

UNIVERSITE DU QUEBEC

UQAC

Université du Québec
à Chicoutimi

THESE DE DOCTORAT

ANALYSE PRÉDICTIONNELLE DE LA PROPAGATION ET DE L'IMPACT DES HARMONIQUES
DES VARIATEURS SUR LES COUPLES D'ENTRAÎNEMENT DE FORTE PUISSANCE

Par

Gabriel EKEMB

Professeur des Lycées d'Enseignement Technique (PLET)

Sous la direction de :

Directeur de thèse : Issouf Fofana, ing., PhD (UQAC)

Thèse présentée

À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI EN VUE DE L'OBTENTION DU GRADE DE
DOCTEUR EN PHILOSOPHIE EN INGÉNIERIE

Mars 2022

Jury :

Président : **Mohand Ouhrouche**, ing., PhD, Professeur titulaire, UQAC
Directeur de thèse : **Issouf Fofana**, ing., PhD, Professeur titulaire, UQAC
Membre : **Adam W. Skorek**, ing., PhD, Professeur titulaire, UQTR
Membre externe : **Mohamed Benhaddadi**, PhD, Professeur, Cégep du Vieux Montréal

Québec, Canada

© Gabriel EKEMB, mars 2022

RÉSUMÉ

Ce travail établit et clarifie le fil conducteur entre les parties électrique et mécanique d'un système électromécanique multi-masse. Il propose une analyse en temps et en fréquence des harmoniques produits par les variateurs de courant ou de tension sur le couple électromagnétique d'un moteur qui entraîne grâce à un arbre, une ou plusieurs charges mécaniques.

L'analyse torsionnelle de l'arbre qui représente un tel système multi-masse peut être soumise à un mode d'excitation torsionnelle lorsque la machine électrique est soumise à certaines fréquences harmoniques produites par les variateurs d'alimentation.

Une telle excitation peut conduire à l'accélération de la fatigue, à la défaillance du système, à la perte de production, ou à un arrêt électrique en cas de torsion. De pareils systèmes et comportements se rencontrent davantage dans des applications de forte puissance et les industries minières et pétrochimiques ont constitué notre domaine d'emploi.

Les convertisseurs de puissance investigués sont des variateurs de courant à indice de pulsation élevé (systèmes à 6/6 et 12/12 pulsations), des convertisseurs de type NPC (neutral point clamped) à 3 niveaux connectés en parallèle et ayant une modulation à largeur d'impulsion (MLI) synchrone ou entrelacée. Puis des onduleurs multiniveaux de type pont en H connectés d'abord en série, ensuite connectés en parallèle (quatre branches en MLI entrelacée).

Les variateurs utilisés dans les industries pétrochimiques et minières, en fonction de la puissance et de la vitesse, peuvent être compatibles avec des machines synchrones ou asynchrones. Le couple dans l'entrefer d'une machine est calculé à partir des signaux de tension et courant statoriques et prouve que la méthode est indépendante du type de machine à courant alternatif.

Les analyses directes entre les harmoniques de courant/tension et leurs effets sur le couple permettent de mieux comprendre la propagation d'harmoniques de nature électrique générées par les variateurs vers le moteur qui entraîne la charge. Des simulations numériques intensives sont mises en relief dans l'environnement Matlab/Simulink pour consolider notre analyse théorique. Nos résultats du domaine du temps et de la fréquence confirment la robustesse des relations proposées.

ABSTRACT

This work proposes an analytical time and frequency domains evaluation of torque harmonics produced by high-power load-commutated-inverters (LCIs) and pulse width modulated (PWM) voltage-source inverters for adjustable speed applications. These drive systems are essentially used in petrochemical and mining industries, where driven loads have multi-inertia or long shafts that are potentially subject to torsional mode excitation. Such excitation may lead to accelerated fatigue, system failure, and loss of production, and in turbine-generator sets, to system blackout.

The investigated power conversion topologies are multi-pulse LCIs (6/6 and 12/12-pulse systems), parallel connected three-level neutral-clamped-converters with non-interleaved and interleaved PWM signals, as well as series-connected H-bridge multi-level inverters, single thread and four threads supplying a 12-phase machine and parallel connection of four threads converter systems with interleaved PWM commands. They are the most used variable frequency drives in the megawatt range, both with synchronous and induction machines, in the petrochemical and mining industries. The time and frequency domains of the machine's air-gap torque is calculated from the motor's voltage and stator's current waveforms, this proven method is independent from the type of ac machine.

Simple and straightforward analytical relationships between electrical and electromagnetical harmonics are developed to understand the propagation of electrical harmonics of variable-frequency drive (VFD) to the electromagnetic dynamic side. Intensive numerical simulations have been carried out to support the theoretical analysis in Matlab/Simulink environment. Time and frequency domain results confirm the robustness of the proposed relationships.

DÉDICACE

À ma feuë grand-mère,

NGO NDIGUI Bernadette, veuve Biyong Albert

et

À ma mère,

NGO HIKEMB Cécile Téclaire, veuve NOUCK
Michel

REMERCIEMENTS

Les présents travaux ont été réalisés au sein du Département des Sciences Appliquées de l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC) et de l'École de Génie de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT) où j'ai parfois été en situation d'accueil. La disponibilité, les compétences et la passion des acteurs de mon quotidien au Canada et ailleurs m'ont permis de mener à bien ces travaux malgré de fortes turbulences. Ces quelques remerciements témoignent donc de la reconnaissance que je porte à chacune de ces personnes.

Je remercie tout particulièrement mon encadreur académique **Pr Issouf Fofana**, ing., PhD de l'UQAC pour avoir accepté de diriger mes travaux et pour ses précieux conseils et ses encouragements clairs tout au long de mon cheminement, mais aussi pour ses critiques très constructives, ses suggestions pertinentes et surtout ses promptes réactions face à mes difficultés académiques.

Pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette soutenance de thèse, malgré ses multiples occupations, je remercie le Président du jury **Pr Mohand Ouhrouche**, ing., PhD de l'UQAC, aussi pour ses observations techniques très constructives.

Pour avoir accepté les charges d'examineurs dans ce jury, je tiens à remercier :

- **Pr Adam Waldemar Skorek**, M.Sc.Eng, PhD, Professeur titulaire à l'UQTR, pour en plus, ce précieux moment sans oublier les précieuses recommandations scientifiques de sa part ;

- **Dr Mohamed Benhaddadi**, PhD, Professeur au Cégep du Vieux Montréal, pour une fois de plus, son aimable disponibilité chaque fois qu'il est sollicité ;

Ma très vive reconnaissance à **Pr Joseph Song-Manguelle**, ing., PhD associé à UQTR, pour son soutien très assidu à la définition de ce sujet et pour son encadrement technique et moral sans faille.

Une forte pensée à **Pr Jean Maurice NYOBE YOME** de l'Université de Douala, un homme aux grandes qualités humaines et scientifiques, pour m'avoir initié à la recherche en électronique industrielle.

Mes sincères remerciements à tous les enseignants de l'UQAC et de l'UQAT, sans oublier mes collègues étudiants en doctorat et particulièrement Pierre Tchakoua et Albert Ayang pour le soutien mutuel durant les difficiles moments passés ensemble à l'UQAT.

Merci à **ma famille**, notamment mes frères et sœur Michel, Thomas et Irène, sans oublier **ma femme** Brigitte Sylvie Badjeck Tsanga et **mes enfants**. La fidélité de leur soutien, et le discernement à long terme de leurs conseils depuis tant d'années resteront pour moi la principale source de motivation.

Quelques mots seront certainement insuffisants pour remercier l'Université de Douala et particulièrement **Pr Nneme Nneme Léandre**, directeur de l'ENSET pour son aimable soutien afin que je puisse achever ma formation au Canada.

Je ne puis terminer sans remercier tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont soutenu et sont devenus ma seconde famille dans l'ombre.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ.....	ii
ABSTRACTiii
DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS.....	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES SIGLES.....	xvi
LISTE DES ABRÉVIATIONS.....	xix
CHAPITRE 1	1
INTRODUCTION GENERALE	1
1.1 NECESSITE DE L'ETUDE.....	1
1.2 OBJECTIF ET METHODOLOGIE DE RECHERCHE.....	3
1.2.1 OBJECTIF DE RECHERCHE	3
1.2.2 METHODOLOGIE D'ETUDE.....	4
1.3 METHODE DE VALIDATION THEORIQUE	7
1.3.1 Répertoire des topologies sous investigation	8
1.3.2 Méthodes et procédures de validation théorique	11
1.4 ETAT DE L'ART ET CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES.....	12
1.4.1 REVUE DE L'ETAT DE L'ART	12
1.4.2 CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES	14
1.5 LIMITES DES TRAVAUX.....	16
CHAPITRE 2	22
MODELISATION DES SYSTEMES MULTI-MASSES EN VUE DE L'ANALYSE TORSIONNELLE	22
2.1 INTRODUCTION.....	22
2.2 MODELISATION DYNAMIQUE D'UN SYSTÈME MULTI-MASSE	22
2.3 MODELISATION MASSE-RESSORT D'UN SYSTÈME MULTI-MASSE.....	24
2.4 MODELISATION ELECTRIQUE EQUIVALENTE D'UN SYSTÈME	26
2.5 MODELISATION D'ETAT DU SYSTÈME MULTI-MASSE	28
2.6 ETUDE SIMPLIFIEE D'UN SYSTÈME D'ARBRE A TROIS MASSES	34

2.6.1	Modélisation dans l'espace complexe par schéma bloc	35
2.6.2	Modélisation d'état du système à trois masses	37
2.6.3	Simulation et consolidation croisée des deux méthodes	40
2.6.3.1	Mise en évidence de la résonance mécanique.....	41
2.6.3.2	Consolidation des deux méthodes de modélisation et condition de résonance	42
2.7	ORIGINE DES COUPLES EXTERNES DES LES SYSTEMES MULTI-MASSE.	43
2.8	CONCLUSION	46
CHAPITRE 3.....		48
COUPLE ELECTROMAGNETIQUE DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE A COURANT ALTERNATIF		48
3.1	INTRODUCTION	48
3.2	PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ELECTRIQUE.....	50
3.2.1	Principe physique de génération du couple dans les machines AC.....	50
3.2.2	Couple d'entrefer dans les machines triphasées	54
3.2.3	Notes sur le régime d'étude et l'approximation du flux statorique	56
3.3	CLASSIFICATION DES HARMONIQUES ELECTRIQUES EN SEQUENCES ...	57
3.3.1	Les harmoniques de séquence positive.....	58
3.3.2	Les harmoniques de séquence négative	58
3.3.3	Les harmoniques de séquence nulle.....	59
3.4	EFFETS DES SEQUENCES DES HARMONIQUES CARACTERISTIQUES SUR LE COUPLE ELECTROMAGNETIQUE	59
3.4.1	Cas d'un variateur parfait : sans harmonique	60
3.4.2	Couple d'interaction entre fondamental et harmonique de séquence négative	61
3.4.3	Couple d'interaction entre fondamental et harmonique de séquence positive	62
3.5	EFFETS DES HARMONIQUES QUELCONQUES SUR LE COUPLE ELECTROMAGNETIQUE	63
3.5.1	Cadre d'étude et analyse des effets	63
3.5.2	Diagramme de Campbell des variateurs de tension avec composantes inter-harmoniques.....	65

3.6	EXPRESSION GENERALE DES COUPLES PULSATOIRES DANS L'ENTREFER DE TOUTE MACHINE TRIPHASEE.....	67
3.6.1	Composantes harmoniques génériques.....	67
3.6.2	Expression générale d'un harmonique de couple.....	68
3.6.2.1	Considérations essentielles d'étude.....	69
3.6.2.2	Principe analytique et expression globale.....	71
3.7	CONCLUSION.....	72
CHAPITRE 4	75
	COUPLES PULSATOIRES DANS LES MACHINES ALIMENTEES PAR LES CONVERTISSEURS DE COURANT A COMMUTATION ASSISTEE.....	75
4.1	INTRODUCTION.....	75
4.2	CONFIGURATIONS TYPES ET SPECIFICITES FONCTIONNELLES DES ENTRAINEMENTS DANS L'INDUSTRIE DES HYDROCARBURES.....	76
4.2.1	Configurations des entrainements dans l'industrie du pétrole.....	77
4.2.2	Plages et spécificités fonctionnelles des systèmes d'entraînement du domaine pétrochimique.....	78
4.2.3	Défis techniques poursuivis dans les systèmes d'entraînement du domaine pétrochimique.....	80
4.3	TOPOLOGIES DE PUISSANCE DES CONVERTISSEURS DE COURANT A COMMUTATION ASSISTEE PAR LA CHARGE.....	82
4.3.1	Principe de fonctionnement des convertisseurs de courant.....	84
4.3.2	Architecture de type 6/6.....	85
4.3.3	Architecture de type p/q.....	86
4.4	HARMONIQUES ELECTRIQUES DANS LES CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q.....	88
4.4.1	Les harmoniques de tension aux bornes du convertisseur de type p/q.....	89
4.4.1.1	Analyse de la tension du côté machine.....	89
4.4.1.2	Analyse de la tension du côté réseau.....	94
4.4.2	Harmoniques de courant sur le convertisseur de type p/q.....	95
4.4.2.1	Analyse des grandeurs électriques aux bornes du redresseur.....	95
4.4.2.1.1	<i>Analyse et détermination de la tension de sortie continue.....</i>	<i>96</i>
4.4.2.1.2	<i>Analyse et détermination du courant d'entrée côté réseau.....</i>	<i>97</i>
4.4.2.1.3	<i>Analyse générale pour un système avec p pulsation au redresseur.....</i>	<i>98</i>
4.4.2.2	Analyse des grandeurs électriques aux bornes de l'onduleur.....	99

4.4.2.3	Analyse combinée redresseur et onduleur	100
4.4.2.3.1	<i>Grandeurs électriques du lien continu</i>	101
4.4.2.3.2	<i>Courant électrique du côté réseau électrique</i>	102
4.4.2.3.3	<i>Courant électrique du côté moteur électrique</i>	102
4.4.3	Formulation générale des harmoniques électriques.....	103
4.5	HARMONIQUES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q.....	105
4.5.1	Reformulation générale des harmoniques électriques dans un variateur de courant	105
4.5.2	Couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine.....	106
4.5.3	Caractéristiques spectrales du couple électromagnétique	109
4.5.3.1	Grandeur continue du couple	109
4.5.3.2	Effets du courant fondamental sur les harmoniques de base de tension	110
4.5.3.3	Effets de la tension fondamentale sur les harmoniques de base du courant	111
4.5.3.4	Effets de la tension fondamentale sur les harmoniques non caractéristiques du courant.....	111
4.5.3.5	Effet de la tension fondamentale sur les inter-harmoniques de courant .	112
4.6	DIAGRAMME DE CAMPBELL POUR CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q.....	113
4.6.1	Diagramme de Campbell pour convertisseur 6/6.....	113
4.6.2	Diagramme de Campbell pour convertisseur 12/6.....	116
4.6.3	Diagramme de Campbell pour convertisseur 12/12.....	118
4.6.4	Diagramme de Campbell pour convertisseur 24/24.....	120
4.7	VALIDATION THEORIQUE DES RESULTATS	123
4.7.1	Topologies investiguées.....	123
4.7.2	Méthode de validation.....	124
4.7.3	Résultats pour convertisseurs de types 6/6 et 12/12.....	125
4.7.3.1	Résultats pour le point de fonctionnement $f_0=50$ Hz.....	128
4.7.3.2	Résultats pour le point de fonctionnement $f_0=40$ Hz.....	129
4.7.4	Validation exemplaire sur les composantes harmoniques du courant et du couple côté moteur à $f_0=40$ Hz.....	133
4.7.4.1	Cas du variateur de courant de type 6/6.....	134

4.7.4.2	Cas du variateur de courant de type 12/12	136
4.7.4.3	Validation de la démarche de reconstruction du couple.....	140
4.8	CONCLUSION	141
CHAPITRE 5.....		145
COUPLES PULSATOIRES DANS DES MACHINES ALIMENTEES PAR CONVERTISSEURS DE TENSION.....		145
5.1	INTRODUCTION	145
5.2	TOPOLOGIE DES CONVERTISSEURS SOUS INVESTIGATION	146
5.2.1	Cadre d'application et défis des convertisseurs de tension.....	146
5.2.1.1	Plage d'utilisation des variateurs de tension (VSI).....	146
5.2.1.2	Défis techniques des variateurs de tension (VSI)	147
5.2.2	Techniques de commande des variateurs de tension	148
5.2.2.1	Techniques de commande pour variateur individuel	149
5.2.2.2	Techniques de commande pour convertisseurs modulaires	150
5.3	TOPOLOGIES DES VARIATEURS DE TENSION SOUS INVESTIGATION	151
5.3.1	Structure NPC.....	151
5.3.2	Structure NPC en parallèle	154
5.3.3	Structure en pont en H.....	155
5.3.4	Structure en pont en H multiples.....	157
5.4	COUPLES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR NPC	158
5.4.1	NPC individuel.....	159
5.4.1.1	Harmoniques électriques.....	159
5.4.1.2	Harmoniques du couple.....	161
5.4.2	NPC en parallèle.....	163
5.4.2.1	Harmoniques électriques.....	163
5.4.2.2	Harmoniques du couple.....	166
5.4.3	Validation par simulation	166
5.4.3.1	Tensions dans les convertisseurs.....	166
5.4.3.2	Harmoniques pour la commande synchronisée	167
5.4.3.3	Harmoniques pour la commande entrelacée	172
5.4.3.4	Conclusion	176

5.5	COUPLES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR PONT EN H	177
5.5.1	Pont en H individuel	178
5.5.1.1	Harmoniques électriques.....	178
5.5.1.2	Harmoniques du couple.....	181
5.5.2	Pont en H pour système polyphasé.....	182
5.5.2.1	Harmoniques électriques.....	182
5.5.2.2	Harmoniques du couple.....	183
5.5.3	Validation par simulation	186
5.5.3.1	Principe de validation.....	186
5.5.3.2	Prédiction littérale des familles d'harmoniques pour ponts en H	187
5.5.3.3	Harmoniques pour la commande synchronisée	191
5.5.3.4	Reconstruction fréquentielle puis temporelle pour validation	194
5.6	CONCLUSION	196
	CHAPITRE 6	198
	CONCLUSION GENERALE	198
6.1	CONTRIBUTIONS.....	198
6.1.1	Modélisation des systèmes multi-masses en vue de l'analyse torsionnelle	199
6.1.2	Couple électromagnétique d'une machine à courant alternatif	199
6.1.3	Couples pulsatoires dans des machines alimentées par variateur de vitesse	201
6.2	SYNTHESE DES LIMITES ET PERSPECTIVES	203
	LISTE DE REFERENCE	206

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Analogies entre grandeurs électriques et mécaniques	26
Tableau 2 : Paramètres mécaniques de simulation.....	40
Tableau 3 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (type 6/6).....	114
Tableau 4 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 6/6)	114
Tableau 5 : Composantes des inter-harmoniques du courant (type 6/6)	115
Tableau 6 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 12/6)	116
Tableau 7 : Composantes des inter-harmoniques de courant (type 12/6)	117
Tableau 8 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (12/12)	118
Tableau 9 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 12/12)	119
Tableau 10 : Composantes des inter-harmoniques de courant (type 12/12).....	119
Tableau 11 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (type 24/24)	121
Tableau 12 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 24/24)	121
Tableau 13 : Composantes des inter-harmoniques du courant (type 24/24).....	122
Tableau 14 : Données de simulation utilisées pour la validation	124
Tableau 15 : Nombre de composants par topologie [89].....	153
Tableau 16 : Comparatif des composants pour une branche d'onduleur [87]	157
Tableau 17 : Familles d'harmoniques de base des tensions composées	188
Tableau 18 : Familles d'inter-harmoniques autour d'un multiple pair de f_c	188
Tableau 19 : Familles d'inter-harmoniques autour d'un multiple impair de f_c	189
Tableau 20 : Famille d'harmoniques de base des couples.....	190
Tableau 21 : Famille d'inter-harmoniques de couples de rangs pairs	190
Tableau 22 : Famille d'inter-harmoniques de couples de rangs impairs	190

LISTE DES FIGURES

<i>Figure 1 : Synoptique de la méthodologie d'étude</i>	5
<i>Figure 2 : Convertisseurs de courant de types : a) 6/6 et b) 12/12 [74]</i>	9
<i>Figure 3 : Convertisseurs de tension de type npc investigués [92]</i>	9
<i>Figure 4 : Convertisseur de tension de mise en série de cellules partielles monophasées et connexion en parallèle de tels convertisseurs [92]</i>	10
<i>Figure 5 : Convertisseur de tension de mise en série de cellules partielles monophasées alimentant une machine de douze phases [92]</i>	11
<i>Figure 6 : Equivalence générale masse-ressort d'une ligne d'arbre</i>	23
<i>Figure 7 : Equivalence générale masse-ressort simplifiée d'une ligne d'arbre</i>	25
<i>Figure 8 : Circuit électrique équivalent du modèle torsionnel</i>	27
<i>Figure 9 : Schéma électrique équivalent à paramètres mécaniques</i>	27
<i>Figure 10 : Système mécanique à 3 masses</i>	34
<i>Figure 11 : Schéma bloc du modèle complexe du système à 3 masses</i>	36
<i>Figure 12 : Circuit électrique analogique du système à 3 masses</i>	37
<i>Figure 13 : Modèle électrique à paramètres mécanique du système à 3 masses</i>	37
<i>Figure 14 : Schéma bloc du modèle d'état à 3 masses</i>	40
<i>Figure 15 : Couples internes d'entraînement sans résonance mécanique</i>	41
<i>Figure 16 : Couples internes d'entraînement lors de la résonance mécanique</i>	42
<i>Figure 17 : Superposition des couples d'entraînement internes entre les masses</i>	43
<i>Figure 18 : Exemple de système multi-masses de type turbogénérateur</i>	45
<i>Figure 19 : Exemple de système multi-masses de type entraînement moteur</i>	46
<i>Figure 20 : Répartition de l'énergie dans un convertisseur électromécanique réversible [39]</i>	51
<i>Figure 21 : Principe de création du couple électromagnétique dans l'entrefer</i>	56
<i>Figure 22 : Couple généré par les tensions et courants fondamentaux d'un variateur</i>	61
<i>Figure 23 : Couple généré par les harmoniques de séquence positive ou négative d'un variateur</i> .	63
<i>Figure 24 : Contributions des inter-harmoniques sur le couple</i>	65
<i>Figure 25 : Des harmoniques et inter-harmoniques électriques au diagramme de campbell</i>	66
<i>Figure 26 : Possibles configurations des systèmes d'entraînement du domaine des industries pétrolières</i>	78
<i>Figure 27 : Plages préférentielles des variateurs dans l'industrie pétrolière</i>	79
<i>Figure 28 : Machine synchrone alimentée par un variateur de courant [92]</i>	81
<i>Figure 29 : Topologies des convertisseurs industriels utilisés dans les entraînements de forte puissance de abb (megadrive lci) [71]</i>	83
<i>Figure 30 : Fonctions de commande en boucle fermée d'un entraînement de forte puissance de abb [66]</i>	84
<i>Figure 31 : Symbolique d'une machine synchrone étoile multi-phasée</i>	87
<i>Figure 32 : Modèles pour analyse d'un convertisseur de courant de type p/q</i>	88
<i>Figure 33 : Grandeurs électriques aux bornes d'un redresseur à thyristors de type 6/6 (pd6)</i>	96
<i>Figure 34 : Diagramme de campbell pour le convertisseur 6/6</i>	115
<i>Figure 35 : Diagramme de campbell pour le convertisseur 12/6</i>	117
<i>Figure 36 : Diagramme de campbell pour le convertisseur 12/12</i>	120
<i>Figure 37 : Diagramme de campbell pour le convertisseur 24/24</i>	122
<i>Figure 38 : Topologies de convertisseurs investiguées pour la simulation</i>	123
<i>Figure 39 : Tensions, courants du réseau et fft pour $f_0=20$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12</i>	126

Figure 40 : Tensions, courants du moteur et fft pour $f_0=20$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	126
Figure 41 : Courant du bus continu, couple du moteur et fft pour $f_0=20$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	127
Figure 42 : Puissances côté réseau, puissance côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=20$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	127
Figure 43 : Tensions, courants du réseau et fft pour $f_0=50$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	128
Figure 44 : Tensions, courants du moteur et fft pour $f_0=50$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	128
Figure 45 : Courant du bus continu, couple du moteur et fft pour $f_0=50$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	129
Figure 46 : Puissances côté réseau, puissances côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=50$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	129
Figure 47 : Tensions, courants du réseau et fft pour $f_0=40$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	130
Figure 48 : Tensions, courants du moteur et fft pour $f_0=40$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	130
Figure 49 : Courant du bus continu, couple du moteur et fft pour $f_0=40$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	131
Figure 50 : Puissances côté réseau, puissances côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=40$ hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12	131
Figure 51 : Diagramme de campbell des composantes du couple pour $f_0=40$ hz avec à gauche, le convertisseur de type 6/6 et à droite, le convertisseur de type 12/12	132
Figure 52 : Composantes et amplitudes du couple pour $f_0=40$ hz avec à gauche, le convertisseur de type 6/6 et à droite, le convertisseur de type 12/12	133
Figure 53 : Composantes harmoniques du courant et du couple dans un moteur commandé par un variateur de courant de type 6/6 pour $f_0=40$ hz: (a) harmoniques de courant, (b) harmoniques du couple	134
Figure 54 : Composantes harmoniques du courant et du couple dans un moteur commandé par un variateur de courant de type 12/12 pour $f_0=40$ hz: (a) harmoniques de courant, (b) harmoniques du couple	137
Figure 55 : Diagramme de campbell pour les couples pulsatoires avec un variateur de courant de type : (a) 6/6; (b) 12/12; (c) 24/24	139
Figure 56 : Validation croisée entre grandeurs simulées et celles reconstruites du moteur triphasé pour un variateur de courant de type 6/6.....	140
Figure 57 : Validation croisée entre grandeurs simulées et celles reconstruites du moteur hexaphasé pour un variateur de courant de type 12/12	141
Figure 58 : Machine asynchrone alimentée par un variateur de tension [92]	147
Figure 59 : Branche d'onduleur npc à 3 niveaux (a) sans résistance d'équilibrage (b) avec résistance d'équilibrage [79]	152
Figure 60 : Variateurs de tension basés sur convertisseurs npc connectés en parallèle [92]	154
Figure 61 : Mise en série de deux onduleurs monophasés par phase [88]	155
Figure 62 : architecture d'un onduleur de tension multifilaire et connectés en série [92].	157
Figure 63 : Tensions dans l'onduleur suivant : (a) et (b) la pwm synchrone, (c) et (d) la pwm entrelacée.....	167
Figure 64 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur en pwm synchrone	168

Figure 65 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65$ hz en pwm synchrone.....	168
Figure 66 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65$ hz en pwm synchrone.....	170
Figure 67 : Diagramme des harmoniques du couple illustrant les points d'excitation de la résonance pour plusieurs points de fonctionnement en pwm synchrone	171
Figure 68 : Validation croisée entre couple simulé et couple reconstruit (a) à $f_{mot}=f_0=65$ hz et (b) à $f_{mot}=f_0=100$ hz en pwm synchrone.....	172
Figure 69 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur en pwm entrelacée.....	173
Figure 70 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65$ hz en pwm entrelacée	173
Figure 71 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65$ hz en pwm entrelacée	174
Figure 72 : Diagramme des harmoniques du couple illustrant les points d'excitation de la résonance pour plusieurs points de fonctionnement en pwm entrelacée	175
Figure 73 : Validation croisée entre couple simulé et couple reconstruit (a) à $f_{mot}=f_0=65$ hz et (b) à $f_{mot}=f_0=100$ hz en pwm entrelacée.....	176
Figure 74 : Diagramme de campbell de la comparaison entre pwm synchrone et pwm entrelacée sur une structure npc en parallèle à 4 niveaux.....	177
Figure 75 : Localisation des harmoniques de porteuse et ses inter-harmoniques.....	185
Figure 76 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur dans le cas de trois ponts en h en série avec une pwm synchrone	191
Figure 77 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35$ Hz en pwm synchrone.....	192
Figure 78 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35$ Hz en pwm synchrone.....	193
Figure 79 : Validation spectrale croisée entre courants et couples simulés puis calculés en pwm synchrone avec $f_{sw} = 625$ Hz pour $f_{mot} = 35$ Hz puis $f_{mot} = 60$ Hz	195
Figure 80 : Validation temporelle croisée entre courants et couples simulés puis calculés en pwm synchrone avec $f_{sw} = 625$ Hz pour $f_{mot} = 35$ Hz puis $f_{mot} = 60$ Hz	195

LISTE DES SIGLES

p/q :	indices de pulsation d'un variateur de courant à p/q pulsations (coté redresseur et coté onduleur)
$f_0 = f_{\text{mot}}$:	fréquence fondamentale du moteur
D :	vecteur des coefficients d'amortisseurs (damping)
d_{n0} :	coefficient d'amortissement rotor-châssis
$d_{(n-1)n}$:	coefficient d'amortissement rotor-rotor
$k_{(n-1)n}$:	coefficient de raideur rotor-rotor
J :	matrice des moments d'inertie
K :	vecteur des coefficients de raideur
T_{ext} :	vecteur des couples externes
T_{int} :	vecteur des couples internes
T_n :	couple externe sur la masse n
$T_{(n-1)n}$:	couple interne entre deux masses
Θ :	angle de torsion de l'arbre
$\omega_m = \omega_{\text{nat}}$:	pulsation mécanique ou naturelle
ω_n :	vitesse angulaire de la masse n
ω_h :	pulsation de l'harmonique de rang h
J_n :	moment d'inertie de la masse n
λ :	vecteur des valeurs propres
I :	matrice identité
W_E :	énergie électrique reçue
W_M :	énergie mécanique fournie à la machine
W_{eL} :	énergie électriques dissipée
W_{eS} :	énergie électrique stockée
W_e :	énergie électrique utile ou transférée
W_m :	énergie mécanique transférée
W_{mS} :	énergie mécanique stockée
W_{mL} :	énergie mécanique dissipée
W_F :	énergie dans la zone de couplage
W_I :	énergie stockée dans l'entrefer

W_{FL} :	énergie dissipée dans l'entrefer
t_e :	couple d'entrefer
t_{eh} :	harmonique de rang h du couple électromagnétique
t_{eDC} :	couple électromagnétique continu
p ou P :	nombre de paires de pôles (p) ou nombre de pôles (P)
Ψ_α, Ψ_β :	flux statoriques de liaison en coordonnées $\alpha\beta$
i_α, i_β :	courants statoriques en coordonnées $\alpha\beta$
$x_{\alpha\beta 0}$:	grandeur dans le repère $\alpha\beta 0$
x_{abc} :	grandeur dans le repère abc
n_{pos} :	rang d'harmonique de séquence positive
n_{neg} :	rang d'harmonique de séquence négative
n_{zero} :	rang d'harmonique de séquence nulle
$\mathcal{E}_{n_v}, \mathcal{E}_{n_i}$:	opérateurs d'adaptation aux séquences
V_n :	tension harmonique de rang n
I_n :	courant harmonique de rang n
$\theta_n = \phi_n$:	phase initiale de l'harmonique de rang n
$\theta_{m_i n_v}^v, \theta_{m_i n_i}^i$:	phase initiale d'harmonique de tension, du courant
$v_{m_i n_v}$:	harmonique générique de tension
$i_{m_i n_i}$:	harmonique générique de courant
ω_k :	pulsation arbitraire indépendante de ω_0
$\theta_{m_i n_v}^{v,k}, \theta_{m_i n_i}^{i,k}$:	phases des harmoniques de tension et de courant du convertisseur k
m_v, n_v :	entiers arbitraires d'harmonique de tension générique
m_i, n_i :	entiers arbitraires d'harmonique de courant générique
M_i, N_i :	entiers arbitraires d'harmonique de courant dans les variateurs de courant
α, β :	angles de commande des redresseurs et onduleurs

$u_r, u_m :$	tensions de commande des redresseurs et onduleurs
$i_r, i_m :$	courants de commande des redresseurs et onduleurs
$u_{DC_r}, u_{DC_m} :$	tensions dans le bus continu côtés redresseurs et onduleurs
$i_{DC_r}, i_{DC_m} :$	courants dans le bus continu côtés redresseurs et onduleurs
$K_b, K_{bh} :$	coefficients de bobinage, de rang h
$k_d, k_r, k_i :$	coefficients de distribution, de raccourcissement et d'inclinaison
$N_e :$	nombre d'encoches
$\alpha_i :$	angle d'inclinaison d'une encoche
$\gamma :$	angle mécanique de décalage
$b(t), B_h :$	champ et amplitude magnétiques
$e_{a_m}, e_{a_r} :$	force électromotrice de la phase a côtés moteur et réseau
$i_{a_m}, i_{a_r} :$	courants de la phase a, côté moteur et réseau
$i_{a_{DCm}}, i_{a_{DCr}} :$	courants continus de la phase a, côté moteur et réseau
$u_{a_{DCm}}, u_{a_{DCr}} :$	tensions continues de la phase a, côté moteur et réseau
$f_{sw}, f_C :$	fréquence de la porteuse

LISTE DES ABRÉVIATIONS

NPC :	Neutral Point Clamped
MW :	Mégawatt
MV :	Mégavolt
MVA :	Méga voltampère
MLI :	Modulation de Largeur d'Impulsion
PWM :	Pulse Width Modulation
LCI :	Load Commutated Inverter
VSI :	Voltage Source Inverter
VFD :	Variable Frequency Drive
f.é.m. :	force électromotrice
f.c.é.m. :	force contre-électromotrice
f.m.m. :	force magnétomotrice
FFT :	Fast Fourier Transform
IGBT :	Insulated Gate Bipolar Transistor

CHAPITRE 1

INTRODUCTION GENERALE

1.1 NECESSITE DE L'ETUDE

L'entraînement des systèmes multi-masses en électronique industrielle et particulièrement pour des applications dans le domaine du pétrole et du gaz est une des préoccupations majeures dans ce travail. Ces équipements qui comprennent plusieurs masses en rotation sont dans notre cas en liaison à travers un arbre métallique. Parmi les masses en rotation, figure le rotor d'une machine électrique. Le système multi-masse est alors électromécanique. Dans de tels systèmes, la machine électrique peut être soit une machine entraînée (génératrice), soit une machine entraînant (moteur).

Entraînée généralement par une turbine, cet alternateur électrique produit de l'énergie électrique. C'est le cas des systèmes : (i) à turbine éolienne comme l'aérogénérateur ; (ii) à turbine thermique comme toute centrale thermique ; (iii) à turbine hydraulique comme toute centrale hydroélectrique. Comme source d'entraînement du système électromécanique, le moteur électrique a besoin d'une source d'alimentation électrique d'entraînement. L'entraînement en rotation peut s'opérer à vitesse variable ou à vitesse continue.

Généralement, l'alimentation de l'entraînement des multi-masses électromécaniques est assurée par des variateurs de vitesse. Ces variateurs de vitesse sont surtout des convertisseurs électroniques soit de tension, soit de courant. En fonction de la vitesse de rotation et de la puissance mises en jeu, les machines synchrones ou asynchrones peuvent s'avérer mieux compatibles avec les variateurs de courant qu'avec les variateurs de tension.

Les systèmes multi-masses électromécaniques alimentés par des variateurs de vitesse présentent quelques défis réels en industrie. L'une des préoccupations majeures réside dans la conception, la mise en œuvre et l'analyse de tels systèmes. Dans les industries du pétrole, du gaz, des mines, de la fonderie, des cimenteries entre autres industries de moyenne

et fortes puissances, l'étude ou l'analyse de la stabilité de ces systèmes électromécaniques incombe à la fois aux mécaniciens et aux électriciens. La phase de conception de tels systèmes est à la base un travail de mécaniciens qui examinent les performances de ces systèmes assemblés face à tout stimuli pouvant s'appliquer sur une des masses du système en rotation.

L'analyse torsionnelle simplifiée des mécaniciens se base sur des stimulus de valeurs constantes et sur la combinaison de certaines énergies de stockages connues comme l'inertie, l'amortissement, la raideur ou la fatigue. À partir de la loi d'équilibre dynamique de Newton, les mécaniciens arrivent à prédire certaines conditions de stabilité de ces entraînements de forte puissance. Mais très souvent, la réalité dynamique de ces entraînements de puissance importante est souvent autre. Le vieillissement précoce des équipements, les défis de résonance à des points de fonctionnement insoupçonnés dans la prédiction des concepteurs mécaniciens et pouvant conduire aux bris ou cassures des systèmes, sont quelques réalités qui ressortent.

Démontré en 2010 dans notre article [1], que selon l'analyse des seuls mécaniciens, le couple électromagnétique produit est considéré constant ou continu au niveau de l'entrefer de toute machine insérée dans de tels systèmes. Il est important d'associer exemplairement les électriciens à la conception et à l'analyse de ces grands systèmes en facilitant et uniformisant une technique d'étude compréhensive tant par les mécaniciens que par les électriciens. La modélisation mécanique de ces systèmes et l'établissement de leurs analogies électriques s'inscrivent dans cette démarche pour améliorer la technique de prédiction.

L'analyse combinée des électriciens et des mécaniciens prouve que le couple électromagnétique crée dans la machine au niveau de l'entrefer comprend, en plus de la composante continue, des fluctuantes de formes et origines diverses car la machine est souvent alimentée par des variateurs de vitesse qui sont des convertisseurs indirects de tension ou de courant. Dans le cas des grandes puissances, la qualité spectrale des grandeurs électriques produites par les variateurs électriques influence directement le spectre du couple

électromagnétique produit dans l'entrefer de la machine. L'adéquation machine électrique utilisée et convertisseur électronique d'alimentation, doit être établie en fonction des valeurs des puissances et des vitesses mises en jeu dans toute application afin d'améliorer les techniques de conception et d'analyse. Une meilleure maîtrise des grandeurs électriques produites par les différents types de variateurs en fonction des techniques utilisées pour la commande des structures usuellement adoptées s'impose.

Ces défis réels suscités concourent à garantir : (i) une conception améliorée, (ii) une analyse compréhensive, (iii) une prédiction fonctionnelle claire, pour ces systèmes électromécaniques de puissances importantes. L'étude des possibilités de résonance s'en trouve systématisée et clarifiée.

1.2 OBJECTIF ET METHODOLOGIE DE RECHERCHE

1.2.1 OBJECTIF DE RECHERCHE

Ce travail se donne pour objectif général de contribuer à mieux analyser et pouvoir minimiser les risques de résonance et leurs impacts potentiels dans les systèmes à plusieurs masses relevant du domaine des fortes puissances.

Cette thèse est au centre entre le mécanique et l'électrique. L'électrique est en lien avec les harmoniques de courant générés par les alimentations électroniques et leurs effets sur le couple électromagnétique développé par le moteur d'entraînement. Le mécanique concerne l'analyse torsionnelle de l'arbre du moteur d'entraînement et de la charge, représentée par un système multi-masse. Le fil conducteur entre les deux parties est davantage présenté dans la méthodologie de recherche.

1.2.2 METHODOLOGIE D'ETUDE

Au-delà de ce chapitre 1 qui introduit nos travaux, pour mener à bien notre thèse, nous avons adopté une méthodologie d'ensemble organisée en chapitres de la façon suivante (confère *Figure 1*) :

D'abord, chercher, comprendre et expliciter le modèle équivalent d'un arbre multi-masse à travers le chapitre 2. Il faut donc modéliser tout cet ensemble pour la prédiction des effets (torsion, ...) des sources qui vont agir sur l'arbre multimasse. Il faut alors connaître les formes de sources (couples) qui peuvent exciter l'arbre. Autrement dit, il faut comprendre toutes ces interactions et le procédé (process) lui-même. Cette analyse compréhensive permet d'identifier les couples électromécaniques et mécaniques comme de probables perturbateurs d'un arbre multi-masse lorsque la puissance mise en jeu est importante. Recommandation est faite de rentrer dans le moteur pour comprendre ce qui s'y passe.

Ensuite, chercher, comprendre et expliciter le modèle d'entrefer de la machine à travers le chapitre 3. Il faut comprendre comment les couples se créent et se manifestent à l'intérieur d'un moteur et particulièrement au niveau de son entrefer.

La machine est alimentée par une source triphasée (courant et tension) de forme connue et dont les données sur chaque harmonique sont connues (amplitude, fréquence, phase). La machine étant une impédance génère un courant dont les harmoniques sont localisées à la même fréquence mais à des phases différentes.

À partir des formes génériques des courants et des tensions exprimées en l'équation globalisée 3.30, il faut identifier quel couple générer dans l'entrefer lorsque les harmoniques issues des grandeurs d'état génériques sont connues. On comprend que les harmoniques de courant ou de tension viennent du convertisseur qui alimente le stator de la machine.

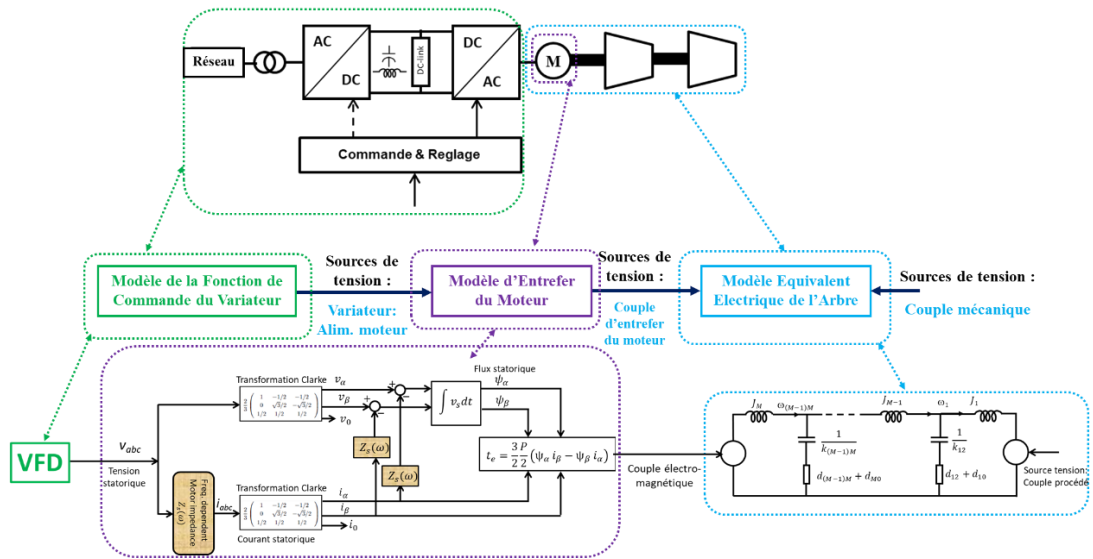


Figure 1 : Synoptique de la méthodologie d'étude © [G. Ekemb]

Nous avons considéré deux types de convertisseurs (courant et tension) de fréquence (VFD). Nous prenons chaque type de convertisseur pour savoir quel type d'harmoniques il crée. Ces harmoniques identifiés pour chaque type de convertisseur sont ensuite appliqués sur les deux modèles de machines (machine synchrone ou machine asynchrone associée à l'arbre mécanique). Les cas étant génériques, alors nous les avons appliqué aux cas spécifiques des deux machines. D'où les chapitres d'applications 4 et 5.

Nous appliquons le cas spécifique du variateur de vitesse associé aux machines synchrones pour identifier où sont localisées et prédites les imperfections de torsion. Le chapitre 4 est appliqué pour les variateurs de courant avec plusieurs types d'indices de pulsations p/q (6/6, 6/12, 12/6 et 12/12) lorsque connectés à des machines synchrones simples ou groupées en puissances importantes et compatibles ($m \cdot 3$ phases, c-à-d 3, 6, 9, 12, ... phases).

Le chapitre 5 est spécifique aux variateurs de tension associés aux machines asynchrones pour identifier aussi où sont localisées par prédiction les imperfections de torsion. Plusieurs types de commande ont été passés en revue (NPC et ponts en H synchronisés ou entrelacés).

Le défi majeur de cette thèse est d'étudier analytiquement la propagation des harmoniques électriques dans les entraînements électriques de puissance importante, alimentés par des variateurs de vitesse. Pour arriver à fédérer les mécaniciens et les électriciens autour de la conception, la mise en œuvre et l'analyse des systèmes électromécaniques avec plusieurs masses en rotation, il est important d'établir une organisation méthodologique facilement accessible à tous. Il faut d'abord établir une base de modélisations mathématiques de l'environnement de travail.

Au moyen des analogies électromécaniques, nous partons d'une modélisation mécanique vers une modélisation électrique des systèmes multi-masses électromécaniques de moyennes et fortes puissances afin de mettre en relief les conditions claires de résonance torsionnelle desdits systèmes.

À partir des grandeurs électriques mises en jeu, nous établissons une base commune d'écriture des grandeurs courant et tension issues des variateurs de vitesse qui alimentent les machines électriques incorporées dans les systèmes sous investigation. La ségrégation des différents types d'harmoniques des grandeurs électriques (courant et tension) est ainsi faite. Les trois grandes familles qui opèrent une classification des harmoniques électrique se dégagent en tenant compte de notre régime d'étude.

Il devient important de comprendre les phénomènes électromagnétiques qui ont lieu dans l'entrefer du moteur alimenté par variateur. Étant donné que les grandeurs électriques (courant et tension) impactent le spectre du couple électromagnétique, couple dont les composantes importantes constituent des contraintes qui s'exercent sur le rotor de la machine électrique, l'intérêt d'identifier ses composantes devient croissant.

Nous opérons la détermination analytique des composantes du couple électromagnétique pour chaque classe d'harmoniques des grandeurs électriques. Nous utilisons un estimateur simplifié de flux à partir de la tension dans le référentiel alpha/beta de Clarke. Le flux estimé est copulé au courant dans le même référentiel de Clarke afin de

déterminer l'expression temporelle du couple d'abord par séquence d'harmoniques et ensuite globalement.

Nous établissons des critères d'extraction des harmoniques de couple. Il s'agit des déterminants essentiels à l'analyse torsionnelle dont les résultats sont visibles dans un diagramme de Campbell. Bien que les règles établies soient indépendantes du type de variateur, leur application tient compte des spécificités de chaque convertisseur.

Afin de mieux les identifier et les localiser, une analyse spécifique des harmoniques électriques générées par différents types de convertisseurs statiques en vue d'une étude du couple est facilement faite. D'abord de manière générale les variateurs de courant de type p/q (redresseur à indice de pulsation p et onduleur à pulsation q) et précisément les variateurs de type $6/6$, $12/6$, $12/12$ et $24/24$.

Ensuite les variateurs de tension de type NPC (en anglais, Neutral Point Clamped) avec la commande synchrone et avec la commande entrelacée. Enfin toujours avec les variateurs de tension de type pont en H avec la mise en série des ponts en H pour machine triphasée puis polyphasée (12 phases).

Pour clôturer l'étude, nous déterminons analytiquement le couple électromagnétique en fonction du type de convertisseur dans les domaines temporel et fréquentiel. Nous pouvons alors maîtriser clairement l'analyse torsionnelle des machines électriques investiguées dans les chaînes d'entraînement de moyenne et forte puissances.

1.3 METHODE DE VALIDATION THEORIQUE

Nos travaux procèdent à une analyse prédictive des phénomènes électromagnétiques qui se produisent dans l'entrefer d'une machine électrique insérée dans un système multi-masse électromécanique. Ladite machine étant alimentée par un variateur de vitesse. À partir d'une approche analytique théorique des phénomènes, nous validons théoriquement dans une première phase, les résultats obtenus par simulation dans l'environnement Matlab/Simulink.

Rappelons que l'analyse est faite en régime permanent car, dans les systèmes électromécaniques de fortes puissances, les constantes de temps électriques sont très faibles comparées aux constantes de temps mécaniques. En clair, la dynamique électrique est rapide comparée à la dynamique mécanique. Il en résulte donc qu'une analyse du comportement des grandeurs d'état électriques peut raisonnablement être faite lorsqu'ils sont en régime établi.

Dans le cadre de cette validation théorique, deux aspects sont à ressortir : (i) le répertoire des topologies sous investigation et, (ii) la démarche de validation théorique.

1.3.1 Répertoire des topologies sous investigation

Les structures de convertisseurs dont les expressions spatio-temporelles ont été analytiquement développées dans la partie théorique sont simulées. L'intention est de valider les développements mathématiques proposés pour chacune des topologies sur différents points de fonctionnement. Les investigations concernent les variateurs de courant et les variateurs de tension.

Les variateurs de courant à commutation assistée par la charge

Ces topologies sont données par la Figure 2. La fréquence de fonctionnement est définie à $f_0 = 40 \text{ Hz}$ n'est qu'illustrative et indicative, bien que le variateur de vitesse fonctionne dans un très large diapason de fréquence (0 à 60 Hz avec un pas choisi de 5 Hz). Mais nos simulations montrent que tout point intermédiaire peut être simulé.

Dans la Figure 2a), nous avons un convertisseur de courant assisté par la charge et alimentant une machine synchrone triphasée d'au moins 1 MW. L'indice est de type 6/6.

Avec la Figure 2b), nous avons un variateur de courant à commutation assistée par la charge et alimentant une machine synchrone de six phases d'au moins 1 MW. L'indice de pulsation est de type 12/12.

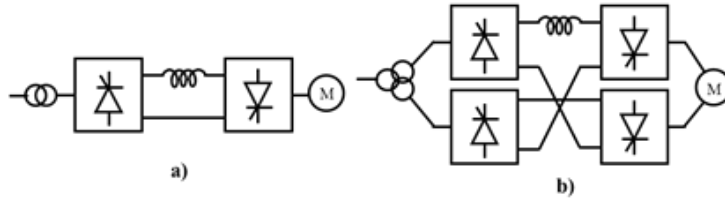


Figure 2 : Convertisseurs de courant de types : a) 6/6 et b) 12/12 [74] © [IEEE, 2013]

Les variateurs de tension de type NPC

Ces topologies sont données par la Figure 3. Le type de commande est la modulation de largeur d'impulsion (MLI) alimentant une machine asynchrone d'au moins 1 MW.

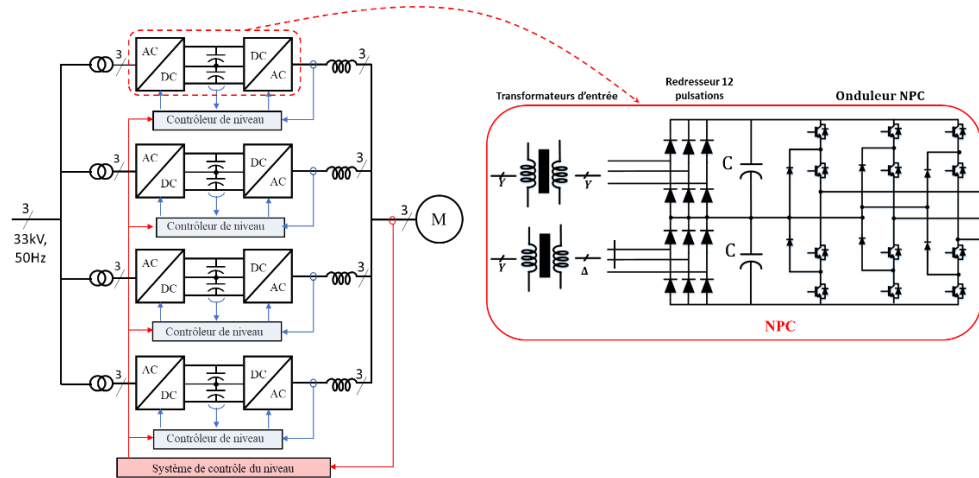


Figure 3 : Convertisseurs de tension de type NPC investigués [92] @ [IEEE, 2019]

Deux structures y sont concernées :

- Le convertisseur de tension de type NPC individuel avec une commande synchrone et,
- Quatre convertisseurs de tension de type NPC connectés en parallèle avec une commande entrelacée.

