Universidad de Alcalá

DISEÑO DE UNA PRÁCTICA MULTIDISCIPLINAR PARA UN GRUPO DE 2º DE BACHILLERATO

Máster Universitario en Formación del Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas

(Especialidad en Matemáticas)

Presentado por:

Óscar Campuzano Demetrio

Dirigido por:

Iván Blanco Chacón

Alcalá de Henares, a 1 de junio de 2022.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIONES

El objetivo de esta práctica es mostrar a un grupo de 2º de bachillerato un ejemplo de cómo los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida académica en asignaturas como Música, Matemáticas, Física y Tecnología; se emplean de manera conjunta para construir un instrumento musical: la guitarra eléctrica. En esencia, esta actividad busca fomentar una visión global del conocimiento, tratando de evitar que los estudiantes perciban las asignaturas como disciplinas independientes e inconexas entre sí.

Para ello, emplearán sus conocimientos en teoría ondulatoria para conocer el comportamiento de las cuerdas de la guitarra al ser percutidas, y cómo factores como la masa, la tensión o la longitud afectan a la frecuencia fundamental y sus armónicos; también harán uso de sucesiones (progresiones aritméticas y geométricas) y logaritmos (de base dos) para descubrir el por qué de la distribución de los trastes a lo largo del mástil, así como su relación con las notas musicales y la manera en la que oído percibe las frecuencias sonoras; también identificarán la Ley de Faraday sobre la inducción electromagnética a la hora de descubrir cómo la guitarra transforma las oscilaciones en una tensión eléctrica; finalmente, experimentarán con la guitarra a través de un simulador virtual de un amplificador, fomentando la creatividad y la competencia digital.

En definitiva, se persigue despertar el interés en el alumnado por estas disciplinas para ayudarles a decidir qué carrera estudiar en su siguiente año académico.

Este documento tratará, en primer lugar, la normativa involucrada y los conocimientos básicos que los alumnos necesitan para poder completar la práctica de manera satisfactoria. Posteriormente, además de listar el material necesario y proponer una temporalización, se incluirá un apartado de contexto teórico con el fin de dotar al docente encargado de guiar la actividad de todos los conocimientos mínimos necesarios, ahondando un poco más de lo necesario en algunos aspectos con el fin de facilitarle la tarea de proponer algún cambio, mejora o ampliación si lo creyese conveniente. Finalmente, en los anexos se encuentran las fichas de la actividad que les sería entregado a los estudiantes, así como el solucionario de todos los ejercicios.

2. NORMATIVA Y CONOCIMIENTOS BÁSICOS

Tomando como referencia el Real Decreto 243/2022, en la siguiente tabla se muestra las competencias específicas, los criterios de evaluación y los saberes básicos involucrados de las asignaturas de bachillerato relacionadas con el contenido de la actividad.

Curso	Asignatura	Modalidad	Saberes básicos	Competencias específicas	Criterios de evaluación
1º	Matemáticas Generales	General	D (1, 2, 4)	2, 3, 5, 6	2.1, 3.1, 5.1, 5.2, 6.1
	Matemáticas I	Ciencias y Tecnología	A (2) D (2, 4)	2, 3, 5, 6	2.1, 3.1, 5.1, 5.2, 6.1
	Tecnología e Ingeniería I	General Ciencias y Tecnología	E	1, 6	1.1, 6.1
2º	Matemáticas II	General Ciencias y Tecnología	A (2) D (1)	2, 3, 5, 6	2.1, 3.1, 5.1, 5.2, 6.1
	Física	General Ciencias y Tecnología	B C	1, 2, 3, 5, 6	1.1, 1.2, 2.3, 3.2, 3.3, 5.1, 5.2, 6.2

Tabla 1 - Competencias específicas, criterios de evaluación y saberes básicos

Por tanto, esta práctica está dirigida tanto a alumnos de 2º de bachillerato de la modalidad de Ciencias y Tecnología, como a aquellos alumnos de la modalidad General que hayan elegido las optativas de Tecnología e Ingeniería I (no es imprescindible) y, sobre todo, Física.

Cabe mencionar que, si bien hay contenidos requeridos en asignaturas de la ESO que se requieren para el desempeño satisfactorio de la práctica, no se incluyen en la práctica por considerarse superados. Principalmente, se trata de:

- ⇨ **Música.**
  - ✓ Las notas musicales. Notas alteradas (sostenido y bemol).
  - ✓ Intervalos musicales. La octava.
- ⇨ **Matemáticas A y B.**
  - ✓ Progresión Aritmética. Progresión Geométrica.

Finalmente, las competencias clave involucradas en esta actividad, así como sus respectivos descriptores operativos descritos en la normativa, son las siguientes:

Competencia clave	Descriptores operativos (Bachillerato)
Competencia en comunicación lingüística (CCL)	*CCL1*
Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM)	*STEM1, STEM2*
Competencia digital (CD)	*CD5 (Parcialmente)*
Competencia en conciencia y expresión culturales (CCEC)	*CCEC3.2, CCEC4.1*

Tabla 2 - Competencias clave y descriptores operativos

Adicionalmente, en las siguientes páginas se propone una serie de rúbricas para poder calificar los ejercicios de la práctica.

Ejercicio 3.A		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Identifica la fórmula que rige la frecuencia fundamental a la que oscila una cuerda tensada.		0,25
Identifica que frecuencia y tensión son directamente proporcionales.		0,20
Identifica que frecuencia y longitud son inversamente proporcionales.		0,20
Identifica que frecuencia y masa son inversamente proporcionales.		0,20
Expresa adecuadamente el razonamiento que ha seguido.		0,15
Total		***1***

Ejercicio 3.B		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Descubre cómo aumentar la frecuencia a través de la tensión.		0,35
Identifica que frecuencia y tensión son directamente proporcionales.		0,35
Expresa adecuadamente el razonamiento que ha seguido.		0,30
Total		***1***

Ejercicio 3.C		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Descubre cómo aumentar la frecuencia a través de la longitud.		0,35
Identifica que frecuencia y longitud son inversamente proporcionales.		0,35
Expresa adecuadamente el razonamiento que ha seguido.		0,30
Total		***1***

Ejercicio 4.B		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Mide con un error relativamente bajo las distancias de los trastes al puente y maneja correctamente los cambios de unidades.		0,30
Identifica que se trata de una progresión geométrica y deduce la razón de manera aproximada.		0,35
Obtiene el término general.		0,35
Total		***1***

Ejercicio 4.C		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Identifica que longitud y frecuencia son inversamente proporcionales.		0,30
Identifica que se trata de una progresión geométrica y deduce la razón de manera aproximada.		0,35
Obtiene el término general a partir del anterior		0,35
Total		***1***

Ejercicio 5		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Expresa de manera clara y coherente sus opiniones sobre los simuladores de amplificadores.		0,40
Las respuestas se ajustan a la realidad y se deducen de su experimentación con el instrumento.		0,40
Relaciona las ventajas y desventajas del entorno digital vs analógico con lo aprendido en la asignatura de Tecnología.		0,20
Total		***1***

Ejercicio 6		
Criterio	**0-4**	**Peso**
Relaciona el funcionamiento de las pastillas con la inducción electromagnética.		0,50
Explica con claridad la Ley de Faraday.		0,30
Expone y explica la fórmula de la Ley de Faraday.		0,20
Total		***1***

Como la práctica es multidisciplinar, los ejercicios podrán seguir una ponderación ajustada a la asignatura a evaluar. Una propuesta para la asignatura de matemáticas, sería, por ejemplo:

Ejercicio 3.C		
Ejercicio	**0-4**	**Peso**
Ejercicio 3.A		0,30
Ejercicio 3.B		0,15
Ejercicio 3.C		0,15
Ejercicio 4.B		0,20
Ejercicio 4.C		0,20
Ejercicio 5		0,00
Ejercicio 6		0,00
Total		***1***

3. MATERIAL NECESARIO

Si bien es posible que el departamento de música de un instituto promedio tenga parte del material necesario, dado que este es relativamente caro, sería conveniente que para ahorrar costes esta práctica se llevase a cabo por grupos. De esta manera, además, se incentivaría el aprendizaje cooperativo.

La siguiente tabla muestra el material necesario, así como una breve descripción, motivo de uso y algunas opciones asequibles en el mercado.

Material	Cantidad	Descripción
Guitarra eléctrica	1 / grupo	Necesaria para que los alumnos comprendan su funcionamiento a través de la manipulación. Existen opciones de gama baja suficientes para la realización de la práctica.
Metro	1 / grupo	Necesario para medir determinadas distancias a lo largo del diapasón de la guitarra.
Ordenador y altavoces	1 / grupo	Empleado en el penúltimo apartado de la práctica para que los estudiantes experimenten con simuladores de amplificador de guitarra en un entorno digital.
Cable conversor A/D (Analógico a Digital)	1 / grupo	Para conectar la salida de la guitarra al ordenador. Existen opciones muy baratas suficientes.
Simulador virtual	-	Consiste en una aplicación de ordenador que simula el sonido de un amplificador de guitarra. Existen opciones de licencia gratuita.
Afinador de guitarra	-	Necesario para afinar la guitarra correctamente. Existen afinadores online gratuitos que pueden usarse en ordenador a través del cable A/D.

Tabla 3 - Material necesario para la actividad

4. TEMPORALIZACIÓN

Si bien es cierto que 2º de bachillerato es un año muy cargado de contenido, con poco tiempo y que, en la práctica, está orientado a formar a los alumnos para que principalmente aprueben el examen de acceso a la universidad con una nota satisfactoria, esta práctica puede realizarse en un formato de taller, fuera del horario escolar, como una forma de complementar y reforzar los contenidos vistos en clase.

