



Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет

Шкурдода Ю. О., Пасько О. О., Шпетний І. О.

# **ФІЗИКА.**

## **ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ**

Навчальний посібник

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету

Суми  
Сумський державний університет  
2022

УДК 537(075.8)

Ш 67

Рецензенти:

*А. І. Салтикова* – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики, фізики та методики їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А. С. Макаренка;

*С. І. Денисов* – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри електроніки, загальної та прикладної фізики Сумського державного університету

*Рекомендовано до видання  
вченою радою Сумського державного університету  
як навчальний посібник  
(протокол № 13 від 23 червня 2022 року)*

**Шкурдода Ю. О.**

Ш 67

Фізика. Електрика і магнетизм : навчальний посібник /  
Ю. О. Шкурдода, О. О. Пасько, І. О. Шпетний. – Суми :  
Сумський державний університет, 2022. – 172 с.

У навчальному посібнику подані науково-навчальні матеріали для вивчення дисципліни «Загальна фізика».

Видання рекомендоване студентам закладів вищої освіти денної, заочної й дистанційної форм навчання за спеціальністю «Середня освіта. Фізика».

**УДК 537(075.8)**

© Сумський державний університет, 2022

© Шкурдода Ю. О., Пасько О. О.,

Шпетний І. О., 2022

## ЗМІСТ

	С.
ПЕРЕДМОВА.....	6
РОЗДІЛ 1 ЕЛЕКТРИКА.....	8
1.1 Електростатика.....	8
1.1.1 Електризація тіл. Електричний заряд. Закон збереження заряду.....	8
1.1.2 Закон Кулона.....	10
1.1.3 Електричне поле. Напруженість електричного поля.....	12
1.1.4 Потік вектора напруженості електричного поля.....	15
1.1.5 Потенціал електричного поля.....	19
1.1.6 Металеві провідники в зовнішньому електричному полі.....	27
1.1.7 Конденсатор. Енергія електричного поля.....	34
1.1.8 Діелектрики в електричному полі.....	39
Контрольні запитання для самоперевірки.....	45
1.2 Постійний електричний струм.....	45
1.2.1 Основні характеристики електричного струму.....	45
1.2.2 Закон Ома для ділянки кола.....	47
1.2.3 Електрорушійна сила. Закон Ома для електричного кола.....	50
1.2.4 Розгалужений контур. Правила Кірхгофа.....	54
Контрольні запитання для самоперевірки.....	58
1.3 Електричний струм у металах та напівпровідниках.....	59

1.3.1 Класична електронна теорія електропровідності.....	59
1.3.2 Робота виходу електронів із металу....	66
1.3.3 Електричний струм у напівпровідниках.....	69
Контрольні запитання для самоперевірки.....	73
1.4 Електричний струм у газах та електролітах.....	73
1.4.1 Електричний струм у вакуумі.....	73
1.4.2 Електричний струм у газах.....	76
1.4.3 Електричний струм в електролітах.....	80
Контрольні запитання для самоперевірки.....	86
РОЗДІЛ 2 МАГНЕТИЗМ.....	88
2.1 Магнітні поля струмів та магнітів.....	88
2.1.1 Магніти. Магнітні поля.....	88
2.1.2 Прояви магнетизму струмів.....	90
2.1.3 Зв'язок електричних і магнітних явищ. Закон Ампера.....	91
2.1.4 Магнітне поле електричного струму... Контрольні запитання для самоперевірки.....	96 98
2.2 Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі.....	99
2.2.1 Дія сили Лоренца на рух електричного заряду в магнітному полі.....	99
2.2.2 Магніторезистивний ефект.....	104
2.2.3 Ефект Холла.....	107
2.2.4 Застосування явищ, спричинених дією сили Лоренца, у науково-технічних пристроях.....	110
Контрольні запитання для самоперевірки.....	114
2.3 Магнітне поле в середовищі.....	115

2.3.1	Магнетики. Вектор магнітної індукції.	115
2.3.2	Магнітні властивості атомів відповідно до класичної електронної теорії будови речовини.....	117
	Контрольні запитання для самоперевірки.....	120
2.4	Електромагнітна індукція.....	122
2.4.1	Закон електромагнітної індукції Фарадея.....	122
2.4.2	Самоіндукція і взаємна електромагнітна індукція в замкнених контурах.....	130
	Контрольні запитання для самоперевірки.....	135
2.5	Змінний електричний струм.....	136
2.5.1	Електричний коливальний контур.....	136
2.5.2	Індукційний спосіб генерації електричного струму.....	141
2.5.3	Передавання енергії на великі відстані змінним синусоїдальним струмом.....	145
	Контрольні запитання для самоперевірки.....	150
2.6	Закони електромагнітного поля.....	152
2.6.1	Струм зміщення.....	152
2.6.2	Рівняння Максвелла .....	155
2.6.3	Електромагнітні хвилі та їх застосування.....	162
	Контрольні запитання для самоперевірки.....	167
	СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	170

## Передмова

Метою навчального посібника є сприяння поглибленому засвоєнню фізики електричних та магнітних явищ, які є основою багатьох розділів інженерної науки, зокрема, електротехніки й енергетики, комп'ютерних технологій, автоматизації та промислової революції загалом. Ідеологія навчального видання – продовжити «Механіку, молекулярну фізику та термодинаміку», видану у 2021 р. Ідея органічного поєднання «фізичного змісту» і «математики» є основною і для цього посібника та повинна формувати в студента науковий світогляд і навички фізико-математичного мислення. Такий підхід особливо актуальний для студентів педагогічних спеціальностей закладів вищої освіти та є фундаментом, без якого неможливо підготувати кваліфікованих учителів фізики. Різке скорочення годин, насамперед аудиторного часу, які надають для вивчення курсу фізики, вимагає винесення значної частини питань загального курсу фізики для самостійного опрацювання студентами. Тому зазвичай у студентів часто виникають труднощі під час формування розуміння електричних і магнітних явищ та застосування відносно складного математичного апарату.

Незважаючи на те, що існує велика кількість підручників для засвоєння лекційного матеріалу з курсів загальної фізики різних ступенів складності, обсягу, якості подання матеріалу, виданих в Україні та за її межами, все ж не вистачає посібників, виданих українською мовою, які допомогли б студентові знаходити відповіді на запитання, що стосуються фундаментальних питань фізики, сприяли б більш глибокому розумінню суті фізичних явищ.

Викладачами кафедри електроніки, загальної та прикладної фізики Сумського державного університету накопичений значний досвід із викладання фізики у педагогічних ЗВО. Усе це спонукало авторів до написання

цього посібника з метою допомогти студентам педагогічної спеціальності в їхній самостійній роботі більш глибоко зрозуміти фізику електричних та магнітних явищ.

Навчальний посібник структурований за двома розділами, в кожному з яких наведені визначення основних фізичних величин і понять, сформульовані та обґрунтовані основні закони електрики й магнетизму. Для більшості фізичних співвідношень наведені їхні математичні обґрунтування. Водночас посібник не перевантажений складними математичними викладками і для сприйняття матеріалу достатньо знань студентів із курсу математичного аналізу, вивчення якого передбачено на першому році навчання.

У запропонованому навчальному посібнику, на думку авторів, достатньо ґрунтовно розглянуто властивості електричного поля, що дозволить читачеві вільно орієнтуватися в матеріалі наступних розділів, а також під час більш глибокого опрацювання відповідного матеріалу.

Комплекс розділів, присвячених магнітним явищам, тісно зв'язаний із першою частиною підручника єдністю підходів та глибиною аналізу. Особливістю цих розділів є використання окремих понять квантової теорії. Такий підхід є, по-перше, більш науковим та послідовним, по-друге, допоможе під час більш глибокого вивчення квантової природи мікроскопічних явищ.

Автори висловлюють щире подяку проф. І. Ю. Проценку та проф. Л. В. Однорець за надані консультації щодо написання методичних аспектів навчального посібника, а також рецензентам за зауваження, дружні поради й пропозиції, які значно покращили текст.

# РОЗДІЛ 1 ЕЛЕКТРИКА

## 1.1 Електростатика

### 1.1.1 Електризація тіл. Електричний заряд.

#### Закон збереження заряду

*Електростатика* – розділ *електродинаміки*, в якому вивчається електричне поле нерухомих електричних зарядів та їх взаємодія. Основний закон електростатики – закон Кулона.

Електрика в житті людини займає особливо важливе місце. Водночас прості електричні явища (атмосферна електрика, електризація тіл під час тертя одне об одне тощо) відомі з глибокої давнини. Однак серйозній увазі до їх дослідження і практичного використання приділяється лише близько останніх трьохсот років, а фундаментальна природа електрики була з'ясована відносно зовсім недавно.

Розглянемо добре відомі із середньої школи факти. Якщо потерти скляну паличку об шовк або ебонітову об хутро, то вони *електризуються* (набувають електричного заряду). У результаті електризації проявляють здатність притягувати або відштовхувати інші наелектризовані тіла. Подібно до цього можна наелектризувати й інші тіла.

Пояснення електризації тіл таке. За сучасними уявленнями атом (найменша частинка хімічного елемента, яка зберігає його властивості) складається із ядра, електричний заряд якого визначається кількістю *протонів*, і від'ємно заряджених *електронів*. Кількість електронів в атомі дорівнює кількості протонів, тому атом є електрично нейтральним. За певних умов атом може втрачати електрони, які є найбільш віддалені від ядра, або приймати електрони – такий атом стає додатно або від'ємно



зарядженим іоном. Відповідно, якщо кількості протонів і електронів у тілі збігаються – воно є електрично нейтральним, у протилежному разі тіло має електричний заряд того чи іншого знака.

Зі стабільних елементарних частинок негативний заряд величиною  $e \approx -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  має електрон, маса якого становить  $m_e \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , позитивний заряд  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  – протон із масою  $m_p \approx 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1800 \cdot m_e$ . Якщо кількості протонів і електронів у тілі збігаються – воно є електрично нейтральним, у протилежному разі тіло має електричний заряд того чи іншого знака.

Наявність електричного заряду можна виявити за допомогою *електроскопа*. За допомогою електроскопа можна визначити і знак заряду.

Установлено, що за будь-яких процесів, що відбуваються в електрично ізольованій системі (система не набуває і не втрачає електрично заряджені частинки), *алгебраїчна сума електричних зарядів у системі завжди залишається постійною*. Це є формулювання закону збереження електричного заряду. Варто зазначити, що закон збереження заряду дозволяє можливість парного виникнення і зникнення протилежних електричних зарядів. Так, за взаємодії електрона й позитрона (елементарної частинки, аналогічної до електрона, але з додатним зарядом) виникає фотон (квант світла); за певних умов може відбутися і зворотний процес: фотон перетворюється на пару частинок – електрон і позитрон.

Електричний заряд є релятивістськи інваріантним – його величина не залежить від системи відліку, тобто не залежить від того рухається заряд чи перебуває в стані спокою.

### 1.1.2 Закон Кулона

Зі шкільного курсу фізики добре відомо, що однойменні *точкові заряди* відштовхуються, а різнойменні – притягаються. *Точковим зарядом* називають заряджене тіло, розміри якого малі порівняно з відстанню від цього тіла до інших заряджених тіл, із якими це тіло взаємодіє. Сила їхньої взаємодії у вакуумі, як показав дослідним шляхом французький вчений Кулон (1785 р.), виявилася пропорційною величинам зарядів ( $q_1$  і  $q_2$ ) і обернено пропорційною квадрату відстані  $r$  між ними. У векторній формі закон взаємодії двох зарядів записується у вигляді

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12}, \quad \vec{F}_{21} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}^3} \cdot \vec{r}_{21}, \quad (1.1)$$

де  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$  – сили дії першого заряду на другий заряд і другого заряду на перший, відповідно;

$\vec{r}_{12}$ ,  $\vec{r}_{21}$  – радіус-вектори, проведені з точки розташування першого заряду в точку розташування другого та навпаки.

Сила  $F$  спрямована по прямій, яка з'єднує заряди, і є притягальною для різнойменних зарядів і відштовхувальною для однойменних (рис. 1.1).

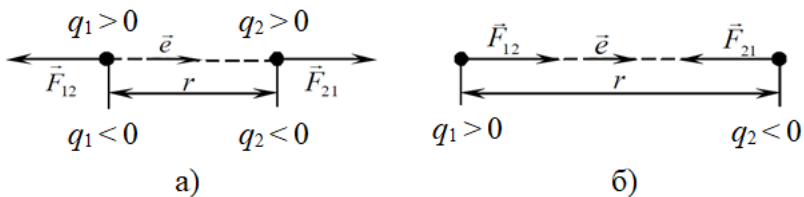


Рисунок 1.1 – Взаємодія однойменних (а) та різнойменних (б) зарядів

Отже, закон Кулона (1.1) за формою є подібним до закону всесвітнього тяжіння. Водночас роль мас відіграють величини електричних зарядів.

Необхідно зазначити, якщо в законі (1.1) припустити, що  $r = 0$ , одержимо результат  $F = \infty$ , який не має фізичного сенсу. Тобто цей закон є непридатним у цьому випадку. Експериментальні факти стверджують справедливість закону Кулона на відстанях від  $10^{-15}$  м.

У міжнародній системі одиниць фізичних величин (СІ) за одиницю заряду взято кулон (Кл). Він є похідною від основної електричної одиниці: одиниці сили струму – амперу (А). *Один кулон, за визначенням, – це заряд, що проходить за одну секунду крізь поперечний переріз провідника, по якому проходить постійний електричний струм силою один ампер.*

Коефіцієнт пропорційності  $k$  у законі (1.1) має зміст сили, з якою притягаються два різнойменних одиничних електричних заряди, що знаходяться на одиничній відстані. Його величина визначається експериментально після вибору одиниці заряду. У системі СІ вона дорівнює  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / (\text{Кл})^2$ .

З метою спрощення часто вживаних формул електротехніки й радіотехніки, похідних до закону (1.1), до яких природним чином входив множник  $4\pi$ , коефіцієнт  $k$  у законі (2.1) звичайно подають у вигляді  $k = (4\pi \varepsilon_0)^{-1}$ . Водночас величина  $\varepsilon_0$ , яку називають *електричною сталою*, має таке значення:

$$\varepsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} (\text{Кл})^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м},$$

де  $\text{Ф}$  позначено одиницю електричної ємності – фарада, визначення якої буде дано пізніше.

### 1.1.3 Електричне поле. Напруженість електричного поля

Електричне поле нерухомого заряду чи системи нерухомих зарядів називається *електростатичним* (або *кулонівським*). Варто зазначити, що в природі існують електричні поля і без електричних зарядів; це так звані *вихрові електричні поля*, зумовлені *змінним магнітним полем*. У цьому підрозділі розглядатимуться лише електростатичні поля.

Закон Кулона свідчить про існування взаємодії між зарядженими тілами, але не пояснює природи цієї взаємодії. Постає питання: який механізм взаємодії двох просторово розділених зарядів? За сучасними уявленнями електричний заряд створює навколо себе своєрідне фізичне середовище – *електричне поле*, основною властивістю якого є здатність діяти на інший («пробний») електричний заряд, внесений у якусь точку поля. Отже, взаємодія між зарядами здійснюється через електричне поле.

Електричне поле чинить силову дію на заряд, вміщений у це поле; за рахунок енергії електричного поля виконується робота з переміщення електричного заряду (рис. 1.2).

Формулу (1.1) доцільно подати у вигляді добутку, виділивши множник – заряд  $q_2$  :

$$\vec{F}_{12} = \left( q_1 / (4\pi\epsilon_0 \cdot r_{12}^3) \right) \cdot \vec{r}_{12} \cdot q_2.$$

Величину, яка залишається, називають *вектором напруженості електричного поля* (*напруженістю електричного поля*) у цій точці. Вона має фізичний зміст сили дії заряду  $q_1$  на одиничний позитивний заряд ( $q_2 = 1$ ), що знаходиться в точці, віддаленій від  $q_1$  на відстань  $r_{12}$ .

$$\vec{E}(\vec{r}_{12}) = \frac{\vec{F}_{12}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_{12}^3} \cdot \vec{r}_{12}. \quad (1.2)$$

Тоді формула (1.1) буде мати такий вигляд:

$$\vec{F}_{12} = \vec{E}(\vec{r}_{12}) \cdot q_2. \quad (1.3)$$

Таким чином, напруженість електричного поля точкового заряду зменшується зі зростанням відстані  $r$  від нього як  $1/r^2$ . Водночас саме поняття поля у фізиці має більш загальний формальний сенс, аніж у даному випадку електричного поля. Під терміном *поле* у фізиці розуміють *частину простору, в якій задана деяка функція координат* (скалярна чи векторна, відповідно й поле є скалярним чи векторним), а також і саму цю функцію. З іншого боку, введення електричного поля є не просто зручною формальною процедурою. Поле є об'єктивно існуючою реальністю, незалежно від того, знаходиться в точці  $\vec{r}_{12}$  пробний заряд чи ні. Вивчення змінних у часі електричних і магнітних полів доводить, що вони можуть існувати у просторі й за відсутності електричних зарядів, що вони є самостійною формою існування матерії поряд із частинками.

З формули (1.3) випливає, що вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}(\vec{r}_{12})$  спрямовано так само, як і силу  $\vec{F}_{12}$ , а розмірність напруженості має вигляд  $[E] = [F]/q = H/Kl = B/m$ , де символом  $B$  позначено вольт – одиницю виміру потенціалу електричного поля (його визначення буде подано пізніше). Одиниця напруженості електростатичного поля – 1 Н/Кл; це напруженість такого поля, яке діє із силою 1 Н на точковий

заряд 1 Кл. Еквівалентна одиниця вимірювання, яка впливає зі зв'язку між напруженістю і різницею потенціалів 1 В/м – один вольт на метр.

Напруженість електричного поля точкового заряду, що введена за формулою (1.2) через силу має властивість адитивності. Тому можна сформулювати властивість або *принцип суперпозиції електричних (силових) полів* у такому вигляді.

*Напруженість електричного поля  $\vec{E}$  у деякій точці простору з радіусом-вектором  $\vec{r}$ , створеного системою  $n$  нерухомих точкових зарядів  $q_i$ , розміщених у точках  $\vec{r}_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), дорівнює векторній сумі напруженості полів усіх зарядів цієї системи, що створюються в цій точці кожним із них окремо.*

Електричне поле можна наглядно зобразити за допомогою його силових ліній (рис. 1.2). *Силовою лінією електричного поля* називається лінія, в кожній точці якої дотична до неї збігається за напрямком із вектором напруженості поля в цій точці. Водночас силові лінії поля проводять із такою густиною, аби кількість ліній, що пронизують віртуальну площадку 1 м<sup>2</sup>, яка перпендикулярна до поля, дорівнювала б величині напруженості поля в даному місці.

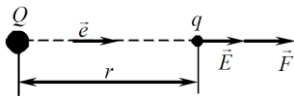


Рисунок 1.2 – Сила, яка діє на пробний заряд

Електричне поле називають *однорідним*, якщо в усіх його точках напруженість  $\vec{E}$  є однаковою як за величиною, так і за напрямком. У протилежному разі поле називають *неоднорідним*.

З формули (1.2) випливає, що поле відокремленого точкового електричного заряду поширюється до

нескінченності (рис. 1.3 а, б), зменшуючись із відстанню за обернено квадратичним законом. Крім того, силові лінії цього поля виходять із позитивного заряду, що його створює (рис. 1.3 а), і прямують до нескінченності. Силові лінії негативного заряду, навпаки, йдуть із нескінченності і закінчуються на цьому заряді (рис. 1.3 б).

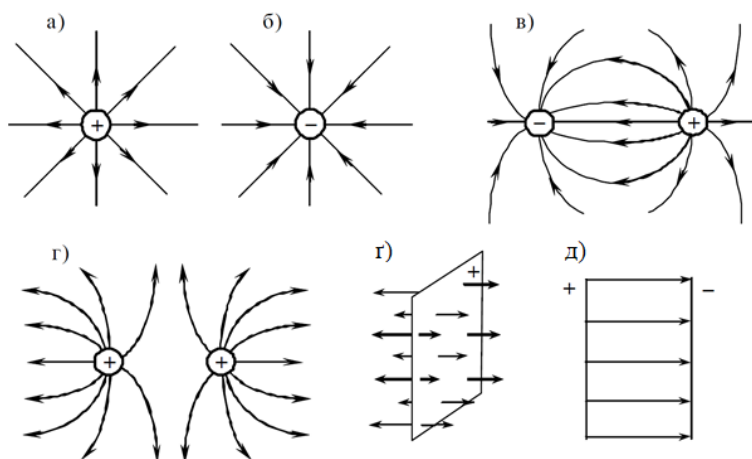


Рисунок 1.3 – Лінії напруженості електричного поля

### 1.1.4 Потік вектора напруженості електричного поля

Поняття потоку вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}$  є конкретизацією загального поняття *потіку довільного векторного поля  $\vec{F}$* , введеного й успішно застосованого спочатку в гідродинаміці для вектора швидкості  $\vec{v}$  течії рідини, яка наповнює об'єм. Це пояснює, як виникла в електродинаміці досить незвична для неї «рідинна» термінологія.

Загальне визначення елементарного потоку  $d\Phi$  векторного поля  $\vec{F}$  крізь нескінченно малу орієнтовану площадку  $\vec{ds}$  у полі таке:

$$d\Phi = \vec{F} \cdot \vec{ds} = F_n \cdot ds = F \cdot ds \cdot \cos \theta, \quad (1.4)$$

де  $\vec{ds}$  – вектор, спрямований за одиничним вектором нормалі  $\vec{n}$  до елементарної площадки площею  $ds$  і чисельно дорівнює їй:  $\vec{ds} = ds \cdot \vec{n}$  (рис. 1.4 а).

Водночас повний потік  $\Phi$  вектора  $\vec{F}$  через кінцеву криву поверхню  $S$  виражається поверхневим інтегралом:

$$\Phi = \iint_S d\Phi = \iint_S \vec{F} \cdot \vec{ds} = \iint_S F_n \cdot ds. \quad (1.5)$$

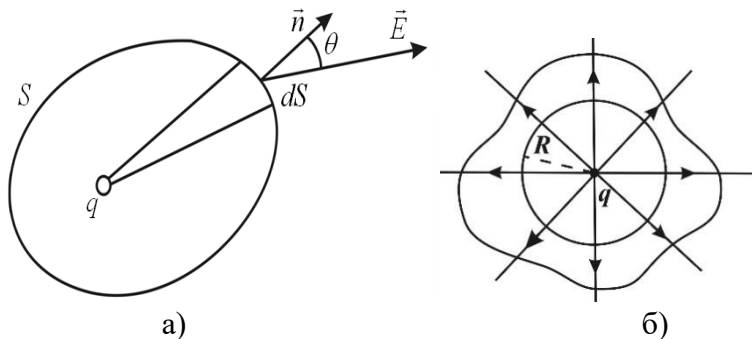


Рисунок 1.4 – Потік вектора напруженості електричного поля крізь нескінченно малу орієнтовану площадку  $\vec{ds}$  (а) та довільну замкнену поверхню, сферичну поверхню, концентричну до заряду (б)

Використовуючи це визначення, обчислимо повний потік вектора напруженості електричного поля крізь



деяку довільну замкнену поверхню, що оточує сукупність  $m$  точкових зарядів  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$ .

Як допоміжне завдання доцільно попередньо розглянути випадок сферичної поверхні деякого радіуса  $R$ , у центрі якої знаходиться єдиний точковий заряд  $q$  (рис. 1.4 б). Він створює електричне поле, напруженість вектора якого визначається формулою (1.2). Цей вектор спрямовано по радіусу сфери, тобто перпендикулярно до її поверхні, а величина його дорівнює

$$E = E_n = E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2}.$$

Підставивши цю нормальну складову вектора поля у формулу (1.5), одержимо величину повного потоку напруженості вектора електричного поля точкового заряду крізь усю концентричну сферу радіуса  $R$  назовні:

$$\Phi = \iint_s E_n \cdot ds = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4\pi \cdot R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (1.6)$$

Як бачимо з цієї формули (1.6), потік напруженості вектора електричного поля крізь сферу не залежить від її радіуса  $R$  і визначається лише величиною заряду. Це означає, що крізь усі концентричні сфери з різними радіусами проходить один і той самий повний потік вектора електричного поля, що, однак, є природним, урахувуючи зазначену гідродинамічну аналогію. Очевидно також, якщо між двома такими концентричними сферами розмістити проміжну довільну замкнену поверхню, потік вектора електричного поля крізь неї буде також дорівнювати величині (1.6) (рис. 1.4 б).

З огляду на адитивний характер вектора напруженості електричного поля, очевидно, що формулу (1.6) можна узагальнити на систему  $m$  точкових зарядів, охоплених довільною замкненою поверхнею  $S$ . Одержаний водночас результат

$$\Phi = \iint_S E_n \cdot ds = \sum_{i=1}^m \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^m q_i \quad (1.7)$$

має назву *теорема Остроградського – Гаусса: потік вектора електричного поля через будь-яку замкнену поверхню, що охоплює електричні заряди, є пропорційним алгебраїчній сумі цих зарядів.*

За теоремою Остроградського – Гаусса, можна легко знайти напруженість поля, що створюється деякими специфічними розподілами зарядів, наприклад: напруженість електричного поля прямолінійної нескінченної рівномірно зарядженої нитки із лінійною щільністю заряду  $\lambda$ :

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.8)$$

де  $r$  – відстань від зарядженої нитки до точки спостереження;

$\vec{r}$  – відповідний радіус-вектор;

а також величину  $E$  напруженості поля нескінченної рівномірно зарядженої площини з поверхневою щільністю заряду  $\sigma$ , а також величину  $E'$  поля між двома такими різнойменно зарядженими площинами:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \quad E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.9)$$

### 1.1.5 Потенціал електричного поля

Електростатичне поле можна описувати не лише за допомогою напруженості  $E$  (силова характеристика електричного поля), а й за допомогою енергетичної характеристики – потенціалу, величини, пов'язаної із виконанням роботи з переміщення заряду електричним полем.

Як відомо, *робота* довільного силового поля  $\vec{f}(\vec{r})$ , що виконується ним із переміщення в ньому тіла за шляхом  $L = B_1B_2$  будь-якої форми від точки  $B_1(\vec{r}_1)$  до точки  $B_2(\vec{r}_2)$ , визначається криволінійним інтегралом другого типу за формулою

$$A = \lim_{|\Delta\vec{r}_i| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \vec{f}_i \cdot \Delta\vec{r}_i = \int_{B_1B_2} dA = \int_L \vec{f}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_L f_r ds = \int_L f(dr)_f, \quad (1.10)$$

де  $ds = \left| d\vec{r} \right|$  – величина елементарного зміщення  $d\vec{r}$ ;

$\vec{f}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$  – скалярний добуток векторів  $\vec{f}(\vec{r})$  і  $d\vec{r}$ ;

$f_r$  і  $(dr)_f$  – проєкція вектора сили  $\vec{f}$  на напрямок вектора  $d\vec{r}$  та навпаки – вектора  $d\vec{r}$  на вектор  $\vec{f}$ .

Розглянемо застосування цієї формули до випадку переміщення одиничного позитивного електричного заряду  $q_2 = 1 \text{ Кл}$  в полі іншого електричного заряду  $q_1$ . Як було раніше показано, сила, з якою заряд  $q_1$  відштовхує однойменний із ним (притягає протилежний йому за знаком) заряд  $q_2 = 1 \text{ Кл}$ , що зміщено відносно нього на радіус-вектор  $\vec{r}_{12} = \vec{r}$ , дорівнює вектору напруженості електричного поля  $\vec{E}(\vec{r})$ . Як бачимо, це поле співнаправлено з радіус-вектором  $\vec{r}$ , і, крім величини

заряду  $q_1$ , залежить лише від відстані  $\rho = |\vec{r}|$ . Отже, воно має центральну симетрію, тобто є *центральною полем*.

Зважаючи на це, в криволінійному інтегралі (1.10) доцільно ввести сферичну систему координат із базисними ортами (одичинними векторами, що є ортогональними один до одного): перший із них за напрямком збігається з радіусом-вектором  $\vec{r}$ , проведеним із місця знаходження

заряду  $q_1$  в точку розміщення заряду  $q_2$ :  $\vec{e}_\rho = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{\rho}$ , а

два інші  $\vec{e}_\varphi$  і  $\vec{e}_\theta$ , ортогональні між собою, знаходяться в площині, яка ортогональна орті  $\vec{e}_\rho$ . Водночас вектори поля  $\vec{E}(\vec{r})$  та довільного зміщення  $d\vec{r}$  вздовж лінії інтегрування  $L$  можна розкласти за цим ортонормованим базисом:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\rho^2} \cdot \vec{e}_\rho, \quad d\vec{r} = d\rho \cdot \vec{e}_\rho + ds \cdot \vec{e}_\varphi + dl \cdot \vec{e}_\theta, \quad (1.11)$$

де  $d\rho$ ,  $ds$  і  $dl$  – проєкції вектора  $d\vec{r}$  на відповідні орти.

Тоді їх скалярний добуток має вигляд

$$\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{\rho^2} \cdot d\rho.$$

Підставивши цей добуток у криволінійний інтеграл (1.10), він зведеться до звичайного визначеного інтегралу. Узявши його, з'ясуємо, що робота поля точкового заряду  $q_1$  з переміщення в ньому одичинного заряду  $q_2$  з точки  $B_1(\vec{r}_1)$  до точки  $B_2(\vec{r}_2)$ , які віддалені від заряду  $q_1$  на відстань  $\rho_1 = |\vec{r}_1|$  і  $\rho_2 = |\vec{r}_2|$  відповідно, залежить лише від

значень цих відстаней, але не від напрямків векторів  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$  та форми траєкторії переміщення:

$$\begin{aligned}
 A = A(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} + \int_{\infty}^{\vec{r}_2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} - \int_{\vec{r}_2}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \\
 &= A(\vec{r}_1, \infty) - A(\vec{r}_2, \infty) = \frac{q_1}{4\pi \varepsilon_0 \rho_1} - \frac{q_2}{4\pi \varepsilon_0 \rho_2} = \varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2) = \varphi_1 - \varphi_2.
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

У разі довільного заряду  $q_2$  ця формула узагальнюється:

$$A = q \cdot (\varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2)) = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \tag{1.13}$$

Величину, що позначена тут як

$$\varphi = \varphi(\vec{r}) = A(\vec{r}, \infty) = \frac{q_1}{4\pi \varepsilon_0 \rho} = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}, \tag{1.14}$$

яка має фізичний зміст роботи з переміщення одиничного позитивного заряду  $q_2$  у полі заряду  $q_1$  з точки  $\vec{r}$  до нескінченності, називають *потенціалом* цього поля в даній точці. Водночас робота з переміщення одиничного заряду  $q_2$  з точки  $\vec{r}_1$  до точки  $\vec{r}_2$  дорівнює *різниці потенціалів*  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

Цю особливість, властиву центральному полю, називають *консервативністю* чи *потенційністю*. Відповідно до визначення (1.14) потенціал поля точкового заряду  $q_1$  у точці  $\vec{r}$  є потенціальною енергією одиничного

заряду  $q_2 = 1$  у цій точці. Більш точно, це є потенціальна енергія взаємодії системи зарядів  $q_1$  і  $q_2$ . Узагальнюючи міркування для довільного заряду  $q_2$ , одержимо формулу *потенціальної енергії  $W_n$  взаємодії двох зарядів  $q_1$  і  $q_2$ , розміщених на відстані  $r$  один від одного:*

$$W_n = W_n(r) = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \varepsilon_0 r}. \quad (1.15)$$

Як бачимо, потенціальна енергія  $W_n$  може бути позитивною чи негативною в разі однойменних чи різнойменних зарядів. Від відстані  $r$  вона залежить монотонно і не має точки мінімуму. Тому ні за якого розміщення двох зарядів на кінцевій відстані (однойменних чи різнойменних) вони не можуть перебувати в стані стійкої рівноваги. однойменні заряди будуть намагатися віддалитися один від одного на нескінченно велику відстань, а різнойменні будуть прагнути зблизитися і нейтралізуватися. Можна показати, що цей висновок узагальнюється на будь-яку кількість зарядів.

