GEOACTA,vol.11,n.2 (Junio de 1982),pág 1 a 14

ALGUNOS PROCEDIMIENTOS PARA LA FORMULACION DE LA HIPOTESIS DE MONIN-OBUKHOV EN LA CAPA DE SUPERFICIE DE LA ATMOSFERA

Nicolás A. Mazzeo (*)
Departamento de Meteorología, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, República Argentina

RESUMEN

La hipótesis de la semejanza euleriana o de Monin-Obukhov aplicada a un flujo estacionario, sobre terreno liso y homogéneo (geométrica y térmicamente) constituye la base fundamental de los recientes estudios de la estructura de la turbulencia de la capa de superficie de la atmósfera.

En este trabajo se describen tres diferentes metodologías conducentes a formular esa hipótesis, que incluyen las suposiciones y sus limitaciones.

Estos procedimientos son los siguientes: a) de la semejanza del número de Reynolds, b) del balance energético, c) del análisis estadístico.

La descripción de los procedimientos contribuye a mostrar sus restricciones y la interpretación física del proceso físico, no encontrándose fundamentos para considerar preferible alguno de ellos.

ABSTRACT

The eulerian similarity or Monin-Obukhov's hypothesis applied to a stationary flow over smooth and uniform surface (geometrically an thermically) constitutes the fundamental basics of the recent studies about the structure of the turbulence of the atmospheric surface layer.

Three different methods including assumptions and restrictions leading to the formulation of that hypothesis are described here.

The procedures are the following: a) the Reynolds number similarity, b) the energetic balance, c) statistic analysis.

The description of these procedures helps to show the restrictions and the physical interpretation of the process, finding no reason to consider any of them as especially preferable.

(*) Miembro de la Carrera del Investigador Científico del CONICET

INTRODUCCION

El estudio de las características de la turbulencia atmosférica cerca de la superficie terrestre y la influencia de la estratificación térmica sobre esas características se inició hace aproximadamente 50 años. Prandtl (1932), Rossby (1932), Rossby y Montgomery (1935), Sverdrup (1936) y otros autores fueron proporcionando, en un principio en forma imperfecta, diferentes variantes de la teoría semiempírica de la turbulencia.

Obukhov (1946) publicó en forma individual y luego en colaboración con Monin (1954), los primeros trabajos sobre la hipótesis de la semejanza euleriana en un flujo turbulento atmosférico estacionario desarrollado sobre terreno horizontalmente homogéneo. Posteriormente, esta hipótesis ha sido utilizada por un gran número de autores, entre otros, Businger y otros (1971), Pruitt y otros (1973), Dyer y Hicks (1970), Smedman-Högström y Högström (1973), Haugen y otros (1971) con el objeto de estudiar la estructura de la capa de superficie atmosférica. Sin embargo, a pesar de su amplio uso, muy pocos autores, entre ellos, Calder (1966), Mellor (1973), Lewellen y Teske (1973) han tratado de formularla mediante un procedimiento dimensional y analítico. En principio, debe señalarse, que la hipótesis de Monin-Obukhov está basada sólo en las condiciones más simples, que pertenecen a una capa de superficie estacionaria sobre terreno liso y homogéneo (geométrica y térmicamente). Sin embargo, excepcionalmente, se han considerado algunos apartamentos simples como ser: cambio abrupto de la rugosidad de la superficie según Mazzeo, N.A. (1977) y 1978), no estacionalidad e inhomogeneidad que fueron estudiadas por Högström (1974).

Existen algunos caminos por los que la hipótesis de Monin-Obukhov puede ser formulada y dado que es una hipótesis es probable que en el futuro sean encontrados otros. En este trabajo, se describirán algunos procedimientos: el primero que parece ser el menos restrictivo, utiliza las ecuaciones de movimiento convenientemente reducidas y el concepto de semejanza del número de Reynolds (R_e). Es también el intuitivamente más claro y el dinámicamente conveniente. El segundo, que se basa en la consideración del balance energético turbulento es el más breve y permite la interpretación física de la hipótesis. El tercero, que es el más restrictivo está basado en la naturaleza estadística de la misma.

