleración de la gravedad,
T_m es la temperatura absoluta típica del aire,
Q_3 es el flujo vertical de calor,
z_o es la longitud de rugosidad para el momento,
z_V es la longitud de rugosidad para el vapor de agua,
E es el flujo vertical de vapor de agua.
ψ_M, ψ_H, ψ_V son funciones de la estabilidad de la atmósfera que estiman las desviaciones respecto de la neutralidad que corresponden a las variaciones verticales de la velocidad, de la temperatura y del vapor de agua.

Combinando (1) y (2) resulta:

$$D_M = \left\{ k \Big/ \left[\ln \frac{z}{z_o} - \psi_M\left(\frac{z}{L}\right) \right] \right\}^2$$

$$D_H = k^2 \Big/ \left\{ \left[\ln \frac{z}{z_T} - \psi_H\left(\frac{z}{L}\right) \right] \left[\ln \frac{z}{z_o} - \psi_M\left(\frac{z}{L}\right) \right] \right\} \qquad (3)$$

$$D_V = k^2 \Big/ \left\{ \left[\ln \frac{z}{z_V} - \psi_V\left(\frac{z}{L}\right) \right] \left[\ln \frac{z}{z_o} - \psi_M\left(\frac{z}{L}\right) \right] \right\}$$

Las longitudes z_T, z_V dependen de la forma y altura de las irregularidades del terreno (o sea del parámetro de rugosidad z_o) pero ellas no deben necesariamente coincidir con z_o y pueden diferir una de la otra.

En este trabajo se describe el procedimiento mediante el cual se obtiene una forma funcional general para z_T. A continuación, y utilizando diferentes expresiones propuestas para z_T se estima su valor para la zona de O'Neill-Nebraska (EEUU) en condiciones de estabilidad atmosférica (Barad, 1958). Se encuentra su variación con el número de Reynolds de superficie (R_{eo}), la relación entre R_{eo} y L y la forma funcional de z_T con L.

La evaluación numérica de z_T es una etapa previa a la estimación cuantitativa de los coeficientes volumétricos de transporte para el calor según la expresión (3).

LA LONGITUD DE RUGOSIDAD PARA EL CALOR

La longitud de rugosidad (Z_o) es una medida conveniente de las propiedades hidrodinámicas de las superficies naturales. Puede definirse como el nivel ficticio donde la velocidad del viento se anula al ser extrapolada logarítmicamente en condiciones neutrales hacia niveles inferiores cerca de la superficie. Por la analogía existente entre el transporte turbulento del momento y el de otra propiedad del flujo, Z_o puede ser utilizado para caracterizar la superficie al estudiar las características del transporte de cualquier otra sustancia. Sin embargo, esta analogía no es totalmente válida debido a que el transporte de masa y de calor cerca de la superficie están controlados principalmente por la difusión molecular, mientras que el momento es transportado a mayores alturas también por las fuerzas de presión.

Esto significa que no existe justificación para utilizar indistintamente Z_T y Z_o.

Para una capa de superficie no neutral se puede considerar que se cumple la relación (2):

$$\bar{T}_z - \bar{T}_s = \frac{T_{*o}}{k}\left[\ln\frac{z}{z_T} - \psi_H\left(\frac{z}{L}\right)\right] \tag{4}$$

donde $\bar{T}_z$ es la temperatura absoluta del aire a la altura z,

$$T_{*o} = -\frac{F_H}{C_p \rho_m u_{*o}}$$ es la temperatura característica o de fricción

La utilidad de la longitud de rugosidad para el calor está específicamente relacionada con la determinación del flujo de calor por medio de la fórmula (1):

$$F_H = -C_p \rho_m D_{Hz} \left(\bar{T}_s - \bar{T}_z\right)\left(\bar{u} - \bar{u}_s\right)$$

Cuando se considera el flujo de calor sobre la superficie terrestre, $\bar{u}_s = 0$ y entonces resulta:

$$F_H = -C_p \rho_m D_{Hz} \bar{u}\left(\bar{T}_s - \bar{T}_z\right)$$

que combinada con la relación (3) queda:

$$D_{Hz} = \frac{k D_M^{1/2}}{\left[\ln\frac{z}{z_T} - \psi_H(z/L)\right]} \tag{5}$$

Un camino simple para introducir los efectos de la difusión molecular (Sverdrup, 1973) es suponer la existencia de una subcapa interfacial.

En esta subcapa el transporte de calor está representado por la siguiente expresión:

$$F_H = C_p \rho_m D_{H0} \, u_{*0} \left(\bar{T}_s - \bar{T}_h\right)$$

donde D_{H0} es el coeficiente volumétrico de transporte en la capa interfacial.

