GEOACTA,vol.9,n.1 (Marzo de 1979) pág 229 a 250

VARIACION DE LAS DISTRIBUCIONES ESPECTRALES DE ATMOSFERICOS EN FUNCION DEL UMBRAL DE RECEPCION Y DEL TIEMPO

FALCOZ, H. y HOFMANN, C. A.

Departamento de Electricidad Atmosférica
Observatorio Nacional de Física Cósmica de San Miguel
Comisión Nacional de Estudios Geo-Heliofísicos

La distribución estadística de las amplitudes espectrales de los atmosféricos puede ser considerada en el lugar de origen, como una logarítmico normal con suficiente aproximación. Por su parte, en una estación receptora, distante de la fuente, aquella distribución se verá modificada en mayor o menor medida por el camino de propagación, parámetros ionosféricos y terrestres y condiciones de recepción de las señales.

En el presente trabajo analizamos la variación de los valores medios de las distribuciones espectrales en función del umbral de recepción de los equipos y del tiempo.

The statistic distribution of atmospheric spectral amplitudes can be considered, in the original spot, as a normal logarithmic with sufficient approximation. At the same time, in a receiver station distant from the source, the above mentioned distribution will suffer modification in higher or lower scale depending on way of propagation, ionospheric and terrestrial parameters and reception conditions of the signals.

In this investigation work we analyze the variations of the average power of the spectral distributions regarding the reception threshold of the equipments and time.

INTRODUCCION

El equipamiento técnico desarrollado por el Heinrich-Hertz-Institut, Berlín Charlottenburg, permite realizar el estudio de las ondas electromagnéticas, en el rango inferior de muy baja frecuencia (VLF), generadas en descargas eléctricas de la atmósfera (atmosféricos) pudiendo determinar con los mismos, la dirección de arribo de la señal y determinados parámetros espectrales.

Los resultados obtenidos por T. Yamaguchi y M. Nagatani (1968) y por J. Frisius, G. Heydt y W. Harth (1970) muestran que esos parámetros, cuando las señales provienen de un mismo centro de actividad, presentan una definida distribución estadística. En particular, las amplitudes espectrales en cada frecuencia fija se distribuyen aproximadamente siguiendo una ley logarítmico normal.

Bajo esta hipótesis, la expresión matemática de la función frecuencia es definida como sigue:

$$W(g) = \begin{cases} \dfrac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma_g\,(g - a_g)} \exp\left(- \dfrac{1}{2\,\sigma_g^2} \left(\ln (g - a_g) - m_g\right)^2\right) & \text{si } g > a_g \\ 0 \text{ si } g < a_g \end{cases} \qquad (1)$$

Aquí la variable g representa la amplitud espectral monocromática. Las cantidades m_g y σ_g, que definen completamente la distribución, son el valor medio y la desviación standard, respectivamente, de ln $(g - a_g)$. El factor $(g - a_g)$ en el denominador aparece a causa de que tomamos g como variable independiente y no a ln $(g - a_g)$. Por su parte, a_g es una constante elegida de tal modo que la variable ln $(g - a_g)$ se distribuya normalmente. Nosotros tomaremos $a_g = 0$, lo cual significa suponer que en el origen de las señales puedan existir amplitudes tan bajas como se quiera.

El modo de operar del analizador de atmosféricos, ha sido descripto por H. Volland (1967); (1968); G. Heydt, J. Frisius y H. Volland (1967); J. Frisius y G. Heydt (1968). Lo importante, a nuestros propósitos, es que solo se registra un pulso si la amplitud en 5 KHz está comprendida entre un nivel superior y otro inferior. Este condicionamiento modifica obviamente las distribuciones medidas en otras frecuencias respecto de aquella, la distribución marginal en la fuente de atmosféricos. Esa modificación será tanto más notable cuanto mas estrecha lo sea la ventana de recepción.

LAS AMPLITUDES Y DISTRIBUCIONES ESPECTRALES

La componente vertical del campo eléctrico de un atmosférico medido a una distancia ρ de su origen y según el ángulo azimutal ϕ, puede ser expresada por la integral de Fourier, H. Volland (1968)

$$E(\rho,\phi,t) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\rho,\phi,\omega)\; g(\omega)\; \exp\, i(\omega t + \Psi(\rho,\phi,\omega) + \theta(\omega))\; d\omega \qquad (2)$$

donde:

- t: tiempo
- ω: frecuencia angular

$b(\rho,\phi,\omega)\ \exp\ i\Psi(\rho,\phi,\omega)$: función de transmisión de la guía ionósfera-tierra.

$g(\omega)\ \exp\ i\theta(\omega)$: componente radiativa de la función espectral en el origen.

El analizador de atmosféricos en muy baja frecuencia (VLFAA) mide un valor de tensión U proporcional a la amplitud de la componente de Fourier.

$$U = Ab(\rho,\phi,\omega)\ g(\omega) \tag{3}$$

Del número total N_0 de pulsos generados en la fuente sólo un número N_g excederá un cierto umbral S tal que:

$$S \leqslant U = A\ b\ g \tag{4}$$

$$N_g \simeq N_0 \int_{S/Ab}^{\infty} W(g,\omega)\, dg \tag{5}$$

donde $W(g,\omega)$ es la función probabilidad de la amplitud espectral g, la cual hemos supuesto logarítmico normal.

Debido a la modalidad de la medición es necesario conocer la distribución conjunta entre la frecuencia en cuestión y la de 5 KHz. Con ella, es fácil el paso a aquella de una sola variable y entonces es posible calcular las cantidades que la definen en función del espectro en el origen.

La otra hipótesis que debemos introducir es la de admitir que la distribución conjunta de dos amplitudes espectrales, donde los valores de cada variable se extraen del mismo pulso, es logarítmico normal bidimensional.

En ellas las variables están correlacionadas (forma característica del espectro). Esta situación es contemplada en la expresión matemática por el factor de correlación k

$$W(g_x, g_y, \omega) = \begin{cases} \dfrac{(1-k^2)^{-1/2} \exp(-1/2\ Q(g_x,g_y))}{2\pi\sigma_x\sigma_y\ (g_x-a_x)\ (g_y-a_y)} & \text{si } \begin{array}{l} g_x \geqslant a_x \\ g_y \geqslant a_y \end{array} \\ 0 \text{ si no} \end{cases} \tag{6}$$

donde es:

$$Q(g_x,g_y) = \frac{1}{(1-k^2)} \left\{ K_x^{\ 2} + K_y^{\ 2} - 2k\ K_x\ K_y \right\} \tag{7}$$

y es:

$$K_t = \frac{\ln(t-a_t) - m_t}{\sigma_t} \tag{8}$$

Aquí g_x y g_y representan amplitudes espectrales monocromáticas en dos frecuencias, p. ej.

g_x: Amplitud espectral en 5 KHz

g_y: Amplitud espectral en 7 KHz

El factor de correlación debe calcularse experimentalmente. Para esto, una forma es determinar las rectas de regresión de los valores medios (de g_x y g_y), es decir

$$< g_x > = < g_x \mid g_y = g_{y_0} >$$

$$< g_y > = < g_y \mid g_x = g_{x_0} >$$

donde el segundo miembro de las igualdades algebraicas es el valor medio de g_x con la condición que g_y y tome el valor fijo "g_{y0} ", y el valor medio de g_y con la condición que g_x tome el valor fijo "g_{x0}", respectivamente.