PROCEDIMIENTOS DE TRATAMIENTO

Método de la semejanza del número de Reynolds.

En un flujo turbulento estacionario, horizontalmente homogéneo, con gradiente horizontal de presión media despreciable y con flujo medio paralelo y constante en la dirección x, las ecuaciones para el movimiento medio de un fluido que pueden ser encontradas en Calder (1966), son las siguientes:

$$\mu \frac{d\bar{u}}{dz} - \rho_m \overline{u'w'} = G_{31}(0) \tag{1}$$

$$-K \frac{d\bar{T}'}{dz} + \rho_m C_p \overline{w'T^*} = H_3(0) \tag{2}$$

$$-\frac{d\bar{p}'}{dz} + \left(\frac{g}{T_m}\right)\rho_m \bar{T}' = \frac{\partial G_{31}(0)}{\partial z} \tag{3}$$

donde:

- μ es el coeficiente de viscosidad dinámico del aire.
- $\bar{u}$ es la componente de la velocidad media del viento en la dirección x.
- x es la dirección del viento medio.
- z es el eje vertical.
- u' es la componente en la dirección x de la fluctuación turbulenta del viento.
- w' es la componente en la dirección z de la fluctuación turbulenta del viento.
- G_{ij} es el tensor de transporte de momento (j es la dirección en la que actúa la componente del tensor e i representa la cara perpendicular a esa dirección).
- K es la conductividad térmica del aire.
- C_p es el calor específico a presión constante del aire seco.
- T^* es la fluctuación turbulenta de la temperatura.
- H_3 es la componente vertical del vector flujo de calor.
- $\bar{p}'$ es la presión media temporal de la atmósfera.
- (g/T_m) es el parámetro de empuje.
- T_m es la temperatura media espacial del aire.
- g es la aceleración de la gravedad.
- $\bar{T}'$ es la temperatura media temporal del aire.
- ρ_m es la densidad media del aire.

El subíndice cero (o) se refiere al nivel de superficie.

Multiplicando la expresión (1) por $\frac{kz}{U_{*o}}$ y dividiendo por μ resulta:

$$\frac{kz}{u_{*o}}\frac{d\bar{u}}{dz} - \frac{kz}{u_{*o}}\frac{\overline{u'w'}}{\nu} = \frac{G_{31}(0)\,kz}{\mu\, u_{*o}}$$

y como
$$\frac{G_{31}(0)}{\rho_m} = u_{*o}^2$$

se obtiene:
$$\phi_M = \frac{G_{31}(0)\,kz}{\mu\, u_{*o}} - \frac{kz\, u_*^2}{u_{*o}\,\nu}$$

donde ϕ_M es el perfil adimensional de viento definido por la siguiente relación:

$$\phi_M = \frac{kz}{u_{*o}}\frac{d\bar{u}}{dz}$$

ν es el coeficiente de viscosidad cinemático del aire $\left(\nu = \frac{\mu}{\rho_m}\right)$
donde k es la constante de von Karman, ver Yaglom (1977).

u_{*o} es la velocidad de fricción en la capa de superficie.

$u_* = (-\overline{u'w'})^{1/2}$ es la velocidad de fricción fuera de la capa de superficie

o también:
$$\phi_M = k\, Reo\left[1 - \left(\frac{u_*}{u_{*o}}\right)^2\right] \tag{4}$$

donde $Reo = \frac{u_{*o}z}{\nu}$ es el número de Reynolds de superficie.
Multiplicando la relación (2) por $\frac{z}{\theta_{*o}}$, donde $\theta_{*o} = \frac{-(\overline{W'T'})_o}{k\, u_{*o}}$, resulta:

$$-\frac{z}{\theta_{*o}}\frac{d\bar{T}'}{dz} + \frac{\rho_m C_p z\, \overline{W'T'}}{K\theta_{*o}} = \frac{z\, H_3(0)}{K\theta_{*o}}$$