$\bar{T}_h$ es la temperatura absoluta en z = h que está definida como el límite superior de la capa interfacial.

Combinando (5) y (6) resulta:

$$D_{Hz} = \frac{D_M^{1/2}}{\left\{ D_{H0}^{-1} + \frac{u_z - u_h}{u_{*0}} + C\left(\frac{z}{h}, L\right)\right\}}$$

donde

$$C\left(\frac{z}{h}, L\right) = k^{-1}\left[\Psi_H\left(\frac{h}{L}\right) - \Psi_H\left(\frac{z}{L}\right) + \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right) - \Psi_M\left(\frac{h}{L}\right)\right]$$

Finalmente, relacionando (5) con (7) y simplificando resulta:

$$z_T = z_0 \exp\left\{k\left(\frac{u_h}{u_{*0}} - D_{H0}^{-1}\right) - \left[\Psi_H\left(\frac{h}{L}\right) - \Psi_M\left(\frac{h}{L}\right)\right]\right\}$$

Existen varias expresiones para evaluar el término $\left(-D_{H0}^{-1} + \frac{u_h}{u_{*0}}\right)$
La mayoría de las formulaciones son funciones del número de Prandtl ($\sigma = \nu/K$ donde ν es la viscosidad cinemática y K es la difusividad molecular del calor para el aire, y del número de Reynolds de superficie $\left(Re_0 = \frac{u_{*0} z_0}{\nu}\right)$

Para una superficie rugosa ($Re_0 > 2$) y para la atmósfera ($\sigma = 0.71$) dichas expresiones se pueden resumir en las siguientes:

	$\left(\frac{u_h}{u_{*0}} \quad D_{H0}^{-1}\right)$
a) Owen y Thomson (1963)	$2.4\, Re_0^{0.45} \sigma^{0.8}$
b) Sheriff y Gumley (1966)	$7.78\, Re_0^{0.199} - 4.65$
c) Yaglom y Kader (1974)	$\left\{ \begin{array}{l} 0.55\, (h_0 u_{*0}/\nu)^{1/2} (\sigma^{2/3} - 0.2) + \\ + 9.5 - 2.12\, \ln (h/z_0) \end{array}\right.$
d) Brutsaert (1975)	$7.3\, Re_0^{1/4} \sigma^{1/2}$

Por otra parte la diferencia entre $\Psi_H(h/L)$ y $\Psi_M(h/L)$ es muy pequeña y no influye sustancialmente en la determinación de z_T. De esta forma la relación (8) puede expresarse de la siguiente manera:

$$z_T \approx z_o \exp\left[k\left(u_h/u_{*o} - D_{HO}^{-1}\right)\right] \tag{10}$$

y con las expresiones (9) resultaría la siguiente forma funcional general:

$$z_T = \Phi\left(z_o, Re_o\right)$$

La expresión (9d) y (10) combinadas pueden ser expresadas de acuerdo con la siguiente relación

$$z_T/z_o = \exp\left[-b\left(\frac{u_z z_o}{M}\right)^{0.45}\right] \tag{11}$$

donde

$$M = \ln z/z_o - \psi_M(z/L) \tag{12}$$

La expresión (12) se encuentra graficada en la Figura 1 para $0 \leq z/L \leq 1.0$ Y $1 \leq z/z_o \leq 2.\times 10^3$

La expresión (11) está graficada en la Figura 2 para $10^{-4} \leq z_o/M \leq 10^{-1}$ y $1 \leq u_z\,(m/s) \leq 15$

De esta forma, para conocer el valor de z_T es necesario conocer z_o, u_z, z, L . El procedimiento es el siguiente:

a) Formar las relaciones adimensionales z/z_o, z/L

b) Mediante la Figura 1 y con z/z_o y z/L determinar el valor de M

c) Formar la relación z_o/M

d) Encontrar z_T/z_o en la Figura 2 conociendo z_o/M y u_z

e) Multiplicar z_T/z_o por z_o y determinar z_T.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con los valores observacionales de Proyect Prairie Grass efectuados en O'Neill, Nebraska (USA) (Barad, 1958) se efectuaron las estimaciones de las longitudes de rugosidad para el calor en condiciones de estabilidad atmosférica ($z/L > 0$) según las expresiones (9).

Los distintos datos y estimaciones se encuentran en el trabajo (Barad, 1958).

En las Figuras 3, 4, 5 y 6 están graficadas las expresiones (8) para la determinación de z_T en función de L para condiciones de estabilidad atmosférica. En todas esas figuras se observa que z_T disminuye al disminuir la estabilidad de la atmósfera.

