TECNOLOGÍA EDUCATIVA
SOCIALIZANDO TUS EXPERIENCIAS

EL USO DEL GEOGEBRA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SU INCIDENCIA EN LA FORMACION MATEMATICA

THE USE OF GEOGEBRA IN PROBLEM SOLUTION AND ITS IMPACT ON MATHEMATICAL TRAINING

M.Sc. Mario Rafael Estrada Doallo
mestradad@uho.edu.cu
https://orcid.org/0000-0001-6246-4415
Universidad de Holguín, Cuba

M.Sc. Carlos Ernesto Rodríguez Escobar
crescobar@uho.edu.cu
https://orcid.org/0000-0001-9083-820X
Universidad de Holguín, Cuba

M.Sc. Ermes Cala Lobaina
ermescl@uho.edu.cu
https://orcid.org/0000-0002-9114-0986
Universidad de Holguín, Cuba

Tipo de contribución: Artículo de investigación científica
Recibido: 02-02-2021
Aceptado para su publicación: 14-09-2021

Resumen: La resolución de problemas en la enseñanza de la matemática constituye una de las tareas fundamentales de esta asignatura en cualquier currículo de matemática. Por otro lado, la elaboración de simuladores con GeoGebra es una actividad que consiste en construir dibujos dinámicos que representan las formas y movimientos de fenómenos reales. La era digital ha traído transformaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje y el uso de los programas de Geometría Dinámica desarrollados para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática han tenido un amplio uso en el mundo. En Cuba, uno de los objetivos, de cada una de los programas de la carrera de Licenciatura en Matemática, constituye el uso de la informática en el desarrollo de los contenidos. Aunque la utilización de estos programas informáticos no ha sido como se desea, existen algunas experiencias en este campo. El estudio de la Geometría Analítica forma parte del plan de estudio de la Licenciatura en Matemática y es impartida durante el primer año. El trabajo aborda una experiencia concreta del uso del GeoGebra para la solución, modelación y presentación de un problema de esta asignatura. La aplicación de los métodos de investigación permitió corroborar que con el uso del GeoGebra es posible lograr un cambio en el tratamiento de la Geometría y contribuir al desarrollo del pensamiento visual, su imaginación y a la formación matemática de los estudiantes.

Palabras clave: Geometría Analítica; GeoGebra; modelación; problema; formación matemática

Abstract: Problem solving in the teaching of mathematics constitutes one of the fundamental tasks of this subject in any mathematics curriculum. On the other hand, the development of simulators with GeoGebra is an activity that consists of constructing dynamic drawings that represent the shapes and movements of real phenomena. The digital age has brought transformations in the teaching-learning process and the use of Dynamic Geometry programs developed for the teaching and learning of mathematics have had a wide use in the world. In Cuba, one of the objectives of each of the Mathematics Bachelor's degree programs is the use of information technology in the development of content. Although the use of these computer programs has not been as desired, there are some experiences in this field. The study of Analytical Geometry is part of the study plan of the Bachelor of Mathematics and is taught during the first year. The work addresses a concrete experience of the use of GeoGebra for the solution, modeling and presentation of a problem in this subject. The application of the research methods allowed corroborating that with the use of GeoGebra it is possible to achieve a change in the treatment of Geometry and contribute to the development of visual thinking, their imagination and the mathematical training of students.

Keywords: Analytical geometry; GeoGebra; modelation; problem; mathematical training

1. INTRODUCCIÓN

No hay dudas que durante los últimos años la enseñanza de la Geometría como disciplina, dentro de los planes de estudios de la carrera de Licenciatura en Matemática, ha sufrido cambios en los métodos y medios utilizados para la impartición de sus contenidos. La tendencia en el presente siglo ha sido cada vez más a la introducción de las TIC en este proceso, permitiendo a docentes y estudiantes la creación de nuevas metodologías para el desarrollo de las aptitudes y las habilidades previstas en los programas de estudios, siendo uno de los objetivos la aplicación de estas tecnologías en el desarrollo de la docencia y la investigación.