luego
$$\phi_T = \frac{H_3(0)\, z k u_{*o}}{K(\overline{W'T'})_o} - \frac{\rho_m C_p z\, \overline{W'T'}\, k u_{*o}}{K(\overline{W'T'})_o}$$

donde $\phi_T = \frac{z}{\theta_{*o}}\frac{d\bar{T}}{dz}$ es el gradiente vertical adimensional de la temperatura,

y
$$H_3(0) = -C_p\,\rho_m(\overline{W'T'})_o$$

o también
$$\phi_T = \sigma k\, Reo\left[\theta_*/\theta_{*o} - 1\right] \tag{5}$$

donde $\sigma = \nu/K_T$ es el número de Prandtl.

y $$\theta_* = -\frac{(\overline{w'T'})}{k\, u_*}$$

Derivando la ecuación (3) con respecto a z resulta:

$$-\frac{d^2\bar{p}'}{dz^2} + \left(\frac{g}{T_m}\right)\rho_m \frac{d\bar{T}'}{dz} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} G_{33}(o)$$

donde $G_{33}(o) = \rho_m \overline{w'^2}$

y multiplicando por $\dfrac{k z^2}{\rho_m u_{*o}^2}$ resulta:

$$-\frac{k z^2}{\rho_m u_{*o}^2}\frac{d^2\bar{p}'}{dz^2} + \frac{g}{T_m}\frac{k z^2}{u_{*o}^2}\frac{d\bar{T}'}{dz} = \frac{k z^2}{u_{*o}^2}\frac{d^2\overline{w'^2}}{dz^2}$$

o también

$$\phi_{pw} = \phi_p + \phi_w = -\left(\frac{z}{L}\right)\phi_T \tag{6}$$

donde

$$\phi_p = \frac{k z^2}{\rho_m u_{*o}^2}\frac{d^2\bar{p}'}{dz^2}$$

$$\phi_w = \frac{k z^2}{u_{*o}^2}\frac{d^2\overline{w'^2}}{dz^2}$$

$$L = -\frac{u_{*o}^3}{k(g/T_m)(\overline{w'T'})_o}$$ es la longitud de Monin-Obukhov

Estas últimas (ϕ_p y ϕ_w) son funciones adimensionales que caracterizan las curvaturas de los perfiles de la presión media y de la energía cinética media de la componente vertical de la velocidad del aire, respectivamente.

Las ecuaciones (4), (5) y (6) pueden ser consideradas como un sistema de ecuaciones que permiten determinar las funciones ϕ_M, ϕ_T y ϕ_{pw} que dependen de las variables: k, Re_o, u_*/u_{*o}, σ, z/L, θ_*/θ_{*o}

Como en condiciones atmosféricas normales se pueden considerar k y σ como constantes, sólo quedan los parámetros adimensionales Re_o, z/L, u_*/u_{*o}, θ_*/θ_{*o}.

Luego

$$\phi_M = k\, Re_o\left[1 - \left(\frac{u_*}{u_{*o}}\right)^2\right]$$

$$\phi_T = k\,\sigma\, Re_o\left[\frac{\theta_*}{\theta_{*o}} - 1\right]$$

$$\phi_{pw} = \phi_p + \phi_w = -\left(\frac{z}{L}\right)\phi_T \tag{7}$$

forman un sistema de ecuaciones para determinar el comportamiento de las derivadas adimensionales respecto de z, pero sólo hay tres ecuaciones y cinco variables dependientes. Por lo tanto, el sistema está incompleto para obtener ϕ_M, ϕ_T y ϕ_{wp} como funciones de Reo y $\frac{z}{L}$ solamente. Debido a ello, tales funciones pueden ser halladas si $\frac{u_*}{u_{*o}}$ y $\frac{\theta_*}{\theta_{*o}}$ son funciones específicas de z. Estas funciones representan la unión entre las componentes turbulentas y medias del movimiento y dependerán de la estructura de la turbulencia. Como hipótesis inicial y más simple se pueden suponer las siguientes relaciones:

$$\left(\frac{u_*}{u_{*o}}\right)^2 = f_1\left(Reo, z/L\right)$$
$$\frac{\theta_*}{\theta_{*o}} = f_2\left(Reo, z/L\right) \tag{8}$$

donde f_1 y f_2 son funciones universales.