En la Figura 7 se representan las cuatro expresiones de z_T en función de L . Se nota que existen diferencias cercanas a un orden de magnitud para algunas condiciones meteorológicas. Esto no permite determinar la preferencia de alguna de ellas respecto de las otras. A continuación se presentan las diferentes expresiones de $z_T = f(L)$ para las cuatro fórmulas (9):

a) $z_T = 6.7 \times 10^{-4} L^{-1.01}$

b) $z_T = 1.6 \times 10^{-4} L^{-0.634}$

c) $z_T = 1.7 \times 10^{-4} L^{-1.268}$

d) $z_T = 3.2 \times 10^{-4} L^{-0.783}$

CONCLUSIONES

Con la hipótesis de que z_T depende fundamentalmente de los procesos molecular y turbulento de la atmósfera se han desarrollado en otros trabajos previos expresiones del parámetro de rugosidad para el calor.

Estas expresiones consideran a z_T como función de z_o , R_{eo} y σ .

En este trabajo se desarrolla la expresión que vincula a z_T con z_o , u_z , z , y L . Los gráficos correspondientes permiten hallar el valor de z_T en función de estos últimos cuatro parámetros.

La aplicación de estos desarrollos teóricos a los datos observacionales de O'Neill, Nebraska (EEUU) para casos de estabilidad atmosférica permite comprobar la variación de z_T con L y se encuentran por medio de una regresión lineal las expresiones de estas relaciones para las diferentes expresiones.

Se encontró que el parámetro de rugosidad para el calor disminuye al disminuir la estabilidad atmosférica

BIBLIOGRAFIA

Barad, M.L., 1958: Proyect Prairie Grass, a field program in diffusion. Vol II; Geophysical Research Papers N° 59.

Brutsaert, W., 1975: Local evaporation (or heat transfer) from rough and smooth surfaces at ground level - Water Res. 11 (543-550).

Haugen, D., 1973: Workshop on micrometeorology: American Meteorological Society.

Mazzeo, N., Goldberg, A., de Garín, A.; Guichandut, M.y Gardiol, J., 1980: Flujos turbulentos de momentos y calor en condiciones atmosféricas estables, GEOACTA, 11, n.2.

Owen, P. Thomson, W., 1963: Heat transfer overon rough surface-J.

Fluid Mech. 15 (321-334).

Sheriff, N. y Gumley, P., 1966: Heat transfer and friction propieties of surfaces discrete roughnesses. Int. J.. Heat Mass Transfer. 9 (1247-1319).

Sverdrup, H., 1973: On the evaporation from the oceans. J. Marine Res. 1 (3-14).

Yaglom, A. y Kader, B., 1974: Heat and Mass transfer between a rough wall and turbulent fluid flow at high Reynolds and Peclet numbers j. Fluid Mech 62 (601-623).