Las pendientes de estas rectas ($< g_x >$ versus g_{y0} y $< g_y >$ versus g_{x0}) se obtiene en forma gráfica y son

$$\alpha_x = \frac{k\,\sigma_x}{\sigma_y}$$

$$\alpha_y = \frac{k\,\sigma_y}{\sigma_x} \qquad (10)$$

donde se obtiene el valor de k como:

$$k = \sqrt{\alpha_x\,\alpha_y} \qquad ; \ -1 \leqslant k \leqslant 1 \qquad (11)$$

Para que esta determinación sea ágil deben medirse simultáneamente los valores g_x y g_y para cada pulso, es decir obtener la matriz cuadrada de la distribución conjunta con la cual es posible extraer, por cálculo numérico el valor del parámetro correspondiente.

Es importante hacer notar que si bien este factor tendrá un valor del intervalo (-1, +1), físicamente ciertos valores son prohibidos. Es fácil ver que el valor nulo significa que las variables no están correlacionadas, o sea, para un valor fijo en la amplitud de 5 KHz, los pulsos en 7 KHz se distribuirían normalmente alrededor de su valor medio el cual permanecería constante cualquiera sea la amplitud de 5 KHz fijada. Esto último es poco probable físicamente. Análogamente, un valor negativo en el factor de correlación significaría que a mayores amplitudes en una frecuencia se tendría menores y menores amplitudes en la otra frecuencia.

Por último, el valor unitario significa correlación total, es decir, a cada valor en una amplitud de 5 KHz corresponde una y sólo una en 7 KHz. Esto implicaría una restricción muy grande en el mecanismo de producción de los pulsos.

Así es que el factor de correlación sólo puede tomar valores positivos, salvo aquellos extremos (0 y 1).

En la Tabla 1, damos ejemplos de la distribución conjunta entre las variables 20 log g_x y 20 log g_y para varias dispersiones y correlaciones.

TABLA I

Distribuciones conjuntas: σ = 4 db-y k = 0,1; 0,5 y 0.9

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	1.	2.	3.	2.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	2.	15.	53.	68	32.	5	0.	0.	0.
0.	0.	1.	15.	131	420.	488	207	32.	2.	0.	0.
0.	0.	2.	53.	420.	1212.	1274.	488	68.	3	0.	0.
0.	0.	3.	68.	488	1274	1212.	420.	53	2.	0.	0.
0.	0.	2.	32.	207	488.	420.	131.	15.	1.	0.	0.
0.	0.	0.	5.	32.	68	53.	15	2.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	2.	3.	2.	1.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	4.	3.	1.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	1.	10.	55	77.	28.	3.	0.	0.
0.	0.	0.	1.	20.	211.	572.	410.	77.	4.	0.	0.
0.	0.	0.	10.	211	1115	1556.	572.	55.	1.	0.	0.
0.	0.	1.	55.	572.	1556.	1115.	211.	10.	0.	0.	0.
0.	0.	4.	77.	410.	572.	211	20.	1.	0.	0.	0.
0.	0.	3.	28.	77.	55.	10.	1.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	1.	3.	4.	1.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	3.	6.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	36.	136.	3.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	169.	1087.	37.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	287.	3064.	172.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	172.	3064.	287.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	37.	1087.	169.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	3.	136.	36.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	6.	3.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

0.	0.	9.	175.	1295.	3521.	3521.	1295	175.	9.	0.	0.

Tabla 1: Distribución conjunta, para 10.000 pulsos entre las frecuencias de 7 y 5 KHz.
Eje abscisas frecuencia de 5 KHz.
Eje ordenadas frecuencia de 7 KHz.
Se considera una distribución normal en 5 KHz, la cual aparece al pie de la página, en cada caso. El rango de variación es entre 0 y 48 db en ambos ejes.

TABLA I

Distribuciones conjuntas: σ = 8 db y k = 0,1; 0,5 y 0,9

0.	0.	1.	3.	5.	8.	9.	8.	6.	3.	1.	0.
0.	1.	4.	11.	20.	29.	32.	28.	19.	10.	4.	1.
1.	4.	13.	31.	56.	79.	87.	74.	48.	25.	10.	3.
3.	11.	31.	71.	125.	171.	183.	151.	97.	48.	19.	6.
5.	20.	56.	125.	215.	288.	299.	241.	151.	74.	28.	8.
8.	29.	79.	171.	288.	375.	380.	299.	183.	87.	32.	9.
9.	32.	87.	183.	299.	380.	375.	288.	171.	79.	29.	8.
8.	28.	74.	151.	241.	299.	288.	215.	125.	56.	20.	5.
6.	19.	48.	97.	151.	183.	171.	125.	71.	31.	11.	3.
3.	10.	25.	48.	74.	87.	79.	56.	31.	13.	4.	1.
1.	4.	10.	19.	28.	32.	29.	20.	11.	4.	1.	0.
0.	1.	3.	6.	8.	9.	8.	5.	3.	1.	0.	0.

0.	0.	0.	0.	1.	2.	5.	8.	10.	10.	6.	3.
0.	0.	0.	1.	4.	10.	22.	33.	36.	28.	16.	6.
0.	0.	1.	5.	17.	43.	77.	99.	91.	60.	29.	10.
0.	1.	5.	20.	60.	127.	192.	209.	163.	91.	37.	11.
1.	4.	17.	60.	150.	268.	344.	317.	209.	99.	34.	8.
2.	11.	43.	127.	268.	407.	442.	344.	193.	77.	22.	5.
5.	22.	77.	193.	344.	442.	407.	268.	127.	43.	11.	2.
8.	34.	99.	209.	317.	344.	268.	150.	60.	17.	4.	1.
11.	37.	91.	163.	209.	192.	127.	60.	20.	5.	1.	0.
10.	29.	60.	91.	99.	77.	43.	17.	5.	1.	0.	0.
6.	16.	28.	36.	33.	22.	10.	4.	1.	0.	0.	0.
3.	6.	10.	10.	8.	5.	2.	1.	0.	0.	0.	0.

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	5.	18.	19.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	1.	15.	60.	64.	20.
0.	0.	0.	0.	0.	0.	2.	33.	150.	183.	60.	6.
0.	0.	0.	0.	0.	3.	56.	289.	402.	150.	15.	0.
0.	0.	0.	0.	3.	73.	429.	681.	289.	33.	1.	0.
0.	0.	0.	3.	73.	490.	885.	429.	56.	2.	0.	0.
0.	0.	2.	56.	429.	885.	490.	73.	3.	0.	0.	0.
0.	1.	33.	289.	681.	429.	73.	3.	0.	0.	0.	0.
0.	15.	150.	402.	289.	56.	3.	0.	0.	0.	0.	0.
6.	60.	183.	150.	33.	2.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
20.	64.	60.	15.	1.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
19.	18.	5.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

46.	159.	432.	915.	1509.	1938.	1938.	1509.	915.	432.	159.	46.

TABLA I

Distribuciones conjuntas: σ = 12 db y k = 0,1; 0,5 y 0,9

5.	9.	14.	22.	29.	34.	36.	34.	29.	22.	15.	9.
9.	16.	26.	39.	51.	60.	63.	59.	50.	38.	25.	15.
14.	26.	43.	62.	81.	95.	98.	91.	76.	57.	38.	22.
22.	39.	63.	90.	116	133.	137.	126.	104.	76.	50.	29.
29.	51.	81.	116.	147.	168.	170.	155.	126.	92.	59.	35.
34.	60.	95.	133.	168.	189.	190.	170.	137.	98.	63.	36.
36.	63.	98.	137.	170.	190.	189.	168.	133.	95.	60.	34.
35.	59.	92.	126.	155.	170.	168.	147.	116.	81.	51.	29.
29.	50.	76.	104.	126.	137.	133.	116	90.	63.	39.	22.
22	38.	57.	76.	91.	98	95.	81	62.	43.	26.	14.
15.	25.	38.	50.	59.	63.	60.	51.	39.	26.	16.	9.
9.	15.	22.	29.	34.	36.	34.	29.	22.	14.	9.	5.