Se puede suponer que ciertas propiedades del flujo medio obedecen a la semejanza del número de Reynolds. Esto significa que a Reo suficientemente grandes ϕ_M, ϕ_T y ϕ_{wp} son independientes de Reo.

Para que ésto se cumpla se postula que las funciones f_1 y f_2 pueden adquirir las siguientes formas:

$$f_1\left(Reo, z/L\right) = 1 - \frac{g_1(z/L)}{Reo} \tag{9}$$

$$f_2\left(Reo, z/L\right) = 1 + \frac{g_2(z/L)}{Reo} \tag{10}$$

en cuyo caso las ecuaciones (4), (5) y (6) se reducen (si se incorporan k y σ a g_1 y g_2) a las siguientes expresiones:

$$\phi_M = g_1(z/L) \tag{11}$$

$$\phi_T = g_2(z/L) \tag{12}$$

$$\phi_{pw} = -(z/L)\, g_2(z/L) \tag{13}$$

donde g_1 y g_2 son funciones universales del argumento z/L.
Las ecuaciones (11) y (12) son idénticas a las obtenidas por Monin y Obukhov para los perfiles adimensionales de viento y temperatura.
La suposición de que las funciones de los valores medios de algún parámetro atmosférico sigan la semejanza de Reo no implica automáticamente que las funciones de valor medio de otros parámetros se comporten similarmente.
Para extender la hipótesis de la semejanza a las variaciones verticales de $\bar{p}'$ y $\overline{W'^2}$ se tendrán que hacer algunas suposiciones adicionales.
Como $\phi_{pw} = \phi_p + \phi_w = -\frac{z}{L} g_2(\frac{z}{L})$ es una función adimensional de z/L, se puede esperar que ϕ_p y ϕ_w sena independientemente también funciones universales de z/L
Luego

$$\phi_w = \frac{k z^2}{u_{*0}^2} \frac{d^2 \overline{W'^2}}{d z^2} = g_3(z/L)$$

Integrando esta expresión dos veces con respecto a z resulta:

$$\sigma_W^2 / u_{*0}^2 = F(z/L) + C_1(z/L) + C_2 \tag{14}$$

donde

$$\sigma_W^2 = \overline{W'^2}$$

Aquí, F es una función universal, mientras que C_1 y C_2 son constantes de integración que pueden ser determinadas por las condiciones límites de σ_W^2.
Asimismo, es razonable suponer que C_1 y C_2 sean nulas o constantes universales, que es equivalente a considerar que lejos de la superficie (por ejemplo, fuera de la región donde se puede esperar que se cumpla la semejanza del número de Reynolds) σ_W^2/u_{*0}^2 está localmente determinada por la relación entre la producción local de la energía turbulenta debido al empuje (E) y la que producen las tensiones de Reynolds (P).
El número de Richardson (Rf) en forma de flujo está definido por:

$$Rf = \frac{E}{P} = \frac{z}{L} \phi_M^{-1} \tag{15}$$

Cualquier suposición conduce a la ecuación (11) y a ecuaciones similares para otras cantidades que es equivalente a suponer que las mismas están únicamente determinadas por z , u_{*0} y Rf .

Método del balance energético.

La ecuación de balance de energía cinética turbulenta del flujo atmosférico en la capa de superficie puede ser escrita de la siguiente forma:

$$u_{*0}^2 \frac{d\bar{u}}{dz} + \frac{g}{T_m} \theta_{*0} u_{*0} - \epsilon - \frac{d}{dz}\left[\overline{(e + p'/\rho_m)w'}\right] = 0 \qquad (16)$$

donde el primer término representa la producción de energía mecánica, el segundo es el término de producción debido al empuje, el tercero constituye la disipación de energía y el cuarto es la divergencia del flujo vertical de energía turbulenta.