Para animar a los alumnos a que participen en ella, se les podría aplicar algún tipo de incentivo o recompensa académica en la nota final de algunas de las asignaturas involucradas.

La temporalización que se presenta en la tabla de la siguiente página es meramente orientativa. Divide la actividad en cuatro sesiones de una duración aproximada de una hora cada una. En cada una de ellas, se describe el contenido de la misma y los ejercicios a realizar, así como las asignaturas que se ven involucradas en la misma sesión.

Cabe decir que algunas de estas asignaturas no están presentes en el currículo 2º de bachillerato: el objetivo de esta práctica no es aplicar los conocimientos adquiridos por los alumnos exclusivamente en este curso, sino también en todos los años anteriores al mismo, incluyendo la secundaria.

Sesión y contenido	Materias involucradas
SESIÓN 1 (duración estimada de 1 hora) ⇒ **Apartado 1. "INTRODUCCIÓN"** Se presenta la actividad y sus objetivos. ⇒ **Apartado 2. "PARTES DE LA GUITARRA ELÉCTRICA"** Los alumnos se familiarizan con la guitarra, su construcción y los nombres de las partes que la componen. ⇒ **Apartado 3. "TEORÍA ONDULATORIA"** Repasan el concepto de onda estacionaria y los armónicos que se suceden en una cuerda tensada como una Progresión Aritmética.	✓ Música ✓ Matemáticas ✓ Física
SESIÓN 2 (duración estimada de 1 hora) ⇒ **Apartado 3. "TEORÍA ONDULATORIA" (Continuación)** Experimentan con la guitarra y aprenden cómo manipular la frecuencia a través de la tensión, la masa y la longitud (ejercicios 3.A, 3.B y 3.C, respectivamente)	✓ Física ✓ Matemáticas
SESIÓN 3 (duración estimada de 1 hora) ⇒ **Apartado 4. "DOCE NOTAS"** Aprenden acerca de la naturaleza del oído humano y deducen las frecuencias de las notas musicales a través de los logaritmos y las Progresiones Geométricas (ejercicios 4.A, 4.B y 4.C).	✓ Música ✓ Matemáticas
SESIÓN 4 (duración estimada de 1 hora) ⇒ **Apartado 5. "LA GUITARRA EN EL ENTORNO DIGITAL"** Conectan la guitarra al ordenador y experimentan con un simulador digital de un amplificador de guitarra. Reflexionan sobre las posibles ventajas del entorno digital frente al analógico (ejercicio 5). ⇒ **Apartado 6. "UNA ÚLTIMA CUESTIÓN…"** Descubren cómo el funcionamiento de la guitarra eléctrica es posible gracias a la inducción electromagnética (ejercicio 6).	✓ Tecnología ✓ Física

Tabla 4 - Propuesta de temporalización para la actividad

5. CONTEXTO TEÓRICO

5.1. ¿Qué es el sonido?

La presión sonora o acústica p, medida en Pascales (Pa), se define como el conjunto de variaciones de presión que se produce en la atmósfera. Si estos cambios son muy lentos o inexistentes, se dice que son de baja frecuencia, pudiendo no llegar a ser audibles. Por el contrario, cuando estos cambios son más rápidos, caen dentro del rango de frecuencias audible y son lo suficientemente intensos, se considera sonido.

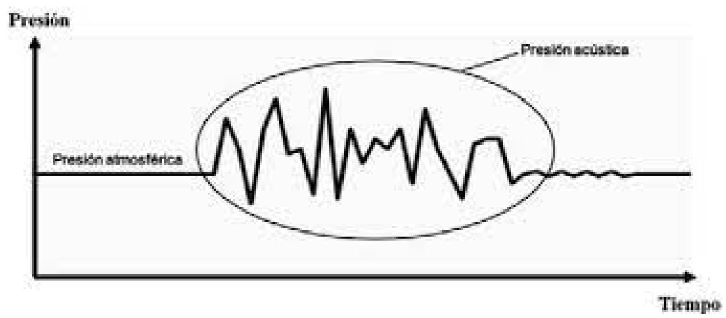


Ilustración 1 - Función de onda de la presión atmosférica

Aunque el rango dinámico del oído (intervalo en que la presión sonora efectiva es audible) depende de la frecuencia, en términos generales va desde $20\ \mu Pa$ (umbral de audición) hasta $200\ Pa$ (umbral del dolor). Como la respuesta auditiva en este intervalo es logarítmica, se recurre al nivel de presión sonora o SPL (*Sound Pressure Level*), que hace uso del decibelio para representarla, yendo la audición de 0 dB a 140 dB SPL.

$$SPL = 20 \cdot log_{10}\left(\frac{p}{20\ \mu Pa}\right)\ [dB_{SPL}] \qquad (5.1)$$

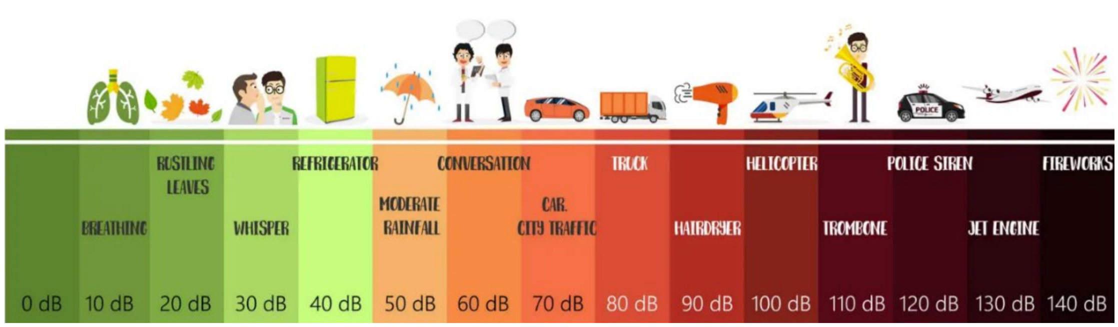


Ilustración 2 - Rango de audición humana en escala logarítmica (dB SPL)

5.2. ¿Cómo percibe el oído la frecuencia?

Un oído humano sano tiene, idealmente, un rango frecuencial audible que va desde $f_{mín} = 20\ Hz$ hasta $f_{máx} = 20\ kHz$. Sin embargo, la resolución frecuencial en este intervalo, es decir, la capacidad del oído para distinguir frecuencias, no es lineal, ya que disminuye conforme aumenta la frecuencia.

Por ejemplo, para una persona promedio percibir la diferencia entre 100 y 105 Hz resulta algo trivial, diferenciar entre 1.000 y 1.005 Hz es más confuso, y diferenciar entre 10.000 y 10.005 Hz resulta casi imposible hasta para un oído entrenado (puedes comprobarlo en este generador de tonos). Por ello, se considera que la resolución frecuencial del sistema auditivo se relaciona con el logaritmo.

Para estudiar las frecuencias tomando en consideración la naturaleza logarítmica del oído, surge el concepto de octava: dada una frecuencia determinada f_i, una octava se define como el intervalo $[f_i, 2f_i]$. Dentro del espectro audible por el ser humano hay, aproximadamente, diez octavas:

$$log_2\,(f_{máx}) - log_2\,(f_{mín}) = log_2\left(\frac{f_{máx}}{f_{mín}}\right) = log_2\left(\frac{20.000}{20}\right) \approx 10\ octavas \qquad (5.2)$$

Como curiosidad, la claridad del habla humana está comprendida entre las frecuencias de 500 Hz y 4.000 Hz (exactamente tres octavas) y es precisamente este rango de frecuencias en el que emiten los altavoces de los dispositivos móviles. Aunque si tenemos en cuenta todo el contenido frecuencial de la voz, el intervalo varía según el sexo: de media, en hombres va desde los 100 Hz hasta aproximadamente 8.000 Hz (algo más de seis octavas y media), mientras que en mujeres desde 150 Hz hasta 8.000 Hz (algo más de seis octavas). Lo grave o aguda que sea la voz determina su tipología en términos musicales, siendo de más aguda a más grave soprano, mezzosoprano y contralto para las mujeres, y contratenor, tenor, barítono y bajo para los hombres.

5.3. Las matemáticas y las notas musicales.

Las frecuencias de las distintas notas musicales no fueron fijadas de manera arbitraria, sino que tienen una justificación matemática basada en el concepto de octava y, por tanto, están inspiradas en el comportamiento logarítmico del oído humano a la hora de percibir las frecuencias sonoras.

Tras diversas modificaciones propuestas a lo largo de la historia, finalmente se estableció como estándar siete notas musicales:

do re mi fa sol la si

Sin embargo, si se tiene en cuenta las alteraciones, en total hay doce notas. Las notas alteradas pueden representarse mediante sostenidos (#), que aumentan la nota en un intervalo; o bemoles (♭), que disminuyen la nota en un intervalo. Dibujando las notas sin alterar en blanco y las alteradas en negro, obtenemos las teclas del piano:

do	do# o re♭	re	re# o mi♭	mi	fa	fa# o sol♭	sol	sol# o la♭	la	la# o si♭	si

Si bien estos son los nombres que reciben las notas musicales en la nomenclatura clásica, la nomenclatura anglosajona es diferente:

C	C# o D♭	D	D# o E♭	E	F	F# o G♭	G	G# o A♭	A	A# o B♭	B

Las frecuencias asignadas a cada nota musical tienen una justificación matemática basada en el concepto de octava, que como sabemos, para una frecuencia f_i se define como el intervalo $I = (f_i,\ 2f_i)$.