0.	1.	2	5.	11.	19.	28.	36.	41.	40.	34.	25
1.	3.	6.	14.	25.	40.	56.	68.	72.	65.	51.	35
2.	6.	15.	29.	51.	76.	98	111	108.	91.	67.	43.
6	14.	30.	55.	89.	123.	148.	154.	139.	109.	75.	44.
12	26.	52.	89.	133	172.	192.	186.	156.	114	72.	40.
20.	43.	78.	125	172.	206.	214	193.	150.	102.	60.	31
31.	60.	102.	150.	193	214.	206.	172.	125.	78.	43	20.
40.	72.	114.	156.	186.	192.	172.	133	89.	52.	26.	12.
44.	75.	109.	139.	154	148	123	89.	55	30.	14.	6.
43.	67.	91	108.	111.	98.	76.	51.	29.	15.	6	2.
35	51.	65.	72.	68	56	40.	25.	14	6.	3.	1
25	34	40.	41	36.	28.	19.	11.	5.	2.	1.	0.

0.	0.	0.	0.	0.	0.	0	2.	14	43	80.	91.
0.	0.	0.	0.	0.	0	3	21	68	128	139	94
0.	0.	0.	0.	0.	4	28	97	170	210	135	54
0	0.	0.	0.	5	33	123	255	295	172.	73	17
0.	0	0.	5.	35	138	303.	372	255.	98	22.	3
0.	0	4.	33	138	322.	418	303	123	28	4.	0
0	4	28	123	303	418.	322.	138	33	4	0.	0.
3.	22	98	255	372.	303	138	35	5	0.	0.	0.
17	73	192.	295	255	123	33	5	0.	0	0.	0.
54	135.	210	190.	97	28.	4	0.	0.	0	0.	0.
94	139	128.	68.	21	3.	0.	0.	0.	0.	0.	0
91.	80.	43	14.	2.	0.	0.	0.	0	0.	0.	0.

259	452	705	983	1228	1373.	1373	1228	983	705	452.	259.

El rango de variación de ambas variables se ha tomado entre 0 y 48 db y un total de 10 mil pulsos.

El primer paso es calcular la probabilidad de medir la variable G_y (amplitud en 7 KHz) en el intervalos $(g_y, g_y + dg_y)$ bajo la condición que la variable G_x (amplitud en 5 KH) tome un valor entre (g_x, ∞), es decir

$$P(g_y < G_y < g_y + dg_y \mid S_x < G_x < \infty) = \tag{12}$$
$$= \frac{P(g_y \leq G_y < g_y + dg_y;\ S_x < G_x < \infty)}{P(S_x < G_x < \infty)}$$

y por definición de función frecuencia, esto es igual a

$$\frac{\int_{S_x}^{\infty} W(g_x, g_y)\, dg_x}{\int_{S_y}^{\infty} dg_y \int_{S_x}^{\infty} W(g_x, g_y)\, dg_x} = W(g_y \mid S_x \leq G_x < \infty)\, dg_y \tag{13}$$

y por lo tanto el valor medio de la variable G_y vendrá dado por:

$$\langle W(g_y \mid S_x \leq G_x < \infty) \rangle = \int_{S_y}^{\infty} \ln_y\, W(g_y \mid S_x < G_x < \infty)\, dg_y = \tag{14}$$
$$= \frac{\int_{S_y}^{\infty} \int_{S_x}^{\infty} \ln g_y\, W(g_x, g_y)\, dg_x\, dg_y}{\int_{S_y}^{\infty} \left\{ \int_{S_x}^{\infty} W(g_x, g_y)\, dg_x \right\} dg_y}$$

Debemos aclarar que el límite superior ∞ que hemos tomado es a los efectos de simplificar los cálculos. Realmente, debería tomarse un límite superior finito, pero el número de pulsos que superan dicho umbral es suficientemente pequeño como para justificar el límite adoptado aquí.

EL CALCULO DEL VALOR MEDIO

En el analizador de atmosféricos de muy bajas frecuencias desarrollado por el Heinrich-Hertz-Institut, las amplitudes espectrales se presentan en escala logarítmica.

Este hecho permite encontrar rápidamente el valor medio de una distribución de amplitudes. En efecto, cuando la variable independiente es el logaritmo de la amplitud, la distribución es normal. En tales distribuciones la mediana coincide con el valor medio.

De este modo, calcular el valor medio de la distribución se reduce a resolver la ecuación siguiente

$$\int_{S_i}^{\infty} W(\ln_g)\, d\ln_g = 2 \int_{\langle g \rangle_i}^{\infty} W(\ln_g)\, d\ln_g \quad , \tag{15}$$

en la que hacemos uso del hecho que la mediana divide en dos partes iguales el número de pulsos.

El límite inferior S_i es aquel de la ecuación (5)

$$S_i = \ln \frac{S}{Ab(\rho,\phi,\omega)}$$

Explicitando la función W (lng) queda

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{Si}^{\infty} e^{-(\ln g - \ln g_o)^2/2\sigma^2} d\ln g = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{<g>_i}^{\infty} e^{-(\ln g - \ln g_o)^2/2\sigma^2} d\ln g \quad (16)$$

entonces:

$$\frac{1}{2}\left\{1 - \Phi\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)\right\} = \left\{1 - \Phi\left(\frac{\ln<g>_i - \ln g_o}{\sqrt{2}\,\sigma}\right)\right\} \quad (17)$$

donde

$$\Phi\ (x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{o}^{x} e^{-t^2}\, dt \quad (18)$$

y $\ln g_o$ resulta el valor medio de la distribución en el origen, es decir, donde $S_i = 0$.

Despejando ln <g> se tiene

$$\ln<g>_i = \ln g_o + \sqrt{2}\ \sigma\ \Phi^{-1}\left\{\frac{1}{2}\left[1 + \phi\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sigma}\right)\right]\right\} \quad (19)$$

donde con Φ^{-1} indicamos la función inversa de (18). En forma totalmente aná loga podemos escribir

$$\ln<g>_i = \ln g_o + \sigma\ P^{-1}\left\{\frac{1}{2}\left[1 + P\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sigma}\right)\right]\right\} \quad (20)$$

con

$$P\ (x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt \quad (21)$$

o bien

$$\ln<g>_i = \ln g_o + \sigma\ Q^{-1}\left\{\frac{1}{2}\ Q\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sigma}\right)\right\}$$

con

$$Q\ (x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}\ dt$$

Las tres funciones aquí presentadas, Φ (x), P (x) y Q (x) se encuentran tabuladas.