Так що справедливим є таке твердження, яке називають *теоремою Ірншоу*:

*Не може бути стійкого статичного розподілу електричних зарядів, що знаходяться на кінцевих відстанях один від одного.*

Припустивши у формулі (1.14) величину роботи  $A$  такою, що дорівнює одиниці, визначимо одиницю потенціалу, яку називають *вольт (В)*. Тобто, *один вольт – це потенціал точки електричного поля, за переміщення з якої на нескінченність заряду  $+1$  Кл виконується робота  $1$  Дж*. Як бачимо, вольт є похідною одиницею, її

розмірність через основні одиниці в системі одиниць СІ має такий вигляд:

$$[\varphi] = [B] = [A]/[q] = \text{Дж} / \text{Кл} = (\text{м}^2 \cdot \text{кг}) / (\text{А} \cdot \text{с}^3).$$

Очевидно, що потенціал електричного поля, як і робота, має властивість адитивності. Тому введене раніше визначення потенціалу поля точкового заряду можна розповсюдити на сумарне поле системи зарядів. Водночас у випадку системи  $n$  точкових зарядів  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  потенціал їх сумарного поля

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}, \quad (1.16)$$

де  $r_i$  – відстань від заряду  $q_i$  до точки виміру потенціалу.

Таким чином, *робота з переміщення заряду  $q$  у довільному електричному полі не залежить від форми його шляху, а залежить лише від різниці потенціалів початкової і кінцевої точок шляху, точніше, дорівнює різниці потенціалів у початковій і кінцевій точках, помноженій на величину заряду. Водночас фізичний сенс має різниця потенціалів, а не сам потенціал, що визначається з точністю до постійного доданка.*

Цю різницю потенціалів називають *електричною напругою (напругою)* і позначають символом  $U$  :

$$U = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (1.17)$$

Об'єднавши точки з однаковим потенціалом, одержимо поверхню, яку називають *еквіпотенціальною поверхнею*. Відповідно до формули (1.13) робота з будь-якого переміщення пробного одиничного електричного заряду уздовж еквіпотенціальної поверхні електричного

поля дорівнює нулю. З огляду на загальну формулу роботи (1.10), яка виконана силою  $\vec{f}$  над тілом за його елементарного переміщення  $d\vec{r}$  уздовж траєкторії  $L$ , що є локально колінеарними, можна зробити висновок про те, що у разі рівності нулю елементарної роботи  $dA$  скалярний добуток  $\vec{f}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = f_r \cdot |d\vec{r}| = 0$  також дорівнює нулю за довільного переміщення  $d\vec{r}$  уздовж еквіпотенціальної поверхні. Тобто проєкція вектора  $\vec{f} \equiv \vec{E}$  на напрямок вектора  $d\vec{r}$  (на траєкторію, точніше, на дотичну до траєкторії) дорівнює нулю:  $f_r = E_r \equiv 0$ . А це означає, що вектор  $\vec{E}$  напруженості електричного поля є ортогональним до еквіпотенціальної поверхні (рис. 1.5).

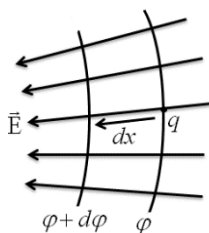


Рисунок 1.5 – Зображення еквіпотенціальних поверхонь, у кожній точці яких вектор електричного поля є ортогональним до них

Обчислимо роботу електричного поля з переміщення заряду  $q$  в ньому між двома близько розміщеними еквіпотенціальними поверхнями з потенціалами  $\varphi$  та  $\varphi + d\varphi$  уздовж нормалі  $\vec{n}$  до них, тобто вздовж лінії вектора його напруженості  $\vec{E}$  (нехай для простоти в точці дослідження нормаль  $\vec{n}$  збігається з напрямком осі  $Ox$ , так що під час переходу з однієї



еквіпотенціальної поверхні на іншу координата  $x$  змінюється на  $dx$ . У центральному полі роль координати  $x$  виконує відстань  $r$  від центральної точки). За формулою (1.13) ця робота дорівнює

$$dA = q \cdot (\varphi - (\varphi + d\varphi)) = -q \cdot d\varphi. \quad (1.18)$$

З іншого боку, елементарну роботу електричного поля з переміщення в ньому заряду  $q$  між двома близько розміщеними еквіпотенціальними поверхнями по нормалі  $\vec{n}$  до них можна обчислити за формулами (1.10), (1.2). З огляду на те, що вектор  $\vec{E}$  за цього нескінченно малого переміщення  $dx$  практично не змінюється, одержимо

$$dA = q \cdot E \cdot dx. \quad (1.19)$$

З рівності цих двох виразів (1.18), (1.19) для елементарної роботи  $dA$  випливає

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \left( E = -\frac{d\varphi}{dr} \right), \quad (1.20)$$

або в загальному випадку залежності скалярного поля  $\varphi = \varphi(P) = \varphi(x, y, z)$  також і від інших просторових координат необхідно застосування не звичайної похідної, а частинної похідної та похідної за напрямком. Ураховуючи, що величина  $E$  напруженості електричного поля в цій формулі є проекцією відповідного вектора  $\vec{E}$  на напрямок нормалі  $\vec{n}$  (осі  $Ox$ ) до еквіпотенціальної поверхні, та узагальнюючи цю формулу на довільний вибір системи координат, її можна переписати в такому векторному вигляді:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\cdot\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\cdot\vec{k}\right), \quad (1.21)$$

де введено позначення *градієнта*  $\text{grad}\varphi$  скалярного поля  $\varphi$ .

Таким чином, *напруженість* електричного поля дорівнює за величиною і протилежна за напрямком *градієнту* його потенціалу. Водночас фізичний зміст вектора *градієнта* скалярного поля полягає в тому, що він вказує *напрямок* найбільшого зростання поля в даній точці, а його *величина* дорівнює цьому найбільшому зростанню.

Знак мінус у цьому співвідношенні (1.21) обумовлено тим, що *градієнт* потенціалу поля спрямовано вбік його зростання, а *кулонівська сила*, що діє на позитивний заряд (вектор *напруженості* електричного поля) і *переміщує* його, спрямована вбік *зниження* потенціалу.

Становить інтерес знайти *величину* *напруженості* електричного поля і його *потенціал* в іншому окремому практично важливому випадку *центрального* електричного поля – поля *рівномірно* зарядженої *провідної* сфери деякого радіуса  $R$ . З *теорема* *Остроградського* – *Гаусса* (1.7) випливає, що *всередині* сфери *напруженість* електричного поля дорівнює нулю, а *поза* сферою – *визначається* тією самою *формулою* (1.4), в якій *величина*  $q_1$  має сенс *сумарного* заряду  $Q = 4\pi R^2\sigma$ , *розподіленого* по всій сфері зі *сталою* *поверхневою* *щільністю*  $\sigma$ . Підставивши цю *напруженість* поля у *формулу* (1.20) та *проінтегрувавши* її *ліву* й *праву* частини, одержимо, що *поза* *зарядженою* *провідною* сферою *потенціал* електричного поля *виражається* тією самою *формулою*

(1.14), що й для точкового заряду. Зокрема, поверхня самої провідної сфери радіуса  $R$ , що несе заряд  $Q$ , є екіпотенціальною зі значенням потенціалу на ній:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R}. \quad (1.22)$$

### 1.1.6 Металеві провідники в зовнішньому електричному полі

Розглянемо вплив зовнішнього електричного поля на поведінку провідників, внесених у це поле. Хоча нижче мова йтиме про метали, одержані результати будуть справедливими й для інших тіл, які містять вільні заряди (електрони чи іони), зокрема для електролітів.

З молекулярно-атомарної теорії відомо, що у металевому провіднику атоми знаходяться у вузлах кристалічних ґраток. Кожний із них має однакову кількість позитивних зарядів, зв'язаних із протонами ядра, і негативних зарядів, носіями яких є електрони атомної оболонки. Однак ці електрони слабо зв'язані зі своїми атомами та можуть досить вільно переміщатися по провіднику (*вільні електрони*), залишаючи «свій» атом у вигляді позитивно зарядженого іона. Позитивно заряджені іони утворюють кристалічну ґратку. Іони здійснюють коливальний рух відносно своїх положень рівноваги – вузлів кристалічної ґратки. Інтенсивність цих коливань зростає із підвищенням температури. Вільні електрони зумовлюють високу провідність металів, тому мають й іншу назву – електрони провідності. Електрони провідності – своєрідний «електронний газ», поведінка якого підлягає певним закономірностям. Якщо електричне поле всередині провідника відсутнє – електрони провідності здійснюють хаотичні рухи. Під дією

електричного поля рух електронів набуває впорядкованості – виникає електричний струм, але тут ми розглядатимемо поведінку провідників за умови відсутності електричного струму. Водночас в електрично нейтральному металевому провіднику за відсутності зовнішнього електричного поля ці позитивні і негативні заряди рівномірно розподілені в кожному, як завгодно малому, макроскопічному об'ємі та взаємно компенсують одні одних.

Якщо на якусь частину поверхні електрично нейтрального провідника перенести додаткові некомпенсовані заряди, він стане електрично зарядженим. Надлишкові некомпенсовані заряди створять у провіднику електричне поле, яке, послабляючи себе за принципом зворотного негативного зв'язку, почне розганяти ці заряди по всьому його об'ємі. Оскільки переміщуватися в металі можуть лише негативно заряджені електрони, електричне поле рухає їх протилежно свого напрямку. Очевидно, що цей перерозподіл зарядів у провіднику буде відбуватися доти, доки не настане їхня стаціонарна рівновага, внаслідок того, що електричне поле в ньому буде дорівнювати нулю.

Але з рівності нулю поля всередині провідника випливає, що його *некомпенсовані заряди можуть розміщуватися лише на його поверхні*. Дійсно, застосуємо теорему Остроградського – Гаусса (1.7) до деякого об'єму всередині провідника. В усіх точках поверхні, що обмежує цей об'єм, електричне поле дорівнює нулю. Отже, і потік вектора його напруженості через цю поверхню також дорівнює нулю. До того ж із теореми Остроградського – Гаусса одержуємо, що і загальний заряд, який розміщений усередині цієї поверхні, дорівнює нулю. Через довільність вибору такого об'єму всередині провідника, відсутність заряду має місце для кожної його внутрішньої точки.

Крім того, з рівності нулю напруженості електричного поля усередині провідника відповідно до формул (1.10), (1.3), (1.12) випливає, що потенціал поля  $\varphi$  у ньому всюди є величиною сталою, зокрема й на його поверхні.

Тобто *поверхня провідника є екіпотенціальною поверхнею і вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$  на ній є ортогональним їй.*

Інакше можна сказати, що на поверхні провідника для потенціалу і для вектора напруженості електричного поля виконуються *граничні умови*: потенціал є сталим, а тангенціальна складова (проекція) вектора напруженості дорівнює нулю:  $\varphi = const$ ,  $E_{\text{танг}} = 0$ .

Це явище, що вже давно відомо і використовується на практиці під час захисту від блискавки за допомогою блискавковідводів, має просте пояснення. Воно є наслідком ортогональності вектора напруженості електричного поля до поверхні металу та його неперервності.

Отже, *за наявності в електрично зарядженому провіднику внутрішньої порожнини, яка не містить зарядів, заряди на її поверхні та поле всередині неї також відсутні.* Дійсно, відсутність внутрішніх зарядів у порожнині означає, що всередині її силові лінії не народжуються і не зникають. Крім того, вони не можуть одночасно й народжуватися, й зникати на одній і тій самій металевій екіпотенціальній поверхні, що обмежує порожнину. Отже, силові лінії електричного поля зовсім відсутні у внутрішній порожнині в провіднику. Впливає, що на її поверхні відсутні і їхні заряди, які породжують силові лінії поля.

Якщо металевий провідник, нейтральний або заряджений, помістити в зовнішнє електричне поле  $\vec{E}_0$

(рис. 1.6), у ньому під дією цього поля почнуть дуже швидко переміщатися вільні електрони в напрямку, протилежному полю. Водночас на поверхнях провідника з'являться «наведені» (індуковані) електричні заряди: з боку, протилежного напрямку поля, – надлишкові негативні електрони; з боку, що збігається з напрямком поля, звідки перемістилися електрони, – позитивні заряди. Ці індуковані заряди створять своє додаткове електричне поле  $\vec{E}'$ , що буде протилежно спрямованим до основного поля  $\vec{E}_0$  і буде послаблювати його.

Як бачимо, це переміщення вільних електронів у провіднику буде відбуватися доти, доки сумарне поле в ньому  $\vec{E}_0 + \vec{E}'$  буде відмінне від нуля. Тобто необхідною умовою рівноваги зарядів усередині провідника є рівність нулю напруженості сумарного електричного поля в ньому:

$$\vec{E}_0 + \vec{E}' = 0. \quad (1.23)$$

Особливий інтерес має випадок розміщення в зовнішньому електричному полі незарядженого металевого провідника, що має витягнуту форму (один із його лінійних розмірів значно перевершує два інші). За будь-якої його орієнтації під впливом поля на його боці, повернутої в напрямку поля, з'явиться позитивний заряд, на протилежному боці – негативний. Тобто він стане «наведеним» диполем (рис. 1.6 б). Якщо цей диполь виявиться зорієнтованим до ліній поля під гострим кутом, кулонівські сили створять обертальний момент, що буде повертати диполь доти, доки його вісь не буде збігатися з напрямком поля.

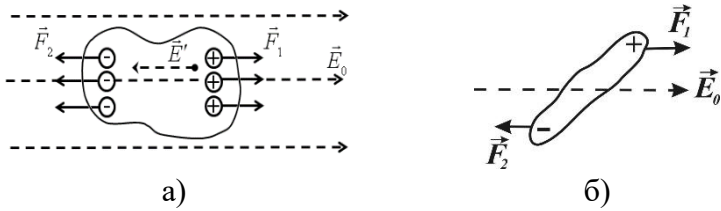


Рисунок 1.6 – Поява індукованих зарядів на металевому провіднику, поміщеному в зовнішнє електричне поле:

- а) на провіднику довільної форми;
- б) на провіднику витягнутої форми

Як з'ясовано, поверхня кожного провідника є еквіпотенціальною. Тобто кожний провідник має якийсь визначений потенціал. Тому потенціал можна використовувати як характеристику стану провідника.

Раніше було встановлено зв'язок між напруженістю електричного поля і зарядом, що його створює (1.2), між напруженістю поля і його потенціалом (1.20), (1.21). У першому і в другому випадках між цими величинами існує прямо пропорційна залежність. Це означає, що потенціал провідника та його заряд також аналогічно пов'язані між собою:

$$q = C \cdot \varphi. \quad (1.24)$$

Водночас коефіцієнт пропорційності  $C$  у співвідношенні (1.24) називають *електричною ємністю* (електроємністю) провідника:

$$C = q / \varphi. \quad (1.25)$$

Очевидно, що *електроємність не залежить від величини заряду, від матеріалу провідника та є характеристикою його геометрії.*

Припустивши у формулі (1.25) величину  $\varphi$ , що дорівнює одиниці (у системі СІ – одному вольту), електроємності  $C$  можна надати такого фізичного змісту: *електроємність відокремленого провідника чисельно дорівнює заряду, що змінює його потенціал на одиницю. За одиницю ємності прийнято 1 фарад (Ф). Це ємність такого відокремленого провідника, якому заряд 1 кулон надає потенціал 1 вольт:  $\Phi = Кл / В$* . Звідси знаходимо розмірність електроємності в системі СІ через основні одиниці виміру:  $[C] = [Кл] / [В] = м^{-2} \cdot кз^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$ .

Для оцінювання величини ємності 1 фарад становить інтерес знайти ємність провідної сфери радіуса  $R$ . З формул (1.25) і (1.22) випливає, що вона дорівнює

$$C_R = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R, \quad (1.26)$$

тобто вона пропорційна радіусу. З формули (1.26), зокрема, можна визначити розмірність електричної сталої  $\varepsilon_0$ :  $[\varepsilon_0] = [C] / [R] = Ф / м$ .

Припустивши у формулі (1.26) ємність  $C_R$ , що дорівнює 1 фарад, одержимо відповідне значення радіуса сфери:  $R \approx 9 \cdot 10^9 м$ , що більше ніж у тисячу разів перевищує радіус Землі  $R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 м$ . Тому фарад – це дуже велика величина. На практиці звичайно використовуються його малі частки: *мікрофарад* (1 мкф =  $10^{-6}$  Ф) і *пікофарад* (1 пф =  $10^{-12}$  Ф), що є ємностями відокремлених провідних куль із радіусами 9 км і 0,9 см відповідно.

Як бачимо з формули (1.21), для того щоб зарядити провідник, перемістивши на нього електричний заряд, необхідно виконати деяку роботу  $A$ , яка буде дорівнювати потенціальній енергії  $E_n$ , яка буде сконцентрована в



зарядженому провіднику. Для обчислення її величини знайдемо елементарну роботу  $dA$  за перенесенням на провідник, що вже має потенціал  $\varphi$ , елементарного заряду  $dq$  з нескінченності, де потенціал за визначенням дорівнює нулю. Водночас із формули (1.12) випливає:  $dA = -\varphi \cdot dq$ . Підставивши значення  $\varphi = q/C$  з формули (1.24), одержимо  $dA = -(q \cdot dq)/C$ . До того ж повна робота з заряджання провідника від нейтрального стану до деякого значення його заряду  $q$  очевидно дорівнює сумі всіх елементарних робіт  $dA$ , тобто інтегралу

$$A = \int_0^q dA = -\frac{1}{C} \cdot \int_0^q q \cdot dq = -\frac{q^2}{2 \cdot C}.$$

Останньому виразу можна надати іншого вигляду, скориставшись знову формулою (1.24):

$$A = -(C \cdot \varphi^2)/2.$$

Знак мінус у цих формулах обумовлений загальною домовленістю про те, що якщо робота виконується самою системою, то вона буде додатною і від'ємною, якщо робота виконується над системою зовнішніми силами. Тепер *заряджений провідник* під час розряджання може виконати таку саму за величиною, але додатну роботу, тобто він має позитивну *потенціальну енергію*:

$$W_n = \frac{C \cdot \varphi^2}{2} = \frac{q \cdot \varphi}{2} = \frac{q^2}{2 \cdot C}. \quad (1.27)$$

### 1.1.7 Конденсатор. Енергія електричного поля

Як уже з'ясували, електроємність окремих ізольованих провідників кінцевих розмірів, яку можна оцінити за формулою (1.26), дуже мала. Технічні та наукові запити потребують пристроїв, які могли б накопичувати значні заряди за малих розмірів провідників і незначного їх потенціалу відносно оточуючих тіл. Тому доцільно проаналізувати шляхи підвищення електроємності. Водночас, якщо кількість надлишкових зарядів на провіднику  $q$  є певною величиною, його потенціал, від якого його електроємність залежить обернено пропорційно, було визначено лише з точністю до сталого доданка.

Тому якщо мова йде про електричний потенціал окремого провідника, то варто більш точно називати його потенціалом провідника відносно нескінченності, або різницею потенціалів цього провідника і на нескінченності. Відповідно варто говорити не про електроємність відокремленого провідника, а про електроємність системи, принаймні двох провідників. Водночас формулу для електроємності (1.24) доцільно переписати у такому узагальненому вигляді:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \text{ або } q = C \cdot U, \quad (1.28)$$

де  $C$  – електроємність системи двох провідників;

$q$  – величина заряду на кожному з них (очевидно, що на обох із них знаходяться однакові за величиною різнойменні заряди);

$\varphi_1$  – потенціал першого провідника;

$\varphi_2$  – потенціал другого провідника;

$U = \varphi_1 - \varphi_2$  – різниця потенціалів (напруга).

Емпірично встановлено, що чим ближче розміщені один від одного провідники системи, тим більша її електроємність. Тобто за тієї самої різниці потенціалів (напруги) система накопичить більший заряд.

Прикладом такої системи є *плоский електричний конденсатор*. Він становить дві компланарні (паралельні) металеві пластини (обкладинки), розміщені між собою на малій відстані відносно їх розмірів (рис. 1.7).

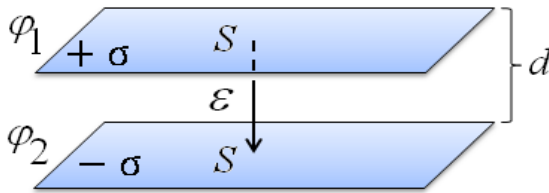


Рисунок 1.7 – Зображення плоского конденсатора

За достатньо малої відстані  $d$  між обкладинками конденсатора відносно  $\sqrt{S}$  їх можна вважати нескінченними, а поле між ними – однорідним. Водночас напруженість поля між ними можна обчислити за формулою (1.19), одержаною для нескінченних пластин, а загальна формула  $\vec{E} = -grad \varphi$  (1.21) взаємозв'язку напруженості електричного поля і його потенціалу зводиться до вигляду

$$E = -(\varphi_2 - \varphi_1)/d = (\varphi_1 - \varphi_2)/d. \quad (1.29)$$

Підставляючи різниці потенціалів, одержаної з рівності двох виразів (1.9) і (1.29), у формулу (1.28) з урахуванням того, що стала поверхнева щільність заряду

визначається за формулою  $\sigma = q/S$ , одержимо електроємність плоского конденсатора:

$$C = \frac{q \cdot \varepsilon_0}{\sigma \cdot d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d}. \quad (1.30)$$

Тобто ємність конденсатора пропорційна площі  $S$  його обкладинок і обернено пропорційна відстані  $d$  між ними.

Очевидно, що для обчислення *потенціальної енергії зарядженого конденсатора* можна узагальнити формулу (1.27) для енергії зарядженого провідника заміною потенціалу  $\varphi$  на різницю потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$ . З урахуванням також співвідношень (1.29), (1.30) зведемо її до такого вигляду:

$$W = \frac{C \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot S \cdot d}{2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V}{2}, \quad (1.31)$$

де  $V$  – це об'єм прошарку між обкладинками конденсатора, в якому зосереджено практично все його електричне поле.

Розділивши енергію конденсатора  $W$  на його об'єм  $V$ , в якому сконцентроване електричне поле, одержимо *густину енергії електричного поля*  $w$ :

$$w = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2}. \quad (1.32)$$

Конденсатори можна з'єднувати паралельно (рис. 1.8 а) і послідовно (рис. 1.8 б). Обчислимо ємність конденсаторної батареї в першому і в другому випадках.

Очевидно, що в усіх паралельно з'єднаних конденсаторах різниця потенціалів на обкладинках однакова і дорівнює  $\varphi_a - \varphi_b$ . Величина електричного заряду, як відомо, має властивість адитивності. Тому алгебраїчна сума зарядів, тобто довільного знака, на обкладинках дорівнює  $q_1 + q_2 + \dots + q_n = q$ .

Відповідно до цього ємність батареї з паралельно з'єднаних конденсаторів обчислюється за формулою (1.28) таким чином:

$$C = \frac{q}{\varphi_a - \varphi_b} = \frac{q_1}{\varphi_a - \varphi_b} + \frac{q_2}{\varphi_a - \varphi_b} + \dots + \frac{q_n}{\varphi_a - \varphi_b} = \quad (1.33)$$

$$= C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

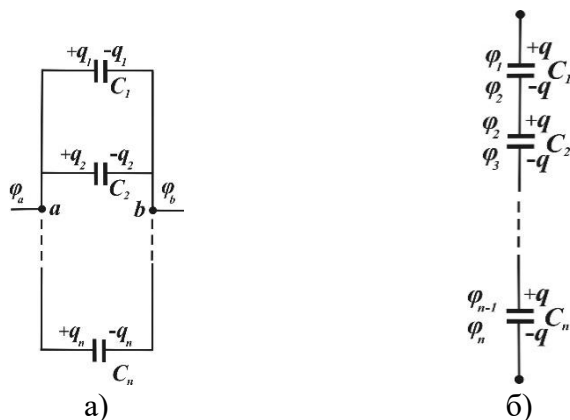


Рисунок 1.8 – З'єднання конденсаторів у батарею:

- а) за паралельного з'єднання;
- б) за послідовного з'єднання

Таким чином, за паралельного з'єднання конденсаторів їх ємності додаються.

Як бачимо, за послідовного з'єднання електричні заряди на обкладинках усіх конденсаторів повинні бути рівними між собою за модулем. А саме: на одній обкладинці довільного конденсатора повинен бути заряд  $q \geq 0$ , а на його протилежній обкладинці – заряд  $-q$ . До того ж очевидно, що потенціал на двох поєднаних обкладинках сусідніх конденсаторів, які утворюють єдиний провідник, збігається. Тобто потенціал  $\varphi_2$  на внутрішній обкладинці першого конденсатора з батареї дорівнює потенціалу на зовнішній обкладинці другого конденсатора батареї, а потенціал  $\varphi_3$  на його внутрішній обкладинці буде таким самим, як і потенціал зовнішньої обкладинки наступного третього конденсатора і т. д.

Водночас напруга (різниця потенціалів) на послідовно з'єднаних конденсаторах повинна мати властивість адитивності, як і робота, через яку її визначають. Це означає, що різниця потенціалів між крайніми (зовнішніми) обкладинками батареї з послідовно з'єднаними конденсаторами визначається за формулою  $\varphi_1 - \varphi_n = (\varphi_1 - \varphi_2) + \dots + (\varphi_{n-1} - \varphi_n)$ . За її підставлення в загальну формулу (1.28) ємності конденсатора одержимо вираз для величини, оберненої до ємності батареї з послідовно з'єднаних конденсаторів:

$$\frac{1}{C} = \frac{\varphi_1 - \varphi_n}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (1.34)$$

Тобто за послідовного з'єднання конденсаторів додаються величини, обернені до їх ємностей.

Якщо ємність батареї послідовно з'єднаних конденсаторів недостатня, то такі батареї з'єднують між

собою паралельно. Це буде змішане з'єднання конденсаторів.

### 1.1.8 Діелектрики в електричному полі

Діелектрики (або ізолятори) – клас речовин, електропровідність яких дуже низька (питомий опір їх  $\rho \sim 10^8-10^{15}$  Ом · м, що у  $10^{15}-10^{20}$  разів більше, ніж у металів). Принципово інша, ніж у провідників, поведінка в зовнішньому електричному полі діелектриків. Ця відмінність зумовлена тим, що в діелектриках відсутні вільні носії заряду. У кожній молекулі діелектрика електрони втримуються біля позитивно заряджених ядер електричними силами притягання. Водночас така сама загалом електрично нейтральна молекула навіть у вільному стані, тобто за відсутності зовнішнього електричного поля, може бути полярною чи неполярною.

У неполярній молекулі центри її позитивних і негативних зарядів за відсутності зовнішнього поля збігаються (рис. 1.9 а). Тому в такому вільному стані вона є цілком електрично нейтральною. Однак, якщо така молекула опиниться в зовнішньому електричному полі  $\vec{E}_0$ , у ній під дією кулонівських сил, що рухають позитивні і негативні заряди в протилежних напрямках, відбудеться зсув їх центрів (рис. 1.9 б). До того ж кожна молекула стає електричним диполем, що орієнтується в зовнішньому електричному полі  $\vec{E}_0$  (рис. 1.9 в, г).

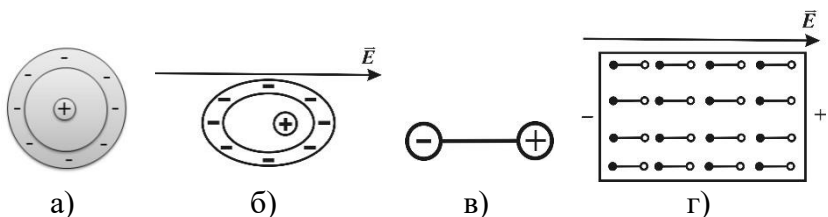


Рисунок 1.9 – Розподіл електричних зарядів неполярної молекули у вільному стані й у зовнішньому електричному полі та її перетворення на електричний диполь

У полярній молекулі позитивні і негативні заряди завжди просторово зміщені між собою й утворюють електричний диполь, навіть у вільному стані. Водночас загальна електрична нейтральність діелектрика з полярних молекул за відсутності зовнішнього електричного поля може бути обумовлена як хаотично безладним розміщенням осей дипольних молекул, що має місце в газах і рідинах, зокрема в аморфних тілах, так і протилежною орієнтацією осей сусідніх диполів у кристалічних іонних ґратках.

Під впливом зовнішнього електричного поля всі три види розглянутих діелектриків (з первинно неполярними молекулами, з полярними, хаотично розміщеними молекулами, та з полярними молекулами в іонних кристалічних ґратках) поляризуються. *Поляризація діелектрика* полягає в тому, що на тій поверхні діелектрика, в яку входять силові лінії зовнішнього електричного поля  $\vec{E}_0$ , з'являються негативні заряди, а на протилежному боці, звідки виходять ці лінії, – виникають позитивні заряди.

Заряди, індуковані зовнішнім електричним полем  $\vec{E}_0$  на поверхнях діелектрика, створюють вторинне



додаткове поле  $\vec{E}'$ , що є протилежно спрямованим до поля  $\vec{E}_0$  і послаблює його. У результаті в зовнішньому полі діелектрик поводить ся формально подібно до провідника: і на провідниках, і на діелектриках з'являються *наведені (індуковані) заряди*.

Однак у цих двох явищ є істотні, принципові розбіжності. Насамперед природа появи індукованих зарядів на поверхнях провідників і діелектриків, які внесені в зовнішнє електричне поле, зовсім різна. Крім того, вторинне додаткове поле  $\vec{E}'$  в металі завжди повністю компенсує зовнішнє поле  $\vec{E}_0$ , так що результуюче поле  $\vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$ . У діелектриках додаткове поле  $\vec{E}'$  завжди менше за величиною зовнішнього поля  $\vec{E}_0$  і лише послаблює його. У скалярному вигляді напруженість поля в діелектрику дорівнює  $E = E_0 - E'$ .

Відношення напруженості поля у вакуумі до напруженості поля в однорідному ізотропному діелектричному середовищі показує, в скільки разів ослаблюється електричне поле в діелектрику, і його називають *відносною діелектричною проникністю*  $\varepsilon$  цього середовища чи просто *діелектричною проникністю*:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (1.35)$$

З визначення діелектричної проникності випливає, що це безрозмірна величина, яка характеризує ступінь поляризації діелектрика в електричному полі. Водночас *поляризація* газів, тобто інтенсивність додаткового поля  $E'$  в них, дуже мала. Тому їхня діелектрична проникність не набагато більша від одиниці. У неполярних рідинах

додаткове поле  $E'$  становить приблизно половину величини зовнішнього поля  $E_0$ , тому в них діелектрична проникність  $-\varepsilon \approx 2$ .

Поляризованість твердих тіл ще вища: значення їхньої діелектричної проникності – 2,5–8. Ще на порядок більшою є діелектрична проникність для полярних рідин. Нарешті існують так звані *сегнетоелектрики*, за внесення яких у зовнішнє електричне полі  $E_0$  їхня поляризація настільки велика, що додаткове поле  $E'$  в них наближається за величиною до зовнішнього поля  $E_0$ . Їхня діелектрична проникність становить величину порядку  $10^4$ .

Ослаблення електричного поля в діелектрику в  $\varepsilon$  разів означає відповідне зменшення значення кулонівської сили. Тому в суцільному однорідному ізотропному діелектрику з діелектричною проникністю  $\varepsilon$  закон Кулона (1.1) дуже просто змінює свій вигляд введенням додаткового дільника  $\varepsilon$  :

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}. \quad (1.36)$$

Водночас коефіцієнт  $\varepsilon_0$  у формулі (1.1) замінюється добутком  $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$  у формулі (1.36). Цей добуток  $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$  називають *абсолютною діелектричною проникністю середовища*  $\varepsilon_a = \varepsilon_{abc} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0$ . Очевидно, що аналогічно заміною  $\varepsilon_0$  на  $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$  змінюються й усі інші формули електростатики.

Однак використання одержаних таким чином формул, особливо формули для потоку вектора напруженості в середовищах із неоднорідним розподілом у

просторі показника діелектричної проникності  $\varepsilon$  виявилось незручним. Навіть в окремому спрощеному випадку шаруватого середовища зі стрибкоподібною зміною діелектричної проникності  $\varepsilon$  необхідно розв'язувати електростатичні задачі окремо в кожному прошарку і потім «зшивати» ці рішення на межах прошарків, ураховуючи зміни на них вектора напруженості поля (відповідно появу чи зникнення на них силових ліній поля). У деяких випадках розв'язки електростатичних задач, спираючись на ці формули, зовсім неможливі.

Проблема неможливості або незручності проведення розрахунків за цими формулами в середовищах із неоднорідним розподілом у просторі показника діелектричної проникності  $\varepsilon$  була вирішена введенням нової силової характеристики електричного поля: *електричної індукції*  $D$  (точніше, *вектора електричної індукції*  $\vec{D}$ ).