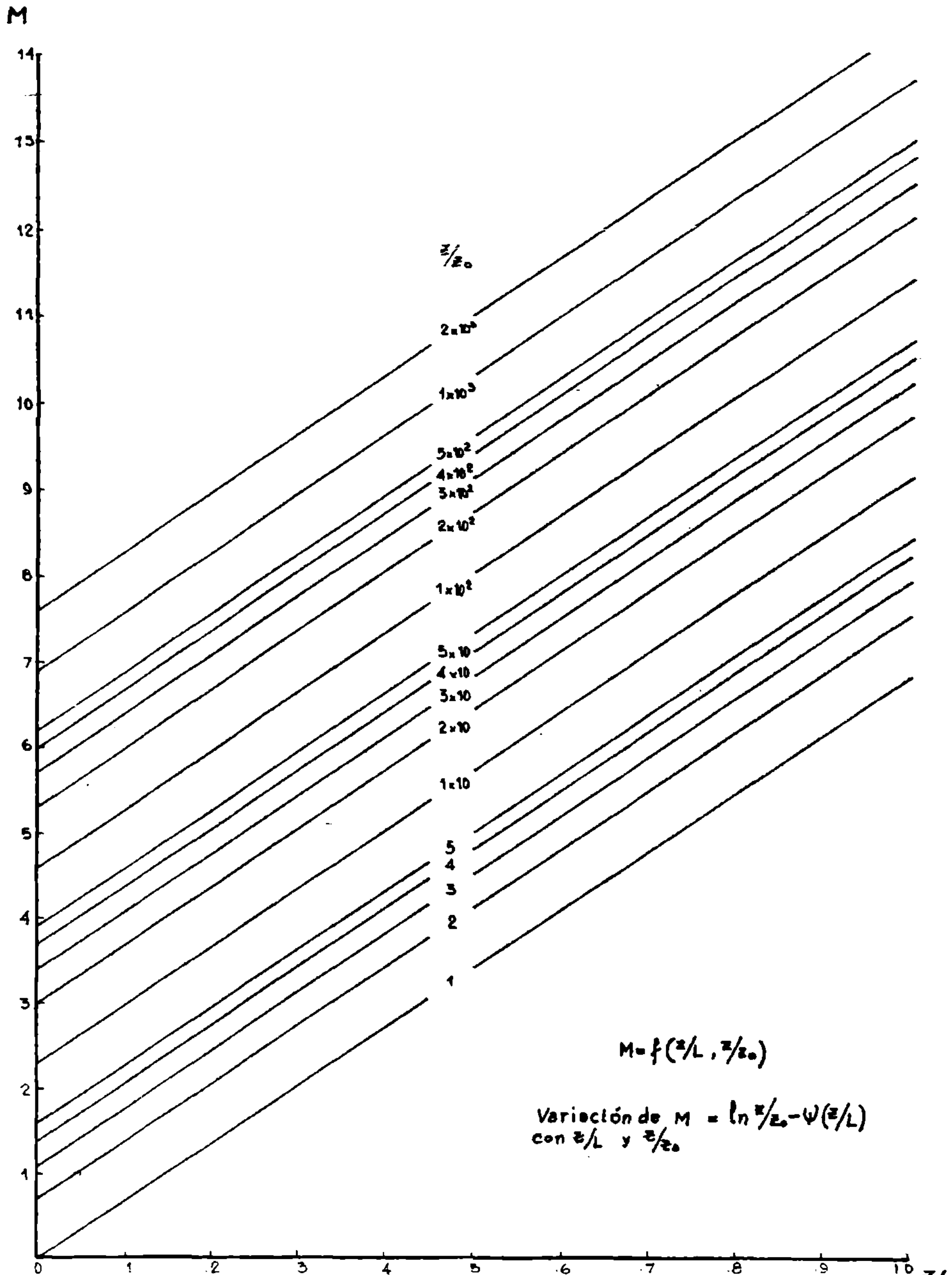

M
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
.1
.2
.3
.4
.5
.6
.7
.8
.9
1.0
z/L
z/z0
2x10³
1x10³
5x10²
4x10²
3x10²
2x10²
1x10²
5x10
4x10
3x10
2x10
1x10
5
4
3
2
1
M = f (z/L , z/z0)
Variación de M = ln z/z0 − ψ(z/L)
con z/L y z/z0