Para asignar una frecuencia a cada nota en una octava, hay que dividirla en doce intervalos de 1/12 de octava, conociéndose esta separación como semitono. Véase en las teclas del piano que una octava está compuesta por seis tonos, habiendo una separación entre las notas si y do y mi y fa de un semitono respectivamente.

$$1\ semitono = \frac{log_2\,(2 \cdot f_i) - log_2\,(f_i)}{12} = log_2\left(\sqrt[12]{2}\right) = \frac{1}{12}\ octava \quad (5.1)$$

En consecuencia, dada una nota musical de frecuencia f_i, la nota musical inmediatamente siguiente, f_{i+1}, cumplirá que:

$$log_2\,(f_{i+1}) = log_2\,(f_i) + log_2\,(\sqrt[12]{2}) \quad (5.2)$$

En escala logarítmica se trata de una Progresión Aritmética con $d = log_2\,(\sqrt[12]{2})$. Sin embargo, al simplificar la expresión recordando las propiedades de los logaritmos, se observa que las notas musicales siguen una Progresión Geométrica de razón $r = \sqrt[12]{2}$.

$$f_{i+1} = f_i \cdot \sqrt[12]{2} \quad (5.3)$$

Véase que, como ya hemos visto anteriormente, la octava de una nota musical de frecuencia f_i es otra de frecuencia $f_{i+12} = f_i \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^{12} = f_i \cdot 2$.

Notación franco-belga	Notación anglosajona	Frecuencia fundamental en la octava n-ésima (Hz)	Frecuencia fundamental en la cuarta octava (Hz)
do	C	$32{,}7032 \cdot 2^{n-1}$	**261**
re♭	C#	$34{,}6478 \cdot 2^{n-1}$	**277**
re	D	$36{,}7081 \cdot 2^{n-1}$	**294**
mi♭	D#	$38{,}8909 \cdot 2^{n-1}$	**311**
mi	E	$41{,}2034 \cdot 2^{n-1}$	**330**
fa	F	$43{,}6535 \cdot 2^{n-1}$	**349**
sol♭	F#	$46{,}2493 \cdot 2^{n-1}$	**369**
sol	G	$48{,}9994 \cdot 2^{n-1}$	**392**
la♭	G#	$51{,}9131 \cdot 2^{n-1}$	**415**
la	A	$\mathbf{55{,}0000 \cdot 2^{n-1}}$	**440**
si♭	A#	$58{,}2705 \cdot 2^{n-1}$	**466**
si	B	$61{,}7354 \cdot 2^{n-1}$	**494**

Tabla 5 - Frecuencias de las notas musicales según la octava

En la tabla, el término $n \geq -1$ hace referencia a la octava. Por ejemplo, la nota "La" de la cuarta octava se denomina A4 (en notación anglosajona), y su frecuencia es $55 \cdot 2^{4-1} = 440\ Hz$. Esta es la nota que se emplea como referencia de afinación, y $440\ Hz$ es su valor más extendido hoy en día.

Existen otras afinaciones menos comunes que fijan la nota A4 en otra frecuencia distinta (por ejemplo, en $432\ Hz$), afectando al resto de notas musicales. Sin embargo, independientemente de a qué frecuencia de referencia se fije la afinación, las notas siguen manteniendo su naturaleza de Progresión Geométrica de razón $r = \sqrt[12]{2}$.

5.4. Sonidos simples. El tono puro.

El sonido más simple es un tono puro, que puede ser emitido de manera aproximada por instrumentos como el diapasón. Su expresión matemática es sinusoidal:

$$s(t) = A \cdot sen(2\pi f t + \varphi_0) \tag{5.4}$$

⇒ $A =$ Amplitud. Su magnitud depende de la naturaleza de la señal:

- *Si es eléctrica, se medirá en voltios (V) o amperios (A)*
- *Si es sonora, en pascales (Pa)*
- *Si representa la posición de un objeto, en metros (m)*

⇒ $f =$ Frecuencia de oscilación. Se mide en herzios o ciclos por segundo (Hz)

⇒ $\varphi_0 =$ Fase inicial. Se mide en radianes (rad)

En la naturaleza no existen los tonos puros; siempre que un objeto oscila a una frecuencia fundamental, lo hace también, en mayor o menor medida, a otras frecuencias múltiplo de la fundamental. A estas se las conoce como armónicos, y su naturaleza puede comprenderse fácilmente estudiando el sonido que emite una cuerda tensada.

5.5. Sonidos complejos. Los armónicos. Intensidad, timbre y tono.

Una onda estacionaria es aquella en la que los nodos (puntos en los que la oscilación es nula) permanecen inmóviles. Cuando se excita una cuerda de longitud L sometida a una determinada tensión en una guitarra, esta oscila como un conjunto de ondas estacionarias armónicas i. Las frecuencias f_i a las que oscilan dichas ondas dependerán de la relación entre L y las longitudes de onda λ_i.

Ilustración 3 - Sección de una cuerda oscilante en una guitarra eléctrica

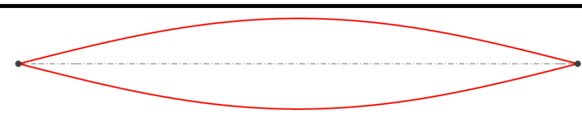
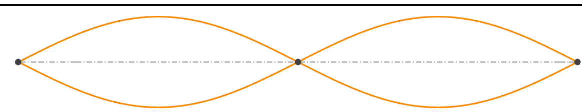
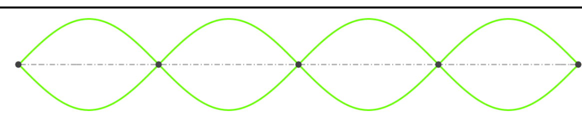
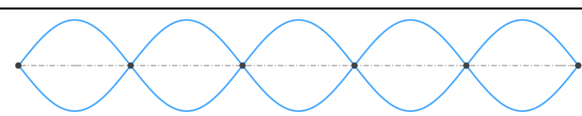
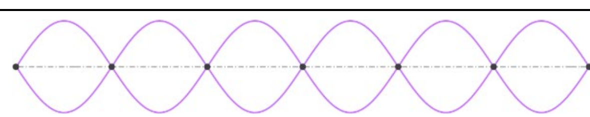
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{1}$ Frecuencia fundamental, f_1		$L = \frac{1}{2} \cdot \lambda_1$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$ $f_2 = 2 \cdot f_1$		$L = \frac{2}{2} \cdot \lambda_2$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{3}$ $f_3 = 3 \cdot f_1$		$L = \frac{3}{2} \cdot \lambda_3$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{4}$ $f_4 = 4 \cdot f_1$		$L = \frac{4}{2} \cdot \lambda_4$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{5}$ $f_5 = 5 \cdot f_1$		$L = \frac{5}{2} \cdot \lambda_5$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{6}$ $f_6 = 6 \cdot f_1$		$L = \frac{6}{2} \cdot \lambda_6$

Tabla 6 - Los seis primeros armónicos de una cuerda tensada oscilante

Se observa que los armónicos se suceden siguiendo una progresión aritmética de diferencia f_1. Por tanto, el n-ésimo armónico se relaciona con la frecuencia fundamental de la siguiente manera:

$$f_n = n \cdot f_1, \qquad n \in \mathbb{N} \tag{5.5}$$

Cada uno de estos armónicos puede ser representado como un tono puro de amplitud A_i, siendo la oscilación total de la cuerda (representada en negro en la siguiente figura) el resultado de sumarlos todos.

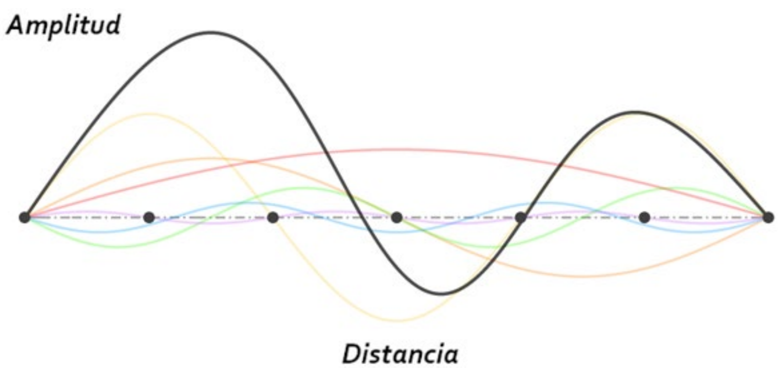


Ilustración 4 - Armónicos de la cuerda superpuestos entre sí

Si observamos la oscilación de la cuerda al ser excitada, a simple vista solo podrá verse la forma de onda resultante de la superposición de todos los armónicos.

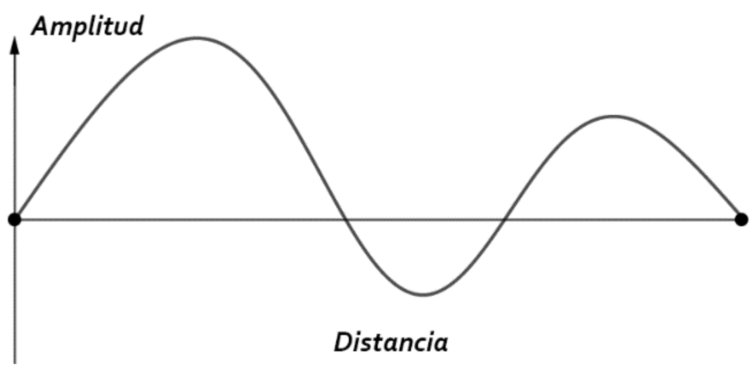


Ilustración 5 - Forma de onda de la cuerda en un instante determinado

Sin embargo, existe una herramienta matemática llamada transformada de Fourier que permite "destripar" esta forma de onda para estudiarla en el dominio de la frecuencia, pudiendo así conocer qué armónicos la componen y con qué energía oscila cada uno.