Відповідно до формули (1.35) зовнішнє електричне поле  $E_0$ , що створюється у вакуумі деяким джерелом, у середовищі з показником діелектричної проникності  $\varepsilon_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) послаблюється в  $\varepsilon_i$  разів:  $E_i = E_0 / \varepsilon_i$ . Однак водночас зберігається незмінною величина добутку  $E_i \varepsilon_i$ . Тому цю інваріантну величину доцільно було взяти як характеристику поля. Під час введення електричної індукції  $D$  до цього добутку  $E_i \varepsilon_i$  в кожному середовищі для подальшої зручності додають також сталий множник  $\varepsilon_0$ , так що  $E_i \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_0 = D_i$ . Оскільки електрична індукція змінюється континуально під час переходу з одного діелектрика до іншого (вона постійна в усіх діелектриках), індекс  $i$  у цьому співвідношенні можна опустити:

$$E \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 = D, \quad E_0 \cdot \varepsilon_0 = D \quad (E \cdot \varepsilon_{abc} = D), \quad (1.37)$$

або у векторній формі

$$\vec{E} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 = \vec{D}, \quad \vec{E}_0 \cdot \varepsilon_0 = \vec{D} \quad (\vec{E} \cdot \varepsilon_{abc} = \vec{D}). \quad (1.38)$$

У діелектрику вектор електричної індукції  $\vec{D}$  із точністю до множника  $\varepsilon_0$  збігається з напруженістю первинного електричного поля  $\vec{E}_0$  (що було б у разі відсутності діелектрика). В ізотропному діелектрику вектор  $\vec{D}$  є колінарним до вектора  $\vec{E}$  напруженості електричного поля в ньому. У вакуумі вони взагалі відрізняються лише множником  $\varepsilon_0$ :  $\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0$ .

Відповідно до формули (1.37) одиницею виміру електричної індукції є кулон на квадратний метр ( $\text{Кл}/\text{м}^2$ ):

$$[D] = [\varepsilon_0] \cdot [E] = (\Phi / \text{м}) \cdot (V / \text{м}) = \text{Кл} / \text{м}^2 = A \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-2}.$$

*Теорема Остроградського – Гаусса* з використанням поняття електричної індукції формулюється особливо просто, причому тепер вона є справедливою в будь-якому середовищі, незважаючи на наявність меж, де змінюється показник діелектричної проникності  $\varepsilon$ :

$$N = \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i.$$

Словесно її можна сформулювати так: *повний потік вектора індукції електричного поля  $N$  системи зарядів  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) крізь замкнену поверхню  $S$ , що охоплює їх, дорівнює алгебраїчній сумі цих зарядів.*

## Контрольні запитання для самоперевірки

1 У чому полягає суть теореми Остроградського – Гаусса, як її застосовують?

2 У чому полягає єдність і відмінність поведіння діелектрика та провідника в зовнішньому електричному полі?

3 Чому дорівнює електроємність окремого провідника, плоского конденсатора, батареї з конденсаторів за різного їх з'єднання?

4 У чому полягає зручність застосування вектора електричної індукції?

5 Який вигляд має закон Кулона в однорідному ізотропному діелектрику?

6 Як розміщені в просторі силові лінії електричного поля та його екіпотенціальні поверхні?

7 Яка гранична умова для вектора напруженості електричного поля виконується на поверхні провідника?

8 Що відбувається з полярними, неполярними молекулами в зовнішньому електричному полі?

9 У чому полягає суть теореми Ірншоу?

10 Які речовини називають провідниками першого та другого родів, напівпровідниками?

## 1.2 Постійний електричний струм

### 1.2.1. Основні характеристики електричного струму

*Електричний струм* – це впорядкований рух електричних зарядів (*носіїв струму*). У металах електричний струм зумовлений вільними електронами, в електролітах – іонами різних знаків, у напівпровідниках – електронами й дірками, в газах – електронами та іонами. Серед цих речовин розрізняють провідники (1-го й 2-го типів – метали й електроліти відповідно), напівпровідники, а також і гази за певних умов. За *напрямок електричного струму* умовно взято напрямок руху позитивних зарядів.

Електричний струм виникає за умови, що на вільні електричні заряди діє електричне поле, енергія якого і зумовлює впорядкований рух електричних зарядів. Якщо заряди рухаються разом із тілом, на якому вони зосереджені, то струм називається *конвекційним* (наприклад, рух заряджених пилинок).

Проходження електричного струму по провіднику спричиняє теплову, механічну, магнітну та хімічну (в електролітах) дію.

Мірою електричного струму є сила струму та густина струму.

У випадку сталого у часі (*постійного*) струму сила струму  $I$  ( $I = \text{const}$ ) визначається як електричний заряд, що проходить крізь поперечний переріз провідника за одиницю часу. Відповідно, якщо за час  $\Delta t$  крізь поперечний переріз провідника проходить величина електричного заряду  $\Delta q$ , то сила струму обчислюється за формулою

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (1.39)$$

У загальному випадку змінного струму формула (1.39) також узагальнюється з одержанням миттєвої або істинної швидкості перенесення зарядів у вигляді похідної:

$$I = I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{d q}{d t}. \quad (1.40)$$

Сила струму вимірюється в амперах (А).  $1 \text{ А} = 1 \text{ Кл}/1 \text{ с}$ : через поперечний переріз провідника переноситься заряд 1 кулон за 1 секунду. Прилад для вимірювання сили струму називається амперметром.

Часто має значення не лише сила струму  $I$  в провіднику, а й її відношення до площі його поперечного перерізу  $S$ . Цю величину називають *густиною електричного струму*  $j$ :

$$j = \frac{I}{S}, \text{ або } I = j \cdot S. \quad (1.41)$$

Варто зазначити, що це спрощене визначення густини струму потребує рівномірного її розподілу по площі перерізу провідника, тобто малу величину його площі перерізу  $\Delta S$ , його плоский характер і його ортогональність напрямку перенесення зарядів.

### 1.2.2 Закон Ома для ділянки кола

Як було емпірично встановлено німецьким вченим Г. Омом в 1827 р., сила струму в провіднику прямо пропорційна різниці потенціалів  $U$  на його кінцях (*закон Ома або закон Ома для ділянки електричного контуру*):

$$I = k \cdot U = k \cdot (\varphi_1 - \varphi_2),$$

де коефіцієнт пропорційності  $k$  називають *електропровідністю* провідника.

Зазвичай цей закон записують в іншому вигляді через *електричний опір провідника*  $R$ , який є оберненим до його провідності  $k$ :  $R = 1/k$ :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, \text{ або, } U = I \cdot R \quad (1.42)$$

і формулюють так: *сила струму в провіднику пропорційна прикладеній напрузі та обернено пропорційна опору провідника або зниження напруги на провіднику дорівнює добутку сили струму крізь нього на його опір.*

З формули (1.42) випливає розмірність електричного опору  $[R] = [U]/[I] = B/A = m^2 \cdot \text{кг} \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$  і одиниця опору, що названа *омом* (Ом):  $O_m = B/A$ . Тобто за одиницю опору взято опір провідника, в якому за напруги 1 В проходить струм силою 1 А.

Експериментально встановлено, що опір  $R$  металевого провідника є прямо пропорційним його довжині  $l$  і обернено пропорційним площі його поперечного перерізу  $S$ :

$$R = \rho \cdot l / S. \quad (1.43)$$

До того ж коефіцієнт пропорційності  $\rho$ , що характеризує цей метал, називають його *питомим опором*. Припустивши у формулі (1.43)  $l = 1 \text{ м}$  і  $S = 1 \text{ м}^2$ , визначимо фізичний зміст питомого опору  $\rho$  даного металу: це є опір провідника з цього металу довжиною 1 метр і площею поперечного перерізу 1 м<sup>2</sup>. З формули випливає і розмірність питомого опору:  $[\rho] = [R] \cdot [S] / [l] = O_m \cdot m = m^3 \cdot \text{кг} \cdot c^{-3} \cdot A^{-2}$ .

Підставивши у формулу (1.41) вираз для сили струму із закону Ома (1.42) та опору провідника  $R$  через його довжину  $l$  і площу поперечного перерізу  $S$  з формули (1.43), знайдемо вираз для густини струму:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l} = -\gamma \cdot \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l} = \gamma \cdot \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}, \quad (1.44)$$



де введено нове позначення *питомої провідності металу*  $\gamma = 1/\rho$ .

З огляду на формулу (1.21) зв'язку градієнта потенціалу з напруженістю електричного поля, а також на векторний характер густини струму, зведемо вираз (1.44) до вигляду

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}. \quad (1.45)$$

Це співвідношення між густиною електричного струму в металі та напруженістю електричного поля, що його обумовила, називають *законом Ома в диференціальній формі*.

Відомо, що під час проходження електричного струму по провіднику він нагрівається. Емпірично було встановлено *закон Джоуля – Ленца*, відповідно до якого *кількість теплоти  $\Delta Q$ , що виділяється за час  $\Delta t$  у провіднику з опором  $R$  під час проходження по ньому постійного струму величиною  $I$ , дорівнює*

$$\Delta Q = I^2 \cdot R \cdot \Delta t = I \cdot U \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t, \quad (1.46)$$

де  $U$  – зниження напруги на провіднику.

Природа цього явища очевидна. Переміщенню в провіднику електронів під дією електричного поля перешкоджають їх часті зіткнення з іонами кристалічних ґраток. До того ж робота, що виконується полем над електронами, спочатку переходить у їхню кінетичну енергію, а потім в енергію теплового руху іонів ґраток.

Тому закон Джоуля – Ленца можна вивести теоретично з основних співвідношень електростатики й електричного струму. Дійсно, нехай зниження напруги  $U$  на провіднику спричинено одним лише опором

провідника. Водночас теплота  $\Delta Q$ , яку потрібно знайти, буде дорівнювати роботі струму  $A$  (роботі електростатичного поля з переміщення в ньому електричного заряду  $q$ ), яку можна одержати за формулою (1.13):

$$A = q \cdot U .$$

Звідси, з огляду на формули (1.39), (1.42), легко одержуємо

$$A = I^2 \cdot R \cdot \Delta t = I \cdot U \cdot \Delta t = \left( U^2 / R \right) \cdot \Delta t , \quad (1.47)$$

що з урахуванням рівності  $\Delta Q = A$  означає закон Джоуля – Ленца (1.46).

Розділивши рівність (1.47) на час  $\Delta t$ , одержимо різні вирази для *потужності  $N$  постійного струму*:

$$N = \frac{A}{\Delta t} = I^2 \cdot R = I \cdot U = \frac{U^2}{R} . \quad (1.48)$$

Неважко переконатися, що формули (1.47), (1.48) задовольняють принцип розмірності: за сили струму, що вимірюється в амперах, напруги – у вольтах, опору – в омах, часу – в секундах, формули (1.47), (1.48), дійсно, мають необхідну розмірність у джоулях і ватах відповідно.

### 1.1.4 Електрорушійна сила.

#### Закон Ома для електричного кола

Розрізняють електрорушійну силу (ЕРС), яка діє в колі, та ЕРС, яка діє на ділянці кола. ЕРС  $\epsilon$ , що *діє в електричному колі*, визначає роботу, яку виконують

сторонні електричні сили за переміщення одиничного позитивного заряду в електричному колі. Якщо під час переміщення заряду  $q$  виконана робота  $A_{cm}$ , то

$$\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q}. \quad (1.49)$$

Бачимо, що, як і потенціал (різниця потенціалів), ЕРС вимірюється у вольтах. Також зазначимо, що ЕРС енергетична характеристика сторонніх сил (а не силова), а термін був уведений унаслідок історичної традиції. Термін «ЕРС» вживають як для означення дії сторонніх сил («діє ЕРС»), так і для означення кількісної характеристики роботи цих сторонніх сил.

Необхідно зазначити, що роботу  $A_{cm}$  «сторонніх» сил із перенесення зарядів усередині джерела струму доцільно диференціювати на дві складові: на роботу  $A_1$ , яка виконується власне проти сил електричного поля в ньому, яка йде на створення і підтримку цього електростатичного поля між його полюсами (на зовнішній ділянці контуру), і на роботу  $A_2$ , що виконується проти сил опору середовища цього джерела, наприклад, сили в'язкості електроліту в акумуляторі:

$$A_{cm} = A_1 + A_2. \quad (1.50)$$

Водночас робота  $A_1$  може бути записана у вигляді

$$A_1 = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U, \quad (1.51)$$

де  $q$  – арифметична сума зарядів (позитивних і негативних), що переносяться сторонньою силою між полюсами джерела струму;

$U = \varphi_1 - \varphi_2 > 0$  – різниця потенціалів на них, що називається *напругою джерела струму* чи *спаданням напруги на провіднику*.

З формул (1.49)–(1.51) випливає, що

$$\varepsilon = (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{A_2}{q} = U + \frac{A_2}{q}. \quad (1.52)$$

Якщо полюси джерела струму розімкнуті, то струму всередині джерела немає і робота  $A_2 = 0$ . Водночас ЕРС  $\varepsilon$  джерела струму дорівнює різниці потенціалів  $U$  на його полюсах. У загальному випадку різниця потенціалів  $U$  менша від ЕРС  $\varepsilon$  на величину  $A_2/q$ . Тобто ЕРС джерела струму  $\varepsilon$  дорівнює тій гранично високій різниці потенціалів  $U$  на його полюсах, що спостерігається в його розімкненому стані.

Очевидно, що ЕРС джерела струму має властивість адитивності. Тобто сумарна ЕРС послідовно з'єднаних складових джерел дорівнює алгебраїчній сумі (залежно від полярності їх з'єднання) ЕРС цих джерел:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (1.53)$$

Тепер з'явилася можливість узагальнити закон Ома (1.42) для замкненого електричного контуру, що складається з джерела постійного струму з ЕРС, яка дорівнює  $\varepsilon$ , у вигляді гальванічного елемента та

послідовно з'єднаного з ним провідника з опором  $R$ , що схематично зображено на рисунку 1.10.

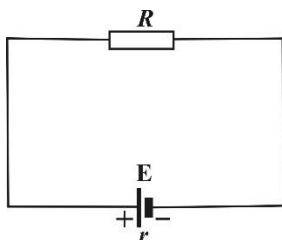


Рисунок 1.10 – Схематичне зображення замкнутого електричного контуру

Водночас опір провідника  $R$  звичайно називають *зовнішнім опором* контуру на відміну від опору самого джерела струму  $r$ , який називають *внутрішнім опором*. Гальванічний елемент схематично зображується двома паралельними відрізками: довгим тонким і коротким жирним. Довгий відрізок відповідає полюсу джерела струму з більшим потенціалом  $\varphi_1 > \varphi_2$ , що позначається символом «+», короткий відрізок зображує полюс із меншим потенціалом  $\varphi_2$ , якому відповідає знак «-». До того ж вважають, що весь опір зовнішньої частини електричного контуру зосереджено в опорі  $R$ , а проводи, що підводять до нього струм, є ідеально провідними.

Застосуємо до цього замкнутого контуру формулу (1.42), де  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – напруга на зовнішньому опорі;  $A_2$  – робота переміщення заряду  $q$  усередині джерела струму, тобто на внутрішньому опорі  $r$ , проти сил тертя. За формулою (1.53) її можна подати у вигляді  $A_2 = I^2 \cdot r \cdot t$ . Підставляючи це значення роботи  $A_2$  у

формулу (1.42) з урахуванням того, що  $q = I \cdot t$  і  $U = I \cdot R$ , для ЕРС джерела струму одержимо

$$\varepsilon = I \cdot R + \frac{I^2 \cdot r \cdot t}{I \cdot t} = I \cdot R + I \cdot r = I \cdot (R + r). \quad (1.54)$$

Водночас добуток  $I \cdot r$ , аналогічний зниженню напруги на зовнішньому опорі  $U = I \cdot R$ , називають *спаданням напруги на внутрішній ділянці контуру*, а сума  $(R + r)$  – *повним опором контуру*.

Зі співвідношення (1.44) одержуємо вираз для струму в контурі:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (1.55)$$

що називають *законом Ома для замкненого електричного кола* і формулюється він так: *сила струму в колі пропорційна електрорушійній силі ввімкненого в неї джерела та обернено пропорційна його повному опорю*.

#### **1.2.4 Розгалужений контур. Правила Кірхгофа**

Закон Ома (1.42) дозволяє проводити розрахунки розглянутого раніше простого нерозгалуженого замкненого електричного кола. Проте на практиці трапляються й більш складні розгалужені електричні кола, що складаються з декількох замкнених провідних елементарних контурів із спільними ділянками і з великою кількістю джерел (рис. 1.11), до яких безпосереднє застосування закону Ома ускладнене.

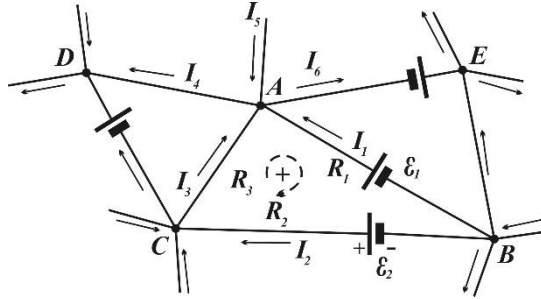


Рисунок 1.11 – Розгалужене електричне коло А

Сила струму на різних ділянках такого узагальненого кола буде різною і за величиною, і за напрямком. Для розрахунків таких кіл були розроблені два правила Кірхгофа. Перше з них формулюється для вузлів кола, друге – для елементарних замкнених контурів.

Фізичний зміст першого правила Кірхгофа полягає в очевидному твердженні, що під час проходження постійного струму по провідниках кола в жодній його точці, враховуючи і його вузли, де сходиться не менше трьох провідників, не відбувається накопичення зарядів. Тому справедливе перше правило Кірхгофа: алгебраїчна сума сил струму у вузлі кола дорівнює нулю:

$$\sum_{s=1}^n I_s = 0. \quad (1.56)$$

Водночас струм, що входить до вузла, вважається позитивним, а струм, що виходить із вузла, – негативним. Наприклад, для вузла А на рисунку 1.11 позитивними є струми  $I_1$ ,  $I_3$  і  $I_5$ , негативними – струми  $I_4$  і  $I_6$ . Тому перше правило Кірхгофа дає таке співвідношення:  $I_1 + I_3 + I_5 - I_4 - I_6 = 0$ , де знаки струмів уже враховано.

Друге правило Кірхгофа полягає в можливості застосування закону Ома (1.55) окремо для кожного замкненого контуру, віртуально виділеного з узагальненого розгалуженого кола, в такому вигляді: алгебраїчна сума ЕРС джерел струму, ввімкнених у цей контур, дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруги на всіх ділянках цього контуру.

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^m E_s = I \cdot \left( \sum_{l=1}^n R_l + \sum_{s=1}^m r_s \right) &= \sum_{l=1}^n I \cdot R_l + \sum_{s=1}^m I \cdot r_s = \\ &= \sum_{l=1}^n U_l + \sum_{s=1}^m u_s. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Застосування другого правила Кірхгофа потребує проведення такої послідовності процедур:

- вибирають довільний напрямок струму на кожній окремій ділянці віртуально виділеного замкненого контуру, відзначивши ці напрямки стрілками, як показано на рисунку 1.11 (водночас помилка у виборі напрямку струму на якій-небудь ділянці відносно дійсного напрямку призведе лише до від'ємного значення його сили у розрахунках);
- вибирають довільний напрямок обходу цього контуру, наприклад за годинниковою стрілкою, як показано пунктирною лінією зі стрілкою та знаком «+» для контуру А – В – С – А на рисунку 1.11;
- за запису рівняння (1.57) струми, що збігаються з напрямком обходу контуру, вважають додатними, протилежні – від'ємними;
- ЕРС джерел у контурі, вважають додатними, якщо вони створюють струм у напрямку обходу контуру, і від'ємними – в протилежному разі.



Під час розрахунку розгалуженого контуру необхідно скласти незалежні рівняння (1.56) і (1.57) для декількох вузлів і контурів. Їх кількість повинна дорівнювати кількості невідомих величин.

Як приклад застосування правил Кірхгофа знайдемо загальний опір декількох *паралельно з'єднаних опорів*. На рисунку 1.12 для конкретності наведено випадок трьох таких опорів.

Для вузла *A* перше правило Кірхгофа дає

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (1.58)$$

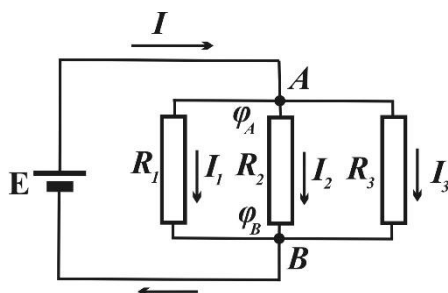


Рисунок 1.12 – Приклад розгалуженого електричного контуру

За законом Ома для всієї ділянки А–В електричного контуру й окремо для кожної з його паралельних частин одержуємо

$$I = \frac{U}{R}, \quad I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3}, \quad (1.59)$$

де  $R$  – повний опір паралельно з'єднаних опорів;

$U$  – напруга, прикладена до провідників (між точками *A* і *B*).

Підставивши значення струмів (1.59) у рівність (1.58) і скоротивши його на величину  $U$ , одержимо співвідношення

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

або, узагальнюючи його на будь-яку кількість паралельно з'єднаних опорів, одержимо

$$\frac{1}{R} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{R_s}. \quad (1.60)$$

*Тобто за паралельного з'єднання опорів додаються їх обернені величини або повна електропровідність паралельного з'єднання опорів дорівнює сумі провідностей всіх опорів.*

### **Контрольні запитання до самоперевірки**

1 Що називають електричним струмом, які умови його проходження?

2 Які дії спричиняє електричний струм провідності у провіднику та в навколишньому просторі?

3 Що називають електрорушійною силою, зниженням напруги на опорі?

4 На які складові диференціюють роботу «сторонніх» сил із перенесення зарядів усередині джерела струму?

5 Дайте визначення сили струму, одиниці її вимірювання.

6 Що таке густина струму?

7 Як визначається сила струму через густину струму в загальному випадку?

8 Дайте визначення електропровідності провідника, електричного опору провідника, одиниці його вимірювання. Якими є їх розмірності?

9 Що таке питомий електричний опір провідника.

10 Як опір металевого провідника залежить від його довжини та площі поперечного перерізу?

11 Наведіть формулювання закону Ома у диференціальній формі.

12 Який взаємозв'язок існує між напруженістю електричного поля в провіднику та густиною струму в ньому?

13 Сформулюйте закон Джоуля – Ленца.

14 Якою формулою визначається теплова дія проходження електричного струму в провіднику?

15 Що називають внутрішнім опором замкненого електричного контуру?

16 Сформулюйте закон Ома для замкненого електричного контуру, для його ділянки.

17 Сформулюйте правила Кірхгофа для розгалуженого контуру.

### **1.3 Електричний струм у металах та напівпровідниках**

#### **1.3.1 Класична електронна теорія електропровідності**

Після феноменологічного опису провідності металів дослідимо це явище більш детально на молекулярно-атомарному рівні, обмежуючись *класичною електронною теорією електропровідності*. Як уже було зазначено раніше, механізм електропровідності металів обумовлений наявністю в них так званих *вільних електронів*. Вони відокремлюються від нейтральних атомів металу, розміщених у вузлах кристалічних ґраток, і перетворюють

їх у позитивні іони. Водночас вільні електрони вже не пов'язані з якими-небудь визначеними іонами, а належать усьому металу загалом, рухаючись вільно в об'ємі металу. У зв'язку з цим сукупність вільних електронів умовно називають *електронним газом у металі*.

Як з'ясовано, *густина електронного газу* в різних *металах* варіює в межах  $10^{22}$ – $10^{23}$  вільних електронів на  $1 \text{ см}^3$  і не залежить від його температури. Це означає, що їхня кількість приблизно дорівнює кількості позитивних іонів  $10^{22}$  у тому самому об'ємі. Тобто у формуванні вільних електронів у металі всі атоми беруть участь у середньому лише одним зі своїх електронів, найбільш віддаленим від ядра і найменш зв'язаним із ним.

У класичній електронній теорії вважається, що рух вільних електронів у металі підлягає законам Ньютона. Водночас їх взаємодія з іонами ґратки та між собою відбувається лише за зіткнень. Тобто згідно з цими уявленнями електронний газ є подібним до ідеального газу, що вивчається в молекулярній фізиці. Зокрема, за відсутності електричного поля всередині металу вільні електрони рухаються хаотично, подібно до молекул ідеального газу, зіштовхуючись один з одним і з іонами кристалічних ґраток. Ці вільні електрони також мають різні швидкості, за якими неможливо простежити інакше, ніж статистично. Водночас їх розподіл за швидкістю  $v$  (*функція густини ймовірностей*  $f(v)$ ) відповідно до класичної електронної теорії є *розподілом Максвелла*, який відомий із молекулярно-статистичної теорії ідеального газу, його графічне зображення подане на рисунку 1.13:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2 \cdot k \cdot T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}, \quad (1.61)$$

де  $m$  – маса кожної частинки (зараз вільного електрона);  
 $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж / К – стала Больцмана;  
 $T$  – абсолютна температура за шкалою Кельвіна.

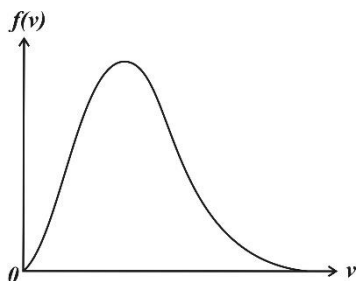


Рисунок 1.13 – Графічне зображення функції  $f(v)$  розподілу Максвелла вільних електронів у металі за швидкостями

Відповідно до класичної електронної теорії абсолютна температура електронного газу  $T$  у формулі (1.61) характеризує середню квадратичну швидкість електронів і середню кінетичну енергію  $\bar{E}_k$  їх хаотичного поступального руху за формулами

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \quad \text{та} \quad \bar{E}_k = \frac{m \cdot u^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T. \quad (1.62)$$

Зміст функції розподілу  $f(v)$  (1.61) полягає в тому, що під час її множення на повну кількість вільних електронів у металі  $N$  одержимо кількість електронів, швидкості яких попадають в одиничний інтервал швидкостей (завширшки  $\Delta v = 1$ ).

Відповідно до розподілу електронів за швидкостями, крім їх середньої квадратичної швидкості  $u$  (1.62), можна знайти їхню *середню арифметичну швидкість*  $\bar{v}$  і *найбільш імовірну швидкість*  $v_{н. імов}$ , за якої досягається максимум кривої розподілу на рисунку 1.13:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}, \quad v_{н. імов} = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}}. \quad (1.63)$$

Усі ці середні швидкості хаотичного руху електронів (1.62), (1.63) мають один і той самий порядок величин. Навіть за кімнатних температур їх значення дуже великі: близькі до 100 км/с. Однак водночас завжди є деяка мала кількість повільних електронів і також невелика кількість електронів, швидкості яких дуже великі.

З цими швидкостями електрони вільно рухаються лише між зіткненнями з позитивними іонами кристалічних ґраток металу і між собою. Водночас зіткненням називають близьку силову взаємодію елементарних часток, що має неелектричну природу і виявляється в їхньому відштовхуванні на відстанях, які за порядком дорівнюють радіусу орбіти електрона. Було встановлено, що *середня довжина вільного пробігу електронів у металі* між двома послідовними зіткненнями, насамперед з іонами, дорівнює  $10^{-6}$  см, що на два порядки більше від періоду кристалічних ґраток.

Таким чином, швидкість теплового руху електронів, має велике значення. Однак у зв'язку з його хаотичністю він не приводить до спрямованого перенесення зарядів, тобто до електричного струму.

За ввімкнення зовнішнього електричного поля на цей хаотичний рух електронів у металі накладається їхній

упорядкований рух проти напрямку ліній напруженості електричного поля. *Швидкість поширення електричного поля в металі* дуже велика: приблизно  $3 \cdot 10^8$  м/с, тобто така сама, що й швидкість світла у вакуумі. Тому за під'єднання металу до джерела ЕРС у ньому практично миттєво починають упорядковано рухатися вільні електрони на всіх його ділянках. Як було визначено, *швидкість упорядкованого руху електронів електричного струму* відносно невелика. Наприклад, за напруженості поля 200 В/м вона становить лише близько 1 м/с.

Очевидно, що відома з молекулярно-кінетичної теорії *формула Больцмана*, яка описує залежність густини  $n$  ідеального газу від потенціальної енергії  $E_{\text{потенц}}$  його молекул у плоскому силовому потенційному полі, без будь-яких змін може бути застосована і до густини  $n$  електронного газу в електростатичному полі:

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{E_{\text{потенц}}}{k \cdot T}}, \quad (1.61)$$

де  $n_0$  позначено початкове значення густини електронів у прошарку, що взято за умовний початок відліку для *потенціальної енергії  $E_{\text{потенц}}$  електрона* в цьому полі.

Варто зазначити, що, хоча за побудови класичної електронної теорії провідності металів були зроблені не цілком обґрунтовані теоретичні припущення, їхня допустимість переважно підтверджується повсякденною практичною діяльністю і багатьма експериментами, результати яких можна пояснити цією теорією. Зокрема, класична електронна теорія дозволяє обґрунтувати емпіричні закони Ома і Джоуля – Ленца, взаємозв'язок тепло- і електропровідності, явища контактної різниці

потенціалів і термоелектрорушійної сили, а також виразити питому електропровідність металу  $\gamma$  і його питомий опір  $\rho$  через мікроскопічні параметри, що характеризують конкретний метал:

$$\gamma = \frac{e^2 \cdot n \cdot \lambda}{2 \cdot m \cdot u}, \quad \rho = \frac{2 \cdot m \cdot u}{e^2 \cdot n \cdot \lambda}, \quad (1.65)$$

де  $n$  – густина електронного газу;

$e$  – величина заряду електронів;

$\lambda$  – середня довжина їх вільного пробігу між двома послідовними зіткненнями.

Звідси випливає, що питомий опір металу  $\rho$ , отже, і його повний опір  $R$ , тим вищий, чим менша концентрація  $n$  вільних електронів у ньому і чим менша середня довжина  $\lambda$  їхнього вільного пробігу. Електроопір металу збільшується також разом із середньою квадратичною швидкістю хаотичного руху електронів  $u$ . Ця швидкість відповідно до класичної теорії електропровідності, в якій на електронний газ у металі поширюють закономірності ідеального газу, зростає з температурою пропорційно  $\sqrt{T}$ . До того ж підсилюється хаотичний коливальний рух іонів металевих ґрат, що утруднює упорядкований рух електронів, тобто електрострум.

Таким чином, класична теорія електропровідності якісно пояснює відоме, емпірично встановлене збільшення опору металів зі зростанням температури. Цю *температурну залежність опору металу* звичайно лінеаризують і подають у вигляді наближеної формули:

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \quad (1.66)$$



де  $R_0$  – опір провідника за  $0\text{ }^\circ\text{C}$ ;

$t$  – температура провідника за шкалою Цельсія;

$\alpha$  – температурний коефіцієнт опору.

Водночас коефіцієнт  $\alpha$  взагалі також є функцією температури (за високих температур він зростає). Однак для всіх хімічно чистих металів (не сплавів) у відносно вузькому інтервалі температур, близькому до кімнатних температур, в інтервалі, що має практичне повсякденне значення, коефіцієнт  $\alpha$  можна вважати сталим і приблизно таким, що дорівнює  $\alpha \approx 1/273 \approx 0,004\text{ K}^{-1}$ . Однак ця формула є наближеною і непридатною ні за надто високих, ні за дуже низьких температур.

Крім того, за класичною теорією електропровідності виявилось не можливо пояснити експериментально відкрите явище надпровідності в деяких металів і сплавів за наднизьких температур, близьких до абсолютного нуля. Воно полягає в стрибкоподібному зниженні до нуля опору кожного з цих металів за деякої граничної для нього температури. Це явище, як виявилось, може бути пояснено лише на основі квантової теорії.

До того ж класична електронна теорія виявилася не цілком задовільною щодо пояснення явища теплопровідності металів і зовсім непридатною для опису їх теплоємності. Дійсно, з класичної електронної теорії випливає, що вільні електрони повинні були б зробити свій внесок у теплоємність металу і підвищити її десь у півтора раза. Однак експерименти свідчать про те, що теплоємності електропровідних твердих тіл, у яких є вільні електрони, і електронепровідних твердих тіл, що не мають вільних електронів, відрізняються неістотно. Тобто вільні електрони, які забезпечують електропровідність і

теплопровідність металу, з причин, що не може пояснити класична теорія, не збільшують його теплоємності. Ця суперечність була вирішена лише в квантовій теорії електропровідності.

