



---

## Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique ?

*Functions of two auxiliary educational systems aiming to support students with  
difficulties during mathematical problem solving*

**Laurent Theis, Marie-Pier Morin, Jeanette Tambone, Teresa Assude,  
Jeanne Koudogbo et Karine Million-Faure**

---



### Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/adsc/763>

DOI : 10.4000/adsc.763

ISSN : 2804-2514

### Éditeur

IREM de Strasbourg

### Édition imprimée

Date de publication : 13 octobre 2016

Pagination : (9-37)

ISSN : 0987-7576

### Référence électronique

Laurent Theis, Marie-Pier Morin, Jeanette Tambone, Teresa Assude, Jeanne Koudogbo et Karine Million-Faure, « Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique ? », *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* [En ligne], 21 | 2016, mis en ligne le 30 octobre 2022, consulté le 05 novembre 2022. URL : <http://journals.openedition.org/adsc/763> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/adsc.763>

---

**THEIS, LAURENT; MORIN, MARIE-PIER; TAMBONE, JEANETTE; ASSUDE, TERESA; KOUDOGBO, JEANNE; MILLON-FAURE, KARINE**

**QUELLES FONCTIONS DE DEUX SYSTEMES DIDACTIQUES  
AUXILIAIRES DESTINES A DES ELEVES EN DIFFICULTE LORS DE LA  
RESOLUTION D'UNE SITUATION-PROBLEME MATHEMATIQUE ?**

**Abstract. Functions of two auxiliary educational systems aiming to support students with difficulties during mathematical problem solving.** Solving mathematical problems is a major challenge for students with difficulties. In this article, we examine an assistance system tested by an elementary school teacher during a two-year collaborative research. This system consists of setting up two auxiliary educational systems (AES), in the form of a work session with the students presumed by the teacher to be having trouble, that is held prior to the solving of the problem with the whole class and another work session held after the solving of the problem. Within the AES, the teacher explains the problem to the students, and discusses concepts with the student regarded as prerequisites by the teacher. In the AES held after the solving of the problem, the teacher revisits the institutionalisation made with the whole class. In this article, we analyze the potential functions of our assistance system through the triple dimensions identified by Sensevy et al. (2000): Chronogenesis, mesogenesis and topogenesis.

**Résumé.** Résoudre des situations-problèmes mathématiques constitue un défi important pour les élèves en difficulté. Dans cet article, nous analysons un dispositif d'aide mis en œuvre par une enseignante dans le cadre d'une recherche collaborative. Ce dispositif consiste en la mise sur pied de deux systèmes didactiques auxiliaires (SDA). Le premier SDA prend la forme d'une rencontre de travail avec les élèves présumés en difficulté qui a lieu avant la résolution de la situation-problème en classe. Durant ce SDA, l'enseignante présente la consigne et discute de concepts qu'elle considère être des prérequis pour travailler sur la situation-problème. Au cours du SDA réalisé après la résolution de la situation-problème en classe, l'enseignante revisite l'institutionnalisation avec les élèves en difficulté. Dans cet article, nous analysons les fonctions de ces SDA à travers le triplet des genèses de Sensevy et al. (2000): chronogenèse, mésogenèse et topogenèse.

**Mots-clés.** Situation-problème, élève en difficulté, dispositif d'aide, mathématiques,

---

### **Introduction**

La résolution de situations-problèmes mathématiques est au cœur de l'activité du mathématicien et de l'apprentissage des mathématiques. Dans les programmes de formation québécois, la compétence à résoudre des situations-problèmes est une compétence centrale à travailler avec les élèves au primaire (MELS, 2003). La résolution de situations-problèmes y est également un outil privilégié à travers lequel l'enseignant fait travailler différents concepts mathématiques. Or, la

résolution de situations-problèmes peut être un défi particulièrement important pour des élèves dits "en difficulté". Tel est le constat de départ d'une équipe de huit enseignantes d'une école primaire qui a mené à l'élaboration d'une recherche collaborative centrée sur les conditions favorables à l'engagement dans une situation-problème et l'apprentissage des concepts visés, pour des élèves en difficulté scolaire en mathématiques.

De manière générale, les travaux de recherche qui s'intéressent aux élèves en difficulté en mathématiques peuvent être regroupés en deux catégories différentes (Giroux, 2014). Un premier courant de recherche, surtout anglo-saxon, s'intéresse à la caractérisation des processus cognitifs déficients et travaille dans une optique de remédiation aux difficultés des élèves. Un deuxième courant de recherche, surtout francophone, aborde cette question à travers l'étude des relations entre enseignement et apprentissage par l'intermédiaire des situations, des contrats et des institutions (Brousseau, 1980 ; Chevallard, 1999 ; Sarrazy, 2002). Ce courant aborde les difficultés des élèves de manière systémique, puisqu'il les situe à l'intérieur des conditions dans lesquelles elles apparaissent. Nos travaux s'inscrivent dans ce deuxième courant. Par ailleurs, nous abordons la problématique des élèves en difficulté dans une optique de développer leur potentiel mathématique (Mary, Squalli et Schmidt, 2008). Dans ce sens, nous partons de l'hypothèse que le travail sur les situations-problèmes mathématiques complexes peut être bénéfique aux élèves en difficulté.

Lors d'une des rencontres au début du projet, Sylvie, une enseignante du deuxième<sup>1</sup> cycle du primaire, a proposé un dispositif particulier, qui visait à rencontrer les élèves en difficulté en petit groupe avant la résolution de la situation-problème en classe afin de leur présenter la consigne. L'expérimentation de cette mesure d'aide a fait l'objet d'une analyse détaillée (Theis et al., 2014) qui a révélé quatre fonctions potentielles différentes de ce dispositif pour l'élève en difficulté. Nous allons revenir sur ces fonctions dans la suite de cet article. Dans une deuxième étape, une nouvelle version du dispositif d'aide a été expérimentée par Sylvie et une autre enseignante du deuxième cycle, Amélie (Assude et al., 2016). Toutefois, la situation-problème travaillée dans cette expérimentation est de nature différente de celle de la première expérimentation, les discussions dans le cadre du dispositif d'aide ont plutôt consisté à réaliser la première étape de la situation-problème, qui en comportait plusieurs. Malgré ces différences de contenu et de structure, nous avons pu constater la présence des mêmes fonctions du dispositif d'aide.

---

<sup>1</sup> Élèves âgés de 9 à 11 ans.

Dans le cadre de cet article, nous allons analyser une troisième mise en œuvre de notre dispositif d'aide réalisée par Manon, une enseignante de troisième cycle<sup>2</sup> du primaire. Comme nous allons le voir, les objets abordés dans le dispositif d'aide lors de cette expérimentation sont différents de ceux des deux expérimentations précédentes. En effet, Manon a décidé de travailler sur des objets de savoir anciens lors de la rencontre avec les élèves en difficulté, objets dont elle considère la maîtrise comme étant nécessaire pour pouvoir s'engager dans la situation-problème proposée. Manon introduit également un dispositif d'aide supplémentaire, puisqu'elle a rencontré en petites équipes les élèves en difficulté après la résolution de la situation-problème en classe afin de revenir avec eux sur les concepts travaillés. Le but de cet article est alors double. Tout d'abord, nous souhaitons mettre à l'épreuve notre modèle théorique constitué par les différentes fonctions de ce type de dispositif d'aide qui se situe en amont du travail en classe entière. Dans ce contexte, nous sommes surtout à la recherche des éléments de stabilité à travers des mises en œuvre portant sur des objets différents. Par ailleurs, nous allons analyser les fonctions qui se dégagent du dispositif d'aide mis en place après la résolution en classe de la situation-problème. Dans une première section, nous allons expliciter le modèle théorique qui est à la base de nos analyses et décrire de manière détaillée les fonctions qui se sont dégagées dans les mises en œuvre précédentes. Nous allons présenter et analyser a priori, dans une deuxième section, la situation-problème présentée par Manon. Une troisième section permettra de présenter un synopsis de la mise en œuvre en classe ainsi que des dispositifs d'aide. La quatrième section servira à analyser les fonctions de ces nouveaux dispositifs d'aide tels qu'ils se présentent dans cette expérimentation-ci et la dernière section à discuter les résultats.

### **1. Modèle théorique du dispositif d'aide**

Nous allons modéliser le regroupement des élèves dits en difficulté avant et après la résolution de la situation-problème en classe sous forme de système didactique auxiliaire (SDA). En effet, en suivant les travaux de Chevallard (1995), l'espace d'étude est caractérisé par des systèmes didactiques principaux (SDP), les classes par exemple, et de SDA qui aident à l'étude. Les systèmes didactiques auxiliaires dépendent des SDP, notamment à travers les enjeux de savoir des SDP qui pilotent également les SDA. Comme l'a souligné Tambone (2014), un des objectifs des SDA est de redonner une valeur scolaire et sociale à l'élève. Cependant, cet objectif n'est souvent pas atteint, notamment parce que les SDA mis en place travaillent sur des enjeux de savoirs obsolètes dans la classe. Les analyses précédentes de notre dispositif (Theis et al., 2014, Assude et al., 2016) ont révélé que le regroupement

---

<sup>2</sup> Élèves âgés de 11 à 12 ans.

mis en place dans le cadre de notre recherche évite cette "pathologie du système" (Tambone, 2014), puisqu'il a lieu en amont du travail en classe.