FIGURA 1

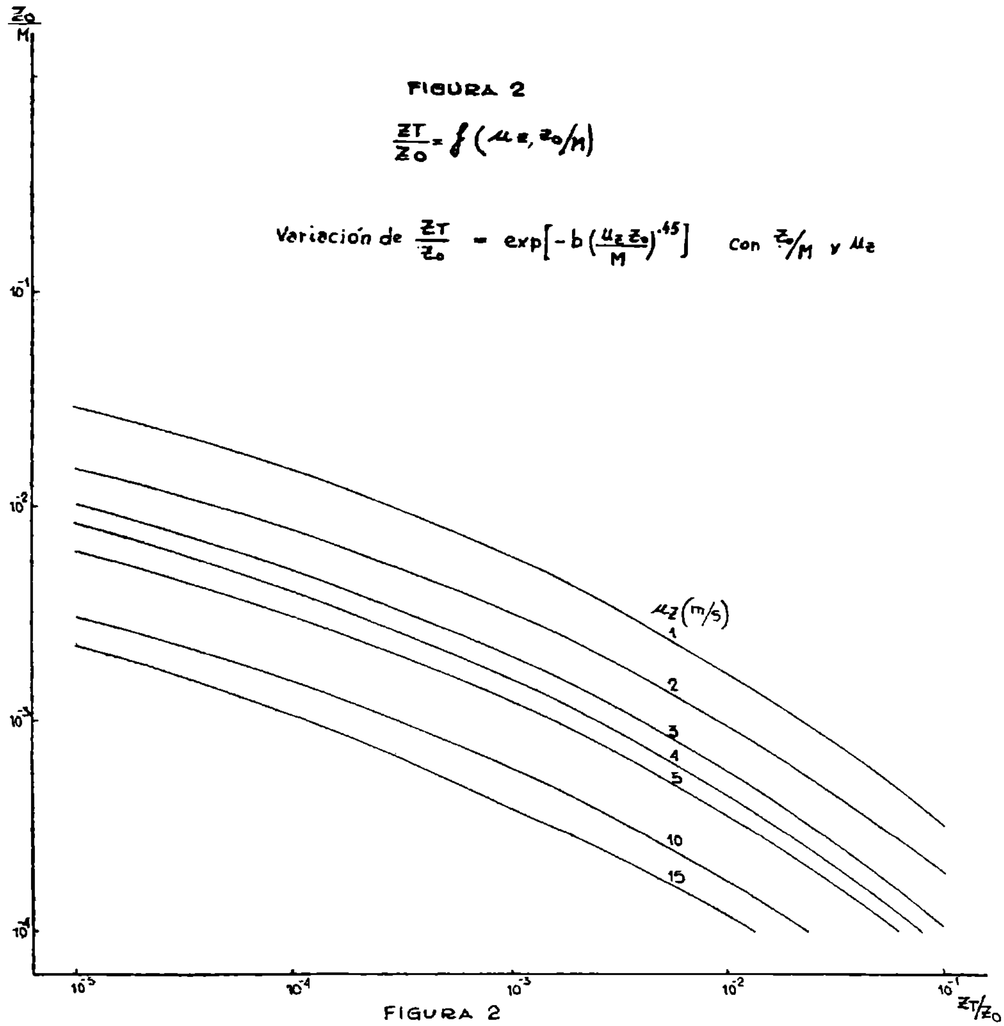
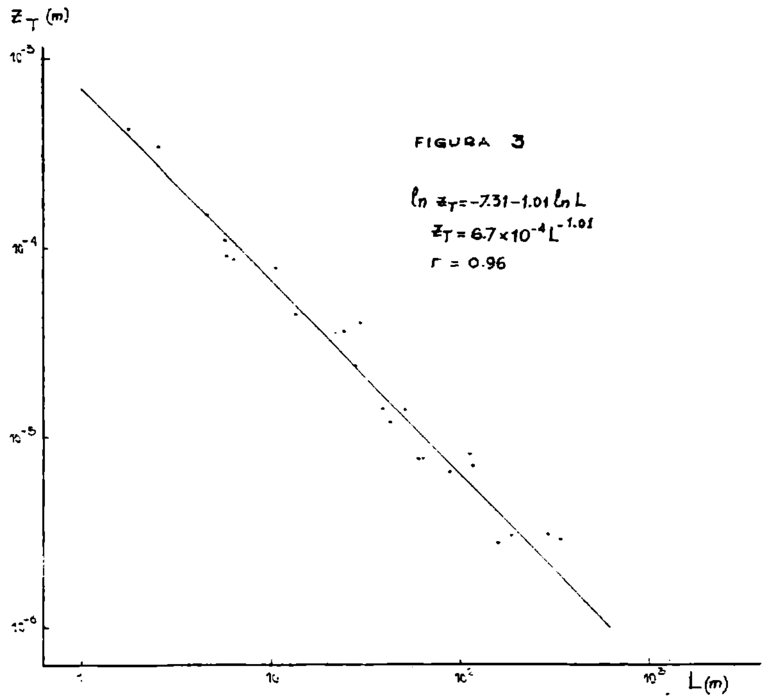