La habilidad de representar problemas con el auxilio de figuras geométricas es muy importante en el desarrollo de problemas prácticos y en la representación de resultados, lo cual además se incrementa en la actualidad con el uso de las computadoras y la necesidad del uso de gráficos con estas. (Vargas y Castro, 2017)

La enseñanza y aprendizaje de la Geometría ha sido beneficiada con la introducción de herramientas computacionales, pues con las mismas es posible estudiar los entes geométricos de una forma más precisa, no solo en el ámbito bidimensional sino también tridimensional y permite analizar las variaciones que ocurren en un determinado dibujo relacionado con un problema, que en otros tiempos tenían que ser esbozados a mano para poder explicar las transformaciones.

Dentro de estas herramientas computaciones se encuentran los Sistemas de Geometría Dinámica (SGD) o más bien dicho los Sistemas de Matemática Dinámica (SMD) que una de sus principales ventajas está en la modelación, alteración, previsualización y visualización de problemas geométricos que pueden ser apreciados desde cualquier ángulo. Ello amplía las capacidades imaginativas de los estudiantes desde un punto de partida riguroso y posibilita que puedan ser modelados siguiendo una serie de pasos o algoritmos, que permitan llegar a un fin en concreto.

Uno de los medios por excelencia para la modelación de un problema es el GeoGebra, un software de matemática dinámica que ofrece, entre otras aplicaciones, un entorno de geometría dinámica en 2D y 3D. El funcionamiento del GeoGebra es aprendido en la medida que los estudiantes se involucran en la actividad de resolución de problemas y su modelación. (Castillo y Prieto, 2018)

En el caso del GeoGebra, el modelo computacional que se produce tiene todas las cualidades de un dibujo dinámico, en el sentido de haber sido construido en un entorno de geometría dinámica y mantener invariantes las propiedades y relaciones que son declaradas en su construcción. La complejidad de las formas y movimientos asociados a cada situación que se intenta representar hace necesario considerar tanto al conjunto de objetos matemáticos que orientan la construcción de los dibujos dinámicos, como las diferentes herramientas y funcionalidades del software que permiten lograr la consistencia deseada en la representación del fenómeno. (Castillo y Prieto, 2018)

Por otra parte, con GeoGebra es posible hacer una presentación del problema en cuestión. Una opción es usar la barra de navegación, pues el sistema memoriza el orden de los pasos realizados a la hora de llevar a cabo una construcción geométrica, pero esta presentación es lineal y no permite hacer desaparecer de la pantalla dichos elementos, salvo que se oculten expresamente. Y la otra opción es elaborar un mecanismo de navegación alternativo que posibilite tanto la aparición y desaparición de elementos como la elección de la ruta de resolución a seguir, aspecto este que se tiene en cuenta en el presente trabajo.

Al hacer una revisión del plan de estudio de la carrera de Licenciatura en Matemática se puede apreciar que entre sus objetivos está presente el uso de la tecnología para contribuir a obtener soluciones simbólicas, gráficas y numéricas de los problemas sometidos a estudio, así como simulación de los mismos mediante modelos computacionales. Y en particular, entre los objetivos del primer año de la carrera se encuentra utilizar alguno de los procesadores de textos por computadoras, para la presentación de tareas y la redacción del informe final de la asignatura “Práctica Laboral e Investigativa I”.

De esta forma se muestra una alternativa de solución a esta problemática a través de la resolución y modelación de un problema de Geometría Analítica donde se observa la importancia del uso de la tecnología en la contribución a la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina en la formación matemática de los estudiantes.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

En el trabajo realizado se emplearon diferentes métodos de investigación, del nivel teórico el Histórico - Lógico: con el fin de valorar la evolución y desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría, específicamente de la Geometría Analítica y la aplicación de los Sistemas de

Matemática Dinámica en este proceso. También, el de Análisis - Síntesis e Inducción - Deducción para establecer los fundamentos teóricos, así como para realizar el análisis del diagnóstico, interpretar y sintetizar los resultados y la elaboración de las conclusiones y generalizaciones del trabajo.