Nous avons modélisé les fonctions de notre dispositif d'aide autour du triplet des genèses tel que décrit par Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2000), pour qui,

- « au sein du système didactique, le professeur doit agir (définir, réguler, dévaluer, instituer) pour :
- produire les lieux du professeur et de l'élève (effet de topogenèse) ;
  - produire les temps de l'enseignement et de l'apprentissage (effet de chronogenèse) ;
  - produire les objets des milieux des situations et l'organisation des rapports à ces objets (effet de mésogenèse) » (p.267).

Les premières analyses ont révélé des fonctions potentielles de notre dispositif. Tout d'abord, la fonction chronogénétique se manifeste surtout par le fait que l'élève en difficulté qui participe au dispositif rencontre la situation-problème avant les autres élèves. De ce fait, ces élèves savent davantage, et avant les autres élèves, de quoi il sera question lors de la résolution en classe de la situation-problème. Par ailleurs, ils disposent de plus de temps dans le système didactique auxiliaire pour entrer dans le milieu de la situation-problème. En disposant de ces connaissances, il deviendrait alors plus facile pour l'élève en difficulté qui a participé au système didactique auxiliaire, de prendre sa place d'élève dans le système didactique principal. C'est la fonction topogénétique, que nous avons observée à travers l'engagement des élèves en difficulté dans la tâche dans le SDP ainsi que leurs interventions en grand groupe. Finalement, la fonction mésogénétique permet aux élèves en difficulté de construire le milieu initial avant les autres élèves de la classe. Toutefois, nous avons constaté que, si cette fonction est importante, elle est difficile à tenir pour l'enseignant. Dans les deux expérimentations que nous avons menées, les situations proposées dans le SDA n'offraient pas de rétroaction directe aux élèves. Lors de la première expérimentation (Theis et al., 2014), il s'agissait d'anticiper ce qu'il serait possible de faire lors de la résolution en classe de la situation problème. Dans la deuxième mise en œuvre (Assude et al., 2016), les élèves en difficulté travaillaient, dans le SDA, sur la première étape d'une situation de communication. La tâche dans le SDP consistait à décrire une figure géométrique simple à un partenaire qui ne voit pas cette figure et qui doit ainsi la reproduire. Dans le SDA, l'enseignante demandait uniquement aux élèves de décrire une première figure, sans que ceux-ci puissent voir l'effet de leur description à travers la reproduction par un autre élève de la figure, bloquant ainsi la rétroaction que la reproduction aurait pu fournir.

Comme nous l'avons argumenté de manière plus détaillée ailleurs (Assude et al., soumis), nous avons constaté que le temps didactique n'avance pas dans les dispositifs expérimentés. Ce constat est d'ailleurs cohérent avec celui de Tambone

(2014), pour qui l'absence d'avancement du temps didactique est une caractéristique commune à l'ensemble des systèmes didactiques auxiliaires. De manière générale, cette rétention pour empêcher l'avancement du temps didactique nous semble importante, pour éviter que certains élèves du groupe ne soient en avance sur celui de la classe et puissent ainsi empêcher le bon déroulement de la situation-problème en classe. Toutefois, même si le temps didactique n'avance pas en tant que tel dans le SDA, nous allons montrer dans cet article que notre dispositif joue un rôle important pour synchroniser les élèves en difficulté avec le temps didactique de la classe.

Au cours de la nouvelle expérimentation qui sera décrite dans le présent article, l'enseignante a également décidé de mettre en œuvre un SDA après la réalisation en classe de la situation-problème. Pour l'analyse de ce dispositif, nous allons également nous servir du triplet des genèses, tout en faisant des parallèles avec un type de situations que Perrin-Glorian (1994) appelle des « situations de rappel ». À partir de son travail dans des classes majoritairement composées d'élèves en difficulté, Perrin-Glorian (1994) a identifié deux types de situation de rappel, dont un premier qui permet de faire un retour sur un problème et un deuxième qui porte sur une suite de problèmes sur un même thème. Vu la nature isolée de la tâche proposée dans notre expérimentation, ce seront les situations de rappel de type 1 qui nous intéressent particulièrement ici. Celles-ci permettent à la fois une institutionnalisation locale et une dévolution après coup. Elles sont réalisées un ou plusieurs jours après une situation d'action et permettent alors un retour sur le problème :

« En essayant de dire collectivement ce qui s'est passé, quel problème a été traité, les élèves sont amenés à repenser le problème, les procédures de traitement envisagées dans la classe. Les élèves qui ne se sont pas construits une représentation mentale lors de la phase d'action trouvent là une nouvelle occasion et une raison de le faire puisqu'ils vont devoir parler de ce qui s'est passé et le décrire sans pouvoir agir à nouveau » (*Ibid.*, p. 140).

Nous allons argumenter dans l'analyse du SDA réalisé à la suite du SDP quels sont les éléments qui rapprochent notre dispositif de ces situations de rappel.

## **2. Éléments méthodologiques**

Dans le cadre de notre projet de recherche, nous avons accompagné les enseignantes dans la planification, l'expérimentation et l'analyse des situations-problèmes mathématiques ainsi que dans la mise en place des mesures d'aide destinées aux élèves signalés comme étant en difficulté par leur enseignante. Notre recherche est collaborative, au sens de Desgagné et al. (2013), puisqu'il s'agit d'une

recherche "avec" les enseignantes et non d'une recherche "sur" les enseignantes. Une des visées centrales de la recherche collaborative est de "rapprocher les préoccupations du "monde de la recherche" et celles du "monde de la pratique" (Bednarz, 2013, p. 7). À la base de ces recherches se trouve un postulat fort que le savoir expérientiel d'un enseignant est valide et pertinent et que son articulation avec des savoirs issus de la recherche permet de faire le pont entre théorie et pratique. Au centre de cette approche de recherche se trouve un enjeu de double vraisemblance de la recherche qui en résulte : vraisemblance à la fois pour le milieu de la recherche et les critères qui lui sont propres et vraisemblance pour le milieu de la pratique, avec ses enjeux et contraintes.

Ainsi, les enseignantes ont été étroitement impliquées dans les différentes étapes du processus de recherche. Tout d'abord, la mesure d'aide documentée dans cet article a été initialement proposée par une des enseignantes qui ont participé au projet. Elle provient donc au départ du milieu pratique. Au cours de la recherche, nous avons accompagné les enseignantes dans la planification et la réalisation de la situation-problème expérimentée et des mesures d'aide. A la suite de la mise en œuvre en classe, nous avons fait un premier travail d'analyse avec l'enseignante à travers un visionnement conjoint (enseignante et chercheur) des bandes vidéo. Des extraits de l'expérimentation de chacune des expérimentations ont ensuite été présentés et discutés dans le cadre de séminaires auxquels l'ensemble des acteurs du projet ont participé. Finalement, les analyses scientifiques que nous décrivons dans cet article ont été soumises à l'enseignante participante et discutées afin d'en vérifier la validité du point de vue d'une praticienne.

Différents types de données ont été pris en compte pour les analyses qui ont mené à cet article : (1) les enregistrements vidéo des mises en œuvre par l'enseignante ainsi que leurs transcriptions, (2), le contenu de courtes entrevues réalisées avec l'enseignante avant et après chacune des périodes de travail avec les élèves, (3) le contenu des discussions avec les enseignantes dans le cadre des séminaires ainsi que des visionnements communs.

### **3. Problème mathématique et corpus de données**

Dans cette section, nous allons tout d'abord décrire et analyser la tâche proposée par Manon dans le SDP. Ensuite, nous allons présenter le déroulement des deux SDA, celui réalisé avant le SDP, que nous nommerons SDA pré et celui mis en œuvre après le SDP, que nous nommerons SDA post.

### 3.1. Tâche proposée dans le SDP

Comme l'explique Manon, la tâche proposée dans le SDP concerne la formule de l'aire d'un triangle, qui est jusque-là inconnue des élèves.

"La formule de l'aire du triangle. Ils ne connaissent pas. Ils connaissent la formule de l'aire du carré. C'est-à-dire ils savent comment faire l'aire du carré ou d'un quadrilatère, comme rectangle ou carré. Mais l'aire du triangle ils n'ont pas vu, [alors] c'est de découvrir l'aire du triangle."

Le SDP se déroule en plusieurs moments, sur deux périodes différentes. Tout d'abord, la première tâche proposée par Manon consiste à dessiner un triangle d'une aire de  $18 \text{ cm}^2$  sur du papier quadrillé qu'elle leur fournit. Ce travail se réalise en équipe de quatre élèves environ, formés par l'enseignante de manière à ce que dans chaque groupe, on retrouve des élèves de niveau similaire. Ainsi, les quatre élèves qui ont participé au dispositif d'aide du SDA se retrouvent dans la même équipe.