Les variateurs de tensions de type pont en H

La Figure 4 définit ces topologies. Le type de commande est la modulation de largeur d'impulsions (MLI) alimentant une machine asynchrone d'au moins 1 MW.

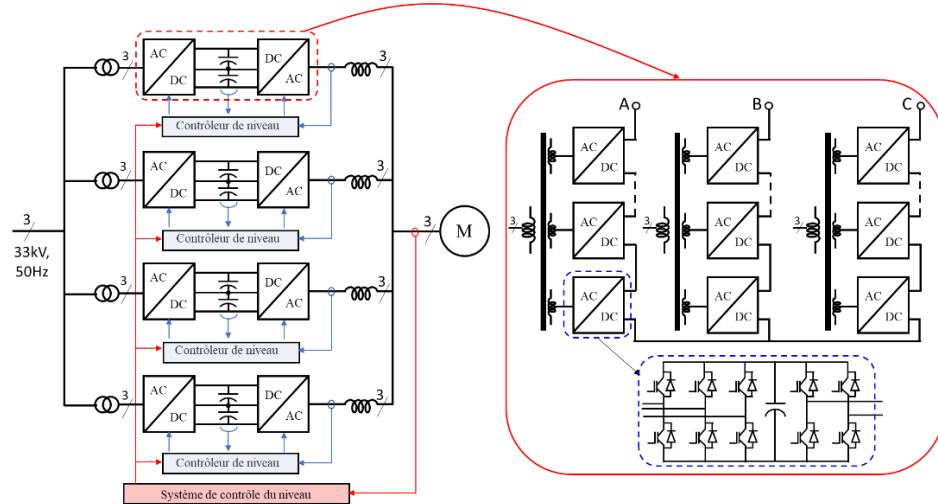


Figure 4 : Convertisseur de tension de mise en série de cellules partielles monophasées et connexion en parallèle de tels convertisseurs [92] @ [IEEE, 2019]

Trois structures y sont également concernées :

- Un convertisseur tension de type pont en H individuel avec une commande synchronisée et,
- Quatre convertisseurs de tension de type pont en H connectés en parallèle et couplés à la machine à travers des inductances avec une commande entrelacée et horizontalement décalée (confère Figure 4), puis,
- Quatre convertisseurs de tension de type pont en H avec commande synchronisée et alimentant une machine de douze phases dont les enroulements sont électriquement décalés de 15° (confère Figure 5).

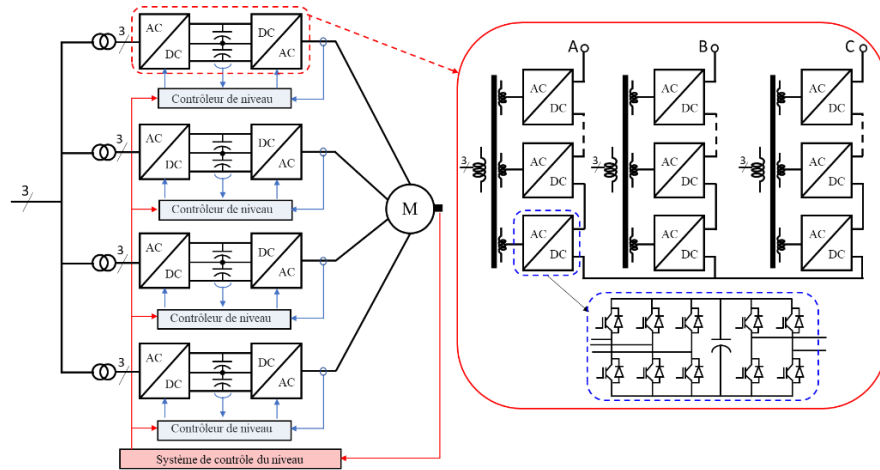


Figure 5 : Convertisseur de tension de mise en série de cellules partielles monophasées alimentant une machine de douze phases [92]. @ [IEEE, 2019]

1.3.2 Méthodes et procédures de validation théorique

Dans le cadre de cette thèse, pour chaque topologie de convertisseur sous investigation et sa commande adéquate, nous avons :

- Enregistré les variables d'état électriques telles que les tensions et les courants en régime permanent,
- Calculé la Transformée de Fourier de ces grandeurs et comparé les résultats obtenus aux relations analytiques développées dans le cadre de cette thèse.

Une fois cette validation faite, nous avons :

- Transformé ces grandeurs dans le référentiel fixe et orthogonal de Clarke.
- Estimé le flux dans la machine à partir des grandeurs transformées de tension
- Copulé le flux estimé et les courants transformés dans le référentiel de Clarke, afin de déterminer le couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine. Ce couple est le couple reconstruit.
- Calculé la Transformée de Fourier du couple simulé et comparé ses composantes fréquentielles à celles obtenues à partir du couple reconstruit, puis corrélé les résultats avec les expressions analytiques développées.

1.4 ETAT DE L'ART ET CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES

1.4.1 REVUE DE L'ETAT DE L'ART

La thématique de nos travaux bénéficie de nombreux développements dans la littérature. Une revue de l'état de l'art sur certaines préoccupations préliminaires permet de dégager les contributions et les limites des uns et des autres.

Les travaux de [2]- [3] traitent des effets des couples pulsatoires créés par les variateurs de vitesse dans les machines électriques. Ils démontrent que les couples pulsatoires sont nocifs pour les arbres mécaniques. Ils mettent aussi en évidence la nécessité de modéliser ces couples pulsatoires ou de les identifier dans la phase conceptuelle afin, soit de les amortir ou alors éviter certains points de fonctionnement.

Quelques difficultés y sont également soulevées concernant la gestion : i) d'une vitesse continûment variable, ii) d'un système pouvant exiger un fonctionnement dans une zone interdite où la fréquence du couple est susceptible de provoquer un mode de résonance, iii) d'un mode de résonance très sensible au point d'exiger une large plage de fonctionnement à éviter, ce qui rendrait le système inutilisable.

Dans une tentative d'identification des points de fonctionnement sensibles pour un système, les travaux menés dans [4], [5], [6] proposent une détermination des diagrammes de Campbell pour les convertisseurs à commutations assistées par la charge (Load-Commutated-Inverter, LCI).

Dans le même esprit, nos travaux antérieurs [1] et [7], proposent une détermination des diagrammes de Campbell pour les variateurs de tension modulés par MLI (PWM-VSIs, Pulse-width-modulated Voltage Source Inverters). Nous y démontrons que les fréquences des couples pulsatoires sont identifiables et dépendent de deux fréquences : i) la fréquence du réseau et la fréquence de fonctionnement de la machine pour les LCIs, ii) la fréquence de la porteuse et la fréquence de fonctionnement de la machine pour les VSIs.

On observe dans ces travaux quelques limitations : i) aucune démonstration mathématique n'accompagne le principe de détermination de ces fréquences, ii) l'amplitude et la phase des composantes harmoniques des couples pulsatoires ne sont pas déterminées dans les travaux antérieurs.

Beaucoup d'autres travaux ont été menés dans le sens de l'émulation des charges mécaniques [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15]. Il s'y dégage clairement que : i) plusieurs applications exigent l'émulation de la charge mécanique et, ii) la charge mécanique induit des couples dans l'entrefer. C'est le cas dans des systèmes éoliens, des véhicules électriques, de la propulsion aérospatiale, etc. Mais aucune étude analytique ici ne tient compte de l'effet de la charge mécanique sur le système électrique.

Autrement dit, à notre connaissance, aucune investigation n'a encore été analytiquement menée pour comprendre la propagation du couple mécanique provenant i) de la charge mécanique vers le variateur de vitesse à travers l'entrefer de la machine d'entraînement; ii) de l'entrefer de la machine émulateur alimentée par un variateur de vitesse émulateur vers le variateur de vitesse qui alimente la machine de charge.

Ce travail est un exemple de communication essentiel entre ingénieurs mécaniciens et électriciens impliqués dans la conception des charges mécaniques rotatives, entraînées par des variateurs électroniques de vitesse de grande puissance. En règle générale, dans la phase de validation conceptuelle, l'analyse torsionnelle est faite par des mécaniciens pour prédire les efforts de torsion que subiront les masses en rotation.

Dans la démarche des mécaniciens, le couple électromagnétique est souvent supposé être un couple constant. Par ailleurs, les simulations ne sont faites qu'aux points de fonctionnement correspondant à la vitesse nominale, ainsi qu'aux vitesses critiques inférieures aux vitesses nominales de la machine.

Nous montrons clairement que cette approche n'est pas rigoureuse et induit une analyse torsionnelle totalement inappropriée pouvant être dangereuse pour la ligne d'arbre des masses mises en jeu et pour le projet réalisé [16]. En effet, dans un entraînement à vitesse

variable de forte puissance, le couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine est loin d'être un couple constant bien que ce dernier soit prédominant.

Il est donc question de contribuer à minimiser les risques de résonance et leurs impacts potentiels dans des entraînements à vitesse variable relevant du domaine des fortes puissances en général et spécifiquement pour les cas investigués.

1.4.2 CONTRIBUTIONS SCIENTIFIQUES

La présente thèse couvre les lacunes suivantes :

- 1) Détermination analytique des harmoniques de couple dans l'entrefer d'une machine alimentée par variateur de vitesse (en anglais VFD) y compris amplitude, fréquence et phase indépendamment du type de convertisseurs électroniques.
- 2) Application des travaux aux convertisseurs industriels de type LCI, VSI multi-niveaux simples, mis en parallèle avec commandes synchronisées puis commandes entrelacée et décalée.
- 3) Validation théorique des travaux d'abord dans l'alimentation des machines synchrones par les variateurs de courants puis dans l'alimentation des machines asynchrones par des variateurs de tension en modulation de largeur d'impulsion.

À cet effet, la plus-value scientifique de nos travaux est mise en évidence par nos retombées scientifiques :

Titre 1: Instantaneous Electromagnetic Torque Components in Synchronous Motor Fed by Load-Commutated Inverters

Auteurs : Gabriel Ekemb, Fouad Slaoui-Hanaoui, Joseph Song-Manguelle, Pascal Lingom, Issouf Fofana

Journal : Energies, special issue, 31 may 2021.

Titre 2: LCIs and PWM-VSIs for Petroleum Industry : A Torque Oriented Evaluation for Torsional Analysis Purpose,

Auteurs : Daniel Legrand Mon-Nzongo, **Gabriel Ekemb**, Joseph Song-Manguelle, Tao Jin, G. Ipoum Ngome, Mamadou Doumbia

Journal: IEEE Transactions On Power Electronics, vol. 34, n°9, sept. 2019.

Titre 3: A Theoretical Analysis of Pulsating Torque Components in AC Machines with Variable Frequency Drives and Dynamic Mechanical Loads,

Auteurs : Joseph Song-Manguelle, **Gabriel Ekemb**, Daniel Legrand Mon-Nzongo, Tao Jin, Mamadou L. Doumbia

Journal: IEEE Transactions On Industrial Electronics, vol. 65, n°12, dec. 2018.

Titre 4: Improved Field-Oriented Control for PWM Multi-level Inverter-fed Induction Motor Drives,

Auteurs : Daniel Legrand Mon-Nzongo, Emmanuel Leugoue, J. H. Zhang, **Gabriel Ekemb**

Journal: Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, vol. 9, n°2, February 2018.

Titre 5: Decoupling Network of Field-Oriented Control In Variable-Frequency Drives,

Auteurs : Daniel Legrand Mon-Nzongo, Tao Jin, **Gabriel Ekemb**, Laurent Bitjoga

Journal: IEEE Transactions On Industrial Electronics, vol. 64, issue 7, July 2017.

Titre 6: Analytical Expression of Pulsating Torque Harmonics Due To PWM Drives,

Auteurs : Joseph Song-Manguelle, **Gabriel EKEMB**, Stefan Schroder, Tobias Geyer, Jean-Maurice Nyobe-Yome, René Wamkeue

Journal: IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Denver, pp. 2813-2820, 2013.

Durant plusieurs années de ma thèse, j'ai collaboré avec d'autres chercheurs pour mener d'autres investigations qui n'étaient à forcément liées à ma thèse. Je cite alors, entre autres, mes collaborations en génie électrique avec :

1) Pierre Tchakoua et alliés avec travers cinq articles de conférence (IEEE) et trois articles de journaux (Energies);

2) Albert Ayang et alliés avec un papier de conférence (IEEE) et un article de journal (Elsevier);

3) Juste Tsofie Wamba avec une conférence (CEEA14).

La question subsidiaire de notre contribution aux articles des titres 2 et 3 qui sont des publications de bonne facture (IEEE Transactions On Power Electronics, livrés respectivement en 2019 et 2018) pourrait se poser. La suspension en fin 2017 de notre premier Directeur de thèse nous impose l'arrêt (non choisi) de notre premier sujet de thèse, puis le changement du sujet et de direction.

La nouvelle thèse définie en 2018 n'étant pas financée, le nouveau Directeur de thèse ne disposant pas d'un banc adéquat pour nos essais, et animé par la volonté de conserver nos publications dans de bonnes revues scientifiques, des partenaires de collaborations ayant réalisé nos tests puis ayant payé les pages supplémentaires ont en échange pris opportunément avantage sur nous.

1.5 LIMITES DES TRAVAUX

Nos travaux se sont essentiellement focalisés sur une évaluation analytique des possibilités de résonance d'un système électromécanique de puissance importante lorsque la machine électrique incorporée est alimentée par un variateur de vitesse.

Identifier, localiser et évaluer les composantes du couple électromagnétique susceptibles de créer une résonance dans l'entrefer de la machine lorsque ladite machine est alimentée soit par un variateur de courant, soit par un variateur de tension à commande par modulation de largeur d'impulsion.

Trois grandes familles de limites peuvent ressortir de nos travaux : (i) les limites liées à nos hypothèses simplificatrices du travail; (ii) les limites liées à l'insuffisance des tests sur nos travaux; (iii) les limites liées à l'élimination et/ou à la minimisation des effets néfastes de la résonance torsionnelle du système électromécanique étudié à travers des variantes.

(i) Les limites des hypothèses simplificatrices du travail

Pour mener à bien notre travail, nous avons émis certaines hypothèses :

- les couples structurels liés à la construction de la machine électrique (encoches, saillance, bobinage, excentricité,...) n'étaient pas pris en compte;
- les couples fluctuation mécanique liés aux variations de la source mécanique (turbines éolienne, thermique, à gaz, hydroélectrique et...), et à l'état de fonctionnement de la machine (enclenchement, commutation, délestage et court-circuit de charge, autres vibrations) n'ont pas été pris en compte;
- les interrupteurs dans les variateurs de courant ou de tension sont supposés parfaits;
- la dynamique électrique étant plus rapide que la dynamique mécanique, l'étude a été faite en régime permanent;
- la tension du réseau et la force contre-électromotrice dans la machine synchrone sont réduites au fondamental.

Or, dans un environnement réel et pollué, il serait difficile de garantir ces hypothèses. Toutes ces hypothèses émises sont susceptibles de contribuer à créer et/ou à modifier d'autres composantes harmoniques du couple dans l'entrefer de la machine électrique. Le problème deviendrait plus complexe des points de vue localisations, amplitudes et fréquences des

signaux mis en jeu. Les fréquences des signaux qui sont supposées constantes et vues comme des lignes moins épaisses sur le diagramme de Campbell deviendraient des bandes. L'étude en régime permanent électrique a tendance à rendre le réglage du système moins aisé afin lutter plus efficacement contre les impacts d'éventuelles résonances sur le système. Il serait utile d'étudier la contribution de chacune hypothèses négligées.

(ii) les limites liées à l'insuffisance des tests expérimentaux

L'analyse des phénomènes décrits dans nos travaux a été menée à bien et a connu une validation théorique bien élaborée. Cette dernière a permis d'opérer, chaque fois, un croisement méthodologique entre le couple simulé et le couple reconstruit. Cette procédure, scientifiquement adoptée à travers les articles publiés, aurait été plus pertinente si des tests pratiques en laboratoire avaient renforcé notre validation. Ce travail se poursuivra dans un cadre et un contexte adéquats et plus appropriés.

(iii) les limites liées l'élimination et/ou à la minimisation des effets néfastes de la résonance torsionnelle

La question fondamentale à se poser est de savoir s'il faut éliminer une composante néfaste du couple ou bien s'il faut plutôt minimiser les effets de la résonance torsionnelle vue d'ensemble? On sait que pour une vitesse de fonctionnement donnée, l'angle de torsion doit être constant. Nous avons démontré que la résonance torsionnelle qui produit une augmentation temporelle du couple par la composante torsionnelle se manifeste par une augmentation de l'angle de torsion de l'arbre et donc un affaiblissement des coefficients d'amortissement du système.

Pour répondre à la question précédente, nous distinguons la phase de conception/implantation du système de sa phase d'exploitation.

À l'étape de conception du système électromécanique d'entraînement, on peut tester des solutions de laboratoire qui vont dans le sens de la modification physique soit du système mécanique, soit du système électrique. C'est ainsi qu'en examinant notre approche analytique on observe que modifier le système physique mécanique c'est augmenter

réellement les amortisseurs sur le système à concevoir soit en utilisant un matériau à coefficients d'amortissement améliorés, soit par augmentant massique. En gros, il est question de modifier physiquement l'équation caractéristique du système. Adopter cette solution rendrait la mécanique plus lourde et électriquement le système deviendrait plus résistif. La fréquence naturelle changerait, mais le rendement du système en serait affecté.

C'est dans ce sens que [17], [18] montrent qu'en choisissant adéquatement les valeurs numériques du vecteur D on peut obtenir un amortissement théorique de la résonance. Or augmenter les valeurs de D correspond à augmenter électriquement les résistances de notre système. Cela induit un affaïssement important du rendement du système.

La modification physique du système électrique d'après notre analyse peut être théoriquement faite. Connaissant la forme générale de la fréquence des composantes du couple électromagnétique, nous pouvons spéculer. Dans le cas d'une machine alimentée par un variateur de courant, on pourrait soit minimiser le nombre de points de possibilité de résonance en changeant le type de variateur de courant autrement dit en augmentant les valeurs p et q dudit variateur, ou alors on pourrait modifier légèrement le point de fonctionnement f_0 du système.

Lorsque la machine est alimentée par un variateur de tension, on pourrait modifier légèrement soit la fréquence de la porteuse, soit la fréquence de fonctionnement f_0 . Dans ce dernier cas, on pourrait réduire les possibilités de résonance en changeant la structure du variateur de tension ou la technique de commande dès lors qu'on peut localiser la composante néfaste.

Ces approches de laboratoire restent pour la plupart une pure spéculation théorique difficile à être implémentée industriellement.

Dans la phase d'exploitation d'un système réel, reconnaissons d'abord qu'on ne peut pas changer les points de résonance d'un système d'arbre donné puisque les fréquences de résonance naturelle d'un arbre donné (système réel déjà implanté) ne changent pas. En

améliorant la commande PWM ou en changeant de structure du variateur, on n'élimine pas la résonance, mais on réduit le nombre de points de coïncidence d'une résonance probable et on déplace ces points vers des fréquences plus élevées par augmentation de l'indice de pulsations. La question reste alors ouverte. Comment éliminer ou amortir les effets des résonances torsionnelles sur un système réel.

On peut éliminer les couples néfastes par la commande puisque nous avons montré que les composantes du couple sont obtenues par une combinaison des harmoniques du courant et de tension connus, on aurait pu aussi étudier les combinaisons de courant et de tension qui peuvent les éviter ou les réduire à partir de la commande. Ça aurait pu permettre de nettoyer la transformée de Fourier des grandeurs électriques afin d'obtenir un couple réduit.

En disposant, si possible, d'un instrument de mesure approprié du couple réel dans l'entrefer en haute fréquence, on ciblerait les harmoniques dangereux du couple directement afin de les éliminer aussitôt après leur création. On imaginerait une association d'un estimateur adéquat associé à un filtre approprié.

Les systèmes réels déjà opérationnels [19]- [20] montrent qu'on peut trouver un moyen d'injecter au système réel un paramètre virtuel m sur un des coefficients de l'équation caractéristique du système. Le paramètre donne l'illusion au système réel de l'avoir modifié en renforçant ses amortisseurs et permet de régler le système en régime permanent dans le but d'amortir ainsi le système mécanique résonnant dont les constantes de temps sont lentes. On utilise à cet effet les angles d'amorçage des interrupteurs du variateur pour le réglage du système.

Notre travail aurait pu être mené grâce à d'autres approches. L'analyse par éléments finis peut être considérée comme une approche alternative pour obtenir les harmoniques de couple de l'entrefer lorsque le moteur synchrone envisagée avec alimenté par des variateurs de courant.

Les méthodes des éléments finis (MEF ou en anglais FEA) ont été utilisées dans [21] pour analyser les moteurs à induction défectueux. L'approche consiste à effectuer une

analyse couplée du circuit électrique et de la zone par éléments finis. Le circuit électrique peut être modélisé comme une source de tension contrôlée, pilotée par les harmoniques de tension (comme celle produite par un onduleur à commutation de charge).

Cependant, de telles méthodes sont très difficiles à extraire des informations perspicaces dans le but d'effectuer une analyse de torsion comme l'exigent les normes API [22], [23], [24], [25]. Ces normes exigeaient spécifiquement des emplacements précis des forces de stimulation d'excitation potentielles dans le domaine fréquentiel, y compris leurs amplitudes et fréquences sur toute la plage de vitesse du moteur.

Étant donné que le but de notre travail est de fournir un outil facile à utiliser aux ingénieurs en exercice, l'approche suggérée consiste à déterminer le couple d'entrefer instantané du moteur dérivé des grandeurs électriques mesurables disponibles. Le cadre de référence alpha-bêta est la référence préférée car il offre des expressions de couple simples à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel.

La relation entre les harmoniques de courant du variateur de courant et les harmoniques de couple qu'elles génèrent est linéaire et facilement adaptable à la vitesse du moteur. Par conséquent, une simulation électromécanique couplée peut être mise en œuvre pour analyser la propagation du couple depuis le réseau, à travers le variateur de courant, le moteur synchrone et l'arbre mécanique [26], [27].

CHAPITRE 2

MODELISATION DES SYSTEMES MULTI-MASSES EN VUE DE L'ANALYSE TORSIONNELLE

2.1 INTRODUCTION

Les systèmes multi-masses comprennent en général un nombre fini de masses en rotation et une ligne d'arbre servant d'élément de liaison. Afin de mener une analyse torsionnelle pertinente sur de tels systèmes, il est important de procéder à une modélisation mathématique claire et objective.

Cette modélisation du comportement dynamique des systèmes comportant plusieurs masses en rotation est basée sur deux approches : la modélisation dans l'espace complexe et la modélisation dans l'espace d'état moyennant certaines analogies électromécaniques.

La description proposée est d'abord menée de façon généralisée puis simplifiée pour trois masses en rotation. L'étude de ce dernier cas simplifié permet de mettre en évidence l'impact des couples externes potentiels appliqués aux masses en rotation. Cette étude permet en même temps de comprendre la nécessité d'une analyse torsionnelle sur les systèmes électromécaniques en rotation, compte tenu des origines possibles des couples dans de tels systèmes.

2.2 MODELISATION DYNAMIQUE D'UN SYSTÈME MULTI-MASSE

La Figure 6 donne une représentation générale d'une ligne d'arbre ainsi que les notations associées. L'équation (2.1) établit la loi d'équilibre dynamique de Newton sous forme matricielle [28].

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + K\theta = T_{ext} \quad (2.1)$$

J, D et K représentent respectivement les matrices des inerties, de coefficients d'amortissement et des raideurs.

T_{ext} et θ correspondent respectivement aux couples externes applicables aux différentes masses et à l'ensemble des positions de différentes masses.

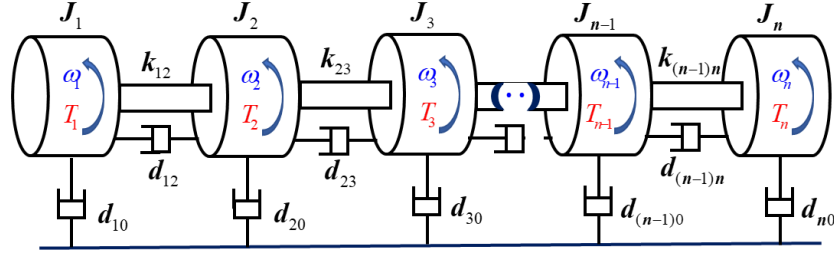


Figure 6 : Équivalence générale masse-ressort d'une ligne d'arbre © G. Ekemb

Les éléments des matrices K et D sont donnés dans les équations (2.2) et (2.3) [28], [29], [30] :

$$\begin{cases} i = 2, 3, \dots, n-1 \\ K_{1,1} = k_{12} \\ K_{i,i} = k_{(i-1)i} + k_{i(i-1)} \\ K_{i,i+1} = K_{i+1,i} = k_{(i+1)i} = -k_{i(i+1)} \\ K_{n,n} = k_{(n-1)n} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} i = 2, 3, \dots, n-1 \\ D_{1,1} = d_{12} + d_{10} \\ D_{i,i} = d_{(i-1)i} + d_{i(i-1)} + d_{i0} \\ D_{i,i+1} = D_{i+1,i} = d_{(i+1)i} = -d_{i(i+1)} \\ D_{n,n} = d_{(n-1)n} \end{cases} \quad (2.3)$$

Avec

$$J = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_n); T_{ext} = [T_1, T_2, \dots, T_n]^T; T_{int} = [T_{12}, T_{23}, \dots, T_{(n-1)n}]^T \quad (2.4)$$

T_{int} ce sont des couples internes d'entraînement et intermédiaires aux différentes masses mises en jeu.

En ignorant la matrice D pour raison de simplicité et en posant $\ddot{\theta} = -\lambda\theta$, l'équation du système peut s'écrire comme suit :

$$\left[J^{-1}K - \lambda I \right] \theta = 0 \quad (2.5)$$

Les racines de l'équation précédente correspondent aux valeurs propres du système, et celles-ci correspondent au carré des fréquences naturelles ou modales ω_m de ce système [28].

$$\lambda_i = \omega_{mi}^2 ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6).$$

En substituant λ_i dans l'équation (2.5), on obtient l'équation (2.7).

$$\left[J^{-1}K - \lambda_i I \right] \theta_{mi} = 0 \quad (2.7)$$

Les matrices J et K étant symétriques, on montre que :

$$\forall i, j, \begin{cases} \text{si } i \neq j, \text{ alors } \theta_{mj}^t J \theta_{mi} = 0 ; \theta_{mj}^t K \theta_{mi} = 0 \\ \text{si } i = j, \text{ alors } \theta_{mi}^t J \theta_{mi} = J_i ; \theta_{mi}^t K \theta_{mi} = K_i \end{cases} \quad (2.8)$$

Finalement, l'équation (2.1) peut être découplée en autant d'équations qu'il y'a de modes de résonance.

2.3 MODELISATION MASSE-RESSORT D'UN SYSTÈME MULTI-MASSE

En considérant notre système multi-masse purement rotatif, nous pouvons négliger les coefficients d'amortissement rotor-châssis, notés d_{i0} et ne prendre en compte que les coefficients d'amortissement rotor-rotor, notés $d_{i(i+1)}$. En outre, supposons que les couples externes ne sont appliqués qu'aux masses des deux extrémités.

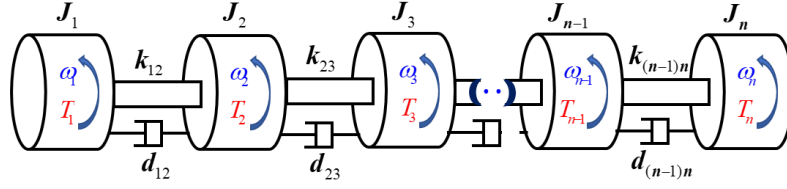


Figure 7 : Équivalence générale masse-ressort simplifiée d'une ligne d'arbre © G. Ekemb

La loi d'équilibre dynamique de Newton appliqué à notre modèle masse-ressort de la Figure 7 s'écrit comme le montrent les expressions de l'équation (2.9).

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_1 + k_{12} \int (\omega_2 - \omega_1) dt + d_{12} (\omega_2 - \omega_1) \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = k_{12} \int (\omega_1 - \omega_2) dt + d_{12} (\omega_1 - \omega_2) + k_{23} \int (\omega_3 - \omega_2) dt + d_{23} (\omega_3 - \omega_2) \\ \vdots \\ J_{n-1} \frac{d\omega_{n-1}}{dt} = k_{(n-2)(n-1)} \int (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}) dt + d_{(n-2)(n-1)} (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}) \\ \quad + k_{(n-1)n} \int (\omega_n - \omega_{n-1}) dt + d_{(n-1)n} (\omega_n - \omega_{n-1}) \\ J_n \frac{d\omega_n}{dt} = k_{(n-1)n} \int (\omega_{n-1} - \omega_n) dt + d_{(n-1)n} (\omega_{n-1} - \omega_n) - T_n \end{array} \right. \quad (2.9)$$

En sachant que les couples internes répercutés sur les différentes masses ont pour expressions :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{12} = k_{12} \int (\omega_1 - \omega_2) dt + d_{12} (\omega_1 - \omega_2) \\ T_{23} = k_{23} \int (\omega_2 - \omega_3) dt + d_{23} (\omega_2 - \omega_3) \\ \vdots \\ T_{(n-2)(n-1)} = k_{(n-2)(n-1)} \int (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}) dt + d_{(n-2)(n-1)} (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}) \\ T_{(n-1)n} = k_{(n-1)n} \int (\omega_{n-1} - \omega_n) dt + d_{(n-1)n} (\omega_{n-1} - \omega_n) \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Alors, l'équation (2.9) devient l'équation (2.11).

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_1 - T_{12} \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = T_{12} - T_{23} \\ \vdots \\ J_{n-1} \frac{d\omega_{n-1}}{dt} = T_{(n-2)(n-1)} - T_{(n-1)n} \\ J_n \frac{d\omega_n}{dt} = T_{(n-1)n} - T_n \end{array} \right. \quad (2.11)$$

Dans la formulation de Laplace, les équations (2.10) et (2.11) ont pour expressions l'équation (2.12).

$$\begin{cases} J_1 s \omega_1 = T_1 - T_{12} \\ J_2 s \omega_2 = T_{12} - T_{23} \\ \vdots \\ J_{n-1} s \omega_{n-1} = T_{(n-2)(n-1)} - T_{(n-1)n} \\ J_n s \omega_n = T_{(n-1)n} - T_n \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T_{12} = (\omega_1 - \omega_2) \left(\frac{k_{12}}{s} + d_{12} \right) \\ T_{23} = (\omega_2 - \omega_3) \left(\frac{k_{23}}{s} + d_{23} \right) \\ \vdots \\ T_{(n-2)(n-1)} = (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}) \left(\frac{k_{(n-2)(n-1)}}{s} + d_{(n-2)(n-1)} \right) \\ T_{(n-1)n} = (\omega_{n-1} - \omega_n) \left(\frac{k_{(n-1)n}}{s} + d_{(n-1)n} \right) \end{cases} \quad (2.12)$$

2.4 MODELISATION ELECTRIQUE EQUIVALENTE D'UN SYSTÈME

En considérant le Tableau 1 des analogies entre paramètres électriques et mécaniques, le modèle mécanique temporel décrit par les équations (2.10) et (2.11) est exprimé par le modèle électrique temporel équivalent donné par l'équation (2.13).

Tableau 1 : Analogies entre grandeurs électriques et mécaniques © G. Ekemb

Grandeurs mécaniques		Grandeurs électriques	
Désignation	Symbole	Désignation	Symbole
Couple	$T (N.m)$	Tension	$V (V)$
Vitesse angulaire	$\omega (rad / s)$	Courant	$i (A)$
Amortisseur	$d (N.m.s / rad)$	Résistance	$R (\Omega)$
Inertie	$J (kg.m^2)$	Inductance	$L (H)$
Inverse de la raideur	$1/k (rad / N.m)$	Capacitance	$C (F)$

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = V_1 - V_{12} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = V_{12} - V_{23} \\ \vdots \\ L_{n-1} \frac{di_{n-1}}{dt} = V_{(n-2)(n-1)} - V_{(n-1)n} \\ L_n \frac{di_n}{dt} = V_{(n-1)n} - V_n \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} V_{12} = \frac{1}{C_{12}} \int (i_1 - i_2) dt + R_{12} (i_1 - i_2) \\ V_{23} = \frac{1}{C_{23}} \int (i_2 - i_3) dt + R_{23} (i_2 - i_3) \\ \vdots \\ V_{(n-2)(n-1)} = \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} \int (i_{n-2} - i_{n-1}) dt + R_{(n-2)(n-1)} (i_{n-2} - i_{n-1}) \\ V_{(n-1)n} = \frac{1}{C_{(n-1)n}} \int (i_{n-1} - i_n) dt + R_{(n-1)n} (i_{n-1} - i_n) \end{cases} \quad (2.13)$$

Nous construisons alors le circuit électrique équivalent du modèle torsionnel donné à la Figure 8.

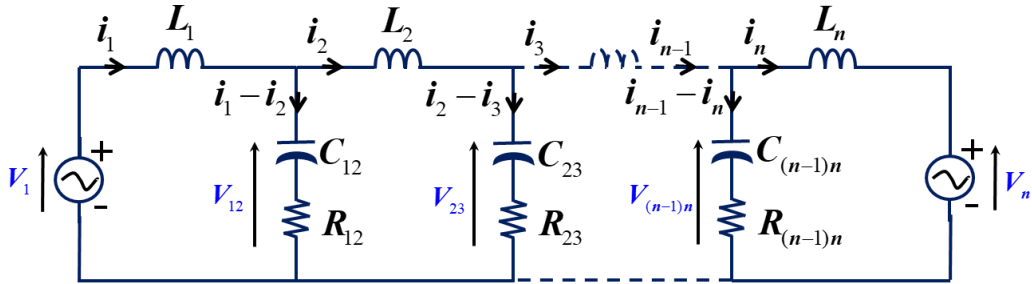


Figure 8 : Circuit électrique équivalent du modèle torsionnel © G. Ekemb

La Figure 9 donne le schéma du circuit électrique du modèle torsionnel avec les paramètres mécaniques. Dans cette figure, les paramètres électriques sont remplacés par des paramètres mécaniques analogues tel que décrits dans le Tableau 1.

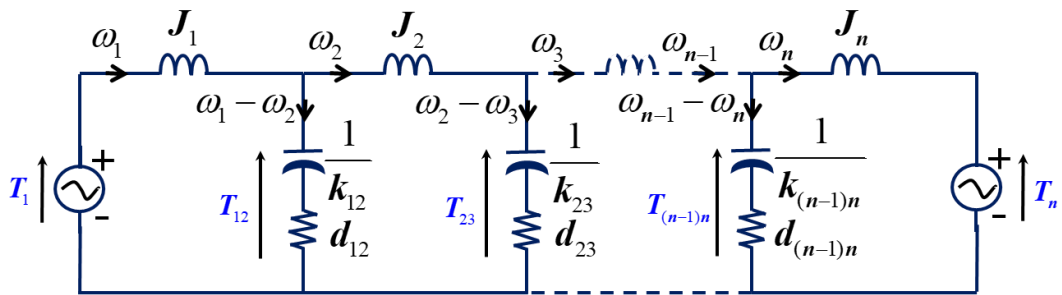


Figure 9 : Schéma électrique équivalent à paramètres mécaniques © G. Ekemb

2.5 MODELISATION D'ETAT DU SYSTEME MULTI-MASSE

Pour élaborer notre modèle d'état, nous considérons comme :

- vecteurs de commande, les deux couples externes des masses des extrémités
- vecteurs d'état, les couples et les vitesses des masses intermédiaires.

Nous rappelons que les couples sont l'équivalent des tensions alors que les vitesses sont l'équivalent des courants.

La loi de maille appliquée au circuit de la Figure 8 permet d'obtenir les expressions de l'équation (2.14).

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + V_{C_{12}} + V_{R_{12}} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = V_{C_{12}} + V_{R_{12}} - V_{C_{23}} - V_{R_{23}} \\ L_3 \frac{di_3}{dt} = V_{C_{23}} + V_{R_{23}} - V_{C_{34}} - V_{R_{34}} \\ \vdots \\ L_{n-1} \frac{di_{n-1}}{dt} = V_{C_{(n-2)(n-1)}} + V_{R_{(n-2)(n-1)}} - V_{C_{(n-1)n}} - V_{R_{(n-1)n}} \\ V_n = -L_n \frac{di_n}{dt} + V_{C_{(n-1)n}} + V_{R_{(n-1)n}} \end{cases} \quad (2.14)$$

Les expressions des tensions de branches les plus proches des branches des deux extrémités du circuit électrique équivalent sont données par l'équation (2.15).

$$\begin{cases} V_{C_{12}} = \frac{1}{C_{12}} \int d(i_1 - i_2) dt \\ V_{C_{(n-1)n}} = \frac{1}{C_{(n-1)n}} \int d(i_{n-1} - i_n) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = C_{12} \frac{dV_{C_{12}}}{dt} + i_2 \\ i_n = -C_{(n-1)n} \frac{dV_{C_{(n-1)n}}}{dt} + i_{n-1} \end{cases} \quad (2.15)$$

En intégrant l'équation (2.15) dans l'équation (2.14), nous obtenons l'équation (2.16)

$$\left\{ \begin{array}{l}
V_1 = L_1 C_{12} \frac{d^2 V_{C_{12}}}{dt^2} + L_1 \frac{di_2}{dt} + V_{C_{12}} + V_{R_{12}} \\
\frac{di_2}{dt} = \frac{V_{C_{12}}}{L_2} + \frac{V_{R_{12}}}{L_2} - \frac{V_{C_{23}}}{L_2} - \frac{V_{R_{23}}}{L_2} \\
\frac{di_3}{dt} = \frac{V_{C_{23}}}{L_3} + \frac{V_{R_{23}}}{L_3} - \frac{V_{C_{34}}}{L_3} - \frac{V_{R_{34}}}{L_3} \\
\vdots \\
\frac{di_{n-1}}{dt} = \frac{V_{C_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} + \frac{V_{R_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{C_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{R_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} \\
V_n = L_n C_{(n-1)n} \frac{d^2 V_{C_{(n-1)n}}}{dt^2} - L_n \frac{di_{n-1}}{dt} + V_{C_{(n-1)n}} + V_{R_{(n-1)n}}
\end{array} \right. \quad (2.16)$$

En remplaçant di_2/dt de la première ligne par son expression sur la deuxième ligne, puis di_{n-1}/dt de la dernière ligne par son expression sur l'avant-dernière ligne, nous obtenons l'équation (2.17).

$$\left\{ \begin{array}{l}
V_1 = L_1 C_{12} \frac{d^2 V_{C_{12}}}{dt^2} + \left(\frac{L_1 + L_2}{L_2} \right) V_{C_{12}} + \left(\frac{L_1 + L_2}{L_2} \right) V_{R_{12}} - \frac{L_1}{L_2} V_{C_{23}} - \frac{L_1}{L_2} V_{R_{23}} \\
\frac{di_2}{dt} = \frac{V_{C_{12}}}{L_2} + \frac{V_{R_{12}}}{L_2} - \frac{V_{C_{23}}}{L_2} - \frac{V_{R_{23}}}{L_2} \\
\frac{di_3}{dt} = \frac{V_{C_{23}}}{L_3} + \frac{V_{R_{23}}}{L_3} - \frac{V_{C_{34}}}{L_3} - \frac{V_{R_{34}}}{L_3} \\
\vdots \\
\frac{di_{n-1}}{dt} = \frac{V_{C_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} + \frac{V_{R_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{C_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{R_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} \\
V_n = L_n C_{(n-1)n} \frac{d^2 V_{C_{(n-1)n}}}{dt^2} - \left(\frac{L_n}{L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-2)(n-1)}} - \left(\frac{L_n}{L_{n-1}} \right) V_{R_{(n-2)(n-1)}} \\
\quad - \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-1)n}} - \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_{n-1}} \right) V_{R_{(n-1)n}}
\end{array} \right. \quad (2.17)$$

Nous pouvons isoler $d^2 V_{C_{12}}/dt^2$ sur la première ligne puis $d^2 V_{C_{(n-1)n}}/dt^2$ sur la dernière ligne pour aboutir à l'équation (2.18).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{d^2 V_{C_{12}}}{dt^2} = - \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} \right) V_{C_{12}} - \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} \right) V_{R_{12}} - \frac{L_1}{L_1 C_{12} L_2} V_{C_{23}} - \frac{L_1}{L_1 C_{12} L_2} V_{R_{23}} + \frac{1}{L_1 C_{12}} V_1 \\
\frac{di_2}{dt} = \frac{V_{C_{12}}}{L_2} + \frac{V_{R_{12}}}{L_2} - \frac{V_{C_{23}}}{L_2} - \frac{V_{R_{23}}}{L_2} \\
\frac{di_3}{dt} = \frac{V_{C_{23}}}{L_3} + \frac{V_{R_{23}}}{L_3} - \frac{V_{C_{34}}}{L_3} - \frac{V_{R_{34}}}{L_3} \\
\vdots \\
\frac{di_{n-1}}{dt} = \frac{V_{C_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} + \frac{V_{R_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{C_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} - \frac{V_{R_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} \\
\frac{d^2 V_{C_{(n-1)n}}}{dt^2} = \left(\frac{L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-2)(n-1)}} + \left(\frac{L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{R_{(n-2)(n-1)}} + \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-1)n}} \\
+ \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{R_{(n-1)n}} + \frac{1}{L_n C_{(n-1)n}} V_n
\end{array} \right. \quad (2.18)$$

Nous savons que les tensions aux bornes des résistances s'écrivent comme dans l'équation (2.19).

$$\left\{ \begin{array}{l}
V_{R_{12}} = R_{12} (i_1 - i_2) ; \quad V_{R_{23}} = R_{23} (i_2 - i_3) ; \quad V_{R_{34}} = R_{34} (i_3 - i_4) \\
V_{R_{(n-2)(n-1)}} = R_{(n-2)(n-1)} (i_{n-2} - i_{n-1}) ; \quad V_{R_{(n-1)n}} = R_{(n-1)n} (i_{n-1} - i_n)
\end{array} \right. \quad (2.19)$$

En insérant l'équation (2.19) dans l'équation (2.18), nous avons l'équation (2.20).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{d^2 V_{C_{12}}}{dt^2} = - \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} \right) V_{C_{12}} - \left(\frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} \right) R_{12} i_1 + \left(\frac{L_1 (R_{12} - R_{23}) + L_2 R_{12}}{L_1 C_{12} L_2} \right) i_2 - \frac{L_1}{L_1 C_{12} L_2} V_{C_{23}} + \frac{L_1}{L_1 C_{12} L_2} R_{23} i_3 + \frac{1}{L_1 C_{12}} V_1 \\
\frac{di_2}{dt} = \frac{V_{C_{12}}}{L_2} + \frac{R_{12}}{L_2} i_1 - \left(\frac{R_{12} + R_{23}}{L_2} \right) i_2 - \frac{V_{C_{23}}}{L_2} + \frac{R_{23}}{L_2} i_3 \\
\frac{di_3}{dt} = \frac{V_{C_{23}}}{L_3} + \frac{R_{23}}{L_3} i_2 - \left(\frac{R_{23} + R_{34}}{L_3} \right) i_3 - \frac{V_{C_{34}}}{L_3} + \frac{R_{34}}{L_3} i_4 \\
\vdots \\
\frac{di_{n-1}}{dt} = \frac{V_{C_{(n-2)(n-1)}}}{L_{n-1}} + \frac{R_{(n-2)(n-1)}}{L_{n-1}} i_{n-2} - \left(\frac{R_{(n-2)(n-1)} + R_{(n-1)n}}{L_{n-1}} \right) i_{n-1} - \frac{V_{C_{(n-1)n}}}{L_{n-1}} + \frac{R_{(n-1)n}}{L_{n-1}} i_n \\
\frac{d^2 V_{C_{(n-1)n}}}{dt^2} = \left(\frac{L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-2)(n-1)}} + \left(\frac{L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) R_{(n-2)(n-1)} i_{n-2} - \left(\frac{L_n (R_{(n-2)(n-1)} - R_{(n-1)n}) - L_{n-1} R_{(n-1)n}}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) i_{n-1} \\
+ \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) V_{C_{(n-1)n}} - \left(\frac{L_{n-1} + L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \right) R_{(n-1)n} i_n + \frac{1}{L_n C_{(n-1)n}} V_n
\end{array} \right. \quad (2.20)$$

Pour compléter l'équation précédente, nous écrivons l'équation (2.21).

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + V_{C_{12}} + V_{R_{12}} \\ V_{C_{12}} = \frac{1}{C_{12}} \int d(i_1 - i_2) dt \\ V_{C_{23}} = \frac{1}{C_{23}} \int d(i_2 - i_3) dt \\ \vdots \\ V_{C_{(n-2)(n-1)}} = \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} \int d(i_{n-2} - i_{n-1}) dt \\ V_{C_{(n-1)n}} = \frac{1}{C_{(n-1)n}} \int d(i_{n-1} - i_n) dt \\ V_n = -L_n \frac{di_n}{dt} + V_{C_{(n-1)n}} + V_{R_{(n-1)n}} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

À partir de l'équation précédente, nous écrivons l'équation (2.22).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_1}{dt} = -\frac{1}{L_1} V_{C_{12}} - \frac{1}{L_1} R_{12} i_1 + \frac{1}{L_1} R_{12} i_2 + \frac{1}{L_1} V_1 \\ \frac{dV_{C_{12}}}{dt} = \frac{1}{C_{12}} i_1 - \frac{1}{C_{12}} i_2 \\ \frac{dV_{C_{23}}}{dt} = \frac{1}{C_{23}} i_2 - \frac{1}{C_{23}} i_3 \\ \vdots \\ \frac{dV_{C_{(n-2)(n-1)}}}{dt} = \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} i_{n-2} - \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} i_{n-1} \\ \frac{dV_{C_{(n-1)n}}}{dt} = \frac{1}{C_{(n-1)n}} i_{n-1} - \frac{1}{C_{(n-1)n}} i_n \\ \frac{di_n}{dt} = \frac{1}{L_n} V_{C_{(n-1)n}} + \frac{1}{L_n} R_{(n-1)n} i_{n-1} - \frac{1}{L_n} R_{(n-1)n} i_n - \frac{1}{L_n} V_n \end{array} \right. \quad (2.22)$$

En considérant l'équation (2.23) :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} ; A_2 = \frac{L_1 (R_{12} + R_{23}) + L_2 R_{12}}{L_1 C_{12} L_2} ; A_3 = \frac{1}{C_{(n-1)n} L_{n-1}} ; A_4 = \frac{L_{n-1} + L_n}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} \\ A_5 &= \frac{L_n (R_{(n-2)(n-1)} + R_{(n-1)n}) + L_{n-1} R_{(n-1)n}}{L_n C_{(n-1)n} L_{n-1}} ; A_6 = \frac{R_{(n-2)(n-1)} + R_{(n-1)n}}{L_{n-1}} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Les équations (2.20) et (2.22) assemblées forment l'équation (2.24).