Como métodos empíricos se empleó la observación científica y la entrevista a estudiantes y profesores para obtener información sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría Analítica en los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática.

GeoGebra es un programa de matemática dinámica que permite "hacer geometría" tanto al estilo sintético como al estilo euclídeo. El programa permite experimentar, modelar, analizar situaciones geométricas de muy diversos tipos, permite comprobar resultados, inferir, refutar y también, aunque parezca mentira, demostrar.

La herramienta GeoGebra tiene como ventajas realizar construcciones de diferentes entes geométricos: puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas, entre otros. Se pueden dibujar lugares geométricos y envolventes a familias de curvas. Permite realizar animaciones y construir gráficas de funciones asociadas a problemas geométricos lo que es muy interesante para familiarizar a los alumnos con el concepto de función y con el de gráfica de una función.

Otra de sus ventajas es el cálculo simbólico con la opción “CAS”, el cual permite trabajar con los contenidos algebraicos: factorización de números y polinomios, operaciones con fracciones algebraicas, resolución de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones, vectores y matrices, entre otros. La opción “Probabilidades” puede ser utilizada para hacer análisis estadístico, incluido pruebas de hipótesis. Además, presenta una hoja de cálculo.

En las últimas versiones se ha incorporado la opción 3D, donde es posible representar puntos, planos, superficies, desarrollo de estas superficies, proyección frontal, transformaciones geométricas y representar regiones del espacio, entre otras opciones.

Además, presenta una gran variedad de comandos relacionados con la Geometría, el Álgebra, el Análisis Matemático y la Estadística que son de gran utilidad en el trabajo con el programa y permite crear videos y exportar ejercicios a la web.

Resumiendo, GeoGebra es un Programa Dinámico para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas que combina elementos de Geometría, Álgebra, Análisis y Estadística. Es una de las aplicaciones más usadas en el mundo, ya que es un software libre y es muy fácil de aprender a usar y se puede conseguir gratuitamente en su página oficial: https://www.geogebra.org.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El problema que se presenta surgió como parte de las actividades de la asignatura “Práctica Laboral e Investigativa I” de los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática en la Universidad de Holguín. Las socializaciones del trabajo en grupo fueron fuente de nuevas indagaciones constructivas, tanto para llegar a la solución del problema, como para las reflexiones sobre las soluciones que se iban encontrando y sobre la presentación de las soluciones con el uso del GeoGebra.

Problema: ¿Dónde se encuentra el cañón?

Se han situado tres puntos de escucha, A, B y C, de modo que B está situado a 700 m al norte de A, y C a 1 500 m al este de A. El ruido de un cañonazo se escucha simultáneamente en A y B, 2 s después de oírse en C. Determina la posición del cañón asumiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

a) Determina el intervalo de tiempo en qué la solución del problema es la misma.

Como se puede observar, se está ante un problema que se resuelve con la utilización de los conocimientos relativos a la Geometría Analítica, en particular con el uso de las ecuaciones de la mediatriz de un segmento y de la hipérbola. No obstante, el mismo sirvió para modelar y presentar esta situación con la utilización del GeoGebra y analizar las posibles soluciones para diferentes posiciones de los puntos de escuchas y del tiempo que plantea el problema.