Si tenemos en cuenta el límite superior (Smáx) distinto de ∞, las expresiones (17), (19) y (20) cambian por las siguientes

$$\ln \langle g \rangle_i = \ln g_o + \sigma P^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \left[P\left(\frac{\ln S_{máx} - \ln g_o}{\sigma} \right) + P\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sigma} \right) \right] \right\}$$

$$\ln \langle g \rangle_i = \ln g_o + \sigma Q^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \left[Q\left(\frac{\ln S_{máx} - \ln g_o}{\sigma} \right) + Q\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sigma} \right) \right] \right\}$$

$$\ln \langle g \rangle_i = \ln g_o + \sqrt{2}\, \sigma\, \Phi^{-1} \left\{ \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{\ln S_{máx} - \ln g_o}{\sqrt{2}\, \sigma} \right) + \Phi\left(\frac{\ln S_i - \ln g_o}{\sqrt{2}\, \sigma} \right) \right] \right\}$$

Estas expresiones nos permiten conocer la variación del valor medio de una distribución normal cuando variamos los mímites de recepción. Desde una misma estación receptora tendremos distintas distribuciones y por ende distintos valores medios si se modifica el umbral de recepción. En la Figura 1 se muestra la variación del valor medio en función del umbral de recepción suponiendo recepción entre 0 y 48 db y distintos valores de dispersión.

Por otro lado, estaciones ubicadas en la misma línea de propagación, observarán distribuciones distintas para una misma zona de descargas atmósféricas. Las cantidades, número de pulsos por unidad de tiempo y valor medio, se verán modificadas.

Si llamamos U a la tensión medida en decibeles en la estación iésima, ubicada a la distancia r_i de la fuente, tendremos

$$U = 20 \log A\, b\, (r_i)\, g_i \tag{27}$$

por su parte, en la próxima estación esta tensión será

$$U = 20 \log A\, b\, (r_i + 1)\, g_i + 1 \tag{28}$$

Si entre las estaciones, la función de propagación decae en K_i, es decir

$$b\,(r_i) = K_i\, b\,(r_i + 1) \tag{29}$$

entonces, de la igualdad de las dos ecuaciones anteriores resulta

$$20 \log g_i + 1 = 20 \log g_i + 20 \log K_i \tag{30}$$

De este modo, el número de pulsos se verá modificado según la expresión

$$N_i = N_o \int_{Si}^{\infty} W(g)\, dg = N_o Q \left\{ \frac{20 \log S_i + 20 \log K_i - 20 \log g_o}{\sigma} \right\} \tag{31}$$

y el valor medio según

$$20 \log \langle g \rangle_i = 20 \log g - 20 \log K_i \tag{32}$$

En la Figura 2 mostramos la variación de una distribución entre 0 y 48 db para la cual las cantidades que la definen en el origen toman los valores

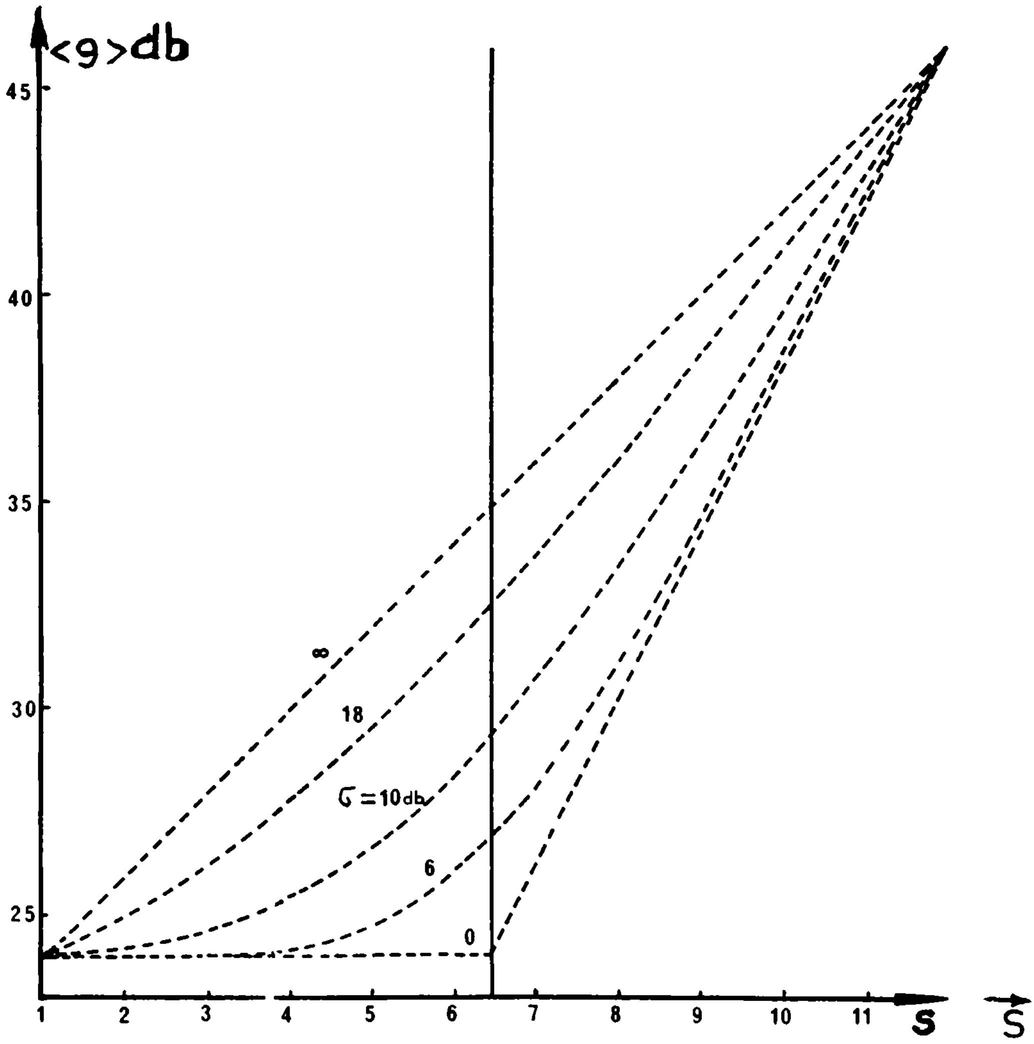


Figura 1: Varic ión del valor medio, para distintas desviaciones, de una distribución es pectral en función del umbral de recepción entre 0 y 48 db. Según ecuación (15).

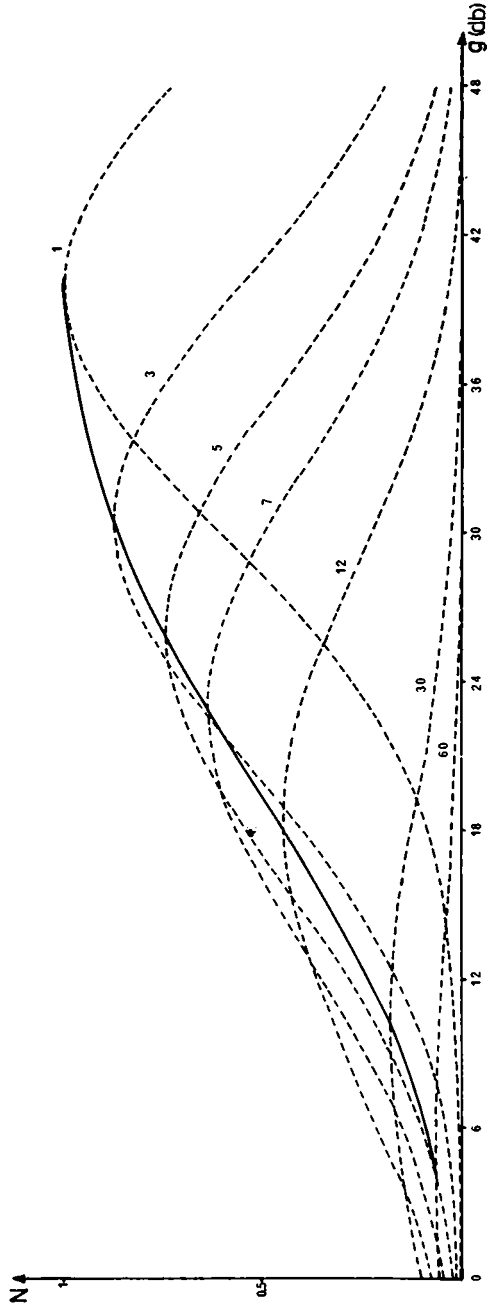


Figura 2: Variación de una misma distribución espectral observada a diferentes distancias, definida en el origen (curva 1) por N_0 = 10.000 pulsos, <g> = 40 db y = 10 db. Los valores sobre las curvas representan los definidos en (29).

$$N_o = 10.000 \text{ pulsos}$$

$$g_o = 40 \text{ db}$$

$$\sigma_o = 10 \text{ db}$$

Los máximos de las distribuciones yacen sobre una gaussiana.