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dV_{C_{12}}}{dt} = \frac{1}{C_{12}} i_1 - \frac{1}{C_{12}} i_2 \\
\frac{d^2V_{C_{12}}}{dt^2} = -A_1 V_{C_{12}} + \frac{1}{C_{12}L_2} V_{C_{23}} - A_1 R_{12} i_1 + A_2 i_2 - \frac{1}{C_{12}L_2} R_{23} i_3 + \frac{1}{L_1 C_{12}} V_1 \\
\frac{dV_{C_{23}}}{dt} = \frac{1}{C_{23}} i_2 - \frac{1}{C_{23}} i_3 \\
\vdots \\
\frac{dV_{C_{(n-2)(n-1)}}}{dt} = \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} i_{n-2} - \frac{1}{C_{(n-2)(n-1)}} i_{n-1} \\
\frac{dV_{C_{(n-1)n}}}{dt} = \frac{1}{C_{(n-1)n}} i_{n-1} - \frac{1}{C_{(n-1)n}} i_n \\
\frac{d^2V_{C_{(n-1)n}}}{dt^2} = A_3 V_{C_{(n-2)(n-1)}} - A_4 V_{C_{(n-1)n}} + A_3 R_{(n-2)(n-1)} i_{n-2} - A_5 i_{n-1} + A_4 R_{(n-1)n} i_n + \frac{1}{L_n C_{(n-1)n}} V_n \\
\frac{di_1}{dt} = -\frac{1}{L_1} V_{C_{12}} - \frac{R_{12}}{L_1} i_1 + \frac{R_{12}}{L_1} i_2 + \frac{1}{L_1} V_1 \\
\frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_2} V_{C_{12}} - \frac{1}{L_2} V_{C_{23}} + \frac{R_{12}}{L_2} i_1 - \left(\frac{R_{12} + R_{23}}{L_2} \right) i_2 + \frac{R_{23}}{L_2} i_3 \\
\frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_3} V_{C_{23}} - \frac{1}{L_3} V_{C_{34}} + \frac{R_{23}}{L_3} i_2 - \left(\frac{R_{23} + R_{34}}{L_3} \right) i_3 + \frac{R_{34}}{L_3} i_4 \\
\vdots \\
\frac{di_{n-1}}{dt} = \frac{1}{L_{n-1}} V_{C_{(n-2)(n-1)}} - \frac{1}{L_{n-1}} V_{C_{(n-1)n}} + \frac{R_{(n-2)(n-1)}}{L_{n-1}} i_{n-2} - A_6 i_{n-1} + \frac{R_{(n-1)n}}{L_{n-1}} i_n \\
\frac{di_n}{dt} = \frac{1}{L_n} V_{C_{(n-1)n}} + \frac{R_{(n-1)n}}{L_n} i_{n-1} - \frac{R_{(n-1)n}}{L_n} i_n - \frac{1}{L_n} V_n
\end{array} \right. \quad (2.24)$$

Les variables d'état et de commande puis la sortie de notre modèle sont définies dans l'équation (2.25).

$$\left\{ \begin{array}{l}
x_1 = V_{C_{12}} \\
x_2 = \dot{V}_{C_{12}} \\
x_3 = V_{C_{23}} \\
\vdots \\
x_{n-1} = V_{C_{(n-2)(n-1)}} \\
x_n = V_{C_{(n-1)n}} \\
x_{n+1} = \dot{V}_{C_{(n-1)n}} \\
x_{n+2} = i_1 \\
x_{n+3} = i_2 \\
x_{n+4} = i_3 \\
\vdots \\
x_{2n} = i_{n-1} \\
x_{2n+1} = i_n
\end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l}
u_1 = V_1 \\
u_n = V_n
\end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l}
y_1 = V_{12} = V_{C_{12}} + R_{12} i_1 - R_{12} i_2 \\
y_2 = V_{23} = V_{C_{23}} + R_{23} i_2 - R_{23} i_3 \\
\vdots \\
y_{n-3} = V_{(n-2)(n-1)} = V_{C_{(n-2)(n-1)}} + R_{(n-2)(n-1)} i_{n-2} - R_{(n-2)(n-1)} i_{n-1} \\
y_{n-2} = V_{(n-1)n} = V_{C_{(n-1)n}} + R_{(n-1)n} i_{n-1} - R_{(n-1)n} i_n
\end{array} \right. \quad (2.25)$$

Et par analogie, nous définissons, dans l'équation (2.26), les mêmes variables à l'aide des grandeurs mécaniques correspondantes.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = T_{k_{12}} \\ x_2 = \dot{T}_{k_{12}} \\ x_3 = T_{k_{23}} \\ \vdots \\ x_{n-1} = T_{k_{(n-2)(n-1)}} \\ x_n = T_{k_{(n-1)n}} \\ x_{n+1} = \dot{T}_{k_{(n-1)n}} \\ x_{n+2} = \omega_1 \\ x_{n+3} = \omega_2 \\ x_{n+4} = \omega_3 \\ \vdots \\ x_{2n} = \omega_{n-1} \\ x_{2n+1} = \omega_n \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = T_1 \\ u_n = T_n \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} y_1 = T_{12} = T_{k_{12}} + d_{12}\omega_1 - d_{12}\omega_2 \\ y_2 = T_{23} = T_{k_{23}} + d_{23}\omega_2 - d_{23}\omega_3 \\ \vdots \\ y_{n-3} = T_{(n-2)(n-1)} = T_{k_{(n-2)(n-1)}} + d_{(n-2)(n-1)}\omega_{n-2} - d_{(n-2)(n-1)}\omega_{n-1} \\ y_{n-2} = T_{(n-1)n} = T_{k_{(n-1)n}} + d_{(n-1)n}\omega_{n-1} - d_{(n-1)n}\omega_n \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Il s'en suit le modèle d'état $\dot{X} = AX + BU$ et $Y = CX$ donné par les équations (2.27) et (2.28).

$$p \left[\begin{array}{c} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \vdots \\ T_{k_{(n-2)(n-1)}} \\ T_{k_{(n-1)n}} \\ \dot{T}_{k_{(n-1)n}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \vdots \\ \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & k_{12} & -k_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -B_1 & 0 & +\frac{k_{12}}{J_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & -B_1 d_{12} & B_2 & -\frac{k_{12}}{J_2} d_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d_{23}} & -\frac{1}{d_{23}} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{d_{(n-2)(n-1)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & k_{(n-1)n} & -k_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_3 & -B_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -B_5 & +B_4 d_{(n-1)n} \\ -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -\frac{d_{12}}{J_1} & \frac{d_{12}}{J_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_2} & 0 & -\frac{1}{J_2} & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{12}}{J_2} & -\left(\frac{d_{12}+d_{23}}{J_2}\right) & \frac{d_{23}}{J_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{23}}{J_3} & -\left(\frac{d_{23}+d_{34}}{J_3}\right) & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{J_{n-1}} & -\frac{1}{J_{n-1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -B_6 & \frac{d_{(n-1)n}}{J_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{J_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{d_{(n-1)n}}{J_n} & -\frac{d_{(n-1)n}}{J_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \vdots \\ T_{k_{(n-2)(n-1)}} \\ T_{k_{(n-1)n}} \\ \dot{T}_{k_{(n-1)n}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \vdots \\ \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1 d_{12}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_n d_{(n-1)n}} \\ \frac{1}{J_1} & 0 \\ \frac{1}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_n \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & d_{12} & -d_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{23} & -d_{23} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -d_{(n-2)(n-1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{(n-1)n} & -d_{(n-1)n} \end{bmatrix} \begin{matrix} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \vdots \\ T_{k_{(n-2)(n-1)}} \\ T_{k_{(n-1)n}} \\ \dot{T}_{k_{(n-1)n}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \vdots \\ \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{matrix} \quad (2.28)$$

Avec :

$$B_1 = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_{12} \quad ; \quad B_2 = \frac{J_1 (d_{12} + d_{23}) + J_2 d_{12}}{J_1 J_2} k_{12} \quad ; \quad B_3 = \frac{k_{(n-1)n}}{J_{n-1}} \quad ; \quad B_4 = \frac{J_{n-1} + J_n}{J_n J_{n-1}} k_{(n-1)n} \quad (2.29)$$

$$B_5 = \frac{J_n (d_{(n-2)(n-1)} + d_{(n-1)n}) + J_{n-1} d_{(n-1)n}}{J_n J_{n-1}} k_{(n-1)n} \quad ; \quad B_6 = \frac{d_{(n-2)(n-1)} + d_{(n-1)n}}{J_{n-1}}$$

2.6 ETUDE SIMPLIFIEE D'UN SYSTÈME D'ARBRE A TROIS MASSES

La Figure 10 représente la ligne d'arbre sous investigation.

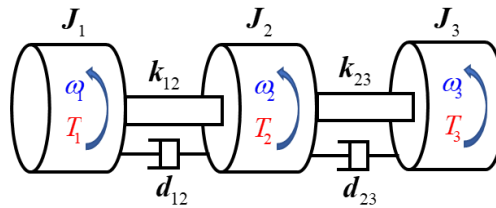


Figure 10 : Système mécanique à 3 masses © G. Ekemb

Dans le système représenté à la Figure 10, rappelons que :

J_1, J_2, J_3 sont les inerties des trois masses.

T_1, T_2, T_3 sont les couples externes applicables potentiellement sur les masses respectives.

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ sont les vitesses d'entraînement des masses.

k_{12}, k_{23} sont des constantes de raideur entre masses.

d_{12}, d_{23} sont des amortisseurs entre masses.

θ est l'ensemble des positions que peut décrire chacune des différentes masses du système.

2.6.1 Modélisation dans l'espace complexe par schéma bloc

La loi dynamique de Newton appliquée à notre système à trois masses se traduit par l'équation (2.30) [31].

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_1 + k_{12} \int (\omega_2 - \omega_1) dt + d_{12} (\omega_2 - \omega_1) = T_1 - T_{12} \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = k_{12} \int (\omega_1 - \omega_2) dt + d_{12} (\omega_1 - \omega_2) + k_{23} \int (\omega_3 - \omega_2) dt + d_{23} (\omega_3 - \omega_2) = T_{12} - T_{23} \\ J_3 \frac{d\omega_3}{dt} = k_{23} \int (\omega_2 - \omega_3) dt + d_{23} (\omega_2 - \omega_3) - T_3 = T_{23} - T_3 \end{cases} \quad (2.30)$$

Cette équation met en évidence les couples internes d'entraînement qui naissent entre les différentes masses de notre système, suite à l'application d'un couple externe sur l'une des trois masses. Ces couples internes à la ligne d'arbre sont exprimés dans l'équation (2.31).

$$\begin{cases} T_{12} = k_{12} \int (\omega_1 - \omega_2) dt + d_{12} (\omega_1 - \omega_2) \\ T_{23} = k_{23} \int (\omega_2 - \omega_3) dt + d_{23} (\omega_2 - \omega_3) \end{cases} \quad (2.31)$$

L'observation de ces couples internes permet de comprendre et de prédire le comportement torsionnel de notre système.

Les équations (2.30) et (2.31) ramenées dans l'espace complexe par la transformée de Laplace aboutissent respectivement aux équations (2.32) et (2.33).

$$\begin{cases} J_1 s \omega_1 = T_1 - T_{12} = T_1 - (\omega_1 - \omega_2) \left(\frac{k_{12}}{s} + d_{12} \right) \\ J_2 s \omega_2 = T_{12} - T_{23} = T_{12} - (\omega_2 - \omega_3) \left(\frac{k_{23}}{s} + d_{23} \right) \\ J_3 s \omega_3 = T_{23} - T_3 = (\omega_2 - \omega_3) \left(\frac{k_{23}}{s} + d_{23} \right) - T_3 \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\begin{cases} T_{12} = (\omega_1 - \omega_2) \left(\frac{k_{12}}{s} + d_{12} \right) \\ T_{23} = (\omega_2 - \omega_3) \left(\frac{k_{23}}{s} + d_{23} \right) \end{cases} \quad (2.33)$$

Les équations (2.32) et (2.33) peuvent être représentés graphiquement dans Matlab/Simulink à travers des blocs d'outils comme l'illustre la Figure 11. Cette implantation dans cet environnement virtuel permet d'analyser le comportement de notre système.

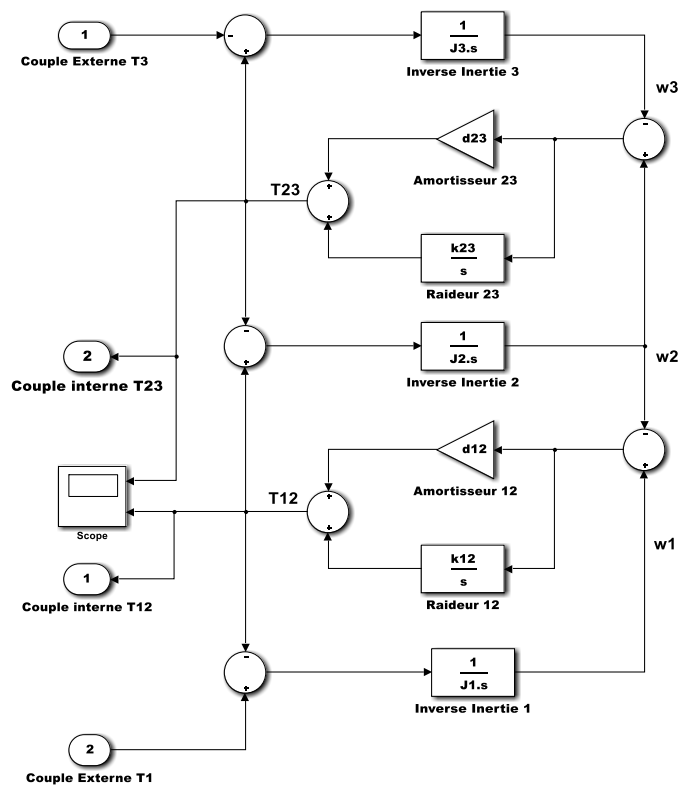


Figure 11 : Schéma bloc du modèle complexe du système à 3 masses © G. Ekemb

2.6.2 Modélisation d'état du système à trois masses

À partir des équations (2.30) et (2.31) et en se basant sur le tableau des analogies électromécaniques, nous établissons les équations (2.34) et (2.35).

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1}{dt} = V_1 + \frac{1}{C_{12}} \int (i_2 - i_1) dt + R_{12} (i_2 - i_1) = V_1 - V_{12} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{C_{12}} \int (i_1 - i_2) dt + R_{12} (i_1 - i_2) + \frac{1}{C_{23}} \int (i_3 - i_2) dt + R_{23} (i_3 - i_2) = V_{12} - V_{23} \\ L_3 \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{C_{23}} \int (i_2 - i_3) dt + R_{23} (i_2 - i_3) - V_3 = V_{23} - V_3 \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\begin{cases} V_{12} = \frac{1}{C_{12}} \int (i_1 - i_2) dt + R_{12} (i_1 - i_2) \\ V_{23} = \frac{1}{C_{23}} \int (i_2 - i_3) dt + R_{23} (i_2 - i_3) \end{cases} \quad (2.35)$$

Il en découle à la Figure 12, un modèle électrique de la ligne d'arbre à 3 masses.

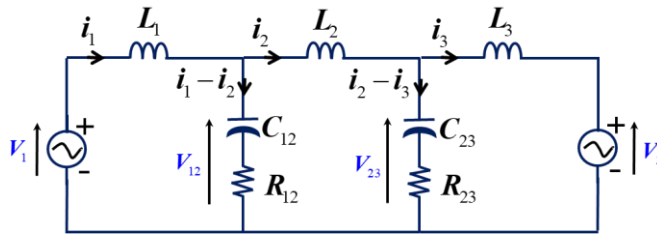


Figure 12 : circuit électrique analogique du système à 3 masses © G. Ekemb

Nous établissons dans le même esprit à la Figure 13, le modèle électrique à paramètres mécaniques.

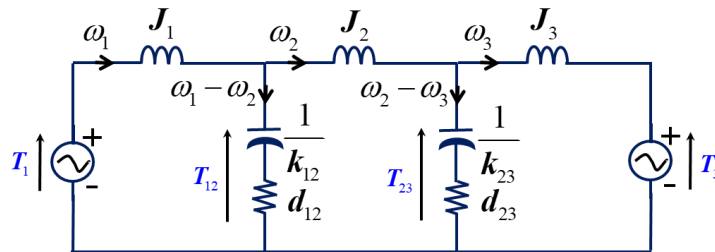


Figure 13 : Modèle électrique à paramètres mécanique du système à 3 masses © G. Ekemb

Considérons que, pour le modèle d'état recherché :

- les deux couples externes T_1 et T_3 applicables sur les masses des extrémités du système étudié constituent le vecteur de commande,

- le vecteur d'état comprend les couples internes T_{12} et T_{23} ainsi que les vitesses ω des différentes masses.

Les lois de l'électricité appliquées au circuit électrique de la Figure 12 permettent d'écrire les équations (2.36), (2.37) et (2.38).

$$\begin{cases} V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + V_{C_{12}} + V_{R_{12}} \\ L_2 \frac{di_2}{dt} = V_{C_{12}} + V_{R_{12}} - V_{C_{23}} - V_{R_{23}} \\ L_3 \frac{di_3}{dt} = V_{C_{23}} + V_{R_{23}} - V_3 \end{cases} \quad (2.36)$$

$$\begin{cases} V_{C_{12}} = \frac{1}{C_{12}} \int d(i_1 - i_2) dt \\ V_{C_{23}} = \frac{1}{C_{23}} \int d(i_2 - i_3) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = C_{12} \frac{dV_{C_{12}}}{dt} + i_2 \\ i_3 = -C_{23} \frac{dV_{C_{23}}}{dt} + i_2 \end{cases} \quad (2.37)$$

$$V_{R_{12}} = R_{12}(i_1 - i_2) ; V_{R_{23}} = R_{23}(i_2 - i_3) \quad (2.38)$$

En intégrant les équations (2.37) et (2.38) dans l'équation (2.36) et moyennant quelques arrangements, nous obtenons les équations (2.39) et (2.40).

$$\begin{cases} \frac{dV_{C_{12}}}{dt} = \frac{1}{C_{12}} i_1 - \frac{1}{C_{12}} i_2 \\ \frac{d^2 V_{C_{12}}}{dt^2} = -A_1 V_{C_{12}} + \frac{1}{C_{12} L_2} V_{C_{23}} - A_1 R_{12} i_1 + A_2 i_2 - \frac{1}{C_{12} L_2} R_{23} i_3 + \frac{1}{L_1 C_{12}} V_1 \\ \frac{dV_{C_{23}}}{dt} = \frac{1}{C_{23}} i_2 - \frac{1}{C_{23}} i_3 \\ \frac{d^2 V_{C_{23}}}{dt^2} = A_3 V_{C_{12}} - A_4 V_{C_{23}} + A_3 R_{12} i_1 - A_5 i_2 + A_4 R_{23} i_3 + \frac{1}{L_3 C_{23}} V_3 \\ \frac{di_1}{dt} = -\frac{1}{L_1} V_{C_{12}} - \frac{1}{L_1} R_{12} i_1 + \frac{1}{L_1} R_{12} i_2 + \frac{1}{L_1} V_1 \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{V_{C_{12}}}{L_2} - \frac{V_{C_{23}}}{L_2} + \frac{R_{12}}{L_2} i_1 - A_6 i_2 + \frac{R_{23}}{L_2} i_3 \\ \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_3} V_{C_{23}} + \frac{1}{L_3} R_{23} i_2 - \frac{1}{L_3} R_{23} i_3 - \frac{1}{L_3} V_3 \end{cases} \quad (2.39)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{L_1 + L_2}{L_1 C_{12} L_2} ; A_2 = \frac{L_1 (R_{12} + R_{23}) + L_2 R_{12}}{L_1 C_{12} L_2} ; A_3 = \frac{1}{C_{23} L_2} ; A_4 = \frac{L_2 + L_3}{L_3 C_{23} L_2} \\ A_5 &= \frac{L_3 (R_{12} + R_{23}) + L_2 R_{23}}{L_3 C_{23} L_2} ; A_6 = \frac{R_{12} + R_{23}}{L_2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Les variables d'état et de commande puis la sortie du modèle sont définies dans l'équation (2.41).

$$\begin{cases} x_1 = V_{C_{12}} \\ x_2 = \dot{V}_{C_{12}} \\ x_3 = V_{C_{23}} \\ x_4 = \dot{V}_{C_{23}} \\ x_5 = i_1 \\ x_6 = i_2 \\ x_7 = i_3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} u_1 = V_1 \\ u_3 = V_3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y_1 = V_{12} = V_{C_{12}} + R_{12}i_1 - R_{12}i_2 \\ y_2 = V_{23} = V_{C_{23}} + R_{23}i_2 - R_{23}i_3 \end{cases} \quad (2.41)$$

Et par analogie, nous définissons, dans l'équation (2.42), les mêmes variables à l'aide des grandeurs mécaniques correspondantes.

$$\begin{cases} x_1 = T_{k_{12}} \\ x_2 = \dot{T}_{k_{12}} \\ x_3 = T_{k_{23}} \\ x_4 = \dot{T}_{k_{23}} \\ x_5 = \omega_1 \\ x_6 = \omega_2 \\ x_7 = \omega_3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} u_1 = T_1 \\ u_3 = T_3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} y_1 = T_{12} = T_{k_{12}} + d_{12}\omega_1 - d_{12}\omega_2 \\ y_2 = T_{23} = T_{k_{23}} + d_{23}\omega_2 - d_{23}\omega_3 \end{cases} \quad (2.42)$$

Il s'en suit le modèle d'état $\dot{X} = AX + BU$ et $Y = CX$ donné par les équations (2.43) et (2.44).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \dot{T}_{k_{23}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -B_1 & 0 & +\frac{k_{12}}{J_2} & 0 & -B_1 d_{12} & B_2 & -\frac{k_{12}}{J_2} d_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{23} & -k_{23} \\ B_3 & 0 & -B_4 & 0 & B_3 d_{12} & -B_5 & +B_4 d_{23} \\ -\frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_1} d_{12} & \frac{1}{J_1} d_{12} & 0 \\ \frac{1}{J_2} & 0 & -\frac{1}{J_2} & 0 & \frac{d_{12}}{J_2} & -B_6 & \frac{d_{23}}{J_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_3} & 0 & 0 & \frac{1}{J_3} d_{23} & -\frac{1}{J_3} d_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \dot{T}_{k_{23}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_{12}}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{23}}{J_3} \\ \frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Et

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d_{12} & -d_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & d_{23} & -d_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{k_{12}} \\ \dot{T}_{k_{12}} \\ T_{k_{23}} \\ \dot{T}_{k_{23}} \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_{12} ; B_2 = \frac{J_1 (d_{12} + d_{23}) + J_2 d_{12}}{J_1 J_2} k_{12} ; B_3 = \frac{k_{23}}{J_2} ; B_4 = \frac{J_2 + J_3}{J_3 J_2} k_{23} \\
 B_5 &= \frac{J_3 (d_{12} + d_{23}) + J_2 d_{23}}{J_3 J_2} k_{23} ; B_6 = \frac{d_{12} + d_{23}}{J_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

La Figure 14 donne le modèle d'état implémenté sur Matlab/Simulink.

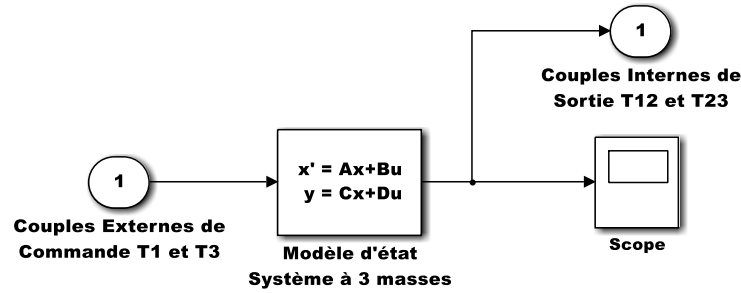


Figure 14 : schéma bloc du modèle d'état à 3 masses © G. Ekemb

2.6.3 Simulation et consolidation croisée des deux méthodes

Pour consolider notre modélisation et mettre en évidence le phénomène de résonance mécanique, nous implémentons nos modèles sous Matlab/Simulink.

Les paramètres de simulation sont définis dans le Tableau 2.

Tableau 2 : Paramètres mécaniques de simulation © G. Ekemb

Désignation	Paramètres	Valeurs
Couples externes	$[T_1 \ T_3] \text{ (Nm)}$	$[1e3 \ 400]$
Inerties	$[J_1 \ J_2 \ J_3] \text{ (kgm}^2\text{)}$	$[3.9e3 \ 0.8 \ 10]$
Raideurs	$[k_{12} \ k_{23}] \text{ (Nm / rad)}$	$[7.19e5 \ 0.15e5]$
Amortissements	$[d_{12} \ d_{23}] \text{ (Nm / rad)}$	$[0 \ 0]$

Les matrices et vecteurs sont définis à l'équation (2.46) :

$$K = \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} \\ 0 & -k_{23} & k_{23} \end{bmatrix} ; J = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix} ; D = \begin{bmatrix} d_{12} & -d_{12} & 0 \\ -d_{12} & d_{12} + d_{23} & -d_{23} \\ 0 & -d_{23} & d_{23} \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

Les valeurs propres λ_1 et λ_2 du système sont telles que : $J^{-1}K = \lambda I_3$.

Les pulsations naturelles du système sont données par : $\omega_{nat12} = \Re(\sqrt{\lambda_1})$ et $\omega_{nat23} = \Re(\sqrt{\lambda_2})$.

En s'appuyant sur les données du Tableau 2 des paramètres de simulation, on montre que les pulsations naturelles ou de résonance de notre système à 3 masses sont contenues dans l'équation (2.47).

$$\omega_{nat12} = 38.381 \text{ rad / s} \text{ et } \omega_{nat23} = 957.97 \text{ rad / s} . \quad (2.47)$$

2.6.3.1 Mise en évidence de la résonance mécanique

CONDITION DE NON-RÉSONANCE MÉCANIQUE

Nous appliquons à notre système entre 0 et 10s, un couple externe T_3 constant et un couple externe T_1 dont la pulsation ω_{T1} est différente à la fois de $\omega_{nat12} = 38.381 \text{ rad / s}$ et de $\omega_{nat23} = 957.97 \text{ rad / s}$;

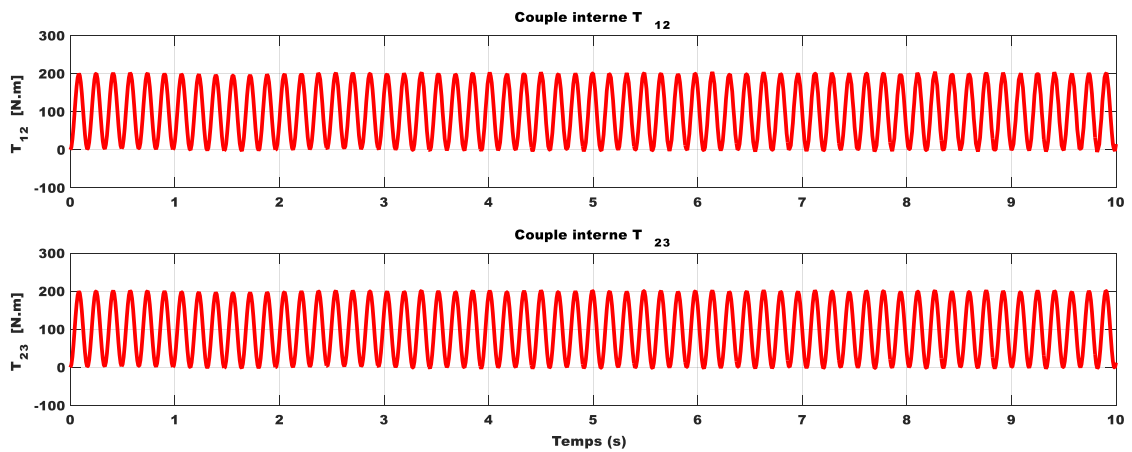


Figure 15 : Couples internes d'entraînement sans résonance mécanique © G. Ekemb

Lorsque nous appliquons au système un couple externe constant ou bien un couple externe sinusoïdal dont la pulsation est différente des pulsations naturelles de notre

système mécanique, on observe à la Figure 15 que le système reste stable. Les couples internes d'entraînement restent constants.

2.6.3.2 Consolidation des deux méthodes de modélisation et condition de résonance

Nous appliquons à notre système :

- entre 0 et 3s, un couple externe T_3 constant et un couple externe T_1 dont la pulsation ω_{T_1} est différente à la fois de $\omega_{nat12} = 38.381 \text{ rad / s}$ et de $\omega_{nat23} = 957.97 \text{ rad / s}$;
- de 3s à 10s, un même couple externe T_3 constant et un couple externe T_1 réduit dont la pulsation est égale à $\omega_{nat12} = 38.381 \text{ rad / s}$.

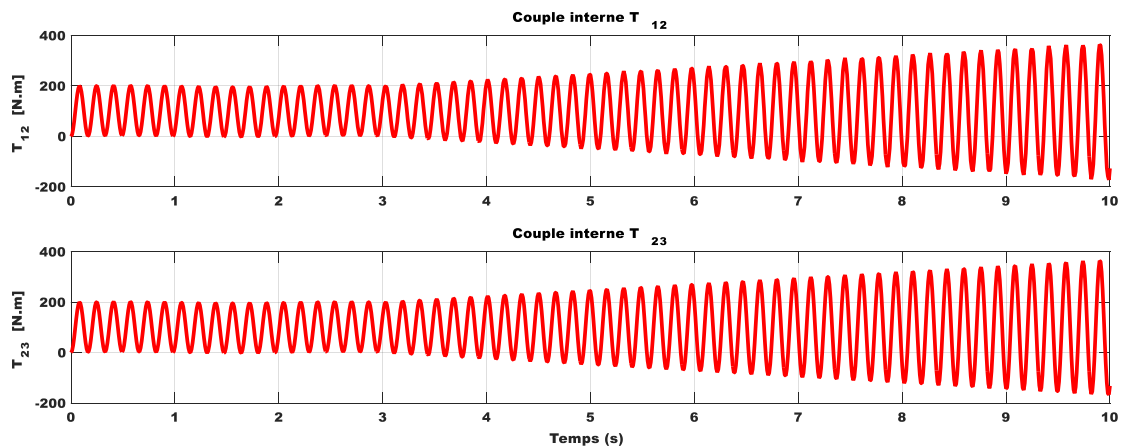


Figure 16 : Couples internes d'entraînement lors de la résonance mécanique © G. Ekemb

CONDITION DE RÉSONANCE MÉCANIQUE

Nous observons à partir de la Figure 16 que :

- Lorsqu'aucun des couples appliqués à notre système multi-masses ne pulse à au moins une des deux fréquences naturelles ou de résonance mécanique, alors les couples T_{12} et T_{23} d'entraînement et intermédiaires entre deux masses consécutives en rotation restent constants. C'est le cas entre 0 et 3s.
- Si un des deux couples externes appliqués au système à 3 masses contient au moins une composante qui a la même pulsation que $\omega_{nat12} = 38.381 \text{ rad / s}$ ou

$\omega_{nat23} = 957.97 \text{ rad} / s$ alors les couples internes T_{12} et T_{23} augmentent avec le temps. C'est le cas entre 3s et 10s.

- Ce n'est pas tant l'amplitude d'un couple externe qui est le plus inquiétant, mais plutôt les fréquences de ses composantes.

VALIDATION/CONSOLIDATION CROISÉE DES MODÈLES

Nous croisons les résultats de simulation par le principe de superposition afin de consolider les deux méthodes de modélisations utilisées. Nous représentons sur un même graphique (confère Figure 17), les courbes des couples internes d'entraînement obtenues par le modèle complexe du schéma bloc et par le modèle d'état.

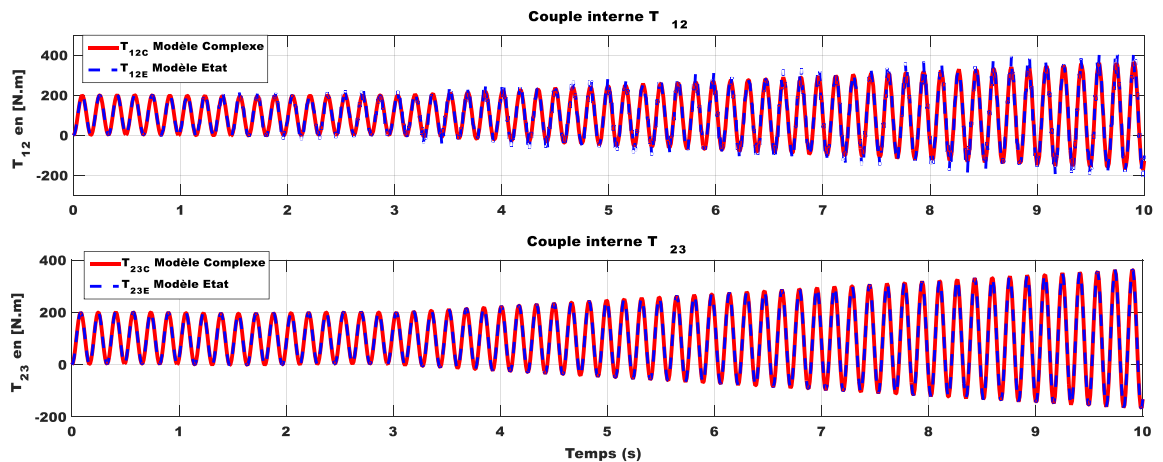


Figure 17 : Superposition des couples d'entraînement internes entre les masses © G. Ekemb

En effet, la fine superposition des courbes obtenues à partir des deux modèles (complexe et d'état) permet de consolider les deux approches et ne saurait constituer une validation au sens propre du terme.

2.7 ORIGINE DES COUPLES EXTERNES DES LES SYSTEMES MULTI-MASSE

La modélisation multi-masses qui précède favorise une analyse compréhensive du comportement de plusieurs masses en rotation et reliées par des portions d'arbres.

Une formulation simplifiée d'un tel système a permis de relever les risques de résonance au niveau de l'arbre de liaison des différentes masses lorsqu'on applique sur un des arbres un stimulus externe même moindre et dont la pulsation coïncide avec une pulsation naturelle de ce système mécanique.

En effet, nous pouvons établir que :

- Pour un nombre n de masses en rotation dans un tel système, nous avons $n-1$ pulsations naturelles possibles.
- Lors d'une oscillation torsionnelle (résonance) chaque couple interne, agissant entre deux masses consécutives données, augmente avec le temps. Les conséquences possibles d'un tel comportement vont du vieillissement accéléré à la perte de production en passant par la réduction de la durée de vie et la défaillance du système.
- Les fréquences des composantes de chaque couple externe appliqué sur une quelconque des masses sont plus inquiétantes que les amplitudes qui leurs sont associées.

Pour un type d'application et un mode de fonctionnement donné (moteur ou génératrice), on peut méticuleusement connaître la qualité spectrale des couples externes possibles et déduire les comportements oscillatoires qui en découlent.

Dans les systèmes électromécaniques, comme pour tout système multi-masses, il est nécessaire de connaître l'ensemble des couples extérieurs qui peuvent s'appliquer potentiellement sur les différentes masses mises en jeu, y compris sur le rotor de la machine électrique. Ces couples externes sont d'origines diverses : i) couples structurels ; ii) couples de fluctuation de charge mécanique et iii) couple électromagnétique.

Les couples structurels sont liés à la construction de la machine électrique et peuvent provenir des encoches (type, profondeur, inclinaison), des saillances, de l'excentricité, du

bobinage (nature, répartition, raccourcissement) entre autres. Ces couples ont des fréquences généralement proportionnelles à la vitesse de rotation de l'arbre mécanique.

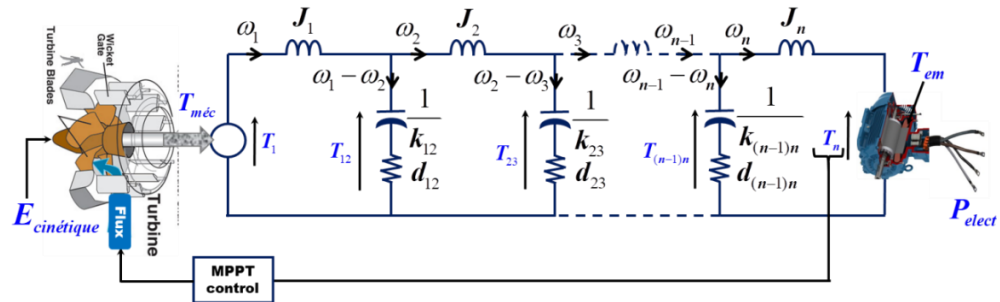


Figure 18 : Exemple de système multi-masses de type turbogénérateur © G. Ekemb

Les couples de fluctuation de charge mécanique sont liés aux variations de la source mécanique (turbines éolienne, thermique, à gaz, hydroélectrique et...), et à l'état de fonctionnement de la machine (enclenchement, commutation, délestage et court-circuit de charge). La Figure 18 présente un exemple d'application d'un système multi-masses qui comprend en début de ligne une source mécanique et en fin de ligne une génératrice électrique.

En général, les couples structurels et les couples à fluctuation de charge sont gérés par des fabricants de la machine électrique. Ils s'assurent de garantir la stabilité du système en fonctionnement normal et dans les phases transitoires en minimisant leur impact sur le couple dans l'entrefer. Il en résulte l'amélioration des techniques de bobinage et l'éventuelle insertion des amortisseurs supplémentaires et adéquats. Ces types de couples ne seront donc pas pris en compte dans le cadre de notre travail.

Le couple électromagnétique logé dans l'entrefer de la machine est lié à l'alimentation électrique et au type de commande (topologie du variateur et sa commande). C'est ce dernier couple qui est au centre de notre étude. La complexité des systèmes industriels exige de nouvelles topologies de convertisseurs statiques. Plusieurs techniques de commande sont également développées. Il nous semble nécessaire d'évaluer l'impact de ces convertisseurs sur le couple d'entrefer. Une telle évaluation permettrait alors la conception des

systèmes plus robustes et fiables comme l'exige l'industrie moderne. La Figure 19 présente un exemple d'application d'un système multi-masses qui comprend en début de ligne une source électrique et en fin de ligne une charge mécanique

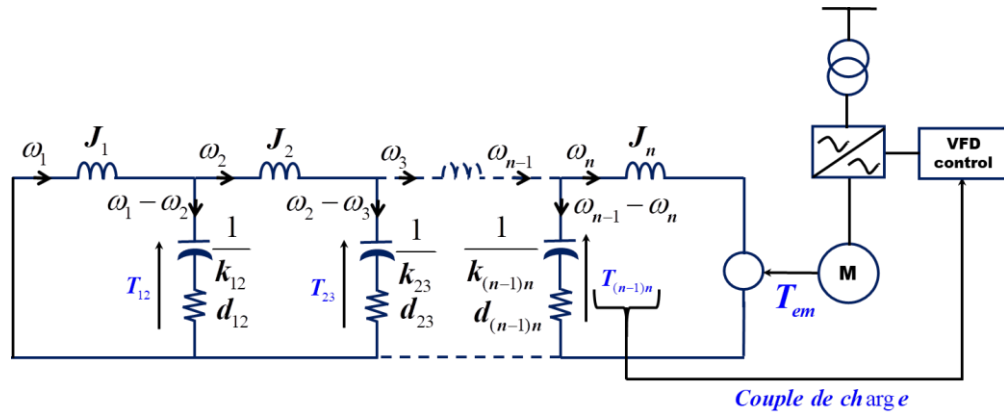


Figure 19 : Exemple de système multi-masses de type entraînement moteur © G. Ekemb

À cet effet, il est donc important de connaître le contenu spectral de ce couple dont les composantes potentielles s'appliquent sur le rotor de la machine au niveau de l'entrefer. Pour cela, il est également nécessaire de connaître les grandeurs d'état électriques (courant et tension) qui alimentent la machine, car elles sont la source des composantes du couple électromagnétique.

Ces grandeurs sont intrinsèquement liées à la nature du convertisseur et à sa commande. Réciproquement, les grandeurs électriques sont aussi influencées par la grandeur du couple dans l'entrefer, car en appliquant un couple donné sur l'arbre de la machine, on peut observer ses effets directs sur les grandeurs courant et tension d'alimentation. Cette conclusion résulte de la nature réversible de la conversion électromécanique.

2.8 CONCLUSION

Dans le présent travail est une modélisation généralisée des systèmes multi-masses a montré qu'il est possible que certaines forces externes appliquées à l'une des masses

provoquent une résonance torsionnelle de tels systèmes. Cette problématique est davantage valable dans les systèmes électromécaniques incluant des masses en rotation.

En effet dans ces derniers, les sources des couples externes peuvent être soit mécaniques, soit électriques, soit les deux à la fois. Il est alors crucial de connaître avec une grande précision i) le contenu spectral du couple mécanique ou électromagnétique qui s'applique sur le système et ii) le contenu spectral des tensions et des courants qui alimentent la machine électrique incluse dans le système.

Des systèmes électromécaniques incluant des masses en rotation se retrouvent entre autres dans les industries du pétrole, du gaz, des mines, du papier, ... (entraînement des compresseurs, pompes, ...) et dans les turbogénérateurs.

Il est aussi nécessaire de comprendre l'interaction mutuelle entre les grandeurs mécaniques et les grandeurs électriques.

L'analyse compréhensive des interactions dans ce chapitre 2 permet d'identifier les sources des couples électromagnétiques (moteur d'entraînement) et mécaniques (charge mécanique) comme les probables perturbateurs au niveau modèle équivalent électrique de l'arbre d'un système multi-masse en forte puissance.

Recommandation est alors faite de rentrer dans la machine d'entraînement pour mieux comprendre ce qui s'y passe ; d'où le prochain chapitre.

CHAPITRE 3

COUPLE ELECTROMAGNETIQUE DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE A COURANT ALTERNATIF

3.1 INTRODUCTION

Ce chapitre propose les expressions théoriques des amplitude et phase de chaque composante harmonique du couple dans l'entrefer d'une machine à partir des grandeurs électriques. L'objectif étant d'élaborer des méthodes analytiques et graphiques simples afin de tracer le diagramme de Campbell pour un variateur de vitesse donné.

Un diagramme de Campbell est une représentation graphique des harmoniques du couple au niveau de l'entrefer dans le domaine fréquentiel [32]. En d'autres termes, c'est une représentation graphique de la dépendance entre les composantes des couples pulsatoires dans l'entrefer et la vitesse du rotor (en tr/mn) ou avec la fréquence (en Hz) du fondamental des courants du stator.

Le diagramme de Campbell ne montre que les composantes harmoniques significatives du couple afin de permettre une analyse torsionnelle de la ligne d'arbre. Seules les composantes harmoniques significatives du couple dans l'entrefer sont représentées dans un diagramme de Campbell.

Théoriquement, une représentation d'un diagramme de Campbell ne fournit aucune information sur les amplitudes des composantes harmoniques du couple. Cette information est utile pour calculer la fatigue causée par le couple électromagnétique du moteur afin d'estimer la durée de vie ou le vieillissement des matériaux constituant l'arbre d'entraînement [33]- [34].

Les développements proposés dans ce chapitre sont importants pour comprendre que des vitesses précises du rotor peuvent potentiellement exciter les fréquences naturelles mécaniques dites de résonances torsionnelles dans des systèmes multi-masses incluant une

machine électrique. C'est la base de compréhension du comportement torsionnel des arbres de tels systèmes lorsque la machine est alimentée par des variateurs électroniques de vitesse.

Par exemple, dans des applications de forte puissance, on peut analyser avec une plus grande précision, le stress mécanique sur l'arbre entraîné par la machine électrique alimentée par les topologies de variateurs suivantes :

- convertisseurs de courant à commutation assistée par la charge (LCIs ou Load-Commutated Inverters). Ce sont des convertisseurs de type sources de courant rencontrés dans des applications de forte puissance (20 MW et plus [35]) ; par exemple pour l'entraînement des gros compresseurs utilisés dans le transport du gaz liquéfié par pipelines.
- Onduleurs de tension commandés par modulation de largeur d'impulsion (PWM-VSIs ou Pulse Width Modulated Voltage Source Inverters), incluant des structures multiniveaux utilisées dans des applications de faible (quelques kW) et de moyennes (plus de 15 MW) puissances, et exceptionnellement dans des applications de forte puissance (au-dessus de 45 MW) [36]- [37]. Ces structures se retrouvent dans la chaîne de conversion des éoliennes, dans l'industrie des mines, mais aussi dans les systèmes de production des hydrocarbures [38].

Ce chapitre propose aussi une propagation étape par étape d'une harmonique de tension ou courant donnée, de la sortie du variateur d'alimentation vers la zone de couplage électromécanique de la machine. Dans cette zone se produit alors la réversibilité de la conversion électromécanique de l'énergie. Il traite également de la superposition des harmoniques de tension ou de courant et de leurs effets dans l'entrefer de la machine.

L'appréhension du concept de base de la création du couple à partir des courants et tensions est importante pour la compréhension du tracé du diagramme de Campbell pour un variateur de vitesse donné. Cela simplifie donc le tracé du diagramme directement à partir des harmoniques de tension ou de courant. Et permet ainsi une interpolation des résultats entre différentes topologies de variateurs de vitesse.

Les résultats de ce chapitre sont utilisables dans la phase conceptuelle des arbres d'entraînement électrique multi-masses. Non seulement ils facilitent à la fois leur analyse torsionnelle, et la compréhension des effets des variateurs de vitesse sur le stress subi par ces arbres, mais, s'utilisent tant pour des moteurs que pour des génératrices électriques. Ils sont exemplairement exploitables dans l'étude dynamique de la ligne d'arbre des turboalternateurs constituant des mini-réseaux tels qu'on en rencontre sur des plateformes pétrolières [38], voire sur les chaînes de conversion éoliennes.

La section 2 explique le principe élémentaire de la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. L'énergie dans la zone de couplage est ainsi convertie en travail du couple ou en énergie électrique. La section 3 explique comment les harmoniques de courant et de tension de séquences positive et négative sont transformées en harmoniques du couple dans l'entrefer de la machine. Leur diagramme de Campbell est aussi tracé.

La section 4 développe comment les inter-harmoniques de courant et tension sont transformées en harmoniques du couple et propose leurs représentations dans un diagramme de Campbell. Enfin, la section 5 propose une formulation analytique générale de l'équation du couple dans l'entrefer dans le domaine temporel, à partir des formes génériques d'harmoniques de tensions et de courants. Les résultats présentent les amplitudes des composants du couple, leurs fréquences et leurs phases. Cette section fait aussi ressortir quelles composantes du couple pourraient être significatives dans le cadre d'une analyse torsionnelle et le résultat est tracé dans un diagramme de Campbell.

3.2 PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ELECTRIQUE

3.2.1 Principe physique de génération du couple dans les machines AC

Une machine électrique convertit l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. La réversibilité de la conversion électromécanique de l'énergie se réalise dans la

zone de couplage énergétique appelée entrefer de la machine comme le montre la Figure 20 [39].

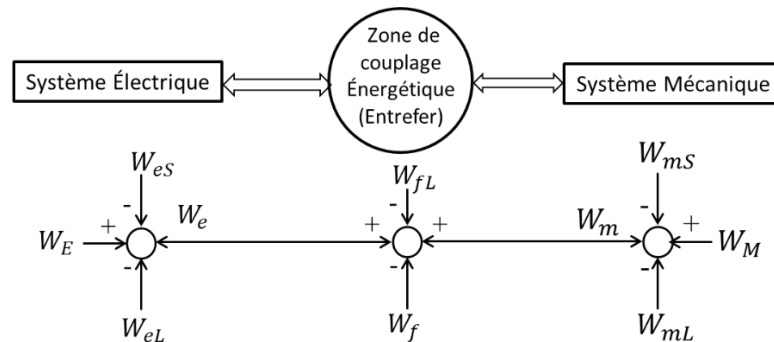


Figure 20 : Répartition de l'énergie dans un convertisseur électromécanique réversible [39] © [IEEE, 2013]

L'énergie électrique W_E due à la tension appliquée aux enroulements statoriques est dissipée dans la résistance d'enroulement, l'hystérésis et les pertes diélectriques W_{eL} et est stockée dans les inductances et condensateurs de la machine W_{eS} . L'énergie électrique restante est alors transférée dans la zone de couplage énergétique et notée W_e .

De même, l'énergie mécanique W_M est due à la force ou au couple externe appliqué sur l'arbre de la machine, et au déplacement du rotor provenant de l'attraction électromagnétique entre les aimants du rotor et du stator. Cette énergie est dissipée comme pertes W_{mL} (exemple par amortissement ou viscosité), et est stockée dans certains composants mécaniques comme dans les constantes de raideur ou dans les moments d'inertie équivalents du système, etc. L'énergie restante W_m est ensuite transférée dans la zone de couplage de la machine.

Théoriquement, les énergies électriques et mécaniques transférées dans l'entrefer peuvent être stockées W_f ou dissipées W_{fL} sous différentes formes (pertes diélectriques, pertes par hystérésis, courants de Foucault, etc). Cependant, l'énergie stockée ou dissipée

dans la zone de couplage énergétique peut être négligée [37]. Par conséquent, la zone de couplage peut être considérée comme une zone sans perte. Il est à remarquer que la propagation de l'énergie dans ce système est bidirectionnelle, traduisant ainsi une réversibilité de la conversion électromécanique.

Lorsque l'énergie électrique W_e transférée dans la zone de couplage est supérieure à l'énergie mécanique W_m , la différence d'énergie dans l'entrefer est convertie en énergie mécanique et la machine fonctionne en moteur. De même, lorsque l'énergie mécanique W_m transférée dans la zone de couplage est supérieure à l'énergie électrique W_e , la différence d'énergie dans l'entrefer est convertie en énergie mécanique et la machine fonctionne en générateur. Finalement, l'énergie dans un convertisseur électromécanique réversible est répartie comme suit :

Énergie Électrique :

W_E : Énergie de l'alimentation de la machine électrique (par exemple, la source de tension alimentant les enroulements statoriques).

W_{eS} : Énergie stockée dans le circuit électrique (par exemple, l'énergie stockée dans les composants passifs tels les inductances et condensateurs).

W_{eL} : Énergie dissipée dans le circuit électrique (par exemple, l'énergie résistive, hystérésis, pertes diélectriques).

W_e : Énergie électrique utile transmise dans l'entrefer de la machine (zone de couplage).

Énergie Mécanique :

W_M : Énergie fournie à la machine mécanique.

W_{mS} : Énergie stockée dans le système mécanique (par exemple, l'énergie stockée dans les raideurs, les moments d'inertie, etc.).

W_{mL} : Énergie dissipée dans le système mécanique (par exemple, les amortisseurs).

W_m : Énergie mécanique utile transmise dans l'entrefer de la machine (zone de couplage).

Énergie dans l'entrefer :

W_F : Énergie dans la zone de couplage.

W_f : Énergie stockée dans l'entrefer.

W_{fL} : Énergie dissipée dans l'entrefer (par exemple, les courants de Foucault, le diélectrique et les pertes par hystérésis).

Une fois que l'énergie dans la zone de couplage est connue, le couple d'entrefer peut être déduit comme une variation de cette énergie par rapport au déplacement du rotor.

Le travail effectué dans la zone de couplage peut être exprimé comme la superposition des travaux des composants électriques et mécaniques transmis dans l'entrefer. Ces relations sont essentiellement valides lorsque les énergies stockées et dissipées dans l'entrefer sont négligeables. D'où l'équation (3.1) :

$$W_F = W_e + W_m \quad (3.1)$$

Ce travail s'applique pour tout déplacement du rotor de la machine d'une position angulaire initiale θ_1 vers une position angulaire finale θ_2 . La relation entre le travail et le couple résultant t_F qui se déplace sur cette distance curviligne est donnée à l'équation(3.2).

$$W_F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} t_F d\theta \quad (3.2)$$

Il est important de remarquer que le comportement de base des machines linéaires repose sur le même principe où le travail résulte du déplacement d'une force f_F entre une position linéaire initiale x_1 et une position linéaire finale x_2 telles qu'il est décrit par l'équation (3.3).

$$W_F = \int_{x_1}^{x_2} f_F dx \quad (3.3)$$

Comme illustré à Figure 20, comprendre la fluence énergétique entre l'électricité et la mécanique et inversement est important pour estimer le couple développé et appliqué sur la partie mobile (en mouvements de rotation ou linéaire).

3.2.2 Couple d'entrefer dans les machines triphasées

Pour convertir l'énergie électrique en énergie mécanique dans les machines triphasées sans tenir compte du type de machine (synchrone ou asynchrone), le couple développé dans la zone de couplage de la machine est dépendant des tensions et courants appliqués aux enroulements du stator. Ainsi les relations entre couple, tensions et courants sont similaires pour les deux types de machines.

Plusieurs expressions du couple dans différents repères abondent dans la littérature [39]. On choisit de développer le couple dans le référentiel fixe de Clarke (alpha-beta) parce qu'il semble adéquat pour son analyse dans l'entrefer. Quelques raisons militent en cette faveur :

- on ne manipule que des grandeurs statoriques qui sont facilement mesurables telles que la tension et le courant,
- les vecteurs électriques (courant et tension) sont tous tournants et se traitent comme en monophasé, et ce sont des grandeurs complexes,
- on peut déterminer aisément le sens de rotation de ces vecteurs quel que soit l'harmonique de ces grandeurs,

- aucune transformation supplémentaire n'est nécessaire pour exploiter les résultats tant dans le domaine fréquentiel que temporel.

Cependant, dans le référentiel tournant de Park (dq), il est difficile de poursuivre la variation de toutes les harmoniques, et de plus, il faut ramener les résultats dans le domaine temporel. Le traitement analytique du couple dans ce référentiel aboutit à une complexité difficilement exploitable.

Le référentiel triphasé (abc), bien que permettant de manipuler les grandeurs statoriques facilement mesurables, est difficilement exploitable à cause du nombre de grandeurs mises en jeu (6 amplitudes, 6 phases, 1 fréquence). Il n'a donc pas été retenu.