3.1. Etapas para la solución del problema

Para la solución del mismo se indicaron las siguientes acciones:

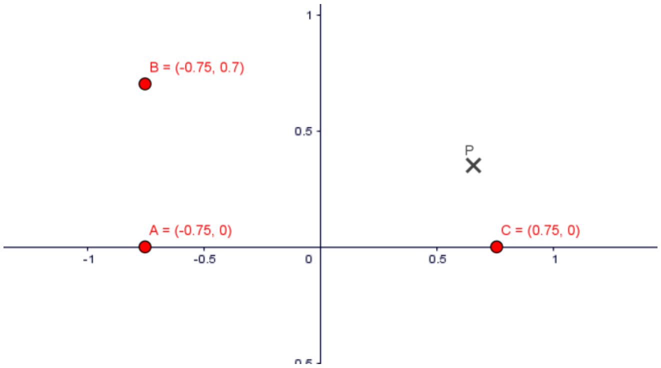
Etapa 1. Análisis del problema

1. Lee detenidamente el problema hasta interpretarlo. Extrae los datos que te dan y lo que tienes que buscar.
2. Realiza una figura de análisis de acuerdo al problema. Ubica los puntos en un sistema de coordenadas conveniente.

Como se puede observar se introduce un sistema de coordenadas convenientemente donde el origen del sistema es el punto medio del segmento $\overline{AC}$ y el punto B se coloca al norte de A a 700 m. En la figura

1 se han representado los puntos considerando km en vez de m.

Figura 1. Representación de los puntos en un sistema de coordenadas cartesiano



Fuente: Elaboración propia

3. ¿Qué significa que el sonido se escuche simultáneamente en A y B y después de C? ¿De qué lugares geométricos se trata?

Al analizar esta situación se percatan los estudiantes que el cañón está en la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ y que hay una diferencia de distancias constante entre el punto C y los puntos A y B, por tanto, se trata de dos hipérbolas de acuerdo a la definición geométrica de esta cónica.

Etapa 2. Búsqueda de la idea de solución

Como se planteó d(P; A) – d(P; C) = d(P; B) – d(P; C) = 0.68 km, donde 0.68 es la distancia recorrida por el sonido después de escucharse en el punto C (s = v.t = 340 m/s . 2 s = 680 m = 0.68 km), es decir, el cañón se encuentra situado también en la intersección de las hipérbolas, una de focos A y C, y otra con focos en B y C. Por tanto, al analizar esta situación es conveniente para la solución del problema determinar la ecuación de la hipérbola de focos en A y C, pues tiene el centro en el origen de coordenadas y la intersección de esta con la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ daría la solución analítica del problema. Donde se comprobaría dicha solución con la condición geométrica de la hipérbola de focos en B y C.

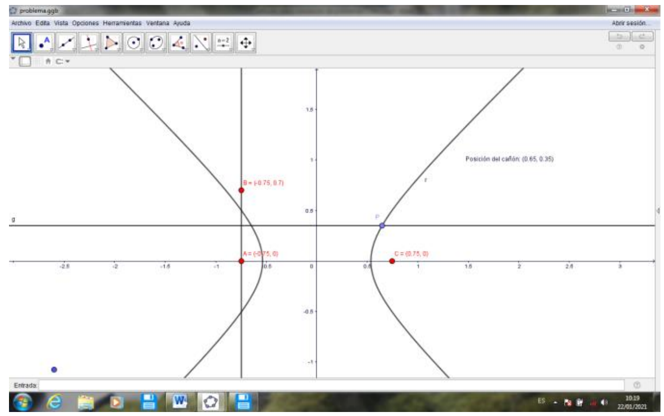
Etapa 3. Solución del problema

Para la solución del problema existen dos posibilidades: una gráfica usando el GeoGebra y una algebraica, las cuales se explican a continuación.

1. Solución gráfica con GeoGebra

Para la solución del problema por esta vía, usando directamente el GeoGebra, se representó la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ y la hipérbola de focos en A y C, y marcando un punto de la mediatriz. Luego de esta operación se obtuvo el resultado que se muestra en la figura 2.

Figura 2. Gráfico que muestra la solución geométrica del problema con el GeoGebra



Fuente: Elaboración propia

Como muestra el gráfico de la figura 2, la solución del problema no es precisa al determinar la intersección de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ y la hipérbola de focos en los puntos A y C, pues al trazar la hipérbola con la herramienta de construcción se pueden obtener varias soluciones de las coordenadas del punto P, todo depende de donde se marque el punto en la mediatriz. Por lo que la solución difiere de la solución exacta del problema, lo cual se verá más adelante en la solución algebraica.