Au niveau conceptuel, la tâche de dessiner un triangle de  $18 \text{ cm}^2$ , sans connaître la formule de l'aire est loin d'être anodine. En effet, une tâche plus classique aurait pu consister à demander aux élèves de déterminer l'aire d'un triangle déjà inscrit dans un quadrillage par l'enseignante. Cette tâche aurait alors nécessité une reconnaissance du concept d'aire comme étant la mesure d'une surface ainsi qu'un dénombrement des différents carrés et portions de carrés qui se trouvent à l'intérieur des limites de la figure<sup>3</sup>. Or ce n'est pas la tâche que Manon a choisie pour démarrer sa situation-problème.

La tâche de construire un triangle dont l'aire mesure exactement  $18 \text{ cm}^2$  va bien au-delà de la mesure d'aire d'un triangle donné. En effet, sans pouvoir recourir à la formule d'aire, on peut supposer que la plupart des élèves vont d'abord tenter d'approcher, par essais-erreurs, la mesure d'aire demandée du triangle. Par contre, tous les types de triangles ne se prêtent pas facilement à cette tâche. Tout d'abord, pour ne pas trop compliquer la tâche, il est important d'aligner au moins un des côtés du triangle, et idéalement deux côtés, avec les lignes d'un quadrillage, ceci permettant de réduire le nombre de carrés qui ne sont recouverts que partiellement. Ensuite, le recours à un triangle rectangle permet d'aligner deux côtés du rectangle avec la grille, ce qui réduit encore le nombre de carrés partiels. Finalement, c'est le triangle rectangle isocèle dont deux des côtés mesurent exactement  $6 \text{ cm}$  qui permet le plus facilement de mener à terme la tâche, puisque la surface sera

---

<sup>3</sup> Avant cette situation-problème, les élèves savaient mesurer l'aire d'une surface par recouvrement, à l'aide d'unités non conventionnelles, et savaient mesurer l'aire d'un carré et d'un rectangle (par recouvrement et par la formule) à l'aide d'unités conventionnelles.



recouverte uniquement de carrés entiers et de demi-carrés. La construction d'autres types de triangles est possible, mais plus ardue dans une démarche où on essaie de s'approcher d'une aire de  $18 \text{ cm}^2$  par une démarche d'essai-erreur, notamment parce qu'il devient plus difficile de déterminer exactement à quelle fraction de l'unité de mesure correspondent chacun des morceaux de carrés.

Ensuite, la deuxième tâche proposée demande aux élèves de déterminer l'aire de cinq triangles différents qui sont dessinés sur une fiche. Il est à noter que, contrairement à la tâche précédente, Manon ne fournit pas dès le départ un quadrillage aux élèves, qui permettrait de procéder rapidement par dénombrement. Par contre, la consigne "En utilisant les stratégies de ton choix, trouve l'aire des triangles suivants" laisse la porte ouverte au dessin d'un quadrillage par les élèves ou encore à la superposition des différents triangles sur un quadrillage. Bien sûr, lors du recours à cette stratégie, il est à nouveau nécessaire d'aligner la grille avec un des côtés du triangle, afin de rendre les carrés facilement dénombrables.

Il est également à noter que les triangles n'ont pas été choisis au hasard. Les deux premiers triangles, plus grands, ont la même aire et il en est de même pour les trois derniers triangles, plus petits. Même si Manon ne nous a pas explicitement justifié ce choix, cette configuration permettrait toutefois de constater que des triangles qui ont en commun les dimensions d'une base et de la hauteur qui y est associée auront la même aire.

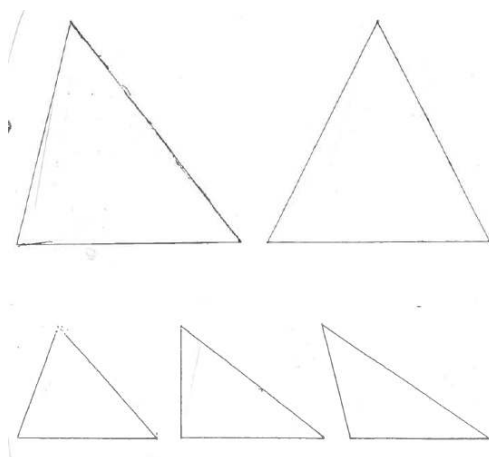


Figure 1: triangles proposés dans le SDP

Au-delà du recouvrement des différents triangles par un quadrillage, d'autres techniques peuvent également être utilisées pour déterminer l'aire des différents triangles. Ainsi, ces triangles peuvent être inscrits dans des rectangles de même

base et de même hauteur de manière à pouvoir constater que l'aire du triangle correspond alors à la moitié de l'aire du carré ou du rectangle. Cette technique est a priori plus facile pour certains triangles, notamment le triangle rectangle, et plus difficile pour d'autres triangles, puisque le constat que le triangle correspond à la moitié du rectangle est plus difficile à visualiser à partir de la transformation géométrique de la figure.

Lors de la mise en œuvre en classe des deux tâches, des moments de travail en groupes de niveau similaire de 4 à 5 élèves et de retour en grand groupe se sont alternés tout au long des deux séances. Le tableau 1 constitue un synopsis de ces différents moments dans la classe de Manon. Nous y avons également inclus les principales techniques sur lesquelles ont travaillé l'équipe d'élèves qui ont participé au SDA afin de donner au lecteur une vue d'ensemble du déroulement des deux séances.

Etapas	Types de tâche, techniques et quelques éléments de gestion didactique	Modes de travail
1	Présentation du matériel : règle, crayon, cahier de maths, feuille quadrillée Tâche 1 : « Sur la feuille quadrillée, tu dois dessiner un triangle qui mesure $18\text{cm}^2$ » Reprise des objets anciens : « Qu'est-ce que vous ne connaissez pas ? »	Collectif Oral et écrit au tableau (6 min. 30)
2	Tâche 1 : Le groupe ciblé arrive à dessiner un triangle rectangle d'aire $18\text{cm}^2$ , ainsi que la plupart des autres groupes. La technique utilisée est celle « dessiner un triangle rectangle sur une feuille quadrillée et dénombrer des carrés ou demi-carrés »	Groupes (17 min. 30)
3	Mise en commun. Présentation de la technique précédente	Collectif (3 min.)
4	Tâche 2 : trouver la mesure de l'aire de cinq triangles dessinés sur une feuille blanche Le groupe ciblé essaie de décalquer la feuille quadrillée à l'intérieur des triangles (ou de faire un quadrillage) pour pouvoir dénombrer les carrés d'un $\text{cm}^2$ . La plupart des groupes utilisent la technique « décalque du quadrillage et dénombrement des carrés »	Groupes, (28 min. 30)

5	<p>Mise en commun au tableau</p> <p>Point sur les techniques utilisées par les groupes : la technique précédente et la technique « compléter le triangle par un rectangle ou un carré, calculer l'aire de ces figures et diviser par deux » sont écrites au tableau</p>	<p>Collectif (11 min. 15)</p>
6	<p>Reprise de la tâche 2 dans les différents groupes</p> <p>Evolution des techniques vers la technique "compléter le triangle par un carré ou un rectangle"</p>	<p>Groupes (16 min. 30)</p>
7	<p>Mise en commun au tableau</p> <p>La formule de l'aire d'un triangle apparaît instanciée aux cas particuliers étudiés.</p> <p><b>Fin de la première séance</b></p>	<p>Collectif (8 min. 15)</p>
8	<p><b>Début de la deuxième séance</b></p> <p>Retour sur les cas particuliers étudiés lors de la dernière séance et sur la technique "compléter le triangle par un rectangle ou un carré, calculer l'aire de ces figures et diviser par 2.</p> <p>Consigne pour le travail en groupes: "Calculer l'aire des triangles sur la feuille qui n'ont pas encore été complétés et trouver une formule qui va nous permettre de calculer l'aire de n'importe quel triangle"</p>	<p>Collectif (6 min.15)</p>
9	<p>Reprise de la tâche 2 dans les différents groupes</p> <p>Manon spécifie dans le groupe ciblé qu'on veut trouver l'aire des triangles sans avoir recours au grillage. Au début, proposition récurrente par Daniel d'inscrire chaque triangle dans un parallélogramme. Ensuite, Manon dirige les élèves vers la transformation du parallélogramme en rectangle, inscrivant ainsi le triangle dans un rectangle.</p> <p>Les autres équipes travaillent sur la technique d'inscrire le triangle dans un rectangle.</p>	<p>Groupes (41 min. 30)</p>
10	<p>Mise en commun au tableau</p> <p>Objectif annoncé : "formaliser avec une formule". Disparition de l'obligation d'inscrire le triangle dans un</p>	<p>Collectif (8 min. 45)</p>

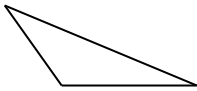
	<p>rectangle. Il suffit de trouver la base et une hauteur.</p> <p>Institutionnalisation de la formule : aire du triangle = base x hauteur / 2.</p> <p>Application de la formule à un cas particulier</p> 	
--	--	--

Tableau 1 – Synopsis des deux séances du SDP

Lors du déroulement en classe, il est à noter qu'il y a eu un certain glissement dans les consignes de Manon à l'intention des élèves. Ainsi, les consignes écrites de la deuxième tâche demandent explicitement aux élèves de déterminer l'aire d'un triangle précis. Or, à partir du début de la deuxième séance, la demande de Manon glisse progressivement vers la demande de "trouver une formule qui permet de trouver l'aire de n'importe quel triangle", et qui dépasse donc la consigne initiale.