Esto muestra que es posible llegar a determinar, siempre y cuando se conozca la posición geográfica de la fuente, en forma experimental la función de propagación b (r) midiendo simultaneamente desde 2 estaciones, ubicadas sobre una misma línea de propagación, los valores medios de las distribuciones.

LA VARIACION DEL VALOR MEDIO DE SA en 7 KHz

Si el valor medio observado corresponde a una distribución cuyos valores están correlacionados con los de una segunda distribución, sus variaciones serán distintas, según lo sea el grado de correlación.

En la Figura 3 a, b y c, graficamos las variaciones, para distintas correlaciones, del valor medio versus umbral de recepción para distribuciones con g_o = 24 db y dispersiones entre 4 y 12 db.

Esta situación se presenta con el parámetro Amplitud Espectral en 7 KH cuyos valores están condicionados a los valores en 5 KH_z.

Es necesario que puntualicemos dos hechos. Primero, hemos estado considerando distribuciones logarítmico normales exclusivamente. Esta situación es presentada cuando sólo se observan pulsos provenientes de una única célula tormentosa. Si por el contrario se reciben señales de varias células para el mismo ángulo azimutal, la distribución total deja de ser evidentemente una logarítmico normal. En estos casos es posible, sin embargo, realizar un desarrollo gaussiano y determinar cada distribución componente. Segundo, las variaciones en el número de pulsos y en el valor medio que hemos calculado corresponden a observaciones realizadas en un mismo instante de tiempo para ambas estaciones.

Cuando las observaciones son a lo largo del tiempo, deben entrar en consideración las variaciones temporales de la fuente. Los resultados de las mediciones experimentales son mostrados en la Figura 4. Los mismos fueron obtenidos midiendo en intervalos iguales y consecutivos de tiempo el número de pulsos por intervalo de amplitud para distintos umbrales de recepción.

Un modelo teórico que reproduzca estos datos experimentales fue ensayado tomando una distribución logarítmico normal con valor medio y dispersión variables senoidalmente en el tiempo

$$\langle g \rangle_i = 24 + 1.5 \text{ sen } (75°(t_i - 1) + 6°\!,3\,) \qquad (33)$$

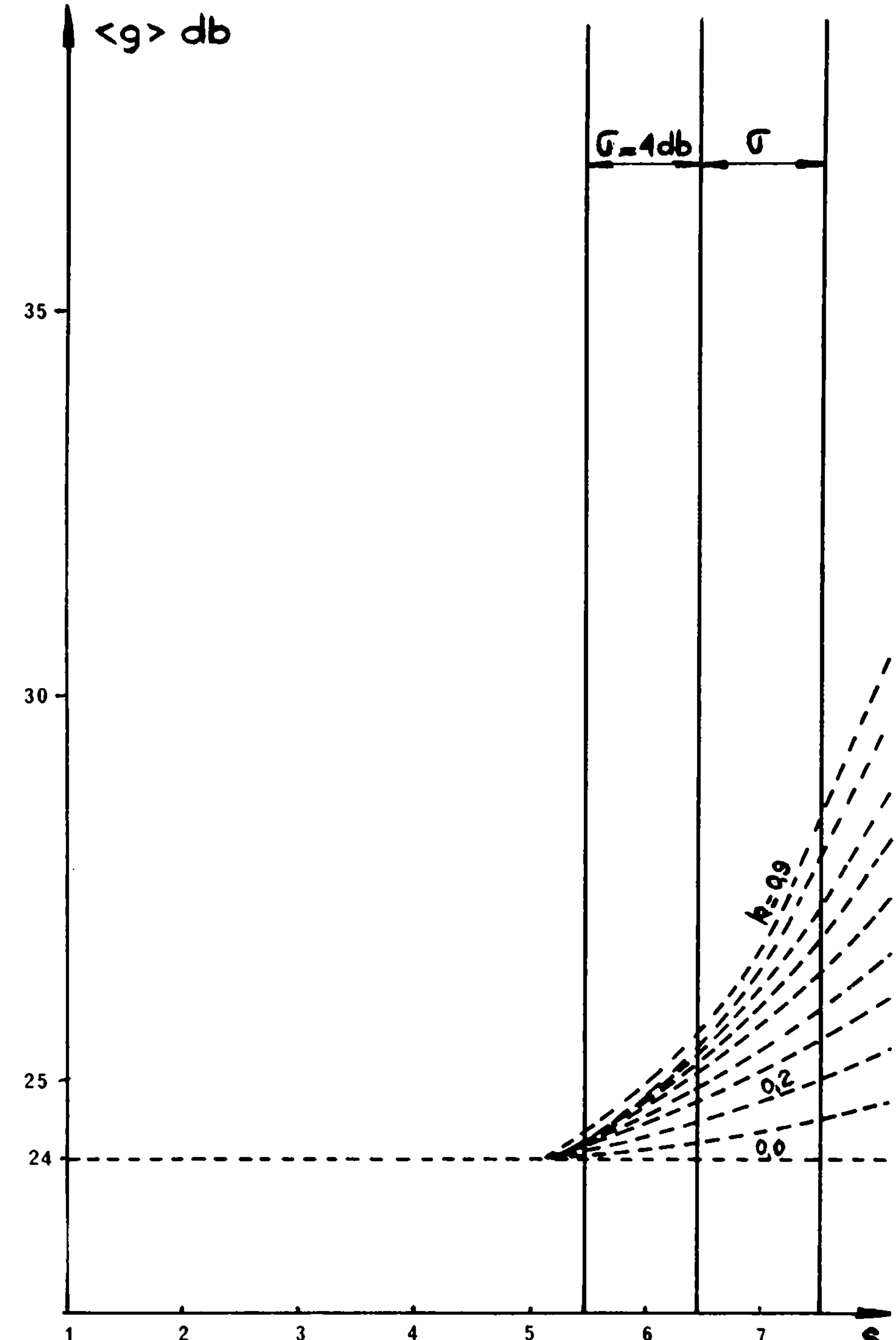


Figura 3 a

Figura 3: Variaciones del valor medio, para distintos valores de correlación y dispersión, de una variable espectral que se distribuye normalmente correlacionada con otra normal de $\langle g\rangle = 24$ db para valores crecientes en el umbral de recepción de esta última. Según ecuación (14).