Esto permitió realizar un debate con los estudiantes en la representación gráfica de la solución y analizar con los mismos que no siempre el uso de la tecnología conlleva a la solución exacta de un problema, sobre todo cuando se trata de representaciones gráfica, por lo que se debe tener claro la idea de la solución buscada en relación con lo pedido en el problema.

2. Solución algebraica

La solución, luego del análisis del problema, resulta sencilla ya que de los datos se obtiene que:

$2a = 0.68$, lo que $a = 0.34$ y $c = 0.75$, de donde $b^2 = c^2 - a^2 = 0.447$

Luego la ecuación de la hipérbola es:

$$\frac{x^2}{0.116} - \frac{y^2}{0.447} = 1 \qquad (1)$$

La ecuación de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ es:

$$y = 0.35 \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) se tiene:

$$\frac{x^2}{0.116} - \frac{(0.35)^2}{0.447} = 1$$

Resolviendo se obtiene:

$$\frac{x^2}{0.116} = 1.128$$

$$x^2 = 0.148$$

$$x = \pm 0.385$$

Luego el cañón está situado en los puntos P1(0.385; 0.35) ó P2(-0.385; 0.35). Pero como el cañonazo se escucha primero en C, esto quiere decir que está más cerca de C que de A y B, luego sus coordenadas son: P(0.385; 0.35).

Que al comprobar esta solución en la segunda condición de la hipérbola el resultado es acertado.

Al comparar este resultado analítico con el obtenido por la vía gráfica utilizando el GeoGebra se pudo observar la diferencia en las soluciones, lo que reafirma lo planteado anteriormente sobre el uso de esta herramienta en la solución directa de un problema.

Luego de este análisis se propuso modelar el problema en el GeoGebra para analizar las posibilidades de este software en la modelación y representación de soluciones de problemas.

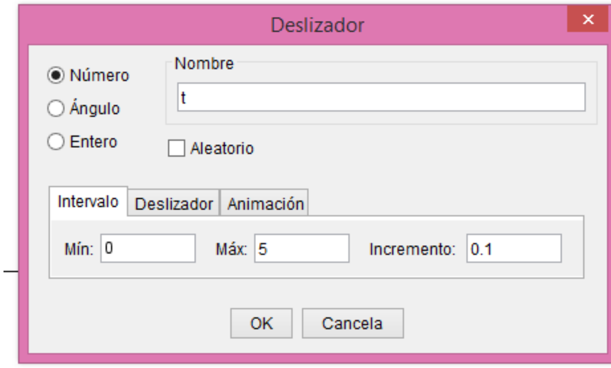
3.2. Modelación del problema

Para la modelación con GeoGebra los estudiantes aplicaron las siguientes tareas, propuestas por Rubio, Prieto y Ortiz (2016):

- Elaborar un "boceto" de aquella parte del fenómeno que se quiera representar en el software.
- Identificar las formas y movimientos presentes en el boceto desde un punto de vista matemático.
- Construir los dibujos dinámicos asociados a tales formas y movimientos.

La modelación comenzó introduciendo un deslizador ***t*** (Figura 3) que representó el tiempo transcurrido del sonido del cañonazo y vincular este deslizador con la ecuación de la hipérbola, lo que permitió introducir en la barra de Entrada.