#### 4. Description du SDA pré

Lors de cette expérimentation, quatre élèves, sélectionnés par Manon, participent au SDA pré, qui est d'une durée totale de 12 minutes. Comme ces élèves participent pour la première fois à ce type de SDA et que ce dispositif est donc nouveau pour eux aussi, Manon offre, d'entrée de jeu, une légitimation du dispositif. Cette légitimation s'appuie d'abord sur le processus de recherche.

"Cet après-midi, j'ai voulu faire une expérience spéciale que je n'ai jamais faite avec mes élèves avant de commencer une situation-problème."

Ensuite, Manon justifie le dispositif en faisant référence à des éléments qui concernent plus spécifiquement le groupe d'élèves sélectionnés et les raisons qui ont amené ce choix.

"On fera l'affaire ensemble avec tout le monde demain, mais vous allez en avoir entendu parler. Mais je trouve ça intéressant de faire ça avec vous [...], parce qu'on se rend compte que lorsqu'on n'est qu'un petit groupe, on est capable d'aller chercher des affaires que quand on est en grand groupe, on a de la misère à vous concentrer, puis à être capable de saisir ce qui se passe. Vous vous laissez un peu porter par eux-autres. Ça arrive souvent. [...] Là, juste le fait que vous être tous les quatre, vous allez déjà avoir une idée de ce qu'est la situation."

Plusieurs raisons sont alors invoquées par Manon. Tout d'abord, elle indique aux élèves qu'ils auront déjà "entendu parler" de la situation-problème, avant les autres. Elle pointe là de manière explicite la fonction chronogénétique que nous avons identifiée dans les analyses antérieures. Ensuite, elle invoque également les avantages de travailler en petit groupe : la possibilité de mieux se concentrer et de mieux comprendre ce qui se passe. Finalement, elle invoque également l'argument qu'habituellement en classe, les quatre élèves ont tendance à se laisser porter par les autres élèves. Elle fournit alors indirectement une raison pour laquelle ces élèves ont été sélectionnés pour le SDA.

Par la suite, Manon annonce aux élèves la situation qu'ils auront à travailler le lendemain.

"Je vais vous demander demain de trouver... l'aire d'un triangle... que je vais vous remettre. Trouvez l'aire d'un triangle. Ça vous dit quoi ? Quand on parle de ça. Trouver l'aire d'un triangle. Qu'est-ce que vous savez déjà qui pourrait vous aider à faire cette situation-là."

Quelques remarques s'imposent quant à cette description de la tâche. Tout d'abord, dans le SDP, la visée ultime sera de dégager une formule qui permet de calculer l'aire de tout triangle. Pour les élèves, c'est la première fois qu'ils travaillent sur l'aire de cette figure, cependant ils ont déjà rencontré les formules d'aire du carré et du rectangle. Or, durant le SDA pré, cette visée de trouver une formule générale reste implicite et il ne s'agit que de la détermination de l'aire d'un triangle particulier. Ensuite, même si au cours du SDP, les élèves auront à déterminer l'aire de différents triangles, ce n'est pas la première situation qui sera proposée le lendemain. En effet, Manon a décidé après la réalisation du SDA pré de modifier la première situation proposée dans le SDP et de demander aux élèves plutôt de tracer un triangle dont l'aire est d'exactement  $18 \text{ cm}^2$ . Cette première situation est alors de nature différente de celle annoncée au départ. Ce n'est que par la suite que les élèves auront à déterminer l'aire de différents triangles et, ultimement, à dégager une formule générale. Finalement, Manon fait appel aux savoirs anciens des élèves (ceux "que vous savez déjà") qui pourraient être mobilisés par les élèves pour résoudre la situation.

Une discussion s'engage alors dans le SDA pré avec les élèves autour du concept d'aire, à la suite d'une question de Julien. ("C'est quoi l'aire ?"). Manon questionne alors les autres élèves autour du concept d'aire. Ceux-ci offrent différentes explications. Roselyne fait appel à l'aire du carré et à une unité de mesure - le centimètre carré.

"Il me semble que c'est... avec un carré c'est plus facile... mais un triangle, c'est 1 centimètre carré genre..."

Daniel pour sa part oriente son intervention davantage sur une procédure de dénombrement pour déterminer l'aire :

"Dans le fond tu prends une feuille quadrillée... puis tu comptes tous les carrés à l'intérieur..."

Manon offre finalement une définition de l'aire :

"C'est... la surface... l'intérieur d'une forme. Il va falloir mesurer l'intérieur d'une forme."

La discussion s'oriente ensuite vers les stratégies pour déterminer l'aire du carré et révèle les difficultés des élèves à se rappeler de cette formule. Marielle se situe d'abord dans une logique de dénombrement, mais lorsque Manon lui demande de calculer plutôt que de dénombrer, elle avance qu'il faut "multiplier, diviser ou [faire] plus". Manon questionne alors les autres élèves sur l'opération à utiliser, mais au final aucune réponse définitive ne ressort de la discussion quant à l'opération à utiliser :

"Ok, il faut faire une opération mathématique. Pis là, Marielle elle n'en est pas sûre, c'est quoi le calcul. On prend la longueur, la largeur, on additionne, on soustrait, on multiplie, on divise, on ne sait pas trop. Ça il va falloir retrouver ça. Demain ça va être important si on veut prendre cette stratégie-là."

La deuxième partie de la discussion se centre ensuite sur les différents triangles. Tout d'abord, Manon demande à Daniel de décrire ce qu'est un triangle. Il est alors intéressant de constater que Daniel n'est initialement pas en mesure de mettre en mots les éléments constituants du triangle, mais est en mesure d'en dessiner un avec son doigt.

Manon : C'est quoi un triangle, Daniel ?

Daniel : C'est un...

Manon : Sais-tu me dire des mots pour exprimer c'est quoi un triangle ?

Daniel : Je ne sais pas.

Manon : Dessine-moi un triangle, juste avec ton doigt.

Par la suite, Manon questionne les élèves sur les différents types de triangles : triangle rectangle, triangle équilatéral, isocèle et scalène. Pour chacun de ces triangles, elle dessine un exemplaire sur une feuille de papier et la discussion avec les élèves mène au dégagement de leurs propriétés.

La séance du SDA se termine sur un questionnement de Manon quant aux stratégies des élèves pour le SDP du lendemain.

Manon : Vous avez déjà une bonne idée de ce qu'il faut faire ?

Élèves : oui

Manon : Dans votre tête, vous commencez déjà à placer vos stratégies ?

Élèves : oui, oui

Manon : C'est beau ? Est-ce que vous avez des questions ? Est-ce qu'il y a quelque chose qui ne semble pas clair ? ... est-ce que l'aire maintenant c'est plus clair que tout à l'heure ?

Pour l'ensemble du SDA, nous pouvons retenir que Manon intervient essentiellement, sous forme de discussion avec les élèves sur le concept d'aire et sur celui de triangle (ainsi que les différentes formes de triangles). Même si la situation qui sera présentée dans le SDP est annoncée au début, elle n'est pas travaillée en profondeur en tant que telle ici, mais la discussion porte plutôt sur les savoirs anciens que Manon pense essentiels pour pouvoir entrer dans le milieu de la situation. Cette intention est d'ailleurs désignée explicitement par Manon lors de l'entrevue qui a été réalisée avec elle avant le SDA.

"Aujourd'hui je vais rencontrer quatre élèves, ayant été identifiés comme ayant un peu plus de difficultés, pour leur présenter la situation problème et pour vérifier avec eux en fait s'ils possèdent les prérequis pour cette situation-là."

La fonction mésogénétique du SDA pré, qui est celle de faire entrer les élèves dans le milieu de la situation, prend ici une forme qui est assez classique dans les SDP : celle de la reprise des objets anciens et du rapport à ces objets. L'enseignante s'assure par ce biais que ces objets font partie du milieu initial de la situation. Roselyne, l'une des élèves intervenant dans le SDA pré, dira plus tard à propos de l'utilité du SDA :

"Comme ça tu sais tout de suite c'est quoi l'aire, tu peux tout de suite commencer le travail."