Le couple électromagnétique développé dans l'entrefer de toute machine à courant alternatif dépend à la fois des tensions appliquées et des courants absorbés au niveau de ses enroulements statoriques. Les tensions qui alimentent les enroulements statoriques sont simultanément transformées en courant à travers les impédances des bobines correspondantes et approximées en flux au moyen d'un estimateur intégral. La Figure 21 qui présente le principe de création du couple électromagnétique montre que son expression simplifiée peut être décrite comme dans l'équation (3.4).

$$t_e(t) = \frac{3P}{2} (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (3.4)$$

Avec :

$t_e(t)$: Couple d'entrefer de la machine dépendante du temps

P : Nombre de paires de pôles de la machine

ψ_α, ψ_β : Flux statoriques de liaison en coordonnées $\alpha\beta$

i_α, i_β : courants statoriques en coordonnées $\alpha\beta$

Le facteur $3/2$ provient de l'usage des amplitudes maximales dans la transformation de Park. Les quantités $x_{\alpha\beta 0}$ (tension, courant ou flux) dans le repère $\alpha\beta 0$ sont la transformée de Clarke des quantités x_{abc} du repère abc comme exprimé dans l'équation et dans [40]- [41] :

$$\begin{pmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

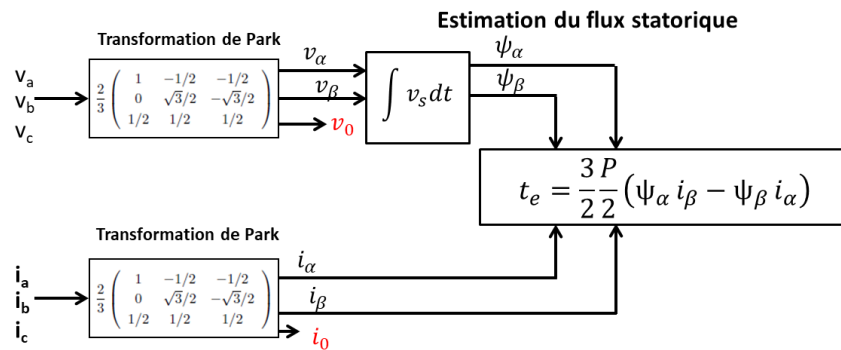


Figure 21 : Principe de création du couple électromagnétique dans l'entrefer © G. Ekemb

3.2.3 Notes sur le régime d'étude et l'approximation du flux statorique

Du point de vue électrique, l'analyse est faite en régime permanent puisque la dynamique électrique est très rapide par rapport à la dynamique mécanique. Parce que les constantes de temps mécaniques impliquant les moments d'inerties et les constantes de raideurs sont généralement beaucoup plus grandes que les constantes de temps électriques impliquant les inductances et les condensateurs.

Par ailleurs, dans les entraînements à vitesse variable de fortes puissances, les pertes joules dans les enroulements statoriques sont généralement négligeables par rapport

aux puissances nominales mises en jeu. Aussi les machines opèrent généralement en zone non saturée. L'augmentation de la réactance due à la présence éventuelle des harmoniques électriques de hautes fréquences n'influence pas la valeur du flux statorique résultant.

En conséquence, il semble donc raisonnable d'estimer le flux comme étant l'intégrale temporelle de la tension statorique. L'équation (3.6) résume ces hypothèses.

$$\psi_{abc} = \int (u_{abc} - Z_S i_{abc}) dt \cong \int u_{abc} dt \quad (3.6)$$

Les composantes électriques homopolaires ne contribuent pas à la création du couple.

3.3 CLASSIFICATION DES HARMONIQUES ELECTRIQUES EN SEQUENCES

Dans les réseaux industriels, les grandeurs électriques (u et i) contiennent en général une infinité d'harmoniques. Il est nécessaire de faire une classification de ces harmoniques.

Considérons une grandeur triphasée équilibrée dans le référentiel abc, telle que donnée à l'équation (3.7) :

$$\begin{cases} x_{sa} = X_1 \cos(\omega t) \\ x_{sb} = X_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ x_{sc} = X_1 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (3.7)$$

La transformation de Clarke de ce vecteur dans le référentiel orthogonal fixe aboutit au vecteur complexe $x_{\alpha\beta} = x_\alpha + jx_\beta$.

Le sens de rotation de $x_{\alpha\beta} = x_\alpha + jx_\beta$ est pris comme référence.

Étant donné le nombre illimité d'harmoniques dans les systèmes électriques sous investigation, il est nécessaire d'unifier la méthode de détermination du sens de rotation des vecteurs correspondants, afin de faciliter l'analyse qui est l'objet de ce chapitre. Une telle approche réduirait alors la complexité des développements analytiques proposés.

3.3.1 Les harmoniques de séquence positive

Cette famille d'harmoniques rassemble toutes les harmoniques dont les vecteurs $x_{\alpha\beta}$ correspondants de l'équation (3.8) tournent dans le même sens que le vecteur résultant $x_{\alpha\beta} = x_{\alpha} + jx_{\beta}$ du fondamental.

$$\begin{cases} x_{\alpha} = X_n \cos(n\omega t) \\ x_{\beta} = X_n \sin(n\omega t) \end{cases} \quad (3.8)$$

Les harmoniques de séquence positive sont celles décrites dans l'équation (3.9), c'est-à-dire les harmoniques de rangs 7, 13, 19,

$$n = n_{pos} = 6*l + 1, \text{ avec } l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.9)$$

3.3.2 Les harmoniques de séquence négative

Ce sont toutes les harmoniques dont les vecteurs $x_{\alpha\beta}$ correspondants de l'équation (3.10) tournent dans le sens contraire au vecteur résultant $x_{\alpha\beta} = x_{\alpha} + jx_{\beta}$ du fondamental. Il est important de noter le signe négatif de la grandeur x_{β} par rapport à celle des harmoniques de séquence positive.

$$\begin{cases} x_{\alpha} = X_n \cos(n\omega t) \\ x_{\beta} = -X_n \sin(n\omega t) \end{cases} \quad (3.10)$$

Les harmoniques de séquence négative sont celles décrites dans l'équation (3.11), c'est-à-dire les harmoniques de rangs 5, 11, 17,

$$n = n_{neg} = 6 * l - 1, \text{ avec } l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

3.3.3 Les harmoniques de séquence nulle

Ces harmoniques dont les vecteurs $x_{\alpha\beta}$ correspondants de l'équation (3.12) ne tournent pas et ne créent aucun couple.

$$\begin{cases} x_{\alpha} = X_n \cos(l\omega t) \\ x_{\beta} = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Les harmoniques de séquence nulle sont celles décrites dans l'équation (3.13), c'est-à-dire les harmoniques de rangs multiples de 3, par exemple : 3, 6, 9, etc.

$$n = n_{zero} = 3 * l, \text{ avec } l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.13)$$

Il vient d'être démontré que :

- l'étude du comportement des harmoniques électriques peut être faite de manière uniforme,
- bien qu'il existe une infinité d'harmoniques, seules les harmoniques différentielles produisent de la puissance (la famille des harmoniques de séquence positive et la famille des harmoniques de séquence négative).

Par ailleurs, les harmoniques de séquence positive ou négative sont toujours centrées autour d'une harmonique de séquence nulle.

3.4 EFFETS DES SEQUENCES DES HARMONIQUES CARACTERISTIQUES SUR LE COUPLE ELECTROMAGNETIQUE

Les harmoniques caractéristiques sont des harmoniques qui peuvent appartenir à l'une de classes d'harmoniques précédemment citées.

Pour étudier leurs effets sur le couple électromagnétique, on a distingué trois cas :

- cas d'un variateur parfait sans aucune harmonique ;
- interaction entre fondamental et harmonique de séquence négative ;
- interaction entre fondamental et harmonique de séquence négative.

3.4.1 Cas d'un variateur parfait : sans harmonique

Considérons dans le repère $\alpha\beta$ les tensions et courants de l'équation (3.14).

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = V_1 \cos(\omega t) \\ v_{s\beta} = V_1 \sin(\omega t) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} i_{s\alpha} = I_1 \cos(\omega t - \phi_1) \\ i_{s\beta} = I_1 \sin(\omega t - \phi_1) \end{cases} \quad (3.14)$$

L'approximation du flux statorique est donné par l'équation (3.15).

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha} \cong \int v_{s\alpha} dt = \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t) \\ \Psi_{s\beta} \cong \int v_{s\beta} dt = -\frac{V_1}{\omega} \cos(\omega t) \end{cases} \quad (3.15)$$

L'équation (3.16) donne l'expression finale du couple d'après l'équation (3.4).

$$t_e(t) = T_{DC} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_1 I_1}{\omega} \cos \phi_1 \quad (3.16)$$

On rappelle que ce couple produit par le fondamental est toujours le couple le plus dominant. C'est ce qui justifie la nécessité de réglage du courant fondamental et le choix du réglage au synchronisme (V_1/f constant).

La Figure 22 résume ce principe de calcul et les résultats le diagramme de Campbell correspondant. Sur cette figure, les fréquences f_{nat_1} et f_{nat_2} sont deux fréquences naturelles et représentent deux modes d'excitation possibles du système multi-masses. Ces fréquences ne dépendent pas de la vitesse d'opération de la machine, mais uniquement des

caractéristiques des matériaux de l'arbre de liaison. La composante continue du couple n'est pas représentée dans le diagramme de Campbell.

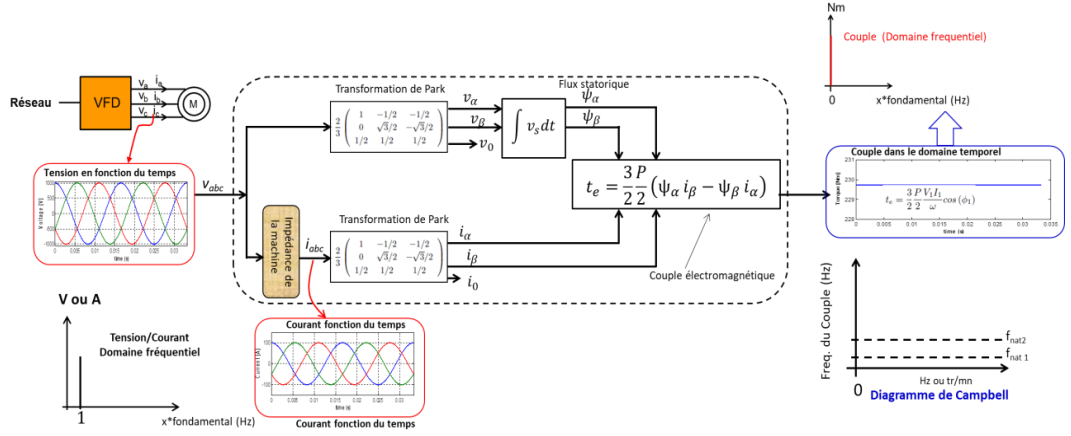


Figure 22 : Couple généré par les tensions et courants fondamentaux d'un variateur © G.

Ekemb

3.4.2 Couple d'interaction entre fondamental et harmonique de séquence négative

Considérons dans le repère $\alpha\beta$ les tensions et courants de l'équation (3.17).

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = V_1 \cos(\omega t) + V_5 \cos(5\omega t) \\ v_{s\beta} = V_1 \sin(\omega t) - V_5 \sin(5\omega t) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} i_{s\alpha} = I_1 \cos(\omega t - \phi_1) + I_5 \cos(5\omega t - \phi_5) \\ i_{s\beta} = I_1 \sin(\omega t - \phi_1) - I_5 \sin(5\omega t - \phi_5) \end{cases} \quad (3.17)$$

L'approximé du flux statoric est donné par l'équation (3.18).

$$\begin{cases} \psi_{s\alpha} \cong \int v_{s\alpha} dt = \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{V_5}{5\omega} \sin(5\omega t) \\ \psi_{s\beta} \cong \int v_{s\beta} dt = -\frac{V_1}{\omega} \cos(\omega t) + \frac{V_5}{5\omega} \cos(5\omega t) \end{cases} \quad (3.18)$$

L'équation (3.19) donne l'expression finale du couple d'après l'équation (3.4).

$$t_e(t)|_{F5} = \frac{3P}{2 \cdot 2} \left(\underbrace{\frac{V_1 I_1}{\omega} \cos(\phi_1) - \frac{V_5 I_5}{5\omega} \cos(\phi_5)}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{\left(T_{e5_6} \cos(6\omega t + \theta_{5_6}) \right)}_{6^{\text{e}} \text{ harmonique}} \right) \quad (3.19)$$

Le couple final obtenu à l'équation (3.19) a deux composantes :

- une composante continue générée par l'interaction des courants et tensions de même fréquence avec leurs phases respectives ;
- une composante harmonique de rang 6 créée par l'interaction croisée entre tension harmonique de rang 1 et courant harmonique de rang 5 et inversement.

3.4.3 Couple d'interaction entre fondamental et harmonique de séquence positive

Dans le repère $\alpha\beta$, considérons les tensions et courants de l'équation (3.20).

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = V_1 \cos(\omega t) + V_7 \cos(7\omega t) \\ v_{s\beta} = V_1 \sin(\omega t) - V_7 \sin(7\omega t) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} i_{s\alpha} = I_1 \cos(\omega t - \phi_1) + I_7 \cos(7\omega t - \phi_7) \\ i_{s\beta} = I_1 \sin(\omega t - \phi_1) - I_7 \sin(7\omega t - \phi_7) \end{cases} \quad (3.20)$$

L'approximé du flux statorique est donné par l'équation (3.21).

$$\begin{cases} \psi_{s\alpha} \cong \int v_{s\alpha} dt = \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{V_7}{7\omega} \sin(7\omega t) \\ \psi_{s\beta} \cong \int v_{s\beta} dt = -\frac{V_1}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{V_7}{7\omega} \cos(7\omega t) \end{cases} \quad (3.21)$$

L'équation (3.22) donne l'expression finale du couple d'après l'équation (3.4).

$$t_e(t)|_{F7} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \left(\underbrace{\frac{V_1 I_1}{\omega} \cos(\phi_1) + \frac{V_7 I_7}{7\omega} \cos(\phi_7)}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{\left(T_{e7_6} \cos(6\omega t + \theta_{7_6}) \right)}_{6^{\text{e}} \text{ harmonique}} \right) \quad (3.22)$$

Le couple final obtenu à l'équation (3.22) a deux composantes :

- une composante continue générée par l'interaction des courants et tensions de même fréquence avec leurs phases respectives ;
- une composante harmonique de rang 6 créée par l'interaction croisée entre tension harmonique de rang 1 et courant harmonique de rang 7 et inversement.

La Figure 23 résume ce principe de calcul et le tracé du diagramme de Campbell correspondant dans le cadre de l'interaction entre le fondamental et les harmoniques de séquence positive ou négative. Le segment de droite linéaire marqué 6x représente la composante harmonique de rang 6 créée dans le cadre des interactions croisées (V_1, I_5) , (V_5, I_1) , (V_7, I_1) et (V_7, I_1) . Par extension, le segment marqué 12x représente la composante harmonique de rang 12 créée dans le cadre des interactions (V_1, I_{11}) , (V_{11}, I_1) , (V_{13}, I_1) et (V_1, I_{13}) .

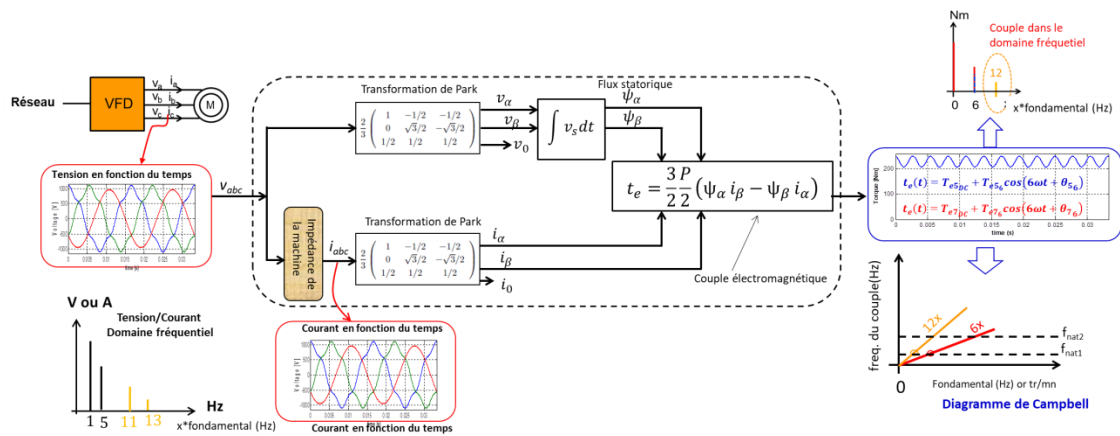


Figure 23 : Couple généré par les harmoniques de séquence positive ou négative d'un

variateur © G. Ekemb

3.5 EFFETS DES HARMONIQUES QUELCONQUES SUR LE COUPLE ELECTROMAGNETIQUE

3.5.1 Cadre d'étude et analyse des effets

Une composante harmonique quelconque est une composante harmonique non-caractéristique, c'est-à-dire qui est indépendante du fondamental.

Une composante non-caractéristique d'une grandeur électrique est une harmonique ayant une fréquence arbitraire donc indépendante de la fréquence du fondamental de ladite grandeur électrique. Une telle harmonique ne peut être classée comme les harmoniques caractéristiques [42], [43], [44], [45] en séquences nulles, négatives ou positives.

Des courants harmoniques non-caractéristiques apparaissent souvent côté réseau des variateurs de tension [42]- [45]. Leurs interactions avec les inductances ou les capacitances internes d'un transformateur d'entrée peuvent y exciter une résonance électrique [46], [47], [48].

Les harmoniques de tensions et de courants non-caractéristiques apparaissent non seulement à la sortie des variateurs de tension (c'est-à-dire côté machine), mais aussi avec les variateurs de courant [49]. Ces harmoniques peuvent exciter une résonance électrique dans de longs câbles d'alimentation comme des câbles de transmission sous-marine [50]- [51].

Lorsqu'on superpose une harmonique non-caractéristique au fondamental d'une tension ou d'un courant, on obtient dans le repère $\alpha\beta$ les équations (3.23) et (3.24).

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha} \cong \int v_{s\alpha} dt = \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{V_k}{\omega_k} \sin(\omega_k t) \\ \Psi_{s\beta} \cong \int v_{s\beta} dt = -\frac{V_1}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{V_k}{\omega_k} \cos(\omega_k t) \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\begin{cases} i_{s\alpha} = I_1 \cos(\omega t - \phi_1) + I_k \cos(\omega_k t - \phi_k) \\ i_{s\beta} = I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + I_k \sin(\omega_k t - \phi_k) \end{cases} \quad (3.24)$$

L'équation (3.25) donne l'expression finale du couple d'après l'équation (3.4).

$$t_e(t)|_{F_{nchr}} = \frac{3P}{2} \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{V_1 I_1}{\omega} \cos(\phi_1) + \frac{V_k I_k}{\omega_k} \cos(\phi_k)}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{T_k \cos((\omega_k - \omega)t - \theta_k)}_{\text{Harmonique non-caractéristique}} \right) \quad (3.25)$$

Compte tenu du fait que dans le champ d'application de nos travaux, ω_c étant la pulsation de la porteuse du signal PWM et $\omega_k = m\omega_c \gg \omega$, $m = 1, 2, 3, \dots$, il est raisonnable d'assumer la relation de l'équation (3.26).

$$t_{e_k}(t) = T_k \cos((\omega_k \pm \omega)t + \theta_k) \cong T_k \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (3.26)$$

3.5.2 Diagramme de Campbell des variateurs de tension avec composantes inter-harmoniques

Les composantes inter-harmoniques sont des harmoniques caractéristiques autour d'une harmonique non-caractéristique donnée. Ces inter-harmoniques apparaissent à l'entrée (côté réseau) et à la sortie (côté machine) des variateurs de tensions [52].

Lorsqu'on superpose une composante inter-harmonique au fondamental d'une tension ou d'un courant, on obtient dans le repère $\alpha\beta$ les équations (3.27) et (3.28).

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha} = \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{V_{k_5}}{\omega_k - \omega} \sin([\omega_k - 5\omega]t) \\ \Psi_{s\beta} = -\frac{V_1}{\omega} \cos(\omega t) - \frac{V_{k_5}}{\omega_k - \omega} \cos([\omega_k - 5\omega]t) \end{cases} \quad (3.27)$$

$$\begin{cases} i_{s\alpha} = I_1 \cos(\omega t - \phi_1) + I_{k_5} \cos([\omega_k - 5\omega]t - \phi_{k_5}) \\ i_{s\beta} = I_1 \sin(\omega t - \phi_1) + I_{k_5} \sin([\omega_k - 5\omega]t - \phi_{k_5}) \end{cases} \quad (3.28)$$

L'équation (3.29) donne l'expression finale du couple d'après l'équation (3.4).

$$t_e(t)|_{F+sb} = \frac{3P}{2} \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{V_1 I_1}{\omega} \cos(\phi_1) + \frac{V_k I_k}{\omega_k - 5\omega} \cos(\phi_{k_5})}_{\text{Composante continue}} + \underbrace{\left(T_k \cos((\omega_k - 6\omega)t - \theta_k) \right)}_{\text{Composante inter-harmonique}} \right) \quad (3.29)$$

La Figure 24 présente les résultats et le tracé du diagramme de Campbell correspondant dans le cadre de l'interaction entre le fondamental et les inter-harmoniques de séquences positives ou négatives.

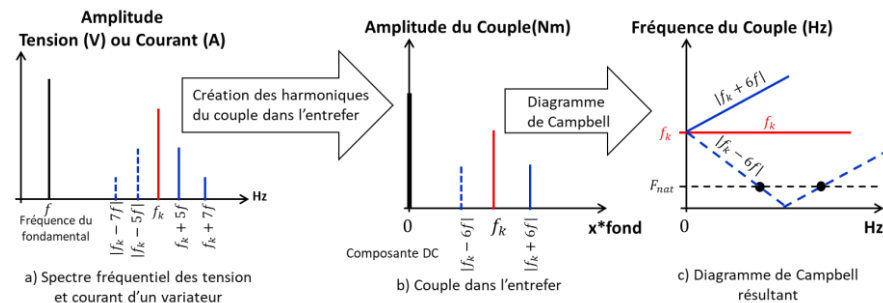


Figure 24 : Contributions des inter-harmoniques sur le couple © G. Ekemb

La Figure 25 est une généralisation des contributions des inter-harmoniques sur le couple dans l'entrefer de la machine.

À travers le diagramme de Campbell, on observe ce qui suit :

- quand il y a plus d'harmoniques de courant ou de tension, alors il existe plus d'harmoniques de couple, et donc plus de risques d'excitation des résonances de l'arbre de liaison du système ;
- la localisation des harmoniques de courant ou de tension dans le domaine fréquentiel dépend du type de variateur de vitesse.

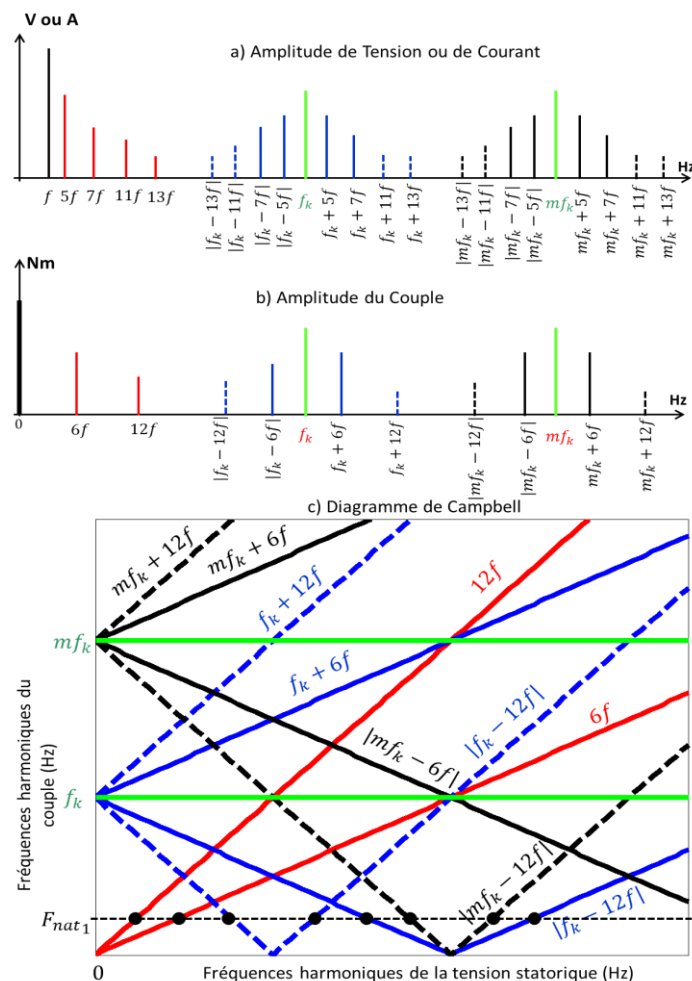


Figure 25 : Des harmoniques et inter-harmoniques électriques au diagramme de Campbell ©

G. Ekemb

3.6 EXPRESSION GENERALE DES COUPLES PULSATOIRES DANS L'ENTREFER DE TOUTE MACHINE TRIPHASEE

3.6.1 Composantes harmoniques génériques

Les formes génériques des composantes des courants et tensions (harmoniques et inter-harmoniques) sont écrites dans l'équation (3.30).

$$\begin{cases} v_{m_v n_v}(t) = V_{m_v n_v} \cos(m_v \omega_k t + n_v \omega_0 t + \theta_{m_v n_v}^v) \\ i_{m_i n_i}(t) = I_{m_i n_i} \cos(m_i \omega_k t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i n_i}^i) \end{cases} \quad (3.30)$$

Avec :

$V_{m_v n_v}, I_{m_i n_i}$: Amplitudes des composantes de tension et courant

ω_0 : Pulsation du fondamental en rad/s

ω_k : Pulsation arbitraire indépendante de ω_0 en rad/s

$\theta_{m_v n_v}^v, \theta_{m_i n_i}^i$: Phases des composantes de tension et courant

m_v, m_i : Entier constant arbitraire.

n_v, n_i : Entier arbitraire ne pouvant être que dans la forme séquence négative ou positive ; c'est-à-dire, n_v, n_i ne doit pas être un multiple de 3.

En fonction des valeurs du couple d'entiers arbitraires (m_v, n_v) pour les composantes de tension et (m_i, n_i) pour les composantes de courants, les types d'harmoniques étudiées peuvent être déduits de l'équation (3.30) comme suit :

- composante continue : si $m_v = 0$ et $n_v = 0$. Ce cas est exclu de cette analyse, car l'alimentation est triphasée ;
- composante fondamentale de la tension : si $m_v = 0$ et $n_v = 1$;
- harmonique caractéristique de la tension : si $m_v = 0$ et $n_v > 1$. Dans ce cas, n_v ne peut prendre que la forme $n_v = |6l \pm 1|$ avec $l = 1, 2, 3, \dots$ (harmonique de séquence positive ou négative) ;
- composante harmonique non-caractéristique : si $m_v \neq 0$ et $n_v = 0$. La fréquence est une variable indépendante de la fréquence du fondamental de la tension ;
- composante inter-harmonique : si $m_v \neq 0$ et $n_v \neq 0$. Dans ce cas $n_v = \pm |6l \pm 1|$ avec $l = 0, 1, 2, \dots$.

Ces types d'harmoniques et leurs définitions sont génériques et peuvent être utilisés pour toute grandeur électrique ayant des harmoniques.

3.6.2 Expression générale d'un harmonique de couple

Le courant statorique dans le repère $\alpha\beta$ est donné dans l'équation (3.31):

$$\begin{cases} i_{s\alpha} = I_{m_i n_i} \cos(m_i \omega_k t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i n_i}^i) \\ i_{s\beta} = \varepsilon_{n_i} I_{m_i n_i} \sin(m_i \omega_k t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i n_i}^i) \end{cases} \quad (3.31)$$

Le calcul du flux dans le repère $\alpha\beta$ est donné dans l'équation (3.32):

$$\begin{cases} \Psi_{s\alpha m v n v} = \Psi_{m_v n_v} \sin(m_v \omega_k t + n_v \omega_0 t + \theta_{m_v n_v}^v) \\ \Psi_{s\beta m v n v} = -\varepsilon_{n_v} \Psi_{m_v n_v} \cos(m_v \omega_k t + n_v \omega_0 t + \theta_{m_v n_v}^v) \end{cases} \quad (3.32)$$

L'amplitude du flux calculé est donnée par l'équation (3.33):

$$\Psi_{m,n_v} = \frac{V_{m,n_v}}{m_v \omega_k + n_v \omega_0} \quad (3.33)$$

Les coefficients ε_{n_v} et $\varepsilon_{n_i} \in (-1, 1)$ ont pour rôle d'adapter l'expression générale aux cas spécifiques des composantes de séquences positive et négative. L'équation généralise leurs formulations.

$$\begin{cases} \varepsilon_{n_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(n_v \frac{2\pi}{3}\right) \\ \varepsilon_{n_i} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(n_i \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (3.34)$$

La composante résultante d'un harmonique du couple pulsatoire peut alors être calculée à partir des équations (3.31) et (3.32). D'où l'équation (3.35):

$$\begin{aligned} t_{eh}(t) &= T_{eh} \cos(\omega_h t + \theta_h) \\ &= \varepsilon_{n_v} \cdot \frac{3P}{2} \frac{V_{m,n_v}}{2 m_v \omega_k + n_v \omega_0} I_{m,n_i} \cdot \cos \left[\left(\left(m_i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} m_v \right) \omega_k + \left(n_i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} n_v \right) \omega_0 \right) \cdot t + \left(\theta_{m,n_i}^i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} \theta_{m,n_v}^v \right) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

L'équation (3.35) donne une expression analytique générale de toute composante harmonique du couple créée par un variateur de vitesse dans une machine électrique incorporée dans un système multi-masses.

3.6.2.1 Considérations essentielles d'étude

Ces considérations essentielles se déclinent en quelques observations et règles importantes pour, d'une part pondérer les contributions des différentes composantes du couple global et d'autre part faciliter le tracé du diagramme de Campbell en fonction d'un cahier des charges donné.

- **Observations**

- La composante continue du couple global est le fruit de l'interaction entre composantes de tension et de courant ayant la même fréquence. La phase de courant est prise par rapport à la phase de la tension qui est fixée comme référence : $m_v = m_i$ et $n_v = n_i \Rightarrow \omega_h = 0$. Cette composante prend la forme de l'équation (3.36) :

$$T_{eDC} = \varepsilon_{n_v} \cdot \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{m_v, n_v}}{m_v \omega_k + n_v \omega_0} I_{m_v, n_v} \cdot \cos(\theta_{m_v, n_v}^v) \quad (3.36)$$

- Toutes les composantes théoriques du couple issues de l'interaction entre courants et flux statoriques ne sont pas nécessairement importantes dans l'analyse torsionnelle du stress sur l'arbre d'entraînement. L'expérience montre que toute composante harmonique du couple même de faible amplitude de l'ordre de 0.65% de la composante continue peut exciter le premier mode de résonance sur l'arbre [26]. Cependant avec une simple interprétation de l'expression analytique de l'amplitude du couple, il est possible d'identifier les composantes significatives du couple qui sont pertinentes pour l'analyse torsionnelle.

- **Règles**

- Les fondamentaux de la tension (V_{01}) et du courant (I_{01}) ont de fortes amplitudes, c.-à-d. $m_v = m_i = 0$ et $n_v = n_i = 1$. Toutefois le produit $V_{m_v, n_v} I_{m_i, n_i}$ n'a de valeur significative que si l'une des deux composantes est le fondamental. Cette règle est importante pour comprendre quelle ligne de fréquence doit figurer dans le diagramme de Campbell.

- Souvent, $\omega_k \gg \omega_0$ et l'amplitude de l'équation montre que le couple n'aura une amplitude significative que si $m_v = 0$. En conséquence, l'amplitude d'une composante harmonique du couple n'est pertinente pour l'analyse torsionnelle que si cette harmonique provient de l'une des interactions : courant fondamental et

composantes harmoniques caractéristiques de tension ou alors fondamental de tension et composantes harmoniques caractéristiques du courant.

3.6.2.2 Principe analytique et expression globale

En règle générale, le couple électromagnétique dans le domaine temporel s'écrit :

$$\begin{aligned}
 t_e(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{e,0n} \cos(n\omega_0 t + \theta_{0n}) + \sum_{k=1}^{\infty} T_{e,0k} \cos(kp\omega_0 t + \theta_{0k}) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} T_{e,m0} \cos(m\omega_k t + \theta_{m0}) \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{e,mn} \cos((m\omega_k \pm n\omega_0)t + \theta_{mn})
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

L'équation (3.37) montre que le couple global comprend cinq composantes :

- la composante continue T_{eDC} ;

- la composante générée par les harmoniques caractéristiques de base

$$\sum_{n=1}^{\infty} T_{e,0n} \cos(n\omega_0 t + \theta_{0n}) ;$$

- la composante $\sum_{k=1}^{\infty} T_{e,0k} \cos(kp\omega_0 t + \theta_{0k})$ issue des imperfections de conception de

la machine comme les harmoniques de denture souvent de types caractéristiques de base [53]. Cette composante est ignorée dans ce travail, car les amplitudes de ces composantes sont négligeables comparées à celles des harmoniques caractéristiques électriques ;

- la composante créée par les harmoniques non-caractéristiques

$$\sum_{m=1}^{\infty} T_{e,m0} \cos(m\omega_k t + \theta_{m0}) ;$$

- la composante créée par les inter-harmoniques

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e, mn} \cos\left((m\omega_k \pm n\omega_0)t + \theta_{mn}\right).$$

L'expression générale des couples pulsatoires résultant des harmoniques électriques est donnée finalement par l'équation (3.38).

$$t_e(t) = \sum_{m_i=1}^{\infty} \sum_{n_i=1}^{\infty} \sum_{m_v=1}^{\infty} \sum_{n_v=1}^{\infty} \left[\varepsilon_{n_i} \times \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{V_{m_i n_i} I_{m_i n_i}}{m_v \omega_k + n_v \omega_0} \right] \cos \left[\left(\left[m_i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} m_v \right] \omega_k \pm \left[n_i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} n_v \right] \omega_0 \right) t + \left(\theta_{m_i n_i}^i - \frac{\varepsilon_{n_i}}{\varepsilon_{n_v}} \theta_{m_v n_v}^v \right) \right] \quad (3.38)$$

3.7 CONCLUSION

Ce chapitre vient d'élaborer des méthodes analytiques et graphiques simples afin de tracer le diagramme de Campbell d'un variateur de vitesse donné. Il s'agit précisément :

- des convertisseurs de courant à commutation assistée par la charge (LCIs ou Load-Commutated Inverters) ;
- des onduleurs de tension commandés modulation de largeur d'impulsion (PWM-VSIs ou Pulse Width Modulated Voltage Source Inverters).

La compréhension du concept de base de la création du couple à partir des courants et tensions est importante pour appréhender le tracé du diagramme de Campbell pour un variateur de vitesse donné.

On montre que le couple électromagnétique global généré au niveau de l'entrefer de la machine alimentée par un variateur donné est la somme des contributions issues de plusieurs types d'interactions entre courant et tension d'alimentation :

- composantes de même fréquence qui génèrent un couple continu ;
- fondamental et harmoniques caractéristiques qui créent des harmoniques caractéristiques du couple ;

- fondamental et harmoniques non-caractéristiques qui créent des harmoniques non-caractéristiques du couple.

L'amplitude d'une composante harmonique du couple n'est pertinente ou significative pour l'analyse torsionnelle que si cette harmonique provient de l'une des interactions : courant fondamental et composantes harmoniques caractéristiques de tension ou alors fondamental de tension et composantes harmoniques caractéristiques du courant.

À travers le diagramme de Campbell, on observe ce qui suit :

- seules les composantes harmoniques significatives du couple d'entrefer y sont représentées ;
- quand il y a plus d'harmoniques de courant ou de tension, alors il existe plus d'harmoniques de couple, et donc plus de risques d'excitation des résonances de l'arbre de liaison du système ;
- la localisation des harmoniques de courant ou de tension dans le domaine fréquentiel dépend du type de variateur de vitesse.

Les formulations analytiques et graphiques établies et généralisées sont validées théoriquement par des simulations puis pratiquement par des tests sur certaines structures de variateurs suscités.

En clair, il était question de comprendre comment les couples se créent et se manifestent à l'intérieur de la machine entrainante et particulièrement au niveau de son entrefer. Il faut alors identifier quel couple à générer dans l'entrefer lorsque les harmoniques issus des grandeurs d'état sont connus.

On peut alors appliquer les chapitres précédents aux cas spécifiques en considérant les deux types de convertisseurs les plus répandus (courant ou LCI et tension ou VSI). Les harmoniques électriques identifiés pour chaque type de convertisseur sont donc appliqués sur les deux modèles de machines (synchrone et asynchrone).

La première application choisie concerne l'association variateur de courant et machine synchrone que nous étudions dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 4

COUPLES PULSATOIRES DANS LES MACHINES ALIMENTEES PAR LES CONVERTISSEURS DE COURANT A COMMUTATION ASSISTEE

4.1 INTRODUCTION

Ce chapitre propose analytiquement, une évaluation temporelle et fréquentielle des composantes du couple électromagnétique produites par des convertisseurs de courant à commutation assistée par la charge, au niveau de l'entrefer des machines synchrones, pour des applications de fortes puissances et à vitesse réglable.

Ces systèmes d'entraînement sont rencontrés, entre autres, dans des industries pétrochimiques et minières et sont caractérisés par des arbres d'entraînement longs qui comportent des masses multiples en rotation. De tels systèmes peuvent potentiellement être soumis à des résonances torsionnelles qui peuvent entraîner une fatigue accélérée, une défaillance de composant(s) dans l'ensemble générateurs-turbines et une perte de production du système en cas d'arrêt complet.

Ces résonances torsionnelles dans des systèmes multi-masses électromécaniques peuvent être générées chaque fois qu'une fréquence naturelle ou mécanique du système d'entraînement coïncide avec une fréquence de l'une des composantes du couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine électrique comprise dans le système.

En outre, les composantes pulsatoires dudit couple dépendent à la fois du convertisseur statique qui alimente la machine électrique et de la technique de commande utilisée. Dans le cadre du présent chapitre, en raison de notre choix procédural et surtout pour une raison de compatibilité technique en forte puissance, seuls, le variateur de courant et la machine synchrone sont concernés dans notre analyse.

Il est alors question d'examiner, pour ces applications de forte puissance, le couple dans l'entrefer d'une machine synchrone alimentée par un convertisseur de courant dont les commutations sont assistées par la force contre-électromotrice de cette machine. À cet effet, nous rappelons d'abord les configurations types et les spécificités fonctionnelles des entraînements en forte puissance et particulièrement dans l'industrie des hydrocarbures.

La section 3 qui traite des topologies de ces variateurs de courant, présente leur principe de fonctionnement et les architectures types utilisées. La section 4 est consacrée aux harmoniques électriques dans les convertisseurs de courant de type p/q. Les harmoniques électromagnétiques dans l'entrefer de la machine synchrone sont mises en évidence dans la section 5.

Cette section 5 permettra de comprendre l'interaction entre les harmoniques électriques et les harmoniques mécaniques du couple dans ce type d'application. Enfin, une validation théorique croisée sera menée sur des convertisseurs de types 6/6 et 12/12. La comparaison est faite dans le domaine temporel entre les grandeurs simulées et les grandeurs correspondantes reconstruites.

4.2 CONFIGURATIONS TYPES ET SPECIFICITES FONCTIONNELLES DES ENTRAINEMENTS DANS L'INDUSTRIE DES HYDROCARBURES

Nos travaux s'appuient sur l'industrie du pétrole pour mettre en évidence la réalité des entraînements en forte puissance en général. La présentation de la configuration et de l'évolution des entraînements dans l'industrie des hydrocarbures, permet de circonscrire le champ d'application des travaux de ce chapitre.

Par la suite, à partir de la caractéristique vitesse-puissance, nous définissons les plages d'applications spécifiques aux dispositifs du domaine pétrochimique. Enfin nous ressortons les défis techniques poursuivis dans ce chapitre.

4.2.1 Configurations des entrainements dans l'industrie du pétrole

Depuis quelques années, les industries pétrolières migrent progressivement d'un système d'entraînement purement mécanique vers un système d'entraînement électrique. Aussi, pour améliorer les performances des applications pétrochimiques dans une large plage de vitesse, les moteurs électriques sont utilisés tant à vitesse continue qu'à vitesse variable.

Ces moteurs s'utilisaient comme démarreurs d'une chaîne de compresseurs et tout récemment, comme moteur de soutien pour renforcer la puissance sur l'arbre du compresseur. Le compresseur fonctionnant à grande vitesse, une boîte de vitesse peut être utile pour adapter la vitesse du moteur à celle du compresseur. Ce dernier contribue à la conversion de la mixture gazeuse en état liquide par augmentation de la pression.

Une configuration type d'un arbre d'entraînement dans le domaine des industries pétrolières est donnée à la Figure 26-a. La turbine à gaz entraîne le compresseur comme une charge mécanique. Le moteur dont le calibre de la puissance est en mégawatts fonctionne généralement à vitesse fixe et est connecté soit directement au réseau soit parfois à travers un autotransformateur pour réduire le courant de démarrage. Le moteur aide juste au démarrage du système.

Le souci majeur de cette configuration mécanique est le régime transitoire du système global durant le démarrage, l'arrêt ou un court-circuit ; phases fonctionnelles qui peuvent exciter des modes de résonance mécanique. Durant la phase de conception de tels systèmes, les équations du couple moteur sont minutieusement analysées pour vérifier l'assemblage des masses sur l'arbre et minimiser l'impact d'un éventuel souci.

Une autre configuration de l'arbre d'entraînement du compresseur est proposée à la Figure 26-b. La machine électrique peut fonctionner comme démarreur ou soutien au démarrage. La turbine à gaz entraîne la machine qui génère l'énergie électrique. Dans ce cas, la machine fonctionne en génératrice. Toutefois, un convertisseur statique est nécessaire pour transférer l'énergie au réseau via un transformateur. L'usage d'un convertisseur d'électronique de puissance permet au système de fonctionner comme un système à vitesse variable.

Une configuration complète offrant plus de flexibilité est donnée à la Figure 26-c. Des générateurs redondants peuvent être utilisés pour augmenter la disponibilité énergétique du réseau.

Dans ces configurations, l'entraînement à vitesse variable d'un système de forte puissance (multi-mégawatts), pose trois préoccupations qui peuvent réduire sa durée de vie ainsi que sa disponibilité fonctionnelle : harmoniques de courant coté réseau (IEEE-519 et autres recommandations internationales, résonances électriques), compatibilité de la machine (tensions de mode commun, pics de tension, limitations thermiques et isolation) et les couples pulsatoires (résonances mécaniques).

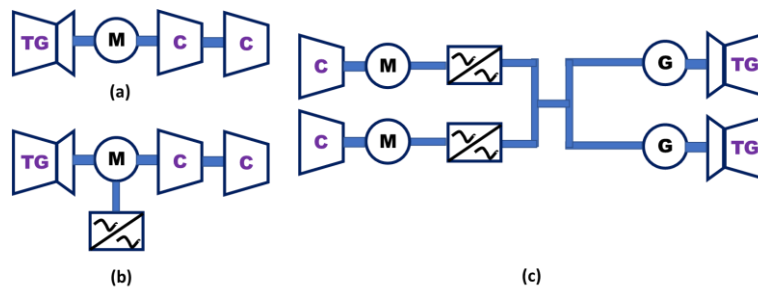


Figure 26 : Possibles configurations des systèmes d'entraînement du domaine des industries pétrolières © G. Ekemb

4.2.2 Plages et spécificités fonctionnelles des systèmes d'entraînement du domaine pétrochimique

La Figure 27 [54], [55], [56] et [57] présente la caractéristique vitesse-puissance à partir de laquelle on peut observer les quatre plages d'opérations spécifiques des dispositifs du domaine pétrochimique : i) centrales de liquéfaction du gaz naturel (3000-3600 tr/m, 10-80 MW), ii) compression et décompression de pipelines (4000-8000 tr/m, 10-40 MW), iii) compression et décompression de stockage (8000-18000 tr/m, 15-20 MW), iv) réfrigération du gaz (15000-20000 tr/m, 0.75-4 MW).

Pour certaines plages de puissance, les moteurs électriques sont alimentés par de moyennes tensions alternatives. Lorsqu'il y a nécessité de fonctionner à vitesse variable, un

variateur électronique est utilisé pour alimenter le moteur électrique. L'insertion d'un variateur de vitesse (Variable Frequency Drive, VFD) dans la chaîne de conversion énergétique présente, par rapport aux turbines à gaz conventionnelles, quelques avantages tels que l'augmentation du rendement, l'amélioration potentielle de la fiabilité, une faible période de maintenance, moins de bruits et de pollution de l'air.

Aussi, les variateurs de vitesse améliorent la production lorsque la puissance de l'arbre est indépendante de la fluctuation de température ambiante. Mais, les variateurs de vitesse induisent aussi de nouveaux défis à relever : compatibilité machine [58]- [59], contraintes de fiabilité, [60]- [61], et risque d'excitation d'un mode de résonance torsionnelle sur le système opérationnel [55], [62]- [63].

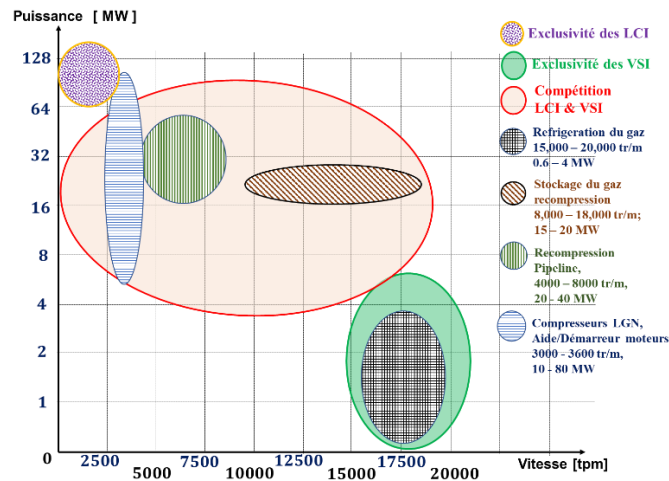


Figure 27 : Plages préférentielles des variateurs dans l'industrie pétrolière © G. Ekemb

Il y a un vaste domaine pour lequel la compétition est substantielle entre les variateurs de courant (Load Commutated Inverters, LCI) et les variateurs de tension (Voltage Source Inverters, VSI).

Ce domaine couvre les moyennes vitesses et les puissances allant de 15 à 45 MW. Plusieurs critères de sélections techniques peuvent être utilisés par des ingénieurs pour la conception : fiabilité élevée et faible risque d'excitation des modes de résonance torsionnelle de l'arbre d'entraînement.

Dans les applications de moyenne puissance du domaine de la réfrigération gazeuse (1-4 MW), la vitesse du compresseur est entre 15000 et 20000 tr/mn ; l'utilisation des variateurs de tension à modulation PWM est courante et il y a une large variété de variateurs commercialisés.

Pour les compresseurs à gaz naturel liquéfié où une fiabilité élevée de la puissance est nécessaire, (45 MW et plus), les variateurs de courant sont préférés. Ces variateurs de courant utilisent des composants à thyristors qui supportent des courants élevés [55], [64], [65]- [66]. L'utilisation des machines synchrones est aussi plus adéquate, car les commutations des thyristors des convertisseurs de courant nécessitent l'aide de la force contre-électromotrice élevée de la machine synchrone.

4.2.3 Défis techniques poursuivis dans les systèmes d'entraînement du domaine pétrochimique

Des travaux antérieurs ont porté sur la fiabilité des variateurs électroniques de vitesse (VFD). Chaque cas étudié dépend du produit fini où le nombre de composants (y compris les dispositifs d'alimentation) est crucial [60]- [61].

D'autres recherches sont axées sur la façon d'éviter l'excitation d'une résonance torsionnelle provoquée par les variateurs de vitesse sur l'arbre d'entraînement des systèmes multi-masses en traçant le diagramme de Campbell qui exprime la vitesse du moteur par rapport aux fréquences des couples pulsatoires [55] [67]- [68].

Cependant, ces travaux n'expriment pas l'amplitude de chaque composante du couple pour des topologies de forte puissance. Des expressions théoriques génériques établies dans [69], n'ont pas été appliquées spécifiquement aux topologies des variateurs de vitesse industriels de forte puissance comme celles utilisées dans l'industrie pétrochimique.

Ce chapitre couvre cette limitation dans une industrie où l'analyse torsionnelle est une tâche obligatoire d'ingénierie [55]- [70]. Comblé cette lacune vise à soutenir le processus

de prise de décision en d'ingénierie en calculant les harmoniques du couple dans l'entrefer d'une machine synchrone de forte puissance alimentée par un variateur de courant approprié.

Les défis techniques sur les variateurs de vitesse pour l'industrie du pétrole et du gaz concernent : i) la compatibilité de la machine ; ii) la fiabilité ; et iii) l'excitation torsionnelle et la faible ondulation du couple.

En ce qui concerne la compatibilité de la machine d'entraînement, les machines synchrones sont préférées en forte puissance en raison de la réduction des pertes dues à une alimentation rotorique séparée. Les variateurs de courant (LCI) ne peuvent être utilisés qu'avec des machines synchrones parce que la commutation des thyristors nécessite d'être assistée par la force contre-électromotrice élevée de ces machines (confère Figure 28).

En outre, les enroulements des moteurs synchrones devraient résister aux pics de hautes tension (dv/dt) importants, résultant de formes d'ondes non sinusoïdales générées par les variateurs de vitesse et qui menacent l'isolation des enroulements. Dans certains cas, pour éviter l'utilisation de la boîte de vitesse, la vitesse de la machine doit correspondre à la vitesse élevée des compresseurs, entraînés à une tension fondamentale de fréquence supérieure à 200 Hz.

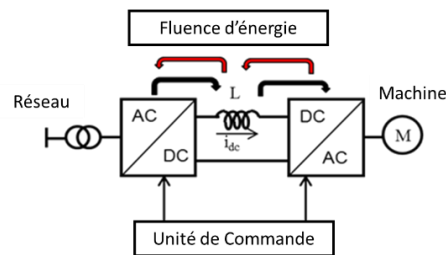


Figure 28 : Machine synchrone alimentée par un variateur de courant [92] @ IEEE, 2019

Sur la fiabilité, l'insertion des variateurs électroniques de vitesse dans ce système de fluence d'énergie a introduit de nouvelles possibilités de défaillance, ce qui a considérablement accru le défi de répondre aux exigences de la haute fiabilité requises dans l'industrie pétrolière et gazière. Plusieurs topologies de variateurs de vitesse ont été conçues pour répondre aux exigences en forte puissance avec une fiabilité acceptable.

Les topologies de variateurs recommandent une connexion en série de modules d'alimentation munis de leurs circuits de commande pour générer de fortes tensions (MV), et d'autres nécessitent la connexion série ou parallèle des modules d'électronique de puissance pour satisfaire de fortes puissances [55]- [59], [64]. Ces topologies ont augmenté le nombre de composants à considérer dans l'étude de la fiabilité.

Au sujet de l'excitation torsionnelle et de la faible ondulation du couple, les variateurs de vitesse doivent être conçus pour favoriser la génération des composantes de couple ayant de faibles amplitudes et localisés à des fréquences spécifiques afin d'éviter d'exciter une résonance torsionnelle sur l'arbre. Ces composantes du couple devraient être localisées à des fréquences qui ne coïncident pas avec les fréquences naturelles de l'arbre.