### **1.3.2 Робота виходу електронів із металу**

Крім того, що вже було зазначено, електронний газ є подібним до звичайного газу також тим, що аналогічно йому він за відсутності зовнішнього поля займає весь наданий йому об'єм посудини – об'єм металу. Водночас роль «стінок посудини», що містить його, відіграє поверхневий прошарок металу.

Дійсно, поки вільний електрон міститься у внутрішній області металу (електрон під номером 1 на рис. 1.14 а), сили притягання, що діють на нього з боку всіх навколишніх його позитивних іонів кристалічних ґраток, а також сили відштовхування від таких самих електронів, як він сам, практично зрівноважені, тобто їхня результуюча сила дорівнює нулю. Якщо ж електрон потрапить на межу металу чи вийде за його межі (електрон під номером 2 на рис. 1.14 а), рівнодійна всіх сил, що діють на нього, як бачимо, буде відмінна від нуля і спрямована всередину металу. Очевидно також, що величина цієї сили буде швидко зменшуватися за віддалення від металу.

Це означає, що всередині металу вектор напруженості електричного поля дорівнює нулю, в приграничному прошарку металу він різко зростає. Водночас він спрямований назовні протилежно силі, що діє на електрони. За віддалення від металу він, маючи той самий напрямок, знову швидко спадає до нуля (рис. 1.14 б). Ураховуючи визначення потенціальної енергії та застосовуючи його до електрона в електричному

полі металу, можна сказати, що мінімальне значення потенціальної енергії електрон має всередині металу, причому всюди за винятком межі поділу однаковим, і максимальним значенням – на нескінченності.

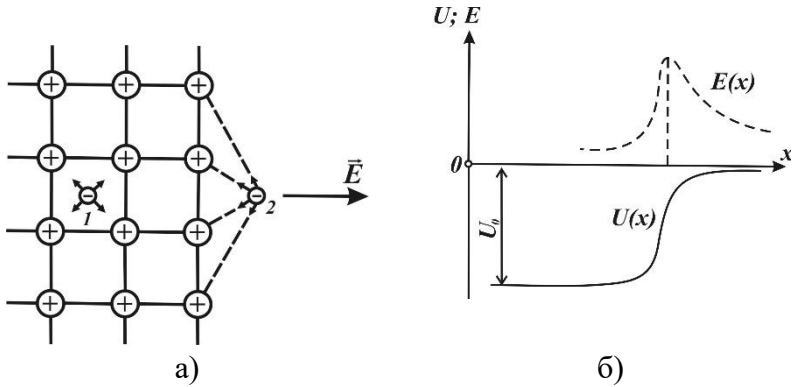


Рисунок 1.14 – Опис стану вільного електрона всередині металу, на його межі та ззовні

Водночас потенціальна енергія визначається з точністю до постійного довільного доданка. Звичайно цей доданок вибирають так, щоб потенціальна енергія електрона на нескінченності дорівнювала б нулю. Такий вибір сталої приводить до того, що потенціальна енергія електрона всюди, крім нескінченності, від’ємна (рис. 1.14). Так що всередині металу електрон, як кажуть, міститься у «потенціальній ямі» глибиною  $U_0$ . Вибратися з неї він може або самостійно за рахунок відповідного запасу його кінетичної енергії і здійснення роботи проти сил протидійного електричного поля, або за допомогою зовнішніх сил, що виконають цю роботу.

Робота  $A$ , яку необхідно витратити на вихід електрона з металу, називають *роботою виходу*. З її визначення випливає, що її величина дорівнює інтегралу:

$$A = e \cdot \int_0^{\infty} E(x) dx, \quad (1.67)$$

який, ураховуючи потенціальність поля, можна брати уздовж будь-якої траєкторії від довільної точки всередині металу до точки, достатньо віддаленої від нього. Очевидно, що величина роботи виходу електрона з металу пропорційна величині напруженості протидійного електричного поля  $\vec{E}$ . Для вимірювання роботи виходу використовується спеціальна одиниця – *електрон-вольт* ( $eV$ ). Це робота, яку виконує поле, або необхідно виконати сторонніми силами проти поля для переміщення електрона між точками з різницею потенціалів один вольт. Її підрахунок дає таке значення:  $1 eV \approx 1,6 \cdot 10^{-19} Дж$ .

Робота виходу має різні значення для різних металів і є однією з їхніх найважливіших характеристик. Для хімічно чистих металів її значення є в межах від  $1,81 eV$  у цезію до  $6,27 eV$  у платини. Водночас робота виходу електрона з металу зменшується для сплавів.

У зв'язку з розподілом (1.61) електронів за швидкістю серед них завжди знайдеться деяка мала кількість дуже повільних електронів і також невелика кількість дуже швидких електронів. Якщо такі швидкі електрони з'являться в поверхневому прошарку металу і вектор їхньої швидкості виявиться відповідно спрямованим, вони зможуть вилетіти за межі його поверхні. Водночас на поверхні металу будуть індуковані позитивні заряди, а зовні поблизу неї з'явиться *електронна хмаринка*, заряджена негативно.

Вихід електронів із металу за його межі називають *електронною емісією*. За звичайних умов електронна емісія виражена слабо. Підсилити емісію можна

нанесенням спеціальної плівки на поверхню металу, нагріванням металу, створенням поля, що вириває електрони, бомбардуванням поверхні металу швидкими електронами, шляхом фотоемісії, а також комбінацією декількох таких способів.

Технічні застосування явища електронної емісії дуже широкі та різноманітні. Зокрема, на цьому явищі ґрунтується робота безлічі радіоламп, основних елементів радіотехніки недавнього минулого.

### 1.3.3 Електричний струм у напівпровідниках

*Напівпровідниками* називають тверді кристалічні речовини, питомий електроопір  $\rho$  яких знаходиться між значеннями, провідників ( $\rho = 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ) і діелектриків ( $\rho = 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ). Крім того, питомий опір напівпровідників істотно залежить від температури, зовнішнього електричного поля, наявності домішок і від випромінювань. Зокрема, *залежність опору напівпровідника від температури* має експоненціальний характер:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{\alpha/T}. \quad (1.68)$$

Звідси, зокрема, впливає, що з підвищенням температури на  $1^\circ\text{C}$  опір  $\rho$  (1.68) напівпровідника зменшується на 5–6 %, у той час як у металів питомий опір навпаки підвищується, але лише на 0,3 %.

За високих температур напівпровідники за своєю електропровідністю наближаються до металів, а за низьких – до діелектриків.

Характерною рисою напівпровідників є також нелінійна залежність струму від напруженості електричного поля. Тобто закон Ома для струму в

напівпровіднику виконується лише за напруженості поля, меншої від деякого критичного значення  $E_{крит}$ .

*Властивості напівпровідників* дуже сильно залежать також від їхньої хімічної чистоти. Водночас якщо в металів домішки підвищують електроопір, у напівпровідників вони навпаки різко знижують його. Наприклад, домішка 1 % може знизити опір напівпровідника в мільйони разів.

Такі незвичайні властивості напівпровідників обумовлені особливостями їхньої структури. За нормальних і низьких температур у хімічно чистому напівпровіднику (наскільки можливо забезпечити цю чистоту) більшість електронів зв'язана зі своїми атомами, і лише незначна їх кількість перебуває у вільному стані. Ці вільні електрони хаотично переміщуються так само, як і в метали. За появи зовнішнього електричного поля вони створюють слабкий електронний струм. Обумовлену ними електропровідність називають *електронною провідністю n-типу* (від слова *negative* – негативний) *напівпровідника*.

Виявляється, що, крім зазначеного електронного механізму, електропровідність у напівпровіднику може бути обумовлена також і переміщенням у ньому зв'язаних електронів його атомів. Для цього необхідна наявність вакантних незаповнених місць в електронних зв'язках атомів напівпровідника і досить високої його температури, щоб у ньому знайшлися електрони, енергія яких достатня для виходу зі свого електронного зв'язку і переходу на сусідню вакансію.

За перескакування такого слабо зв'язаного електрона зі старого місця його зв'язку з конкретним атомом до сусіднього атома і так далі, можна вважати, що водночас переміщується місце вакантного зв'язку (позитивний іон), як показано на рисунку 1.15. Його називають *діркою* (має позитивний заряд).

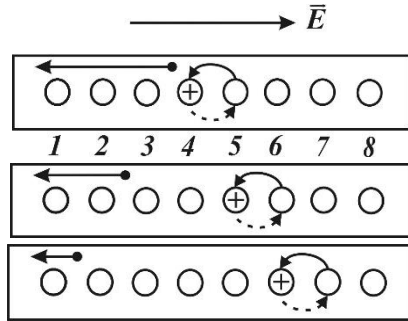


Рисунок 1.15 – Переміщення вільного електрона проти зовнішнього електричного поля та електронної вакансії в атомі (позитивного іона або «дірки») за напрямком поля

На рисунку 1.15 введено позначення:

- – нейтральний атом;
- ⊕ – позитивний іон (дірка);
- – вільний електрон;
- ← ————— → – переміщення зв’язаного електрона;
- ← - - - - - → – переміщення дірки.

За відсутності зовнішнього електричного поля дірки, як і вільні електрони, беруть участь у хаотичному тепловому русі. За ввімкнення поля на цей рух накладається впорядковане переміщення (дірок за полем, електронів – проти поля), тобто виникає електричний струм. Провідність, обумовлена рухом дірок, називають *дірковою провідністю* або *провідністю p-типу* (від слова *positive* – позитивний) *напівпровідника*.

Одночасне переміщення вільних електронів і дірок утворює електричний струм у напівпровіднику. Водночас кожна дірка з’являється в результаті звільнення якогось

електрона. Тому кількість усіх дірок у напівпровіднику дорівнює кількості всіх вільних електронів у ньому. Тобто струм у ньому однаковою мірою обумовлено як електронною, так і дірковою провідностями. Така сумарна електронно-діркова провідність є власною провідністю хімічно чистого напівпровідника. За кімнатних температур вона мала, але підсилюється з підвищенням температури.

За наявності домішок у напівпровіднику до його власної провідності додається так звана *домішкова провідність*. Ці домішки напівпровідника можуть бути двох видів: *донорні домішки* й *акцепторні домішки*. Перші збагачують напівпровідник вільними електронами, другі – дірками. Водночас утворюється *домішковий електронний напівпровідник n-типу* або *домішковий дірковий напівпровідник p-типу*.

За тісного контакту двох таких напівпровідників різного типу в зоні їх з'єднання утворюється «*подвійний електричний прошарок*» товщиною порядку  $10^{-5}$  см із контактною різницею потенціалу близько  $1/10$  В, з вектором напруженості електричного поля  $\vec{E}'$ , що називається *запірним прошарком* (рис. 1.16).

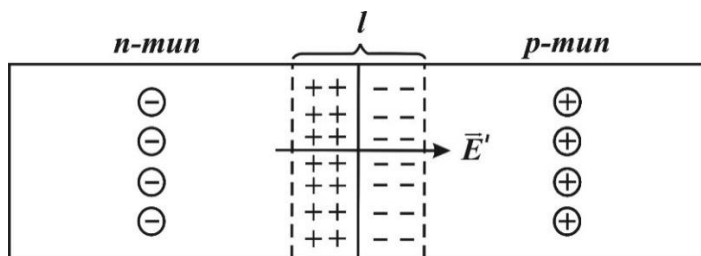


Рисунок 1.16 – Утворення запірного прошарку за стикування напівпровідників *n*- та *p*-типів



Цей запірний прошарок дійсно перешкоджає проходженню електронів у напрямку  $n \rightarrow p$  і дірок – у напрямку  $p \rightarrow n$ . У цьому можна переконатися, під'єднуючи до комбінованого напівпровідника джерело струму зі зміною полярності ввімкнення.

### **Контрольні запитання для самоперевірки**

1 У чому полягає класична електронна теорія електропровідності?

2 Що називають роботою виходу електрона з металу? У яких межах вона знаходиться для різних металів?

3 Які речовини називають напівпровідниками?

4 Від яких факторів залежить електроопір напівпровідника?

5 Як залежить електроопір напівпровідника від температури?

6 Якою є природа електричного струму в напівпровіднику?

7 Що таке власна, домішкова електропровідність напівпровідника?

8 Що є напівпровідником  $n$ - та  $p$ -типів?

9 Що є запірним прошарком у комбінованому напівпровіднику?

## **1.4 Електричний струм у газах та електролітах**

### **1.4.1 Електричний струм у вакуумі**

Розглянемо особливості проходження електричного струму у вакуумі. Водночас ідеалізоване поняття *вакууму* означає простір, цілком позбавлений частинок речовини. Однак реально під вакуумом усередині замкненої посудини розуміють настільки розріджений стан речовини

у вигляді газу, коли довжина  $\lambda$  вільного пробігу його частинок перевищує лінійні розміри посудини  $L$ :  $\lambda > L$ , тобто коли ці частинки за свого хаотичного теплового руху практично не зіштовхуються.

Очевидно, що відповідно до його визначення вакуум сам по собі є ідеальним ізолятором. Однак у ньому все ж таки можна створити електричний струм, штучно ввівши до нього електричні заряди і приклавши зовнішнє електричне поле. Зазвичай це здійснюється за допомогою електронної емісії з металу та її підсилення під час його нагрівання.

Виявилось, що виключно електронний, так званий *анодний струм*, який виникає між гарячим негативним електродом – *катодом*, і позитивним електродом – *анодом*, зростає разом із температурою катода і напругою  $U$  (різницею потенціалів анода  $\varphi_a$  і катода  $\varphi_k$ )  $U = \varphi_a - \varphi_k$ . Однак залежність сили анодного струму  $I$  від прикладеної напруги  $U$  (різниці потенціалів анода  $\varphi_a$  і катода  $\varphi_k$ ), так звана *вольт-амперна характеристика*, в цьому випадку не відповідає звичайному лінійному закону Ома та має більш складний вигляд, поданий на рисунку 1.17.

Як бачимо з аналізу цієї кривої, слабкий електричний струм крізь вакуум проходить навіть за відсутності зовнішнього електричного поля (напруги  $U$ ), прикладеного до електродів, завдяки лише електронній емісії. Однак подання на електроди негативної напруги припиняє і цей струм. Виявилось, що цей ефект наявності електричного струму між електродами за відсутності зовнішнього поля зникає за збільшення відстані між ними. Це цілком зрозуміло: біля розжареного катода, що емітує електрони, виникає *електронна хмара*, яка не віддаляється

від нього і перешкоджає подальшій емісії електронів із нього. У разі близького розміщення анода до катода він потрапляє в цю електронну хмаринку і вбирає з неї до себе частину електронів, що забезпечує анодний струм. За віддалення анода емітовані електрони до нього не долітають.

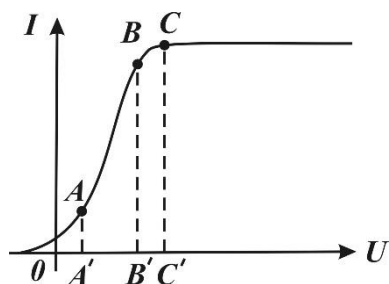


Рисунок 1.17 – Вольт-амперна характеристика електричного струму у вакуумі

За малих значень прикладеної напруги  $U$  (в області  $OA'$  на рис. 1.17) величина струму  $I$  зростає разом із напругою повільно. Далі (на ділянці  $A'B'$ ) струм різко зростає, однак не лінійно, як повинно було б бути за законом Ома. Ця ділянка вольт-амперної характеристики проходження електронного струму крізь вакуум, що на практиці намагаються лінеаризувати, дійсно описується законом « $3/2$ » *Богуславського – Ленгмюра*: сила струму  $I$  пропорційна різниці потенціалів  $U$  у степені  $3/2$ :

$$I = \alpha \cdot U^{3/2}. \quad (1.69)$$

За подальшого збільшення напруги  $U$  (на ділянці  $B'C'$ ) зростання струму зменшується і потім (область, що знаходиться праворуч від точки  $C'$ ) зовсім припиняється.

Говорять, що величина струму в цьому разі досягла насичення. Це явище обумовлене тим, що, починаючи з напруги  $C'$ , вже всі електрони, що вилетіли з катода, кількість яких визначається лише його характеристиками, долітають до анода і роблять свій внесок у величину анодного струму, а збільшити їх кількість неможливо підвищенням напруги.

Описані явища проходження електричного струму крізь вакуум є основою всієї лампової електроніки, усіх численних різноманітних електронних ламп, які до останнього часу зовсім не мали альтернативних конкурентів, але й на сьогодні ще не втратили своєї практичної значущості.

#### **1.4.2 Електричний струм у газах**

У разі погіршення ступеня вакууму в електронній лампі потоку електронів крізь неї починають заважати їхні зіткнення з молекулами повітря. З іншого боку, до електричного струму крізь лампу у вигляді потоку електронів додається новий механізм його проходження. Він обумовлений *іонізацією нейтральних молекул газу* (перетворенням їх у *заряджені іони*) за їхнього бомбардування електронами та полягає у перенесенні електричних зарядів цими іонами.

Ця іонізація нейтральної молекули газу може відбутися відриванням від неї одного чи декількох периферичних електронів. Водночас утвориться позитивно заряджений іон і декілька вільних електронів. Крім того, можлива інша іонізація нейтральної молекули, за якої вона захопить один чи кілька вільних електронів і перетвориться на негативний іон. Спостерігаються також випадки, коли до позитивного чи негативного іона приєднується кілька нейтральних молекул, утворюючи

складні іони. Водночас у газі одночасно з процесом іонізації відбувається і зворотний процес *рекомбінації* – відновлення нейтральних молекул із позитивних і негативних іонів.

Необхідно зазначити, що сам по собі будь-який газ, що складається з електрично нейтральних молекул, а також і повітря (суміш газів), є гарними ізоляторами. Це широко використовується в повсякденній практиці під час прокладання повітряних ліній передавання електричного струму неізольованими дротами, зокрема і високовольтних ліній. Газ стає провідником електрики лише за його іонізації, яку можна забезпечити не лише розглянутим емісійним потоком електронів. Іонізація газу спостерігається також під час його нагрівання, опромінення рентгенівськими або ультрафіолетовими променями, радіоактивним і космічним випромінюваннями. Але в будь-якому разі іонізація газу відбувається за рахунок зовнішньої енергії, що підводиться до нього.

Проходження електричного струму крізь газ називають *електричним розрядом у газі*. Він обумовлений переміщенням позитивних іонів у напрямку електричного поля і рухом у протилежному напрямку негативних зарядів (переважно вільних електронів). Розряд, що виникає в газі під дією зовнішніх іонізаторів, називають *несамостійним електричним розрядом*. Водночас очевидно, що можливість його виникнення і його характер визначаються величиною напруженості електричного поля, створеного в газі, густиною газу і рівнем його початкової іонізації.

Для дослідження розряду в газі звичайно використовують установку, подану на рисунку 1.18 а. Вона складається із скляної трубки  $L$ , де спочатку міститься газ за нормального тиску, який можна знижувати за допомогою вакуумного насоса. Газ у трубці іонізують

яким-небудь випромінюванням. Цей процес характеризують інтенсивністю іонізації: кількістю молекул, що іонізується за одиницю часу. Водночас відбувається і протилежно спрямований процес рекомбінації молекул. У результаті встановлюється динамічна рівновага процесів іонізації та рекомбінації молекул газу з деякою кінцевою інтенсивністю іонізації.

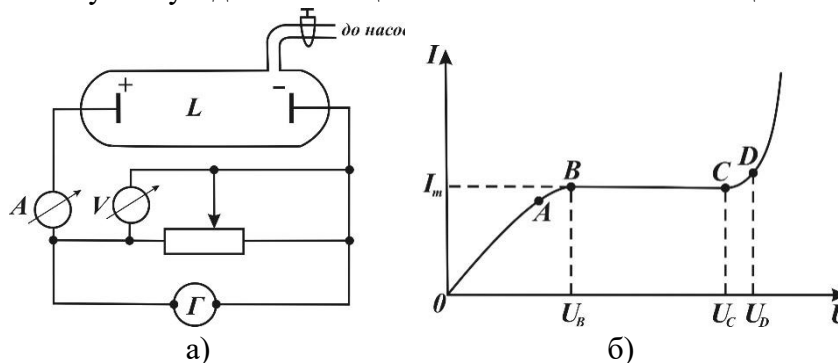


Рисунок 1.16 – Дослідження розряду в газі:

а) схема експериментальної установки;

б) вольт-амперна характеристика іонізаційного струму

У трубку  $L$  впаяно електроди, між якими створюється розряд. Для цього на них подається різниця потенціалів  $U$  від потужного джерела постійної напруги  $\Gamma$ , яку можна змінювати за допомогою потенціометра. Для можливості вимірювання різниці потенціалів і сили струму в електричному контурі ввімкнено вольтметр  $V$  й амперметр  $A$ .

Спочатку, не змінюючи тиску газу, з'ясовують залежність сили струму в газі від напруженості електричного поля в ньому (від прикладеної до електродів напруги). Для цього будується *вольт-амперна характеристика іонізації* – графік залежності величини іонізаційного струму  $I$  від прикладеної до електродів

напруги  $U$ , наведеної на рисунку 1.18 б. Потім все повторюється за іншого тиску газу.

Як бачимо з цього графіка (рис. 1.18 б), за невеликої напруги (ділянка  $OA$ ) сила іонізаційного струму практично пропорційна їй, тобто виконується закон Ома. Це обумовлено тим, що з підвищенням напруги, а отже, і напруженості електричного поля, збільшується швидкість упорядкованого руху іонів та електронів, тобто величина заряду, що проходить між електродами за одиницю часу.

Однак за подальшого підвищення напруги приріст сили струму сповільнюється, а потім і зовсім припиняється (ділянка кривої  $BC$  на проміжку зміни напруги  $U_B - U_C$ ). Тобто несамостійний розряд у сильних полях не підлягає закону Ома. Цей ефект насичення іонізаційного струму ( $I_m$ ) за деякої напруги  $U_B$  обумовлено тим, що за відповідної напруженості поля вже всі іони й електрони, що породжені іонізатором сталої потужності впродовж однієї секунди, за цей самий час досягають електродів. Подальше підвищення напруги вже не може збільшити їх кількості, відповідно і збільшити величини струму.

Становить інтерес і те, що за подальшого збільшення напруги на електродах, починаючи з деякої напруги  $U_C$ , іонізаційний струм знову починає зростати, причому дуже швидко (ділянка кривої  $CD$ ). Водночас процес зростання струму не припиняється навіть за вилучення зовнішнього іонізатора. Це означає, що в цей час у газі різко збільшується і лавинно зростає кількість носіїв електричних зарядів. Пояснити їх появу можна лише тим, що за такої напруги починається *самоіонізація газу*. Тепер електрони й іони, що рухаються в полі, до зіткнення з нейтральними молекулами встигають набрати таку кінетичну енергію, що можуть іонізувати їх. Одержані водночас нові електрони й іони зі свого боку долучаються

до процесу іонізації нейтральних молекул. Це явище було названо *іонізацією ударом*. А розряд у газі, що відбувається лише під дією сильного електричного поля, названо *самостійним розрядом* (ділянка кривої на рис. 1.18 б, що починається з точки *D*). Водночас самостійний газовий розряд може відбуватися і відразу без попереднього етапу несамостійного розряду. Це спостерігається за дуже великих напруг і обумовлено тим, що завдяки природній фоновій радіації в повітрі завжди наявна якась, хоча б дуже мала кількість іонів. Самостійний розряд у газі супроводжується його світінням.

### 1.4.3 Електричний струм в електролітах

*Електролітами* називають хімічні речовини, в яких перенесення електричного заряду супроводжується хімічними перетвореннями і відбувається за переміщення позитивних і негативних іонів. Водночас таку електропровідність називають *електролітичною провідністю*. Вона спостерігається в розчинах, розплавах і навіть деяких твердих речовинах, зокрема в солях і склі за їх нагрівання. За ступенем розпаду на іони електроліти поділяють на *слабкі та сильні електроліти*.

Проходження електричного струму через електроліти, яке супроводжується хімічними перетвореннями речовини і виділення її на електродах, називають *електролізом*.

Кількісні закономірності електролізу були встановлені *Фарадеєм* у вигляді двох законів.

**Перший закон Фарадея:** *маса речовини  $M$ , що виділяється на електроді, пропорційна кількості електричного заряду  $q$ , що пройшов крізь розчин:*



$$M = k \cdot q = k \cdot I \cdot t, \quad (1.70)$$

де  $I$  – сила струму в контурі;

$t$  – час проходження струму;

$k$  – коефіцієнт пропорційності, що має зміст *електрохімічного еквівалента речовини*, який записують у вигляді

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z}, \quad (1.71)$$

де  $A$  – молярна маса речовини;

$z$  – валентність іона, що бере участь у перенесенні електричного заряду;

$F$  – універсальна стала Фарадея, що дорівнює сталій Авогадро  $N_A$ , помноженій на величину елементарного заряду  $e$ :  $F = N_A \cdot e$ .

Увівши поняття *хімічного еквівалента речовини* у вигляді  $A/z$ , співвідношення (1.71) можна сформулювати як **другий закон Фарадея**: *електрохімічний еквівалент речовини є пропорційним його хімічному еквіваленту*.

При об'єднанні обох законів Фарадея одержимо загальну формулу (загальний закон) Фарадея для електролізу:

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z} \cdot q = \frac{A \cdot I \cdot t}{F \cdot z}, \quad (1.72)$$

з якої, зокрема, випливає фізичний зміст універсальної сталої Фарадея:

$$F = q, \text{ якщо } M = A/z.$$

Тобто стала Фарадея чисельно дорівнює кількості електричного заряду, під час проходження якої крізь розчин на електроді виділяється один кілограм-еквівалент речовини (кількість кілограм речовини, що чисельно дорівнює його *еквівалентній масі* – хімічному еквіваленту речовини).

Механізм електропровідності електролітів обумовлено такими факторами. В електроліті або вже є іони (позитивно заряджені *катіони* і негативні *аніони*), або вони утворюються під час розчинення однієї речовини з дипольними молекулами в іншій із такою самою дипольною структурою. Водночас кожна дипольна молекула основної речовини виявляється оточеною дипольними молекулами розчинника (рис. 1.19 а), що розривають цей диполь на складний позитивний катіон і складний негативний аніон (рис. 1.19 б).

Під час створення в електроліті зовнішнього електричного поля з напруженістю  $\vec{E}$  на хаотичний тепловий рух будь-якого з цих іонів із зарядом  $q$  накладається його спрямоване переміщення під дією кулонівської сили  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ . Надалі будемо стежити лише за цією спрямованою складовою руху іона, що приводить до інтегрально спрямованого переміщення електричних зарядів, тобто до електричного струму. Взагалі, цей спрямований рух іона під дією постійної сили  $\vec{F}$  мав би бути рівноприскореним. Однак цьому руху іона буде протидіяти сила опору середовища  $\vec{f}$  (сила в'язкості), що протилежно спрямована до сили  $\vec{F}$ , і, як відомо, в першому наближенні пропорційна швидкості руху іона  $\vec{v}$ :  $\vec{f} = \alpha \cdot \vec{v}$ . За деякого значення швидкості  $v$  ці сили зрівноважаться, й іон почне рухатися рівномірно. Ця швидкість визначається зі співвідношення

$$\frac{v}{E} = \frac{q}{\alpha} = u. \quad (1.73)$$

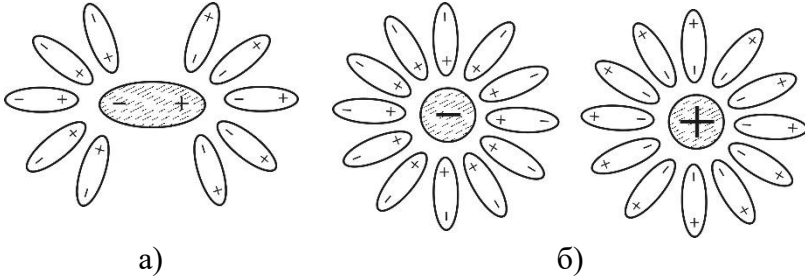


Рисунок 1.19 – Іонізація дипольних молекул електроліту в розчиннику з дипольними молекулами

Очевидно, що відношення  $u = v/E$  визначається лише величиною заряду, розмірами іона і властивостями електроліту. Водночас воно не залежить від напруженості поля. Цю величину, що є різною і для катіона, і для аніона, називають *рухливістю іона*, позначають відповідним індексом  $u_{\pm}$ . З формули (1.73) випливає фізичний сенс поняття рухливості іона. Рухливість іона чисельно дорівнює швидкості його руху в електричному полі з напруженістю  $E = 1 \text{ В/м}$ . Використовуючи формулу (1.73), швидкості катіона  $v_{+}$  й аніона  $v_{-}$  можна подати через їхню рухливість:

$$v_{\pm} = u_{\pm} \cdot E. \quad (1.74)$$

З'ясуємо, чи підлягає закону Ома проходження електричного струму через електроліт. Для цього знайдемо густину електричного струму в електроліті, тобто величину електричного заряду, що проходить за одну

секунду крізь плоску площадку одиничної площі, яка перпендикулярна до вектора поля  $\vec{E}$ , отже, і векторів швидкості катіона та аніона. Заряд, що переноситься через цю площадку за одну секунду катіонами зі швидкістю  $v_+$  із зарядом  $q_+$  та щільністю  $n_+$  у напрямку поля, дорівнює  $q_+ \cdot n_+ \cdot v_+$  (рис. 1.20). Аналогічно виражається величина заряду, який переноситься крізь цю площадку аніонами зі швидкістю  $v_-$  із зарядом  $q_-$  і щільністю  $n_-$  у протилежному напрямку:  $q_- \cdot n_- \cdot v_-$ . Очевидно, що густина струму, що проходить через електроліт, дорівнює сумі цих величин:

$$j = q_+ \cdot n_+ \cdot v_+ + q_- \cdot n_- \cdot v_- . \quad (1.75)$$

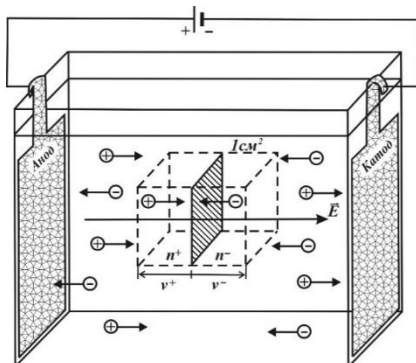


Рисунок 1.20 – Виникнення електричного струму в електроліті

З інтегральної нейтральності електроліту випливає, що

$$q_+ \cdot n_+ = q_- \cdot n_- = q \cdot n ,$$

де  $q$  – заряд іона будь-якого знака;  $n$  – концентрація іонів цього самого знака.

Тому з урахуванням формули (1.74)

$$j = q \cdot n \cdot (v_+ + v_-) = q \cdot n \cdot (u_+ + u_-) \cdot E,$$

або, увівши позначення  $\gamma = q \cdot n \cdot (u_+ + u_-)$ , одержимо закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \gamma \cdot E. \quad (1.76)$$

Таким чином, можна зробити висновок про застосовність закону Ома до електролітів, зокрема в звичайній формі для сили струму  $I$  на ділянці електричного контуру з опором  $R$ , до якого прикладена різниця потенціалів  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ :

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}. \quad (1.77)$$

Величину, обернену до провідності електроліту  $\gamma$ , називають його питомим опором:

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{q \cdot n \cdot (u_+ + u_-)}.$$

Очевидно, що з підвищенням температури зростають рухливість  $u_{\pm}$  і концентрація  $n$  іонів. Унаслідок цього опір електроліту знижується. Отже, в цьому аспекті електроліти принципово відрізняються від металів.

У процесі проходження електричного струму крізь електроліт позитивні катіони, які підходять до катода, перетворюються на нейтральні атоми речовини й осаджуються на ньому. Аналогічно негативні аніони, що

рухаються до анода, віддають йому свої зайві електрони і перетворюються на нейтральні атоми, які осідають на ньому. Водночас проявляється ще одне явище – *електролітична поляризація*.