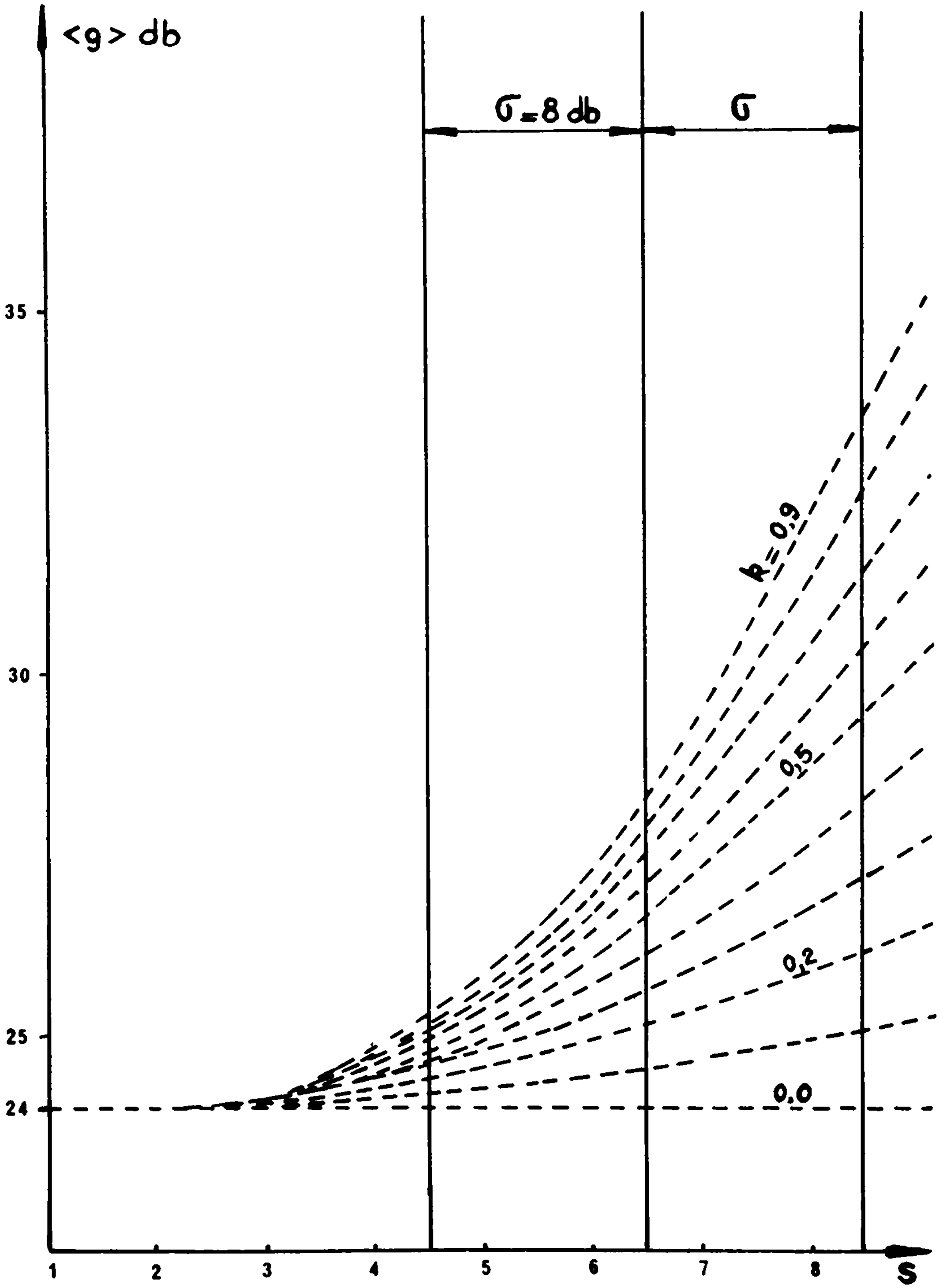


Figura 3b

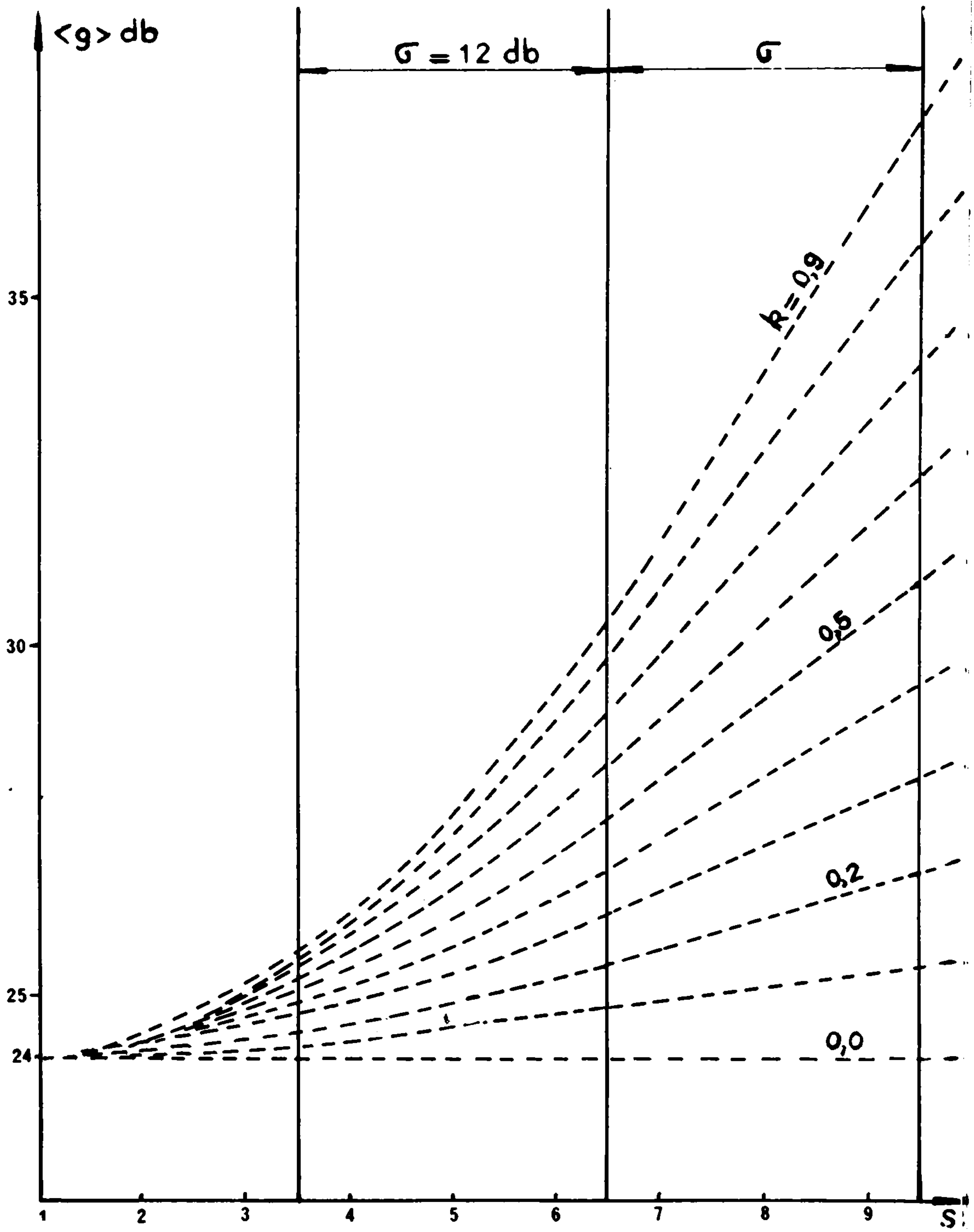


Figura 3c

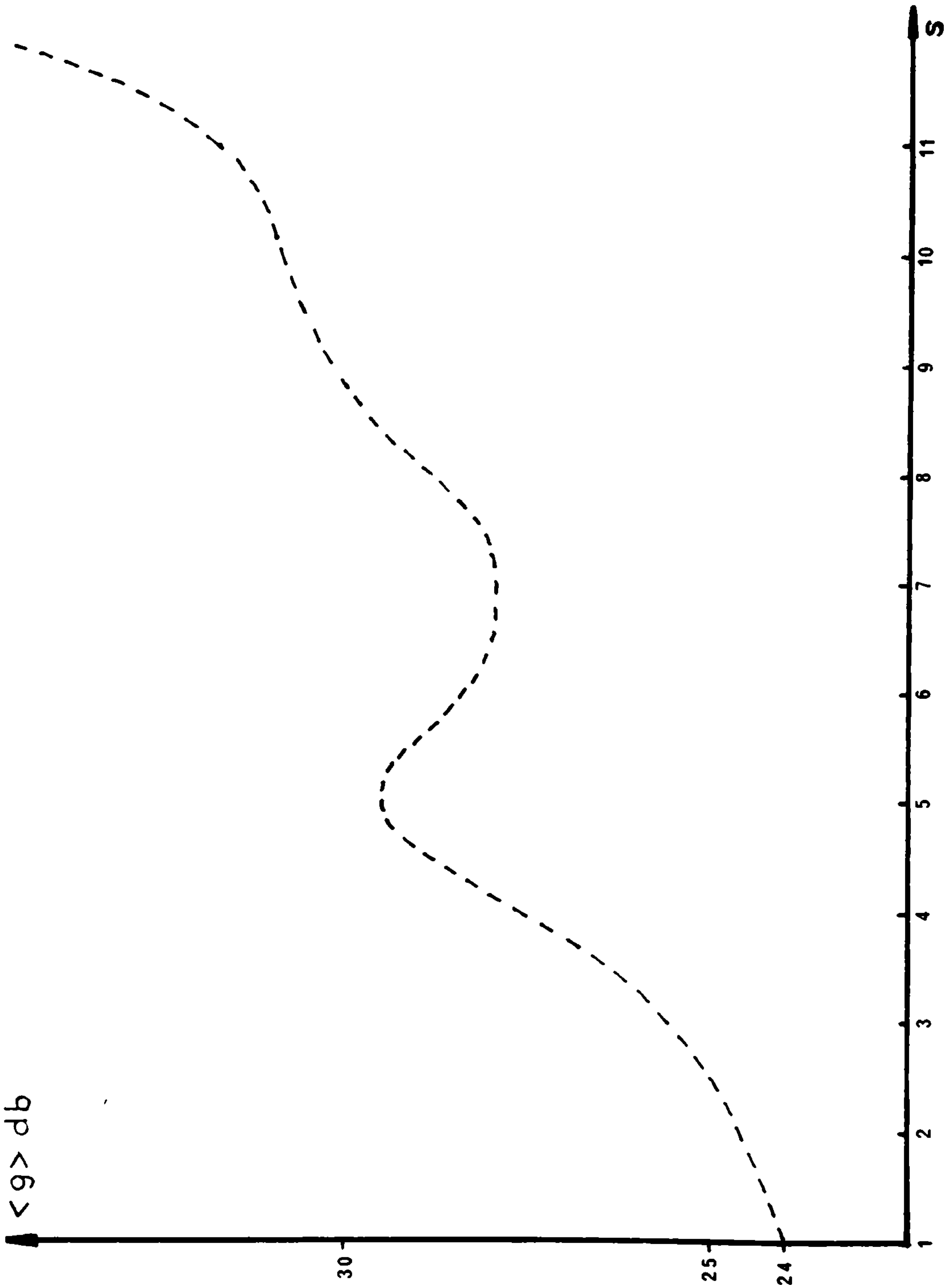


Figura 4: Variación del valor medio en la amplitud de 7 KHz para valores crecientes en el umbral de recepción en 5 KHz. El número de pulsos se obtuvo midiendo intervalos iguales y consecutivos de tiempo.

con
$$\Delta t = t_i - t_i - 1 = 10 \text{ min.}$$
$$\sigma = \bar{\sigma} \langle g \rangle_i / 24 \qquad (34)$$

Así mismo, el número de pulsos fue reducido gaussianamente para umbrales de recepción crecientes.

En la Figura 5 se presentan los resultados obtenidos con distintos valores de dispersión y del factor de correlación.

CONCLUSIONES

El conocimiento en las variaciones de las distribuciones de las aplitudes espectrales medidas, en una estación, a lo largo del tiempo puede dar útil información acerca del grado de desarrollo en una célula tormentosa. Las variaciones en el número de pulsos y en el valor medio se deberán principalmente a las modificaciones de esas cantidades en la fuente. La desviación standard por su parte marcará exclusivamente las variaciones de la fuente.

Este último parámetro puede entonces ser tomado como índice del conocimiento del grado de desarrollo tormentoso. Si realmente este se cumple o no, es tema de investigación.