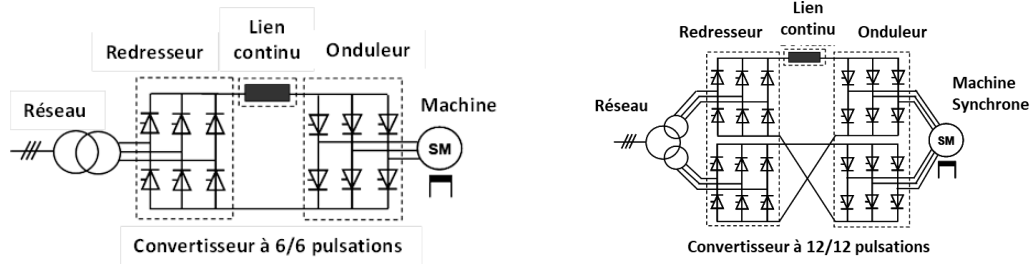
En fait, l'arbre en rotation est considéré comme une interconnexion de plusieurs moments d'inertie munis de constantes de raideurs et de coefficients d'amortissement. Les variateurs de vitesse sont des structures non linéaires, sources de tensions et courants harmoniques qui, en général, produisent dans l'entrefer de la machine synchrone mise en jeu, des composantes harmoniques de couple aux amplitudes importantes et non désirées.

4.3 TOPOLOGIES DE PUISSANCE DES CONVERTISSEURS DE COURANT A COMMUTATION ASSISTEE PAR LA CHARGE

La Figure 29-a montre un exemple de topologie de convertisseur à thyristors [71] pour des entraînements de faible vitesse (<3000 tr/mn). Différentes configurations de ce type de convertisseur sont industriellement utilisées (Figure 29-b à Figure 29-e), en fonction de la puissance désirée et des exigences harmoniques du courant au réseau.

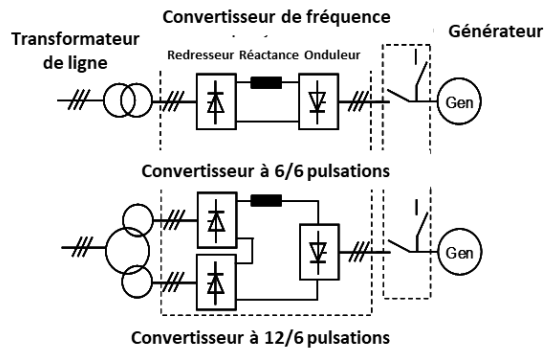
L'énergie du réseau est d'abord emmagasinée dans l'inductance du bus continu, afin d'être transférée vers la machine de façon contrôlée. Un fonctionnement réversible est possible. En général, les architectures des variateurs électroniques de courant sont de type p/q.

L'indice de pulsation p du redresseur d'entrée dépend des défis à relever coté réseau (puissance, qualité de courant dans le bus continu), alors que q désigne le nombre de phases internes de la machine synchrone.

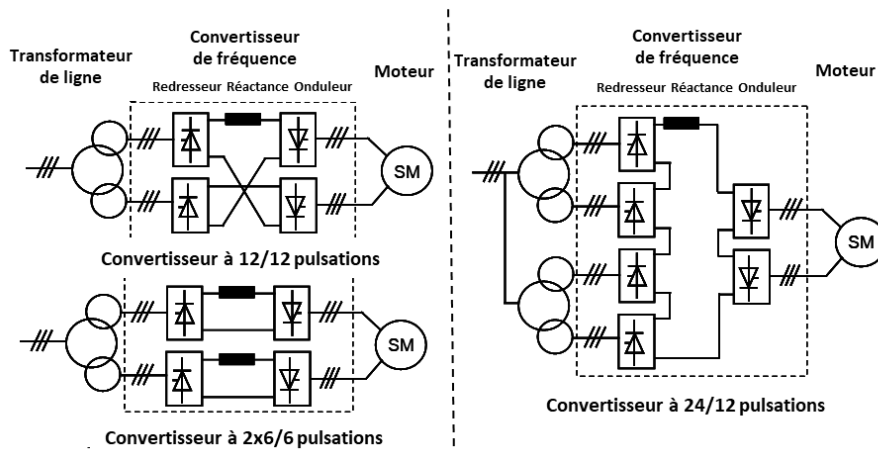


(a) Variateur de courant de type 6/6

(b) Variateur de courant de type 12/12



(c) Exemples de variateurs types 6/6 et 12/6 pour démarreur de turbine à gaz



(d) Configurations 12/12 et 2x6/6 pulsations

(e) Configuration 24/12 pulsations

Figure 29 : Topologies des convertisseurs industriels utilisés dans les entraînements de forte

puissance de ABB (Megadrive LCI) [71] @ SEARCH.ABB.COM.

4.3.1 Principe de fonctionnement des convertisseurs de courant

La fonction de base d'un variateur électronique de courant est de convertir l'alimentation électrique entrante de fréquence et tension fixes en une fréquence et une tension variables délivrées au moteur synchrone et qui modifie la vitesse et le couple du moteur de façon correspondante. Cette conversion se fait sous forme de transfert d'énergie.

Ces convertisseurs statiques indirects de puissance, utilisés ici, comprennent un redresseur à indice de pulsation élevé côté alimentation, un réservoir inductif d'énergie et un onduleur à commutation assistée par la charge. Ils assurent une fluence d'énergie, réversible, entre l'alimentation électrique et le moteur synchrone. L'énergie transférée dans le réservoir inductif doit toujours être suffisante afin d'assurer des dynamiques découplées entre le redresseur et l'onduleur. Le transfert de l'énergie avec un stockage de découplage est assuré par la commande.

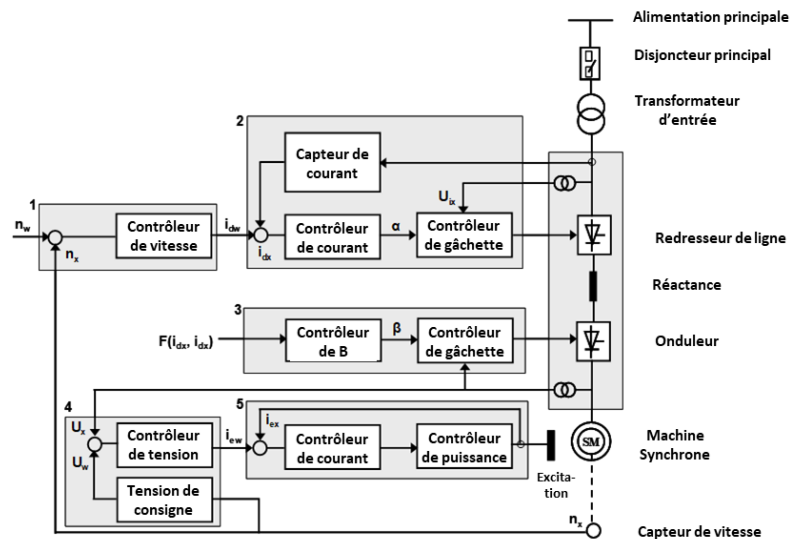


Figure 30 : Fonctions de commande en boucle fermée d'un entraînement de forte puissance de ABB [66] @ NEW.ABB.COM.

La Figure 30 montre les différentes fonctions de commande dans un circuit industriel réel dans le cas de ABB [66]. On observe qu'il s'agit de synchroniser la commande des thyristors du redresseur et la commande des thyristors de l'onduleur afin d'assurer un transfert

d'énergie convenable. La régulation de l'angle de commande et la tension du réseau aident à la commutation des thyristors du redresseur. Côté machine, on assure la régulation de l'excitation de la machine synchrone afin qu'elle produise une force contre-électromotrice (f.c.é.m.) désirée au niveau de ses enroulements statoriques. La régulation de l'angle d'allumage et la f.c.é.m. produite assistent la commutation des thyristors de l'onduleur.

Ce principe fonctionnel reste le même, quel que soit le nombre de redresseurs ou d'onduleurs qu'on a en série dans de tels convertisseurs dans le cadre d'une adéquation en puissance. Le bloc de base d'un redresseur ou d'un onduleur en forte puissance est une matrice constituée de 6 thyristors et dont l'indice de pulsation est 6.

Il existe d'autres contraintes auxquelles le convertisseur fait face comme la qualité du courant ou le nombre de phases de la machine. La norme IEEE STD 519-2014 [72] exige une limitation du taux de distorsion du courant au point de connexion du convertisseur au réseau d'où la nécessité d'augmenter l'indice de pulsation du courant coté réseau.

Le nombre de phases internes de la machine synchrone contribue à définir l'indice de pulsation côté machine. En respectant ces contraintes de réglage, le couple généré par la machine aura des harmoniques dont les composantes sont fonction de la fréquence du réseau et de celle de la machine. Ce sont les contraintes définies dans un cahier des charges donné qui orientent le choix de l'architecture du convertisseur de forte puissance approprié.

4.3.2 Architecture de type 6/6

La Figure 29-a présente un réseau triphasé alimentant un convertisseur électronique de type 6/6 qui est connecté à son tour à une machine synchrone triphasée. Ce convertisseur comprend un pont redresseur triphasé à thyristors relié indirectement à un onduleur triphasé tout thyristor par une inductance : c'est le bloc de base de tout convertisseur électronique dans les applications de forte puissance.

Les indices de pulsations côté réseau et côté machine synchrone ont la même valeur 6. Cette structure de base permet d'obtenir des tensions dont les composantes harmoniques sont des multiples de 6 tant du côté réseau que du côté machine.

4.3.3 Architecture de type p/q

La Figure 29 dans ses variantes de b) à e) présente quelques configurations de convertisseurs électroniques de type p/q commercialisés chez ABB. On observe en général que ces configurations de variateurs de courant de forte puissance sont des groupements choisis de ponts redresseurs triphasés à 6 thyristors côté réseau et d'onduleurs triphasés à 6 thyristors côté machine.

Toute architecture de type p/q dépend des défis à relever tant du côté réseau que du côté machine et ceci indépendamment. La valeur de p se déduit des défis à relever du côté réseau alors qu'indépendamment, la valeur de q dépend des défis côté machine synchrone. Pour mieux appréhender l'importance desdits défis dans la définition ou le choix d'une architecture donnée, on propose un développement de l'impact de certaines contraintes pour chaque côté du convertisseur de courant ainsi qu'il suit :

Du côté réseau, le convertisseur doit respecter certaines contraintes, notamment celles liées au point de couplage commun du côté réseau où il est connecté. La norme IEEE STD 519-2014 [72] par exemple, définit les caractéristiques harmoniques acceptables côté réseau du convertisseur. Afin de réduire le taux de distorsion harmonique, les ingénieurs augmentent l'indice de pulsation du redresseur pour éliminer certaines classes d'harmoniques.

Comme il sera démontré dans le point 4.4 de ce chapitre, le bloc de base d'un pont redresseur triphasé à thyristors produit des harmoniques de tension continue dont les rangs sont des multiples de 6 ($6l$). Ces dernières, à leur tour, créent côté réseau, des harmoniques de courant autour des multiples de 6 ($6l \pm 1$).

Ainsi, en combinant en série, plusieurs (n) redresseurs d'indice 6, il se crée côté continu, des tensions dont les harmoniques sont multiples des multiples de 6 (c.-à-d. ($n \times 6 \times l$)) et, côté réseau, on aura des harmoniques de courants autour des multiples des multiples de 6 (c.-à-d. ($n \times 6 \times l \pm 1$)). Aussi, par exemple, avec 2 redresseurs on produira

une tension continue dont les harmoniques sont de rangs multiples de 12 ($2 \times 6 \times l$) et, côté réseau, des harmoniques de courants autour des multiples de 12 ($2 \times 6 \times l \pm 1$).

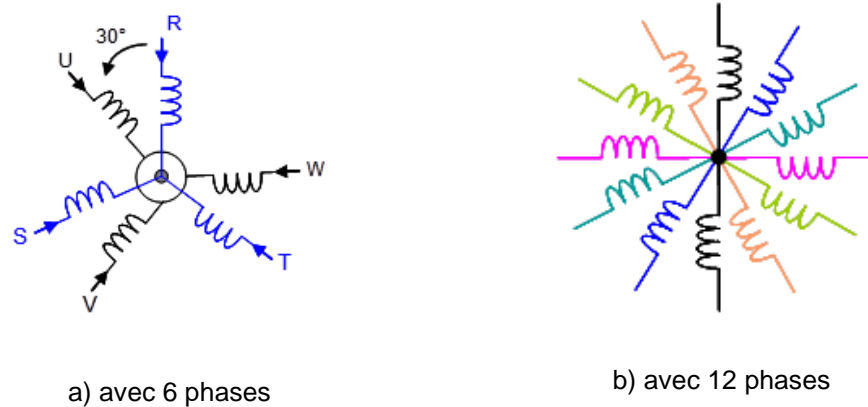


Figure 31 : Symbolique d'une machine synchrone étoile multi-phasée © G. Ekemb

Du côté machine, pour de fortes puissances (plusieurs MW), certaines machines sont construites avec plusieurs (m) groupes triphasés d'enroulements statoriques. On peut donc trouver des machines de 2×3 phases, 3×3 phases et plus généralement, de $m \times 3$ phases (confère Figure 31). Ce sont des phases dites internes. Dans un tel cas, chaque groupe triphasé d'enroulements statoriques de la machine synchrone sera alimenté par son onduleur.

Chaque bloc de base d'un onduleur triphasé à thyristors produit des harmoniques de tension continue dont les rangs sont des multiples de 6 ($6 \times l$). Ces dernières, à leur tour, créent côté machine, des harmoniques de courant autour des multiples de 6 ($6l \pm 1$).

Ainsi, en combinant en série, plusieurs (m) onduleurs d'indice 6, il se crée côté continu, des tensions dont les harmoniques sont multiples des multiples de 6 (c.-à-d. ($m \times 6 \times l$)) et, côté machine, on aura des harmoniques de courants autour des multiples des multiples de 6 (c.-à-d. ($m \times 6 \times l \pm 1$)).

4.4 HARMONIQUES ELECTRIQUES DANS LES CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q

Le principe d'analyse adopté pour des convertisseurs de type p/q est la méthode de superposition. On analyse le redresseur seul, ensuite l'onduleur seul et à la fin on superpose leurs effets. La Figure 32 présente les modèles utilisés pour cette analyse.

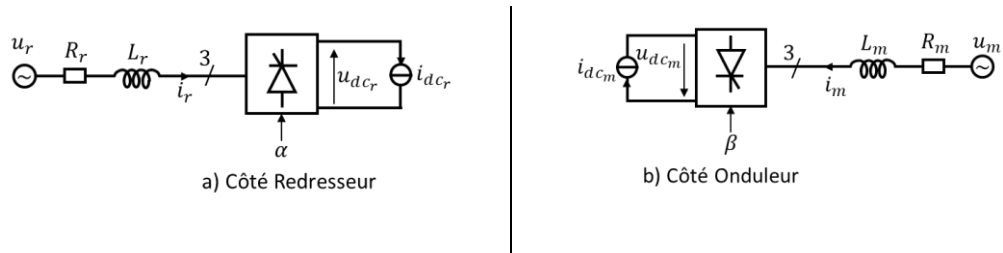


Figure 32 : Modèles pour analyse d'un convertisseur de courant de type p/q © G. Ekemb

α et β désignent les angles de commande respectivement côté redresseur et côté onduleur.

u_r et u_m désignent les tensions respectivement côté redresseur et côté moteur synchrone.

(R_r, L_r) et (R_m, L_m) décrivent les impédances respectives côté réseau et côté moteur synchrone. Lorsque L_r est négligeable, alors l'angle d'empîement au niveau du redresseur est négligeable. De même, lorsque L_m est négligé, alors l'angle d'empîement de l'onduleur est négligé.

i_r et i_m sont les courants respectifs côté réseau et côté moteur synchrone.

u_{DC_r} et u_{DC_m} sont les tensions dans le bus continu respectivement côté redresseur et côté onduleur.

i_{DC_r} et i_{DC_m} sont les courants dans le bus continu respectivement côté redresseur et côté onduleur.

Pour mener à bien l'étude des harmoniques électriques sur les convertisseurs de courant de type p/q , on adopte une démarche à deux volets. Tout d'abord, on va analyser les harmoniques de tension tant du côté réseau U_r , que du côté machine U_m . Par la suite, on examine les grandeurs électriques sur le convertisseur proprement dit.

4.4.1 Les harmoniques de tension aux bornes du convertisseur de type p/q

4.4.1.1 Analyse de la tension du côté machine

Dans toute machine synchrone triphasée, les enroulements logés dans des encoches statoriques, sont le siège d'une force électromotrice induite (f.é.m.) au niveau de l'entrefer. Cette f.é.m. de vitesse est due à la variation du flux coupé c.-à-d. la variation du champ magnétique dans l'entrefer par rapport aux conducteurs.

On aura alors aux bornes de la machine, une tension électrique dont certaines caractéristiques dépendent du schéma d'enroulement des conducteurs actifs en série par phase sous un pôle. Dans le fonctionnement moteur de ladite machine, cette f.é.m. devient une f.c.é.m. (force contre-électromotrice). L'emploi du terme f.é.m. est alors simplement générique.

Dans les grosses machines synchrones, en négligeant l'influence de l'ouverture des encoches, on étudie la forme de l'entrefer sous un pôle ou la répartition de la force magnétomotrice (f.m.m.) pour rapprocher le plus possible d'une sinusoïde, la forme du champ magnétique et donc de la f.é.m. Ainsi, pour un enroulement donné, le facteur de bobinage K_b permet d'agir sur la qualité de la f.é.m. à travers les coefficients de distribution k_d , de

raccourcissement k_r et d'inclinaison k_i . Pour une harmonique de rang h donnée, la relation entre le facteur de bobinage K_{bh} et les coefficients est exprimée par l'équation (4.1).

$$K_{bh} = k_{dh} \times k_{rh} \times k_{ih} \quad (4.1)$$

Pour un enroulement régulier à distribution continue, l'équation (4.2) donne les expressions des coefficients qui contribuent au facteur de bobinage.

$$k_{dh} = \frac{\sin\left(h \cdot \frac{\pi}{2m}\right)}{z \cdot \sin\left(h \cdot \frac{\pi}{2mz}\right)} ; \quad k_{rh} = \sin\left(h \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(h \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2}\right) ; \quad k_{ih} = \frac{\sin\left(h \cdot \frac{\alpha_i}{2}\right)}{h \cdot \frac{\alpha_i}{2}} \quad (4.2)$$

$$h = 2n + 1 \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots ; \quad z = \frac{N_e}{2pm}$$

N_e : nombre d'encoches ou de barres

m : nombre de phases de la machine

β : arc embrassé par une spire

p : nombre de paires de pôles

α_i : angle électrique entre les deux points extrêmes d'une encoche inclinée

Dans le but de construire l'expression de la f.é.m. aux bornes d'une machine synchrone, on rappelle que l'induction magnétique dans l'entrefer de toute machine synchrone est de forme soit trapézoïdale, soit rectangulaire. La forme du champ réel dans l'entrefer est souvent donnée par un tracé de Lehmann [73] et permet d'observer que le champ magnétique b est décomposable en série de Fourier tel que présentée par l'équation (4.3).

$$b(t) = \sum_h^{\infty} B_h \cos(h \cdot p\theta) = \sum_h^{\infty} B_h \cos(h \cdot \omega t) \quad (4.3)$$

$$h = 2n + 1 \quad , \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Une spire, c'est un conducteur ou brin aller et un conducteur retour. Lorsque nous appliquons la formule du flux coupé $e = blv$, on obtient la f.é.m. dans un conducteur aller par l'équation (4.4).

$$e_1(t) = \sum_h^{\infty} B_h lv \cos(h \cdot p\theta) = \sum_h^{\infty} B_h lv \cos(h \cdot \omega t) \quad (4.4)$$

Tout conducteur retour décalé de l'angle mécanique γ sur le conducteur d'origine (aller) sera le siège d'une f.é.m. définie par l'équation (4.5).

$$e_2(t) = \sum_h^{\infty} B_h lv \cos[h \cdot (p\theta - p\gamma)] = \sum_h^{\infty} B_h lv \cos[h \cdot (\omega t - p\gamma)] \quad (4.5)$$

Il faut ajouter à chacune des f.é.m. $e_1(t)$ et $e_2(t)$ celle des $(N-1)$ autres conducteurs en série par pôle dans la phase et on obtient les équations (4.6) et (4.7).

$$e_{1N}(t) = N \sum_h^{\infty} B_h lv \cos(h \cdot p\theta) = N \sum_h^{\infty} B_h lv \cos(h \cdot \omega t) \quad (4.6)$$

$$e_{2N}(t) = N \sum_h^{\infty} B_h lv \cos[h \cdot (p\theta - p\gamma)] = N \sum_h^{\infty} B_h lv \cos[h \cdot (\omega t - p\gamma)] \quad (4.7)$$

La f.c.é.m. résultante recherchée pour la phase a d'un moteur asynchrone triphasé est obtenue avec l'équation (4.8).

$$\begin{aligned} e_{a_m}(t) &= e_{1N}(t) + e_{2N}(t) \\ &= N \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} lv \cos(h_{mv} \cdot \omega_m t) + N \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} lv \cos[h_{mv} \cdot (\omega_m t - p\gamma_m)] \\ &= Nlv \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} \left[\cos(h_{mv} \cdot \omega_m t) + \cos[h_{mv} \cdot (\omega_m t - p\gamma_m)] \right] \\ &= 2Nlv \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} \left[\cos\left(h_{mv} \cdot \frac{p\gamma_m}{2}\right) \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2}\right)\right] \right] \\ &= 2Nlv \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} \left[K_{bh_{mv}} \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2}\right)\right] \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

$K_{bh_{mv}} = \cos\left(h_{mv} \cdot \frac{p\gamma_m}{2}\right)$ est le facteur de bobinage de l'harmonique de rang h .

On peut davantage développer l'équation (4.8) afin de mettre en évidence, pour cette f.c.é.m., les grandeurs caractéristiques que sont l'amplitude, sa pulsation et sa phase initiale.

La phase α sera réécrite dans l'équation (4.9).

$$e_{a_m}(t) = \sum_{h_{mv}}^{+\infty} 2NlvB_{h_{mv}} K_{bh_{mv}} \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2}\right)\right] = \sum_{h_{mv}}^{+\infty} E_{a_m h_{mv}} \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2}\right)\right] \quad (4.9)$$

Avec :

$$\begin{aligned} E_{a_m h_{mv}} &= 2NlvB_{h_{mv}} K_{bh_{mv}} = 2Nl \left(\pi D \frac{f_m}{p} \right) B_{h_{mv}} K_{bh_{mv}} \\ &= 2\pi NK_{bh_{mv}} f_m \left(B_{h_{mv}} \frac{D}{p} l \right) = 2\pi NK_{bh_{mv}} f_m \phi_{h_{mv}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$v = \pi D \frac{f_m}{p}; \phi_{h_{mv}} = B_{h_{mv}} \cdot \frac{D}{p} \cdot l; D = \text{diamètre}$$

Les f.c.é.m. dans les deux autres phases de la machine s'expriment à travers les équations (4.11) et (4.12).

$$\begin{aligned} e_{b_m}(t) &= \sum_{h_{mv}}^{+\infty} 2NlvB_{h_{mv}} K_{bh_{mv}} \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ &= \sum_{h_{mv}}^{+\infty} E_{b_m h_{mv}} \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} E_{b_m h_{mv}} &= 2NlvB_{h_{mv}} K_{bh_{mv}}; E_{c_m h_{mv}} = 2NlvB_{h_{mv}} K_{bh_{mv}}; \\ h_{mv} &= 6n_{mv} \pm 1 \text{ ou } h_{mv} = 3n_{mv}; n_{mv} = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} e_{c_m}(t) &= \sum_{h_{mv}}^{+\infty} B_{h_{mv}} K_{bh_{mv}} 2Nlv \cdot \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ &= \sum_{h_{mv}}^{+\infty} E_{c_m h_{mv}} \cos\left[h_{mv} \cdot \left(\omega_m t - \frac{p\gamma_m}{2} + \frac{2\pi}{3}\right)\right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Dans un système triphasé, lorsque $h_{mv} = 3n_{mv}$, le système des tensions $(e_{a3n_{mv}}(t), e_{b3n_{mv}}(t), e_{c3n_{mv}}(t))$ est homopolaire et donc ne produit pas de puissance. On a alors l'équation (4.13).

$$e_{a3n_{mv}}(t) = e_{b3n_{mv}}(t) = e_{c3n_{mv}}(t) \quad (4.13)$$

Lorsque $h_{mv} = 6n_{mv} \pm 1$, le système des tensions triphasées $e_{a6n_{mv} \pm 1}(t), e_{b6n_{mv} \pm 1}(t), e_{c6n_{mv} \pm 1}(t)$ existe et produit effectivement de la puissance.

Dans les grosses machines synchrones, en négligeant l'influence de l'ouverture des encoches et, bien que le champ magnétique dans l'entrefer soit à répartition soit rectangulaire, soit trapézoïdal, on agit sur la construction des armatures du circuit magnétique et sur les techniques de bobinage (K_b) de façon que la répartition de la force électromotrice (f.é.m.) résultante se rapproche le plus possible de la f.é.m. du fondamental.

De plus, le système possède des amortisseurs naturels permettant de se contenter, presque toujours, d'approximer la f.é.m. générée par chaque phase de la machine synchrone, à la f.é.m. du premier harmonique (fondamental). D'où les équations de (4.14).

$$\begin{aligned} e_{a_m}(t) &\simeq E_{a_m 1_{mv}} \cos\left(\omega_{m0}t - \frac{p\gamma_m}{2}\right) \\ e_{b_m}(t) &\simeq E_{b_m 1_{mv}} \cos\left(\omega_{m0}t - \frac{p\gamma_m}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_{c_m}(t) &\simeq E_{c_m 1_{mv}} \cos\left(\omega_{m0}t - \frac{p\gamma_m}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Normalement, les tensions aux bornes du moteur synchrone ne sont pas les f.é.m. générées par les phases du moteur au niveau de l'entrefer. Ces tensions à la sortie de l'onduleur peuvent être équivalentes aux f.é.m. produites dans l'entrefer dudit moteur en négligeant les impédances des phases du moteur. De ce fait, l'empiètement sur les thyristors de l'onduleur est négligé.

4.4.1.2 Analyse de la tension du côté réseau

Partant de la Figure 32a, nous observons que l'entrée du variateur de courant de type p/q est une source électrique de tension. Cette dernière peut être une génératrice réelle ou alors une génératrice fictive de Thévenin au point de connexion du variateur de courant de type p/q. L'analyse de la tension côté moteur qui précède permet de comprendre comment se construit la f.c.é.m. aux bornes d'une machine synchrone, quel que soit son mode de fonctionnement. On peut alors par analogie écrire la tension à l'entrée du convertisseur.

On met alors à jour les équations (4.9), (4.11) et (4.12) afin d'appliquer ces relations du côté réseau. On obtient ainsi les équations de (4.15) à (4.18).

$$e_{a_r}(t) = \sum_{h_{rv}}^{+\infty} 2NlvB_{h_{rv}} K_{bh_{rv}} \cdot \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} \right) \right] = \sum_{h_{rv}}^{+\infty} E_{a_r, h_{rv}} \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} \right) \right] \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} e_{b_r}(t) &= \sum_{h_{rv}}^{+\infty} 2NlvB_{h_{rv}} K_{bh_{rv}} \cdot \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ &= \sum_{h_{rv}}^{+\infty} E_{b_r, h_{rv}} \cdot \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} e_{c_r}(t) &= \sum_{h_{rv}}^{+\infty} B_{h_{rv}} K_{bh_{rv}} 2Nlv \cdot \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ &= \sum_{h_{rv}}^{+\infty} E_{c_r, h_{rv}} \cos \left[h_{rv} \cdot \left(\omega_r t - \frac{p\gamma_r}{2} + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

Avec :

$$E_{b_r, h_{rv}} = 2NlvB_{h_{rv}} K_{bh_{rv}} ; E_{c_r, h_{rv}} = 2NlvB_{h_{rv}} K_{bh_{rv}} ; h_{rv} = 6n_{rv} \pm 1 \text{ ou } h_{rv} = 3n_{rv} ; n_{rv} = 0, 1, 2, \dots \quad (4.18)$$

Pour les mêmes raisons que dans le cas du calcul des f.c.é.m. du moteur synchrone, on approxime les f.é.m. de la génératrice synchrone (source du côté réseau) par les équations de (4.19).

$$\begin{aligned}
e_{a_r}(t) &\simeq E_{a_r1_{rv}} \cos\left(\omega_{r0}t - \frac{p\gamma_r}{2}\right) \\
e_{b_r}(t) &\simeq E_{b_r1_{rv}} \cos\left(\omega_{r0}t - \frac{p\gamma_r}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \\
e_{c_r}(t) &\simeq E_{c_r1_{rv}} \cos\left(\omega_{r0}t - \frac{p\gamma_r}{2} - \frac{2\pi}{3}\right)
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Les tensions à l'entrée du redresseur du variateur de courant devraient prendre en compte la chute de tension au niveau de l'impédance du réseau. Bien que l'impédance ayant deux effets : atténuer légèrement les amplitudes des tensions moyennes et modifier l'angle de déphasage dans les tensions, elle ne modifie pas la fréquence. L'approximation reste tolérable dans notre cas.

4.4.2 Harmoniques de courant sur le convertisseur de type p/q

Pour analyser la fluence d'énergie électrique entre le réseau et le moteur synchrone via un convertisseur de courant de type p/q , on adopte une démarche à trois temps : (i) analyse des grandeurs électriques aux bornes du redresseur; (ii) analyse des grandeurs électriques aux bornes de l'onduleur et, (iii) analyse combinée des grandeurs électriques aux bornes du convertisseur de synthèse (association redresseur et onduleur).

On rappelle qu'en forte puissance, un bloc de base d'un convertisseur de courant de type p/q , est un convertisseur statique indirect qui comprend un pont redresseur à 6 thyristors relié à un onduleur à 6 thyristors à travers une inductance (voir la Figure 29a).

4.4.2.1 Analyse des grandeurs électriques aux bornes du redresseur

Aux bornes du redresseur, nous avons quatre grandeurs électriques : les courant et tension d'entrée c.-à-d. côté réseau (alternatif) et les courant et tension de sortie c.-à-d. côté continu. Parmi ces grandeurs, deux sont connues : la tension alternative d'entrée (côté réseau) et le courant continu de sortie (côté lien continu).

Il s'agit alors de déterminer et d'analyser les grandeurs tension de sortie (côté continu) et courant d'entrée (côté réseau) en s'appuyant sur quelques hypothèses :

- **sur les données** : la tension d'entrée est supposée triphasée équilibrée et le courant de sortie peut être soit continu pur, soit continu avec des ondulations ;
- **sur le redresseur** : l'impédance de la source de tension d'entrée est négligeable donc pas de phénomène d'empiètement et les non-linéarités du redresseur sont négligées donc thyristors en tout ou rien.

La Figure 33 représente les grandeurs aux bornes du pont redresseur à thyristors.

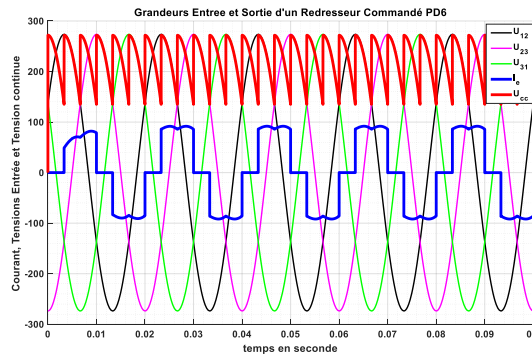


Figure 33 : Grandeurs électriques aux bornes d'un redresseur à thyristors de type 6/6 (PD6)

© G. Ekemb

4.4.2.1.1 Analyse et détermination de la tension de sortie continue

On observe, à partir de la Figure 33, que la tension de sortie :

- est décalée grâce à l'offset et sa fréquence qui est 6 fois celle de la tension d'entrée (réseau) ;
- comprend une composante continue dont on peut calculer la valeur moyenne, et une infinité de composantes harmoniques dont les rangs sont des multiples de 6 fois la fréquence de la tension d'entrée (réseau).

Étant donné que l'indice de pulsation du redresseur est de valeur 6, on peut exprimer la pulsation des composantes harmoniques, la tension de sortie (continue) à travers sa composante continue et ses composantes harmoniques avec les équations respectives (4.20), (4.21) et (4.22).

$$\omega_h = h \cdot 6\omega_r \quad (4.20)$$

$$u_{DC_r}(t) = U_{DC_r} + \sum_{h=1}^{\infty} U_{DC_{rh}} \cos(h \cdot 6\omega_r t + \phi_{rh}^v) \quad (4.21)$$

Avec :

$$U_{DC_r} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_{LL_{rms}} \cos \alpha \approx 1.35 \cdot U_{LL_{rms}} \cos \alpha \quad (4.22)$$

$U_{LL_{rms}}$ = tension efficace ligne-ligne

α = angle de commande des thyristors

ω_r = pulsation de la tension du réseau

4.4.2.1.2 Analyse et détermination du courant d'entrée côté réseau

À partir de la Figure 33, on observe que le courant de sortie dépend du courant d'entrée dont la pulsation est identique à celle de la tension d'entrée. Pour plus d'efficacité, on analyse le courant d'entrée par une démarche hypothétique discriminatoire : (i) le courant de sortie est une donnée continue pure de valeur I_{DC} ; (ii) le courant de sortie une donnée continue ayant une ondulation de forme quelconque.

Hypothèse 1 : le courant de sortie est une donnée continue pure de valeur I_{DC} .

Dans ce cas, le courant d'entrée a une valeur moyenne nulle et on peut développer sa forme d'onde en série de Fourier dont les harmoniques sont de rangs impairs et ayant comme expression l'équation (4.23).

$$i_{a_r}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_{a_{rh}} \cos((6h \pm 1)\omega_r t + \phi_{rh}^i) \quad (4.23)$$

Hypothèse 2 : le courant de sortie est une donnée continue ayant une ondulation de forme quelconque $i_{DC_r}(t) = I_{DC_r} + \tilde{i}_{DC_r}(t)$.

Avec cette hypothèse, le courant d'entrée a deux composantes dont une créée par la composante continue du courant de sortie et l'autre générée par la composante ondulée du courant de sortie comme l'indique l'expression de l'équation (4.24).

$$i_{a_r}(t) = i_{a_{DCr}}(t) + \tilde{i}_{a_r}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_{a_{rh}} \cos((6h \pm 1)\omega_r t + \phi_{rh}^i) + \tilde{i}_{a_r}(t) \quad (4.24)$$

Où :

$i_{a_{DCr}}(t)$ = courant d'entrée dû à la composante continue pure du courant de sortie

$\tilde{i}_{a_r}(t)$ = courant d'entrée généré par la composante ondulatoire du courant de sortie.

La forme de la composante ondulatoire du courant d'entrée dépend de la forme de l'ondulation du courant de sortie.

4.4.2.1.3 Analyse générale pour un système avec p pulsation au redresseur

À partir de l'analyse faite avec un redresseur à 6 pulsations comme c'est le cas du redresseur en pont triphasé qui constitue le bloc de base du module de redressement en forte puissance, on peut généraliser les résultats des analyses précédentes.

Pour la tension de sortie (continue), partant de l'équation (4.21), on généralise avec l'équation (4.25) :

$$u_{DC_r}(t) = U_{DC_r} + \sum_{h=1}^{\infty} U_{DC_{rh}} \cos(h \cdot p\omega_r t + \phi_{rh}^v) \quad (4.25)$$

Pour le courant d'entrée on va distinguer deux cas suivant les hypothèses définies au 4.4.2.1.1. :

- **Partant de l'hypothèse 1** (le courant de sortie est une donnée continue pure de valeur I_{dc}) et considérant l'équation (4.23) on aura la généralisation dans l'équation (4.26) :

$$i_{a_r}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_{a_{rh}} \cos((ph \pm 1)\omega_r t + \phi_{rh}^i) \quad (4.26)$$

- **De l'hypothèse 2** (le courant de sortie est une donnée continue ayant une ondulation de forme quelconque $i_{DC_r}(t) = I_{DC_r} + \tilde{i}_{DC_r}(t)$) et considérant les équations (4.23) et (4.24) on aura la généralisation dans l'équation (4.27) :

$$i_{a_r}(t) = i_{a_{DC_r}}(t) + \tilde{i}_{a_r}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} I_{a_{rh}} \cos((ph \pm 1)\omega_r t + \phi_{rh}^i) + \tilde{i}_{a_r}(t) \quad (4.27)$$

4.4.2.2 Analyse des grandeurs électriques aux bornes de l'onduleur

Tout comme dans le cas du redresseur, nous avons, aux bornes de l'onduleur, quatre grandeurs électriques : les courant et tension d'entrée c.-à-d. côté moteur (alternatif) et les courant et tension de sortie c.-à-d. côté continu. Parmi ces grandeurs, deux aussi sont connues : la tension alternative d'entrée (côté moteur) et le courant continu de sortie (côté lien continu). Il s'agit alors de déterminer et d'analyser les grandeurs tension de sortie (côté continu) et courant d'entrée (côté moteur) en s'appuyant sur quelques hypothèses :

- **sur les données** (la tension d'entrée est supposée triphasée équilibrée et sans harmoniques en supposant une morphologie de machine parfaite et le courant de sortie peut être soit continu pur, soit continu avec des ondulations);
- **sur l'onduleur** (l'impédance de la source de tension d'entrée est négligeable donc pas de phénomène d'empiètement et les non-linéarités de l'onduleur sont négligées donc thyristors en tout ou rien; le moteur synchrone triphasé produit une forte f.c.é.m. qui assistent la commutation des thyristors de l'onduleur).

On comprend qu'on fait l'analyse du moteur vers l'onduleur. Le système se comporte exactement de la même manière qu'un pont redresseur triphasé alimenté par une tension triphasée équilibrée sans harmoniques. On peut alors écrire les expressions des grandeurs et procéder à la généralisation de la manière suivante :

À partir de l'équation (4.25), la tension de sortie (côté bus continu), pour un onduleur à q pulsations, est donnée à l'équation (4.28) :

$$u_{DC_m}(t) = U_{DC_m} + \sum_{k=1}^{\infty} U_{DC_{mk}} \cos(k \cdot q \omega_m t + \phi_{mk}^v) \quad (4.28)$$

L'équation (4.26) permet de définir le courant d'entrée (côté moteur), pour un onduleur à q pulsations, par l'équation (4.29).

$$i_{a_m}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{a_{mk}} \cos((qk \pm 1) \omega_m t + \phi_{mk}^i) \quad (4.29)$$

Au cas où le courant de sortie est une donnée continue ayant une ondulation de forme quelconque $i_{DC_m}(t) = I_{DC_m} + \tilde{i}_{DC_m}(t)$, alors on aura la généralisation dans l'équation (4.30) :

$$i_{a_m}(t) = i_{a_{DC_m}}(t) + \tilde{i}_{a_m}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{a_{mk}} \cos((qk \pm 1) \omega_m t + \phi_{mk}^i) + \tilde{i}_{a_m}(t) \quad (4.30)$$

4.4.2.3 Analyse combinée redresseur et onduleur

À la suite des analyses partielles élaborées aux sections 4.4.2.1 et 4.4.2.2 respectivement pour le redresseur et l'onduleur, on désire analyser globalement le variateur de courant de synthèse qui est la combinaison d'un redresseur à p pulsations et d'un onduleur à q pulsations reliées par un lien continu de stockage inductif (confère Figure 28).

En adoptant les hypothèses énoncées dans les analyses partielles précédentes, on se propose de faire la synthèse de l'analyse globale par superposition des effets au niveau du lien continu. Ainsi, on retient qu'au niveau du lien continu :

- la tension du bus continu est la somme des tensions continues issues respectivement du redresseur et de l'onduleur;
- le courant du bus continu est la somme des courants continus issus de l'onduleur et du redresseur;

- l'ondulation du courant ne peut être exprimée à priori, car elle dépend de l'impédance du lien continu.

Dans cette configuration, on va analyser les grandeurs électriques au niveau du lien continu et par la suite, examiner l'impact de ces grandeurs au niveau du réseau d'alimentation du variateur électronique de courant puis au niveau de l'entrée du moteur.

4.4.2.3.1 Grandeurs électriques du lien continu

Le courant dans le bus continu est donné par l'équation (4.31).

$$i_{DC}(t) = i_{DC_r}(t) + i_{DC_m}(t) = (I_{DC_r} + \tilde{i}_{DC_r}(t)) + (I_{DC_m} + \tilde{i}_{DC_m}(t)) = I_{DC} + \tilde{i}_{DC}(t) \quad (4.31)$$

Avec :

$$I_{DC} = I_{DC_r} + I_{DC_m} \quad (4.32)$$

Le courant $\tilde{i}_{DC}(t)$ est la superposition de l'ondulation issue du redresseur et de celle issue de l'onduleur. Chacune des ondulations respectives est de même pulsation que celle des tensions continues respectives. Cette composante du courant sera négligeable si l'inductance du bus continu est infinie. Le courant du lien continu sera alors purement continu.

En considérant les équations (4.25) et (4.28), la tension dans le même bus continu s'exprime par l'équation (4.33).

$$\begin{aligned} u_{DC}(t) &= u_{DC_r}(t) + u_{DC_m}(t) \\ &= U_{DC_r} + \sum_{h=1}^{\infty} U_{DC_{rh}} \cos(h \cdot p\omega_r t + \phi_{rh}^v) + U_{DC_m} + \sum_{k=1}^{\infty} U_{DC_{mk}} \cos(k \cdot q\omega_m t + \phi_{mk}^v) \\ &= U_{DC} + \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} U_{DC_{hk}} \cos((h \cdot p\omega_r \pm k \cdot q\omega_m)t + \phi_{hk}^v) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Avec :

$$U_{DC} = U_{DC_r} + U_{DC_m} \quad (4.34)$$

4.4.2.3.2 Courant électrique du côté réseau électrique

Les grandeurs électriques du côté réseau pour le variateur de courant de type p / q sont naturellement le courant et la tension. Dans nos hypothèses d'analyse, on a considéré la tension alternative d'entrée comme étant une tension triphasée équilibrée et sans harmoniques. Elle est donc une donnée connue. Il reste à exprimer le courant alternatif d'entrée.

D'après l'équation (4.34), la grandeur continue du courant issue de redresseurs va se superposer à celle issue de l'onduleur. Chacune de ces composantes de courant du lien continu va créer une composante correspondante du courant côté réseau. De plus, l'équation (4.33) montre que la tension du bus continu possède un « offset » continu auquel se superpose une ondulation dont les harmoniques ont des pulsations indiquées dans l'équation (4.35).

$$\omega_{V_{DC}} = h \cdot p \omega_r \pm k \cdot q \omega_m \quad (4.35)$$

En supposant que le courant dans le lien continu est continu pur, les équations (4.27) et (4.30) permettent de comprendre que le courant sur une phase d'alimentation à l'entrée du variateur de courant est donné par l'équation (4.36).

$$\begin{aligned} i_{a_R}(t) &= i_{a_r}(t) + i_{DC_m}(t) \\ &= \sum_{h=1}^{\infty} I_{a_{rh}} \cos((h \cdot p \pm 1) \omega_r t + \phi_{rh}^i) \pm \sum_{k=1}^{\infty} I_{DC_{mk}} \cos(k \cdot q \omega_m t + \phi_{mk}^i) \\ &= \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} I_{a_{hkR}} \cos(((h \cdot p \pm 1) \omega_r \pm k \cdot q \omega_m) t + \phi_{hkR}^i) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Et :

$$I_{DC_{mk}} = \frac{U_{DC_{mk}}}{L_{DC} \cdot \omega} \quad (4.37)$$

4.4.2.3.3 Courant électrique du côté moteur électrique

L'analyse des grandeurs aux bornes de l'onduleur au 4.4.2.2 a considéré la tension alternative d'entrée (côté moteur) comme étant une tension triphasée équilibrée et sans

harmoniques. Cette tension étant une donnée connue, il reste à exprimer le courant alternatif d'entrée c.-à-d. côté moteur.

En appliquant de manière analogue le même raisonnement qu'au 4.4.2.1.2, l'expression du courant alternatif après l'onduleur c.-à-d. du côté moteur synchrone triphasé est donnée par l'équation (4.38).

$$\begin{aligned}
 i_{a_M}(t) = i_{DC_r}(t) + i_{a_m}(t) &= \sum_{h=1}^{\infty} I_{DC_{rh}} \cos(h \cdot p \omega_r t + \phi_{rh}^i) + \sum_{k=1}^{\infty} I_{a_{mk}} \cos((k \cdot q \pm 1) \omega_m t + \phi_{mk}^i) \\
 &= \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} I_{a_{hkm}} \cos(((h \cdot p) \omega_r + (k \cdot q \pm 1) \omega_m) t + \phi_{hkm}^i)
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Avec :

$$I_{DC_{rh}} = \frac{U_{DC_{rh}}}{L_{DC} \cdot \omega} \tag{4.39}$$

Le courant $i_{a_M}(t)$ est la valeur instantanée du courant sur la phase a du moteur synchrone. Les valeurs des deux autres phases sont décalées de $\pm 2\pi/3$ par rapport à $i_{a_M}(t)$.

4.4.3 Formulation générale des harmoniques électriques

L'objectif des calculs dans cette section 4.4 est de comprendre que pour les variateurs de courant de type p/q les composantes de tension et courant coté réseau puis coté moteur synchrone peuvent s'écrire sous les formes génériques indiquées à l'équation (3.30) du chapitre 3 précédent et dont on rappelle les expressions aux équations (4.40) et (4.41).

$$v_{m,n_v}(t) = V_{m,n_v} \cos(m_v \omega_k t + n_v \omega_0 t + \theta_{m,n_v}^v) \tag{4.40}$$

$$i_{m_i,n_i}(t) = I_{m_i,n_i} \cos(m_i \omega_k t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i,n_i}^i) \tag{4.41}$$

Avec :

V_{m,n_v}, I_{m,n_i} : Amplitudes des composantes de tension (V) et courant (A)

ω_0 : Pulsation du fondamental en rad/s (de la f.c.é.m. du moteur synchrone)

ω_k : Pulsation arbitraire indépendante de ω_0 en rad/s (pulsation du réseau dans le cas des variateurs de courant)

$\theta_{m,n_v}^v, \theta_{m,n_i}^i$: Phases des composantes de tension et courant

m_v, m_i : Entiers constants arbitraires.

n_v, n_i : Entiers arbitraires ne pouvant être que dans la forme séquence négative ou positive; c.-à-d. n_v, n_i ne doit pas être un multiple de 3.

Comme précisé dans [74], les différents types ou familles d'harmoniques électriques dépendent des valeurs des couples d'entiers (m_v, n_v) pour la tension et (m_i, n_i) pour le courant. Ainsi, on peut avoir :

- une grandeur continue si $(m_v = 0, n_v = 0)$. Ce cas est exclu dans notre analyse, car seules des grandeurs électriques alternatives alimentent les enroulements statoriques de la machine synchrone ;
- une grandeur fondamentale de la tension si $(m_v = 0, n_v = 1)$;
- des harmoniques caractéristiques de base de la tension si $(m_v = 0, n_v > 1)$. Dans ce cas, n_v peut constituer des harmoniques de séquence positive $n_v = 6l + 1$ ou de séquence négative $n_v = 6l - 1$ avec $l = 1, 2, 3, \dots$.

- Des inter-harmoniques ou harmoniques de fréquences arbitraires et non multiples, mais autour des fréquences multiples $(m_v \neq 0, n_v \neq 0)$.

En conséquence, pour toute famille d'harmoniques de courant et de tension d'un variateur de courant donné, on peut prédire les harmoniques de couple électromagnétique tel que développé dans la section suivante.

4.5 HARMONIQUES ELECTROMAGNETIQUES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q

Dans l'entrefer d'une machine alimentée par un variateur de courant de type p/q , les harmoniques électromagnétiques sont celles du couple électromagnétique. Pour arriver à les définir clairement, on procède d'abord à une reformulation des harmoniques électriques issues du variateur de courant et qui sont la source électrique du couple produit. Ensuite, on construit l'expression générale du couple et on clarifie ses grandeurs caractéristiques.

4.5.1 Reformulation générale des harmoniques électriques dans un variateur de courant

Les équations (4.40) et (4.41) contiennent les formes génériques de toutes sortes d'harmoniques électriques qu'un variateur de courant peut générer et qui sont sous investigation dans ce chapitre [75].

On vient de démontrer, dans la section 4.4.1, que les tensions côté réseau et côté moteur synchrone, malgré quelques imperfections liées respectivement au réseau et au moteur, peuvent raisonnablement être considérées comme des harmoniques de rang 1 et donc des signaux purement sinusoïdaux. Ainsi, à partir de l'équation (4.40), on écrit l'équation (4.42) pour exprimer la tension côté réseau, puis l'équation (4.43) pour préciser la tension côté moteur qui est approximativement le fondamental de la f.c.é.m. du moteur synchrone pour un point de fonctionnement donné.

$$v_{r_m, n_v}(t) = v_{r10}(t) = V_{r10} \cos(\omega_g t) \quad (4.42)$$

$$m_v = 1 \text{ et } n_v = 0$$

Et :

$$v_{m m, n_v}(t) = v_{m01}(t) = V_{m01} \cos(\omega_0 t) \quad (4.43)$$

$$m_v = 0 \text{ et } n_v = 1$$

Les indices r ou g et m désignent respectivement le côté réseau et le côté moteur.

De la même façon, on vient de démontrer que les courants côté réseau et côté moteur synchrone, résultent de la combinaison des commutations des thyristors respectivement côté réseau et côté moteur. Ainsi, pour un variateur de courant de type p / q , les courants d'entrée et de sortie dépendent à la fois de l'indice de pulsation p du redresseur d'entrée et de l'indice de pulsation q de l'onduleur de sortie. On se base sur l'équation (4.41) pour écrire les équations (4.44) et (4.45) qui expriment respectivement le courant côté réseau et le courant côté moteur synchrone.

$$i_{rM_i N_i}(t) = I_{rM_i N_i} \cos(M_i \omega_g t + N_i \omega_0 t + \theta_{rM_i N_i}^i) \quad (4.44)$$

$$M_i = m_i p \pm 1 \text{ et } N_i = n_i q$$

$$m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \text{ et } n_i = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Et

$$i_{mM_i N_i}(t) = I_{mM_i N_i} \cos(M_i \omega_g t + N_i \omega_0 t + \theta_{mM_i N_i}^i) \quad (4.45)$$

$$M_i = m_i p \text{ et } N_i = n_i q \pm 1$$

$$m_i = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ et } n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Les grandeurs p et q sont des multiples de 6.

4.5.2 Couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine

L'équation du couple développée dans ce chapitre est le couple électromagnétique créé uniquement par l'alimentation électrique. Elle ne tient pas compte du couple dû aux

imperfections de conception de la machine comme les harmoniques de denture ou du couple relucant [76]. Ces composantes sont souvent proportionnelles à la vitesse du moteur synchrone ; toutefois, elles peuvent être classées comme des harmoniques caractéristiques. Leurs amplitudes sont négligeables dans l'analyse torsionnelle des moteurs de forte puissance [7].