Вона полягає в тому, що за припинення проходження струму крізь електроліт між електродами виникає *електролітична різниця потенціалів*, що була названа *напругою поляризації*. Ця напруга виявилася спрямованою протилежно тій, що була прикладена до електродів, коли крізь електроліт проходив електричний струм. Таким чином, виникло нове джерело струму зі своєї ЕРС. Це явище електролітичної поляризації відкрите ще наприкінці XVIII ст. Вольтою. На ньому ґрунтувалася будова гальванічних елементів струму та акумуляторів. Водночас для одержання електролітичної різниці потенціалів на електродах не обов'язково попередньо пропускати крізь них і електроліт електричний струм. Виявляється, що під час занурення в електроліт двох зовсім однакових електродів між ними не виникає електролітичної різниці потенціалів. Для її появи електроди повинні хімічно розрізнятися.

Ураховуючи у формулі (1.76) існування ЕРС  $E'$  електролітичної поляризації, спрямованої протилежно різниці потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$ , одержимо *узагальнений закон Ома для електролітів*:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E'}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} - \frac{E'}{R}.$$

### **Контрольні запитання для самоперевірки**

1 Який вигляд має формула Богуславського – Ленгмюра для сили струму у вакуумі? Чи підлягає струм у вакуумі закону Ома?

2 Які причини виникнення електричного струму у газі?

3 Що є самостійним, несамостійним електричним розрядом у газі? Чи виконується для них закон Ома?

4 Що називають електролітами, електролізом?

5 У чому полягає перший, другий закони Фарадея?

6 Чи підлягає струм в електроліті закону Ома?

7 Як залежить електроопір електроліту від його температури?

8 Що є явищем електролітичної поляризації, як його застосовують на практиці?

## РОЗДІЛ 2 МАГНЕТИЗМ

### 2.1 Магнітні поля струмів та магнітів

#### 2.1.1 Магніти. Магнітні поля

Магнетизм – сукупність явищ, які пов’язані з рухом заряджених частинок, взаємодією між провідниками зі струмом і магнітами, між магнітами, між провідниками зі струмом.

Магнітні явища відомі з глибокої давнини в зв’язку з тим, що джерелами магнітного поля є досить поширений у природі магнітний залізняк, а також Земля загалом. Такі природні магніти мають здатність притягати до себе невеликі залізні предмети (залізні ошурки, магнітні стрілки тощо), які водночас самі набувають цієї властивості. Вважають, що ці предмети намагнічуються, набирають *намагніченості*. Якщо намагніченість зникає під час видалення її первинного джерела, її називають тимчасовою. Якщо водночас вона залишається відмінною від нуля, то намагніченість називають залишковою, а залізний предмет, що має її, називають постійним штучним магнітом. Характер намагнічування (тимчасовий чи залишковий) залежить від властивостей речовини, що піддається йому.

Для опису цієї дії намагнічених предметів один на одного аналогічно електриці було введено поняття магнітного поля. Виявилось, що крім природних і штучних постійних магнітів магнітне поле породжується електричним струмом і взагалі будь-яким рухом електричних зарядів. За допомогою цього явища в техніці зараз створюють могутні тимчасові електричні магніти й одержують постійні магніти намагнічуванням.



У різних частинах постійного магніту властивість притягати залізні предмети, як виявилось, має різний ступінь. На кінцях магніту, що були названі його полюсами, ця властивість виражена максимально, рівно посередині між ними вона зовсім відсутня.

Ці полюси принципово розрізняються між собою як позитивний і негативний електричні заряди. Водночас подібно до того, як це спостерігається в електростатиці, різнорідні магнітні полюси притягаються один до одного, а однорідні – відштовхуються.

Полюси магніту умовно було названо *північним*  $N$  і *південним*  $S$  *магнітними полюсами* відповідно до того розміщення, що вони займають у магнітному полі Землі щодо її північного  $n$  і південного  $s$  географічних полюсів за вільного підвішування магніту. Так що Земля є гігантським магнітом із *південним полюсом*  $S$  у північній півкулі і з *північним полюсом*  $N$  – у південній.

Спочатку вважали, що південний магнітний полюс Землі  $S$  міститься точно на її північному географічному полюсі  $n$ , а на південному географічному полюсі  $s$  розміщено північний магнітний полюс  $N$ . Однак численні спостереження мореплавців, а також ретельні наукові дослідження показали, що дійсно магнітні полюси Землі значно зміщено щодо її географічних полюсів, причому згодом цей зсув змінюється. Зараз південний магнітний полюс Землі  $S$  розміщений трохи північніше Гренландії, а її північний магнітний полюс  $N$  – на південь від Австралії в Антарктиці.

Виявилось, що північний і південний полюси магніту невіддільні один від одного. За спроби їх поділу щораз знову отримують магніти з двома полюсами, але більш короткі. Так що магніти існують у природі лише у вигляді диполів, а окремих магнітних зарядів узагалі не існує. У цьому полягає основна принципова розбіжність

між магнітними та електричними полями. Однак її зрозуміли не відразу за теоретичного опису цих досить подібних фізичних явищ. Крім того, ними займалися практично одночасно ті самі дослідники. Тому теорія магнітостатики спочатку була розроблена цілком аналогічно до електростатики з введенням умовних магнітних зарядів та із застосуванням усієї техніки опису електричних полів.

Очевидно, що подібно до електростатичного поля магнітостатичне поле має властивість адитивності. Аналогічно електростатиці можна також ввести поняття силових ліній магнітного поля.

*Силову лінію магнітного поля* називають лінію, в кожній точці якої дотична до неї збігається за напрямком із вектором напруженості поля в цій точці. Водночас її напрямок вибирається за напрямком цього вектора. Тому магнітні силові лінії виходять із північного магнітного полюса магніту і закінчуються на його південному полюсі. Так, подібно до випадку поля електричного диполя поводять себе силові лінії магнітного поля ідеального магнітного диполя з відстанню між його точковими полюсами, що набагато перевищує його поперечні розміри. Для реального магніту поняття полюса, як точки з найбільш вираженими магнітними властивостями, зберігається.

### **2.1.2 Прояви магнетизму струмів**

Сучасний етап вчення про магнетизм починається з 1820 р., коли датський фізик Ерстед виявив магнітну дію провідника зі струмом; цим було продемонстровано взаємозв'язок між електричними і магнітними явищами.

Ерстед дослідно встановив, що провідник за відсутності струму в ньому, розміщений над компасом, не

впливає на орієнтацію магнітної стрілки. Якщо по провіднику пройде електричний струм, то магнітна стрілка почне обертатися, і її вісь буде займати певне положення. За зміни напрямку струму в провіднику орієнтація стрілки зміниться на  $180^\circ$ . З'ясувалося, що електричний струм чинить на магніт (магнітну стрілку) таку саму дію, як і інший магніт.

Ерстед встановив і зворотний ефект – дію магніта на провідник зі струмом. У подальшому Фарадей, досліджуючи цей ефект, установив, що рамка зі струмом, поміщена між полюсами магніта, буде обертатися; так була створена лабораторна модель електродвигуна.

Оскільки електричний струм у провідниках – потік електронів, то можна зробити й такі висновки: 1) рухомі електрони створюють магнітні поля; 2) магнітні поля діють на рухомі заряди. Доки заряджена частинка (тіло) нерухома, навколо неї є лише електричне поле, якщо ж вона почне рухатися, – крім електричного поля виникає і магнітне поле. Електричне поле діє як на нерухомі, так і рухомі заряди, магнітне поле діє лише на рухомі заряди.

### **2.1.3 Зв'язок електричних і магнітних явищ.**

#### **Закон Ампера**

Ще на початку XIX ст. Ерстед виявив, що в просторі, який оточує прямолінійний провідник зі струмом, існує магнітне поле, подібне до поля природного чи штучного магніту. Його появу можна побачити, пропустивши цей провідник зі струмом крізь картон і насипавши на нього залізні ошурки. Вони розміщуються біля провідника по концентричних колах (рис. 2.1).

Замінивши залізні ошурки магнітними стрілками, можна з'ясувати напрямок цього магнітного поля. Виявилось, що напрямки силових ліній магнітного поля й

електричного струму, що його збуджує, пов'язані між собою *правилом правого гвинта*: якщо вгвинчувати гвинт за напрямком струму, то напрямком руху його ручки визначить напрямок магнітних силових ліній струму (рис. 2.1).

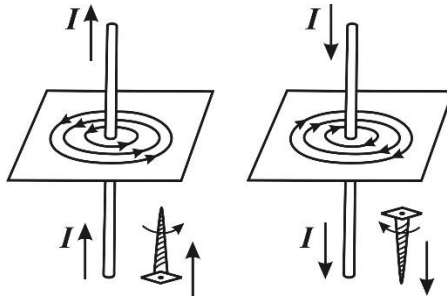


Рисунок 2.1 – Візуалізація магнітного поля електричного струму

На основі ретельних досліджень Амперу вдалося сформулювати закон, що визначає силу, яка діє на провідник з електричним струмом у постійному магнітному полі.

На прямолінійно спрямовану ділянку провідника  $d\vec{l}$  у тому самому напрямку, що й струм із силою  $I$  ( $d\vec{l} = \vec{I} / I$ ), у постійному магнітному полі  $\vec{H}$  діє сила  $d\vec{F}$  (*сила Ампера*) (рис. 2.2), перпендикулярна до площини, у якій лежать вектори  $d\vec{l}$  і  $\vec{H}$ , та за величиною дорівнює

$$dF = \mu_0 \cdot H \cdot I \cdot dl \cdot \sin \alpha, \quad (2.1)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{H}$ . Водночас сила  $d\vec{F}$  складає з векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{H}$  праву трійку векторів. У

векторній формі цей закон або силу Ампера для лінійного елемента  $d\vec{l}$  струму силою  $I$  записують як

$$d\vec{F} = \mu_0 \cdot I \cdot (d\vec{l} \times \vec{H}), \quad (2.2)$$

де символом « $\times$ » позначено векторний добуток векторів.

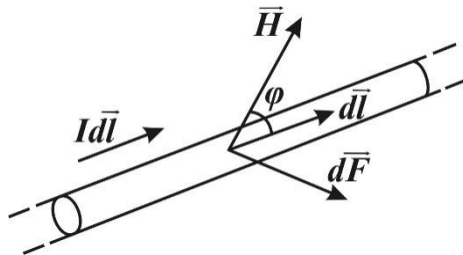


Рисунок 2.2 – Сила Ампера, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі

Для визначення напрямку сили Ампера можна застосувати також так зване *правило лівої руки*: якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб лінії напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  входили в долоню, а витягнуті пальці показували б напрям струму  $\vec{I}$ , то відхилений великий палець покаже напрям сили Ампера.

Згодом було з'ясовано, що таке саме магнітне поле, як у прямолінійного провідника зі струмом, породжується також електричним зарядом, який рухається і за провідником. Тому на електричний заряд  $q$ , що рухається зі швидкістю  $\vec{v}$  у магнітному полі  $\vec{H}$ , можна поширити і закон Ампера. Водночас силу, яка діє на заряд, що рухається, названа *силою Лоренца*, визначають за формулою

$$\vec{F} = \mu_0 \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{H}), \quad (2.3)$$

або за скалярною формулою

$$F = \mu_0 \cdot q \cdot v \cdot H \cdot \sin \alpha. \quad (2.4)$$

Зазначимо, що формула (2.1) дозволяє дати кількісне визначення напруженості магнітного поля  $\vec{H}$ , що переважно може бути використано для її вимірювання.

Ще більше підходить для визначення напруженості магнітного поля сила Ампера  $\vec{F}$ , яка діє на провідник  $L$  кінцевої довжини, що можна отримати за його інтегрування по всій довжині провідника:

$$\vec{F} = \mu_0 \cdot \int_L I \cdot (d\vec{l} \times \vec{H}). \quad (2.5)$$

Зокрема, в разі сталого магнітного поля  $\vec{H}$  і прямолінійного провідника довжиною  $l$  з цієї формули випливає:

$$\vec{F} = \mu_0 \cdot I \cdot (\vec{l} \times \vec{H}), \quad (2.6)$$

чи у скалярній формі

$$F = \mu_0 \cdot I \cdot l \cdot H \cdot \sin \alpha, \quad (2.7)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямком струму  $\vec{l}$  і вектором  $\vec{H}$  (рис. 2.2).

Формули (2.6), (2.7) називають законом Ампера для провідника кінцевої довжини. На відміну від кулонівських сил, що є центральними, сила Ампера (2.6) спрямована перпендикулярно до вектора напруженості магнітного

поля. Ці формули (2.6), (2.7) дозволяють найбільш просто визначити й обчислити напруженість магнітного поля.

Ампер експериментально досліджував також взаємодію магнітних полів двох прямолінійних електричних струмів. Водночас він вивів найбільш загальне диференціальне векторне рівняння, що визначає елементарну силу  $d\vec{F}_{12}$  ( $d\vec{F}_{21}$ ), з яким елементарний струм  $I_1 \cdot d\vec{l}_1$  ( $I_2 \cdot d\vec{l}_2$ ) діє на другий елементарний струм  $I_2 \cdot d\vec{l}_2$  ( $I_1 \cdot d\vec{l}_1$ ):

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r_{12}^3} \cdot (d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12})),$$

$$d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r_{21}^3} \cdot (d\vec{l}_1 \times (d\vec{l}_2 \times \vec{r}_{21})),$$

де  $\vec{r}_{12}$  – радіус-вектор, проведений від спрямованого елемента  $d\vec{l}_1$  до спрямованого елемента  $d\vec{l}_2$ ,  $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$ . У дужках записано *подвійний векторний добуток*.

Варто зазначити, що це рівняння не можна перевірити безпосередньо, але окремі висновки з нього були експериментально підтверджені. Наприклад, у випадку двох нескінченно довгих паралельних провідників (фізично – дуже довгих) зі струмами  $I_1$  і  $I_2$ , що знаходяться на відстані  $r$  один від одного, сили взаємодії дорівнюють за величиною (рис. 2.3):

$$F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_2}{r} \cdot l = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r} \cdot l, \quad (2.8)$$

де  $l$  – ділянка провідника з відповідним струмом, на який діє з боку магнітного поля сила  $F_{12}$  ( $F_{21}$ ), обумовлена другим провідником.

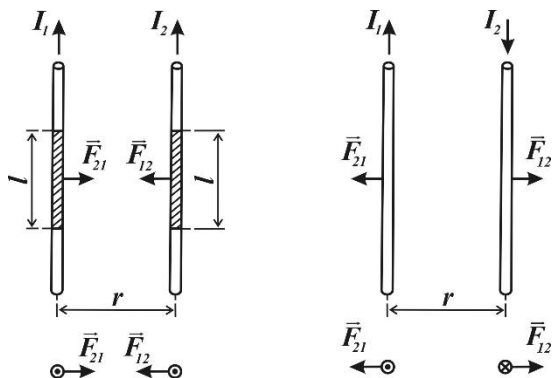


Рисунок 2.3 – Взаємодія магнітних полів двох паралельних провідників зі струмом

Відповідно до формули (2.8) було введено одиницю виміру сили струму, що належить до основних одиниць Міжнародної системи одиниць СІ.

*Ампер (А) – це сила постійного струму, що, проходячи по двох прямолінійних паралельних провідниках нескінченної довжини та мізерно малого поперечного перерізу, розміщеними один від одного у вакуумі на відстані в 1 м, викликав би між ними силу в  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожен метр довжини.*

### 2.1.4 Магнітне поле електричного струму

Узагальненням численних експериментальних даних щодо дослідження дії струму на магнітні стрілки, розміщені на різних відстанях від провідників довільної форми і розмірів, одержаних Біо і Саваром, Лапласу



вдалося знайти вираз напруженості елементарного магнітного поля  $d\vec{H}$ , що створюється лінійним елементом струму  $I \cdot d\vec{l}$  (елементом провідника  $d\vec{l}$  зі струмом  $I$ ) у точці  $A$  з радіусом-вектором  $\vec{r}$ , проведеним із цього елемента провідника (рис. 2.4):

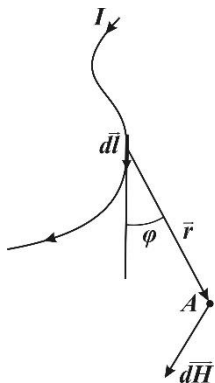


Рисунок 2.4 – Магнітне поле  $d\vec{H}$ , що створюється лінійним елементом електричного струму  $I \cdot d\vec{l}$

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} \cdot (d\vec{l} \times \vec{r}), \quad (2.9)$$

чи в скалярному вигляді

$$dH = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot dl \cdot \sin \varphi, \quad (2.10)$$

де  $\varphi$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{r}$ .

Формулу (2.9) називають *диференціальним законом Біо – Савара – Лапласа*. Повне поле постійних струмів

обчислюють інтегруванням за всіма струмами (інтегральний закон Біо – Савара – Лапласа):

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{(\vec{j} \times \vec{r})}{r^3} dV, \quad (2.11)$$

де  $\vec{j}$  – густина струму в елементі об'єму  $dV$ .

Зокрема, для нескінченно довгого провідника зі струмом  $I$  інтегруванням одержуємо вираз для величини напруженості магнітного поля в точці, віддаленій від нього на відстань  $r$ :

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot r}. \quad (2.12)$$

З цієї формули випливає розмірність та *одиниця вимірювання напруженості магнітного поля*  $\vec{H}$ :  
 $[H] = A/m$ .

### **Контрольні питання для самоперевірки**

- 1 Що називають силовою лінією магнітного поля?
- 2 Як пов'язані між собою напрямки прямолінійного струму і вектора напруженості збудженого ним магнітного поля?
- 3 Дайте визначення сили Ампера, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі, як вона спрямована?
- 4 Як називають і визначають одиницю сили струму?
- 5 За якою формулою визначають сили взаємодії двох прямолінійних паралельних електричних струмів? Як вони спрямовані в просторі?

## 2.2 Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі

### 2.2.1 Дія сили Лоренца на рух електричного заряду в магнітному полі

Розглянемо більш детально введеної *силу Лоренца*  $\vec{F}_L$  (2.3), яка діє на електричний заряд  $q$  (матеріальну частинку маси  $m$  з цим електричним зарядом), що рухається з визначеною швидкістю  $\vec{v}$  у сталому однорідному магнітному полі  $\vec{H}$  :

$$\vec{F}_L = \mu_0 \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{H}). \quad (2.13)$$

З властивостей векторного добутку векторів випливає, що сила Лоренца  $\vec{F}_L$  ортогональна кожному з векторів  $\vec{v}$  і  $\vec{H}$  та створює з ними праву трійку векторів  $(\vec{v}, \vec{H}, \vec{F}_L)$ , а за величиною вона дорівнює

$$F_L = \mu_0 \cdot q \cdot v \cdot H \cdot \sin \alpha, \quad (2.14)$$

де  $\alpha$  – кут між векторами  $\vec{v}$  і  $\vec{H}$  .

Тобто діюча на заряд сила Лоренца  $\vec{F}_L$  (2.13) завжди лежить у площині, перпендикулярній до силових ліній магнітного поля. Вона складає прямий кут із напрямком його руху  $\vec{v}$  та з вектором  $\vec{H}$  , й у разі позитивності заряду спрямована за їх векторним добутком  $\vec{v} \times \vec{H}$  . Для визначення напрямку сили Лоренца можна також застосувати правило лівої руки. Водночас необхідно врахувати, що напрям електричного струму збігається з

напрямок руху позитивного заряду і є протилежним у разі негативного заряду.

Зокрема, в разі паралельності векторів  $\vec{v}$  і  $\vec{H}$  ( $\alpha=0$ ) сила Лоренца  $\vec{F}_L$  дорівнює нулю. Тобто якщо електричний заряд рухається в магнітному полі вздовж до його вектора напруженості, поле зовсім не впливає на його рух.

Якщо ж електричний заряд влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до його силових ліній, тобто в площині, перпендикулярній до них, діюча на нього сила Лоренца, що теж лежить у цій площині, не виводить його з неї, і він продовжує свій рух у ній (рис. 2.5). Водночас  $\sin \alpha=1$  і з формули (2.14) випливає:

$$F_L = \mu_0 \cdot q \cdot v \cdot H.$$

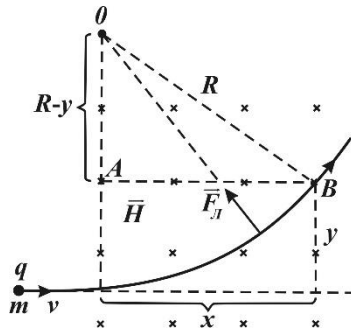


Рисунок 2.5 – Дія однорідного магнітного поля на рух електрично позитивно зарядженої частинки в площині, перпендикулярній до напрямку поля

Проведемо докладний аналіз руху частинки в цьому випадку. Як бачимо, сила Лоренца, що діє на частку під прямим кутом, не впливає на величину її швидкості, а лише змінює напрямок її руху в площині,

перпендикулярній до поля. Тобто ця сила створює нормальне (доцентрове) прискорення. Таким чином, у випадку, що розглядається, сила Лоренца  $\vec{F}_L$  виконує роль доцентрової сили  $\vec{F}_{доц}$  і заряд рухається в площині, перпендикулярній до поля, навколо ліній напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  по коловій траєкторії з радіусом  $R$ , величина якого визначається за формулою

$$F_L = \mu_0 \cdot q \cdot v \cdot H = F_{доц} = m \cdot v^2 / R. \quad (2.15)$$

З формули (2.15) одержуємо радіус кривизни руху частинки:

$$R = m \cdot v / (\mu_0 \cdot q \cdot H). \quad (2.16)$$

З аналізу цієї формули випливає, що радіус кола, по якому рухається заряджена частинка в магнітному полі, тим більший, чим більша її швидкість, чим більша її маса, чим менша напруженість поля та чим меншим є її заряд.

Період обертання заряду по колу обчислюють за формулою

$$T = 2\pi R / v = 2\pi m / (\mu_0 q H). \quad (2.17)$$

Розглянемо дію сили Лоренца на електрично заряджену частинку, що влітає в однорідне магнітне поле зі сталою швидкістю  $\vec{v}$  під довільним кутом  $\alpha$  до його вектора напруженості  $\vec{H}$ . Подамо рух частинки як суперпозицію двох її рухів: уздовж поля і поперек йому. Відповідно розкладемо вектор швидкості  $\vec{v}$  на дві складові: на вектор  $\vec{v}_{||}$  з величиною  $v_{||} = v \cos \alpha$ , що є

паралельним до вектора поля  $\vec{H}$ , і на вектор  $\vec{v}_\perp$  з величиною  $v_\perp = v \sin \alpha$ , який ортогональний до поля:

$$\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp.$$

Як уже відзначено в попередньому пункті, магнітне поле не впливає на рух зарядженої частинки уздовж його вектора напруженості. Тобто він відбувається прямолінійно зі сталою швидкістю  $v_\parallel = v \cos \alpha$ . Водночас частинка здійснює також обертовий рух навколо ліній напруженості магнітного поля завдяки ортогональній складовій її швидкості  $\vec{v}_\perp$ . Суперпозиція цих рухів означає рух частинки навколо силових ліній однорідного магнітного поля (рис. 2.6 а) по спіральній траєкторії радіуса

$$r = (m \cdot v_\perp) / (\mu_0 \cdot q \cdot H) = m \cdot v \cdot \sin \alpha / (\mu_0 \cdot q \cdot H) \quad (2.19)$$

із кроком  $d$ , який дорівнює зміщенню частки зі швидкістю  $v_\parallel$  вздовж напрямку поля за період обертання  $T$  (2.17):

$$d = v_\parallel T = v \cos \alpha \cdot T = 2 \pi m v \cos \alpha / (\mu_0 q H). \quad (2.20)$$

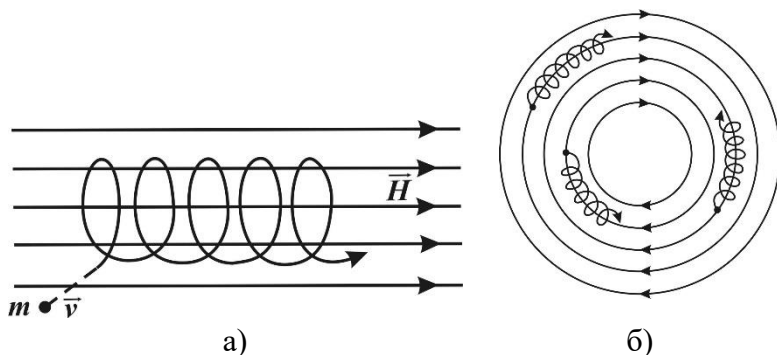


Рисунок 2.6 – Траєкторії руху зарядженої частинки у магнітному полі: а) однорідне поле; б) тороїдальне поле

Очевидно, що в разі створення спеціального магнітного поля з незначно викривленими силовими лініями, наприклад, тороїдального магнітного поля із силовими лініями у вигляді концентричних кіл, під час попадання електрично зарядженої частинки в таке поле траєкторія її руху також буде гвинтовою. Тобто за достатньо сильного тороїдального магнітного поля заряджена частинка буде рухатися, притискаючись до його колової силовій лінії (рис. 2.6 б).

Описане явище було запропоноване до використання як «стінки», які зможуть втримати від розтікання надвисокотемпературну плазму гіпотетичного *термоядерного реактора* майбутнього, на що не здатен ні один з існуючих матеріалів.

У природі аналогічно поведуть себе електрично заряджені елементарні частинки космічного походження під час їх потрапляння в магнітне поле Землі, силові лінії якої починаються на північному магнітному полюсі в районі південного географічного полюса і по викривлених траєкторіях прямують до південного магнітного полюса у

Гренландії. Ці частинки відхиляються від своїх первинних траєкторій і зосереджуються біля полюсів, спричиняючи тліючий розряд в атмосфері у вигляді добре відомого *полярного сяйва*.

### 2.2.2 Магніторезистивний ефект

Магніторезистивний ефект – це зміна електричного опору твердих провідників під дією зовнішнього магнітного поля. Мірою впливу магнітного поля на електроопір є магнітоопір – відносна зміна питомого електричного опору  $\rho$  провідника в магнітному полі до питомого електроопору  $\rho_0$  за відсутності магнітного поля (у випадку феромагнітних провідників за  $\rho_0$  беруть опір розмагніченого провідника).

Фізична природа гальваномагнітних явищ у класичних феромагнетиках (Fe, Co, Ni та їх сплавах) була предметом широких досліджень Н. С. Акулова, С. В. Вонсовського, К. П. Белова та їх учнів. Величина магнітоопору за паралельної орієнтації поля і струму (повздовжній гальваномагнітний ефект) становить за кімнатної температури у феромагнітних залізі й нікелі відповідно  $\delta \sim 0,07\%$  і  $\delta \sim 1,5\%$ .

Наступний етап у дослідженні магнітоопору був пов'язаний із вивченням цього ефекту в шаруватих феро- і антиферомагнетиках (рідкоземельні метали, сплави залізородій, з'єднання  $\text{SmMn}_2\text{Ge}_2$  та ін.). У деяких випадках була виявлена сильна зміна електроопору магнетиків під час індукування зовнішнім магнітним полем фазових переходів «антиферомагнетизм – феромагнетизм». Ці дані поза сумнівом стимулювали проведення досліджень магнітоопору в штучно створених магнітних структурах, де довжина вільного пробігу носіїв струму співвимірна з періодом цієї структури. Раніше магнітоопір у класичних



ферромагнетиках вивчали в масивних матеріалах, де характерна довжина магнітних неоднорідностей значно перевищувала довжину вільного пробігу електронів, тобто відстань, яку пробігає електрон до зіткнення.

Електричний струм у металевих провідниках (металах і сплавах) обумовлений переміщенням під дією електричного поля слабо зв'язаних із кристалічною ґраткою валентних електронів, які є носіями електричного струму, тобто електронами провідності. За відсутності електричного поля ці електрони хаотично переміщуються кристалом. За ввімкнення електричного поля на хаотичний тепловий рух цих електронів накладається впорядковане переміщення електронів провідності в бік позитивного потенціалу.

Електрони є квантовими частинками, які мають і хвильові властивості, тому істотне значення має взаємодію електронних хвиль із кристалічною ґраткою. У правильній кристалічній періодичній ґратці електронні хвилі поширюються вільно, випробовуючи лише зіткнення один з одним, у результаті якого виникає невеликий за величиною внесок за рахунок розсіяння під час електрон-електронних зіткнень  $\rho_e$ . Теплові коливання атомів, які спотворюють кристалічну ґратку, призводять до порушення періодичного розміщення цих атомів, унаслідок цього відбувається розсіяння електронів провідності на фонах – теплових коливаннях атомів, і виникає фононний внесок в електроопір  $\rho_f(T)$ , що зростає з температурою. Крім того, існує залишковий електроопір  $\rho_0(T)$ , який передбачається незалежним від температури і є результатом розсіяння електронів провідності на спотвореннях, дефектах кристалічної ґратки, а також на атомах домішок.

У магнітовпорядкованих матеріалах (ферромагнетиках і антиферромагнетиках) існує також значний за

величиною магнітний внесок в електроопір  $\rho_m(T)$ , обумовлений розсіянням електронів провідності на магнітній структурі, утвореній магнітними моментами атомів.

У багатьох металевих магнетиках ці внески адитивно складаються:

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_e(T) + \rho_f(T) + \rho_m(T).$$

Магнітний внесок  $\rho_m$  у деяких матеріалах дуже великий і навіть перевищує решту внесків. Розсіяння електронів провідності на магнітних неоднорідностях пропорційне середньому значенню квадрата спіну магнітного атома, розсіювальних електронах провідності. Це розсіяння максимальне в парамагнітному стані, де магнітні моменти атомів хаотично розміщуються по різних напрямках.

У разі рідкоземельних феро- і антиферомагнітних металів (Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm) розсіяння електронів провідності, якими є валентні електрони ( $5d$ - і  $6s$ -типів), відбувається на локалізованих  $4f$ -електронах, що утворюють кристалічну ґратку, які є носіями магнітного моменту. Це розсіяння відбувається за рахунок так званої  $s$ - $f$ -обмінної взаємодії електронів провідності та  $4f$ -електронів.

У  $3d$ -феромагнітних матеріалах (Fe, Co, Ni), окрім  $4s$ -електронів у процесах провідності беруть участь також і магнітні  $3d$ -електрони. Магнітний момент цих металів відображає розбаланс між числом  $3d$ -електронів із спінами, спрямованими «вгору» (за напрямом результуючої намагніченості) і числом  $3d$ -електронів із спіном «униз». Електрони, що переносять електричний струм, – це електрони на рівні Фермі  $E_F$  на верхівці зони заповнених станів.

У нормальному металі, наприклад міді,  $N_+ = N_-$ , тому намагніченість дорівнює нулю й електрони провідності не поляризовані. У феромагнітних  $3d$ -металах (Fe, Co, Ni) відбувається «проходження»  $3d$ -електронів з однієї зони в іншу, щоб компенсувати зростання кінетичної енергії електронів за виникнення обмінної взаємодії між ними. У результаті обмінного розщеплювання  $3d$ -зон у  $3d$ -металах зони електронів із спінами «вгору» і «вниз» заповнені неоднаково і мають різну густину станів  $N(E)$  на рівні Фермі  $E_F$ .

Істотно, що поляризовані  $3d$ -електрони (в будь-якому разі їх значна частина) беруть участь у процесах провідності разом із валентними електронами ( $s$ - і  $p$ -типів). Для оцінювання ефективності спінополяризованого транспортування носіїв струму важливо визначити, на яких відстанях за свого руху електрон провідності «пам'ятає» або, строго кажучи, зберігає орієнтацію свого спіну. Характерна довжина цієї відстані  $l_s$  пропорційна добутку середньої швидкості електрона на час релаксації, спіну  $\tau_s$ , впродовж якого зберігається напрям спіну рухомого електрона провідності. Незважаючи на складність цього питання, можна вважати на основі останніх експериментальних даних, що в багатьох металевих феромагнетиках величина  $l_s$  перевищує 1–10 нм, що дозволяє за певних умов спостерігати ефекти спінополяризованого транспортування.

### 2.2.3 Ефект Холла

Розглянемо в однорідному горизонтальному магнітному полі  $\vec{H}$  нормальний до нього металевий провідник прямокутного поперечного перерізу  $S = a \times b$ , по якому проходить постійний струм силою  $I$  у напрямку створеного в ньому зовнішнього електричного поля з

напруженістю  $\vec{E}$ . На рисунку 2.7 зображено лише його частину.