Si aplicamos la transformada de Fourier sobre la forma de onda $s(t)$ de una determinada señal, obtendremos su espectro $S(f)$ que nos dará información acerca de cómo se distribuye la totalidad de su energía a lo largo del eje de frecuencias.

$$\boldsymbol{S(f) = FT\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i2\pi f t} dt} \tag{5.7}$$

Para el ejemplo de la oscilación de la cuerda, si aplicamos esta transformada a dicha onda el espectro que obtendríamos sería similar a la siguiente gráfica:

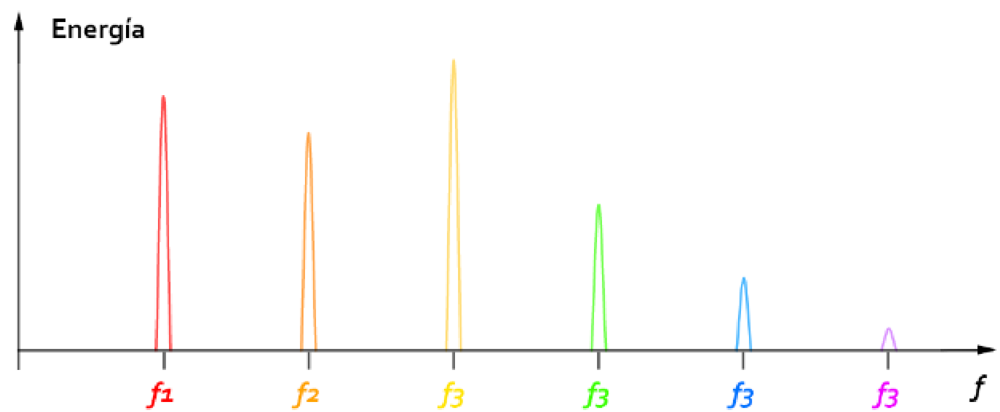


Ilustración 6 - Espectro de la señal generada a partir de la vibración de la cuerda

En esencia, cualquier sonido puede representarse mediante una suma de tonos puros ponderados en el tiempo. Es precisamente en este principio en el que se basa la transformada de Fourier, que permite estudiar algunas características principales del sonido, como la intensidad, el timbre o el tono:

⇒ **La intensidad.** La energía total de la onda, es decir, la suma de las energías de todos los armónicos, determina lo que coloquialmente se conoce como intensidad del sonido. En una guitarra, puede controlarse tocando con mayor o menor fuerza.

⇒ **El timbre.** La distribución de la energía total entre estos armónicos determina el timbre. Permite distinguir dos instrumentos cuando ambos tocan la misma nota. Depende del material de la cuerda, su masa, si tocamos con dedos o púa, del material de la guitarra, de si tiene elementos resonadores, etc.

⇒ **El tono.** La frecuencia fundamental. Define la nota a la que oscila la cuerda.

5.6. Intervalos y escalas. El círculo de quintas.

EL INTERVALO DE OCTAVA

Los griegos descubrieron que al excitar una cuerda tensada de longitud L, el sonido resultante encajaba muy bien con el de una cuerda de longitud $L/2$. Si comparamos los espectros de ambas señales, es fácil ver por qué: ambos sonidos tienen armónicos en común. Cuando esto ocurre, se dice que estos son dos sonidos consonantes.

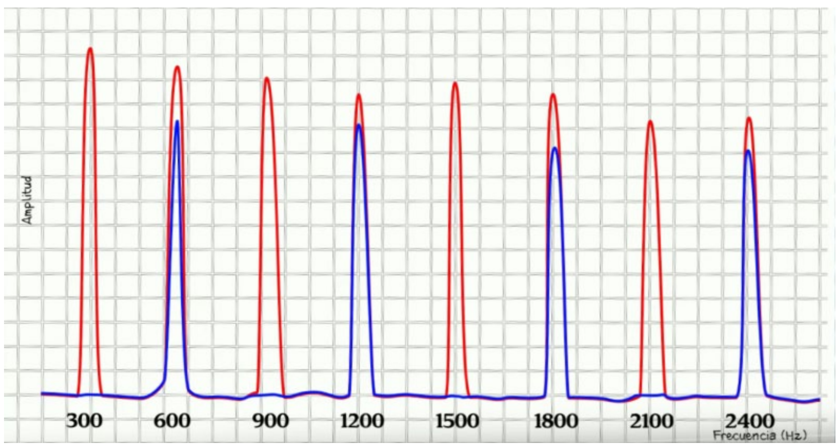


Ilustración 7 – Espectros de la cuerda de longitud L (rojo) y L/2 (azul)

Dado que reducir la longitud de la cuerda a la mitad equivale a duplicar la frecuencia fundamental, los armónicos de los sonidos emitidos por las cuerdas de longitud L y $L/2$ siguen dos progresiones aritméticas cuyos términos generales son, respectivamente:

$$\begin{aligned} f_n &= f_1 + (n-1) \cdot f_1 \\ f_{n'} &= 2f_1 + (n'-1) \cdot 2f_1 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Si igualamos los términos generales, se deduce que los armónicos coinciden en todo f_k con $k = \dot{2}$.

$$f_n = f_{n'} \rightarrow n' = \frac{1}{2} n \in \mathbb{N} \tag{5.9}$$

A este intervalo se le denomina octava, y dado que la consonancia es tan grande, se asume que f_1 y $2f_1$ son la misma nota musical.

EL INTERVALO DE QUINTA

Si se lleva a cabo el mismo proceso comparando esta vez el sonido emitido por una cuerda de longitud L con otra de longitud $\frac{2}{3} \cdot L$, se obtiene lo siguiente:

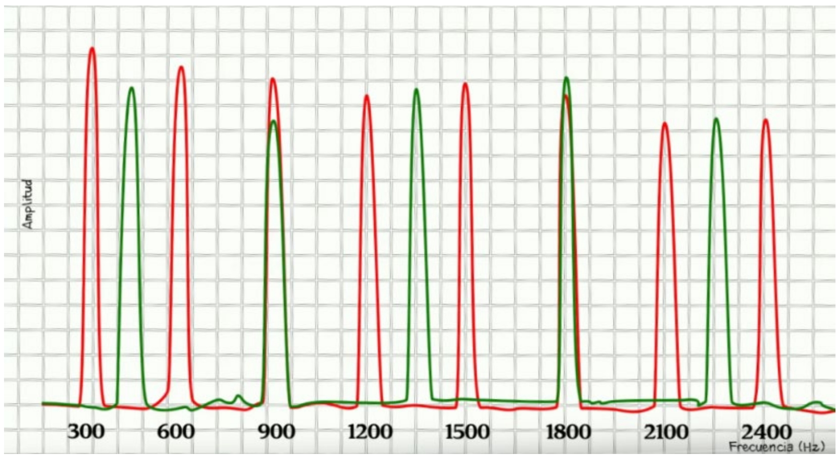


Ilustración 8 - Espectros de la cuerda de longitud L (rojo) y 2L/3 (verde)

Dado que multiplicar la longitud de la cuerda por $2/3$ equivale a dividir la frecuencia fundamental entre $2/3$, los armónicos de los sonidos emitidos por las cuerdas de longitud L y $2L/3$ siguen dos progresiones aritméticas cuyos términos generales son:

$$f_n = f_1 + (n-1) \cdot f_1$$
$$f_{n'} = \frac{3}{2} f_1 + (n'-1) \cdot \frac{3}{2} f_1 \quad (5.10)$$

De nuevo, si de nuevo igualamos ambos términos generales, se deduce que los armónicos coinciden en todo f_k con $k = \dot{3}$.

$$f_n = f_{n'} \rightarrow n' = \frac{2}{3} n \in \mathbb{N} \quad (5.11)$$

A este intervalo se le denomina quinta, y si bien la consonancia es notoria, el que existan armónicos nuevos hace que f_1 y $\frac{3}{2} f_1$ sean consideradas dos notas diferentes. Por tanto, las quintas pueden usarse iterativamente para obtener nuevas notas musicales.

ESCALAS E INTERVALOS

Si hallamos sucesivamente las quintas hasta terminar con un total de cinco notas musicales, y si empleamos la octava para obtener otras notas equivalentes, se obtiene la escala pentatónica, ampliamente utilizada tanto en música tradicional (como es el caso de la música celta y de la música tradicional china) como en géneros más contemporáneos, especialmente en el blues o el rock.