Une des différences du SDA pré par rapport au SDP est que Manon reprend ici des objets anciens avec un petit groupe d'élèves. Vu le nombre, les élèves peuvent difficilement "échapper" au questionnement de Manon, alors que ceci peut ne pas être le cas en classe où beaucoup plus d'élèves peuvent prendre la parole. Par ailleurs, l'enseignante peut aussi observer plus finement ce que les élèves savent ou non à propos des triangles et des aires du carré et du rectangle, et s'adapter en fonction d'eux.

#### **4.1. Manifestation des fonctions du SDA dans le SDP.**

Dans cette section, nous allons expliciter la manifestation des fonctions chrono-, méso- et topogénétique du SDA dans le SDP à partir de cinq épisodes, qui témoignent de ces fonctions. Nous allons situer chacun de ces épisodes et expliquer en quoi ils nous semblent significatifs au regard des fonctions du SDA.

#### 4.1.1. Episode 1 – Migration des objets du SDA vers le milieu de la situation du SDP

L'enseignante présente le matériel à utiliser avant de donner la consigne. Elle présente la feuille quadrillée dont les côtés des carrés mesurent 1cm ce qui n'est pas une feuille quadrillée habituelle pour les élèves<sup>4</sup>. Elle indique que cette feuille est spéciale et demande aux élèves ce qu'elle a de particulier. Des élèves répondent : « Elle est normale avec des carrés » ou « les lignes sont noires à la place d'être bleues » ou encore « il y a un cadre autour ». C'est Daniel qui donnera la réponse attendue par l'enseignante : « Il y a des carrés sont de... 1cm ». En choisissant une feuille quadrillée dont l'aire des carrés mesure  $1\text{cm}^2$ , les élèves peuvent utiliser d'une manière indifférenciée cette unité d'aire « $1\text{cm}^2$  » ou l'unité d'aire « aire d'un carré du quadrillage », ce qui peut simplifier les techniques de dénombrement.

Cet épisode nous donne un indice des fonctions mésogénétique et chronogénétique du SDA dans le cadre du SDP. Pourquoi Daniel donne-t-il la réponse attendue contrairement aux autres élèves qui donnent des réponses perceptives ? Les objets «  $\text{cm}^2$  » et « carré » sont présents dans le SDA. Dans ce dispositif, à la question « c'est quoi l'aire ? », Roselyne répond « avec un carré c'est plus facile... mais un triangle, c'est 1 centimètre carré genre... ça donne l'aire », et Daniel rajoute : « Dans le fond tu prends une feuille quadrillée... puis tu comptes tous les carrés à l'intérieur ». Daniel sait « plus avant » les autres élèves de la classe de quoi il va s'agir : des aires, des unités de mesure et des triangles.

Notre hypothèse interprétative de cet épisode est que la présence de ces objets dans le SDA a peut-être permis à Daniel de solliciter ces objets pour le milieu de la situation mathématique dans le SDP comme éléments du contrat didactique qu'il suppose être celui de la classe : le travail sur l'aire d'un triangle et les unités de mesure d'aire que l'enseignante veut mettre en place dans la classe. Ainsi, ce sont des élèves qui font migrer dans le SDP des objets convoqués précédemment dans le SDA, sans quoi ces objets auraient dû être introduits dans le milieu par l'enseignante.

D'ailleurs, à travers la prise de position de Daniel apparaît également la fonction topogénétique du SDA. En effet, lorsque nous avons visionné cette intervention de Daniel avec l'enseignante, cette dernière considère que cette prise de position est tout à fait atypique pour lui. "[C'est] parce qu'on a travaillé la veille, ça, qu'il est capable de sortir ça. Parce que d'habitude, il n'intervient pas. Puis un de mes

---

<sup>4</sup> Au Québec, les carrés des quadrillages des cahiers des élèves ont habituellement une longueur de côté d'environ 6 mm.



objectifs [...], c'est que ces enfants-là qui d'habitude sont en retrait puis se laissent porter, ils sont capables d'intervenir".

#### 4.1.2. Episode 2 – Engagement dans la tâche et dévolution

Les élèves du groupe ciblé se sont tout de suite mis au travail. L'enseignante vient auprès du groupe. Julien pense d'abord qu'il faut faire 18 cm de longueur mais Roselyne propose de dessiner un triangle rectangle : « D'après moi, pour ne pas compliquer la tâche, on pourrait faire un triangle à angle droit ». Manon s'exclame : « Ah ! Vous commencez avec un triangle rectangle », et elle revient à la consigne, notamment en disant « Je demande un triangle dont l'aire soit 18. Ça veut dire quoi ça ? L'aire, c'est quoi ? », et Julien répond : « c'est la mesure du dedans ». En demandant de préciser « il faut qu'il ait quoi ? », Roselyne répond « 18 petits carrés ». Après quelques échanges encore, les élèves essaient plusieurs mesures des côtés pour trouver, par exemple en divisant 18 par 2, et encore 9 par 2. Les quatre élèves font des essais en utilisant plusieurs mesures des côtés, et c'est Roselyne la première dans le groupe à dessiner un triangle rectangle isocèle dont l'aire mesure  $18\text{cm}^2$ .

Cet épisode nous montre deux faits qui nous paraissent significatifs. Le premier est relatif à l'engagement des élèves du groupe ciblé dans la tâche proposée dans le SDP. Tous les quatre sont engagés dans la tâche en essayant de dessiner le triangle demandé. Nous pouvons l'observer dans les échanges entre eux, où tous les quatre prennent la parole. Marielle est aussi engagée dans la tâche même si elle le fait en observant le travail des autres. Julien, qui dans le SDA ne sait pas répondre « c'est quoi l'aire » arrive à donner dans le SDP une réponse : « c'est la mesure du dedans ». En plus, lors des essais il dira qu'on ne pourra pas avoir un côté qui mesure 18 cm, sinon « ça va donner plus que 18 » (soit plus de  $18\text{cm}^2$ ). Comme nous l'avons dit, Roselyne donne l'idée du triangle rectangle qui est un choix pertinent pour trouver une solution au problème, et elle le fait très rapidement. Là aussi, on pourrait penser que le SDA a pu avoir une influence puisqu'ils ont sollicité un triangle particulier.

Le deuxième fait est relatif à l'entrée dans le milieu. En effet, le groupe des élèves ciblés s'approprie la tâche sans difficulté. Nous avons observé d'autres groupes qui ont eu plus de mal à entrer dans la situation notamment en confondant l'aire et le périmètre. Même si tout au début, Julien et Marielle ont pu parler de la longueur, très vite ils sont revenus à l'aire du triangle. Par ailleurs, le groupe ciblé a trouvé une réponse au problème en prenant la responsabilité de cette réponse : la proposition de Roselyne a été acceptée par le groupe, et chacun a pris une responsabilité dans les essais. Daniel essaie 4,5 en prenant la moitié de 9 cm pour un côté du triangle, et voilà leurs échanges :

Marielle : Daniel, la moitié d'une case ça fait virgule 5. Donc il faudrait aller soit en 4 soit en 5 parce que si on y va par la moitié...

Julien : Non, ça doit aller par 5 ou par 4 parce que par la moitié tu ne l'auras pas.

Marielle : Tu auras un autre. Tu auras 40 par 2.

Roselyne : ça, c'est si on fait avec 4,5 (elle montre sa feuille)

Marielle : regarde, ici il t'en manque 1

Roselyne : ça ne marche pas...

Daniel : ça c'est 5.

Roselyne : Non, c'est avec 4,5... juste ici ça ne va pas.

Marielle : Parfait, faisons un autre.

Cet épisode montre que les élèves, non seulement se sont engagés dans la tâche mais ils ont aussi pris la responsabilité de trouver ensemble une réponse au problème. Ils se sont placés en tant que producteurs d'une technique « dessiner un triangle rectangle et dénombrer les carrés ». La situation mathématique a ainsi été dévolue au groupe ciblé.

#### **4.1.3 Episode 3 – Prise de parole et de position dans le topos d'élève**

Le troisième épisode se situe dans la mise en commun de l'étape 3. Manon demande à la classe : « Vous avez dessiné quels types de triangle ? » Roselyne lève la main pour répondre, et Manon lui donne la parole : « moi j'ai fait un triangle rectangle isocèle », et Julien ajoute : « Il y a un côté qui mesure plus ». Nous avons deux élèves du groupe ciblé qui, ayant trouvé une solution et une technique pour accomplir la tâche 1, prennent la parole dans la classe, alors que l'enseignante les décrit comme étant habituellement passifs. Ils prennent position dans le topos de l'élève en montrant qu'ils ont eu un rôle de producteur d'une réponse. En outre, par cette prise de position en montrant une solution, ces deux élèves peuvent faire avancer le temps didactique puisque cette technique « dessiner un triangle rectangle et dénombrer les carrés et demi-carrés » deviendra publique et partagée, et va être par la suite utilisée dans la classe et par le groupe ciblé lui-même. Le groupe ciblé n'est pas le seul groupe à utiliser cette technique mais ils sont bien dans ce qu'il est attendu d'eux. Nous ne pouvons pas affirmer que ces prises de position sont l'un des effets du SDA mais nous pouvons considérer ces observations comme des indices que le SDA a pu avoir cette fonction topo et chronogénétique.