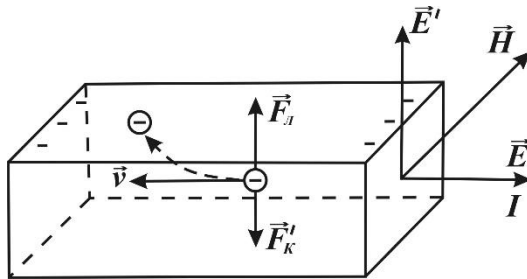


Рисунок 2.7 – Провідник з електричним струмом у магнітному полі

На кожний електрон провідності, що рухається у металі проти напрямку поля  $\vec{E}$  зі швидкістю  $\vec{v}$ , діє сила Лоренца  $\vec{F}_L$  (2.13), перпендикулярна до векторів  $\vec{v}$  і  $\vec{H}$  та спрямована вгору з урахуванням заряду електрона  $q = -e$ .

Водночас електрони будуть відхилятися від свого прямолінійного упорядкованого руху, і на верхній поверхні провідника з'явиться надмірна кількість електронів, що призведе до появи між нижньою та верхньою поверхнями деякої різниці потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$  (ефект Холла) і відповідно до появи додаткового електричного поля із напруженістю  $\vec{E}'$ , спрямованого вгору, ортогонально до поля  $\vec{E}$ . Це додаткове електричне поле зі свого боку буде діяти на кожен електрон із кулонівською силою  $\vec{F}_k' = -e \cdot \vec{E}'$ , спрямованою вниз, тобто буде протидіяти силі Лоренца  $\vec{F}_L$ . Як бачимо, підсилення поля  $\vec{E}'$  буде продовжуватися доти, доки сили Кулона та Лоренца не зрівняються за величиною:  $e \cdot E' = \mu_0 \cdot e \cdot v \cdot H$ . Звідси з урахуванням того, що сила

електричного струму  $I$  крізь поперечний переріз  $S = a \times b$  провідника, в якому вільні електрони зі щільністю  $n$  рухаються зі швидкістю  $v$ , дорівнює  $I = n \cdot e \cdot v \cdot S$ , одержуємо величину напруженості додаткового електричного поля:

$$E' = (\mu_0 \cdot H \cdot I) / (n \cdot e \cdot S). \quad (2.21)$$

З іншого боку, відповідно до формули (1.29), напруженість електричного поля  $E'$  пропорційна різниці потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$  між нижньою та верхньою поверхнями провідника:  $\varphi_1 - \varphi_2 = E' \cdot b$ . Тому для цієї різниці потенціалів одержуємо вираз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \chi \cdot \mu_0 \cdot H \cdot I / a,$$

де  $\chi = 1 / (n \cdot e)$  – так званий *коефіцієнт Холла*.

Більш точні розрахунки з урахуванням взаємодії електронів із кристалічною ґраткою додають до коефіцієнта  $\chi$  поправковий множник  $A$ :  $\chi = A / (n \cdot e)$ . Значення множника  $A$  для більшості металів наближене до 1, для напівпровідників воно становить від 1,1 до 1,9. Проте для деяких металів та напівпровідників спостерігається *аномальний ефект Холла*, за якого верхня поверхня на рисунку 2.7 заряджається позитивно, а нижня – негативно.

Ефект Холла широко використовують у різноманітних вимірюваннях, перетворенні електричних струмів, модуляції електричних коливань, підсиленні постійного та змінного струму.

## 2.2.4 Застосування явищ, спричинених дією сили Лоренца, у науково-технічних пристроях

Деяким сучасним науковим пристроям, в яких рухаються електрично заряджені частинки й застосовуються ефекти сили Лоренца, доцільно приділити більш докладну увагу. Це насамперед *маспектрограф* – прилад, що розділяє частинки з однаковим питомим електричним зарядом, але різні за масою чи за зарядом. У маспектрографі, як і в більшості приладів із застосуванням руху електричних частинок у магнітному полі, використовують комбіновану дію на них магнітного та електричного полів. Його схематичну будову показано на рисунку 2.8.

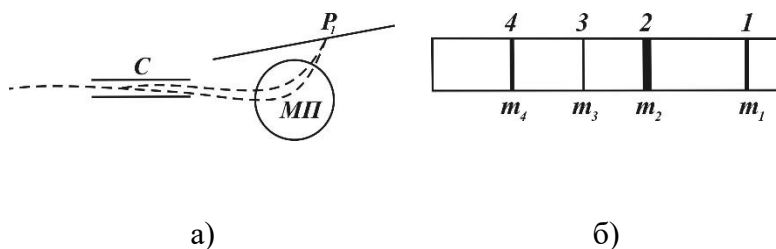


Рисунок 2.8 – Маспектрограф:

а) схематичне зображення; б) маспектрограма іонів різних ізотопів визначеного хімічного елемента

Промінь попередньо прискорених електрично заряджених частинок, що випромінює якесь джерело, пропускають крізь вертикальне електричне поле між обкладками плоского конденсатора  $C$ , а потім крізь горизонтальне магнітне поле  $M\Pi$ . Вважають, що ці частинки взагалі можуть розрізнятися і за зарядом, і за швидкістю, і за масою.

Силкові лінії електричного і магнітного полів ортогональні та спрямовані так, щоб вони відхиляли заряджені частинки в протилежних напрямках: електричне поле – донизу, а магнітне поле – догори (рис. 2.8 а). Очевидно, що всі частинки з однаковим питомим зарядом але з різними швидкостями по-різному відхиляються в конденсаторі від свого початкового горизонтального напрямку: швидкі – менше, повільніші – більше. Можна довести, що магнітне поле, відхиляючи їх угору відповідно до формули (2.14): повільні – більше, швидкі – менше, знову збере їх в одній точці  $P_1$  на екрані. Те саме відбудеться і з іншими частинками з визначеними значеннями питомого заряду. Лише вони зберуться десь у якихось інших точках екрана  $P_2, P_3, P_4, \dots$ . Якщо замість екрана на його місці розмістити фотоплівку, вона засвітиться в цих точках, як показано на рисунку 2.8 б). Але на ній замість точок одержують лінії відповідно до реальної діафрагми у вигляді щілини, що формує промінь з електрично заряджених частинок. Цю сукупність ліній називають *маспектрограмою*. За допомогою маспектрограм було визначено, що практично всі відомі хімічні елементи існують у природі у вигляді ізотопів, які мають однакові хімічні властивості, але різну масу.

Найбільш вагомим застосуванням явищ, що ґрунтуються на дії сили Лоренца, є великі сучасні установки для прискорення елементарних часток до дуже великих швидкостей, наближених до швидкості світла. Такі частинки використовують у сучасній фізиці для дослідження тонкої структури матерії на рівні мікросвіту. Розглянемо докладно один із них – *циклотрон*, схематичну будову якого зображено на рисунку 2.9 а.

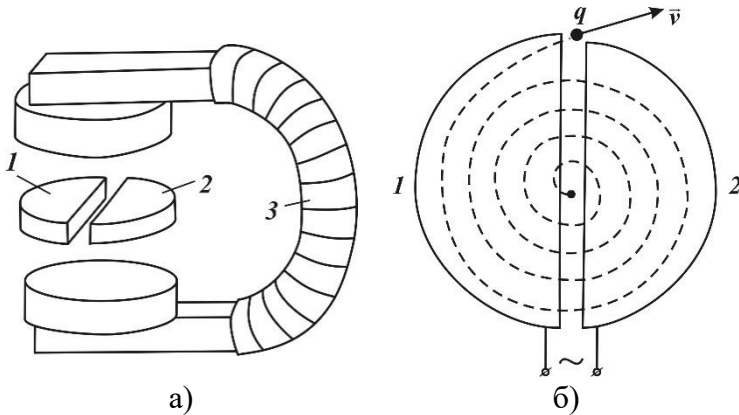


Рисунок 2.9 – Циклотрон: а) схематична будова; б) траєкторія руху в ньому елементарної частинки за її прискорення (1, 2 – дуанти; 3 – потужний електромагніт)

Між полюсами потужного електромагніту перпендикулярно до силових ліній магнітного поля розміщено плоску вакуумну камеру з двома металевими напівкруглими коробками, які називаються *дуантами*.

Якщо в магнітному полі  $H$  поперек нього буде запусчено електричний заряд  $q$  масою  $m$  із лінійною швидкістю  $v$ , він під дією сили Лоренца почне рухатися по колу, радіус якого  $R = \frac{m \cdot v}{\mu_0 \cdot q \cdot H}$  буде тим більшим,

чим більша його швидкість. Тобто в разі підвищення швидкості частинки вона буде рухатися по плоскій спіралі. До дуантів прикладається змінна синусоїдальна електрична напруга з визначеним періодом  $\tau$ . Вона створює відповідне електричне поле в щілині між ними, яке в разі підходу до неї заряду  $q$  у фазі прискорює його.

Наприклад, протон може бути прискореним у циклотроні до енергії 22 МеВ ( $1 \text{ eB} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$  – це



кінетична енергія, яку одержує електрон за проходження різниці потенціалів  $1 \text{ В}$ ).

Необхідно зазначити, що циклотрон – це дуже громіздка установка. Так, діаметр його дуантів відповідно і наконечників електромагніту становить кілька метрів. Водночас вага установки сягає десятки тисяч тонн.

Як виявилось, циклотрон має принциповий недолік, який істотно обмежує максимальну швидкість прискореної на ньому зарядженої частинки. Це обумовлено тим, що до умови синхронізації періоду  $\tau$  прискорювальної електричної напруги з періодом  $T$  обертання електрично зарядженої частинки в магнітному полі входить її маса  $m$ , яку можна вважати сталою лише за швидкості  $v$  значно меншій, ніж швидкість світла  $c$ :  $v \ll c$ . Із релятивістської динаміки відомо, що в разі наближення швидкості матеріальної частинки до швидкості світла її маса зростає. Тому встановлена за якоїсь початкової швидкості умова синхронізації згодом зі зростанням швидкості частинки та її маси починає порушуватися, що призводить не до її прискорення, а навпаки до її гальмування.

Для усунення порушення синхронізації в циклотроні за зміни швидкості частки було запроваджено автоматичну синхронізацію – відповідну зміну періоду  $\tau$  прискорювальної електричної напруги. Таку вдосконалену установку називають *фазотроном*. Альтернативною можливістю синхронізації дії циклотрона за високих швидкостей руху частинок, що прискорюються, є відповідне збільшення напруженості магнітного поля електромагніту. Одночасно це забезпечує сталість радіуса орбіти руху частинки. Удосконалений таким чином циклотрон називають *синхротроном*. У ньому траєкторією частинки є не спіраль, а коло. Завершальною модифікацією цієї родини прискорювачів є *синхрофазотрон*, у якому поєднані принципи дії фазотрона і синхротрона.

Синхрофазотрони є найбільш великими і потужними прискорювачами заряджених частинок, діаметр траєкторії, по якій їх розганяють, сягає сотні метрів.

### **Контрольні запитання до самоперевірки**

1 У чому полягає явище, яке називають дією сили Лоренца? За якою формулою її визначають?

2 Що являє собою рух електрично зарядженої частинки в магнітному полі?

3 Як радіус кола, по якому рухається електрично заряджена частинка в магнітному полі, залежить від її величини заряду, маси, швидкості, напруженості магнітного поля?

4 Як експериментально вимірюють радіус кола, по якому рухається електрично заряджена частинка у магнітному полі?

5 Від чого залежить період обертання по колу електрично зарядженої частинки в магнітному полі?

6 Як пояснюється природа відомого явища полярного сяйва на основі дії сили Лоренца на космічні заряджені частинки?

7 Як планують використовувати дію сили Лоренца у термоядерних реакторах майбутнього?

8 Як використовують дію сили Лоренца для визначення питомого заряду невідомої зарядженої частинки?

9 Що таке маспектрограф, яка його будова, для чого його використовують? Що таке маспектрограма?

10 Що таке циклотрон, фазотрон, синхротрон, синхрофазотрон? Яка їх будова, для чого їх використовують?

11 Що таке ефект Холла?

## 2.3 Магнітне поле в середовищі

### 2.3.1 Магнетики. Вектор магнітної індукції

Речовини, що здатні впливати на магнітне поле під час внесення їх у нього, тобто створювати власне наведене магнітне поле, називають *магнетиками*. Стверджують, що вони намагнічуються.

З причин історичного характеру *вектор магнітної індукції*, що позначили як  $\vec{B}$ , ввели інакше, ніж вектор електричної індукції  $\vec{D}$ . Хоча на перший погляд тут є повна аналогія. Дійсно, вектор магнітної індукції  $\vec{B}$  усюди, зокрема в магнетику, визначили пропорційним вектору напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює магнітній сталій вакууму  $\mu_0$ :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}. \quad (2.22)$$

Як бачимо, це визначення істотно відрізняється від введення вектора електричної індукції в діелектрику  $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0$ , як добутку електричної сталої  $\varepsilon_0$  на напруженість електричного поля  $\vec{E}_0$  у вакуумі. Проте для вакууму введення магнітної й електричної індукції цілком подібні:  $\vec{B}_0 = \mu_0 \cdot \vec{H}_0$  і  $\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0$ .

З огляду на те, що додаткове наведене поле в магнетику  $\vec{H}'$  є пропорційним напруженості поля  $\vec{H}_0$ , що його збуджує:  $\vec{H}' = \kappa \cdot \vec{H}_0$ , напруженість повного магнітного поля  $\vec{H}_\mu$  можна подати у вигляді

$$\vec{H}_\mu = \vec{H}_0 + \vec{H}' = \vec{H}_0 + \kappa \cdot \vec{H}_0 = (1 + \kappa) \cdot \vec{H}_0 = \mu \cdot \vec{H}_0,$$

де  $\kappa$  – магнітна сприйнятливість середовища;

$\mu = 1 + \kappa$  – магнітна проникність, причому у вакуумі  $\kappa = 0$ ,  $\mu = 1$ .

Тесла (Тл) – це магнітна індукція  $\vec{B}$  такого однорідного магнітного поля, за якого на 1 метр довжини прямого провідника, перпендикулярного до вектора  $\vec{B}$ , зі струмом у 1 А діє сила в 1 Н.

Середовища, для яких  $\kappa > 0$  і  $\mu > 1$ , називаються *парамагнітними* чи *парамагнетиками*. Середовища, в яких  $\kappa < 0$  і  $\mu < 1$ , називають *діамагнітними* чи *діамагнетиками*. Парамагнетики намагнічуються вздовж магнітного поля, а діамагнетики – проти нього.

Більшість речовин у природі є діамагнетиками. До них відносять азот, вуглекислоту, воду, фосфор, сірку, вуглець і багато металів, зокрема, золото, срібло, мідь, ртуть, вісмут, більшість хімічних сполук, майже всі органічні речовини. Парамагнетиками є деякі гази (кисень, азот) і багато металів.

Для більшості магнетиків  $\kappa \approx 0$ ,  $\mu \approx 1$ . Водночас деякі магнетики мають властивість створювати дуже сильне додаткове поле  $\vec{H}'$ , тобто вони мають дуже велику магнітну проникність  $\mu$ . Їх називають *феромагнетиками*. До них відносяться залізо, нікель, кобальт і їхні сплави.

Крім високого значення магнітної проникності, феромагнетики відрізняються тим, що вони зберігають намагніченість і після того, як збуджувальне їх зовнішнє магнітне поле вилучається. Крім того, їхня магнітна проникність  $\mu$  не є постійною, а залежить від напруженості зовнішнього магнітного поля  $\vec{H}$ .

### 2.3.2 Магнітні властивості атомів відповідно до класичної електронної теорії будови речовини

До цього часу розглянуто магнітні поля, що створюються електричним струмом, – спрямованим рухом електричних зарядів у провіднику чи у вакуумі. Однак, як бачимо, магнітні поля виникають також і під час руху зв'язаних електронів у кожному атомі речовини. Дійсно, якщо зв'язаний електрон із зарядом  $e$  обертається по замкненій траєкторії відповідно до планетарної моделі атома, його рух є аналогічним до електричного струму по провіднику тієї самої форми і розмірів силою

$$I = n \cdot e, \quad (2.23)$$

де  $n$  – кількість оборотів електрона за 1 секунду (добуток  $n \cdot e$  має зміст кількості електричного заряду, що проходить крізь визначену точку за 1 секунду, тобто сили струму).

Ураховуючи еквівалентність руху зв'язаного електрона в атомі по коловій орбіті розглянутому коловому електричному струму, робимо висновок про існування *магнітного моменту електрона*. Для його розрахунку позначимо радіус орбіти електрона як  $a$ , його лінійну швидкість руху –  $v$ . Тоді силу струму і відповідний магнітний момент можна подати у вигляді

$$I = ne = ve / (2\pi a), \quad p_m = IS = ve \pi a^2 / (2\pi a) = eva / 2.$$

Під час множення та ділення останнього виразу на масу електрона  $m_e$  одержимо, що *магнітний момент електронної орбіти*  $p_m$  і момент  $p = m_e va$  кількості руху електрона на орбіті пропорційні:

$$p_m / p = e / (2 \cdot m_e). \quad (2.24)$$

В атомах і молекулах речовини є велика кількість електронів, що обертаються по своїх орбітах. Їх магнітні моменти додаються векторно. Таким чином, під час додавання магнітних моментів у речовині необхідно враховувати не лише моменти замкнених електронних орбіт, а також і *власні магнітні моменти самих електронів*.

Уявлення класичної електронної теорії будови речовини дозволяють пояснити відмінність у поведінці різних тіл у магнітному полі, існування діамагнетиків, парамагнетиків і феромагнетиків. Дійсно, в усіх речовинах є елементарні електричні струми, що замикаються в межах кожного атома (молекули, іона) і називаються молекулярними. У разі їх хаотичної орієнтації в речовині їх магнітні поля за їх векторного додавання взаємно компенсуються. Водночас ззовні речовини їх сумарне магнітне поле не буде спостерігатися зовсім.

Необхідно зазначити, що в кожному атомі реально є не один такий електронний мікрострум, а декілька їх. За їх безладної орієнтації в атомі вони можуть практично компенсувати один одного навіть на мікрорівні. Під час внесення такого магнетика в зовнішнє магнітне поле буде спостерігатися впорядкування його магнітних моментів за напрямком цього поля. Існують магнетики (діамагнетики і парамагнетики), які істотно не змінюють зовнішнє магнітне поле.

Проте електронні мікроструми кожного атома можуть бути і впорядкованими. Тоді вони, навпаки, будуть підсилювати результуюче магнітне поле атома. Орієнтація магнітних моментів атомів за напрямком

зовнішнього магнітного поля приведе до його значного підсилення, що спостерігається у феромагнетиках.

Ці міркування пояснюють існування парамагнетиків, зокрема феромагнетиків. Якщо парамагнетик не намагнічено, він не створює магнітного поля, тому що електричні струми, які збуджують його, зорієнтовані хаотично, та обумовлене ними результуюче магнітне поле дорівнює нулю. За намагнічування парамагнетика ці елементарні струми впорядковуються за полем, що приводить до появи додаткового магнітного поля, яке підсилює первинне поле.

Пояснення існування діамагнетиків, які намагнічуються проти напрямку первинного зовнішнього магнітного поля, випливає з урахування явища електромагнітної індукції, яке буде докладно розглянуто в наступному розділі. Відповідно до загального закону електромагнітної індукції зовнішнє магнітне поле збуджує в атомах речовини, розміщеній у ньому, наведені електричні струми (більш точно воно змінює вже існуючі їх колові електронні струми). Водночас напрямок наведених електричних струмів є таким, що породжене ними магнітне поле протидіє первісному зовнішньому магнітному полю, тобто зменшує його.

Цей ефект ослаблення первинного магнітного поля в речовині проявляється для усіх магнетиків. Проте він значно слабший, ніж підсилення магнітного поля у феромагнетиків, і в ньому його непомітно. У речовинах із нехтовно малими атомними магнітними моментами цей ефект є порівняльним із ефектом їх орієнтації за напрямком первинного поля. У разі якщо індукційне послаблення первинного магнітного поля перевершує його підсилення за рахунок упорядкування молекулярних струмів за його напрямком, магнетик виявляє властивості

діамагнетика. У протилежному разі магнетик поводить себе як парамагнетик.

Магнітне поле в середовищі графічно зображують силовими лініями вектора індукції  $\vec{B}$ . Подібно до визначення лінії напруженості магнітного поля  $\vec{H}$ , це лінія, в кожній точці якої дотична до неї збігається за напрямком із вектором індукції  $\vec{B}$ . Силові лінії вектора магнітної індукції проводять так, щоб їх кількість, яка проходить крізь перпендикулярну до них одиничну площу ( $S = 1 \text{ м}^2$ ), дорівнювала б величині магнітної індукції на ній. Водночас ця кількість ліній індукції за визначенням є потоком магнітної індукції  $\Phi$  крізь одиничну площу.

Узагальнимо поняття *поток магнітної індукції*  $\Phi$ . Відповідно до визначення потоку довільного векторного поля  $\vec{F}$  потік магнітної індукції  $\Phi$  вектора  $\vec{B}$  крізь якусь поверхню  $\Sigma$  виражається поверхневим інтегралом:

$$\Phi = \iint_{\Sigma} d\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{\Sigma} B_n \cdot dS . \quad (2.25)$$

де  $d\vec{S}$  – вектор, спрямований у напрямку вектора нормалі  $\vec{n}$  до елементарної площадки площею  $dS$  і чисельно дорівнює їй:  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ .

### **Контрольні запитання до самоперевірки**

1 Які речовини називають магнетиками, діамагнетиками, парамагнетиками, феромагнетиками?

2 Як визначають вектор магнітної індукції? У чому полягає відмінність його введення від визначення вектора електричної індукції?

3 Що таке магнітна сприйнятливність, магнітна проникність середовища?

4 Що являють собою одиниці виміру тесла, вебер?



5 Як класична електронна теорія пояснює магнітні властивості діамагнетиків, парамагнетиків і феромагнетиків?

6 Якою формулою визначається напруженість магнітного поля колового електричного струму?

7 Як визначається потік магнітної індукції?

8 Як визначається магнітний момент замкненого електричного контуру зі струмом?

9 Як діє на плоский замкнений жорсткий контур із постійним електричним струмом однорідне (неоднорідне) магнітне поле, спрямоване до контуру під довільним кутом?

10 Якими магнітними моментами володіє зв'язаний електрон в атомі, чому вони дорівнюють?

## 2.4 Електромагнітна індукція

### 2.4.1 Закон електромагнітної індукції Фарадея

Як уперше встановив *Ерстед*, а потім детально вивчали *Ампер*, *Біо*, *Савар* і *Лаплас*, електричний струм обумовлює появу магнітного поля в навколишньому просторі. Продовжуючи ці дослідження, *Фарадей* логічно поставив питання, чи не може магнітне поле породити електричний індукційний струм. Проводячи експерименти, він одержав на нього позитивну відповідь. Це явище, відкрите Фарадеєм, одержало назву *електромагнітної індукції*.

Експерименти Фарадея полягали в такому. До замкненого провідного контуру з гальванометром  $G$ , роль якого полягала у фіксуванні появи електричного струму, підносився північний полюс магніту  $N$  (рис. 2.10 а). Під час наближення магніту до контуру (за посилення магнітного поля) гальванометр фіксував появу в контурі індукційного струму, який припинявся під час зупинення магніту. Напрямок струму виявився таким, що збуджене ним додаткове (індуковане) поле магнітної індукції  $\vec{B}_i$  було протилежно спрямованим до первинного поля  $\vec{B}$  і перешкоджало його зростанню (правило Ленца).

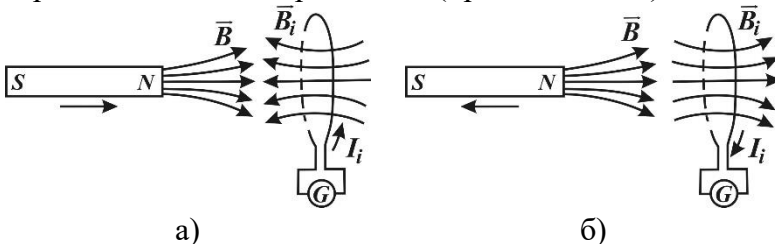


Рисунок 2.10 – Переміщення в просторі північного магнітного полюса відносно замкненого електричного контуру збуджує в ньому наведений електричний струм: а) за наближення; б) в разі віддалення

Потім північний полюс магніту віддаляли від контуру (рис. 2.10 б). За зменшення магнітного поля  $\vec{B}$ , що пронизувало контур, у ньому знову спостерігався індукційний струм. Його напрямок тепер був протилежним до попереднього випадку, так само, як і напрямок збудженого ним додаткового поля  $\vec{B}_i$ . Тобто тепер поле  $\vec{B}_i$  індукційного струму мало той самий напрямок, що й первинне поле  $\vec{B}$ , перешкоджаючи його зменшенню.

Аналогічно виявилася картина за переміщення південного полюса магніту  $S$  (рис. 2.11).

Нарешті зміну магнітного поля, що пронизує замкнений контур, можна здійснювати за допомогою магнітного поля іншого контуру зі струмом, вмикаючи (рис. 2.12 а) і вимикаючи (рис. 2.12 б) струм у ньому.

На підставі цих експериментальних результатів Фарадей прийшов до таких висновків:

1) у замкненому електричному контурі за зміни потоку магнітної індукції, що пронизує його, завжди виникає електричний індукційний струм;

2) величина його електрорушійної сили  $E_i$  пропорційна швидкості зміни потоку магнітної індукції  $d\Phi/dt$ , що пронизує цей контур:

$$E_i = k \cdot d\Phi / dt. \quad (2.26)$$

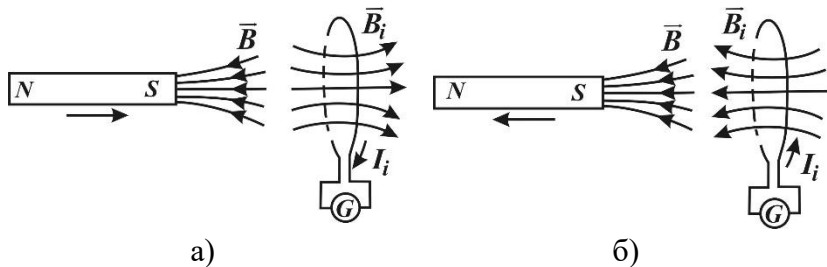


Рисунок 2.11 – Наведення електричного струму в замкнутому контурі південним полюсом магніту за його: а) наближення; б) віддалення

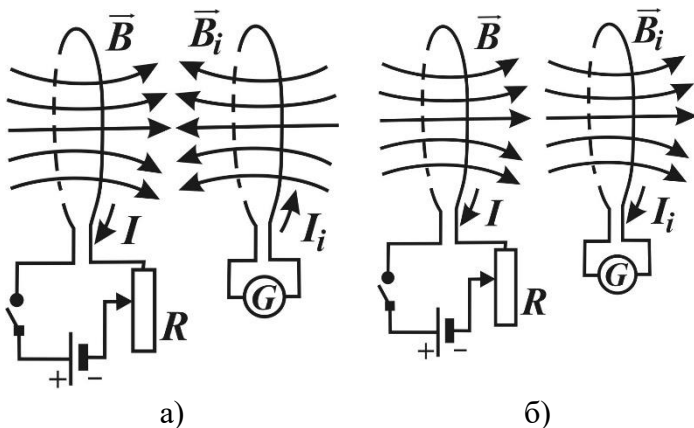


Рисунок 2.12 – Наведення індукційного електричного струму в замкнутому контурі змінним магнітним полем другого електричного контуру за його ввімкнення (а) та вимкнення (б)

Ці висновки були доповнені сформульованим *Ленцем правилом* для напрямку індукційного струму: *індукційний струм, збуджений у провіднику зміною потоку магнітної індукції в навколишньому просторі, завжди спрямовано так, що його власне магнітне поле*

перешкоджає зміні магнітного поля, зміна якого спричинила цей струм.

Сформульовані якісні експериментальні висновки можна обґрунтувати теоретично і водночас з'ясувати значення параметра  $k$  у формулі (2.26), яке відповідно до правила Ленца повинно бути негативним.

Для цього розглянемо відрізок тонкого провідника, довжиною  $\Delta l$ , що рухається зі швидкістю  $\vec{v}$  в магнітному полі перпендикулярно до його вектора магнітної індукції  $\vec{B}$ . Нехтуючи хаотичним рухом електронів у провіднику, який не створює електричного струму, можна вважати, що всі вони рухаються з тією самою швидкістю  $\vec{v}$ . Водночас на кожний електрон із зарядом  $(-e)$  діє сила Лоренца:  $\vec{F}_L = (-e) \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ , спрямована уздовж провідника, як показано на рисунку 2.13, чи в скалярному вигляді в проекції на цей напрямок, з огляду на ортогональність векторів  $\vec{v} \perp \vec{B}$ :  $F_L = (-e) \cdot v \cdot B$ .

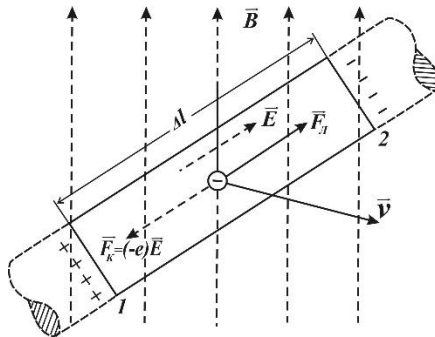


Рисунок 2.13 – Поява електрорушійної сили індукції у відрізку провідника за його переміщення в стаціонарному магнітному полі

Під дією цієї сили кожен електрон переміщується в напрямку сили  $\vec{F}_l$  до кінця провідника, позначеному номером 2. За такого переміщення електронів 1-й кінець провідника електрично зарядиться знаком «+», а 2-й – знаком «-», і усередині нього з'явиться електричне поле з вектором напруженості  $\vec{E}$ , спрямоване однаково з вектором  $\vec{F}_l$ . Воно буде перешкоджати переміщенню електронів із силою  $\vec{F}_k = (-e) \cdot \vec{E}$ , спрямованою вже протилежно до вектора  $\vec{F}_l$ . Рівноважний розподіл електронів настане за рівнодійної сили  $\vec{F}_l + \vec{F}_k = 0$ , тобто за  $\vec{F}_l = -\vec{F}_k$  чи у скалярному вигляді в проєкції на напрямок вектора  $\vec{F}_l$ :

$$(-e) \cdot v \cdot B = -(-e) \cdot E. \quad (2.27)$$

Водночас 1-й кінець провідника одержить потенціал  $\varphi_1$ , а 2-й – потенціал  $\varphi_2$ . Поява на кінцях провідника різниці потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$  означає, що виникла індукована ЕРС  $E_i = \varphi_1 - \varphi_2$  (ЕРС індукції). Ця величина пов'язана з напруженістю  $E$  електричного поля в провіднику формулою

$$E_i = \varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot \Delta l. \quad (2.28)$$

Зі співвідношень (2.27), (2.28) випливає  $E_i = -B \cdot v \cdot \Delta l$ . Швидкість руху провідника  $v$ , що входить до цього виразу, можна подати як похідну координати

його знаходження  $x$ , уздовж якої відбувається переміщення  $v = dx/dt$  (рис. 2.14). Водночас одержимо:

$$E_i = -B \cdot \Delta l \cdot (dx/dt) = -B \cdot (dS/dt) = -d\Phi/dt. \quad (2.29)$$

Тут враховано, що добуток  $\Delta l \cdot dx = dS$  є елементарною площею, яка описується відрізком провідника за його переміщення за час  $dt$ ;  $B \cdot dS = d\Phi$  – елементарна величина магнітного потоку, який проходить через цю площу. Виявляється, що формула (2.29) є справедливою за будь-якого кута між векторами швидкості  $\vec{v}$  й індукції  $\vec{B}$  магнітного поля. Її можна застосовувати і для замкнених контурів.

Формула (2.29) є найбільш загальним виразом закону електромагнітної індукції Фарадея, до якого входять обидва висновки Фарадея і правило Ленца. Її називають *законом електромагнітної індукції Фарадея* і читають так:

*Електрорушійна сила, що виникає за переміщення провідника в магнітному полі, чисельно дорівнює магнітному потоку крізь площу, яку цей провідник описує за одиницю часу.*

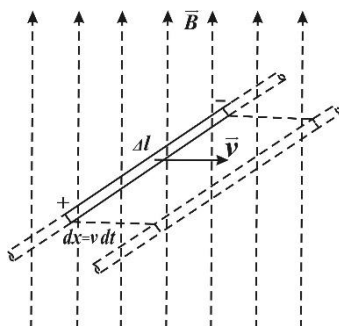


Рисунок 2.14 – Потік вектора магнітної індукції крізь площу, що описується провідником за його переміщення

Якщо відрізок провідника 1–2 на рисунках 2.13, 2.14, що рухається в магнітному полі, під'єднати до замкненого контуру, то в ньому під дією ЕРС індукції пройде електричний струм, який можна буде використати для виконання роботи або одержання теплоти. Водночас на струм у відрізку провідника разом із самим відрізком буде діяти сила Ампера  $\vec{F}_A$ . Неважко побачити, що її напрямком буде протилежним вектору швидкості  $\vec{v}$ , тобто вона буде гальмувати рух провідника. Для того щоб продовжувати цей рух, до нього необхідно прикладати зовнішню силу, яка повинна дорівнювати  $-\vec{F}_A$  (точніше, трохи більшу), і здійснювати деяку роботу.