Figura 3. Condiciones impuestas al deslizador *t*



Fuente: Elaboración propia

Al poner la solución en función de t se obtiene:

2a = 340 t, lo que *a = 0.17 t* y $b^2 = 0.563 - 0.028\,t^2$

Luego:

$$\frac{x^2}{0.028t^2} - \frac{y^2}{0.563 - 0.028t^2} = 1$$

Despejando ***y***, se obtiene:

$$y = \sqrt{\frac{(0.563 - 0.028t^2)x^2}{0.028t^2} - (0.563 - 0.028t^2)}$$

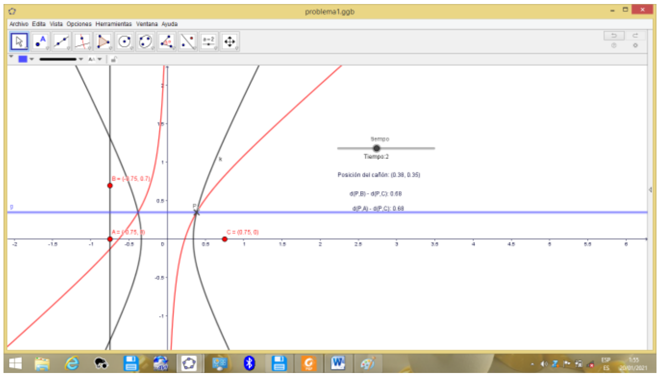
Esta expresión es introducida y de inmediato se representa la hipérbola que depende de ***t***.

Luego se introdujo el punto A sobre el eje x, el cual es movible y se determinó su simétrico con centro en el origen de coordenadas, con la herramienta Simetría Central, obteniendo el punto imagen que se renombró con C. Esto permitió variar el punto de escucha A manteniendo las condiciones del problema.

Se trazó por el punto A una perpendicular al eje x, con la herramienta Recta Perpendicular y sobre esta perpendicular se colocó un punto B, lo que también permitió variar la posición de B, manteniendo las condiciones del problema. Se construyó la mediatriz del segmento $\overline{AB}$, con la herramienta Mediatriz y donde corta a la hipérbola en el punto buscado.

Para determinar la posición del cañón se colocó el deslizador ***t*** en 2 y los puntos A y B en las coordenadas que plantea el problema. Esto posibilitó observar que la solución es exactamente igual a la obtenida por la vía algebraica (Figura 4).

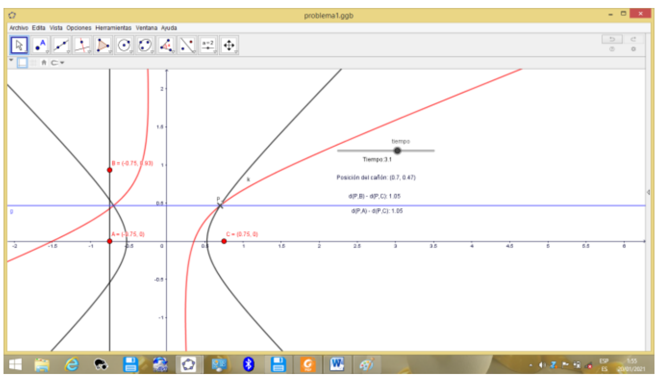
Figura 4. Gráfico que muestra la modelación del problema



Fuente: Elaboración propia

El medio elaborado permitió modelar el problema donde los estudiantes pueden variar las condiciones del problema y observar cómo varía la posición del cañón en dependencia de donde se encuentran los puntos de escuchas y del tiempo (Figura 5).

Figura 5. Variación de las condiciones del problema



Fuente: Elaboración propia

Esta modelación permitió, además, analizar la solución del inciso a) del problema, donde se puede observar, aproximadamente, en qué intervalo se encuentra el tiempo ***t*** para que se mantenga la misma vía de solución. No obstante, se resolvió por la vía algebraica para darle solución a esta problemática.

Para ello se analizó que la condición para determinar el intervalo es:

$$0.563 - 0.028t^2 > 0$$

Resolviendo esta inecuación cuadrática se obtuvo:

$$t^2 < \frac{0.563}{0.028} \approx 20.107$$

$$\mathrm{t} < \pm\sqrt{20.107}$$

Luego, el tiempo debe estar, aproximadamente, en: $0 < t < 4.48$.