Si se supone que un modelo totalmente homogéneo es adecuado para describir el balance de energía el último término es comparativamente despreciable, de acuerdo con lo señalado por Lumley y Panofsky (1964).

De esta manera la ecuación (16) se reduce a la siguiente:

$$u_{*0}^2 \frac{d\bar{u}}{dz} + \frac{g}{T_m} \theta_{*0} u_{*0} - \epsilon = 0$$

o también

$$\frac{\epsilon}{P} = 1 - Rf \qquad (17)$$

La suposición de que la divergencia del flujo vertical de energía es despreciable implica que la energía producida es localmente disipada o en otras palabras, las energéticas de la situación local están controladas solamente por ϵ y P y no explícitamente por la viscosidad. Si se supone que K_M y K_H (las difusividades turbulentas para el momento y el calor respectivamente) son también cantidades locales se puede escribir

$$K_M / P^{1/3} z^{4/3} = h_1 (Rf) \qquad (18)$$

Esta relación se obtiene mediante la aplicación del análisis dimensional entre K_M , P , z , Rf

De la misma manera, dimensionalmente se obtiene:

$$K_H / \rho^{1/3} z^{4/3} = h_2 (R_f) \qquad (19)$$

donde h_1 y h_2 son funciones universales de R_f.
Sabiendo que

$$K_M = - u_{*o}^2 \Big/ \frac{d\bar{u}}{dz} \quad \text{y} \quad K_H = - \frac{(\overline{w'T'})_o}{\partial \bar{T} / \partial z}$$

y combinando estas relaciones con (18) y (19) resulta:

$$\phi_M = g_1(z/L) \qquad \phi_T = g_2(z/L)$$
$$\alpha = \frac{K_M}{K_H} = g_3(z/L) \qquad \phi_\epsilon = \frac{kz}{u_{*o}^3}\,\epsilon = g_4(z/L) \qquad (20)$$

donde g_1, g_2, g_3, g_4 son funciones universales.

Método estadístico.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo atmosférico en la capa de superficie cuando se desprecia la fuerza de Coriolis y todos los efectos de transferencia radiativa, y se supone la validez de las aproximaciones de Boussinesq, son las siguientes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + g \frac{T'}{T_m} \delta_{3i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (21)$$
$$\frac{\partial T'}{\partial T} + u_j \frac{\partial T'}{\partial x_j} = \frac{k}{\rho_m C_p} \frac{\partial^2 T'}{\partial x_j \partial x_j}$$

Si T_m y ρ_m son constantes con la altura estas ecuaciones pueden ser adimensionalizadas utilizando las siguientes constantes características: L, u_{*o}, $\eta = L/u_{*o}$ y θ_{*o}, tal que las variables dependientes $\frac{u_i}{u_{*o}}$, $\frac{p}{u_{*o}^2 \rho_m}$, T/θ_{*o}, y las variables independientes t/η y x_i/L contienen sólo los parámetros $Re_o = \frac{u_{*o} L}{\nu}$ y $\sigma = \frac{M}{C}$.

No se conocen cuáles son las condiciones límites que sean suficientes y necesarias para resolver el sistema (21), pero se puede considerar una serie de condiciones límites adimensionales utilizando las constantes mencionadas anteriormente. Tampoco se tiene conocimiento de ningún teorema único para tal sistema de ecuaciones diferenciales parciales, no lineales y simultáneas, pero es probable

que exista una solución.
Si el proceso es estocástico y existe esa solución se puede pensar que:

a) En algún punto del flujo algunas variables se inestabilizan produciendo movimientos con un gran número de grados de libertad.
b) Las condiciones límites varían estocásticamente con el tiempo.
c) Las condiciones iniciales para cada realización del flujo varían estocásticamente.
d) Otros términos que no aparecen en esas ecuaciones son los responsables de los procesos causales.