*Таким чином, джерелом енергії індукційних струмів є робота зовнішніх сил, прикладених до провідника, що рухається.*

Для замкненого провідника закон електромагнітної індукції Фарадея (2.29) можна сформулювати трохи інакше: зміна потоку магнітного поля крізь площу, обмежену замкненим витком провідника, викликає в ньому електрорушійну силу індукції, пропорційну цій зміні, а збуджений нею струм протидіє цій зміні.

У разі нерухомого контуру, що міститься в змінному магнітному полі, сила Ампера (Лоренца), яка була застосована для теоретичного виведення закону (2.29) електромагнітної індукції Фарадея, відсутня. Виникнення ЕРС індукції водночас за припущенням Максвелла пояснюється таким чином.

Змінне магнітне поле  $\vec{H}$  створює в просторі змінне вихрове електричне поле  $\vec{E}$ , силові лінії якого існують без зарядів і подібно до силових ліній магнітного поля теж замкнені (рис. 2.15). Це поле викликає рух зарядів у струмопровідному контурі, що еквівалентно появи в ньому ЕРС індукції.



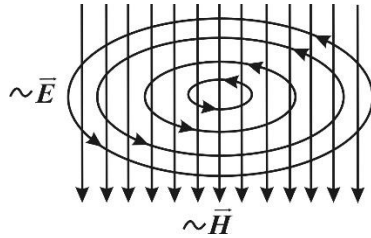


Рисунок 2.15 – Збудження змінного вихрового електричного поля змінним магнітним полем

Припустивши у формулі (2.29)  $E_i = 1 \text{ В}$ ,  $dt = 1 \text{ с}$ , одержимо визначення одиниці потоку магнітної індукції – вебера (Вб): це така величина зміни потоку магнітної індукції крізь площу, обмежену струмопровідним контуром, упродовж 1 секунди, що збуджує в ньому ЕРС, яка дорівнює 1 вольту:  $\text{Вб} = \text{В} \cdot \text{с}$ .

Очевидно, що послідовне ввімкнення до замкненого контуру не одного, а декількох  $n$  таких витків приведе до збільшення ЕРС індукції в  $n$  разів:

$$E_i = -n \cdot d\Phi / dt. \quad (2.30)$$

Індукційні струми можуть бути збуджені не лише в тонких провідниках, а й у масивних суцільних провідниках. Такі струми, які називають *струмами Фуко*, можуть досягати великих значень, що супроводжується відповідним нагріванням провідника. Звичайно це є шкідливим, бо спричинює енергетичні втрати. Для зменшення їх осердя трансформаторів, електромоторів, генераторів збирають з окремих пластин, електрично ізольованих одна від одної. З іншого боку, надвисокі *струми Фуко* можуть бути корисними. Наприклад, їх застосовують під час плавлення металів.

## 2.4.2 Самоіндукція і взаємна електромагнітна індукція в замкнених контурах

Розглянемо більш детально окремі випадки електромагнітної індукції: *самоіндукцію* і *взаємну індукцію*. В обох випадках змінне магнітне поле, що збуджує ЕРС індукції в довільному витку, породжується змінним електричним струмом у якому-небудь контурі, зокрема, у ньому самому (рис. 2.16).

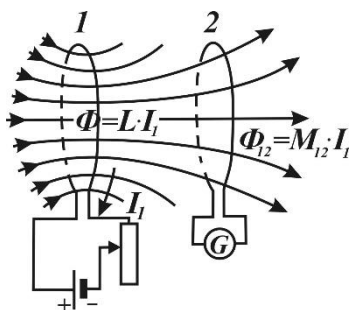


Рисунок 2.16 – Самоіндукція і взаємна індукція двох електропровідних контурів

*Електромагнітна індукція, що спостерігається у контурі, під дією змінного магнітного поля, первинним фактором якого є зміна струму в ньому самому, називається самоіндукцією.* Для її опису позначимо струм, що проходить у 1-му контурі, як  $I_1$  (рис. 2.16). Магнітний потік поля є пропорційним напруженості цього поля. Остання величина відповідно до закону Біо – Савара – Лапласа (1.11) пропорційна величині струму  $I_1$ . Тому магнітний потік  $\Phi$ , збуджений струмом  $I_1$  і пронизувальний, зокрема, і сам цей контур, також є пропорційним силі струму  $I_1$  з позитивним, як неважко бачити, коефіцієнтом пропорційності  $L > 0$ :

$$\Phi = L \cdot I_1. \quad (2.31)$$

Цей коефіцієнт  $L$ , що називають *коефіцієнтом самоіндукції* або *індуктивністю (витка)*, залежить від його форми і розмірів, а також від магнітної проникності середовища. Зокрема, для феромагнетиків індуктивність разом із магнітною проникністю залежать від величини напруженості магнітного поля, яка за електромагнітної індукції змінюється з часом.

Водночас відповідно до загального визначення ЕРС індукції *ЕРС самоіндукції* можна подати у вигляді

$$E_i = -d\Phi / dt = -d(L \cdot I_1) / dt = -L \cdot dI_1 / dt - I_1 \cdot dL / dt. \quad (2.32)$$

Обмежуючись випадками сталої індуктивності, зі співвідношення (2.32) одержимо

$$E_i = -L \cdot dI_1 / dt. \quad (2.33)$$

Знак мінус у цій формулі показує, що ЕРС індукції, отже, і струм самоіндукції, завжди протидіє зміні основного струму. Явище самоіндукції часто спостерігається в технічних пристроях і в побуті. Цим явищем, зокрема, пояснюються відомі, інколи дуже великі, *екстраструми замикання і розмикання електричного кола*.

Як бачимо, породжений зміною електричного струму  $I_1$  у замкненому витку 1 магнітний потік  $\Phi$  збуджує ЕРС індукції  $E$  не лише в цьому витку, а й в іншому контурі 2. *Така реалізація електромагнітної індукції називається взаємною індукцією, а ЕРС, що*

виникає при цьому, – електрорушійною силою взаємної індукції.

Позначимо магнітний потік, збуджений струмом  $I_1$ , що пронизує 2-й контур, як  $\Phi_{12}$ . Аналогічно потоку  $\Phi$  (2.31) він також пропорційний силі струму  $I_1$  з позитивним коефіцієнтом пропорційності  $M_{12} > 0$ :

$$\Phi_{12} = L_{12} \cdot I_1. \quad (2.34)$$

Очевидно, що аналогічно можна визначити магнітний потік  $\Phi_{21}$ , збуджений струмом  $I_2$  і пронизувальний 1-й контур:

$$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_2. \quad (2.35)$$

Можна показати, що коефіцієнти пропорційності  $L_{12}$  і  $L_{21}$  у співвідношеннях (2.34), (2.35) залежать лише від взаємної геометрії двох контурів і магнітної проникності середовища, а також дорівнюють один одному:  $L_{12} = L_{21} = L_{в.і}$ . Цю величину  $L_{в.і}$  називають *коефіцієнтом взаємної індукції* або *взаємною індуктивністю* обох контурів. З формул (2.31), (2.34) випливає визначення індуктивності, взаємної індуктивності й одиниць їх виміру:

$$L = \Phi / I_1, \quad L_{в.і} = \Phi_{12} / I_1. \quad (2.36)$$

Припустивши в першій із цих формул силу струму  $I_1 = 1$  А, дійдемо висновку, що індуктивність контуру дорівнює магнітному потоку, який пронизує його під час проходження по ньому струму 1 А. Аналогічно, з другої

формули впливає, що взаємна індуктивність двох контурів дорівнює магнітному потоку, що пронизує один із контурів, під час проходження по другому контуру струму в 1 А.

Одиницею вимірювання індуктивності (взаємної індуктивності) є *генрі* (Г). Один генрі – це така індуктивність контуру (взаємна індуктивність двох контурів), за якої проходження струму 1 А по ньому (одному з них) створює в ньому (у другому контурі) магнітний потік 1 вебер.

З формул (2.34), (2.35) випливає, що ЕРС взаємної індукції  $E_{12}^i$ , що виникає в другому контурі внаслідок зміни величини струму  $I_1$  в першому контурі, пропорційна швидкості її зміни:

$$E_{12}^i = -d\Phi_2 / dt = -M \cdot dI_1 / dt. \quad (2.37)$$

Практичний інтерес становить взаємна індуктивність двох котушок із дроту, намотаного одним шаром на непровідний порожній циліндр довжиною  $l$ , усередину якого може бути вставлено залізне осердя (рис. 2.17).

Позначимо кількість витків першої котушки як  $n_1$ , другої –  $n_2$ . Будемо вважати, що котушки мають однакову площу поперечного перерізу  $S$ . Напруженість магнітного поля, створеного першою котушкою, дорівнює  $H_1 = n_1 \cdot I_1 / l$ .

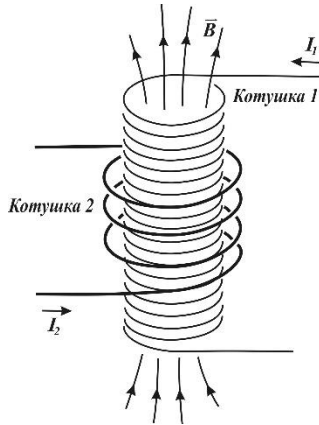


Рисунок 2.17 – Дві циліндричні котушки зі спільною віссю, по одній з яких проходить змінний електричний струм

Водночас кожний виток другої котушки зв'язаний із магнітним потоком  $\Phi' = \mu_0 \cdot \mu \cdot H_1 \cdot S = \mu_0 \cdot \mu \cdot n_1 \cdot I_1 \cdot S / l$ , а вся друга котушка зв'язана з магнітним потоком у  $n_2$  разів більшим:  $\Phi_2 = n_2 \Phi' = \mu_0 \cdot \mu \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot I_1 \cdot S / l$ . Тоді з формули (2.35) одержимо

$$L_{в.і} = \mu_0 \cdot \mu \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot S / l. \quad (2.38)$$

Очевидно, що формулу (2.38), яка строго виведена для тонких одношарових котушок однакової довжини і площі поперечного перерізу, можна використовувати як наближену, і за відхилення від цих умов. Підставляючи вираз (2.38) у формулу (2.37), одержимо

$$E_{12}^i = -\mu_0 \cdot \mu \cdot (n_1 \cdot n_2 \cdot S / l) \cdot dI_1 / dt.$$

### **Контрольні запитання для самоперевірки**

- 1 У чому полягає закон повного струму?
- 2 У чому полягає суть експериментів Фарадея?
- 3 У чому полягає суть першого та другого висновків Фарадея?
- 4 У чому полягає правило Ленца?
- 5 Сформулюйте закон електромагнітної індукції Фарадея.
- 6 Що є джерелом енергії індукційних струмів?
- 7 Як закон електромагнітної індукції Фарадея формулюється для замкненого провідника?
- 8 Як можна пояснити появу електрорушійної сили індукції в разі нерухомого контуру?
- 9 Що являють собою струми Фуко? Як їх використовують, як і чому з ними ведуть боротьбу?
- 10 Яке явище називають самоіндукцією, взаємною індукцією? Дайте визначення індуктивності витка. Якими факторами вона визначається?
- 11 Якою формулою визначається електрорушійна сила самоіндукції в разі постійної індуктивності?
- 12 У чому полягає фізичний сенс індуктивності контуру?
- 13 Якою формулою визначається електрорушійна сила самоіндукції в загальному випадку?
- 14 Що називають взаємною індуктивністю двох контурів? У чому полягає її фізичний сенс? За якою формулою визначається взаємна індуктивність двох котушок із дроту зі спільною віссю?
- 15 Наведіть назву та дайте визначення одиниці вимірювання індуктивності (взаємної індуктивності).

## 2.5 Змінний електричний струм

### 2.5.1 Електричний коливальний контур

Змінним називається такий електричний струм, сила і напрям якого змінюється з часом. Зокрема, він може мати довготривалий, періодичний характер. Саме такий *змінний синусоїдальний струм* широко застосовується в різноманітних сферах людської діяльності. На ньому без перебільшення базується зараз уся сучасна цивілізація людства. Тому у фізиці дослідженню періодичного змінного електричного струму приділяється особливо велика увага.

Електромагнітними коливаннями в контурах змінного струму називають періодичні зміни сили струму і зв'язаних із нею величин. Водночас такий контур, що у найпростішому випадку складається з котушки індуктивності з індуктивністю  $L$ , конденсатора з ємністю  $C$  й омичного опору  $R_0$ , називають *електричним коливальним контуром* (рис. 2.18 а).

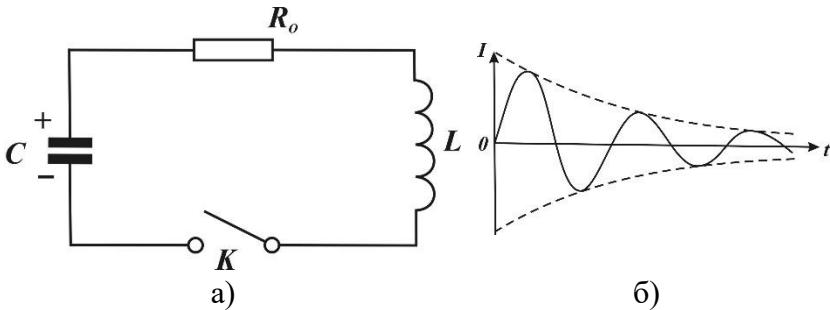


Рисунок 2.18 – Схема електричного коливального контуру (а) та залежність сили струму від часу



Для аналізу роботи коливального контуру уявимо, що спочатку він був розімкнений ключем  $K$  і його конденсатор  $C$  був зарядженим до різниці потенціалів  $U$  із зарядами на його обкладинках  $\pm q$ . Якщо далі замкнути коло, в ньому виникне електричне поле, яке створюється зарядами на обкладинках конденсатора. Воно обумовить рух електричних зарядів по колу, тобто струм розрядки конденсатора  $I$ .

Очевидно, що в разі відсутності в колі індуктивності заряди на обкладинках конденсатора і сила цього струму його розрядки зменшувалися б із часом  $t$  експоненціально до нуля. Індуктивність  $L$ , на кінцях якої відповідно до формули (2.33) наводиться ЕРС самоіндукції

$$E_{\text{самоінд}} = -L \cdot dI / dt, \quad (2.39)$$

яка спрямована проти зміни струму в ній і впливає на процес розрядки конденсатора. Спочатку, під час замикаання кола, ЕРС самоіндукції  $E_{\text{самоінд}}$  перешкоджає різкому зростанню електричного струму в ній до величини, що відповідає різниці потенціалів  $U$ . Потім, при вичерпанні запасу заряду конденсатора, коли сила струму почне зменшуватися, ЕРС самоіндукції  $E_{\text{самоінд}}$  буде перешкоджати її зменшенню та буде підтримувати струм навіть за нульових зарядів на обкладинках конденсатора. В результаті це приведе до перезарядження конденсатора і припинення струму у вихідному стані. Відразу за цим почнеться нова розрядка конденсатора у зворотному напрямку, і так далі періодично. Однак у зв'язку із супутніми енергетичними втратами на омичному опорі  $R$  величина кожної нової зарядки конденсатора і максимальний струм у контурі будуть дедалі меншими (рис. 2.39 б). Такі колювання, що збуджуються в

коливальному контуру одноразовою дією, називають його *вільними* або *власними коливаннями*. Тобто в коливальному контуру у вільному стані реально можуть відбуватися лише згасаючі власні коливання.

Проведемо аналіз цих коливань у припущенні, що розміри контуру малі і швидкість зміни сили струму невелика. Тоді будемо вважати, що в усіх його точках сила струму на даний час однакова. У цьому наближенні можна скористатися другим правилом Кірхгофа. Єдина ЕРС, що буде діяти в контуру, – це ЕРС самоіндукції (2.39), тобто  $E = E_{\text{самоінд}}$ . Водночас *спадання змінної напруги на резисторі (омічному опорі)  $U_R$*  буде дорівнювати  $U_R = I \cdot R_0$ , а *на конденсаторі спадання напруги* буде становити величину  $U_C = q/C$ . Звідси випливає рівність

$$E_{\text{самоінд}} = U_R + U_C = I \cdot R_0 + q/C,$$

де заряд  $q$  на одній з обкладинок конденсатора виражається через силу струму в контуру інтегралом  $q = \int_0^t I(\tau) d\tau$ .

Остаточно одержуємо таке рівняння:

$$-L \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t I(\tau) d\tau + I \cdot R_0. \quad (2.40)$$

Необхідно зазначити, що традиційно під час застосування другого правила Кірхгофа електрорушійну силу самоіндукції  $E_{\text{самоінд}}$  переносять у рівнянні (2.40) з

лівого боку направо та трактують величину  $-E_{\text{самоінд}}$  як умовне спадання напруги на індуктивності  $U_L$ :

$$U_L = -E_{\text{самоінд}} = L \cdot dI / dt. \quad (2.41)$$

Таким чином, вводиться і далі буде неодноразово використовуватися нове поняття *спадання напруги на індуктивності*.

Узявши похідну за часом від лівої та правої частин рівняння (2.40) і розділивши результат на індуктивність  $L$ , зведемо його до вигляду однорідного диференціального рівняння 2-го порядку власних електромагнітних коливань у контурі. Його розв'язок за надто великого опору  $R_o > 2\sqrt{L/C}$  має аперіодичний характер, а в разі  $0 \leq R_o < 2\sqrt{L/C}$  може бути зведено до вигляду так званого *гармонійного коливання* з експоненціально загасаючою амплітудою коливання  $I_m e^{-\beta t}$ :

$$I = I_m e^{-\beta t} \cdot \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t + \varphi_0\right),$$

де  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  – фаза коливання;

$\varphi_0$  – початкова фаза в момент часу  $t = 0$ ;

$\beta = R_o / (2L)$  – показник інтенсивності загасання коливань;

$$\omega_0 = 1 / \sqrt{L \cdot C} \quad (2.42)$$

– колова або циклічна частота власних гармонійних коливань, що відбуваються з періодом коливань  $T_0 = 2\pi / \omega_0 = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ .

Для одержання *незагасаючих* коливань кожен коливальний контур необхідно постійно підживлювати, ввімкнувши послідовно з ним замість ключа  $K$  на рисунку 2.18 а зовнішню змінну синусоїдальну ЕРС деякої частоти  $\omega$ :

$$E = E_m \cdot \sin \omega t. \quad (2.43)$$

Як бачимо із механічних аналогій, водночас у коливальному контурі будуть відбуватися *змушені коливання* з частотою  $\omega$ . Їх інтенсивність повинна зростати за її наближення до частоти  $\omega_0$  власних коливань контуру.

Виявляється, що в разі змінного струму на відміну від постійного струму наявність ємностей та індуктивностей у його ланцюзі створюють, окрім омичного (*активного*) опору  $R_0$ , ще й додатковий вид опору – *реактивний опір*: ємнісний  $R_C = (\omega \cdot C)^{-1}$  та індуктивний  $R_L = \omega \cdot L$ . Водночас фаза спад напруги на омичному опорі збігається з фазою струму:

$$I = I_m \cdot \sin(\omega t - \delta), \quad (2.44)$$

яка зі свого боку відстає від фази зовнішньої ЕРС (2.43) на кут  $\delta = \arctg(L\omega - 1/(C\omega)) / R_0$ . Спад напруги на індуктивному опорі випереджає струм (2.44) за фазою на

кут  $\pi/2$ , а на ємнісному – відстає від нього на стільки само.

Зазначені зсуви фаз приводять до того, що ці опори додаються не скалярно, а векторно або комплексно, так що повний опір ланцюга змінного струму і його амплітуда (загальний закон Ома для амплітудних значень змінного струму в коливальному контурі) визначаються за формулами:

$$R = \sqrt{R_0^2 + (L\omega - 1/(C\omega))^2},$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R_0^2 + (L\omega - 1/(C\omega))^2}} = \frac{E_m}{\sqrt{R_0^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 / \omega^2}}.$$

Очевидно, що за частоти коливань  $\omega$  зовнішньої ЕРС, що збігається з власною частотою контуру  $\omega_0$  (2.42) (за більш глибокого аналізу виявляється, що за частоти  $\omega$ , лише наближеної до цієї частоти  $\omega_0$ ), спостерігається *електричний резонанс*. Він полягає в різкому збільшенні сили струму в контурі.

### 2.5.2 Індукційний спосіб генерації електричного струму

Як можна переконатися, змінний гармонічний електричний струм, що спостерігається в коливальному контурі за його збудження і був розглянутий у попередньому розділі, має малі значення. Тому його використовують лише в техніці слабких струмів, насамперед у радіотехніці, для підсилення, передавання та прийняття інформаційних повідомлень. Широко відоме застосування змінного гармонічного електричного струму в енергетиці потужних струмів спирається на розглянуте

раніше явище електромагнітної індукції: за зміни величини потоку магнітної індукції, який пронизує замкнений електричний контур, у ньому збуджується електрорушійна сила (ЕРС) індукції.

У разі сталого магнітного поля це можна здійснити, наприклад, за рахунок повороту контуру в ньому. Дійсно, нехай плоска прямокутна рамка  $abcd$  із провідника (металевого дроту) площею  $S$  обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$  проти годинникової стрілки у постійному однорідному магнітному полі з вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ , що є перпендикулярним до її осі обертання  $OO'$  (рис. 2.19).

Позначимо через  $t$  час, через  $\varphi = \omega t$  – кут між одиничним вектором  $\vec{n}$ , нормальним до її площини, і сталим у просторі та часі вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ . Водночас для величини потоку магнітної індукції, що пронизує рамку, можна записати:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot S = B \cdot S \cdot \cos \varphi = B \cdot S \cdot \cos \omega t. \quad (2.45)$$

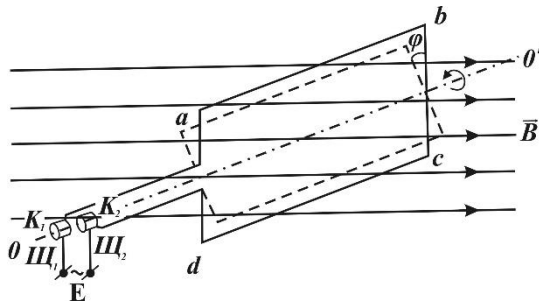


Рисунок 2.19 – Обертання плоскої прямокутної дотяної рамки в сталому магнітному полі

Як відомо, за зміни аргументу функція косинус, що входить до формули (2.45), періодично змінюється в межах від  $-1$  до  $+1$ . Водночас відповідно змінюється і потік  $\Phi$ , що приводить до збудження в дротяній рамці ЕРС індукції, яка періодично змінюється і за законом Фарадея має вигляд

$$E = -d\Phi / dt = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t = E_m \cdot \sin \omega t, \quad (2.46)$$

де

$$E_m = B \cdot S \cdot \omega \quad (2.47)$$

– амплітуда електрорушійної сили змінного струму або її максимальне значення, яке вона має за  $\sin \omega t = 1$ .

У разі під'єднання цієї провідної рамки, в якій збуджується ЕРС індукції  $E$ , до споживача електричної енергії з омичним опором  $R_O$ , тобто до замкненого контуру, за допомогою двох кілець  $K_1$  та  $K_2$  і двох контактних щіток  $\text{Щ}_1$  та  $\text{Щ}_2$  (рис. 2.19), по ньому буде проходити електричний струм силою

$$\begin{aligned} I &= U_R / R_O = E_m / R_O \cdot \sin \omega t = U_{Rm} / R_O \cdot \sin \omega t = \\ &= I_m \cdot \sin \omega t, \end{aligned} \quad (2.48)$$

де  $U_R$  – спад напруги на омичному опорі  $R_O$ , яке за другим правилом Кірхгофа дорівнює ЕРС індукції  $E$ ;

$U_{Rm}$  – максимальне (амплітудне) значення спаду напруги на омичному опорі;

$$I_m = E_m / R_O = U_{Rm} / R_O \quad (2.49)$$

– максимальне (амплітудне) значення сили змінного струму (*амплітуда сили змінного струму*) в контурі.

Як бачимо, спад напруги  $U_R = E$  (2.46) на омичному опорі й сила струму (2.48) змінного струму крізь нього є *синфазними коливаннями*, тобто виконують коливання в однакових фазах.

Відповідно до того, що напрямок індукційного струму в рамці *abcd* на рисунку 2.19 є таким, що діючі на неї сили Ампера гальмують її обертання. Тому для того, щоб обертання рамки не зупинилося, до неї необхідно прикладати зовнішню механічну силу, яка буде виконувати визначену роботу. Тобто розглянутий пристрій може перетворювати механічну енергію на енергію змінного електричного струму, відповідно до закону збереження і перетворення енергії.

Виявляється, що за допомогою рамки, яка обертається в магнітному полі, можна одержати не лише змінний синусоїдальний струм, а й також і *прямий пульсуючий струм*. Для цього два контактні кільця рамки, що обертаються разом із нею, досить замінити колектором – напівкільцями (одним розрізаним навпіл кільцем). Тоді змінний синусоїдальний струм у рамці і на півкільцях буде мати односпрямований пульсуючий вигляд. Для згладжування цих пульсацій струму на ротор намотують не один багатовитковий контур у якійсь одній площині, а декілька таких контурів, розміщених у різних площинах, рівномірно розподілених за кутом. Ці контури під'єднані до протилежних частин відповідно декілька разів розрізаного кільця (*контактного колектора*).

Становить прикладний інтерес і той факт, що в разі пропускання електричного струму крізь обмотку ротора (замкнений контур), який знаходиться в магнітному полі, він під дією сил Ампера почне обертатися. Тобто описаний *генератор змінного (постійного) електричного*



струму, крім свого прямого призначення, може бути використаний також як *електродвигун*.

### 2.5.3 Передавання енергії на великі відстані змінним синусоїдальним струмом

Очевидно, що основне призначення електроенергетики полягає в перетворенні інших видів енергії на електричну з подальшим передаванням її до споживача, часто на великі відстані, бажано з мінімальними втратами. З урахуванням цих завдань проаналізуємо потужність електричного струму, що виділяється на дротах його підведення (енергетичні втрати) та на споживачеві (корисна складова енергії), поки з виключно омичним опором у разі постійного та змінного синусоїдального струмів.

У разі постійного струму із силою  $I$  потужність електричного струму  $N_{\text{спож}}$ , яку отримує споживач, потужність  $n_{\text{ДжЛ}}$  енергетичних втрат (Джоуля – Ленца) у дротах на їх нагрівання та загальна визначена потужність ( $N_{\text{заг}} = N_{\text{спож}} + n_{\text{ДжЛ}}$ ), яку розвиває джерело струму із визначеною ЕРС  $E$  у замкненому ланцюгу, визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} N_{\text{заг}} &= E \cdot I, \quad N_{\text{спож}} = I^2 \cdot R_O, \\ n_{\text{ДжЛ}} &= I^2 \cdot r_O = N_{\text{заг}}^2 \cdot r_O / E^2. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Ураховуючи визначення загальної потужності  $N_{\text{заг}}$  та незначну можливість зміни опору  $r_o = \rho \cdot l / S$  дротів для передавання струму (де  $l$  – стала довжина лінії;  $\rho$  – питомий опір металу, з якого виготовлені електричні

дроти;  $S$  – площа поперечного перерізу дроту, яку неможливо істотно збільшити з економічних та технічних міркувань), єдиною реальною можливістю зниження енергетичних втрат  $n_{ДжЛ}$  виявляється підвищення ЕРС  $E$  (напруги) в лінії.

Як бачимо з проведеного аналізу, з економіко-технічних міркувань для дуже довгих ліній електропередачі, які існують в Україні, доцільно застосовувати надвисокі напруги електричного струму: настільки великі, наскільки дозволяє надійність можливої електроізоляції в повітрі, що за порядком величини становить 1 мільйон вольт. Проте зараз не має можливості побудови потужних електрогенераторів із напругою, що істотно перевищує 10 кВ. До того ж у споживанні електрики найбільш зручними для використання виявилися напруги 100–200 В. Таким чином, виникла проблема генерації електрики за однієї напруги, її перетворення на іншу, значно вищу, напруги з подальшим її транспортуванням на далекі відстані, а потім зниження її до напруги споживчого рівня. Вирішити цю проблему для постійного струму досі не вдалося. Проте, як виявляється, змінний синусоїдальний електричний струм дозволяє легке перетворення його напруги. Тому зараз в електроенергетиці великих потужностей застосовують лише його.

Технічний пристрій, що здійснює перетворення напруги змінного електричного струму, називають *трансформатором*. Його робота базується на явищі взаємної електромагнітної індукції. Як приклад, розглянемо *підвищувальний трансформатор*. Він складається з двох котушок (обмоток), намотаних на загальне залізне осердя. Первинна обмотка має малу кількість  $n_1$  витків товстого проводу, вторинна обмотка – багато витків  $n_2 > n_1$  тонкого проводу (рис. 2.20).

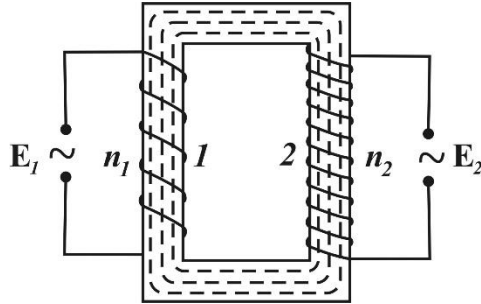


Рисунок 2.20 – Будова трансформатора

Змінний електричний струм, що проходить первинною обмоткою, створює змінний потік магнітної індукції  $\Phi$ , що практично весь зосереджений усередині осердя, він пронизує витки як первинної, так і вторинної обмоток, створюючи в них електрорушійні сили самоіндукції  $E_S$  та індукції  $E_2$  у першій і у другій обмотках відповідно.

У разі розімкнення вторинної обмотки первинна обмотка є частиною деякого ланцюга з якимось омичним опором. Вважаючи його малим і відповідно нехтуючи ним, із другого правила Кірхгофа для миттєвих значень зовнішньої ЕРС  $E_1$ , яка прикладена до первинної обмотки, та ЕРС самоіндукції  $E_S$ , яка збуджується в ній, одержуємо висновок про їх рівність із точністю до знака:  $E_1 = -E_S$ . Водночас у кожному витку первинної (вторинної) обмотки виникає ЕРС самоіндукції (індукції)  $-d\Phi/dt$ . Тому маємо такі значення електрорушійних сил:

$$E_S = -n_1 \cdot d\Phi/dt, \quad E_1 = n_1 \cdot d\Phi/dt, \quad E_2 = -n_2 \cdot d\Phi/dt. \quad (2.51)$$

З виразів (2.51) випливає, що ЕРС індукції у вторинній обмотці в  $k = n_2/n_1 > 1$  (коефіцієнт

трансформації) разів перевищує ЕРС, яка діє в первинній обмотці, причому вони протилежні за фазою:  $E_2 = -(n_2 / n_1) \cdot E_1$ . Отже, трансформатор підвищує ЕРС у відношенні кількості витків вторинної обмотки до кількості витків первинної обмотки. Аналогічно з точністю до навпаки працює й *знижувальний трансформатор*, для якого коефіцієнт трансформації  $k = n_2 / n_1 < 1$ .