3.3. Presentación de la solución

Por último, se propuso la tarea de elaborar la presentación de la solución del problema con GeoGebra. En este sentido, los avances llevados a cabo en los últimos años en sistemas informáticos basados en matemática dinámica, como GeoGebra, han permitido tanto la presentación de resultados como la resolución de problemas matemáticos, haciendo uso de una metodología docente basada en la manipulación de objetos.

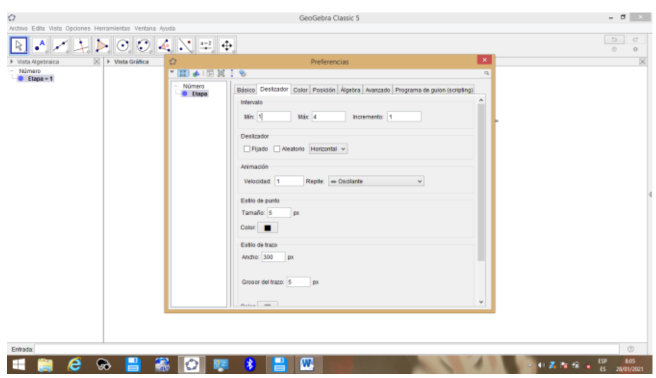
A diferencia de los programas de presentación como el PowerPoint, que se basan en una secuencia de diapositivas o páginas individuales, los programas de Matemática Dinámica incorporan todos los elementos de la presentación en una única pantalla, donde se van acumulando en pasos sucesivos, tanto los elementos geométricos utilizados, como los textos informativos que guían al alumno en la resolución de un determinado problema. (Barrena, Falcón, Ramírez y Ríos, 2011)

Para la elaboración de la presentación se utilizaron las siguientes herramientas disponibles en GeoGebra: deslizadores, casillas de control y operadores booleanos.

En la hoja de trabajo de GeoGebra se ocultaron los ejes y se visualizó la Barra de Entrada. Seguidamente se realizaron los siguientes pasos.

En la esquina superior izquierda se insertó un deslizador de nombre “Etapa” en el Intervalo [1,4] con Incremento 1 y Ancho 300. Y se desactivó la opción “Muestra Etiqueta” (Figura 6).

Figura 6. Condiciones impuesta al deslizador



Fuente: Elaboración propia

Encima del deslizador se insertó el siguiente texto:

Enunciado | *Geométrica* | *Algebraica* | *Modelación*

En la “Barra de Entrada” se definieron las variables booleanas asociadas:

enu = *Etapa == 1*,

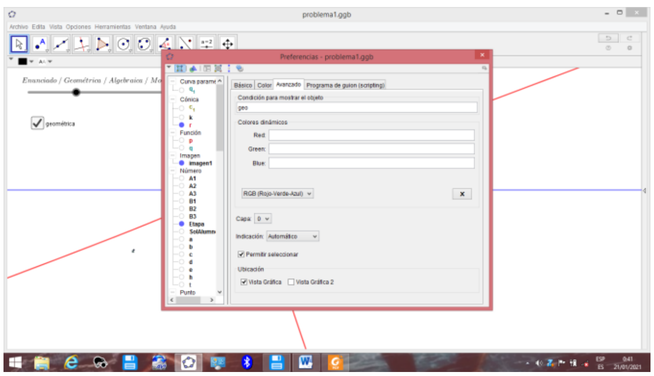
geo = *Etapa == 2*,

alg = *Etapa == 3*,

mod = *Etapa == 4*

Estas variables fueron usadas en las “Condiciones para Mostrar el Objeto” lo que permite que, al mover el deslizador por cada etapa, las mismas vayan desapareciendo y apareciendo las posibilidades de resolución del problema, lo que se puede observar en la parte izquierda de la figura 7, donde se muestra la solución Geométrica del problema.

Figura 7. Gráfico que muestra la condición para mostrar el objeto utilizando la variable booleana *geo*



Fuente: Elaboración propia

Y las “Casillas de Control” (Figura 7) también fueron utilizadas para mostrar o no, en cada caso, la solución seleccionada en el deslizador.