Se pueden excluir b) y d) debido a que se considera un proceso estacionario y ergódico y sólo interesan las propiedades límites invariantes probabilísticamente en el tiempo, lo único que podemos hacer es resolver las ecuaciones de movimiento para distribuciones de probabilidad en función del espacio y del tiempo
En nuestro caso, horizontalmente homogéneo y estacionario una distribución de densidad de probabilidad de N dimensiones adquiere la siguiente forma:

$$f\,(a_1\,,\, b_1\,,\, c_3\,,\,\ldots\,,\, m_N\,;\; x_2-x_1\,,\, x_3-x_1\,,\, x_4-x_1\,,\ldots,\, x_N-x_1\,;\; t_2-t_1\,,\, t_3-t_1\,,\, t_4-t_1\,,\,\ldots\,,\, t_N-t_1)$$

donde a_1 , b_2 , c_3 , ..., m_N representan algunas variables dependientes medidas en puntos del espacio-tiempo (x,t).
Se puede establecer la hipótesis de Monin-Obukhov por el siguiente camino: se supone que existe la serie completa de condiciones límites en términos de distribuciones de probabilidades de alguna clase y se considera que se pueden resolver las ecuaciones de movimiento para cualquier distribución de probabilidades.
Se supone, además que en la adimensionalización de las condiciones límites sólo en un número finito de parámetros de flujo constante (ξ_1 , ξ_2 , ..., ξ_N) aparecen aún $Re_L = \frac{L\,u_{*0}}{\nu}$ y σ.
Luego la distribución de probabilidad puede ser escrita de la siguiente forma:

$$f\left[a_1'\,,\, b_2'\,,\, c_3'\,,\,\ldots\,,\, m_N'\,;\; (x_2-x_1)/L\,,\,(x_3-x_1)/L\,,\,(x_4-x_1)/L\,,\ldots,\, (x_N-x_1)/L\,;\; z/L\,;\, Re_L\,;\, (t_2-t_1)/\eta\,,\,(t_3-t_1)/\eta\,,\ldots,\,(t_N-t_1)/\eta\,,\, (\xi_1\,,\,\xi_2\,,\ldots,\,\xi_N)\right]$$

donde a'_1, b'_2, c'_3, ..., m'_N son algunas de las variables dependientes adimensionalizadas, y f es una función adimensional.
De esta forma, la distribución de probabilidad para $u_i(x,t)$ y $u_j(x,t)$ será:

$$f\left(u_i/u_{*o},\ u_j/u_{*o},\ z/L,\ Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right)$$

y la distribución de probabilidad para $T(x,t)$ y $T(x,t_r,t)$ será:

$$f\left(T_1/\theta_{*o},\ T_2/\theta_{*o},\ h_1/L,\ h_2/L,\ h_3/L,\ z/L,\ Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right)$$

De aquí se desprende que cualquier función de valor medio adimensionalizada ($f.v.m$) involucra sólo variables de un único punto en el espacio y puede ser escrita de la siguiente forma:

$$f.v.m = f\left(z/L,\ Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right)$$

Si se considera un número de Reynolds suficientemente grande ($Re_L > Re_o$), la función de valor medio para una serie de condiciones límites es similar a la que resultaría mediante cualquier otra deducción de condiciones límites.
Luego si $Re_L > Re_c$, se puede escribir:

$$f.v.m = g(z/L) + h\left(Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right)$$

de donde se desprende que:

$$\phi_M = g_1(z/L)$$

$$\phi_T = g_2(z/L)$$

y

$$\sigma^2_{u\alpha}/u^2_{*o} = f_{u\alpha}(z/L) + C_{u\alpha}\left(Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right),\quad \alpha=1,2,3$$

$$\sigma^2_\theta/\theta^2_{*o} = f_\theta(z/L) + C_\theta\left(Re_L,\ \xi_1,\ \xi_2,\ldots,\xi_N\right)$$

Si se supone que para $z=0$, $\sigma^2_{u\alpha}$ y σ^2_θ son nulas, se pueden escribir las siguientes expresiones:

$$\sigma^2_{u\alpha}/u^2_{*o} = f_{u\alpha}(z/L) - f_\alpha(0)$$

$$\sigma^2_\theta/\theta^2_{*o} = f_\theta(z/L) - f_\theta(0)$$

CONCLUSIONES

Ninguno de los esquemas desarrollados para formular la hipótesis de la semejanza de Monin-Obukhov expuestos en este trabajo, parece ofrecer algún atributo por el que pueda ser considerado preferible a los otros. Sin embargo, el autor considera que las restricciones implícitas en los diferentes procedimientos aumentan en el orden de presentación de los mismos.