De même, les composantes de couple dues aux fluctuations dynamiques du système sont ignorées. Elles incluent les variations de la charge mécanique entraînée, les défauts sur les roulements, les ruptures de barres rotoriques, ainsi que d'autres irrégularités structurelles ou toute autre source de vibrations [76]- [77]. Ces composantes ont une faible influence sur la vitesse du rotor et leurs effets sont négligeables comparés au couple électromagnétique créé par l'alimentation à vitesse variable.

On se base sur l'équation (3.35) du chapitre 3 pour rappeler la formulation des harmoniques du couple électromagnétique créé dans l'entrefer de toute machine électrique et donnée par l'équation (4.46) [7].

$$t_{eh}(t) = T_{eh} \cos(\omega_h t + \theta_h) = \left[\varepsilon_{n_v} \cdot \frac{3P}{2} \frac{V_{m,n_v}}{2 m_v \omega_g + n_v \omega_0} I_{M_i N_i} \right] \cos(\omega_h t + \theta_h) \quad (4.46)$$

Avec :

$$\omega_h = \left(M_i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} m_v \right) \omega_g + \left(N_i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} n_v \right) \omega_0 \quad (4.47)$$

$$\theta_h = \theta_{M_i N_i}^i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} \theta_{m_v n_v}^v$$

Et

$$\begin{cases} \varepsilon_{n_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(n_v \frac{2\pi}{3}\right) \\ \varepsilon_{n_i} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(N_i \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (4.48)$$

Où $\varepsilon_{n_v} = 1$ et $\varepsilon_{N_i} = 1$ pour les harmoniques de séquence positive

Et $\varepsilon_{n_v} = -1$ et $\varepsilon_{N_i} = -1$ pour les harmoniques de séquence négative.

En rappelant que la f.c.é.m. est considérée comme une tension continue dans la machine, les harmoniques du couple dans l'entrefer d'un moteur synchrone alimenté par un variateur de courant de type p / q pulsations peuvent s'écrire comme dans l'équation (4.46) en considérant (4.49) et (4.50).

$$T_{eh} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \omega_h &= \left| M_i \omega_g + (N_i - \varepsilon_{N_i}) \omega_0 \right| = \left| m_i p \omega_g + n_i q \omega_0 \right| \\ \theta_h &= \theta_{M_i N_i}^i - \varepsilon_{N_i} \theta_{01}^v \end{aligned} \quad (4.50)$$

On comprend aisément que $m_v = 0$, $n_v = 1$ et donc $\varepsilon_{n_v} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(n_v \frac{2\pi}{3}\right) = 1$.

Pour un point de fonctionnement donné, l'amplitude de toute harmonique ayant une amplitude significative pour l'analyse torsionnelle n'est pas directement influencée par les p pulsations côté réseau. La configuration coté réseau du redresseur n'a pas une influence sur l'amplitude du courant. Toutefois, elle a une influence sur la localisation des fréquences sur le diagramme de Campbell.

L'équation temporelle générale du couple dans l'entrefer d'une machine alimentée par un variateur de courant de type p / q est donnée ci-après :

$$\begin{aligned} t_e(t) &= T_{eDC} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{e0,nq} \cos(nq\omega_0 t + \theta_{0,nq}) \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} T_{e,m0} \cos(m\omega_g t + \theta_{m0}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,mp,nq} \cos\left(\left(mp\omega_g \pm nq\omega_0\right)t + \theta_{mn}\right) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Cette équation met en évidence quatre types de contributions dans le couple global :

- la composante continue T_{eDC} ;
- la contribution des harmoniques caractéristiques de base de nature électrique

$$\sum_{n=1}^{\infty} T_{e0,nq} \cos(nq\omega_0 t + \theta_{0,nq}) . \text{ Les harmoniques caractéristiques de base d'origine}$$

mécanique sont ignorées, car d'amplitudes négligeables ;

- la contribution des harmoniques électriques non caractéristiques :

$$\sum_{m=1}^{\infty} T_{e,m0} \cos(m\omega_g t + \theta_{m0}) ;$$

- les inter-harmoniques $\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,mp,nq} \cos((mp\omega_g \pm nq\omega_0)t + \theta_{mn}) .$

On sait clairement que pour les variateurs de courant de type p/q, on peut raisonnablement admettre que $p\omega_r \gg \omega_0$.

On examine les origines et critères des différentes composantes sur le couple dans la section suivante.

4.5.3 Caractéristiques spectrales du couple électromagnétique

Dans cette section, il est question d'identifier les différentes familles des harmoniques du couple et de préciser les données et critères qui concourent à leurs générations respectives. On sait clairement que ces familles sont le résultat de la copulation entre familles préférentielles d'harmoniques de courant et de tension. Tel est le principe qui soutient l'analyse spectrale du couple dans l'entrefer de la machine.

4.5.3.1 Grandeur continue du couple

La grandeur continue du couple résulte de l'interaction entre harmoniques de tension et de courant localisés aux mêmes fréquences comme indiqué dans l'équation (4.52).

$$(m_v, n_v) = (M_i, N_i) \quad (4.52)$$

En se référant à l'équation (4.50), cette composante continue du couple est obtenue lorsque $\omega_h = 0$, d'où l'équation (4.53).

$$M_i \omega_g = (N_i - \varepsilon_{N_i}) \omega_0 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{M_i}{N_i - \varepsilon_{N_i}} \omega_g \quad (4.53)$$

L'équation (4.54) donne la forme générale des composantes de couple qui génèrent l'expression du couple continu résultant.

$$T_{eDC_{M_i N_i}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i} \cos(\theta_{M_i N_i}^i - \varepsilon_{N_i} \theta_{01}^v) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i} \cos(\theta_{M_i N_i}^i \pm \theta_{01}^v) \quad (4.54)$$

On remarque qu'on a un $T_{eDC_{M_i N_i}}$ pour la séquence négative et dont la phase est $(\theta_{M_i N_i}^i + \theta_{01}^v)$ et un $T_{eDC_{M_i N_i}}$ pour la séquence positive et dont la phase est $(\theta_{M_i N_i}^i - \theta_{01}^v)$ si $\theta_{01}^v \neq 0$, sinon, les deux sont confondus.

4.5.3.2 Effets du courant fondamental sur les harmoniques de base de tension

Le courant est fondamental si $(M_i = 0; N_i = 1)$ alors que les harmoniques caractéristiques de base de la tension sont obtenues si $(m_v = 0; n_v \neq 0)$. Mais comme on sait que la tension se réduit à l'harmonique de rang 1, alors on a précisément $(m_v = 0; n_v = 1)$. L'équation (4.55) exprime le couple obtenu de cette interaction (cf. équation (3.16) du chapitre 3).

$$t_e(t) = T_{ehDC_{01}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{01} \cos(\theta_{01}^i - \theta_{01}^v) \quad (4.55)$$

4.5.3.3 Effets de la tension fondamentale sur les harmoniques de base du courant

La tension fondamentale est obtenue lorsque $(m_v = 0; n_v = 1)$. Les harmoniques caractéristiques de base du courant correspondent aux conditions $(M_i = 0, N_i > 1)$ avec $N_i = ql \pm 1$ où $l = 1, 2, 3, \dots$. Pour une valeur de l donnée, on a deux composantes de couple localisées à la même fréquence $(\omega_{h_{N_i}} = ql \cdot \omega_0)$ ou $\omega_{h_{N_i}} = (N_i - \varepsilon_{N_i})\omega_0 = (N_i \pm 1)\omega_0$ avec différentes amplitudes et phases et qui peuvent s'écrire :

$$t_{eh_{N_i-1}}(t) = T_{eh_{N_i-1}} \cos\left(\omega_{h_{N_i-1}} t + \theta_{h_{N_i-1}}\right) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{0N_i-1} \cos\left((N_i + 1)\omega_0 t + (\theta_{0N_i-1}^i + \theta_{01}^v)\right) \quad (4.56)$$

$$t_{eh_{N_i+1}}(t) = T_{eh_{N_i+1}} \cos\left(\omega_{h_{N_i+1}} t + \theta_{h_{N_i+1}}\right) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{0N_i+1} \cos\left((N_i - 1)\omega_0 t + (\theta_{0N_i+1}^i + \theta_{01}^v)\right) \quad (4.57)$$

Le couple $t_{eh_{N_i-1}}(t)$ est lié à la séquence négative alors que $t_{eh_{N_i+1}}(t)$ est lié à la séquence positive.

4.5.3.4 Effets de la tension fondamentale sur les harmoniques non caractéristiques du courant

On obtient la tension fondamentale si $(m_v = 0; n_v = 1)$. Les harmoniques non caractéristiques du courant remplissent les conditions $(M_i \neq 0; N_i = 0)$. Les harmoniques du couple s'écrivent alors :

$$t_{eh_{M_i0}}(t) = T_{eh_{M_i0}} \cos\left(M_i \omega_g t + \theta_{h_{M_i0}}\right) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i0} \cos\left(M_i \omega_g t + \theta_{M_i0}^i\right) \quad (4.58)$$

4.5.3.5 Effet de la tension fondamentale sur les inter-harmoniques de courant

On obtient la tension fondamentale si ($m_v = 0; n_v = 1$). Les inter-harmoniques de courant vérifient $M_i \neq 0$ et $N_i \neq 0$ avec $M_i = m_i p = pl$ et $N_i = n_i q \pm 1 = ql' \pm 1$ où $m_i = l = 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = l' = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Les relations du couple sont les suivantes :

$$\begin{aligned} t_{eh_{M_i N_i}}(t) &= T_{eh_{M_i N_i}} \cos\left(\left(pl\omega_g + ql'\omega_0\right)t + \theta_{h_{M_i N_i}}\right) \\ &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i} \cos\left[\left(M_i \omega_g + (N_i - \varepsilon_{N_i}) \omega_0\right)t + \left(\theta_{M_i N_i}^i - \varepsilon_{N_i} \theta_{01}^v\right)\right] \end{aligned} \quad (4.59)$$

Le couple $t_{eh_{M_i N_i}}(t)$ comprend deux composantes pulsatoires. Une composante pulsatoire générée par la séquence négative $t_{eh_{M_i N_i-1}}(t)$ et une composante pulsatoire créée par la séquence positive $t_{eh_{M_i N_i+1}}(t)$. D'où les équations (4.60) et (4.61).

$$\begin{aligned} t_{eh_{M_i N_i-1}}(t) &= T_{eh_{M_i N_i-1}} \cos\left(\left(pl\omega_g + ql'\omega_0\right)t + \theta_{h_{M_i N_i-1}}\right) \\ &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i-1} \cos\left[\left(M_i \omega_g + (N_i + 1) \omega_0\right)t + \left(\theta_{M_i N_i-1}^i + \theta_{01}^v\right)\right] \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} t_{eh_{M_i N_i+1}}(t) &= T_{eh_{M_i N_i+1}} \cos\left(\left(pl\omega_g + ql'\omega_0\right)t + \theta_{h_{M_i N_i+1}}\right) \\ &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{M_i N_i+1} \cos\left[\left(M_i \omega_g + (N_i - 1) \omega_0\right)t + \left(\theta_{M_i N_i+1}^i - \theta_{01}^v\right)\right] \end{aligned} \quad (4.61)$$

La superposition de deux couples pulsatoires de séquences positive et négative donne l'équation (4.62).

$$t_{eh}(t) = t_{eh_{M_i, N_i-1}}(t) + t_{eh_{M_i, N_i+1}}(t) \quad (4.62)$$

4.6 DIAGRAMME DE CAMPBELL POUR CONVERTISSEURS DE COURANT DE TYPE P/Q

Les configurations courantes des convertisseurs de courant de type p/q sont généralement de formes : 6/6, 12/12, 24/24, 12/6, 24/12. On remarque que p et q sont des multiples de 6 et indiquent les indices de pulsation du bloc redresseur (pour p) et du bloc onduleur (pour q). D'après l'équation (4.50), les composantes pulsatoires du couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine synchrone sont localisées aux fréquences indiquées par l'équation (4.63).

$$f_h = f_{M_i N_i} = \left| M_i f_g \pm (N_i - \varepsilon_{N_i}) f_0 \right| = \left| m_i p f_g \pm n_i q f_0 \right| \quad (4.63)$$

$$m_i = 0, 1, 2, 3, \dots ; n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots ; M_i = m_i p \text{ et } N_i = n_i q \pm 1$$

On observe que lorsque c'est la séquence négative $\varepsilon_{N_i} = -1$ et $f_h = f_{M_i N_i - 1} = \left| M_i f_g \pm (N_i + 1) f_0 \right|$ alors qu'à la séquence positive $\varepsilon_{N_i} = 1$ et donc $f_h = f_{M_i N_i + 1} = \left| M_i f_g \pm (N_i - 1) f_0 \right|$. Cette observation montre clairement que chaque séquence crée une composante de couple à la même fréquence.

Pour chaque diagramme de Campbell, on présente l'expression temporelle du couple et les familles de fréquences qui permettent d'établir le diagramme correspondant à la configuration.

4.6.1 Diagramme de Campbell pour convertisseur 6/6

Le couple dans le cas d'un convertisseur de courant de type 6/6, aura quatre composantes :

- Une composante continue pour $(M_i, N_i) = (0, 1)$ puisque $f_h = f_{0,1} = 0$ et

$$t_{e_h}(t) = t_{e_{01}}(t) = T_{e_{DC01}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{01} \cos(\theta_{01}^i).$$

- Une composante pulsatoire créée par des harmoniques caractéristiques de base du courant $M_i = 0$ et $N_i > 1$. n_i étant un entier relatif ($n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 3.

Tableau 3 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (type 6/6) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(0, \pm 1)$	$(0, \pm 5)$	$f_{0, \pm 5} = 6f_0$	$t_{e_{0, \pm 5}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 5} \cos(6\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 5}^i + \theta_{01}^v))$
	$(0, \pm 7)$	$f_{0, \pm 7} = 6f_0$	$t_{e_{0, \pm 7}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 7} \cos(6\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 7}^i - \theta_{01}^v))$
$(0, \pm 2)$	$(0, \pm 11)$	$f_{0, \pm 11} = 12f_0$	$t_{e_{0, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 11} \cos(12\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	$(0, \pm 13)$	$f_{0, \pm 13} = 12f_0$	$t_{e_{0, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 13} \cos(12\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 13}^i - \theta_{01}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des harmoniques non caractéristiques du courant $M_i \neq 0$ et $n_i = 0$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2 pour m_i , on a la famille résumée dans le Tableau 4.

Tableau 4 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 6/6) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(1, 0)$	$(6, 1)$	$f_{6,1} = 6f_g + f_0$ $\approx 6f_g$	$t_{e_{6,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{6,1} \cos(6\omega_g t + (\theta_{6,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	$(6, -1)$	$f_{6,-1} = 6f_g - f_0$ $\approx 6f_g$	$t_{e_{6,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{6,-1} \cos(6\omega_g t + (\theta_{6,-1}^i + \theta_{0,1}^v))$
$(2, 0)$	$(12, 1)$	$f_{12,1} = 12f_g + f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{12,1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	$(12, -1)$	$f_{12,-1} = 12f_g - f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{12,-1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,-1}^i - \theta_{0,1}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des inter-harmoniques du courant $M_i \neq 0$ et $N_i > 1$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 5.

Tableau 5 : Composantes des inter-harmoniques du courant (type 6/6) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(1, \pm 1)$	$(6, \pm 5)$	$f_{6, \pm 5} = 6f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{6, \pm 5}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{6, \pm 5} \cos(6\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{6, \pm 5}^i + \theta_{01}^v))$
	$(6, \pm 7)$	$f_{6, \pm 7} = 6f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{6, \pm 7}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{6, \pm 7} \cos(6\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{6, \pm 7}^i - \theta_{01}^v))$
$(1, \pm 2)$	$(6, \pm 11)$	$f_{6, \pm 11} = 6f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{6, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{6, \pm 11} \cos(6\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{6, \pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	$(6, \pm 13)$	$f_{6, \pm 13} = 6f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{6, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{6, \pm 13} \cos(6\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{6, \pm 13}^i - \theta_{01}^v))$
$(2, \pm 1)$	$(12, \pm 5)$	$f_{12, \pm 5} = 12f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{12, \pm 5}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 5} \cos(12\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 5}^i + \theta_{01}^v))$
	$(12, \pm 7)$	$f_{12, \pm 7} = 12f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{12, \pm 7}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 7} \cos(12\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 7}^i - \theta_{01}^v))$
$(2, \pm 2)$	$(12, \pm 11)$	$f_{12, \pm 11} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 11} \cos(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	$(12, \pm 13)$	$f_{12, \pm 13} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 13} \cos(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 13}^i - \theta_{01}^v))$

L'expression temporelle du couple global est la somme de toutes les familles de composantes ci-dessus exemplairement détaillées, mais avec m_i et n_i allant jusqu'à l'infini.

À partir des familles de composantes de couples décrites exemplairement dans les tableaux 1, 2 et 3, on établit le diagramme de Campbell de la Figure 34.

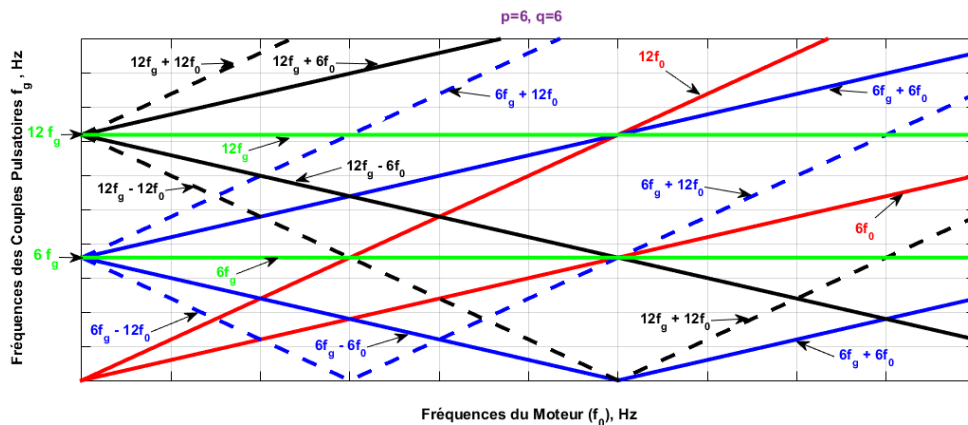


Figure 34 : Diagramme de Campbell pour le convertisseur 6/6 © G. Ekemb

4.6.2 Diagramme de Campbell pour convertisseur 12/6

Le couple dans le cas d'un convertisseur de courant de type 12/6, aura quatre familles de contributions :

- Une composante continue identique à celle du type 6/6
- Des composantes pulsatoires créées par des harmoniques caractéristiques de base du courant identiques à celles du convertisseur 6/6.
- Des composantes pulsatoires créées par des harmoniques non caractéristiques du courant $M_i \neq 0$ et $n_i = 0$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2 pour m_i , on a la famille résumée dans le Tableau 6.

Tableau 6 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 12/6) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
(1, 0)	(12, 1)	$f_{12,1} = 12f_g + f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{12,1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	(12, -1)	$f_{12,-1} = 12f_g - f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{12,-1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,-1}^i + \theta_{0,1}^v))$
(2, 0)	(24, 1)	$f_{24,1} = 24f_g + f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{24,1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	(24, -1)	$f_{24,-1} = 24f_g - f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{24,-1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,-1}^i - \theta_{0,1}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des inter-harmoniques du courant $M_i \neq 0$ et $N_i > 1$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 7.

Tableau 7 : Composantes des inter-harmoniques de courant (type 12/6) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(1, \pm 1)$	$(12, \pm 5)$	$f_{12, \pm 5} = 12f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{12, \pm 5}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 5} \cos\left(12\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 5}^i + \theta_{01}^v)\right)$
	$(12, \pm 7)$	$f_{12, \pm 7} = 12f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{12, \pm 7}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 7} \cos\left(12\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 7}^i - \theta_{01}^v)\right)$
$(1, \pm 2)$	$(12, \pm 11)$	$f_{12, \pm 11} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 11} \cos\left(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 11}^i + \theta_{01}^v)\right)$
	$(12, \pm 13)$	$f_{12, \pm 13} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12, \pm 13} \cos\left(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12, \pm 13}^i - \theta_{01}^v)\right)$
$(2, \pm 1)$	$(24, \pm 5)$	$f_{24, \pm 5} = 24f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{24, \pm 5}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24, \pm 5} \cos\left(24\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 5}^i + \theta_{01}^v)\right)$
	$(24, \pm 7)$	$f_{24, \pm 7} = 24f_g \pm 6f_0 $	$t_{e_{24, \pm 7}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24, \pm 7} \cos\left(24\omega_g \pm 6\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 7}^i - \theta_{01}^v)\right)$
$(2, \pm 2)$	$(24, \pm 11)$	$f_{24, \pm 11} = 24f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{24, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24, \pm 11} \cos\left(24\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 11}^i + \theta_{01}^v)\right)$
	$(24, \pm 13)$	$f_{24, \pm 13} = 24f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{24, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24, \pm 13} \cos\left(24\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 13}^i - \theta_{01}^v)\right)$

L'expression temporelle du couple global est la somme de toutes les familles de composantes ci-dessus exemplairement détaillées, mais avec m_i et n_i allant jusqu'à l'infini.

À partir des familles de composantes de couples décrites exemplairement dans les tableaux 3, 6 et 7, on établit le diagramme de Campbell de cette la Figure 35.

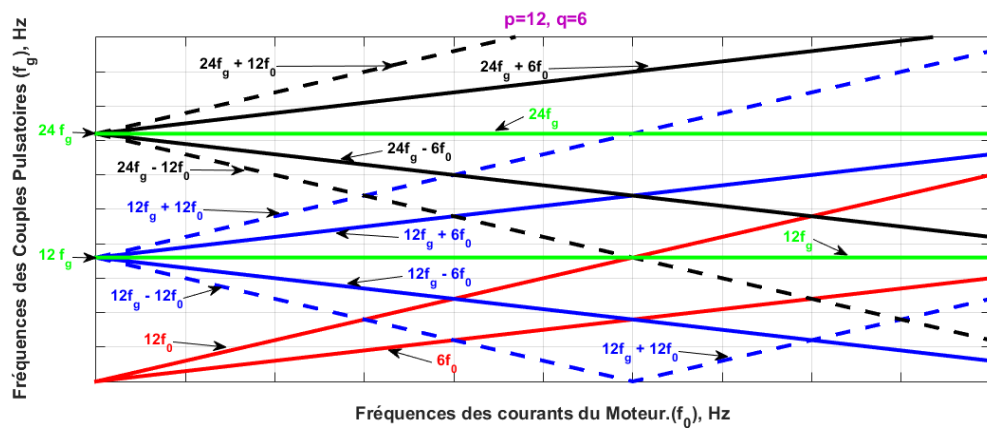


Figure 35 : Diagramme de Campbell pour le convertisseur 12/6 © G. Ekemb

4.6.3 Diagramme de Campbell pour convertisseur 12/12

Le couple dans le cas d'un convertisseur de courant de type 12/12, aura quatre composantes :

- Une composante continue pour $(M_i, N_i) = (0, 1)$ puisque $f_h = f_{0,1} = 0$ et

$$t_{e_h}(t) = t_{e_{01}}(t) = T_{e_{DC01}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{01} \cos(\theta_{01}^i).$$

- Des composantes pulsatoires créées par des harmoniques caractéristiques de base du courant $M_i = 0$ et $N_i > 1$. n_i étant un entier relatif ($n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 8.

Tableau 8 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (12/12) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(0, \pm 1)$	$(0, \pm 11)$	$f_{0, \pm 11} = 12f_0$	$t_{e_{0, \pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 11} \cos(12\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	$(0, \pm 13)$	$f_{0, \pm 13} = 12f_0$	$t_{e_{0, \pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 13} \cos(12\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 13}^i - \theta_{01}^v))$
$(0, \pm 2)$	$(0, \pm 23)$	$f_{0, \pm 23} = 24f_0$	$t_{e_{0, \pm 23}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 23} \cos(24\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 23}^i + \theta_{01}^v))$
	$(0, \pm 25)$	$f_{0, \pm 25} = 24f_0$	$t_{e_{0, \pm 25}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{0,1}}{\omega_0} I_{0, \pm 25} \cos(24\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 25}^i - \theta_{01}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des harmoniques non caractéristiques du courant $M_i \neq 0$ et $n_i = 0$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2 pour m_i , on a la famille résumée dans le Tableau 9.

Tableau 9 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 12/12) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
(1, 0)	(12, 1)	$f_{12,1} = 12f_g + f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	(12, -1)	$f_{12,-1} = 12f_g - f_0$ $\approx 12f_g$	$t_{e_{12,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,-1} \cos(12\omega_g t + (\theta_{12,-1}^i + \theta_{0,1}^v))$
(2, 0)	(24, 1)	$f_{24,1} = 24f_g + f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	(24, -1)	$f_{24,-1} = 24f_g - f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,-1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,-1}^i + \theta_{0,1}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des inter-harmoniques du courant $M_i \neq 0$ et $N_i > 1$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 10.

Tableau 10 : Composantes des inter-harmoniques de courant (type 12/12) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
(1, ± 1)	(12, ± 11)	$f_{12,\pm 11} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12,\pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,\pm 11} \cos(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12,\pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	(12, ± 13)	$f_{12,\pm 13} = 12f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{12,\pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,\pm 13} \cos(12\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{12,\pm 13}^i - \theta_{01}^v))$
(1, ± 2)	(12, ± 23)	$f_{12,\pm 23} = 12f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{12,\pm 23}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,\pm 23} \cos(12\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{12,\pm 23}^i + \theta_{01}^v))$
	(12, ± 25)	$f_{12,\pm 25} = 12f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{12,\pm 25}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{12,\pm 25} \cos(12\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{12,\pm 25}^i - \theta_{01}^v))$
(2, ± 1)	(24, ± 11)	$f_{24,\pm 11} = 24f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{24,\pm 11}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,\pm 11} \cos(24\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{24,\pm 11}^i + \theta_{01}^v))$
	(24, ± 13)	$f_{24,\pm 13} = 24f_g \pm 12f_0 $	$t_{e_{24,\pm 13}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,\pm 13} \cos(24\omega_g \pm 12\omega_0 t + (\theta_{24,\pm 13}^i - \theta_{01}^v))$
(2, ± 2)	(24, ± 23)	$f_{24,\pm 23} = 24f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{24,\pm 23}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,\pm 23} \cos(24\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{24,\pm 23}^i + \theta_{01}^v))$
	(24, ± 25)	$f_{24,\pm 25} = 24f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{24,\pm 25}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} \frac{V_{0,1}}{2} I_{24,\pm 25} \cos(24\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{24,\pm 25}^i - \theta_{01}^v))$

L'expression temporelle du couple global est la somme de toutes les familles de composantes ci-dessus exemplairement détaillées, mais avec m_i et n_i allant jusqu'à l'infini.

À partir des familles de composantes de couples décrites exemplairement dans les tableaux 8, 9 et 10, on établit le diagramme de Campbell de la Figure 36.

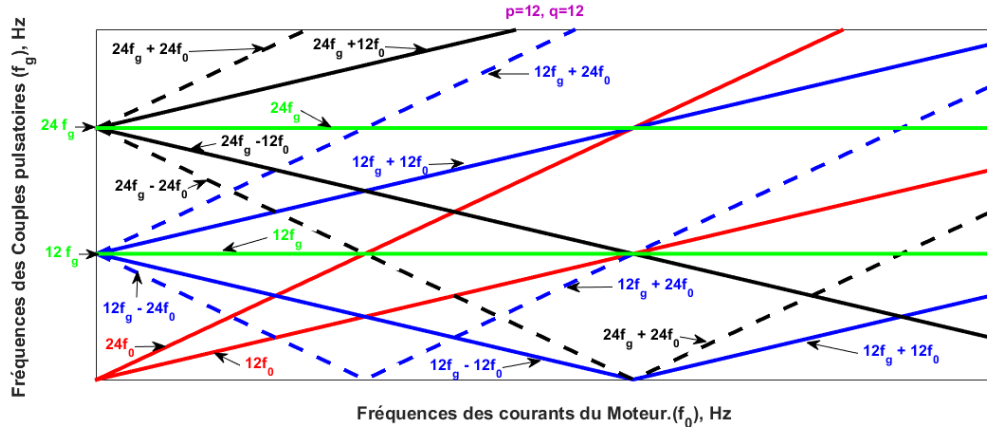


Figure 36 : Diagramme de Campbell pour le convertisseur 12/12 © G. Ekemb

4.6.4 Diagramme de Campbell pour convertisseur 24/24

Le couple dans le cas d'un convertisseur de courant de type 24/24, aura quatre composantes :

- Une composante continue pour $(M_i, N_i) = (0, 1)$ puisque $f_h = f_{0,1} = 0$ et

$$t_{e_h}(t) = t_{e_{01}}(t) = T_{e_{DC01}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{V_{01}}{\omega_0} I_{01} \cos(\theta_{01}^i).$$

- Des composantes pulsatoires créées par des harmoniques caractéristiques de base du courant $M_i = 0$ et $N_i > 1$. n_i étant un entier relatif ($n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 11.

Tableau 11 : Harmoniques caractéristiques de base du courant (type 24/24) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(0, \pm 1)$	$(0, \pm 23)$	$f_{0, \pm 23} = 24f_0$	$t_{e_{0, \pm 23}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{0, \pm 23} \cos(24\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 23}^i + \theta_{0,1}^v))$
	$(0, \pm 25)$	$f_{0, \pm 25} = 24f_0$	$t_{e_{0, \pm 25}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{0, \pm 25} \cos(24\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 25}^i - \theta_{0,1}^v))$
$(0, \pm 2)$	$(0, \pm 47)$	$f_{0, \pm 47} = 48f_0$	$t_{e_{0, \pm 47}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{0, \pm 47} \cos(48\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 47}^i + \theta_{0,1}^v))$
	$(0, \pm 49)$	$f_{0, \pm 49} = 48f_0$	$t_{e_{0, \pm 49}}(t) = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{0, \pm 49} \cos(48\omega_0 t + (\theta_{0, \pm 49}^i - \theta_{0,1}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des harmoniques non caractéristiques du courant $M_i \neq 0$ et $n_i = 0$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2 pour m_i , on a la famille résumée dans le Tableau 12.

Tableau 12 : Harmoniques non caractéristiques du courant (type 24/24) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(1, 0)$	$(24, 1)$	$f_{24,1} = 24f_g + f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{24,1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	$(24, -1)$	$f_{24,-1} = 24f_g - f_0$ $\approx 24f_g$	$t_{e_{24,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{24,-1} \cos(24\omega_g t + (\theta_{24,-1}^i + \theta_{0,1}^v))$
$(2, 0)$	$(48, 1)$	$f_{48,1} = 48f_g + f_0$ $\approx 48f_g$	$t_{e_{48,1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{48,1} \cos(48\omega_g t + (\theta_{48,1}^i - \theta_{0,1}^v))$
	$(48, -1)$	$f_{48,-1} = 48f_g - f_0$ $\approx 48f_g$	$t_{e_{48,-1}}(t) \approx \frac{3}{2} \frac{P}{\omega_0} V_{0,1} I_{48,-1} \cos(48\omega_g t + (\theta_{48,-1}^i - \theta_{0,1}^v))$

- Une composante pulsatoire créée par des inter-harmoniques du courant $M_i \neq 0$ et $N_i > 1$. $m_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ et si on choisit de s'arrêter à la valeur 2, on a la famille résumée dans le Tableau 13.

Tableau 13 : Composantes des inter-harmoniques du courant (type 24/24) © G. Ekemb

(m_i, n_i)	(M_i, N_i)	$f_h = f_{M_i, N_i}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{M_i, N_i}}(t)$
$(1, \pm 1)$	$(24, \pm 23)$	$f_{24, \pm 23} = 24f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{24, \pm 23}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{24, \pm 23} \cos(24\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 23}^i + \theta_{01}^v))$
	$(24, \pm 25)$	$f_{24, \pm 25} = 24f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{24, \pm 25}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{24, \pm 25} \cos(24\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 25}^i - \theta_{01}^v))$
$(1, \pm 2)$	$(24, \pm 47)$	$f_{24, \pm 47} = 24f_g \pm 48f_0 $	$t_{e_{24, \pm 47}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{24, \pm 47} \cos(24\omega_g \pm 48\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 47}^i + \theta_{01}^v))$
	$(24, \pm 49)$	$f_{24, \pm 49} = 24f_g \pm 48f_0 $	$t_{e_{24, \pm 49}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{24, \pm 49} \cos(24\omega_g \pm 48\omega_0 t + (\theta_{24, \pm 49}^i - \theta_{01}^v))$
$(2, \pm 1)$	$(48, \pm 23)$	$f_{48, \pm 23} = 48f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{48, \pm 23}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{48, \pm 23} \cos(48\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{48, \pm 23}^i + \theta_{01}^v))$
	$(48, \pm 25)$	$f_{48, \pm 25} = 48f_g \pm 24f_0 $	$t_{e_{48, \pm 25}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{48, \pm 25} \cos(48\omega_g \pm 24\omega_0 t + (\theta_{48, \pm 25}^i - \theta_{01}^v))$
$(2, \pm 2)$	$(48, \pm 47)$	$f_{48, \pm 47} = 48f_g \pm 48f_0 $	$t_{e_{48, \pm 47}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{48, \pm 47} \cos(48\omega_g \pm 48\omega_0 t + (\theta_{48, \pm 47}^i + \theta_{01}^v))$
	$(48, \pm 49)$	$f_{48, \pm 49} = 48f_g \pm 48f_0 $	$t_{e_{48, \pm 49}}(t) = \frac{3 P V_{0,1}}{2 \cdot 2 \omega_0} I_{48, \pm 49} \cos(48\omega_g \pm 48\omega_0 t + (\theta_{48, \pm 49}^i - \theta_{01}^v))$

L'expression temporelle du couple global est la somme de toutes les familles de composantes ci-dessus exemplairement détaillées, mais avec m_i et n_i allant jusqu'à l'infini.

À partir des familles de composantes de couples décrites exemplairement dans les tableaux 11, 12 et 13, on établit le diagramme de Campbell de la Figure 37.

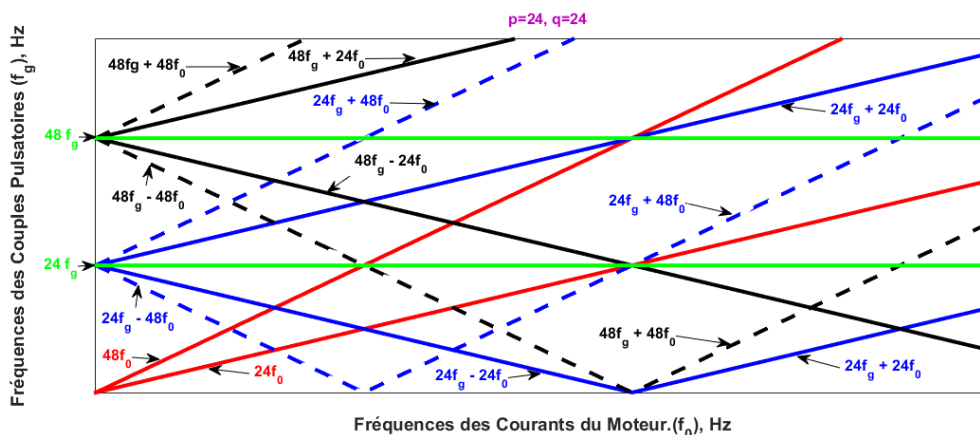


Figure 37 : Diagramme de Campbell pour le convertisseur 24/24 © G. Ekemb

4.7 VALIDATION THEORIQUE DES RESULTATS

Pour la validation théorique des résultats, on présente les topologies investiguées, ensuite on décrit la méthode de validation utilisée et on clôture par la mise en évidence des résultats obtenus sur le convertisseur de type 6/6 et sur les convertisseurs de type 12/12. Le choix du 50 Hz comme fréquence par défaut du réseau simulé est différent du 60 Hz en Amérique du Nord est lié au fait que les tests réels ont eu lieu chez nos partenaires en Chine. La pertinence du travail reste inchangée.

4.7.1 Topologies investiguées

Les variateurs de courant de type 6/6 et 12/12 sont simulés dans le cadre de la validation des travaux. Comme le présente la Figure 38, le redresseur à indice de pulsation 6 du convertisseur de type 6/6 est alimenté par un réseau électrique triphasé et il a son module de commande. L'onduleur à indice de pulsation 6 qui alimente le moteur synchrone triphasé et possède aussi son module de commande. Un lien continu à effets inductif et résistif relie le redresseur à l'onduleur. Le moteur synchrone triphasé entraîne une charge mécanique.

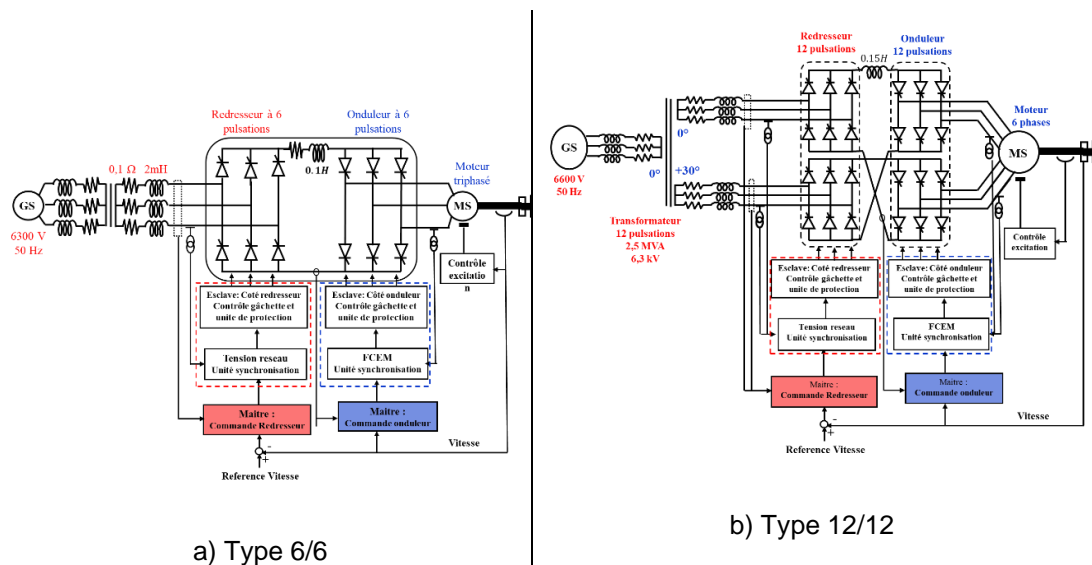


Figure 38 : Topologies de convertisseurs investiguées pour la simulation © G. Ekemb

L'autre topologie investiguée est un convertisseur de type 12/12 pour lequel chaque redresseur série est alimenté par un secondaire d'un transformateur à double secondaire. Chaque onduleur série alimente 3 phases du moteur synchrone hexaphasé. Un module de commande permet de contrôler le fonctionnement du redresseur et de l'onduleur qui sont reliés par une résistance et une inductance. La machine synchrone à 6 phases entraîne une charge mécanique.

Les valeurs des paramètres utilisés dans le cadre de l'investigation sont résumées dans le *Tableau 14*.

Tableau 14 : Données de simulation utilisées pour la validation © G. Ekemb

Paramètres	P_n (MW)	V_{lrms}	f_n	Poles	$\cos\varphi$	R_s	R_r	L_{ls}	L_{lr}	L_m
MS - 3~	1.85	6000 V	50 Hz	6	0.85	0.009 pu	N/A	0.13 pu	N/A	N/A
Paramètres	R_f	Ll_{fd}	R_{kd}	L_{lkd}	R_{kq}	L_{lkd}	R_{kq}	L_{lkq}	L_{md}	L_{mq}
MS - 3~	0.0022	0.31 pu	0.09pu	0.21pu	0.08pu	0.21 pu	0.08 pu	0.19 pu	1.26 pu	0.70 pu

4.7.2 Méthode de validation

Les topologies des convertisseurs dont les expressions spatio-temporelles des couples ont été analytiquement développées dans ce chapitre sont simulées dans l'intention de valider les développements mathématiques proposés pour chacune d'elles sur différents points de fonctionnement.

Pour valider ce travail, avec chaque structure sous investigation, la méthodologie adoptée est la suivante :

- Simulations des points de fonctionnement allant de 5 à 50 Hz avec un pas de 5 Hz.
- Sauvegarde des variables d'état électriques telles que les courants, tensions et autres données mécaniques du système en régime établi.

- Calcul de la transformée de Fourier de chaque grandeur et comparaison des résultats obtenus aux relations analytiques développées dans ce chapitre.

Une fois cette validation faite, nous poursuivons la démarche en :

- transformant les grandeurs extraites dans le référentiel fixe et orthogonal de Clarke ;
- estimant le flux dans la machine à partir des grandeurs transformées de tension ;
- copulant le flux estimé et les courants transformés dans le référentiel de Clarke, afin de déterminer le couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine. Ce couple est le couple reconstruit ;
- calculant la transformée de Fourier du couple simulé et en comparant ses composantes fréquentielles à celles obtenues à partir du couple reconstruit, puis corrélés les résultats avec les expressions analytiques développées dans le cadre de ce chapitre.

4.7.3 Résultats pour convertisseurs de types 6/6 et 12/12

Les résultats choisis de simulation présentés dans cette section concernent trois points de fonctionnement du moteur synchrone : $f_0 = 20 \text{ Hz}$, $f_0 = 40 \text{ Hz}$ et $f_0 = 50 \text{ Hz}$.

À chaque point de fonctionnement, on illustre des grandeurs choisies que sont : la tension et le courant du réseau, la tension et le courant du moteur synchrone, puis le couple moteur et le courant dans le bus continu du convertisseur. À chaque grandeur est associée sa transformation de fourrier correspondante.

Les puissances du réseau sont aussi illustrées. Les puissances et la vitesse du moteur sont également disponibles. La présentation de ces résultats est étayée par les résultats obtenus avec des variateurs de courants de types 6/6 et 12/12.

Chaque figure comprend à sa gauche (cas a) les grandeurs du convertisseur de type 6/6 et à sa droite celles du convertisseur de type 12/12 (cas b). Seules les données du point de fonctionnement $f_0 = 40 \text{ Hz}$ seront substantiellement commentées.

Les composantes de couple sont illustrées comme un pourcentage de la composante continue. Là où cela est nécessairement indicatif, le spectre du couple et le spectre du courant montrent les valeurs des entiers (m_i, N_i) afin de rappeler la conformité avec la localisation des harmoniques prévues dans l'analyse théorique. C'est le cas exemplaire avec le point de fonctionnement $f_0 = 40 \text{ Hz}$.

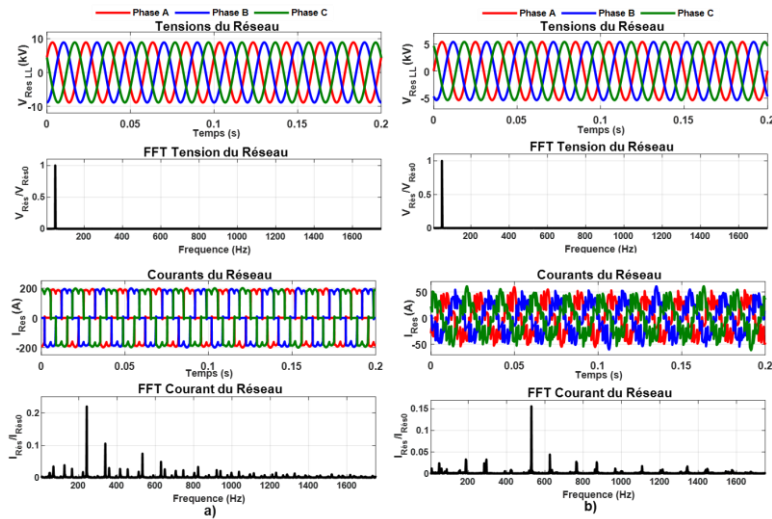


Figure 39 : Tensions, courants du réseau et FFT pour $f_0=20 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

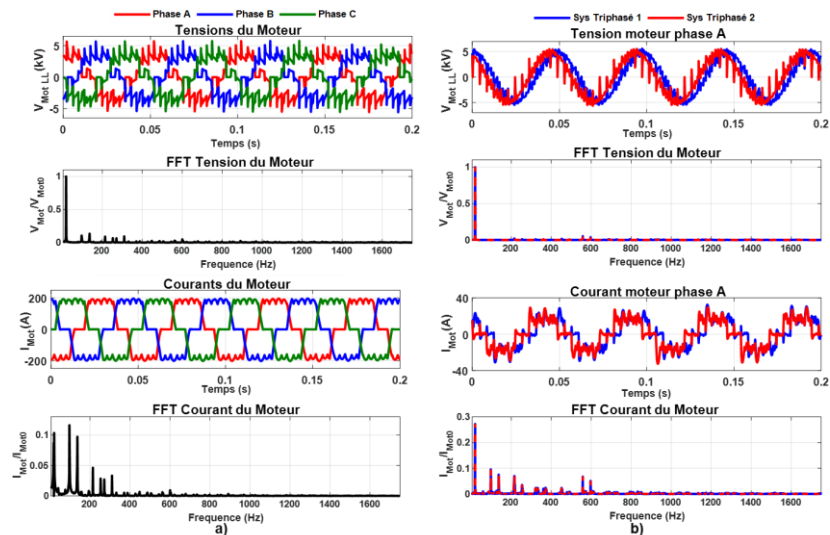


Figure 40 : Tensions, courants du moteur et FFT pour $f_0=20 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

Pour $f_0 = 40 \text{ Hz}$, les diagrammes de Campbell respectifs des convertisseurs 6/6 et 12/12 sont mis en évidence avec des points d'opération qui correspondent aux entiers (m_i, N_i) .