Cuando las observaciones son realizadas simultáneamente desde dos o más estaciones sobre una misma línea de propagación es posible separar las variaciones provocadas en la propia fuente de aquellas provocadas por la diferencia en el camino de propagación. La importancia en estas últimas es que posibilitarían la determinación experimental de la función de propagación.

Si consideramos la guía de onda ionósfera-tierra como un filtro disipativo para las distribuciones espectrales podemos representar esquemáticamente una variación por el siguiente gráfico

$$\xrightarrow{W_o\ (g)\ dg} \boxed{\text{filtro}} \xrightarrow{W_i\ (g)\ dg}$$

Si la función en el origen es tomada como
$$W_o\ (g)\ dg = \frac{N_o}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-(\ln g\ -\ \ln g\ )^2/2\sigma^2}\ dg$$

entonces la función observada en la estación iésima vendrá dada por:
$$W_i\ (g)\ dg = \left\{ \int_{S/Ab(r_i)}^{\infty} W_o\ (g)\ dg \right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln g - (\ln g_o\ -\ \ln K_i))^2/2\sigma^2}\ dg$$

donde K_i es dado en (29) y representa la relación entre la función de propagación en el origen y a la distancia r_i.

La dispersión no se verá afectada dado que el filtro es una función independiente de la amplitud g.