También, se puede extraer que z , u_{*o} , θ_{*o} y g/T_m son los únicos parámetros involucrados en un análisis dimensional de la capa de superficie. Esto significa que las características estadísticas de la misma, dependen sólo de esos parámetros.

BIBLIOGRAFIA

Businger, J.A., Wyngaard, J.C., Izumi, Y. and Bradley, E.F. 1971. Flux Profile Relationships in the Atmospheric Surface Layer. J. Atmosph. Sci, 28, 181-189

Calder, K.L. 1966. Concerning the Similarity Theory of Monin-Obukhov Quat. J. Roy. Meteor. Soc. 92 141-146.

Dyer, A.J. and Hicks B.B. 1970. Flux-Gradient Relationships in the Constant Flux Layer. Quat. J. Roy. Meteor. Soc. 96 715-721.

Haugen, D.A., Kaimal, J.C. and Bradley, E.F. 1971. An experimental Study of Reynolds Stress and Heat Flux in the Atmospheric Surface Layer. Quat. J. Roy. Meteor. Soc. 97 168-180.

Högström, U. 1974. A field study of the turbulent fluxes of heat, water vapour and momentum at a "typical" agricultural site. Quat. J. Roy. Meteor. Soc 100 624-639.

Lewellen, W.S. and Teske, M. 1973. Prediction of the Monin-Obukhov Similarity Functions from an Invarian Model of Turbulence. J. Atmosph. Sci. 30 1340-1345.

Lumley, J.L. and Panofsky, H.A. 1964 The Structure of Atmospheric Turbulence, Interscience Publ. New York.

Mazzeo, N.A. 1977-1978. El crecimiento de la capa límite interna atmosférica. Meteorológica. VIII-IX, 19-24.

Mellor, G.L. 1973, Analytic Prediction of the Propertics of Stratified Planetary Surface Layers. J. Atmosph. Sci. 30 1061-1069

Monin-Obukhov, A.M. 1954. Basic Turbulent Mixing Relationships in the Surface layer of the Atmosphere. Trudy Institute Teoreticheskio Geofiziki AN SSSR. 24 163-187.

Prandtl, L., 1932. Meteorologische Anwendungen der Strömungslehre. Beitr. Phys. Fr. Atmosph. 19 188-202.

Pruitt, W.O., Morgan, D.L. and Lourence, F.J. 1973. Momentum and Mass Transfers in the Surface Boundary Layer. Quat. J. Roy. Meteor. Soc. 99 370-386.

Obukhov, A.M. 1946 Turbulence in a Temperature-In homogeneous Atmosphere. Trudy Institute. Teoreticheskio Geofiziki AN SSSR 1, 95-115.

Rossby, C.G. 1932. A Generalization of the Theory of the Mixing length with Application to Atmospheric and Oceanic Turbulence. Mass. Inst. Technol., Meteorol. Papers, 1 1-36.

Rossby, C.G. and Montgomery, R.B. 1935. The Layer of Frictional Influence in Wind and Ocean Currents Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol., Mass. Inst. Technol, and Woods Hole Oceanogr. Inst., 3, 1-101.

Smedman-Högström, A.S. and Högström, U. 1973. The Marsta Micrometeorological Field Proyect. Profile Measurement System and some Preliminary Data. Boundary-Layer Meteor. 5 259-274.

Sverdrup, H.U. 1936. Austaush und Stabilität in der untersten Luftschicht. Meteor. Z. 53 10-15.

Yaglom, A.M. 1977. Comments on Wind and Temperature Flux- Profile Relationships. Boundary Layer Meteoroloty, 11 89-102.