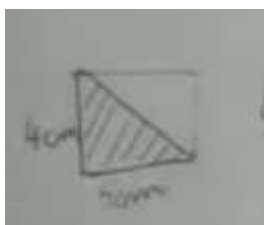
#### **4.1.4. Episode 4 – Prise de position dans le topos d'élève**

Cet épisode se place dans la deuxième mise en commun de l'étape 5. Il s'agit de trouver des techniques pour mesurer l'aire de cinq triangles dessinés sur une feuille (d'abord non quadrillée et ensuite quadrillée). Manon fait le point sur les

différentes techniques utilisées : « Qu'est-ce que vous avez trouvé comme stratégies pour trouver, pour mesurer l'aire des différents triangles ? » Daniel lève la main et Manon lui donne la parole : « Nous, on décalque sur la feuille quadrillée », et ensuite « Après on compte les carrés et on complète ceux qui sont à la moitié ». Nous observons que Daniel prend aussi une position dans le topos d'élève lors de la mise en commun en montrant qu'il a un rôle de producteur d'une réponse. De même que pour l'épisode 3, il nous semble avoir là un indice de la fonction topogénétique du SDA qui va dans le même sens que d'autres indices déjà relevés.

#### 4.1.5. Épisode 5 - Prise de position dans le topos d'élève

Cet épisode se situe lors d'un moment d'institutionnalisation à la toute fin de la première période. Tout juste avant l'épisode qui nous intéresse, Manon avait sollicité un élève au tableau qui est venu expliquer comment utiliser la technique "inscrire dans un rectangle et diviser l'aire du rectangle par deux" sur un triangle rectangle dessiné au tableau.



Manon demande ensuite aux élèves comment on pourrait trouver l'aire d'un triangle qui n'est pas un triangle rectangle, mais qui ressemble au triangle suivant, dessiné au tableau, sans dénombrer les carrés un par un.



Daniel fait ici partie des élèves qui lèvent la main et il est appelé au tableau par Manon. Il commence par dessiner un rectangle autour du triangle, de la manière suivante:



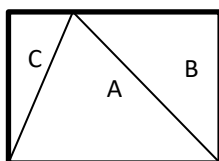
Manon reprend alors le dessin, afin de le mettre au propre et explique la démarche de Daniel aux autres élèves. "Daniel, il a fait un rectangle comme ça avec. Il est parti de sa base du triangle ici, et il a complété un rectangle. Parce que faire l'aire d'un rectangle on sait comment faire." Elle demande ensuite à Daniel ce qu'il faut faire ensuite. Plutôt que de dire que l'aire du triangle équivaut à la moitié de celle du rectangle, et qu'il suffit de diviser l'aire du rectangle par 2, Daniel explique pourquoi le triangle correspond à la moitié du rectangle.

" Dans le fond, pour que ça, [les triangles situés dans le coin supérieur droit et dans le coin supérieur gauche du rectangle nouvellement formé] ça équivale à ça [le triangle initial], tu les mets ensemble (ajoute un triangle du côté droit du rectangle)."

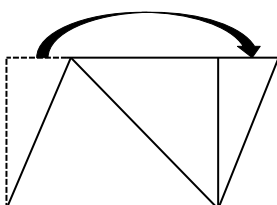


Lorsque Daniel propose cette stratégie, on entend plusieurs élèves de la classe rire et Manon intervient pour dire à Daniel "Je pense que tu te compliques la vie. On va demander à Alexis de venir nous montrer qu'est-ce qu'il a fait avec ça".

Cet épisode nous semble hautement significatif à plusieurs égards. Tout d'abord, par son intervention, Daniel tente d'expliquer que le triangle correspond effectivement à la moitié du rectangle. En déplaçant le triangle du coin supérieur gauche vers la droite, on obtient un parallélogramme de même aire que le rectangle initial et constitué de deux triangles congrus, mais positionnés différemment. Cette remarque de Daniel ne correspond pas aux attentes de l'enseignante. Elle demeure cependant pertinente, car pour adhérer à la technique "inscris dans un rectangle et divise l'aire du rectangle par deux", il faut d'abord être convaincu que, même pour ce type de triangle, le triangle correspond exactement à la moitié du rectangle dans lequel il est inscrit. Ce constat semble plus accessible aux élèves dans le contexte d'un triangle rectangle puisque la diagonale du rectangle dans lequel le triangle de départ est inscrit sépare celui-ci en deux triangles congrus. Il est toutefois moins évident dans le cas d'un triangle non rectangle puisque le rectangle est alors constitué du triangle initial A ainsi que des deux triangles B et C, dont la somme des aires est égale à celle du triangle A, ou encore de la moitié du rectangle.



Toutefois, cette difficulté pour les triangles non rectangles n'a pas été abordée de manière explicite par Manon auparavant. L'explication de Daniel aurait pu permettre d'institutionnaliser ce constat: en déplaçant le triangle du coin supérieur gauche, on constate qu'on a deux triangles congrus et on peut conclure que l'aire du triangle est bien la moitié de celle du rectangle (ou encore du parallélogramme) dans lequel il est inscrit, mais Manon décide plutôt de poursuivre avec un autre élève<sup>5</sup>.



D'ailleurs, c'est une minute plus tard, à partir du rectangle et non du parallélogramme de Daniel que Manon revient explicitement sur l'équivalence des parties en argumentant à partir d'un rectangle.



L'intervention de Daniel illustre également bien la fonction topogénétique du SDA. C'est un élève qui pour son enseignante intervient peu en classe et a des difficultés « à réfléchir tout seul ». Ici, dans le SDP, il se positionne de manière forte et sur un enjeu qui est auparavant resté implicite dans la classe. En venant expliquer au tableau, il prend une place topogénétiquement haute.

Manon reviendra sur la technique de Daniel dans le prochain épisode, lors d'un travail en petits groupes.

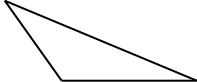
### **5. Description du SDA post et analyse de ses effets potentiels**

Le SDA post a été réalisé par Manon une semaine après la conclusion de la situation-problème en classe. Dans le cadre de ce SDA, Manon a réuni les mêmes quatre élèves qui ont participé au SDA pré et qui ont travaillé ensemble pendant le

---

<sup>5</sup> Il est possible que le changement d'élève ait été motivé également par des considérations de temps. L'épisode en question se situe environ 5 minutes avant le son de la cloche de l'heure du midi, ce qui pourrait avoir obligé Manon à trouver une façon de conclure rapidement.

SDP. D'une durée totale de 18 minutes, le SDA post comprend les étapes suivantes :

Etapas	Types de tâche, techniques et quelques éléments de gestion didactique
1	Justification du dispositif auprès des élèves. " Je veux vérifier ce que vous avez compris. Est-ce que vous allez être capables maintenant de calculer l'aire d'un triangle, comment vous vous y prenez pour calculer l'aire d'un triangle."
2	Vérification, de manière individuelle, auprès de chaque élève s'ils seraient maintenant en mesure de calculer l'aire du triangle.
3	Travail sur l'aire du triangle isocèle utilisé dans le SDP à travers la technique "inscription dans un rectangle, puis diviser l'aire du rectangle par 2". Manon recentre ensuite sur la technique "inscrire une hauteur dans le triangle et appliquer la formule", ce qui dispense du dessin du rectangle. La technique est appliquée à un exemple, expliquée et discutée avec les élèves.
4	Travail sur un cas particulier, en utilisant la technique "trouver différents endroits où on peut placer la hauteur" 
5	Nouvelle vérification par Manon si les élèves seraient maintenant en mesure de déterminer seuls l'aire d'un triangle. Manon se rend compte que Julien ne sait pas encore comment déterminer l'aire du rectangle
6	Retour sur le calcul de l'aire du rectangle à travers des exemples utilisés dans le SDP et lien avec l'aire du triangle.
7	Manon questionne les élèves sur la façon dont ils ont perçu l'utilité du SDA pré.

Comme pour le SDA pré, nous avons identifié différentes fonctions du SDA post, que nous avons également analysées à partir du triplet des genèses.

Tout d'abord, dans le SDA post, la fonction mésogénétique se manifeste à travers des objets qui apparaissent ici, mais qui sont restés implicites pour l'ensemble des élèves qui ont participé au SDP.

À titre d'exemple, citons un épisode, situé à la troisième étape, où Manon revient avec Marielle sur l'utilité de la formule.

"C'est à ça que ça sert une formule. C'est-à-dire que maintenant que j'ai compris. Toi tu as compris qu'il faut que tu fasses un carré puis que tu dois prendre cette longueur-là fois cette longueur-là pour trouver l'aire de ton carré. Après ça il faut que tu divises par 2. Une fois qu'on a compris ça, après ça on essaie de trouver un chemin plus court, le plus court possible, parce que si tu as 20 triangles dont il faut que tu calcules l'aire, puis qu'il faut que tu fasses toujours ton carré, pis il faut que tu t'assures que ta droite ici elle a sa place pis elle ne dépasse pas trop là, tu vois, que ça peut être long."