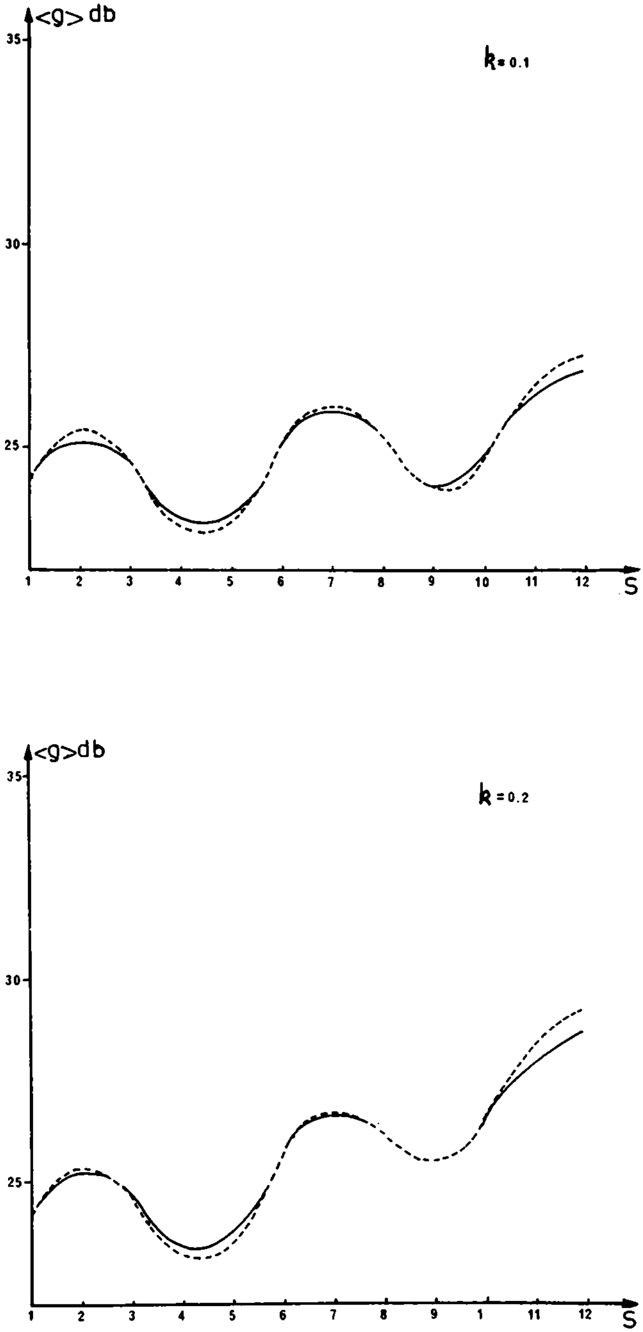
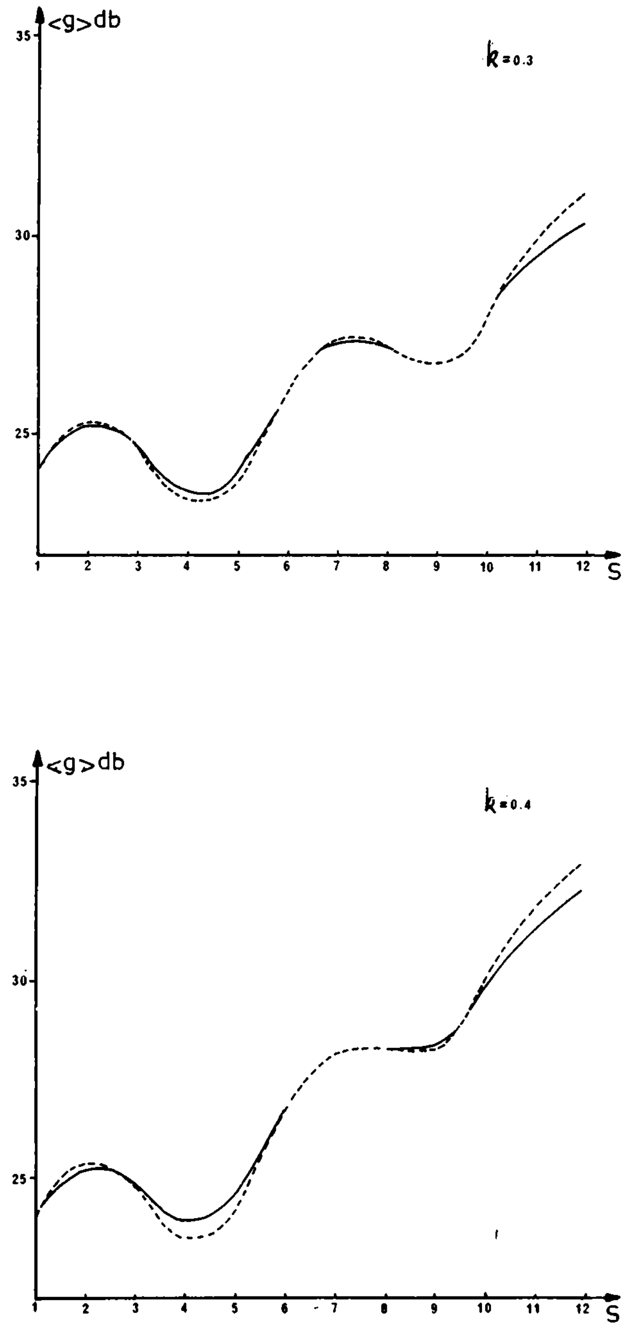


Figura 5 a b c: Variación del valor medio en la amplitud de 7 KHz para valores crecientes en el umbral de recepción de 5 KHz, según un modelo teórico. Cada gráfico corresponde a un valor particular del factor de correlación.



<g>db
k=0.3
35
30
25
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
S
<g>db
k=0.4
35
30
25
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
S

Figura 5b

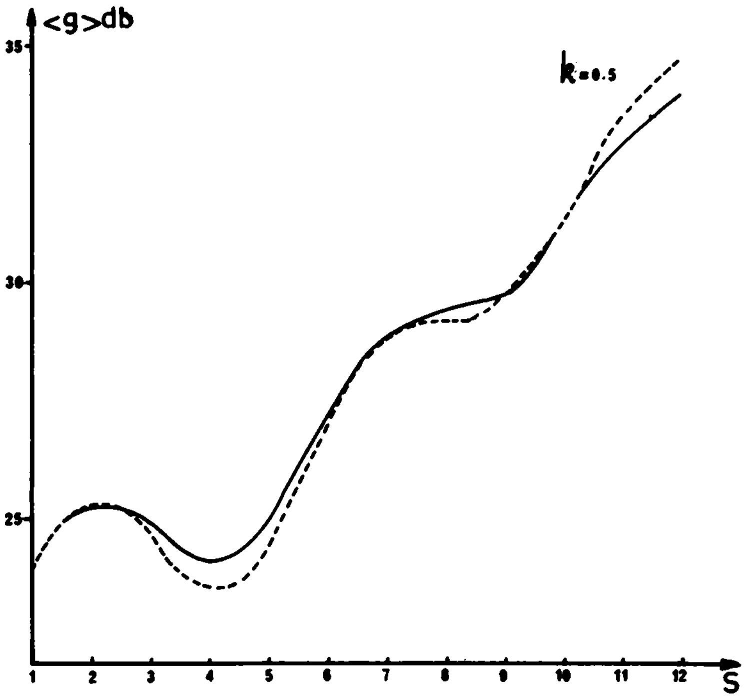


Figura 5c

B I B L I O G R A F I A

FRISIUS, J. y HEYDT, G. 1968 Radio Science 3, 1004.

FRISIUS, J.; HEYDT, G. y HARTH, W. 1970: Observations of parameters characterizing the VLF atmospherics activity as functions of the azimuth. Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, Vol. 32 pp. 1403-1422.

HEYDT, G.; FRISIUS, J. y VOLLAND, H. 1967 MF. LF and VLF Radio Propagation, pp. 260-266. I.E.E. London.

VOLLAND, H. 1967: Ground-based Radio Wave Propagation Studies of the Lower Ionosphere (Editado por J.S. Belrose) pp. 459-479. Defence Research Board, Departament of National Defense, Canada.

VOLLAND, H. 1968: Die Ausbreitung Langer Wellen. Vieweg & Sohn, Braunschweig.

YAMAGUCHI, T. y NAGATANI, M. 1968: The Amplitude Probability Distribution of the Atmospheric Radio Noise at Source. Proceeding of the Research Institute of Atmospherics, Nagoya University. Vol. 15 pp. 63.