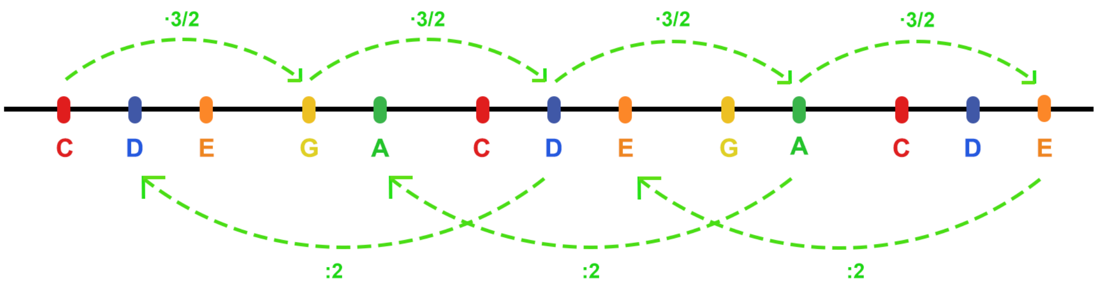


Ilustración 9 - Generación de la escala pentatónica a partir de las quintas

Extendiendo este proceso hasta terminar con un total de siete notas musicales se obtiene la escala natural de do, conocida también como do mayor o do jónico:

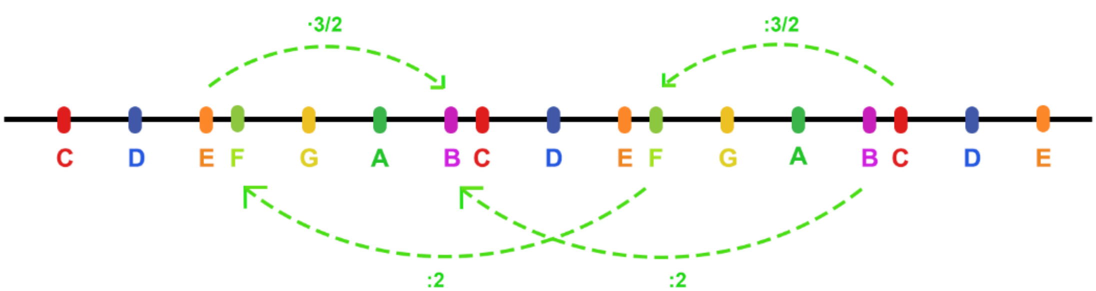


Ilustración 10 - Generación de la escala natural a partir de las quintas

De estas siete notas se obtiene los siete modos musicales: según la nota a la que se le asigne el rol de “nota raíz” o tónica, la melodía tiende a transmitir una emoción diferente al oyente. Aunque obviamente, en la composición musical la parte rítmica también juega un papel muy relevante a la hora de transmitir un sentimiento.

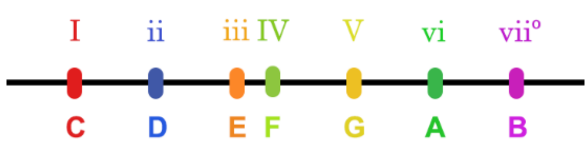


Ilustración 11 - Los siete modos musicales

En la siguiente tabla se muestra algunos ejemplos de canciones contemporáneas que hacen uso de estos modos musicales.

Modo	Escala	Notas	Sensación	Ejemplo
I	C Jónico o mayor	C D E F G A B	Alegría	The Beatles – Let It Be
ii	D Dórico	D E F G A B C	Épico (triste)	Pink Floyd – Another Brick in the Wall
iii	E Frigio	E F G A B C D	Siniestro	Metallica – Creeping Death
IV	F Lidio	F G A B C D E	Fantasía	Fleetwood Mac – Dreams
V	G Mixolidio	G A B C D E F	Épico (alegre)	Creedence Clearwater Revival – Fortunate Son
vi	A Eólico o menor	A B C D E F G	Tristeza	R.E.M. – Losing My Religion
viiº	B Locrio	B C D E F G A	Angustia	Slipknot – Left Behind

Tabla 7 - Los modos musicales, sus notas y su sentimiento asociado.

Sin embargo, existen también canciones que emplean cambios modales, es decir, una parte de la canción emplea un modo y luego transiciona a otro distinto, dotando a la canción de cierto dinamismo sentimental.

Es el caso del tema Comfortably Numb, de la banda Pink Floyd. Inicialmente esta canción hace uso del modo D jónico o D mayor, que emplea las mismas notas que la escala B eólico o B menor, transmitiendo cierta melancolía; luego transiciona a D mixolidio, transmitiendo nostalgia y alegría; finalmente la canción vuelve a B eólico y termina con un solo de guitarra que emplea principalmente la escala pentatónica menor de B, transmitiendo de nuevo nostalgia, pero esta vez con desgarro, tristeza y dolor.

También existen géneros que superponen escalas, es decir, emplean a la vez todas las notas de ambas escalas. Esto ocurre mucho en el blues, combinándose las escalas eólica y dórica en un blues triste (Stevie Ray Vaughan - Dirty Pool) y las escalas eólica y mixolidia cuando se trata de un blues alegre (Chuck Berry - Johnny B. Goode).

Continuando con los intervalos, si finalmente seguimos con el proceso hasta dividir cada octava en doce intervalos, obtenemos la escala cromática compuesta por siete notas musicales más cinco notas alteradas. De hecho, a raíz de esto puede descubrirse el porqué de la distribución de teclas blancas y negras en un piano.

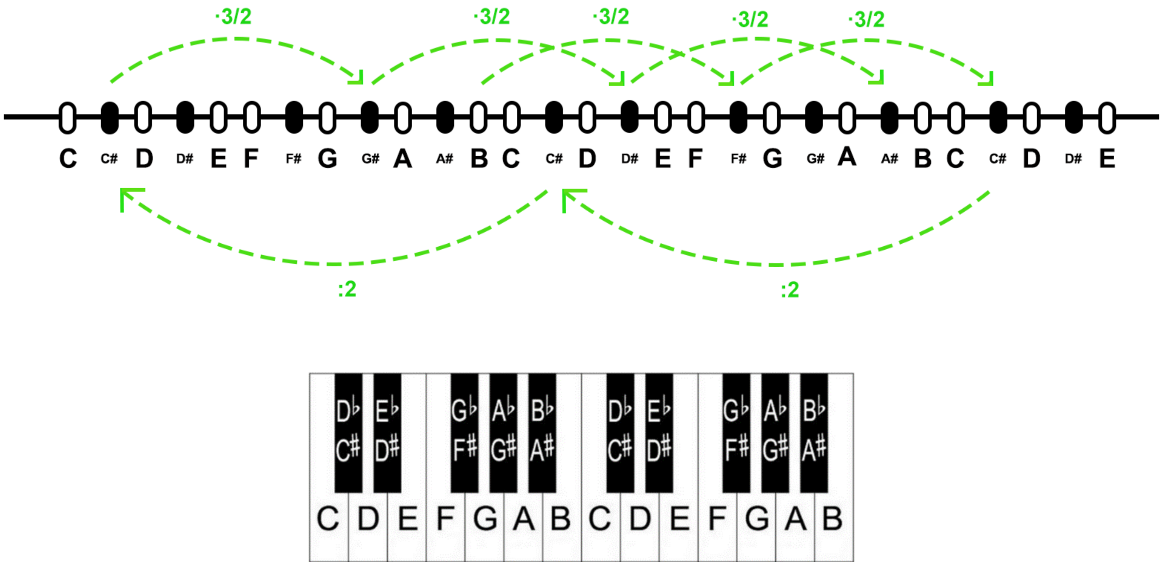


Ilustración 12 - Generación de las 12 notas musicales mediante quintas

Una vez dividida cada octava en doce intervalos o semitonos, estos reciben la siguiente nomenclatura atendiendo a su distancia respecto a la nota raíz. En la siguiente tabla se muestra el ejemplo para la escala C cromática.

Nota	Semitonos	Intervalo	Símbolo
C	0	Unísono	U
C#	1	Segunda menor	b2
D	2	Segunda mayor	2
D#	3	Tercera menor	b3
E	4	Tercera mayor	3
F	5	Cuarta	4
F#	6	Cuarta aumentada / Quinta disminuida	b5
G	7	Quinta	5
G#	8	Sexta menor	b6
A	9	Sexta mayor	6
A#	10	Séptima menor	b7
B	11	Séptima mayor	7
C	12	Octava	8

Tabla 8 - Los 12 intervalos musicales

Cabe decir que, si bien este método fue el primero que se utilizó para dividir la octava en doce intervalos, estos no tienen exactamente la misma anchura. Es por ello que, a día de hoy, se utiliza la división logarítmica $\sqrt[12]{2}$ vista anteriormente, ya que garantiza que la octava sea dividida en doce intervalos exactamente iguales.

EL CÍRCULO DE QUINTAS

Muchas veces, estas notas suelen presentarse a través del Círculo de Quintas, que recoge de manera circular las doce notas musicales bajo una serie de criterios:

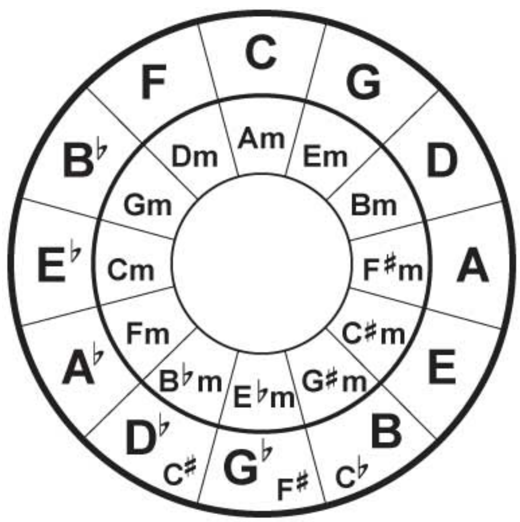


Ilustración 13 - El círculo de quintas

⇒ Al avanzar una posición (sentido horario) se obtiene una quinta.

⇒ Al retroceder una posición (sentido antihorario) se obtiene una cuarta.