En cada una de las soluciones presentadas se utilizaron, además de las herramientas ya mencionadas, las herramientas de construcción geométricas y algebraicas, así como la herramienta de texto.

Otra forma de hacer la presentación de la solución del problema es utilizando solo dos variables booleanas, una para identificar el enunciado del problema y la otra para las soluciones, y utilizar en la opción soluciones cuatro “Casillas de Control” una para cada solución, donde el usuario pueda escoger de manera directa la solución deseada.

4. CONCLUSIONES

El resultado de este trabajo forma parte del proyecto de investigación “Incidencia del pensamiento visual en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática universitaria de la Universidad Antonio Nariño de la ciudad de Bogotá, Colombia”, y se enmarca dentro de las tendencias actuales de la Matemática Educativa. Persigue la participación activa y consciente de los alumnos en su propio proceso de aprendizaje contribuyendo así al desarrollo del pensamiento visual del estudiante y a su formación matemática.

En la investigación que se realiza se ha podido corroborar que no es práctica sistemática del alumno la creación de “visualizaciones” que los conduzcan a la solución de un problema, a la exploración conceptual, etcétera. De la literatura consultada se pone de manifiesto que la explotación de este recurso didáctico es aún no sistemático en Cuba, debido a prejuicios sobre esta forma de pensamiento entre maestros y estudiantes, lo que en ocasiones se convierte en rechazo. No obstante, el desarrollo tecnológico es tal que la incorporación de estos medios gana cada día más adeptos y su incorporación a la práctica de la docencia es uno de sus objetivos.

El trabajo ejemplificó cómo usar el GeoGebra en la solución de un problema de Geometría Analítica y la presentación del mismo, destacando que a la hora de realizar una presentación interactiva con GeoGebra es necesario utilizar herramientas del programa que en un primer momento parecen destinadas a otros fines, pero que son de gran utilidad para la consecución de dicha presentación. En el presente artículo se han mostrado cómo crear una secuencia de diapositivas que permitan presentar de forma dinámica y activa la resolución de un problema matemático.

Un aspecto no abordado en el trabajo y sobre el cual los presupuestos asumidos pueden tener importantes implicaciones son las posibles variantes curriculares que puede introducir al proyectar un curso de Geometría Analítica con estos enfoques y una utilización plena de los ordenadores, lo que pudiera ser la continuidad más lógica de esta investigación.

5. APOYOS Y AGRADECIMIENTOS

Los autores del trabajo desean agradecer a los profesores de Geometría del departamento de Licenciatura en Matemática de la Universidad de Holguín, así como a los profesores y estudiantes del colectivo de primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática, por las sugerencias ofrecidas durante la elaboración de la propuesta.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barrena, E.; Falcón, R.; Ramírez, R.; Ríos, R. (2011) Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra. *Revista*

Iberoamericana de Educación Matemática. Marzo, Número 25, 161-174. ISSN: 1815-0640.

Castillo, L.; Prieto, J.L. (2018) El uso de comandos y guiones en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática.* Abril, Número 52, 250-262. ISSN: 1815-0640.

Cruz, M.; Mantica, A. (2017) El uso del software de geometría dinámica en la formulación y validación de conjeturas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática.* Diciembre, Número 51, 69-82. ISSN: 1815-0640.

Rubio, L. M., Prieto, J. L. y Ortiz, J. (2016) La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *International Journal of Educational Research and Innovation (IJERI)*, 2, pp. 90-111. ISSN: 2386-4303. Recuperado de: https://www.upo.es/revistas/index.php/IJERI/article/viewFile/1586/1320

Vargas, P.; Castro, N. (2017) El software de Geometría Dinámica: Geogebra, Una alternativa para favorecer el aprendizaje de la Geometría en la formación del Licenciado en Matemática. *Tecnología Educativa*. Enero-junio, Vol 2, Número 1, 89-95. ISSN: 2519-9463.