Cette utilité de la formule était restée implicite lors du SDP. Dans ce sens, le SDA post a permis de travailler ce que Castela (2008) décrit comme étant des besoins ignorés d'apprentissage. Ces enjeux non explicités d'apprentissage sont alors ceux qui « doivent être réalisés par les élèves pour réussir dans la classe de mathématiques alors même que l'institution d'enseignement n'organise aucun système didactique visant explicitement à permettre la réalisation des apprentissages en question (p. 137) ». Dans ce cas-ci, Manon a pu expliquer aux élèves du SDA post que l'inscription du triangle dans le carré était un support à la compréhension : « Tu as compris qu'il faut que tu fasses un carré puis que tu dois prendre cette longueur-là fois cette longueur-là pour trouver l'aire de ton carré. Après, il faut que tu divises par 2 ». La formule quant à elle sert à trouver une technique qui permet de calculer rapidement l'aire de plusieurs triangles : « On essaie de trouver le chemin le plus court ». A travers son intervention, Manon a donc pu expliciter l'utilité de chacune des deux techniques. Le besoin ignoré d'apprentissage est ici « l'utilité d'une technique ».

Le mode de fonctionnement en petit groupe permet également de clarifier certains des objets qui sont encore problématiques pour les élèves qui y participent. Ainsi, après l'utilisation de la technique "inscription dans un rectangle", Roselyne intervient pour rappeler qu'une autre technique est également possible :

Roselyne : Mais aussi on avait une autre manière. Tu fais le lien de là jusque-là. Comme ça la ligne, la hauteur, est perpendiculaire à la base. Comme ça t'as juste à mesurer ça [la base] pis ça [la hauteur], tu fais fois, tu divises par... non, tu ne divises pas par 2 ?

Manon : Est-ce qu'il faut diviser par 2 ou il ne faut pas diviser par 2 ?

Roselyne : Non, c'est juste dans un triangle, ce n'est pas dans un carré.

En fait, Roselyne rappelle la deuxième technique vue lors du moment de l'institutionnalisation dans le SDP, mais argumente que la division par 2 n'est plus nécessaire ici, puisque la hauteur n'est pas inscrite dans un carré, mais uniquement dans un triangle. Cette erreur s'explique probablement par le fait que, la hauteur étant inscrite à l'intérieur du triangle, le carré n'est plus visible pour Roselyne et celle-ci ne comprend pas que, même en l'absence de ce carré, l'aire obtenue en multipliant la base par la hauteur du triangle correspond tout de même à celle d'un carré. Manon intervient alors pour montrer, à partir du dessin du triangle que les deux hauteurs (celle du triangle et du carré) sont identiques, ce qui permet à Roselyne de faire le lien entre les deux techniques. Le contexte du SDA post a alors permis de clarifier un enjeu de savoir qui était resté implicite et incompris par Roselyne lors du SDP.

Le SDA post a également permis à Manon de revenir sur des objets plus anciens, mais nécessaires à la compréhension de la formule. Ainsi, lorsque Manon demande, après un premier travail sur différents triangles, si tous les élèves seraient maintenant en mesure d'appliquer la formule de l'aire du triangle, elle se rend compte que le concept d'aire du rectangle est encore flou pour Julien. Elle intervient alors, en reconstruisant la formule de l'aire du rectangle avec lui.

Il est à noter que cette formule est essentielle à la compréhension de celle de l'aire du triangle et c'est probablement à travers le dispositif particulier du SDA post, dans lequel Manon a échangé en petit groupe avec les élèves, qu'elle a pu se rendre compte de cette lacune chez Julien et intervenir auprès de lui.

L'intervention en petit groupe dans le SDA post joue également un rôle clé dans la fonction topogénétique de celui-ci. Ainsi, comme le nombre d'élèves dans le groupe est restreint, Manon peut intervenir de manière individuelle auprès de chacun d'eux. C'est le cas par exemple en début de séance, lorsqu'elle demande à chacun des élèves, de manière individuelle, s'il serait maintenant en mesure de calculer l'aire d'un triangle.

Le SDA post que nous avons observé constitue également un espace dans lequel les élèves ont la possibilité de poser des questions. Nous avons déjà vu que c'était le cas pour Roselyne, lorsqu'elle se questionnait sur la nécessité de diviser l'aire par 2 lorsqu'on inscrit la hauteur à l'intérieur du triangle. C'est également le cas pour Marielle, après le travail sur l'aire du rectangle, vers la fin du SDA post. Marielle pointe alors le rectangle devant elle et demande si on peut prendre la largeur ou la



longueur du rectangle sur n'importe quel côté du triangle.



Mais si tu dis de prendre ici (montre la largeur à gauche du rectangle) et là (montre la longueur en bas du rectangle) mais est-ce que tu pourrais prendre là (montre la largeur à droite du rectangle) et là (montre la longueur en haut du rectangle) ? Mais est-ce que ça change quelque chose ?

À la base de cette question se trouve alors la congruité des paires de côtés du rectangle. Le SDA post permettrait ainsi aux élèves d'assumer leur rôle d'élève en leur donnant l'espace nécessaire pour poser leurs questions de clarification.

Concernant la fonction chronogénétique du SDA post, elle se manifesterait de deux manières différentes. Tout d'abord, les élèves y disposent de plus de temps pour l'institutionnalisation. En effet, le SDA post dure 18 minutes, alors que le moment collectif servant à l'institutionnalisation dans le SDP était d'une durée d'à peine 10 minutes. Ce plus de temps permet alors à l'enseignante d'explicitier certains éléments qui étaient restés implicites lors du SDP. Cette fonction se manifeste également par le fait que le SDA post se déroule environ une semaine après l'institutionnalisation en classe. Le SDA post apparaît comme le lieu d'une institutionnalisation bis où Manon convoque à nouveau la technique institutionnalisée lors de son enseignement dans le SDP, c'est-à-dire la formule de l'aire du triangle. Elle s'assure ainsi que le rapport personnel à cet objet de savoir est conforme à ses attentes et aux attentes institutionnelles.

Maintenant, essayons de voir en quoi le SDA post tel qu'il a été expérimenté par Manon se rapproche ou se distingue des situations de rappel de type 1 décrites par Perrin-Glorian (1994). D'abord, tout comme pour les situations de rappel, notre SDA post permet de revenir sur la situation travaillée avec un certain recul. Ce travail se fait toutefois dans un contexte différent. Le travail de Perrin-Glorian (1994) se situant dans des classes entières, l'ensemble de la classe est concerné par ces situations de rappel, tandis que le SDA post ne s'adresse qu'à un certain nombre d'élèves, identifiés préalablement par l'enseignante comme étant en difficulté.

Perrin-Glorian (1994) a également identifié des fonctions de dépersonnalisation et de pré-décontextualisation à ce type de situations de rappel : « en reprenant à froid ce qui s'est passé, on élague les détails pour identifier ce qui est important. A cette occasion, le sens caché, le rôle pour l'apprentissage de l'un ou l'autre des problèmes posés peut se révéler à certains élèves. » (*Ibid.*, p. 140). Dans notre SDA post qui constitue une institutionnalisation-bis, les mêmes effets semblent également se produire. D'abord, le partage des stratégies de chacun des élèves contribue à la dépersonnalisation des stratégies. Ensuite, certaines des interventions permettent la pré-décontextualisation. Pensons notamment ici à la question de Marielle de savoir si on peut utiliser la largeur et la longueur de n'importe quel côté du triangle sert aussi à distinguer ce qui est essentiel et superflu dans sa technique.

## Conclusion

Que pouvons-nous retenir de cette mise en œuvre de notre dispositif d'aide pour élèves en difficulté ? Tout d'abord, au niveau du SDA pré, les trois fonctions méso, chrono et topogénétiques que nous avons identifiées dans nos travaux précédents (Theis et al., 2014 ; Assude et al., 2016) se manifestent également dans cette mise en œuvre. Comme nous l'avons vu, la « rencontre avant » de certains objets sensibles qui seront utiles à la résolution de la situation-problème dans le SDA permet aux élèves une entrée plus facile dans le milieu, qui se manifeste notamment dans le SDP à travers la prise de position des élèves du SDA et leur fort engagement dans la situation. D'ailleurs, ces prises de positions semblent également dues à des effets du SDA aux yeux de Manon, qui a confirmé que les interventions de Daniel notamment dépassaient largement ce qu'il réussit à faire d'habitude en classe.