Очевидно, що формули (29.50), одержані для потужності постійного струму, що виділяється на споживачеві з опором  $R_0$ , безпосередньо не можна застосувати для змінного струму. Однак можна знайти елементарну роботу  $dA$  за нескінченно малий проміжок часу  $dt$ , впродовж якого напруга  $U = E$  (2.46) і сила струму  $I$  (2.48) практично не змінюються. Водночас одержимо таке її значення:

$$dA = I^2 \cdot R \cdot dt = I_m^2 \cdot R \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt = I_m^2 \cdot R \cdot \sin^2 2\pi \cdot t / T \cdot dt.$$

Під час інтегрування цього виразу від 0 до  $T$  ( $T$  – період коливань) і подальшого усереднення результату (тобто за його ділення на час  $T$ ) одержимо *середню потужність змінного струму*:

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T dA = \frac{I_m^2 \cdot R}{T} \cdot \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi \cdot t}{T} \cdot dt = \frac{I_m^2 \cdot R}{T} \cdot \frac{T}{2} = \frac{I_m^2 \cdot R}{2} \\ &= \frac{I_m \cdot U_m}{2} = \frac{U_m^2}{2R}. \end{aligned}$$

Ця формула відрізняється від виразу потужності постійного струму заміною напруги  $U$  і сили його струму  $I$  на амплітудні значення  $U_m, I_m$  змінного

синусоїдального струму (2.46), (2.48) та дільником 2. Тобто потужність змінного струму, записана через його амплітудні значення, вдвічі менша від потужності постійного струму зі значеннями сили струму і напруги, що дорівнюють  $I_m$ ,  $U_m$ . Тому можна сказати, що змінний струм виконує таку саму роботу, як постійний струм із силою струму і напруги в  $\sqrt{2}$  меншою. Ці величини називають *ефективною силою змінного струму* або *ефективним (діючим) струмом*  $I_{ef}$  та *ефективною (діючою) напругою*:

$$I_{ef} = I_m / \sqrt{2} \approx 0,71 \cdot I_m,$$

$$U_{ef} = U_m / \sqrt{2} \approx 0,71 \cdot U_m.$$

Водночас *потужність змінного струму* записують формулою, аналогічною виразу для потужності постійного струму:

$$N = I_{ef} \cdot U_{ef} = I_{ef}^2 \cdot R_O = U_{ef}^2 / R_O. \quad (2.52)$$

Необхідно зазначити, що останні формули для потужності і роботи змінного струму були одержані в припущенні виключно омичного опору споживача або режиму *електричного резонансу* за частоти

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (2.42),$$

та струм крізь нього є синфазними.

У загальному випадку, коли в колі є реактивний опір, він призводить до зсуву фаз  $\delta$  між струмом (2.44) і напругою (2.43). Водночас до виразу середньої потужності (2.52), як можна показати, ввійде множник  $\cos \delta$ :

$N = I_{ef} \cdot U_{ef} \cdot \cos \delta$ . Цей множник називають *коефіцієнтом потужності електричного кола*.

Максимальне значення, що дорівнює 1, він має за електричного резонансу, тобто за  $\delta = 0$ . Водночас у колі буде виділятися максимальна потужність (2.52).

Крім простого синусоїдального електричного струму, широко використовують також *трифазний змінний струм*. Трифазним змінним струмом називають струм, який збуджується в розгалуженій мережі провідників із трьома змінними ЕРС, фази яких відрізняються одна від одної на кут  $(2\pi)/3$ . Немає значення, як одержані ці ЕРС. Наприклад, їх можна створити на трьох окремих простих рамкових генераторах, описаних раніше. Їх можна одержати на спеціальному генераторі трифазного струму. Ці ЕРС підключають до трьох окремих однакових паралельно прокладених кіл. Водночас у них проходять струми, пропорційні відповідним ЕРС. Можна показати, що за спеціальних поєднань цих кіл (називаються з'єднаннями зіркою та трикутником) одержують економію на дротах: замість шести дротів лінії передачі обмежуються лише трьома, максимум чотирма дротами. До того ж трифазний генератор є найбільш простим за будовою та надійним у роботі, а також він може бути застосованим як *асинхронний електродвигун*.

### **Контрольні запитання для самоперевірки**

1 Який вигляд має закон Ома для амплітудних значень змінного струму в коливальному контурі?

2 Як співвідносяться за фазою колювання змінного струму та спад його напруги на омичному опорі, ємності, індуктивності?

3 Чому дорівнює повний опір кола змінного струму?

4 За якої частоти спостерігається та у чому полягає суть електричного резонансу?

5 Якою є гранично можлива потужність сучасних електрогенераторів?

6 Яка частота змінного електричного струму прийнята в Україні?

7 Чому в електроенергетиці великих потужностей застосовують лише змінний електричний струм?

8 З яких міркувань для довгих ліній електропередачі доцільно застосовувати надвисокі напруги?

9 Що називають ефективною силою (напругою) змінного струму?

10 Яка будова трансформатора змінного струму?

## 2.6 Закони електромагнітного поля

### 2.6.1 Струм зміщення

Основною ідеєю, яку використовував Максвелл за теоретичного узагальнення експериментальних результатів Фарадея і побудови загальної теорії електромагнітного поля, є гіпотеза про електричний *струм зміщення*. Суть цієї гіпотези полягає в такому. Як відомо, лінії постійного електричного струму (струму провідності) є неперервними продовжуваними замкненими лініями, зокрема й у джерелі струму. Однак на змінний струм це положення не поширюється. Дійсно, змінний струм провідності в певному сенсі проходить крізь конденсатор. Але його лінії до того ж розриваються на ньому. Ідея Максвелла полягає у формальному узагальненні поняття електричного струму, у доповненні раніше відомого струму провідності новим *струмом зміщення*, лінії якого проходять крізь конденсатор і на межі металу стикаються з лініями струму провідності.

Проаналізуємо детально процеси проходження змінного електричного струму крізь конденсатор, між обкладинками якого є вакуум або діелектрик (рис. 2.21). Водночас доцільно використовувати не напруженість електричного поля, а електричну індукцію  $\vec{D}$ .

Нехай у деякий момент часу ліва обкладинка 1 плоского конденсатора (рис. 2.21) заряджена позитивно з поверхневою щільністю заряду  $+\sigma$ , а його права обкладинка 2 – негативно з поверхневою щільністю  $-\sigma$ . Як відомо, в просторі між ними існує електричне поле з вектором індукції  $\vec{D}$ , що спрямоване від обкладки 1 до обкладки 2, величина якого дорівнює  $D = \sigma$ , так що

$$\vec{D} = \sigma \cdot \vec{l}, \quad (2.53)$$



де  $\vec{l}$  – одиничний вектор, спрямований так само, як і вектор  $\vec{D}$ , від першої до другої обкладинки.

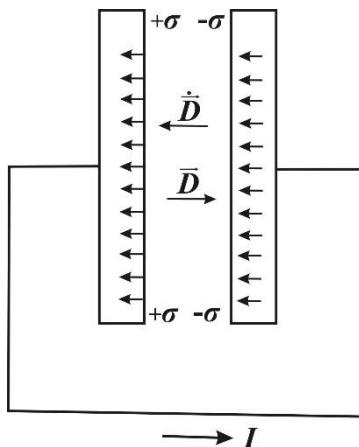


Рисунок 2.21 – Виникнення струму зміщення в просторі між обкладинками конденсатора

За замикання кола з лівої обкладинки конденсатора на його праву обкладинку по з'єднувальному їх зовнішньому провіднику пройде електричний струм провідності  $\vec{j}_{np}$ . Водночас буде зменшуватися густина заряду  $\sigma$  на його обкладинках.

На рисунку 2.21, збільшивши масштаб зображення тонких обкладинок конденсатора, стрілками зазначено напрямок струму провідності всередині них. Його густина  $\vec{j}_{np}$  у металі обкладинки з урахуванням його напрямку, напрямку вектора  $\vec{l}$  та загальних визначень сили самого струму і його густини, очевидно, дорівнює

$$\vec{j}_{np} = (d\sigma / dt) \cdot \vec{l}. \quad (2.54)$$

З іншого боку, диференціюючи рівність (2.53), одержимо

$$d\vec{D}/dt = (d\sigma/dt) \cdot \vec{l}. \quad (2.55)$$

Як неважко побачити, праві частини рівностей (2.54) і (2.55) мають однаковий вигляд, але їх ліві частини визначені в різних областях: вектор  $\vec{j}_{np}$  задано в металі обкладинки конденсатора, а вектор  $\vec{D}$  відповідно і вектор  $d\vec{D}/dt$  – у просторі між обкладинками. Водночас, якщо лівій частині рівності (2.55) усередині конденсатора, узагальнюючи поняття електричного струму, надати змісту умовного електричного струму  $d\vec{D}/dt = \vec{j}_{ум}$ , вона набере вигляду

$$\vec{j}_{ум} = (d\sigma/dt) \cdot \vec{l},$$

який разом із співвідношенням (2.54) забезпечить неперервність вектора густини узагальненого електричного струму на межі «метал – простір» між обкладинками, відповідно неперервність його ліній уздовж усього замкненого кола.

З обставин історичного характеру Максвелл назвав цей умовний струм  $\vec{j}_{ум}$  у просторі між обкладинками конденсатора, що має зміст цілком реальної величини – похідної за часом від вектора електричної індукції  $\vec{D}$ , *струмом зміщення*:

$$\vec{j}_{зм} = d\vec{D}/dt. \quad (2.56)$$

З цього визначення випливає основна, істотна, відмінність струму зміщення від струму провідності. Відповідно до диференціального закону Ома густина струму провідності  $\vec{j}_{np}$  пропорційна напруженості електричного поля:  $\vec{j}_{np} = \gamma \cdot \vec{E}$ . Струм зміщення (2.56) є пропорційним похідній напруженості електричного поля:  $\vec{j}_{зм} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (d\vec{E}/dt)$ . Тобто якщо напруженість поля і струм провідності досягають максимальних значень, то величина струму зміщення має нульове значення. І, навпаки, під час проходження струму провідності через нульове значення (очевидно, це відбувається з максимальною швидкістю зміни) струм зміщення набуде найбільшого значення. Таким чином, ці змінні періодичні струми змінюються зі зсувом за фазою на чверть періоду.

Максвелл гіпотетично припустив, що струм зміщення створює в навколишньому просторі таке саме магнітне поле, як і магнітне поле еквівалентного йому струму провідності. Пізніше це припущення Максвелла було підтвержене експериментально.

До речі, струм зміщення, тобто величина  $d\vec{D}/dt$ , існує й усередині металевого провідника під час проходження по ньому змінного електричного струму, однак вона виявляється водночас настільки малою, що нею можна знехтувати.

Максвелл увів також поняття повного електричного струму  $\vec{j}$ . Він визначається як векторна сума струму провідності  $\vec{j}_{np}$  і струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$ :  $\vec{j} = \vec{j}_{np} + \vec{j}_{зм}$ .

### 2.6.2 Рівняння Максвелла

Максвелл запропонував свої рівняння загальної теорії електромагнітного поля близько 150 років тому.

Цьому передувало вже усвідомлене на той час усіма положення, що в усіх проявах електричних і магнітних полів між ними спостерігається взаємний зв'язок і взаємозалежність.

Максвелл почав із того, що узагальнив закон повного струму, який до нього був відомий у такому вигляді: циркуляція вектора  $\vec{H}$  напруженості магнітного поля вздовж замкненого контуру  $L$  дорівнює величині струму провідності  $I$ , охопленого контуром інтегрування:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{np} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{np} \cdot d\vec{S}, \quad (2.57)$$

де  $d\vec{l}$  – елемент довжини за інтегрування по контуру  $L$ ;

$\Sigma$  – поверхня, натягнута на цей контур інтегрування;

$\vec{j}_{np}$  – густина струму провідності;

$d\vec{S}$  – вектор, спрямований за одиничним вектором нормалі  $\vec{n}$  до елементарної площадки площею  $dS$  і чисельно дорівнює їй:  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ .

Цей закон (2.57) Максвелл узагальнив уведенням поняття струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$ , додаткового до струму провідності  $\vec{j}_{np}$ . Водночас було одержано так зване *перше рівняння Максвелла*, що з урахуванням виразів для густини струму провідності  $\vec{j}_{np}$  і струму зміщення  $\vec{j}_{зм}$  (2.56) має такий інтегральний вигляд:

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \iint_{\Sigma} \vec{j}_{np} \cdot d\vec{S} + \iint_{\Sigma} \vec{j}_{зм} \cdot d\vec{S} = \\ &= \gamma \cdot \iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \iint_{\Sigma} \left( \vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}, \end{aligned} \quad (2.58)$$

де на відміну від попереднього символу звичайної похідної  $d/dt$  застосовано більш загальний символ частинної похідної за часом  $\partial/\partial t$ , урахувавши також можливу залежність векторів полів від просторових координат.

Далі Максвелл узагальнив закон електромагнітної індукції Фарадея. До нього цей закон формулювався таким чином: *за будь-якої зміни магнітного потоку  $\Phi$ , що пронизує провідник, у ньому збуджується індукційна ЕРС:*

$$E_i = -d\Phi/dt, \quad (2.59)$$

*яка в разі замкненого провідника викликає в ньому індукційний струм.*

Використовуючи поняття струму зміщення, Максвелл вилучив із закону Фарадея умову замкненості провідника, в якому збуджується індукційний струм. Тобто він поширив другу частину цього закону на незамкнений провідний контур. Потім Максвелл і зовсім відмовився від наявності провідника у віртуальному контурі, в якому змінне магнітне поле збуджує замкнений струм зміщення.

Водночас Максвелл узагальнив спочатку на незамкнений провідний контур, а потім і на віртуальний замкнений непровідний контур відомі співвідношення між ЕРС  $E$  (різницею потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$ ), прикладеної до кінців провідника довжиною  $l$ , і напруженістю електричного поля в ньому:  $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/l$  чи у векторно-диференціальній формі:

$$\vec{E} = -(d\varphi/dx) \cdot \vec{e}_x, \quad (2.60)$$

де  $\vec{e}_x$  – одиничний вектор уздовж осі  $Ox$ , напрямком якої обрано вбік зростання потенціалу  $\varphi$ , тобто вбік, протилежний вектору  $\vec{E}$ .

Особливість ЕРС індукції полягає в тому, що вона не локалізована в якійсь частині провідника, а розподілена уздовж нього. Застосовуючи формулу (2.60) до замкненого криволінійного провідника, зробимо в цій формулі заміну  $\vec{e}_x \rightarrow \vec{e}_l$ , де  $\vec{e}_l$  – одиничний вектор, узятий уздовж замкненого контуру в напрямку зростання потенціалу  $\varphi$ . Водночас  $dx > 0 \rightarrow dl > 0$ . Далі помножимо одержану рівність скалярно на вектор  $d\vec{l} = dl \cdot \vec{e}_l$  і проінтегруємо результат по усьому контуру. Одержимо так званий контурний криволінійний інтеграл 2-го роду:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{L^-} d\varphi = -E_i, \quad (2.61)$$

де індекс « $\leftarrow$ » у символі контуру  $L^-$  означає, що під час інтегрування він проходиться в напрямку зростання потенціалу  $\varphi$ , протилежному до напрямку вектора  $\vec{E}$  напруженості електричного поля.

Як відомо, такі інтеграли (2.61) змінюють знак за зміни напрямку інтегрування. Тому якщо в інтегралі (2.61) змінити напрямок інтегрування, тобто взяти інтеграл уздовж контуру  $L = L^+$ , спрямованого вздовж вектора  $\vec{E}$ , то одержимо

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_i. \quad (2.62)$$

Із зіставлення виразів (2.59) і (2.62) з урахуванням визначення потоку  $\Phi$  вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  (2.25) випливає *друге рівняння Максвелла* в інтегральному вигляді:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (2.63)$$

Його зміст полягає в такому: усяка зміна магнітного поля збуджує в просторі вихрове електричне поле  $\vec{E}$ , яке відрізняється від електростатичного поля нерухомих зарядів тим, що його лінії напруженості замкнені, а циркуляція його вектора по замкненому контуру відмінна від нуля. Вона дорівнює швидкості зміни потоку індукції магнітного поля, що пронизує площу, обмежену цим контуром. Можна показати, що замкнені лінії індукованого електричного поля  $\vec{E}$  розміщені в площинах, перпендикулярних до ліній магнітного поля  $\vec{H}$  за правилом гвинта з лівою нарізкою (рис. 2.22). Це електричне поле існує в просторі незалежно від того, чи знаходиться в ньому провідник, чи ні. Наявність провідника дозволяє лише виявити це електричне поле за різницею потенціалів, що виникає на його кінцях, тобто провідник є лише індикатором наявності електричного поля.

Знак мінус у рівнянні Максвелла (2.63) відповідає правилу Ленца. За зростання потоку магнітного поля, що пронизує контур, напруженість індукованого електричного поля і струм зміщення спрямовані за правилом ручки лівообертового гвинта за його вгвинчування вздовж вектора  $d\vec{H}/dt$ , так щоб збуджене цим струмом магнітне поле, спрямоване за законом Біо – Савара – Лапласа (2.9),

(2.11) або за правилом звичайного правого гвинта, протидіяло полю  $d\vec{H}/dt$ .

Рівняння (2.58), (2.63) утворюють систему основних рівнянь Максвелла в інтегральній формі:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{\Sigma} \left( \vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}, \quad (2.64)$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}. \quad (2.65)$$

Їхній фізичний зміст полягає в тому, що змінне електричне поле і струм провідності породжують магнітне поле; змінне магнітне поле зі свого боку породжує електричне поле.

Однак виявляється, що для повного розрахунку електромагнітного поля, тобто трьох просторових координат кожного з чотирьох векторів  $\vec{E}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$  і  $\vec{B}$  цих двох скалярних рівнянь недостатньо. Тому їх доповнюють ще такими співвідношеннями:

$$\oiint_{\Sigma} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot dV, \quad (2.66)$$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (2.67)$$

$$\oiint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \cdot dV, \quad (2.68)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}, \quad (2.69)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{H}, \quad (2.70)$$

$$\vec{j}_{np} = \gamma \cdot \vec{E}. \quad (2.71)$$



Очевидно, що допоміжне рівняння Максвелла (2.66) має зміст теореми Остроградського – Гаусса: повний потік вектора електричної індукції  $\vec{D}$  крізь замкнену поверхню  $\Sigma$  дорівнює сумарній величині електричних зарядів, що охоплює ця поверхня. В аналогічному рівнянні (2.67) в правій частині стоїть нуль відповідно до того, що магнітних зарядів у природі не існує.

Наступне допоміжне рівняння Максвелла (2.68), як бачимо, є не що інше, як *закон збереження електричного заряду*: сила струму  $I$  або потік вектора  $\vec{j}$  густини струму крізь замкнену поверхню  $\Sigma$  назовні дорівнює швидкості зменшення величини електричного заряду всередині цієї поверхні.

Допоміжні рівняння Максвелла (2.69), (2.70) є відомими співвідношеннями між напруженостями електричного та магнітного полів і їх індукціями.

Останнє допоміжне рівняння Максвелла (2.71) має фізичний зміст *закону Ома в диференціальній формі*.

Використовуючи позначення векторного аналізу, теореми Стокса і Остроградського – Гаусса, *рівняння Максвелла можна подати в диференціальній формі*:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.72)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.73)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (2.74)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2.75)$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (2.76)$$

$$\vec{j}_{np} = \gamma \cdot \vec{E}. \quad (2.77)$$

### 2.6.3 Електромагнітні хвилі та їх застосування

Як випливає з рівнянь Максвелла, змінне в часі електричне поле збуджує в просторі вихрове магнітне поля. І навпаки, змінне в часі магнітне поле збуджує вихрове електричне поле. Тобто виникають взаємозв'язані змінні електричне і магнітне поля, що разом називають електромагнітним полем. Водночас створене спочатку в якійсь обмеженій області простору, таке електромагнітне поле поширюється потім на весь простір у вигляді хвильового процесу зі швидкістю світла  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  (рис. 2.23).

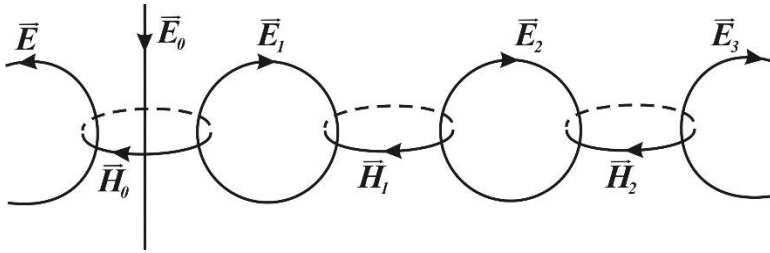


Рисунок 2.23 – Схема збудження електромагнітної хвилі

На цьому рисунку зображено поетапний процес переміщення електромагнітного поля в просторі. Спочатку в точці  $O$  якимось чином одноразово збуджується змінне електричне поле  $\vec{E}_0$ . За рівнянням (2.72) воно породжує вихрове магнітне поле  $\vec{H}_0$ , напрямком якого визначається за *правилом правого гвинта*. Змінне поле  $\vec{H}_0$  зі свого боку відповідно до закону (2.73) збуджує вихрове електричне поле  $\vec{E}_1$ , спрямоване за *правилом лівого гвинта*. Це поле  $\vec{E}_1$  породжує поле  $\vec{H}_1$  і так далі. Тобто відбувається переміщення в просторі електромагнітного поля.

Такий процес переміщення в просторі за просторовою координатою  $x$  взаємозалежних коливань у часі  $t$  називають *хвильовим*, або *хвилею*. У разі гармонійних коливань із циклічною частотою  $\omega$  хвильовий процес описується функцією (*рівнянням хвилі*):

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x), \quad (2.78)$$

де  $k$  – *хвильове число*;

$\varphi = \omega \cdot t - k \cdot x$  – *фаза хвилі*, що поширюється в просторі зі швидкістю

$$u = \omega / k, \quad (2.79)$$

яку одержуємо за диференціювання обраного значення фази хвилі за часом (*фазова швидкість*).

Водночас відстань  $\lambda$  між двома найближчими точками, коливання яких відбуваються в однаковій фазі, називають довжиною хвилі ( $k \cdot \lambda = 2\pi$ ), а час  $T$  повного коливання визначеної точки називають періодом коливань ( $\omega \cdot T = 2\pi$ ), так що

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2.80)$$

Тобто зміст хвильового числа  $k$  полягає в кількості разів вкладання *довжини хвилі*  $\lambda$  у числі  $2\pi$ .

У разі електромагнітної хвилі у вакуумі її швидкість традиційно позначають символом  $c$  (*швидкість світла*). Вона має таке числове значення:  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с.

Зі співвідношень (2.79), (2.80) випливає простий зв'язок між швидкістю, довжиною, періодом і частотою  $\nu = 1/T$  електромагнітної хвилі:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu. \quad (2.81)$$

Джерелом цього електромагнітного поля може бути, наприклад, диполь, що індуктивно збуджується зовнішньою ЕРС із частотою  $\omega$ . Він є найпростішою випромінювальною системою, що застосовується на практиці. Однак поле поблизу нього є дуже складним. Його аналіз у віддаленій точці, де диполь можна вважати точковим джерелом, становить великий практичний інтерес, тому що у віддалених точках усі джерела електромагнітного поля можна вважати точковими.

Отже, електромагнітне поле диполя у віддаленій зоні становить хвилю зі сферичним фронтом (*сферична хвиля*, що на нескінченності наближається до локально *плоскої хвилі*) із двома поперечними взаємно перпендикулярними векторами  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  (рис. 2.24). Її можна подати за допомогою двох синусоїд вигляду (2.78), що лежать у взаємно перпендикулярних площинах. Одна з них є коливанням вектора  $\vec{E}$ , інша – вектора  $\vec{H}$ :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot r) \cdot \vec{e}_E, \\ \vec{H} &= \vec{H}_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot r) \cdot \vec{e}_H, \end{aligned} \quad (2.82)$$

де  $\vec{E}_m$ ,  $\vec{H}_m$  – векторні амплітуди хвилі, що є сталими у визначеному напрямку  $\vec{r}$ ;

$\vec{e}_E$ ,  $\vec{e}_H$  – взаємно ортогональні одиничні вектори, які з радіус-вектором  $\vec{r}$  утворюють праву трійку векторів.

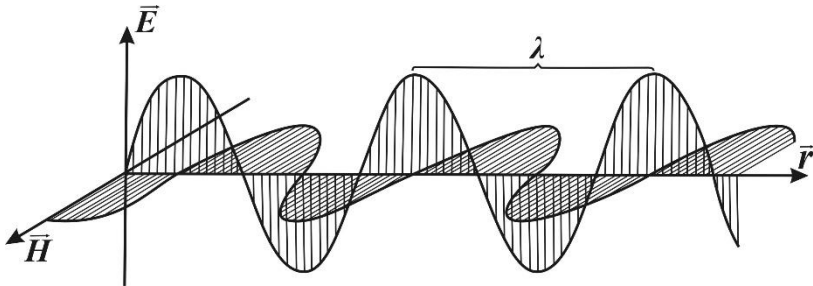


Рисунок 2.24 – Графічне зображення плоскої електромагнітної хвилі

У разі абсолютно сталих векторних амплітуд  $\vec{E}_m$ ,  $\vec{H}_m$  хвилі (2.82) вона є *плоскою хвилею*, фазовий фронт якої є площиною, ортогональною до напрямку її поширення.

Напрямок поширення хвилі можна визначити за правилом правого гвинта: якщо гвинт обертати від вектора  $\vec{E}$  до вектора  $\vec{H}$ , то він буде рухатися в напрямку поширення хвилі.

Електромагнітні хвилі існують у широкому діапазоні довжини хвилі і частоти. Водночас зв'язок між довжиною електромагнітної хвилі  $\lambda$ , швидкістю її поширення  $c$  і її частотою  $\nu$  визначається за формулою (2.81)  $\nu = c / \lambda$ .

Ще на початку минулого століття вже була можливість одержувати весь *спектр електромагнітних хвиль* від наддовгих до надкоротких. Вони відрізняються за властивостями, способами одержання і сферами застосування. Усю цю шкалу умовно поділяють на декілька діапазонів, наведених у таблиці 2.1. Хоча варто зазначити, що встановлені між ними границі дещо умовні. Наприклад, електромагнітні хвилі довжиною порядку  $10^{-4}$  м, що традиційно відносяться до інфрачервоного теплового випромінювання, можуть бути одержані також

на сучасних технічних засобах, тобто їх необхідно називати ультраНВЧ-випромінюванням.

Зазначимо, що одним із методів експериментального визначення швидкості поширення електромагнітного випромінювання (світла) є створення в двопровідній лінії стоячої хвилі відомої частоти й у вимірюванні довжини півхвилі, як відстані між найближчими її вузлами або пучностями.

Важливою обставиною є те, що ця двопровідна лінія замкнена провідним містком. Тому в цьому місці знаходиться вузол напруги, в якому змінюється фаза коливань. Водночас у двох проводах лінії встановлюються стоячі хвилі в протифазі (зі зсувом за фазою на  $\pi$ ), що дозволяє більш зручно знаходити місця розміщення інших вузлів за вимірювання різниці потенціалів між ними.

**Таблиця 2.1 – Розподіл спектра електромагнітних коливань за довжиною хвилі й частотою, назви окремих діапазонів, сфера їх практичного застосування**

Довжина, $\lambda$ , м	Частота $\nu = 1/T$ , Гц	Назва	Основні джерела випромінювання, застосування
1	2	3	4
$10^7 - 10^4$	$3 \cdot 10^1 - 3 \cdot 10^4$	Наддовгі	Генератор змінного струму, <i>енергетика</i>
$10^4 - 10^3$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$	Довгі радіохвилі	Колівальний контур у макроскопічній системі, вібратор,  <i>радіотехніка, радіолокація, мобільний зв'язок</i>
$10^3 - 10^2$	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	Середні радіохвилі	
$10^2 - 10^1$	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	Короткі радіохвилі	

Продовження таблиці 2.1

1	2	3	4
$10^1 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^9$	Ультракороткі	
$10^{-1} - 10^{-3}$	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{11}$	НВЧ	Резонатор НВЧ, рупори, параболічні антени, <i>радіолокація, медичні, побутові прилади</i>
$10^{-3} - 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{14}$	Інфрачервоне випромінювання	Випромінювання молекул і атомів, <i>побутові прилади, оптична апаратура</i>
$10^{-6} - 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{15}$	Видиме світло	
$10^{-7} - 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{15} - 3 \cdot 10^{17}$	Ультрафіолетове випромінювання	Випромінювання атомів, <i>медична апаратура</i>
$10^{-9} - 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{21}$	Рентгєнівське випромінювання	Атомні процеси
$10^{-12} - 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{20} - 3 \cdot 10^{22}$	Гамма-випромінювання	Ядерні процеси, радіоактивний розпад
$\leq 10^{-14}$	$\geq 3 \cdot 10^{22}$	Космічні промені	

### Контрольні запитання до самоперевірки

1 У чому полягає гіпотеза Максвелла про електричний струм зміщення? Яким чином він зв'язаний із напруженістю електричного поля?

2 Чи можна вважати, що електричний струм провідності проходить крізь конденсатор? Який фізичний зміст має електричний струм зміщення?

3 У чому полягає основна, істотна, відмінність струму зміщення від струму провідності? Де можна спостерігати струм зміщення?

4 Як співвідносяться за фазою змінні періодичні струми провідності та зміщення?

5 Яке магнітне поле збуджує в навколишньому просторі змінне електричне поле? За яким правилом визначається його напрямок?

6 Яке електричне поле збуджує в навколишньому просторі змінне магнітне поле? За яким правилом визначається його напрямок?

7 Який вигляд мають перше та друге основні рівняння Максвелла в інтегральній (диференціальній) формі?

8 Який вигляд має допоміжне рівняння Максвелла для вектора електричної індукції – теорема Остроградського – Гаусса в інтегральній (диференціальній) формі?

9 Який вигляд має допоміжне рівняння Максвелла для вектора магнітної індукції в інтегральній (диференціальній) формі?

10 Який вигляд має допоміжне рівняння Максвелла – закон збереження електричного заряду в інтегральній (диференціальній) формі?

11 Який вигляд мають допоміжні рівняння Максвелла – співвідношення між напруженостями електричного та магнітного полів і їх індукціями?

12 3 якою швидкістю поширюються електромагнітні коливання в просторі? Наведіть формулу фазової швидкості хвилі. Як її одержують?



13 Який процес називають хвильовим? Наведіть його рівняння.

14 Наведіть формулу зв'язку частоти та довжини хвилі електромагнітної хвилі. У чому полягає зміст хвильового числа  $k$  ?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ 3651.0-97. Основні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та положення.– Київ : Держстандарт України, 1998. – 9 с.
2. ДСТУ 3651.1-97. Похідні одиниці фізичних величин міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення. – Київ : Держстандарт України, 1998. – 76 с.
3. ДСТУ 3651.2-97. Фізичні сталі та характеристичні числа. Основні положення, позначення, назви та значення. – Київ : Держстандарт України, 1998. – 13 с.
4. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. – Київ : Держстандарт України, 1998. – 68 с.
5. ДСТУ 1.5:2003. Правила побудови, викладання, оформлення та вимоги до змісту нормативних документів. – Київ : Держспоживстандарт України, 2003. – 141 с.
6. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики : у 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм. – Київ : Техніка, 2006. – 360 с.
7. Дідух Л. Д. Загальна фізика. Електрика та магнетизм : підручник / Л. Д. Дідух. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2020. – 464 с.
8. Лапта С. І. Електрика та магнетизм навчальної дисципліни «Фізика» : навчальний посібник / С. І. Лапта. – Харків : Вид-во ХНЕУ, 2009. – 169 с.
9. Кармазін В. В. Курс загальної фізики / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – 786 с.
10. Палехін В. П. Курс фізики : підручник / В. П. Палехін. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2013. – 516 с.

11. Пойда В. П. Загальна фізика : конспект лекцій / В. П. Пойда. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. – 280 с.
12. Курс фізики : у 3 т. / Б. М. Яворський, А. А. Детлаф, Л. Б. Милковська, Г. П. Сергєєв. – Київ : Вища школа, 1970. – Т. 2. – 356 с.
13. Вакарчук С. О. Фізика : підручник / С. О. Вакарчук, Т. М. Демків, С. В. Мягкота. – Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2010. – 458 с.
14. Чолпан П. П. Фізика / П. П. Чолпан. – Київ : Вища школа, 2004. – 567 с.
15. Воловик П. М. Курс фізики для університетів : навч. посіб. / П. М. Воловик. – Київ ; Ірпінь : Перун, 2005. – 864 с.

Електронне навчальне видання

**Шкурдода Юрій Олексійович,  
Пасько Ольга Олександрівна,  
Шпетний Ігор Олександрович**

**ФІЗИКА.  
ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ**

Навчальний посібник

Редактор Н. З. Клочко  
Комп'ютерне верстання К. О. Бут

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 10,23. Обл.-вид. арк. 8,74.

Видавець і виготовлювач  
Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.