⇒ El círculo interno muestra la equivalencia entre los modos jónico y eólico:

- *La escala C Mayor emplea las mismas notas que la escala de A menor.*
- *La escala G Mayor emplea las mismas notas que la escala de E menor.*
- *La escala D Mayor emplea las mismas notas que la escala de B menor.*
- *Etcétera.*

ACORDES BÁSICOS

A partir de una escala, puede definirse sus acordes (conjunto de varias notas en armonía). Los acordes más básicos son las triadas, compuestas por tres notas. De igual manera se define los acordes de séptima, compuestos por cuatro notas.

Modo	Triada	Símbolo	Notas	Intervalos
I	C Mayor	C	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5
ii	D menor	D m	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5
iii	E menor	E m	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5
IV	F Mayor	F	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5
V	G Mayor	G	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5
vi	A menor	A m	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5
viiº	B menor disminuida	B dim	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-b5

Tabla 9 - Triadas básicas

De igual manera, puede definirse los acordes de séptima, que están compuestos por cuatro notas:

Modo	Acorde de séptima	Símbolo	Notas	Intervalos
Imaj7	C Mayor séptima	C maj7	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5-7
iim7	D menor séptima	D m7	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5-b7
iiim7	E menor séptima	E m7	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5-b7
IV	F Mayor séptima	F maj7	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5-7
V7	G Séptima	G 7	CDEFGABCDEFGAB	1-3-5-b7
vi	A menor séptima	A m7	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-5-b7
vii7b5	B menor disminuida	B 7b5	CDEFGABCDEFGAB	1-b3-b5-b7

Tabla 10 - Acordes de séptima

Si bien es menos habitual, si se extiende los intervalos más allá de la octava puede definirse también los acordes de novena e incluso de décimo tercera.

6. CONCLUSIONES

Considero que la implementación de actividades que involucren conocimientos de diversas materias resulta muy útil para hacerles ver a los alumnos la utilidad y el sentido de lo que están estudiando, así como hacerles entender que el conocimiento es un todo, y que las asignaturas que aprenden en la escuela guardan relación entre sí.

Esta práctica busca cumplir este objetivo, empleando conocimientos de secundaria y bachillerato en las áreas de música, tecnología y especialmente física y matemáticas.

7. REFERENCIAS

[1] Beato, R. (s. f.). *The Beato Book* (4.0 ed.). https://rickbeato.com/products/the-beato-book-4-0-pdf

[2] Lemnismath. (2018, 7 septiembre). *¿Por qué tenemos 12 notas musicales? | Música y matemáticas* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=P7iC-fbdKmQ&t=467s

[3] Karolyi, O. (1965). *Introducción a la música*. Alianza Editorial.

[4] Szynalski, T. P. (s. f.). *Online Tone Generator*. szynalski.com. https://www.szynalski.com/tone-generator/

[5] *Real Decreto 234/2022*. (2022, abril). https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con

8. ANEXOS

En las siguientes páginas se presentan las fichas de la actividad propiamente dicha, y que han de entregarse a los alumnos para que estos lean la teoría, reflexionen y realicen los ejercicios a la vez que manipulan y experimentan con la guitarra y el resto del material necesario.

Al final de estas hojas, se adjunta también un solucionario que, a criterio del docente encargado de guiar la actividad, podrá ser o no entregado al alumno. En todo caso busca servir como guía para el profesor en el proceso de corrección y explicación de los ejercicios.

¿Cómo funciona una guitarra eléctrica?

1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica vamos a ver cómo la Música, las Matemáticas, la Física y la Tecnología y se entrelazan para dar lugar a uno de los instrumentos musicales más populares de los últimos casi 100 años: la guitarra eléctrica.

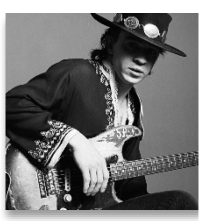
Para ello, harás uso de tus conocimientos adquiridos en tu etapa de la ESO y bachillerato.

Años 50

Chuck Berry

Años 60

Jimi Hendrix

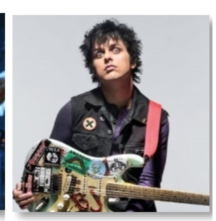


Años 80

Stevie Ray Vaughan

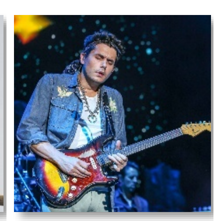
Años 90

Kurt Cobain (Nirvana)



Años 2000

Billie Joe (Green Day)



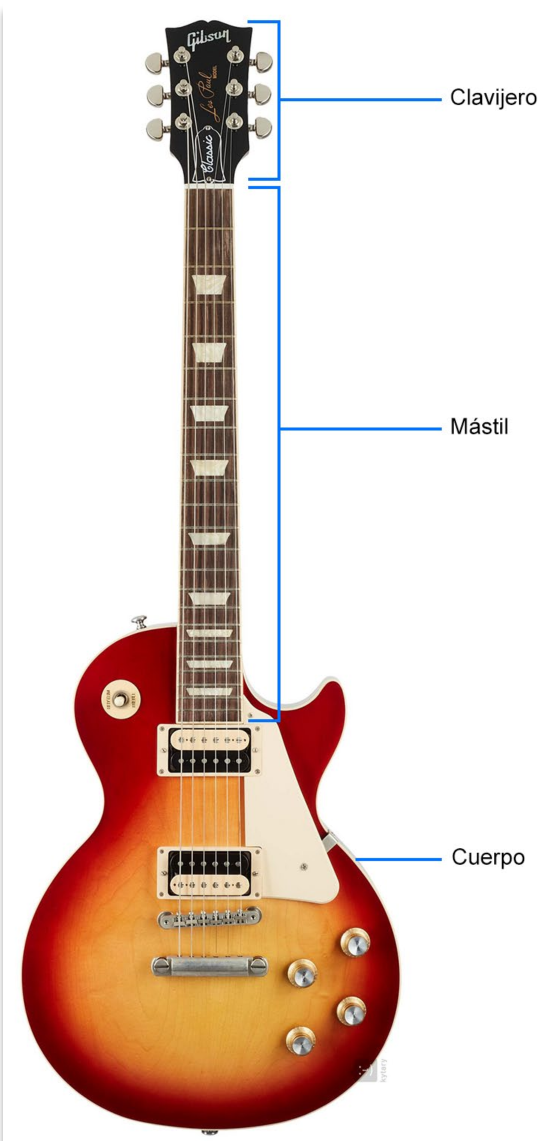
2022

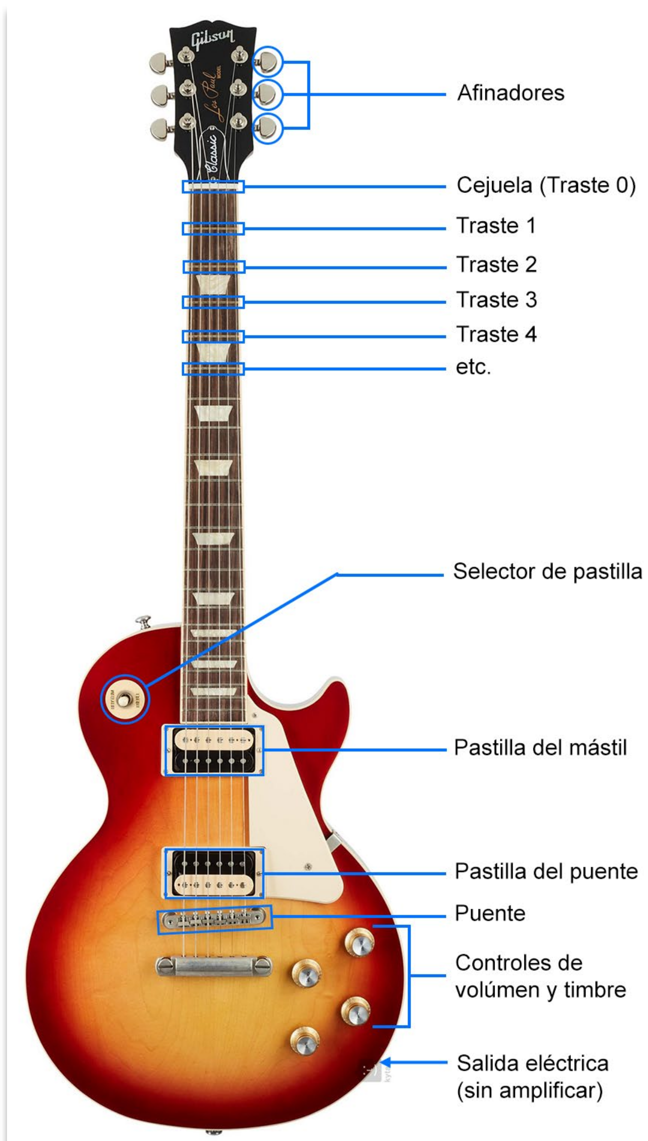
John Mayer

2. PARTES DE LA GUITARRA ELÉCTRICA

Para entender cómo funciona una guitarra eléctrica, lo primero es familiarizarse con las partes que la componen.