Il est également intéressant de constater que ces trois fonctions se manifestent de manière constante à travers trois mises en œuvre de nature très différente. Ainsi, rappelons que dans le premier SDA expérimenté (Theis et al., 2014), l'enseignante a demandé aux élèves d'anticiper des stratégies qui pourraient être utilisées pour aborder la situation-problème le lendemain. Dans le deuxième SDA (Assude et al., 2016), il s'agissait plutôt de compléter la première sous-tâche d'une tâche de communication à plusieurs étapes autour d'objets géométriques, tandis que la présente mise en œuvre du SDA pré impliquait plutôt un travail sur des objets anciens. Ces différences pourraient toutefois être en lien avec la nature des situations-problèmes qui étaient proposées dans les SDP respectifs. Ainsi, le premier problème proposé (Theis et al., 2014) était une situation avec une forte prégnance du contexte dans laquelle la difficulté pour les élèves consistait entre autres à tenir compte d'un grand nombre de variables contextuelles. La deuxième situation-problème (Assude et al., 2016) demandait aux élèves de décrire une figure géométrique à un autre, sans que celui-ci ne puisse la voir, et pour qu'il puisse la reproduire à l'identique. Comme cette situation impliquait plusieurs étapes, il devenait possible d'expérimenter seulement la première d'entre elles dans le SDA. Finalement, la situation utilisée dans cet article visait un apprentissage de nature davantage conceptuelle pour laquelle il était nécessaire que les élèves convoquent certains savoirs anciens, d'où la pertinence pour l'enseignante de s'assurer que ces anciens savoirs étaient acquis chez les élèves du SDA pré.

Au-delà de leurs différences, les trois expérimentations ont toutefois partagé un certain nombre de points communs, qui nous semblent importants pour favoriser l'apparition des effets du SDA. Tout d'abord, les dispositifs du SDA se sont réalisés à travers l'ensemble des expérimentations avec des groupes relativement petits d'élèves présumés en difficulté et ont été animées par l'enseignante elle-même.

Dans ce contexte, la petite taille du groupe permet d'une part plus facilement aux élèves de prendre position dans les travaux du groupe et il devient également plus difficile pour eux d'échapper au questionnement de l'enseignante.

Un autre élément qui caractérise l'ensemble des SDA que nous avons observés est l'absence d'avancement du temps didactique dans ces dispositifs (voir aussi Assude et al., soumis). Cette absence nous semble importante pour la gestion du SDP. En effet, si dans la classe, il y avait des élèves, ceux du SDA, qui avaient déjà avancé de manière significative dans la situation-problème, alors que d'autres la rencontrent pour la première fois, il deviendrait très difficile pour l'enseignante de gérer les échanges. Dans les trois mises en œuvre de notre dispositif d'aide, l'absence d'avancement du temps didactique s'explique entre autres par le fait qu'il n'y a pas de rétroaction de la situation. Dans la première mise en œuvre (Theis et al., 2014), les élèves étaient uniquement dans l'anticipation de ce qu'ils devaient faire dans le SDP, sans exécuter leurs stratégies. Par conséquent, aucune rétroaction du milieu n'était possible. Lors de l'introduction de la situation de communication dans le deuxième SDA observé (Assude et al., 2016), les élèves qui y participaient ont décrit la figure, mais sans que leur partenaire n'ait eu à la dessiner. Dans ce sens, il n'y a pas eu de rétroaction du milieu là non plus. Finalement, dans la présente expérimentation, Manon présente dans le SDA-pré l'objet qui sera travaillé dans le SDP (l'aire du triangle), mais travaille plutôt sur des savoirs anciens nécessaires à la résolution du problème, à savoir le concept d'aire et différents types de triangles, sans toutefois entrer directement dans la situation-problème.

Dans le présent article, nous avons également expérimenté pour la première fois un SDA réalisé après la résolution de la situation-problème dans le SDP. Nous avons pu constater que nous avons également retrouvé dans ce SDA post des fonctions chrono, méso et topogénétiques. Il nous semble toutefois important de souligner une différence fondamentale entre les deux SDA. Si le but du SDA pré est en quelque sorte de permettre ou de faciliter l'entrée dans le milieu aux élèves en difficulté, le SDA post porte plutôt sur une institutionnalisation "plus". En effet, les objets de savoir qui ont été institutionnalisés à la fin du SDP avec l'ensemble des élèves réapparaissent dans le SDA post. Toutefois, ces objets n'y sont pas traités à l'identique. D'un côté, le SDA post permet d'explicitier un certain nombre d'objets qui étaient restés implicites lors de l'institutionnalisation dans le SDP. D'un autre côté, le mode de fonctionnement en petit groupe a permis à Manon l'identification d'enjeux de savoirs nécessaires à l'institutionnalisation, notamment l'aire du rectangle qui était restée problématique pour une élève et le lien entre la technique "inscription dans un rectangle" et celle d'inscrire une hauteur à l'intérieur du triangle et d'appliquer la formule. Par ailleurs, les élèves disposent de plus de temps pour cette institutionnalisation dans le SDA post.

De manière générale, il nous semble toutefois que les deux SDA, pré et post, ont quand même un rôle important à jouer au niveau du temps didactique, même s'il n'y avance pas en tant que tel. En effet, on peut se demander si leur fonction n'est pas aussi de synchroniser les élèves en difficulté avec le temps didactique de la classe. Ainsi, le SDA pré, en permettant aux élèves de "savoir plus avant" sur la situation-problème, leur éviterait d'être "décrochés" dans le SDP dès la présentation de la situation-problème. C'est d'ailleurs une difficulté mentionnée par Sylvie, l'enseignante de la première expérimentation du SDA pré (Theis et al., 2014). " En temps normal [les élèves en difficulté] seraient restés les bras comme ça, et leur coéquipier, c'est lui qui aurait tout fait. Et ils auraient été en arrière, ils auraient regardé ça..."

Dans le même sens, le SDA post permettrait de ramener les élèves au niveau du temps didactique officiel de la classe. En effet, nous avons vu dans la présente expérimentation que le SDA post a permis de revisiter certains concepts sensibles de la situation problème, qui étaient restés incompris dans le SDP par certains élèves. Toutefois, à ce stade-ci de nos travaux, nous ne disposons pas encore des données nécessaires pour analyser les effets à long terme des effets des SDA que nous avons mis en place. Dans cet article, nous avons pu analyser comment s'opère cette synchronisation avec le temps didactique officiel de la classe localement pour une situation précise. Cependant, l'évaluation des effets à long terme de ces dispositifs sur l'apprentissage des élèves en difficulté et sur la rétention des savoirs fera partie des questions que nous pourrions explorer dans d'autres mises en œuvre de ces dispositifs d'aide.

## Bibliographie

- ASSUDE, T., KOUDOGBO, J., MILLON-FAURE, K., TAMBONE, J., THEIS, L. ET MORIN, M.-P. (2016). Mise à l'épreuve d'un dispositif d'aide aux difficultés d'un système didactique. *Revue canadienne de l'enseignement des mathématiques, des sciences et des technologies*, **16**(1), 64-76.
- ASSUDE, T., MILLON-FAURE, K., KOUDOGBO, J., MORIN, M.-P., TAMBONE, J. ET THEIS, L.(soumis), Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*.
- BEDNARZ, N. (2013), (dir.) *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. L'Harmattan, Paris.
- BROUSSEAU, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, **41**, 177-182
- CASTELA, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, **28.2**, 135-182.
- CHEVALLARD, Y (1995). La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique, dans Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques (Éds. Noirfalise et Perrin-Glorian). 83-122. Clermont-Ferrand : IREM.
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. **19.2**, 221-266.
- DESAGNE, S., BEDNARZ, N., LEBUIS, P., POIRIER, L., & COUTURE, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, **27**(1), 33-64.
- GIROUX, J. (2014). Les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : historique et perspectives théoriques, dans *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques (Dir. Mary et alii.)*, 11-44. Québec, Canada : Presses Universitaires du Québec.
- MARY, C., SQUALLI, H. ET SCHMIDT, S. (2008). Mathématiques et élèves en difficulté grave d'apprentissage : contexte favorable à l'interaction et au raisonnement mathématique, dans *Les jeunes en grande difficulté. Contextes d'interventions favorables*. (Dir. Myre Bisailon et Rousseau), 169-192. Québec, Canada : Presses de l'Université du Québec.
- MINISTERE DE L'EDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. (2003), *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire*. Gouvernement du Québec, Québec.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1994). Théorie des situations didactiques : naissance, développements et perspectives, dans *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (Éds. Artgiue et alii.), 97-147. Grenoble : La Pensée Sauvage.

SARRAZY, B. (2002). Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, **49**(1), 89-117.

SENSEVY, G., MERCIER, A. ET SCHUBAUER-LEONI, M.-L. (2000), Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, **20.3**, 263-304.

TAMBONE, J. (2014), Enseigner dans un dispositif auxiliaire: le cas du regroupement d'adaptation et de sa relation avec la classe d'origine. *Les sciences de l'éducation - pour l'ère nouvelle*, **47**(2), 51-71.

THEIS, L., ASSUDE, T., TAMBONE, J., MORIN, M.-P., KOUDOGBO, J. ET MARCHAND, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Éducation et Francophonie*, **42**(2), 160-174.