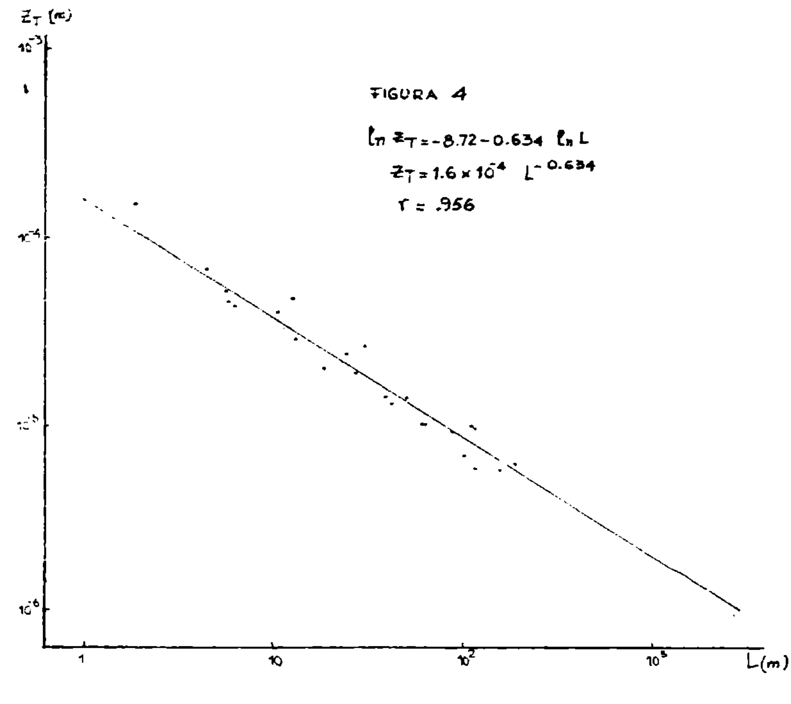
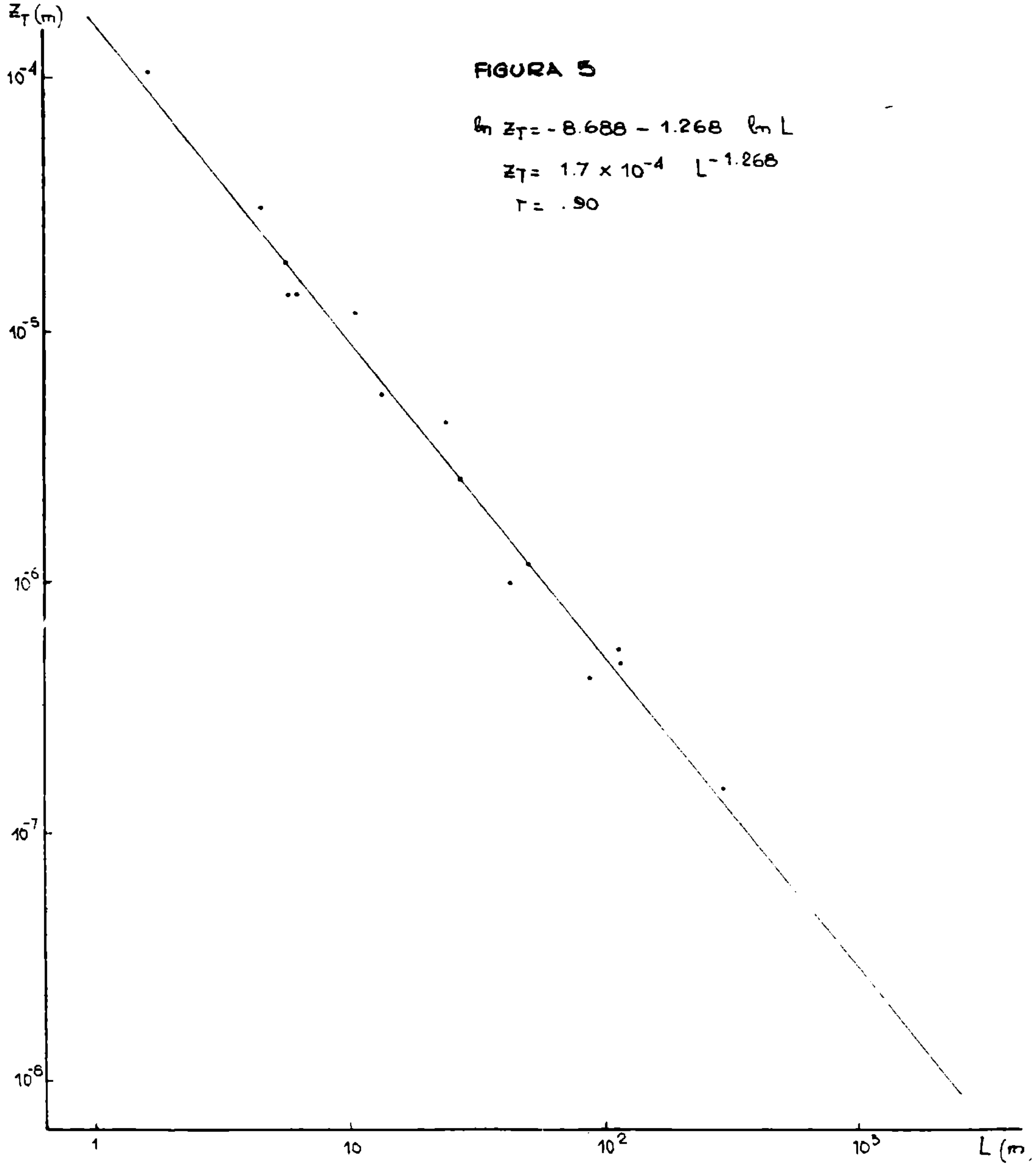