En la siguiente imagen se muestra un esquema global (izquierda) y específico (derecha) de este instrumento:

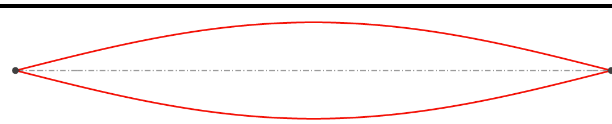
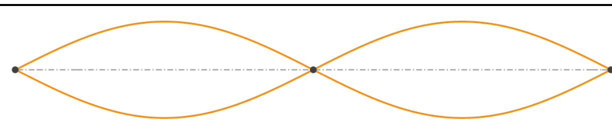
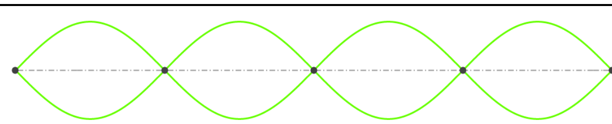
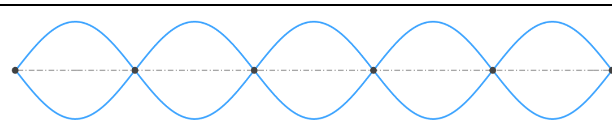
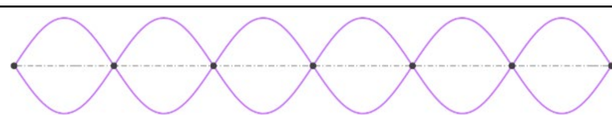




3. TEORÍA ONDULATORIA

Al pulsar una cuerda en un traste y percutirla con una púa o los dedos, la longitud de la sección de la cuerda que oscilará vendrá dada por la distancia entre el puente el traste.

Dado que se trata de una cuerda tensada sujeta por dos extremos, esta oscilará como fundamental, siguiendo una Progresión Aritmética:

Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{1}$ Frecuencia fundamental, f_1		$L = \frac{1}{2} \cdot \lambda_1$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{2}$ $f_2 = 2 \cdot f_1$		$L = \frac{2}{2} \cdot \lambda_2$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{3}$ $f_3 = 3 \cdot f_1$		$L = \frac{3}{2} \cdot \lambda_3$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{4}$ $f_4 = 4 \cdot f_1$		$L = \frac{4}{2} \cdot \lambda_4$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{5}$ $f_5 = 5 \cdot f_1$		$L = \frac{5}{2} \cdot \lambda_5$
Armónico $\boldsymbol{n} = \mathbf{6}$ $f_6 = 6 \cdot f_1$		$L = \frac{6}{2} \cdot \lambda_6$

La velocidad v (metros por segundo) con la que se propaga la onda a lo largo de la cuerda, está determinada por la masa m (kilogramos) y la longitud L (metros) de la cuerda, así como por la tensión T (Newtons) a la que esta está sometida:

$$v = \sqrt{\frac{T}{m/L}} \tag{7.1}$$

Como todos los armónicos dependen de la frecuencia fundamental, el tono del sonido producido por la oscilación de la cuerda depende en última instancia de f_1:

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L} \cdot \sqrt{\frac{T}{m/L}} \tag{7.2}$$

Por lo tanto, existen tres maneras diferentes de alterar el tono en una cuerda de guitarra:

$$\boldsymbol{f_1} = \frac{1}{2\boldsymbol{L}} \cdot \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}/\boldsymbol{L}}} \tag{7.3}$$

Mediante $\boldsymbol{m}$	Mediante $\boldsymbol{T}$	Mediante $\boldsymbol{L}$
⇒ Al aumentar $\boldsymbol{m}$, disminuye $\boldsymbol{f}$ ⇒ Al disminuir $\boldsymbol{m}$, aumenta $\boldsymbol{f}$	⇒ Al aumentar $\boldsymbol{T}$, aumenta $\boldsymbol{f}$ ⇒ Al disminuir $\boldsymbol{T}$, disminuye $\boldsymbol{f}$	⇒ Al aumentar $\boldsymbol{L}$, disminuye $\boldsymbol{f}$ ⇒ Al disminuir $\boldsymbol{L}$, aumenta $\boldsymbol{f}$

Ejercicio 3.A - Manipulando la frecuencia (I)

Experimenta con la guitarra y comprueba cómo las cuerdas más finas suenan distintas a las más gruesas. ¿Cuál de las seis suena más aguda y cuál más grave? ¿Por qué?

Respuesta:

Ejercicio 3.B - Manipulando la frecuencia (II)

Usando tus oídos como referencia, experimenta con la guitarra y halla una manera de aumentar la frecuencia de una cuerda a través de la tensión.

¿Qué has hecho para lograrlo?

Respuesta:

Ejercicio 3.C - Manipulando la frecuencia (III)

Usando tus oídos como referencia, experimenta con la guitarra y halla una manera de aumentar la frecuencia de una cuerda a través de la longitud.

¿Qué has hecho para lograrlo?

Pista: *Recuerda que la longitud de la cuerda oscilante viene determinada por la distancia entre el puente y el traste pulsado.*

Respuesta:

4. DOCE NOTAS

Ya sabemos cómo manipular la frecuencia en una guitarra. Si queremos hacer música con ella, sólo queda saber qué frecuencias concretas queremos reproducir.

Como sabemos, existen siete notas musicales:

do re mi fa sol la si

Sin embargo, teniendo en cuenta las alteraciones en total hay doce notas. Estas notas alteradas pueden representarse mediante los sostenidos (#), que aumentan la nota en un intervalo, o mediante los bemoles (♭), que disminuyen la nota en un intervalo.

Si dibujamos las notas sin alterar en blanco y las alteradas en negro, lo que obtenemos son las teclas de un piano en un intervalo de octava:

do	do# o re♭	re	re# o mi♭	mi	fa	fa# o sol♭	sol	sol# o la♭	la	la# o si♭	si

Si bien estos son los nombres que reciben las notas musicales en la nomenclatura clásica, la nomenclatura anglosajona es diferente:

C	C# o D♭	D	D# o E♭	E	F	F# o G♭	G	G# o A♭	A	A# o B♭	B

Las frecuencias asignadas a cada nota musical tienen una justificación matemática basada en el concepto de octava, que como sabemos, para una frecuencia f_i se define como el intervalo $I = (f_i,\ 2f_i)$.

La razón de que se emplee el concepto de octava para definir las notas musicales, es que el oído humano percibe las frecuencias con una resolución logarítmica.

Por ejemplo, para una persona promedio percibir la diferencia entre 100 y 105 Hz resulta algo trivial, diferenciar entre 1.000 y 1.005 Hz es más confuso, y diferenciar entre 10.000 y 10.005 Hz resulta casi imposible hasta para un oído entrenado (puedes comprobarlo en este generador de tonos). Por ello, se considera que la resolución frecuencial del sistema auditivo se relaciona con el logaritmo.

En este apartado vamos a averiguar cuáles son las notas musicales de algunas cuerdas a lo largo del diapasón, y cuáles son sus respectivas frecuencias.

Para poder empezar a hacer música, lo primero es afinar la guitarra…

Ejercicio 4.A - Puesta a punto…

Conecta la guitarra al afinador.

Empleando los afinadores del clavijero, ajusta la tensión de cada cuerda de manera que respectivamente oscilen al aire (**sin pulsar ningún traste**) a las siguientes notas musicales:

1ª cuerda	2ª cuerda	3ª cuerda	4ª cuerda	5ª cuerda	6ª cuerda
mi	**si**	**sol**	**re**	**la**	**mi**
E	**B**	**G**	**D**	**A**	**E**

Ten en cuenta que la nota E de la 6ª cuerda es dos octavas más grave que la nota E de la 1ª cuerda.

Consejo: *Trata de ser todo lo preciso que puedas.*

Ejercicio 4.B - Sucesiones en Música

Empleando un metro, mide las sucesivas distancias entre el puente y los 12 primeros trastes para la 5ª cuerda. ¿Qué progresión siguen? ¿Geométrica o Aritmética? Deduce el término general tomando como primer término la distancia entre puente y cejuela.

Consejo: *Utiliza dos decimales de precisión.*

5ª cuerda	Distancia al puente (cm)
Traste 0 (cejuela)	
Traste 1	
Traste 2	
Traste 3	
Traste 4	
Traste 5	
Traste 6	
Traste 7	
Traste 8	
Traste 9	
Traste 10	
Traste 11	
Traste 12	

Término general:

Ejercicio 4.C - Deduce las frecuencias de las notas

Sabiendo que cuando percutimos la 5ª cuerda al aire la nota a la que vibra es un La, cuya frecuencia es 110 Hz, y conociendo la razón o diferencia de la progresión del ejercicio anterior, deduce el término general para las frecuencias.

Hecho esto, conecta la guitarra al afinador y apunta las respectivas notas musicales.

¿Qué relación existe entre la nota cuando la tocamos al aire y cuando pulsamos el traste 12? ¿Por qué? ¿Cómo llamamos a ese intervalo en Música?

Pista: *Frecuencia y distancia son parámetros inversos entre sí.*

5ª cuerda	f (Hz)	Nota musical
Traste 0 (cejuela)	110	La
Traste 1		
Traste 2		
Traste 3		
Traste 4		
Traste 5		
Traste 6		
Traste 7		
Traste 8		
Traste 9		
Traste 10		
Traste 11		
Traste 12		

Término general:

Relación entre los trastes 0 y 12:

Observa las frecuencias que has calculado en la tabla del ejercicio anterior. Si te fijas, para cualquier traste i y su siguiente $i+1$, se cumple lo siguiente:

$$f_{i+1} = f_i \cdot \sqrt[12]{2} \tag{7.4}$$

Es decir, las notas musicales siguen una Progresión Geométrica de razón $r = \sqrt[12]{2}$.

Pero… ¿Por qué?

Como hemos dicho, el oído percibe las frecuencias de manera logarítmica, y dado que las notas que están separadas una octava las percibimos en esencia como la misma nota, este logaritmo es de base 2.