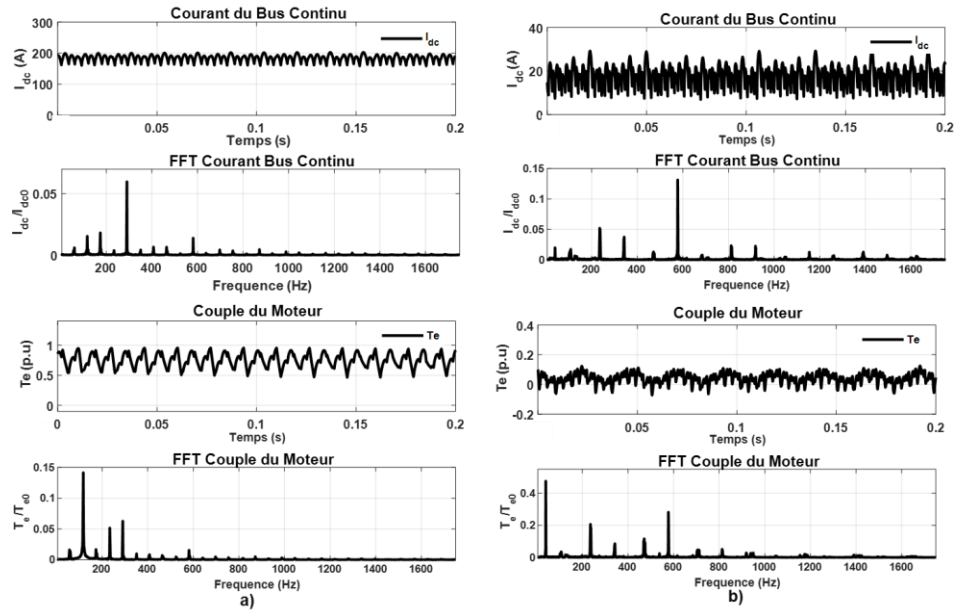


Figure 41 : Courant du bus continu, couple du moteur et FFT pour $f_0=20 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

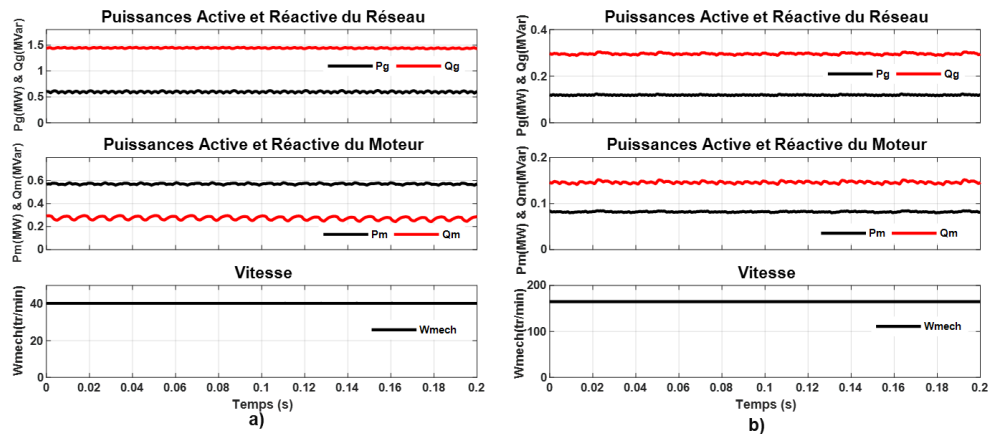


Figure 42 : Puissances côté réseau, puissance côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=20 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

4.7.3.1 Résultats pour le point de fonctionnement $f_0=50$ Hz

Pour cet autre point de fonctionnement, on présente les résultats suivants :

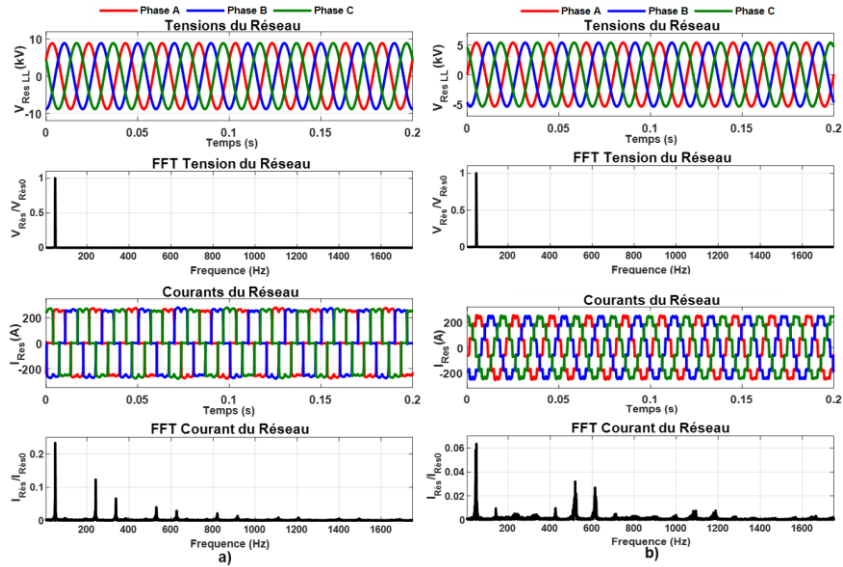


Figure 43 : Tensions, courants du réseau et FFT pour $f_0=50$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

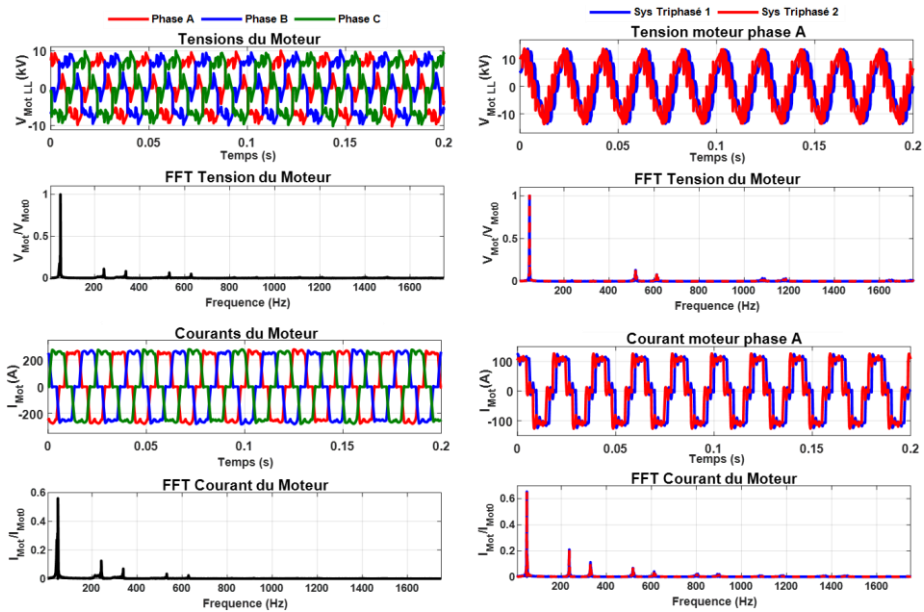


Figure 44 : Tensions, courants du moteur et FFT pour $f_0=50$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

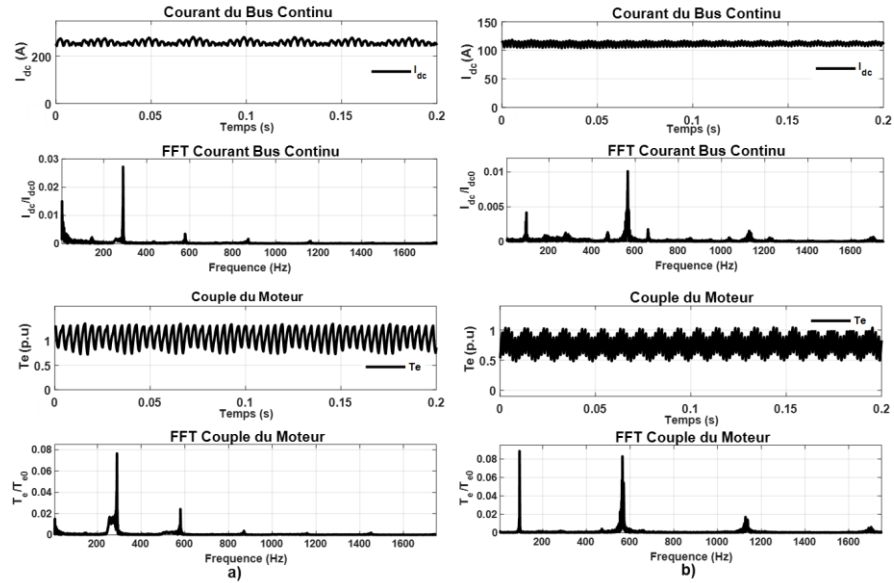


Figure 45 : Courant du bus continu, couple du moteur et FFT pour $f_0=50$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

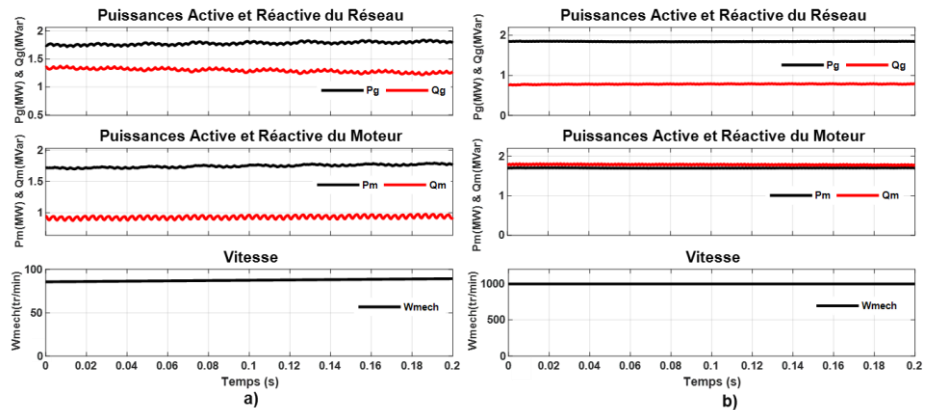


Figure 46 : Puissances côté réseau, puissances côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=50$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

4.7.3.2 Résultats pour le point de fonctionnement $f_0=40$ Hz

Les résultats présentés pour ce point de fonctionnement $f_0 = 40$ Hz montrent les performances d'une machine synchrone alimentée par un réseau électrique triphasé par l'intermédiaire du variateur de courant qui peut être un convertisseur de type 6/6 pulsations

(cas à gauche de chaque figure) ou un convertisseur de type 12/12 pulsations (cas à droite de chaque figure).

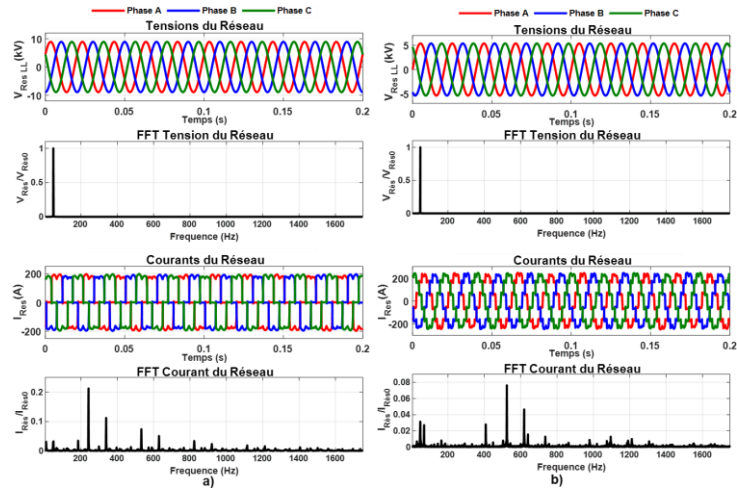


Figure 47 : Tensions, courants du réseau et FFT pour $f_0=40$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

Les grandeurs côté moteur sont illustrées par la Figure 48. On observe les tensions et courants qui alimentent directement le moteur synchrone lorsque ce dernier fonctionne à la fréquence $f_0 = 40$ Hz .

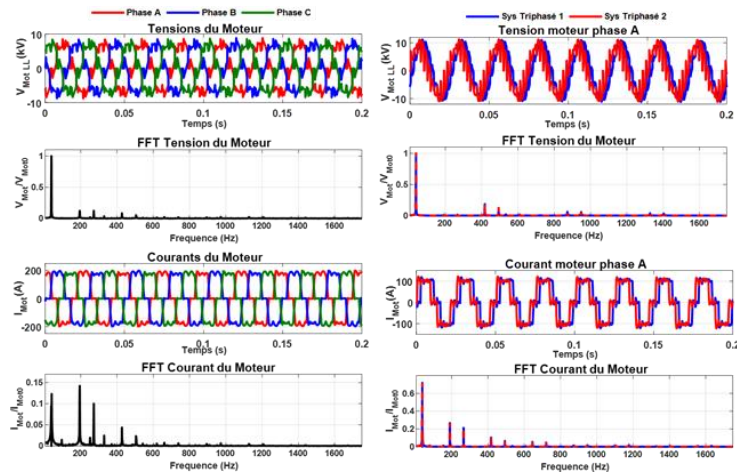


Figure 48 : Tensions, courants du moteur et FFT pour $f_0=40$ Hz avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

La Figure 49 montre le courant dans le bus continu, le couple électromagnétique dans l'entrefer du moteur synchrone et les FFT respectives de ces grandeurs. À gauche de cette figure, on a des grandeurs du moteur alimenté par un convertisseur de type 6/6. À droite l'alimentation est assurée par un convertisseur de type 12/12. Le point de fonctionnement du moteur étant $f_0 = 40 \text{ Hz}$.

Dans la même logique, la Figure 50 représente la vitesse du moteur et les puissances côté réseau et côté moteur avec les deux types de convertisseurs.

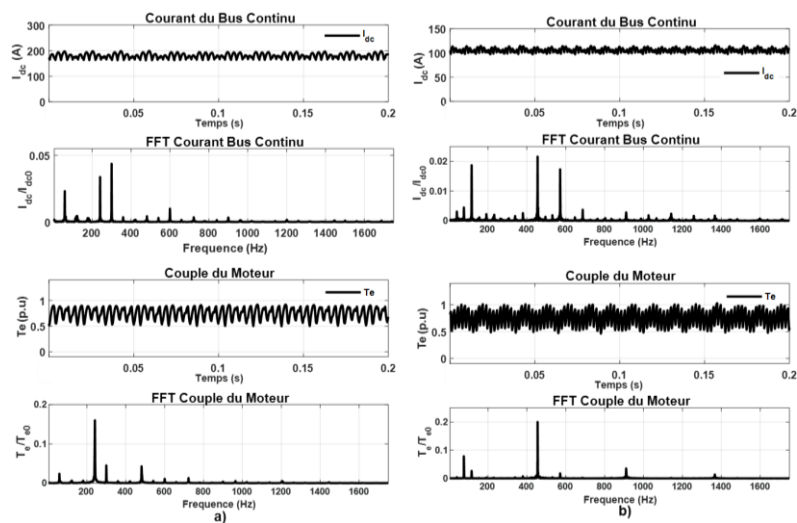


Figure 49 : Courant du bus continu, couple du moteur et FFT pour $f_0=40 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

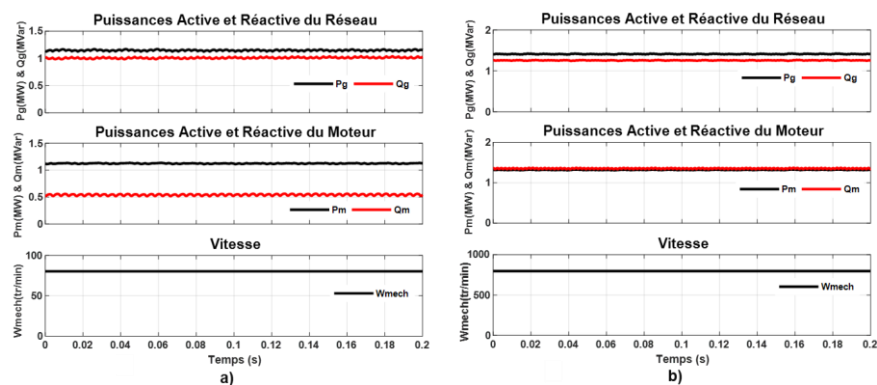


Figure 50 : Puissances côté réseau, puissances côté moteur et vitesse du moteur pour $f_0=40 \text{ Hz}$ avec a) le convertisseur de type 6/6 et b) le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

On rappelle que le convertisseur de type 12/12 alimente une machine synchrone à 6 phases dont les paramètres sont précisés dans le Tableau 14. Le spectre du couple va jusqu'à 1750 Hz et les harmoniques de couple sont indiquées à des localisations précises. La fréquence du réseau est $f_g = 50 \text{ Hz}$ et celle du fondamental du moteur est $f_0 = 40 \text{ Hz}$.

La transformée de Fourier rapide (FFT) du couple est calculée et chaque composante du couple est exprimée comme un pourcentage de la composante continue de couple. Dans le spectre du couple, les entiers (m_i, n_i) sont affichés afin de ressortir la conformité avec la localisation des harmoniques décrites dans la section 4.6.

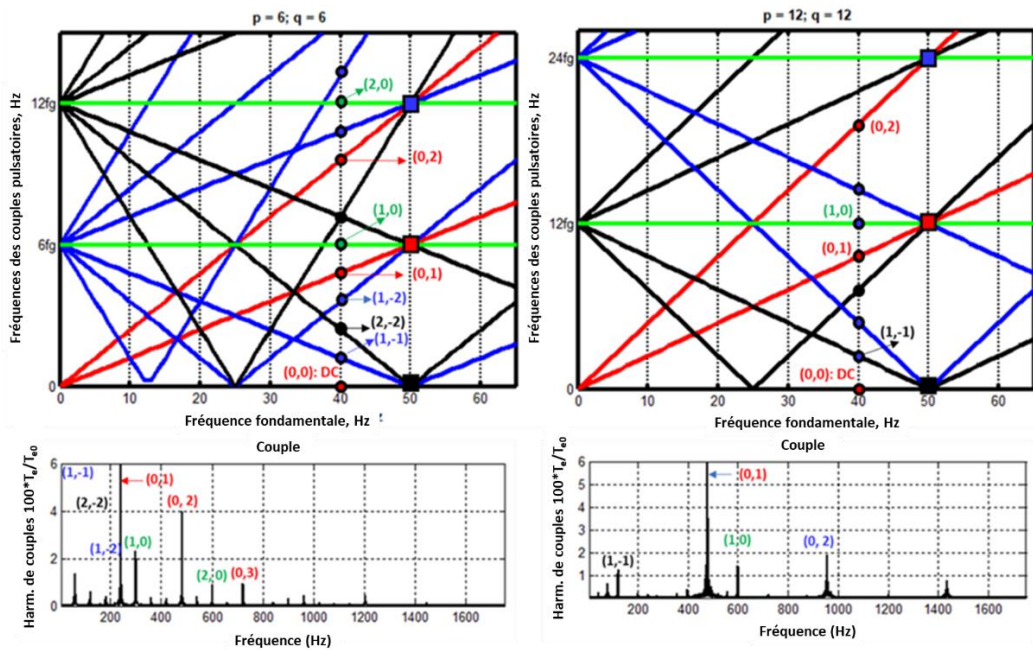


Figure 51 : Diagramme de Campbell des composantes du couple pour $f_0=40 \text{ Hz}$ avec à gauche, le convertisseur de type 6/6 et à droite, le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

Le diagramme de Campbell de chaque variateur de courant est donné à la Figure 51. 20 points de fonctionnement, dont 10 pour chaque convertisseur, ont été simulés en allant de 5 Hz à 50 Hz avec un pas de 5 Hz. Seules les composantes significatives des couples ont été extraites.

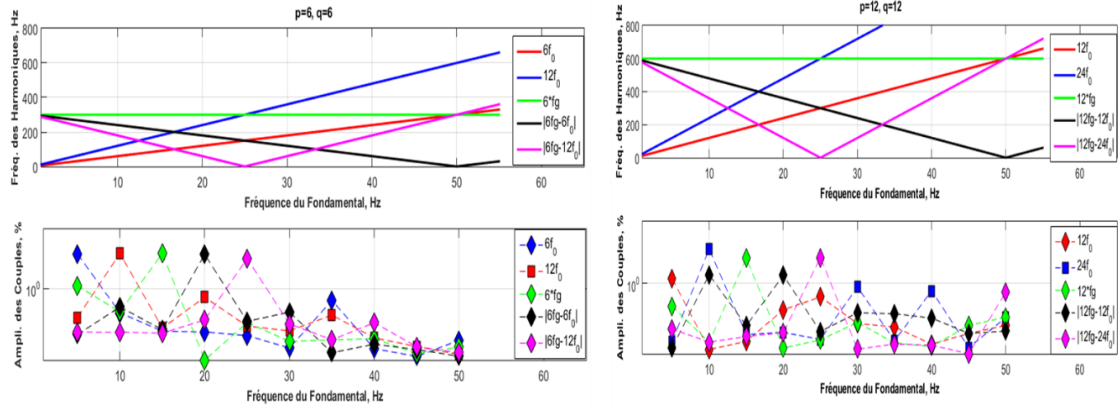


Figure 52 : Composantes et amplitudes du couple pour $f_0=40$ Hz avec à gauche, le convertisseur de type 6/6 et à droite, le convertisseur de type 12/12 © G. Ekemb

La Figure 52 montre les cinq plus importantes composantes harmoniques significatives pour chaque point de fonctionnement dans le cas de 40 Hz. Un diagramme de Campbell partiel des composantes du couple est donné en haut et leurs amplitudes respectives sont données en bas. Les harmoniques caractéristiques ou de base du couple ont des amplitudes significatives, ce qui justifie pourquoi le démarrage ou le freinage du variateur est habituellement un défi important dans l'analyse torsionnelle. Toutefois dans certaines études, l'amplitude du couple est moins importante que sa localisation dans le domaine fréquentiel.

Habituellement, dans le cadre de plusieurs masses en rotation, la première valeur propre d'une condition d'excitation a une fréquence inférieure à 20 Hz. Toutefois, la première harmonique du couple peut substantiellement exciter l'arbre au démarrage ou à l'arrêt. De précédents travaux ont montré que les harmoniques de couple de faibles amplitudes, moins de 1% du couple continu, peuvent exciter l'arbre si leurs effets ne sont pas convenablement amortis ou en évitant d'opérer à certaines vitesses identifiées [63].

4.7.4 Validation exemplaire sur les composantes harmoniques du courant et du couple côté moteur à $f_0=40$ Hz

Cette partie établit et valide les relations entre le courant et le couple sur les variateurs de courant 6/6 et 12/12 lorsque la fréquence du moteur est fixée à 40 Hz.

4.7.4.1 Cas du variateur de courant de type 6/6

Nous présentons dans la Figure 53 les différentes composantes du courant et du couple électromagnétique dans un moteur synchrone commandé par un variateur de courant de type 6/6 et pour un point de fonctionnement de fréquence $f_0 = 40 \text{ Hz}$. La fréquence du réseau d'alimentation est $f_g = 50 \text{ Hz}$. Les spectres ont été agrandis afin de mieux ressortir les fréquences mises en jeu et établir aisément les correspondances.

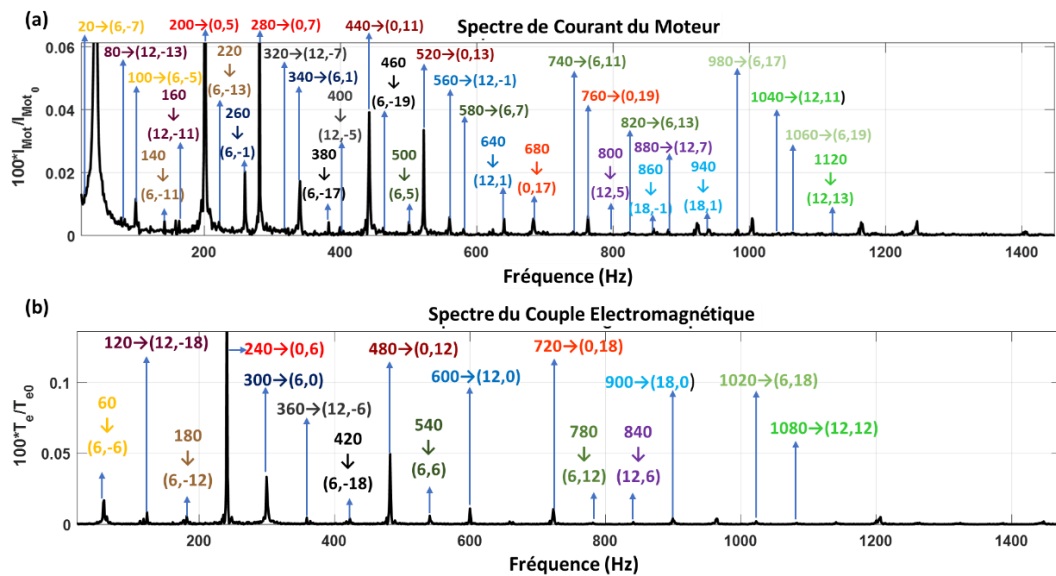


Figure 53 : Composantes harmoniques du courant et du couple dans un moteur commandé par un variateur de courant de type 6/6 pour $f_0=40 \text{ Hz}$: (a) harmoniques de courant, (b) harmoniques du couple © G. Ekemb.

Nous observons que certaines composantes ont des couleurs proches. Ainsi, toutes les composantes de couleurs « rouges vives » ou « dégradées » sont des harmoniques caractéristiques. Les composantes de couleurs « vert vif » ou « dégradées » illustrent des harmoniques non caractéristiques. Toutes les couleurs autres que les couleurs « rouge » et « verte » montrent les inter-harmoniques. Deux composantes du spectre du courant de mêmes couleurs engendrent une composante du couple de couleur identique. Autrement dit, à titre d'exemple, la composante du couple de couleur « rouge vif » $240 \rightarrow (0,6)$ a été engendrée

par les composantes de courant de même couleur « rouge vif » que sont $200 \rightarrow (0, \pm 5)$ et $280 \rightarrow (0, \pm 7)$. En clair, la composante du couple de fréquence $f_{T_h} = 240 \text{ Hz}$ est une harmonique caractéristique qui s'écrit $|m * f_g \pm n * f_0| = |0 * 50 \pm 6 * 40| = 240 \text{ Hz}$. Ladite composante du couple est créée par deux composantes caractéristiques du courant que sont : $|M_i * f_g \pm N_i * f_0| = |0 * 50 \pm 5 * 40| = 200 \text{ Hz}$ et $|M_i * f_g \pm N_i * f_0| = |0 * 50 \pm 7 * 40| = 280 \text{ Hz}$.

Analyse détaillée des familles de courants harmoniques au stator. Ces harmoniques ont été identifiées dans la Figure 53(a) et leurs valeurs et localisations sont exprimées dans les formes suivantes :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du courant au stator sont localisées à $(0, N_i)$: i) $200 \text{ Hz} \rightarrow (0, 5)$ et $280 \text{ Hz} \rightarrow (0, 7)$; ii) $440 \text{ Hz} \rightarrow (0, 11)$ et $520 \text{ Hz} \rightarrow (0, 13)$; iii) $680 \text{ Hz} \rightarrow (0, 17)$ et $760 \text{ Hz} \rightarrow (0, 19)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $1 \times 6f_g$ sont de forme $(6, N_i)$: i) $20 \text{ Hz} \rightarrow (6, -7)$ et $100 \text{ Hz} \rightarrow (6, -5)$; ii) $140 \text{ Hz} \rightarrow (6, -11)$ et $220 \text{ Hz} \rightarrow (6, -13)$; iii) $260 \text{ Hz} \rightarrow (6, -1)$ et $340 \text{ Hz} \rightarrow (6, 1)$; iv) $380 \text{ Hz} \rightarrow (6, -17)$ et $460 \text{ Hz} \rightarrow (6, -19)$; v) $500 \text{ Hz} \rightarrow (6, 5)$ et $580 \text{ Hz} \rightarrow (6, 7)$; vi) $740 \text{ Hz} \rightarrow (6, 11)$ et $820 \text{ Hz} \rightarrow (6, 13)$; vii) $980 \text{ Hz} \rightarrow (6, 17)$ et $1060 \text{ Hz} \rightarrow (6, 19)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $2 \times 6f_g$ sont de forme $(12, N_i)$: i) $80 \text{ Hz} \rightarrow (12, -13)$ et $160 \text{ Hz} \rightarrow (12, -11)$; ii) $320 \text{ Hz} \rightarrow (12, -7)$ et $400 \text{ Hz} \rightarrow (12, -5)$; iii) $560 \text{ Hz} \rightarrow (12, -1)$ et $640 \text{ Hz} \rightarrow (12, 1)$; iv) $800 \text{ Hz} \rightarrow (12, 5)$ et $880 \text{ Hz} \rightarrow (12, 7)$; v) $1040 \text{ Hz} \rightarrow (12, 11)$ et $1120 \text{ Hz} \rightarrow (12, 13)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $3 \times 6f_g$ sont de forme $(18, N_i)$: i) $860 \text{ Hz} \rightarrow (18, -1)$ et $940 \text{ Hz} \rightarrow (18, 1)$.

Analyse détaillée des familles de couples harmoniques générés dans l'entrefer par les familles de courants harmoniques précédentes.

Ces harmoniques ont été identifiées dans la Figure 53(b) et leurs valeurs et localisations sont exprimées dans les formes suivantes :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du couple dans l'entrefer sont localisées à $(0, N_i \pm 1)$: i) $240 \text{ Hz} \rightarrow (0, 6)$; ii) $480 \text{ Hz} \rightarrow (0, 12)$; iii) $720 \text{ Hz} \rightarrow (0, 18)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $1 \times 6f_g$ et sont données par la forme $(6, N_i \pm 1)$: i) $60 \text{ Hz} \rightarrow (6, -6)$; ii) $180 \text{ Hz} \rightarrow (6, -12)$; iii) $300 \text{ Hz} \rightarrow (6, 0)$; iv) $420 \text{ Hz} \rightarrow (6, -18)$; v) $540 \text{ Hz} \rightarrow (6, 6)$; vi) $780 \text{ Hz} \rightarrow (6, 12)$; vii) $1020 \text{ Hz} \rightarrow (6, 18)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $2 \times 6f_g$ et sont données par la forme $(12, N_i \pm 1)$: i) $120 \text{ Hz} \rightarrow (12, -18)$; ii) $360 \text{ Hz} \rightarrow (12, -6)$; iii) $600 \text{ Hz} \rightarrow (12, 0)$; iv) $840 \text{ Hz} \rightarrow (12, 6)$; v) $1080 \text{ Hz} \rightarrow (12, 12)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $3 \times 6f_g$ et sont données par la forme $(18, N_i \pm 1)$: i) $900 \text{ Hz} \rightarrow (18, 0)$.

4.7.4.2 Cas du variateur de courant de type 12/12

La Figure 54 qui illustre les différentes composantes du courant et du couple électromagnétique dans un moteur synchrone commandé par un variateur de courant de type 12/12 et pour un point de fonctionnement de fréquence $f_0 = 40 \text{ Hz}$. La fréquence du réseau

d'alimentation est $f_g = 50 \text{ Hz}$. Les spectres de cette figure ont été agrandis afin de mieux mettre en évidence les fréquences mises en jeu et ressortir aisément les correspondances.

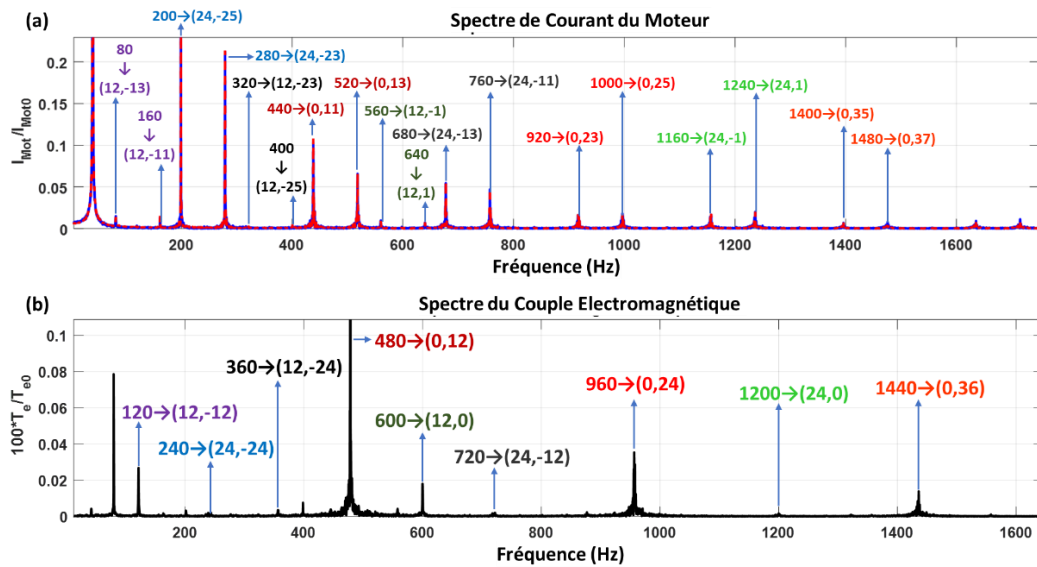


Figure 54 : Composantes harmoniques du courant et du couple dans un moteur commandé par un variateur de courant de type 12/12 pour $f_0=40 \text{ Hz}$: (a) harmoniques de courant, (b) harmoniques du couple © G. Ekemb.

Les observations de couleurs faites dans le cas de la figure précédente restent valables. Autrement dit, à titre d'exemple, la composante du couple de couleur « verte foncée » $600 \rightarrow (12, 0)$ a été engendrée par les composantes de courant de même couleur « verte foncée » que sont $560 \rightarrow (12, -1)$ et $640 \rightarrow (12, 1)$. En clair, la composante du couple de fréquence $f_{T_h} = 600 \text{ Hz}$ est une harmonique non-caractéristique qui s'écrit $|m * f_g \pm n * f_0| = |12 * 50 \pm 0 * 40| = 600 \text{ Hz}$. Ladite composante du couple est créée par deux composantes caractéristiques du courant que sont : $|M_i * f_g + N_i * f_0| = |12 * 50 + 1 * 40| = 640 \text{ Hz}$ et $|M_i * f_g - N_i * f_0| = |12 * 50 - 1 * 40| = 560 \text{ Hz}$.

Par ailleurs, nous pouvons constater que les spectres, tant du courant que du couple de la présente Figure 54 sont plus aérés et donc présentent moins d'harmoniques que dans le

cas du variateur de type 6/6. En effet, comparativement au cas 6/6 précédent, près de la moitié des harmoniques disparaissent ou sont repoussées à des fréquences plus éloignées de la fondamentale $f_g = 50 \text{ Hz}$. Le risque de résonance torsionnelle diminue ainsi presque de moitié. Nous pouvons valider et entériner clairement le principe selon lequel, plus l'indice de pulsation du variateur augmente plus l'occurrence des risques de résonance torsionnelle diminue.

Analyse détaillée des familles de courants harmoniques au stator. Ces harmoniques ont été identifiées dans la Figure 54(a) et leurs valeurs et localisations sont exprimées dans les formes suivantes :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du courant au stator sont localisées à $(0, N_i)$: i) $440 \text{ Hz} \rightarrow (0, 11)$ et $520 \text{ Hz} \rightarrow (0, 13)$;
 ii) $920 \text{ Hz} \rightarrow (0, 23)$ et $1000 \text{ Hz} \rightarrow (0, 25)$; iii) $1400 \text{ Hz} \rightarrow (0, 35)$ et $1480 \text{ Hz} \rightarrow (0, 37)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $1 \times 12 f_g$ sont de forme $(12, N_i)$: i) $80 \text{ Hz} \rightarrow (12, -13)$ et $160 \text{ Hz} \rightarrow (12, -11)$;
 ii) $320 \text{ Hz} \rightarrow (12, -23)$ et $400 \text{ Hz} \rightarrow (12, -25)$; iii) $560 \text{ Hz} \rightarrow (12, -1)$ et $640 \text{ Hz} \rightarrow (12, 1)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $2 \times 12 f_g$ sont de forme $(24, N_i)$: i) $200 \text{ Hz} \rightarrow (24, -25)$ et $280 \text{ Hz} \rightarrow (24, -23)$;
 ii) $680 \text{ Hz} \rightarrow (24, -13)$ et $760 \text{ Hz} \rightarrow (24, -11)$; iii) $1160 \text{ Hz} \rightarrow (24, -1)$ et $1240 \text{ Hz} \rightarrow (24, 1)$.

Analyse détaillée des familles de couples harmoniques générés dans l'entrefer par les familles de courants harmoniques précédentes.

Ces harmoniques ont été identifiées dans la Figure 54(b) et leurs valeurs et localisations sont exprimées dans les formes suivantes :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du couple dans l'entrefer sont localisées à $(0, N_i \pm 1)$: i) $480 \text{ Hz} \rightarrow (0, 12)$; ii) $960 \text{ Hz} \rightarrow (0, 24)$; iii) $1440 \text{ Hz} \rightarrow (0, 36)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $1 \times 12 f_g$ et sont données par la forme $(12, N_i \pm 1)$: i) $120 \text{ Hz} \rightarrow (12, -12)$; ii) $360 \text{ Hz} \rightarrow (12, -24)$; iii) $600 \text{ Hz} \rightarrow (12, 0)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $2 \times 12 f_g$ et sont données par la forme $(24, N_i \pm 1)$: i) $240 \text{ Hz} \rightarrow (24, -24)$; ii) $720 \text{ Hz} \rightarrow (24, -12)$; iii) $1200 \text{ Hz} \rightarrow (24, 0)$.

En outre, on peut aussi observer clairement que plus l'indice de pulsation du variateur de courant augmente, plus le diagramme de Campbell associé se nettoie. Autrement dit, certaines composantes du couple disparaissent lorsque l'indice de pulsation du variateur augmente. Pour un point de fonctionnement donné, les points de croisement dans le diagramme, susceptibles de coïncider avec une des fréquences naturelles du système afin de provoquer une résonance diminuent lorsque l'indice de pulsation du variateur augmente.

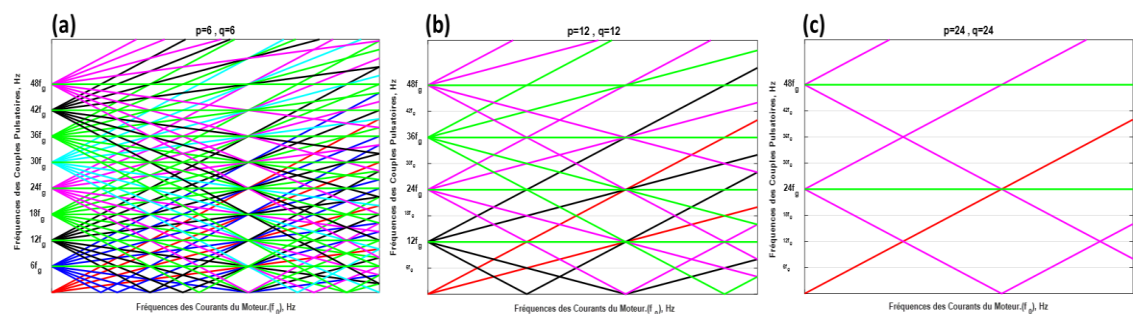


Figure 55 : Diagramme de Campbell pour les couples pulsatoires avec un variateur de courant de type : (a) 6/6; (b) 12/12; (c) 24/24 © G. Ekemb

La Figure 55 montre qu'en partant d'un variateur de courant de type 6/6 à celui de type 24/24 en passant par 12/12, le diagramme de Campbell perd des familles d'harmoniques

connues et les points de probabilité de résonance torsionnelle diminuent. En (a) le variateur de type 6/6 possède toutes les familles de couples pulsatoires. En (b) le variateur de type 12/12 perd les familles $6f_g$, $18f_g$, $30f_g$ et $42f_g$; les restantes sont réduites de moitié. En (c) le variateur de type 24/24 en plus des familles déjà perdues perd encore les familles $12f_g$ et $36f_g$; les restantes sont encore réduites de moitié en nombre de droites.

4.7.4.3 Validation de la démarche de reconstruction du couple

La validation de la démarche adoptée dans nos travaux consiste à superposer : (i) le courant simulé au courant reconstruit ou calculé et (ii) le couple électromagnétique simulé au couple reconstruit par analyse. L'échelle sur les axes des abscisses (temps) est le même.

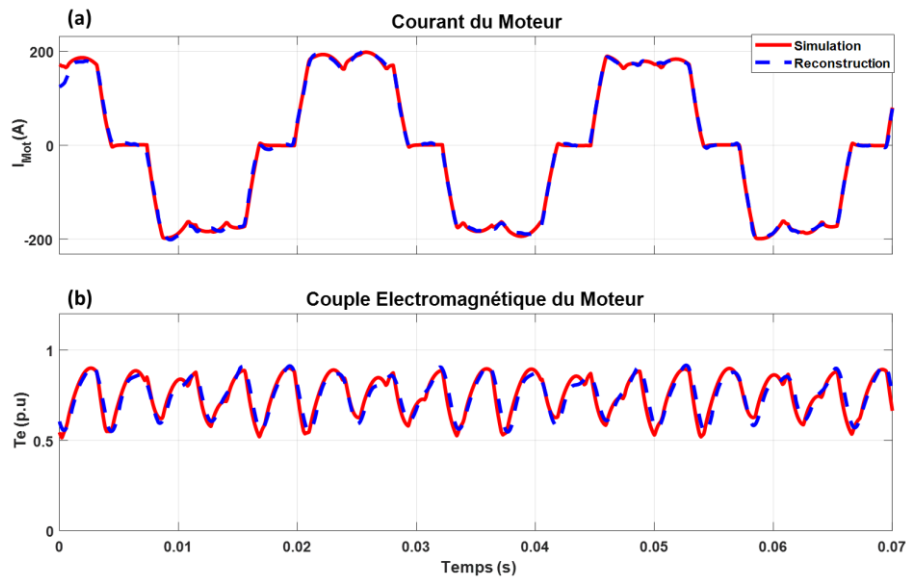


Figure 56 : Validation croisée entre grandeurs simulées et celles reconstruites du moteur triphasé pour un variateur de courant de type 6/6 © G. Ekemb

Nous nous basons sur la Figure 38 en (a) et en (b). Les variateurs de courant implémentés sont de type 6/6 alimentant une machine synchrone triphasée, confère Figure 56, alors que le type 12/12 alimente une machine à six phases comprenant deux systèmes triphasés (confère Figure 57). Le point de fonctionnement utilisé est $f_0 = 40 Hz$.

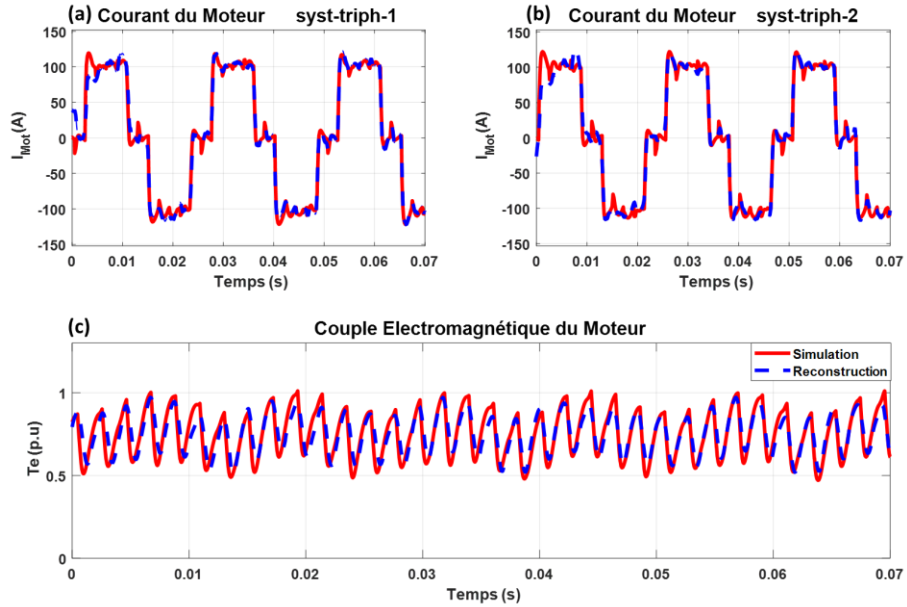


Figure 57 : Validation croisée entre grandeurs simulées et celles reconstruites du moteur hexaphasé pour un variateur de courant de type 12/12 © G. Ekemb

La superposition presque parfaite entre les grandeurs simulées et celles reconstruites par calcul analytique conforte la méthodologie d'analyse qui soutient nos travaux.

4.8 CONCLUSION

Ce chapitre montre que l'évaluation et l'analyse des couples pulsatoires dans l'entrefer des machines alimentées par des variateurs de courant nécessitent de préciser quelques connaissances préalables allant des configurations types et des spécificités fonctionnelles des systèmes d'entrainements de forte puissance, à la formulation générale des harmoniques électriques dans les convertisseurs de courant de type p/q, en passant par des topologies des convertisseurs de courant à commutation assistée par la charge.

Dans le système d'entrainement comme dans l'industrie du pétrole, on met en évidence trois configurations types qui établissent une compatibilité entre les types de machines électriques et les types de variateurs de vitesse. Ainsi, au début de l'intervalle des

fortes puissances ayant des vitesses élevées, on a une compatibilité machines asynchrones-variateurs de tensions. Vers des puissances élevées en fin d'intervalle, les machines synchrones sont bien adaptées pour les variateurs de courant. Enfin dans la gamme des puissances fortes intermédiaires, il y'a une concurrence rude entre les deux configurations déjà citées. Les défis techniques relevés sur les variateurs de vitesse pour l'industrie du pétrole et du gaz concernent : i) la compatibilité de la machine ; ii) la fiabilité ; et iii) l'excitation torsionnelle et la faible ondulation du couple.

Les topologies des convertisseurs de courant assistés par la charge qui sont dédiés aux machines synchrones dans ce chapitre, ont une architecture de type p/q et dont le convertisseur de base est de type $6/6$. Ces convertisseurs de base peuvent être associés soit en série pour améliorer la tension d'alimentation, soit en parallèle pour améliorer le courant absorbé par la charge.

L'analyse des harmoniques électriques dans le convertisseur de courant de type p/q a permis définir une formulation générale des harmoniques électriques créées par les variateurs de courant.

En ignorant les composantes de couple dues aux fluctuations dynamiques du système telles que les variations de la charge mécanique entraînée, les défauts sur les roulements, les ruptures de barres rotoriques, ainsi que d'autres irrégularités structurelles ou toute autre source de vibrations et partant des différents types ou familles d'harmoniques électriques dépendent des valeurs des couples d'entiers (m_v, n_v) pour la tension et (m_i, n_i) pour le courant, une formulation générale des harmoniques électromagnétiques dans l'entrefer de la machine synchrone entraînée est établie.

En réalité, les fluctuations dynamiques du système ont une faible influence sur la vitesse du rotor et leurs effets sont négligeables comparés au couple électromagnétique créé par l'alimentation à vitesse variable.

Ainsi nous avons pu identifier les différentes familles des harmoniques du couple et préciser les données et critères qui concourent à leurs générations respectives. Le résultat de la copulation entre familles préférentielles d'harmoniques de courant et de tension montre que le couple électromagnétique créé par l'alimentation à vitesse variable comprend :

- Une composante continue résultant de l'interaction entre harmoniques de tensions et de courants localisés aux mêmes fréquences;
- Une composante issue de l'interaction entre le courant fondamental et les harmoniques de base de la tension;
- Une composante, effet de la copulation entre la tension fondamentale et les harmoniques de base du courant.

Les diagrammes de Campbell établis pour 4 convertisseurs de courants de types p/q permettent de prédire la localisation fréquentielle précise des composantes du couple, capables d'exciter une résonance torsionnelle pour chaque type de variateur p/q . De plus, il faut remarquer que :

- les indices de pulsation p et q respectifs du redresseur et de l'onduleur sont des multiples de 6 et leurs valeurs dépendent des techniques de combinaison des structures de base respectives qui les composent ;
- les fréquences des composantes du couple dans l'entrefer de la machine synchrone s'écrivent comme une combinaison des fréquences (f_r) ou (f_g) du réseau et du fondamental (f_0) de la f.é.m. ou f.c.é.m. de la machine et le coefficient de combinaison de (f_r) est paramétré en p alors que le coefficient de combinaison de (f_0) est paramétré en q ;
- plus les indices de pulsations sont élevés, moins il y'a des composantes de couples dont les fréquences peuvent exciter une résonance torsionnelle. En clair

le choix d'un variateur de courant adéquat est recommandé comme une solution au problème de résonance afin de garantir la conformité aux exigences du standard IEEE-519.

Une validation théorique des résultats est faite. En effet, le croisement du couple simulé et du couple reconstruit a corrélé les résultats avec les expressions analytiques développées dans ce chapitre.

Il s'agissait d'élucider la relation entre les variateurs de courant de plusieurs types p/q (6/6, 6/12, 12/12, ...) et les machines synchrones simples ou groupées en puissances importantes ($m \cdot 3$ phases, c-à-d 3, 6, 9, 12, ... phases) et compatibles.

Après avoir étudié le cas spécifique du variateur de tension (LCI) associé à la machine synchrone pour identifier où sont localisées et prédites les imperfections de torsion, nous appliquons les chapitres 2 et 3 à l'association variateur de tension et machine asynchrone dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 5

COUPLES PULSATOIRES DANS DES MACHINES ALIMENTEES PAR CONVERTISSEURS DE TENSION

5.1 INTRODUCTION

Pour certaines des applications de fortes puissances et à vitesse réglable, les convertisseurs de tensions, de dénomination anglaise voltage source inverter (VSI), conviennent comme structures de commande des actionneurs électriques d'entraînement que sont les machines électriques asynchrones.

Dans de tels systèmes, les défis à relever, tant sur la structure du convertisseur ou de la machine entraînant que sur la technique de commande à adopter, concernent la gestion de la grande vitesse (8 à 20 mille tours par minute) et de la puissance qui peut aller de 20 à 60 mégawatts.

Ces systèmes d'entraînement aussi, comme ceux des machines synchrones entraînées par des variateurs de courants de forte puissance, comportent des arbres d'entraînement relativement longs et munis de plusieurs masses en rotation.

Ainsi, une fréquence naturelle ou mécanique du système d'entraînement risque de coïncider avec une fréquence de l'une des composantes du couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine asynchrone. Une résonance torsionnelle peut alors être générée. Une accélération de la fatigue, une défaillance de composant(s) ou une perte de production du système en cas d'arrêt complet peut avoir lieu.

Les composantes pulsatoires du couple dépendent à la fois du convertisseur statique qui alimente la machine électrique et de la technique de commande utilisée. Il importe donc de mener une évaluation analytique temporelle et fréquentielle des composantes du couple électromagnétique produites par des convertisseurs de tension, au niveau de l'entrefer des

machines asynchrones afin localiser et mesurer l'amplitude des fréquences susceptibles de générer une résonance torsionnelle. Cette analyse prédictive permet, grâce à de techniques appropriées, d'amortir ou d'éviter les effets de la résonance. En outre, elle guide le choix adéquat des structures et des techniques de commande.

Notre démarche consiste tout d'abord à examiner les variateurs de tension du point de vue cadre d'application, défis conceptuels et techniques de commande. Par la suite, une investigation est faite sur des structures de convertisseurs de tension dédiés aux fortes puissances et couramment utilisés.

Pour une bonne prédiction, une étude des harmoniques électriques et des harmoniques de couple en fonction de chaque type de convertisseur de tension ou du type de commande permet de relever à la fois de possibles uniformités et surtout les spécificités liées à chaque combinaison étudiée. Une validation théorique exemplaire par simulation est faite pour chaque combinaison de structure NPC retenue.

5.2 TOPOLOGIE DES CONVERTISSEURS SOUS INVESTIGATION

Dans cette section, nous rappelons d'abord les plages d'utilisation des variateurs de tensions en nous appuyant sur la *Figure 27* du chapitre 4 précédent et par la suite, nous relevons les défis liés à ce type de convertisseurs. Une présentation des techniques de commande des convertisseurs investigués clôture la section.

5.2.1 Cadre d'application et défis des convertisseurs de tension

5.2.1.1 Plage d'utilisation des variateurs de tension (VSI)

En observant la *Figure 27* du chapitre 4, on découvre les plages de fonctionnement préférentielles des variateurs de vitesse de types variateurs de courants et variateurs de tension. Il se dégage que :

- dans les applications de moyenne puissance (1-4 MW), pour lesquelles les vitesses d'entraînement sont entre 15000 et 20000 tr/mn, l'utilisation des variateurs de tension à modulation de largeur d'impulsions (MLI, ou pulse width modulation, PWM) est courante et il y a une large variété de variateurs commercialisés ;

- dans ce domaine qui couvre les moyennes vitesses et les puissances allant de 15 à 45 MW, une forte compétition est ouverte entre les variateurs de courants et les variateurs de tension. Certains critères du cahier des charges techniques comme la fiabilité élevée ou la faible probabilité de résonance torsionnelle guident les choix.

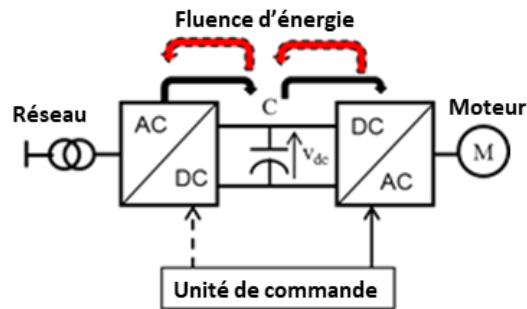


Figure 58 : Machine asynchrone alimentée par un variateur de tension [92] @ IEEE, 2019

En outre, l'utilisation des variateurs électroniques de vitesse dans des chaînes de conversion énergétique de moyennes et fortes puissances, la contrainte de compatibilité avec la machine commandée s'impose. Ainsi, pour ces gammes de puissances, comme l'indique la Figure 58, une compatibilité claire est établie entre les machines asynchrones et les variateurs de tension à modulation de largeur d'impulsion (MLI ou PWM) [58], [59].

Les topologies des variateurs de tension à utiliser sont ainsi liées aux défis techniques à relever dans le cadre d'une application donnée.

5.2.1.2 Défis techniques des variateurs de tension (VSI)

Les défis techniques des variateurs de tension dans le cadre des applications évoquées dans notre travail, relèvent de deux préoccupations majeures : le défi lié à la grande

vitesse qui peut varier de 8000 à 20000 tours par minutes, et à la grande puissance qui à son tour, décrit une plage allant de 20 à 45 MW.

Les préoccupations au sujet du fonctionnement à grandes vitesses sont d'opérer à fréquence fondamentale élevée et à fréquence porteuse faible.

Pour satisfaire le niveau des puissances désirées, plusieurs stratégies sont mises à contribution. Ces stratégies concernent la mise en série ou en parallèle des composants ou des modules afin de satisfaire des contraintes électriques. Ainsi, on adopte :

- la mise en série de la tension si on veut augmenter la tension ;
- la mise en série des modules pour améliorer la qualité de la tension et augmenter l'amplitude de la tension ;
- la mise en parallèle des composants de puissance pour augmenter le courant ;
- la mise en parallèle des modules pour augmenter la puissance délivrée par le convertisseur.

Il faut rappeler qu'aux défis liés sur les convertisseurs de tension, s'ajoutent ceux sur la machine asynchrone. Elle pourrait, selon le besoin, être une machine multi-système triphasé c'est-à-dire une machine asynchrone à 6, 9 ou 12 phases.

5.2.2 Techniques de commande des variateurs de tension

En électronique industrielle, une modulation est une technique permettant de générer un signal quantifié, image du signal de référence continu. Le signal de référence du modulateur est l'image de ce qu'il faudrait idéalement appliquer au dispositif à contrôler pour obtenir l'effet désiré. Le signal modulé ou généré par le modulateur est l'image du signal le plus proche que le convertisseur est capable d'imposer à l'aide des niveaux dont il dispose.