FIGURA 2
$\frac{Z_T}{Z_0} = f(u_z, z_0/M)$
Variación de $\frac{Z_T}{Z_0} = \exp\left[-b\left(\frac{u_z z_0}{M}\right)^{.45}\right]$ con z_0/M y u_z
$\frac{Z_0}{M}$
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
Z_T/Z_0
u_z (m/s)
1
2
3
4
5
10
15

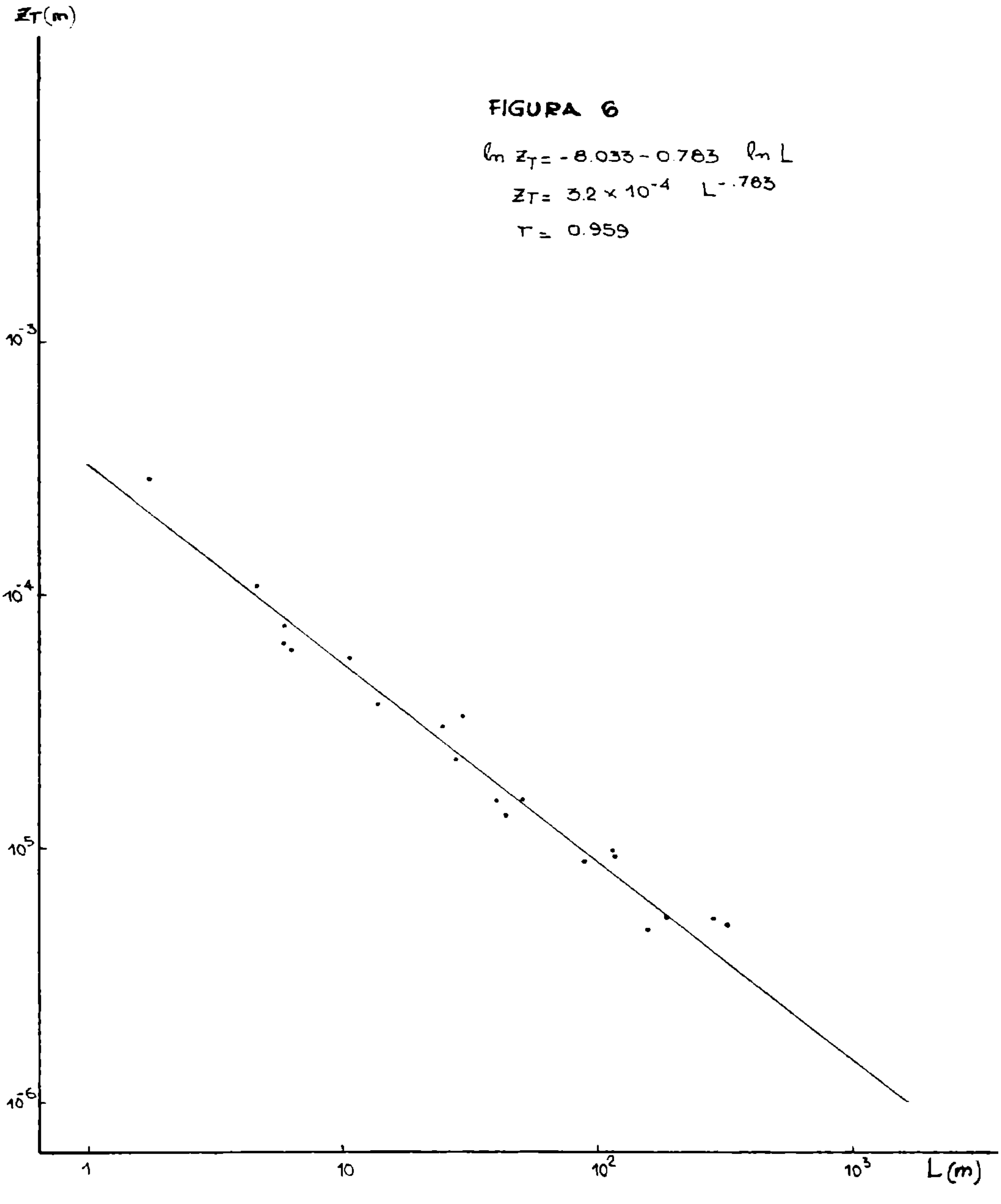
FIGURA 2

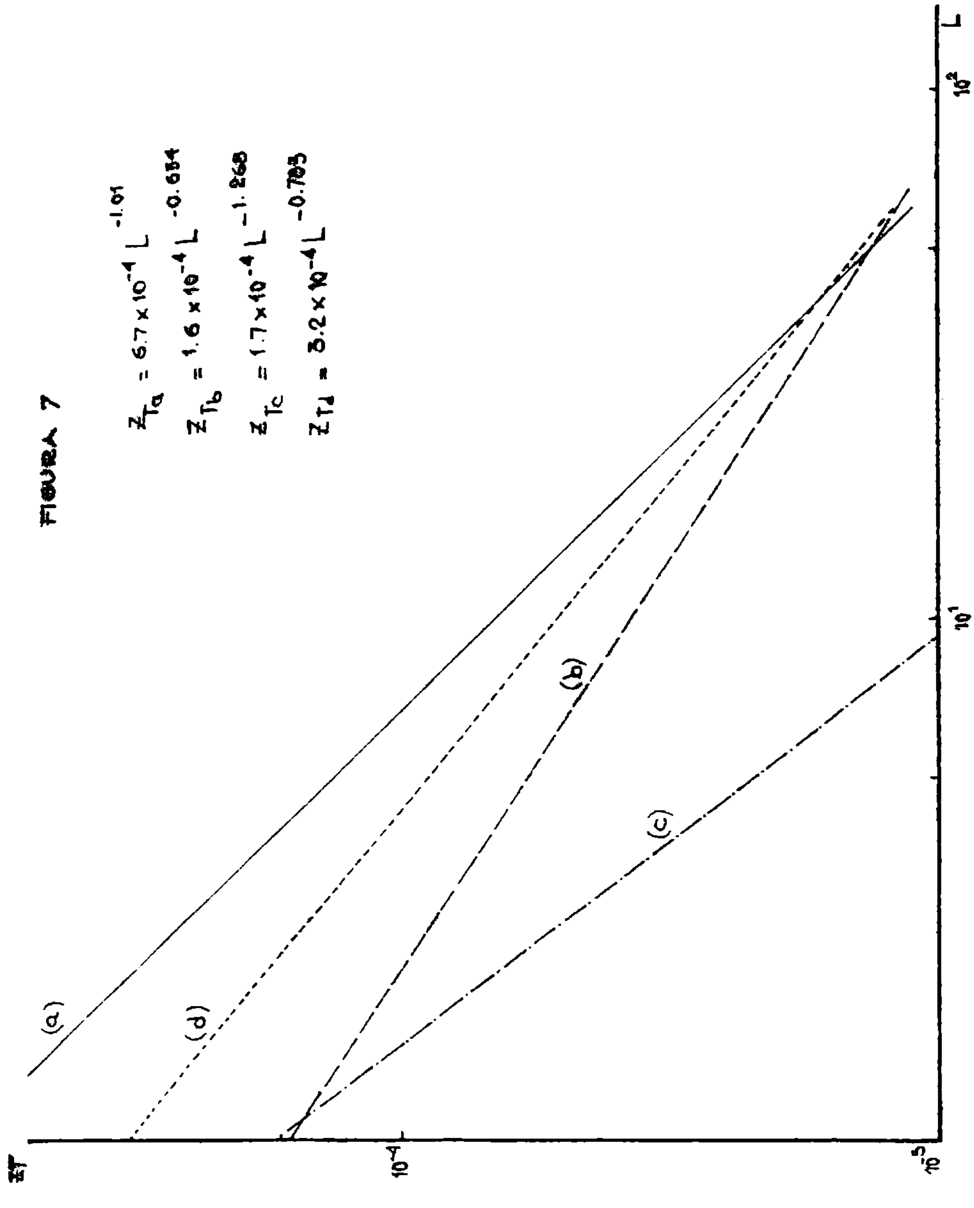

z_T (m)
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
FIGURA 3
$\ln z_T = -7.31 - 1.01 \ln L$
$z_T = 6.7 \times 10^{-4} L^{-1.01}$
$r = 0.96$
1
10
10^2
10^3
L(m)


z_T (m)
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
FIGURA 4
$\ln z_T = -8.72 - 0.634 \ln L$
$z_T = 1.6 \times 10^{-4} \; L^{-0.634}$
$r = .956$
1
10
10^2
10^3
L(m)



z_T (m)
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
FIGURA 5
$\ln z_T = -8.688 - 1.268 \ln L$
$z_T = 1.7 \times 10^{-4} \; L^{-1.268}$
r = .90
1
10
10^2
10^3
L (m)


$z_T(m)$
FIGURA 6
$\ln z_T = -8.033 - 0.783 \ \ln L$
$z_T = 3.2 \times 10^{-4} \ L^{-.783}$
$r = 0.959$
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
1
10
10^2
10^3
L(m)



$Z_{T_a} = 6.7 \times 10^{-4} L^{-1.01}$
$Z_{T_b} = 1.6 \times 10^{-4} L^{-0.654}$
$Z_{T_c} = 1.7 \times 10^{-4} L^{-1.268}$
$Z_{T_d} = 3.2 \times 10^{-4} L^{-0.705}$
(a)
(b)
(c)
(d)
ZT
10^{-4}
10^{-5}
10^{1}
10^{2}
L

FIGURA 7