Por tanto, dado que existen 12 notas musicales, para asignar una frecuencia a cada una de ellas debemos dividir una octava en 12 intervalos iguales, quedando una separación entre las notas de 1/12 de octava:

$$\frac{log_2\,(2 \cdot f_i) - log_2\,(f_i)}{12} = log_2\left(\sqrt[12]{2}\right) = \frac{1}{12} \qquad (7.5)$$

En consecuencia, dada una nota musical de frecuencia f_i, la nota musical inmediatamente siguiente, f_{i+1}, cumplirá que:

$$log_2\,(f_{i+1}) = log_2\,(f_i) + log_2\,(\sqrt[12]{2}) \qquad (7.6)$$

En la escala logarítmica se trata de una Progresión Aritmética de diferencia $d = log_2\,(\sqrt[12]{2})$. Sin embargo, si se simplifica la expresión recordando las propiedades de los logaritmos se observa que, en realidad, las frecuencias de las notas musicales siguen una Progresión Geométrica de razón $r = \sqrt[12]{2}$, como hemos comprobado antes.

$$f_{i+1} = f_i \cdot \sqrt[12]{2} \qquad (7.7)$$

De hecho, la octava de f_i es $f_{i+12} = f_i \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^{12} = 2f_i$, como ya sabíamos.

5. LA GUITARRA EN EL ENTORNO DIGITAL

La señal eléctrica que sale de la guitarra es muy débil. Por ello, es necesario conectarla a un amplificador, que a su vez es el encargado de introducir esa distorsión tan característica de este instrumento.

Sin embargo, hoy en día la tecnología permite digitalizar esa señal y utilizar en el ordenador una inmensa variedad de efectos y amplificadores virtuales muy realistas, como puedes ver en este vídeo de ejemplo.

Ejercicio 5 - ¡A tocar!
Conecta la guitarra a la interfaz de audio del ordenador y experimenta con el amplificador virtual para conseguir distintos sonidos. ¿Qué ventajas consideras que pueden existir frente a los amplificadores analógicos?
Respuesta:

6. UNA ÚLTIMA CUESTIÓN…

Ya hemos visto cómo manipular la frecuencia en una guitarra, cómo hacer música con ella y cómo aplicar efectos y distorsiones, pero…

¿Cómo logra la guitarra transformar las vibraciones de las cuerdas en una señal eléctrica?

Averigüémoslo con un último ejercicio…

Ejercicio 6 - Todo gracias a la Física

Desconecta la guitarra de la interfaz y afloja mucho las cuerdas usando los afinadores del clavijero. Verás que las pastillas de la guitarra y las cuerdas se atraen como dos imanes… ¿Por qué?

Pista: *¿Qué dice la Ley de Faraday?*

Respuesta:

SOLUCIONARIO

Ejercicio 3.A - Manipulando la frecuencia (I)

Experimenta con la guitarra y comprueba cómo las cuerdas más finas suenan distintas a las más gruesas. ¿Cuál de las seis suena más aguda y cuál más grave? ¿Por qué?

Respuesta:

La frecuencia fundamental a la que oscila la cuerda tensada se rige por la fórmula:

$$\boldsymbol{f_1} = \frac{1}{2\boldsymbol{L}} \cdot \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}/\boldsymbol{L}}}$$

Las seis cuerdas de la guitarra tienen prácticamente la misma longitud y están sometidas a casi la misma tensión. Sin embargo, no tienen la misma masa.

Si las percutimos comprobaremos que las primeras cuerdas (más finas y con menos masa) suenan más agudas que las últimas (más gruesas y con más masa), siendo la 1ª cuerda la más aguda (Mi o E) y la 6ª la más grave (Mi o E dos octavas más grave).

Si nos fijamos en la fórmula, es fácil ver por qué: la frecuencia es inversamente proporcional a $\sqrt{m}$.

Ejercicio 3.B - Manipulando la frecuencia (II)

Usando tus oídos como referencia, experimenta con la guitarra y halla una manera de aumentar la frecuencia de una cuerda a través de la tensión.

¿Qué has hecho para lograrlo?

Respuesta:

Empleando los afinadores del clavijero podemos ajustar el tono de las cuerdas a través de la tensión: a mayor tensión, mayor frecuencia.

Ejercicio 3.C - Manipulando la frecuencia (III)

Usando tus oídos como referencia, experimenta con la guitarra y halla una manera de aumentar la frecuencia de una cuerda a través de la longitud.

¿Qué has hecho para lograrlo?

Pista: *Recuerda que la longitud de la cuerda oscilante viene determinada por la distancia entre el puente y el traste pulsado.*

Respuesta:

Pulsando un traste cualquiera delimitamos la sección oscilante de la cuerda entre dicho traste y el puente. Arreglando la fórmula, f *es inversamente proporcional a* $\sqrt{L}$*:*

$$\boldsymbol{f_1} = \frac{1}{2\boldsymbol{L}} \cdot \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}/\boldsymbol{L}}} = \frac{1}{2\sqrt{L}} \cdot \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{m}}}$$

Cuanto más cerca del puente esté el traste pulsado, menor longitud y, en consecuencia, mayor frecuencia de oscilación.

Ejercicio 4.B - Sucesiones en Música

Empleando un metro, mide las sucesivas distancias entre el puente y los 12 primeros trastes para la 5ª cuerda. ¿Qué progresión sigue? ¿Geométrica o Aritmética? Deduce el término general tomando como primer término la distancia entre puente y cejuela.

Consejo: *Utiliza dos decimales de precisión.*

5ª cuerda	Distancia al puente (cm)
Traste 0 (cejuela)	63,6
Traste 1	60,0
Traste 2	56,7
Traste 3	53,5
Traste 4	50,6
Traste 5	47,8
Traste 6	45,2
Traste 7	42,7
Traste 8	40,3
Traste 9	38,1
Traste 10	36,0
Traste 11	34,0
Traste 12	32,1

Progresión Geométrica de razón $r = 1/\sqrt[12]{2}$.
Término general (en m *y con cierto error):*

$$D_n = 0{,}636 : 1{,}05946\ldots^n = 0{,}636 \cdot \left(1/\sqrt[12]{2}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Ejercicio 4.C - Deduce las frecuencias de las notas

Sabiendo que cuando percutimos la 5ª cuerda al aire la nota a la que vibra es un la, cuya frecuencia es 110 Hz, y conociendo la razón o diferencia de la progresión del ejercicio anterior, deduce el término general para las frecuencias.

Hecho esto, conecta la guitarra al afinador y apunta las respectivas notas musicales.

¿Qué relación existe entre la nota cuando la tocamos al aire y cuando pulsamos el traste 12? ¿Por qué? ¿Cómo llamamos a ese intervalo en Música?

Pista: *Frecuencia y distancia son parámetros inversos entre sí.*

5ª cuerda	f (Hz)	Nota musical
Traste 0 (cejuela)	110	la
Traste 1	117	la# o si♭
Traste 2	123	si
Traste 3	131	do
Traste 4	139	do# o re♭
Traste 5	147	re
Traste 6	156	re# o mi♭
Traste 7	165	mi
Traste 8	175	fa
Traste 9	185	fa# o sol♭
Traste 10	196	sol
Traste 11	208	sol# o la♭
Traste 12	220	la

Término general:

Puesto que frecuencia y distancia son parámetros inversos entre sí, lo que en distancia es una Progresión Geométrica de razón $r = 1/\sqrt[12]{2}$, en frecuencia es una Progresión Geométrica de razón $r = \sqrt[12]{2}$. Utilizando como primer término la nota al aire de la quinta cuerda, el término general queda como:

$$f_n = 110 \cdot 1{,}05946\ldots^n = 110 \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^n, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Relación entre los trastes 0 y 12:

La nota tanto en el traste 0 como en el 12 es la misma: la nota la*. Sin embargo, la del traste 12 está una octava por encima:*

$$f_{12} = 110 \cdot \left(\sqrt[12]{2}\right)^{12} = 110 \cdot 2 = 220\ Hz$$

Esto es debido a que la distancia entre el puente y el traste 12 es la mitad de la distancia entre el puente y la cejuela, como se pudo deducir de manera aproximada al medir las distancias en el ejercicio 4.B:

$$D_{12} = 0{,}636 \cdot \left(1/\sqrt[12]{2}\right)^{12} = 0{,}636/2 = 0{,}318\ m$$

Ejercicio 5 - ¡A tocar!

Conecta la guitarra a la interfaz de audio del ordenador y experimenta con el amplificador virtual para conseguir distintos sonidos. ¿Qué ventajas consideras que pueden existir frente a los amplificadores analógicos?

Una posible respuesta:

- ✓ *A diferencia de los analógicos, los amplificadores virtuales no necesitan mantenimiento ni se estropean o rompen con el tiempo.*
- ✓ *Teniendo uno, puedes utilizar varios a la vez.*
- ✓ *Permiten mayor portabilidad y son más baratos.*

Ejercicio 6 - Todo gracias a la Física

Desconecta la guitarra de la interfaz y afloja mucho las cuerdas usando los afinadores del clavijero. Verás que las pastillas de la guitarra y las cuerdas se atraen como dos imanes… ¿Por qué?

Pista: *¿Qué dice la Ley de Faraday?*

Respuesta:

"La fuerza electromotriz inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la rapidez con que varía el flujo magnético que atraviesa un circuito por unidad de tiempo".

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Es decir, las oscilaciones de las cuerdas generan variaciones en el flujo magnético que dan lugar a una tensión análoga a dichas vibraciones. En esencia, las pastillas son un transductor mecánico eléctrico: utilizan la inducción electromagnética para transformar el movimiento de las cuerdas en una señal eléctrica.