Dans ce transfert d'énergie, on peut obtenir soit un changement d'état en courant ou en vitesse, soit un apport de puissance. La commande applique la représentation obtenue du convertisseur. Le convertisseur peut alors générer un ensemble de niveaux donnés, chacun

pouvant être considéré comme constant. Les méthodes de modulations adaptées sont les modulations en largeur d'impulsion (MLI), appelées en anglais pulse width modulation (PWM).

5.2.2.1 Techniques de commande pour variateur individuel

Pour les variateurs individuels, nous traitons des variateurs de tensions appartenant à deux familles : NPC (Neutral Point Clamped) et pont en H. La commande regroupe l'ensemble des mécanismes permettant d'imposer un point de fonctionnement ou une trajectoire au convertisseur. La méthode de modulation influe la trajectoire de la tension et donc celle des signaux de commande.

Pour obtenir la représentation à deux niveaux, on prendra un signal en dents de scie comme porteuse et un signal de référence à variation lente par rapport à la porteuse. Le signal modulé est obtenu par comparaison de la porteuse avec le signal de référence. Si la porteuse est plus grande que le signal de référence, le niveau bas du signal modulé est appliqué tandis que lorsqu'elle est inférieure, le niveau haut est appliqué. Le signal de référence est échantillonné à ses points d'intersection avec la porteuse et ses échantillons sont projetés sur l'axe temporel.

Par cette opération nous obtenons une représentation échantillonnée du signal à temps continu et pour chacun des échantillons, les deux durées d'application du niveau haut et du niveau bas.

Ce mécanisme de projection permet de cette manière d'obtenir le rapport cyclique de modulation puis de construire le signal de sortie sans avoir à effectuer de calcul. Il est à la base du fonctionnement des modulateurs en largeur d'impulsion basés sur la comparaison d'un signal de référence avec un ensemble de porteuses. Il assure l'égalité de la valeur moyenne du signal modulé avec la valeur du signal échantillonné :

$$u_{ref} = v_B + d.(v_H - v_B) \text{ et } (v_B - u_{ref})(v_H - u_{ref}) \leq 0 \quad (5.1)$$

Avec :

d : rapport cyclique

u_{ref} : tension de référence

v_H : niveau immédiatement supérieur à u_{ref}

v_B : niveau immédiatement inférieur à u_{ref}

5.2.2.2 Techniques de commande pour convertisseurs modulaires

Distinguons dans le cadre de ce travail deux familles de convertisseurs modulaires : la famille des NPC en série et celle des ponts en H en parallèle. La plupart des modulateurs décrits dans la littérature sont basés sur la comparaison d'un ensemble de porteuses triangulaires avec le signal de référence [78]. Ces modulateurs peuvent également être basés sur le calcul des angles de commutation, en vue d'éliminer des harmoniques spécifiques [79].

Ce sera le cas avec les commandes PWM entrelacées. Les modulateurs multiniveaux sont généralement basés sur l'utilisation de porteuses triangulaires symétriques. Ces porteuses sont au nombre d'une de moins que le nombre de niveaux, leur agencement caractérise la méthode de modulation. La combinaison des signaux de comparaison permet de déterminer le signal modulé et plus ou moins directement d'obtenir les signaux de commande.

Ce type de variateurs de tension sont dédiés aux entraînements industriels de forte puissance pour des applications pétrolières et gazières [80]. Quatre convertisseurs NPC à trois niveaux sont en parallèle. Le moteur électrique voit la tension différentielle résultant de la valeur moyenne des tensions individuelles. Il existe deux options pour générer les formes d'onde commutées :

- Tous les convertisseurs fournissent des formes d'onde commutées synchronisées au point de couplage. Ensuite le système global fonctionne comme un convertisseur NPC unique.

- Les formes de tensions commutées sont déphasées de telle sorte que les tensions au point de couplage sont convenablement ajoutées pour former une tension à plusieurs niveaux et cela s'appelle un système entrelacé. Les ensembles de tension triphasée sont tels

que les harmoniques par convertisseurs sont ajoutées de telle sorte que certaines harmoniques sont annulées sur la tension moteur résultante.

5.3 TOPOLOGIES DES VARIATEURS DE TENSION SOUS INVESTIGATION

Des travaux antérieurs ont porté sur la fiabilité des variateurs électroniques de vitesse (VFD). Chaque cas étudié dépend du produit fini où le nombre de composants (y compris les dispositifs d'alimentation) est crucial [60], [61].

En considérant que dans le domaine des moyennes et fortes puissances, les courants et tensions sont élevés, les topologies des variateurs électroniques de tension sont adéquatement choisies. Deux topologies de base sont mises en évidence dans nos travaux : la structure NPC individuel et la structure en pont en H individuel.

À partir de ces deux topologies individuelles, deux autres architectures sont présentées : la structure NPC en parallèle et la structure en pont en H multiple. Les mises en parallèle ou en série des topologies individuelles permettent d'obtenir des puissances plus importantes.

5.3.1 Structure NPC

Les structures à point neutre appelées en anglais Neutral Point Clamped (NPC) sont des structures de base pour les architectures des onduleurs de tension du domaine des applications de moyenne et forte puissances. La topologie initiale est proposée par A. Nabae et H. Akagi dans [79] pour la génération de trois niveaux de tension.

L'objectif de cette structure (confère Figure 59) était de réduire l'amplitude des harmoniques injectées par l'onduleur dans la charge. La forme d'onde de trois niveaux résultante présente, entre autres, une meilleure qualité spectrale par rapport à celle d'un onduleur triphasé classique.

D'autres variantes de la topologie à potentiel distribué ont vu le jour : la structure pyramidale proposée par I. Barbi [81] et qui permet une connexion systématique des diodes quel que soit le niveau désiré. Cette topologie nécessite un contrôle rigoureux des tensions aux bornes des condensateurs [82]- [83].

Ensuite d'autres variantes ont vu le jour. Leur configuration est une modification de la topologie NPC de base à cinq niveaux. Leur accès au point neutre se fait à travers des interrupteurs bidirectionnels qui ne supportent pas la même tension.

Ces dernières variantes sont mieux adaptées pour les applications de faibles puissances [84]- [85]. La topologie à cellules imbriquées de T. Meynard et H. Foch [86] présente plusieurs cellules imbriquées les unes dans les autres avec un fonctionnement quasi identique à celui d'un NPC.

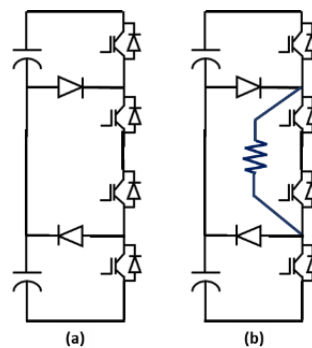


Figure 59: Branche d'onduleur NPC à 3 niveaux (a) sans résistance d'équilibrage (b) avec résistance d'équilibrage [79] © [IEEE, 1981]

Les variateurs de tension de type NPC, utilisés dans nos travaux, présentent les avantages et inconvénients suivants :

- Puissance d'entrée de bonne qualité : les onduleurs NPC utilisés pour les applications du pétrole et du gaz ont au moins 2 à 4 cellules par phase, c.-à-d. un spectre de courant avec 12-24 pulsations naturellement assez pour satisfaire les standards internationaux comme le IEEE STD 519-2014 au point de couplage commun.

- Simplicité : ce type de variateurs de tensions possèdent une structure facile à comprendre. Cette modularité du variateur de tension est très compacte et de maintenance simple.

- Puissance et vitesse calibrées : ce type de convertisseur peut être utilisé dans les applications pour lesquelles de fortes puissances et grandes vitesses sont requises; la fréquence de sortie peut atteindre 300 Hz et propice pour alimenter les moteurs à grande vitesse d'opération.

Les onduleurs NPC et ceux à cellules imbriquées divisent leur tension d'alimentation. Ces topologies peuvent fonctionner à partir d'une alimentation continue unique. Les composants nécessaires pour réaliser ces topologies sont dans le Tableau 15 [87].

Tableau 15: Nombre de composants par topologie [89] © [EPFL, 2005]

Topologie	m	T	D	C	n	N_E
NPC	m	$2m$	$m^2 + m$	$2m/b$	$m+1$	$m+1$
Cellules imbriquées	m	$2m$	$2m$	$(m^2 - m)/2$	$m+1$	2^m

Avec :

m : le nombre d'étages ou de cellules,

b : nombre de branches (2 en monophasés, 3 en triphasé),

T : nombre de transistors,

D : nombre de diodes,

C : nombre de condensateurs,

n : nombre de niveaux obtenus,

N_E : nombre d'états de commutation.

Ces structures permettent une conversion directe et prennent avantage pour les applications avec échange de puissance active puis, lorsque les sources qui échangent de la puissance ne nécessite pas d'isolation galvanique.

5.3.2 Structure NPC en parallèle

La structure NPC en parallèle réalisée et étudiée dans le cadre de nos travaux est celle de la Figure 60.

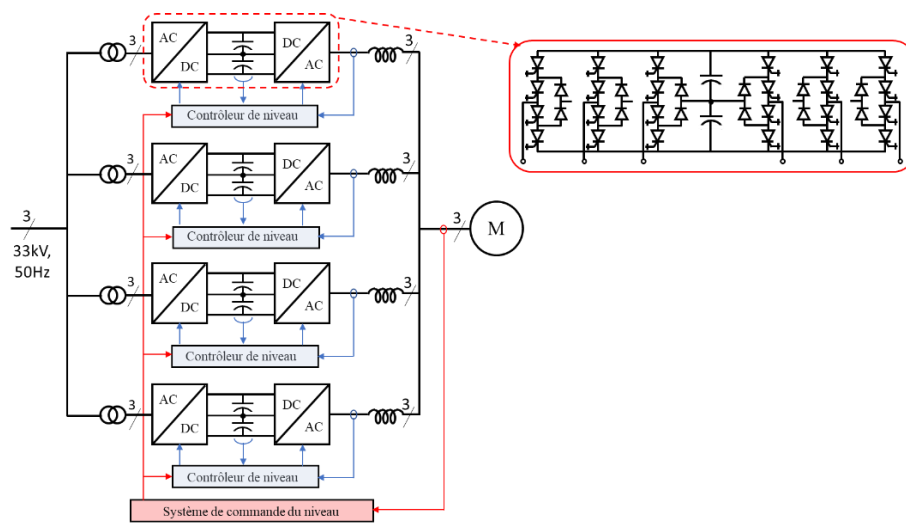


Figure 60 : Variateurs de tension basés sur convertisseurs NPC connectés en parallèle [92]

@ IEEE, 2019

Cette configuration est proposée pour les entrainements de forte puissance. Ainsi, pour alimenter un moteur asynchrone de 35 MVA à 3.3 kV, 3000 r/min, un module de variateur shunt à commande entrelacée est proposé au [80]. Chaque module possède un groupe de trois NPC basés sur les IGBT et montés dos à dos comme l'indique la Figure 60.

Les signaux PWM de tous les modules peuvent être synchronisés tels que le système se comporte comme un simple convertisseur NPC de trois niveaux. Ils sont régulièrement espacés et leurs tensions de sortie soient entrelacées et additionnées aux points de connexion commune.

5.3.3 Structure en pont en H

La Figure 61 montre un convertisseur multiniveau basé sur la mise en série d'onduleurs monophasés ou pont en H ou cellule partielle. Ces cellules partielles peuvent être connectées en étoile ou en triangle et chacune est alimentée par une source de tension continue de même valeur. Elles doivent être galvaniquement isolées les unes des autres afin d'éviter un court-circuit lors de leur mise en série.

Il s'agit d'optimiser les performances du convertisseur en générant la même tension à la sortie de chaque cellule afin d'éliminer des harmoniques ou de réduire des pertes [88].

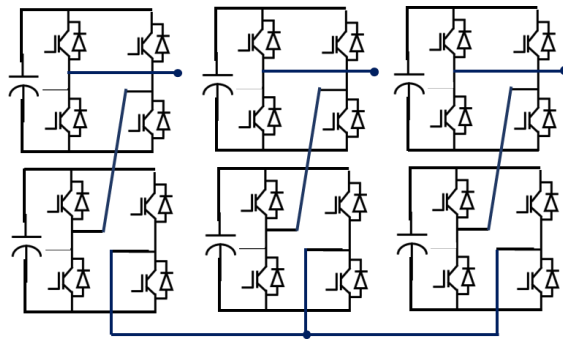


Figure 61 : Mise en série de deux onduleurs monophasés par phase [88] © EPFL, 2004

Les avantages et limitations de la topologie pont en H sont les suivantes :

- Qualité de la puissance d'entrée : les onduleurs de tension utilisés dans les applications gazières et pétrolières ont au moins 6 cellules par phase c.-à-d. un spectre de courant a au moins 36 pulsations, qui sont généralement suffisants pour remplir les standards internationaux comme le IEEE STD 519-2014 en leurs points de couplage commun.

- Puissances et calibres de vitesse : ce type de convertisseurs peuvent être utilisés dans des applications où grande puissance et grande vitesse sont requises. La fréquence de sortie peut atteindre 300 Hz, convenable pour alimenter des moteurs à vitesse d'opération élevée.

- Faible ondulation du couple : grâce au nombre élevé des étages de tension de sortie et à sa fréquence de commutation élevée, ce convertisseur génère théoriquement des

harmoniques de tensions et de courants faibles conduisant pour le moteur, à un couple d'entrefer à ondulations réduites ; ce qui rend le convertisseur peu sensible aux fréquences naturelles de l'arbre d'excitation.

- Modularité : grâce à sa modularité, ce type de variateurs de vitesse offre beaucoup de solutions pour gérer en pièces détachées, principalement à des endroits éloignés avec des exigences de transport et de logistique difficiles.

- Fiabilité : le nombre de composants de puissance et leurs pilotes de gâchette sont élevés, principalement pour des applications de forte puissance où chaque module en pont en H comprend plusieurs IGBTs. Cependant, à cause de leur construction ou de la capacité de tolérance aux fautes de ces variateurs de vitesse, il possède une fiabilité élevée, comparé aux autres variateurs. Ce variateur de vitesse est envisagé pour une marinisation et une exploitation à plus de 300 m de profondeur d'eau.

- Complexité : le transformateur d'entrée est assez complexe avec un risque élevé de défaillance tour à tour. La défaillance du transformateur induit habituellement la défaillance de toute l'unité. Un transformateur est un équipement à long câble qui nécessite un temps d'arrêt substantiel pour être remplacé.

Les onduleurs à cellules en série sont élévateurs de tension d'alimentation, car la tension de sortie maximale est plus grande que chacune des tensions d'alimentation et cette sortie est plus petite ou égale à la somme des tensions d'alimentation. Les alimentations des cellules peuvent recourir, dans la plupart des cas, à des transformateurs pour obtenir non pas une alimentation continue unique, mais des alimentations nécessaires.

Une élévation de la tension est obtenue grâce au couplage parallèle des transformateurs du côté alimentation et à l'addition des tensions côté charge. Le nombre de composants nécessaires pour réaliser une branche d'onduleur à partir des structures d'onduleurs connus est possible.

Cette comparaison est faite à partir de m transistors mis en série pour former les macro-interrupteurs dans le Tableau 16 [87].

Tableau 16 : Comparatif des composants pour une branche d'onduleur [87] © [EPFL, 2005]

Topologie	m	T	D	C	n	N_E
NPC	m	$2m$	$m^2 + m$	$2m/b$	$m+1$	$m+1$
Cellules imbriquées	m	$2m$	$2m$	$(m^2 - m)/2$	$m+1$	2^m
Pont simple	m	$2m$	$2m$	0	2	2

5.3.4 Structure en pont en H multiples

La structure en pont en H multiples est une topologie basée sur des cellules monophasées (en pont en H) telle que présentée dans notre travail. Elle comprend à basse tension des transistors bipolaires à grille isolée (en anglais IGBT : insulated gate bipolar transistor) par module et connecté en série sur chaque phase pour obtenir le niveau de tension requis pour les applications de forte puissance.

Pour un moteur de 15 MW, 7.2 kV, sept cellules partielles sont utilisées. Elles sont alimentées par un transformateur multi-secondaire basse fréquence. Certains modules sont redondants afin d'améliorer la disponibilité électrique du système en mettant en œuvre une PWM telle que le variateur de vitesse puisse opérer avec des cellules défailtantes [64]. Pour alimenter un gros moteur, plusieurs de ces convertisseurs peuvent être utilisés comme l'indique la Figure 62.

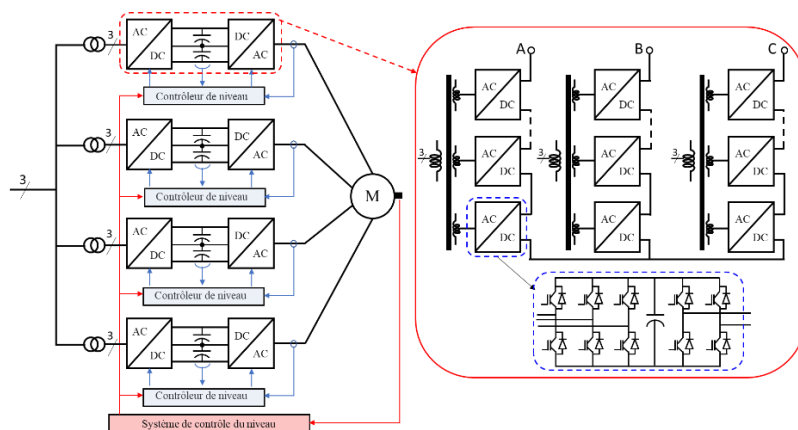


Figure 62 : Architecture d'un onduleur de tension multifilaire et connectés en série [92]. @

[IEEE, 2019]

Les enroulements sont spatialement décalés de 15° . La puissance nominale du moteur est de 45 MW [58] et [59]. L'analyse se concentre sur les harmoniques de tension et le couple dans l'entrefer pour tout jeu d'enroulements triphasés. Ainsi, la combinaison totale produit un couple de 12 phases au niveau de l'entrefer du moteur.

Le couple électromagnétique temporel et fréquentiel développé dans l'entrefer du moteur alimenté par un variateur de vitesse est étudié analytiquement dans la suite. Aussi, le couple produit par une machine triphasée alimentée par quatre de ces convertisseurs connectés en parallèle et commandés par une PWM synchronisée ou entrelacée y est développé.

5.4 COUPLES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR NPC

Le couple dans l'entrefer d'une machine alimentée par NPC est examiné pour deux cas : le convertisseur NPC individuel et le convertisseur NPC en parallèle. Dans chaque cas, il s'agit de rappeler les harmoniques électriques de tension en fonction du type de structure de variateur ou du type de commande (synchronisée ou entrelacée) puis d'écrire les harmoniques de couple suivant la même logique. Pour arriver à rendre cette étude compréhensive, nous allons rappeler l'écriture des grandeurs électriques génériques qui ont permis de lier les harmoniques de tensions aux harmoniques de couples.

Les formes génériques des composantes des courants et tensions sont écrites dans l'équation (5.2).

$$\begin{cases} v_{m_v, n_v}(t) = V_{m_v, n_v} \cos(m_v \omega_k t + n_v \omega_0 t + \theta_{m_v, n_v}^v) \\ i_{m_i, n_i}(t) = I_{m_i, n_i} \cos(m_i \omega_k t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i, n_i}^i) \end{cases} \quad (5.2)$$

Avec :

$V_{m_v, n_v}, I_{m_i, n_i}$: Amplitudes des composantes de tension et courant

ω_0 : Pulsation du fondamental en rad/s

ω_k : Pulsation arbitraire indépendante de ω_0 en rad/s

$\theta_{m,n_v}^v, \theta_{m,n_i}^i$: Phases des composantes de tension et courant

m_v, n_v : Entier constant arbitraire.

n_v, n_i : Entier arbitraire ne pouvant être que dans la forme séquence négative ou positive; i.e. n_v, n_i ne doit pas être un multiple de 3.

Cette notation générique nous rappelle qu'il existe trois types d'harmoniques électriques visibles :

(i) les harmoniques caractéristiques de base (en anglais baseband harmonics) proportionnelles à la fréquence du fondamental du moteur et qui regroupent le fondamental et les multiples de séquences positives ou négatives sans être les multiples de 3 ;

(ii) les harmoniques non caractéristiques de porteuses (en anglais carrier-band harmonics), proportionnelles à la fréquence de commutation et qui se constituent des harmoniques multiples des entiers pairs ou impairs à la fréquence de la porteuse et ;

(iii) les inter-harmoniques (en anglais sideband carrier harmonics) qui sont autour des harmoniques non caractéristiques c.-à-d. autour des fréquences multiples de la porteuse et comprennent un mélange ou une combinaison d'harmoniques proportionnelles à la fois aux fréquences des harmoniques caractéristiques et non caractéristiques.

5.4.1 NPC individuel

5.4.1.1 Harmoniques électriques

Le convertisseur NPC individuel à commande synchronisée est tel que d'après le [75], le spectre des harmoniques électriques d'un convertisseur PWM symétrique est

caractérisé par des entiers multiples de la fréquence de la porteuse f_c ou f_{sw} et la fréquence f_0 ou f_{mot} du fondamental du moteur. Chaque harmonique de tension s'écrit de la manière suivante :

$$v_{m,n_v}(t) = V_{m,n_v} \cos(m_v \omega_c t + n_v \omega_0 t + \theta_{m,n_v}^v) \quad (5.3)$$

Où $\omega_c = 2\pi f_c$ et $\omega_0 = 2\pi f_0$. De même, θ_{m,n_v}^v et V_{m,n_v} sont respectivement les phase et amplitude de l'harmonique et dépendent tous les deux de la méthode de modulation. m_v et n_v sont des entiers constants dont différentes combinaisons peuvent résulter de la même fréquence harmonique sans impacter l'amplitude V_{m,n_v} . Dans ce cas et en conséquence, la phase de l'harmonique s'écrit ainsi qu'il suit :

$$\theta_{m,n_v}^v = m_v \theta_c + n_v \theta_0 + \delta_{m,n_v} \quad (5.4)$$

Où θ_c et θ_0 sont respectivement les phases de la porteuse et le fondamental de la tension de référence à générer. D'après le [75], pour le type de modulation adoptée dans ce travail, les harmoniques visibles sont les suivantes :

- Les harmoniques de base ou caractéristiques lorsque $m_v = 0$ et $n_v \geq 1$, uniquement pour les composantes de séquences positives et négatives c.-à-d. $n_v = |6l \pm 1|$ avec $l = 0; 1; 2; \dots$

- Les harmoniques multiples de la porteuse ou non-caractéristiques lorsque $m_v \neq 0$ et $n_v = 0$.

- Les inter-harmoniques lorsque $m_v \neq 0$ et $n_v \neq 0$. Les combinaisons de même parité étant nulles, seules les combinaisons de parités différentes sont présentes comme indiquées dans les (5.5) et (5.6).

$$m_v, m_i = 2, 4, 6, \dots; \quad n_v, n_i = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \quad (5.5)$$

$$m_v, m_i = 1, 3, 5, \dots; \quad n_v, n_i = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots \quad (5.6)$$

Pour les inter-harmoniques, les parités paires de (m_v, m_i) se combinent aux parités impaires de (n_v, n_i) et vice versa.

Considérant la modulation synchronisée pour L niveaux donnés, la tension harmonique de la phase de référence peut s'écrire comme suit :

$$v_a(t) = \frac{L-1}{2} V_{01} \cos(\omega_0 t) + \frac{L-1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} V_{0,2n-1} \cos((2n-1)\omega_0 t) \quad (5.7)a$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} V_{(2m-1),0} \cos((2m-1)\omega_c t) \quad (5.7)$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{2m,2n+1} \cos(2m\omega_c t + (2n+1)\omega_0 t) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} V_{2m-1,2n} \cos((2m-1)\omega_c t + 2n\omega_0 t) \quad (5.7)d$$

L'expression de la tension simple de référence met en évidence les trois composantes visibles de la tension délivrée le convertisseur NPC individuel à commande synchronisée : (i) les harmoniques de base avec l'équation (5.7)a ; (ii) les harmoniques de la porteuse à travers l'équation (5.7); (iii) les inter-harmoniques avec l'équation (5.7)d.

Les tensions harmoniques $v_b(t)$ et $v_c(t)$ deux autres phases b et c s'écrivent en remplaçant $\omega_0 t$ de la référence respectivement par $(\omega_0 t - 2\pi/3)$ et $(\omega_0 t + 2\pi/3)$.

5.4.1.2 Harmoniques du couple

Les harmoniques de couple à amplitudes significatives pour l'analyse du couple sont localisées à des fréquences où : (i) la fréquence du fondamental de la tension couple avec toutes les harmoniques du courant et (ii) la fréquence du fondamental du courant couple avec toutes les harmoniques de la tension. L'écriture des harmoniques du couple tient donc compte

du type de commande PWM utilisée. Les harmoniques visibles du couple dans la commande PWM synchronisée sont localisées comme suit :

- Harmoniques caractéristiques :

$$m = 0; n = 6l, \forall l = 0, 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

- Les inter-harmoniques :

$$m = 2j + 1; n = \pm 3(2i + 1), \forall i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (5.9)$$

$$m = 2j; n = \pm 3(2i); \forall i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (5.10)$$

En effet, les harmoniques de couple dans l'entrefer s'écrivent de manière générale :

$$t_{eh}(t) = T_{eh} \cos(\omega_h t + \theta_h) \quad (5.11)$$

Avec :

$$T_{eh} = \varepsilon_{n_v} \cdot \frac{3P}{2} \frac{V_{m,n_v}}{2m_v \omega_c + n_v \omega_0} I_{m,n_i} \quad (5.11a)$$

$$\omega_h = \left| \left(m_i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} m_v \right) \omega_c + \left(n_i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} n_v \right) \omega_0 \right| \quad (5.11b)$$

$$\theta_h = \theta_{m_i n_i}^i - \frac{\varepsilon_{N_i}}{\varepsilon_{n_v}} \theta_{m_v n_v}^v \quad (5.11c)$$

Où $\varepsilon_{n_v} = 1$ et $\varepsilon_{n_i} = 1$ pour les harmoniques de séquence positive

Et $\varepsilon_{n_v} = -1$ et $\varepsilon_{n_i} = -1$ pour les harmoniques de séquence négative.

On peut alors déduire que le couple temporel résultant dans l'entrefer d'une machine comprend une composante continue, une composante caractéristique puis deux composantes inter-harmoniques et s'écrit :

$$\begin{aligned}
t_e(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{e,0,6n} \cos(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n}) \\
& + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n}) \\
& + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,2m+1,\pm 3(2n+1)} \cos((2m+1)\omega_c t \pm 3(2n+1)\omega_0 t + \theta_{2m+1,\pm 3(2n+1)})
\end{aligned} \tag{5.12}$$

5.4.2 NPC en parallèle

5.4.2.1 Harmoniques électriques

Nous distinguons le convertisseur NPC à commande synchronisé de celui à commande entrelacé. La commande PWM synchronisée des NPC en parallèle est identique à celle des NPC individuels. Les NPC en parallèle synchronisés se comportent globalement comme un grand et unique NPC individuel.

Cependant, la commande entrelacée concerne au moins deux NPC individuels en parallèle et dont les commandes sont décalées. C'est la porteuse qui est décalée et pas la tension de référence. On a donc une même fréquence du fondamental et une même fréquence de la porteuse appliquées à toutes les tensions de référence.

Les équations (5.3) et (5.4) nous rappellent les expressions analytiques de la tension de commande et de l'angle initial de commande en NPC individuel synchronisé. Lorsqu'on veut déphaser la commande d'un NPC suivant un rang k donné, la modification de la phase initiale de la tension de commande du prochain NPC se fait sur la porteuse et prend en compte le rang k du NPC dans le parallélisme à créer. On note ce déphasage initial du NPC de rang k , $m_v \theta_{c,k}$ où m_v désigne le rang de l'harmonique de tension de commande.

En effet, la modification de l'harmonique de tension peut se faire suivant la phase initiale de la tension à générer comme l'indique l'équation (5.13) ou bien suivant la phase initiale de porteuse comme le précise l'équation (5.14).

$$\theta_{m_v n_v}^v = m_v \theta_c + n_v (\theta_0 + \theta_{0,x}) + \delta_{m_v n_v} = m_v \theta_c + n_v \theta_0 + n_v \theta_{0,x} + \delta_{m_v n_v} \tag{5.13}$$

$$\theta_{m_v, n_v}^v = m_v (\theta_c + \theta_{c,k}) + n_v \theta_0 + \delta_{m_v, n_v} = m_v \theta_c + n_v \theta_0 + m_v \theta_{c,k} + \delta_{m_v, n_v} \quad (5.14)$$

Puisque la modification de la phase initiale se fait préférentiellement suivant la porteuse, la composante harmonique de la tension de commande d'un prochain NPC en parallèle s'écrit de façon générique telle qu'exprimée dans l'équation (5.15).

$$v_{m_v, n_v}(t) = V_{m_v, n_v} \cos(x + m_v \theta_{c,k}) \quad (5.15)$$

$$x = m_v \omega_c t + n_v \omega_0 t + m_v \theta_c + n_v \theta_0 + \delta_{m_v, n_v} \quad (5.16)$$

Bien que chaque convertisseur puisse être alimenté par des transformateurs différents, nous supposons la tension d'alimentation de chaque convertisseur soit sensiblement la même. Il vient alors que pour k convertisseurs en parallèle, la composante harmonique de la tension de commande a pour expression :

$$v_{m_v, n_v}(t) = \sum_{j=1}^k V_{m_v, n_v} \cos(x + m_v \theta_{c,j}) = V_{m_v, n_v} \sum_{j=1}^k \cos(x + m_v \theta_{c,j}) \quad (5.17)$$

L'équation précédente (5.17) donne pour résultante les équations (5.18).

$$v_{m_v, n_v}(t) = V_{m_v, n_v}^k \cos(x + \theta_{m_v, n_v}^{v,k}) \quad (5.18a)$$

$$\tan(\theta_{m_v, n_v}^{v,k}) = \frac{\sum_{j=1}^k \sin(m_v \theta_{c,j})}{\sum_{j=1}^k \cos(m_v \theta_{c,j})} \quad (5.18b)$$

Dans le but d'éliminer certaines classes d'harmoniques de tensions, on fixe l'angle $\theta_{c,j}$ de façon adéquate. Puisque dans le cadre de ce travail nous avons quatre cellules NPC en parallèle ($k = 4$), la tension à générer aura pour relation :

$$v_{m_v, n_v}(t) = \sum_{j=1}^4 V_{m_v, n_v} \cos(x + m \theta_{c,j}) = V_{m_v, n_v} \sum_{j=1}^4 \cos(x + m_v \theta_{c,j}) \quad (5.19)$$

Les déphasages seront définis comme dans l'équation (5.20).

$$\theta_{c,1} = 0; \theta_{c,2} = \frac{\pi}{4}; \theta_{c,3} = \frac{\pi}{2}; \theta_{c,2} = 3 \cdot \frac{\pi}{4} \quad (5.20)$$

La tension résultante des quatre NPC en parallèle donne l'équation (5.21) suivante :

$$v_{m_v, n_v}(t) = V_{m_v, n_v}^4 \cos\left(x + \theta_{m_v, n_v}^{v,k}\right) = \left[4 \cos\left(m_v \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(m_v \frac{\pi}{2}\right) \right] V_{m_v, n_v} \cos\left(x + 3m_v \frac{\pi}{4}\right) \quad (5.21)$$

Cette résultante nous montre que :

- (i) les harmoniques caractéristiques ne changent pas c.-à-d. restent les mêmes qu'à la commande synchronisée ;

- (ii) les harmoniques non caractéristiques de rangs impairs ($m_v = 2l + 1, l = 0, 1, 2, 3, \dots$) deviennent toutes nulles $v_{m_v, 0}(t) = 0$ alors que celles de rangs pairs sont telles que les multiples impairs de 4 ($m_v = 4l, l = 1, 3, 5, 7, \dots$) deviennent nulles $v_{m_v, 0}(t) = 0$ alors que les multiples pairs de 4 ($m_v = 4l, l = 2, 4, 6, 8, \dots$) deviennent quatre fois plus grandes que celle d'un convertisseur NPC individuel $V_{m_v, 0}^4 = 4V_{m_v, 0}$; les multiples impairs de deux ($m_v = 2l, l = 1, 3, 5, 7, \dots$) deviennent racine de deux fois plus grandes que celle d'un convertisseur NPC individuel $V_{m_v, 0}^4 = 2\sqrt{2}V_{m_v, 0}$, certaines avec une phase de $180^\circ C$;

- (iii) les inter-harmoniques de rangs m_v impairs ($m_v = 2l + 1, l = 0, 1, 2, 3, \dots$) et n_v pairs deviennent toutes nulles $v_{m_v, n_v}(t) = 0$ alors que celles de rangs pairs sont telles que les multiples impairs de 4 ($m_v = 4l, l = 1, 3, 5, 7, \dots$) deviennent toutes nulles $v_{m_v, 0}(t) = 0$ et les multiples pairs de 4 ($m_v = 4l, l = 2, 4, 6, 8, \dots$) deviennent quatre fois plus grandes que celle d'un convertisseur NPC individuel $V_{m_v, 0}^4 = 4V_{m_v, 0}$; les multiples impairs

de deux ($m_v = 2l, l = 1, 3, 5, 7, \dots$) deviennent racine de deux fois plus grandes que celle d'un convertisseur NPC individuel $V_{m_v,0}^4 = 2\sqrt{2}V_{m_v,0}$.

5.4.2.2 Harmoniques du couple

Pour les NPC avec commande PWM entrelacée, les harmoniques de couples visibles sont localisées à des fréquences telles que les harmoniques de base sont celles du NPC individuel ($m = 0; n = 6l, \forall l = 0, 1, 2, \dots$) et les inter-harmoniques celles des multiples pairs de 4 ($m_v = 4l, l = 2, 4, 6, 8, \dots$). Pour des analyses torsionnelles, ces fréquences sont très élevées comparées aux fréquences naturelles de l'arbre et leurs amplitudes négligeables pour exciter une valeur propre de l'arbre.

Ainsi, pour une commande entrelacée à 45° l'expression temporelle du couple résultant a pour expression :

$$\begin{aligned}
 t_e(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{e,0,6n} \cos(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n}) \\
 & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,2m+1,\pm 3(2n+1)} \cos((2m+1)\omega_c t \pm 3(2n+1)\omega_0 t + \theta_{2m+1,\pm 3(2n+1)}) \\
 & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} T_{e,8m,\pm 3(2n)} \cos((2m+1)\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{8m,\pm 3(2n)})
 \end{aligned} \quad (5.22)$$

5.4.3 Validation par simulation

5.4.3.1 Tensions dans les convertisseurs

Il s'agit ici d'illustrer les formes des tensions dans les variateurs de tension du côté onduleur pour mieux comprendre et distinguer la commande non entrelacée ou synchrone de la commande entrelacée ou décalée. Nous nous basons sur la structure de la Figure 60 et nous considérons que la tension du bus continue est une source infinie autrement dit se comporte comme un grand réservoir d'énergie continue afin que le redresseur n'influence pas

le fonctionnement de l'onduleur. Autrement dit, les défauts provenant du redresseur n'influencent pas le réservoir continu de l'onduleur.

La Figure 63 ressort l'allure des différentes tensions dans l'onduleur de tension pour deux points de fonctionnement que sont $f_0 = f_{mot} = 65 \text{ Hz}$ et $f_0 = f_{mot} = 100 \text{ Hz}$. Les tensions (a) et (b) sont des tensions non entrelacées ou en phase alors que (c) et (d) sont des tensions entrelacées c'est-à-dire décalées à droite de 45° chaque fois que l'on passe d'un niveau de convertisseur à un autre.

Dans la suite des simulations, il est question de montrer l'effet des tensions synchronisées ou entrelacées sur les grandeurs des courants et couples correspondants.

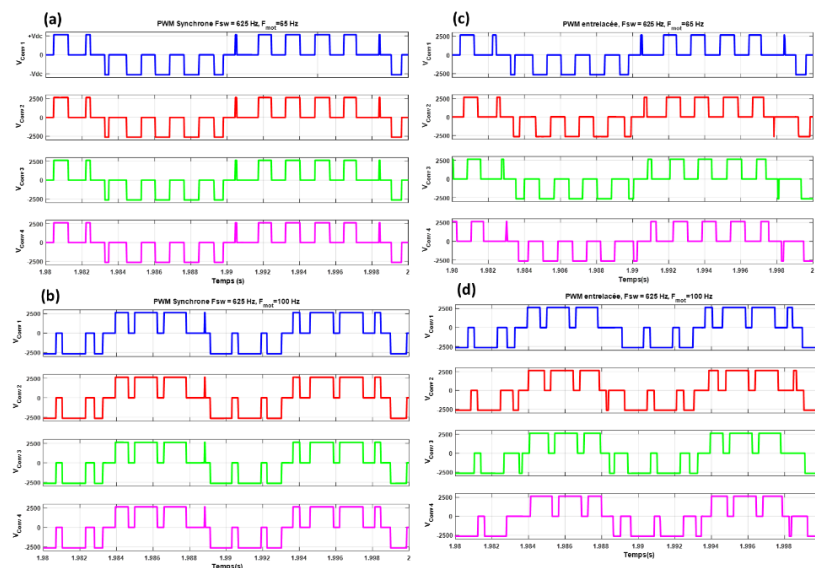


Figure 63 : Tensions dans l'onduleur suivant : (a) et (b) la PWM synchrone, (c) et (d) la PWM entrelacée © G. Ekemb

5.4.3.2 Harmoniques pour la commande synchronisée

La commande non entrelacée que nous appelons aussi commande synchrone sera appliquée à la structure de la Figure 60. Cette simulation permet d'observer l'évolution des grandeurs importantes dans cette section de notre analyse. Nous observons ainsi les grandeurs tension, courant et couple puis nous analysons chaque fois la FFT du courant afin d'établir la corrélation analytique avec la FFT du couple électromagnétique correspondant.

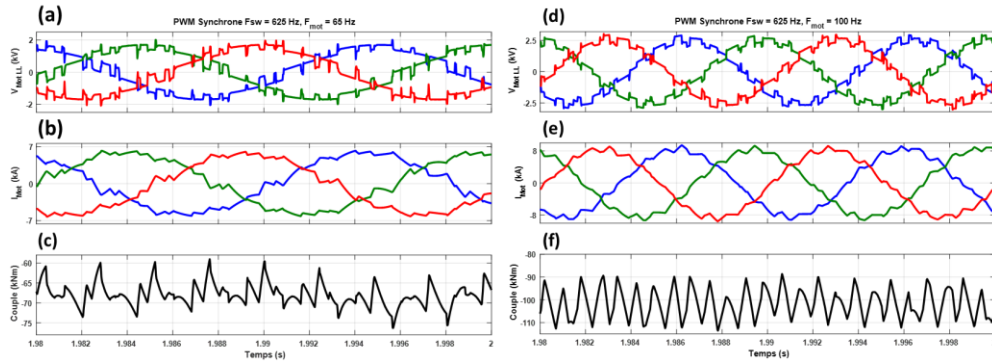


Figure 64 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur en PWM synchrone © G. Ekemb

À travers la Figure 64 on observe les chronogrammes des tensions en (a), des courants en (b) et du couple électromagnétique en (c) pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 65Hz$. De même, pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 100Hz$ nous avons aussi en (d) les tensions, en (e) les courants et en (f) le couple temporel dans l'entrefer de la machine. Les Figure 65 et 66 montrent la convergence entre nos analyses et les résultats obtenus pour la structure de la Figure 60 commandée en PWM synchrone.

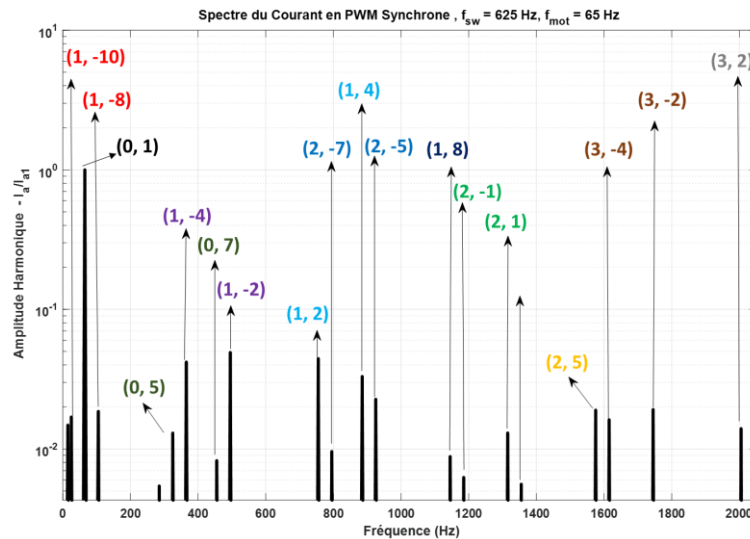


Figure 65 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65 Hz$ en PWM synchrone © G. Ekemb

La Figure 65 présente les différentes composantes du courant dans le moteur avec la commande PWM synchrone pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 65 \text{ Hz}$. La fréquence des porteuses est $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$.

L'analyse détaillée des familles de courants harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la Figure 65. Nous avons ainsi :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du courant au stator sont localisées à $(0, n_i)$: i) $325 \text{ Hz} \rightarrow (0, 5)$ et $455 \text{ Hz} \rightarrow (0, 7)$;

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $1 \times f_c$ sont de forme $(1, n_i)$: i) $25 \text{ Hz} \rightarrow (1, -10)$ et $105 \text{ Hz} \rightarrow (1, -8)$; ii) $365 \text{ Hz} \rightarrow (1, -4)$ et $495 \text{ Hz} \rightarrow (1, -2)$; iii) $755 \text{ Hz} \rightarrow (1, 2)$ et $885 \text{ Hz} \rightarrow (1, 4)$; iv) $1145 \text{ Hz} \rightarrow (1, 8)$ et $1275 \text{ Hz} \rightarrow (1, 10)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $2 \times f_c$ sont de forme $(2, n_i)$: i) $795 \text{ Hz} \rightarrow (2, -7)$ et $925 \text{ Hz} \rightarrow (2, -5)$; ii) $1185 \text{ Hz} \rightarrow (2, -1)$ et $1315 \text{ Hz} \rightarrow (2, 1)$; iii) $1575 \text{ Hz} \rightarrow (2, 5)$ et $1705 \text{ Hz} \rightarrow (2, 7)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $3 \times f_c$ sont de forme $(3, n_i)$: i) $1615 \text{ Hz} \rightarrow (3, -4)$ et $1745 \text{ Hz} \rightarrow (3, -2)$; ii) $2005 \text{ Hz} \rightarrow (3, 2)$ et $2135 \text{ Hz} \rightarrow (3, 4)$.

La Figure 66 présente les différentes composantes du couple dans le moteur avec la commande PWM synchrone pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 65 \text{ Hz}$. La fréquence des porteuses étant toujours $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$. Chaque harmonique du couple du couple électromagnétique dans l'entrefer du moteur est créée par deux harmoniques du

courant ayant la même couleur dans la Figure 65. C'est bien ce qui établit la corrélation entre des composantes précises du courant et les composantes identifiées du couple dans l'entrefer du moteur électrique. La même corrélation peut être établie pour tout autre point de fonctionnement choisi.

L'analyse détaillée des familles de couples harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la Figure 66. Nous avons alors :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du couple dans l'entrefer qui sont localisées à $(0, n_i \pm 1)$: i) $390 \text{ Hz} \rightarrow (0, 6)$.

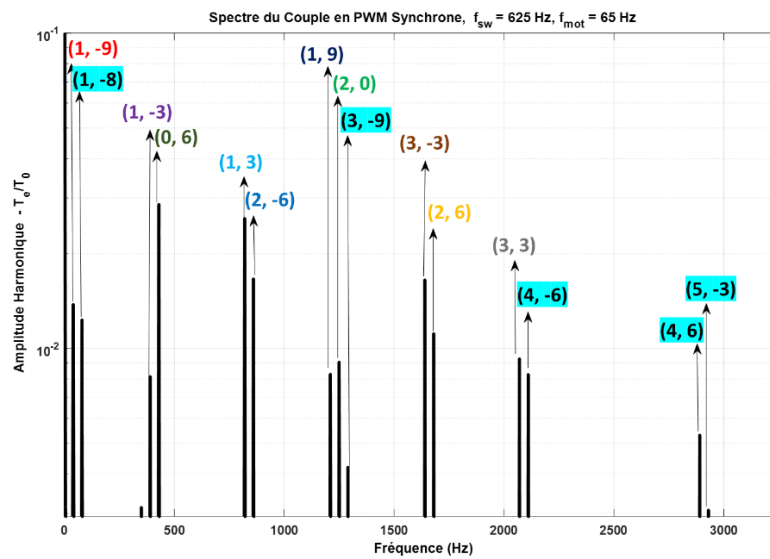


Figure 66 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65 \text{ Hz}$ en PWM synchrone © G. Ekemb

La famille des harmoniques non-caractéristiques de la porteuse qui sont localisées à $(m_i, 0)$: i) $1250 \text{ Hz} \rightarrow (2, 0)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $1 \times f_c$ et sont données par la forme $(1, n_i \pm 1)$: i) $40 \text{ Hz} \rightarrow (1, -9)$; ii) $430 \text{ Hz} \rightarrow (1, -3)$; iii) $820 \text{ Hz} \rightarrow (1, 3)$; iv) $1210 \text{ Hz} \rightarrow (1, 9)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $2 \times f_c$ et sont données par la forme $(2, n_i \pm 1)$: i) $860 \text{ Hz} \rightarrow (2, -6)$; ii) $1640 \text{ Hz} \rightarrow (2, 6)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $3 \times f_c$ et sont données par la forme $(3, n_i \pm 1)$: i) $1680 \text{ Hz} \rightarrow (3, -3)$; ii) $2070 \text{ Hz} \rightarrow (3, 3)$.

Les autres harmoniques ayant une trame de fond bleu ciel comme $(1, -8)$, $(3, -9)$, $(4, -6)$, $(4, 6)$, et $(5, -3)$ sont des harmoniques qui existent et dont les deux courants constitutifs respectifs ne sont pas visibles dans l'intervalle de travail choisi.

Le diagramme de Campbell de cette structure de la Figure 60 présente les points capables de provoquer une résonance torsionnelle pour plusieurs points de fonctionnement possibles et dont la fréquence de la commande synchrone est 625 Hz. Ce diagramme qui montre bien que les inter-harmoniques sont autour de $1 \times f_c$, $2 \times f_c$, $3 \times f_c$, ... est donné par la Figure 67.

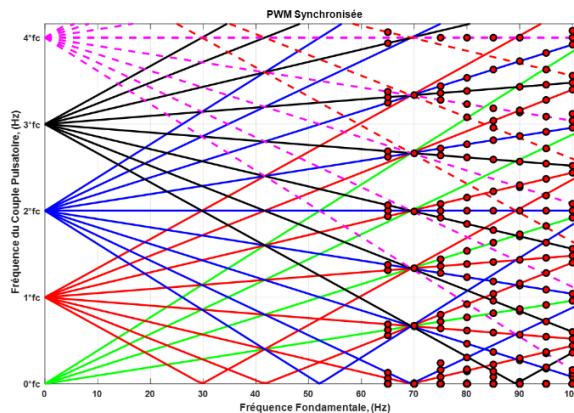


Figure 67 : Diagramme des harmoniques du couple illustrant les points d'excitation de la résonance pour plusieurs points de fonctionnement en PWM synchrone © G. Ekemb

La validation de la démarche adoptée dans nos travaux consiste à superposer le couple électromagnétique simulé au couple reconstruit par analyse. Dans la Figure 68, la

fréquence de la porteuse est $f_c = f_{sw} = 625 \text{ Hz}$. En (a) nous avons la fréquence de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 65 \text{ Hz}$ et en (b) c'est $f_0 = f_{mot} = 100 \text{ Hz}$.

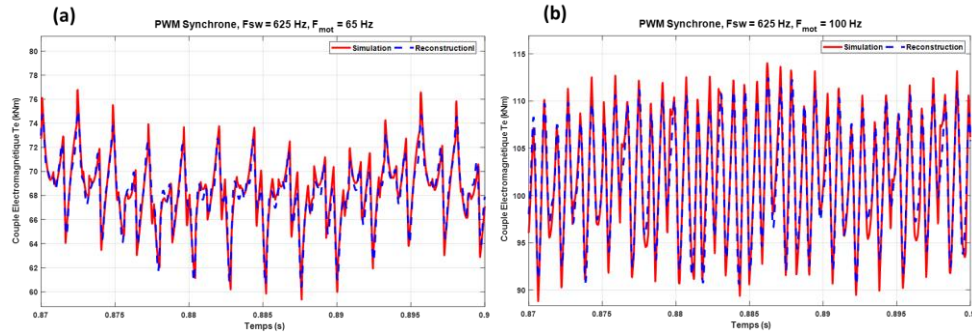


Figure 68 : Validation croisée entre couple simulé et couple reconstruit (a) à $f_{mot}=f_0=65 \text{ Hz}$ et (b) à $f_{mot}=f_0=100 \text{ Hz}$ en PWM synchrone © G. Ekemb

Pour les deux points de fonctionnement de la PWM synchrone, la superposition entre les couples électromagnétiques de simulation et de reconstruction est quasi parfaite. Cette validation croisée de la Figure 68 conforte clairement notre méthodologie d'approche.

5.4.3.3 Harmoniques pour la commande entrelacée

La commande entrelacée que nous appelons aussi commande décalée soit par retard, soit par avance d'un angle θ est appliquée à la structure de la Figure 60. Cette simulation permet d'observer l'évolution des grandeurs importantes dans cette section de notre analyse que sont les courants, les tensions et le couple dans l'entrefer du moteur.

À travers la Figure 69 on observe les chronogrammes temporels des tensions en (a), des courants en (b) et du couple électromagnétique en (c) pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 65 \text{ Hz}$. De même, pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 100 \text{ Hz}$ nous avons aussi en (d) les tensions, en (e) les courants et en (f) le couple temporel. Les Figure 69 et 69 montrent la convergence entre nos analyses et les résultats obtenus pour la structure de la Figure 60.

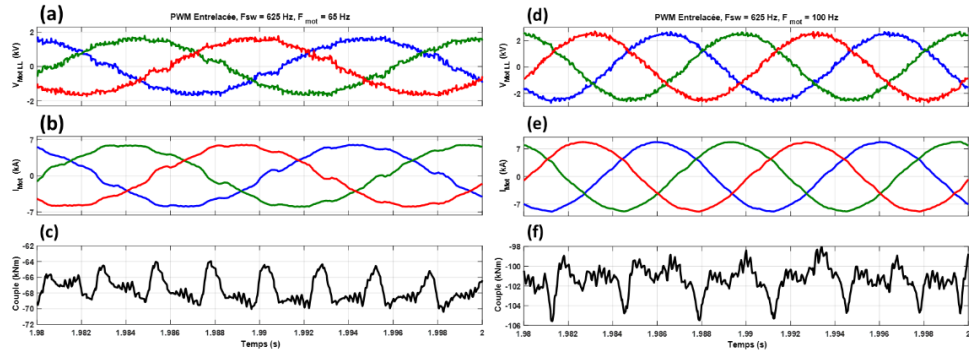


Figure 69 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur en PWM entrelacée © G. Ekemb

La Figure 70 présente les différentes composantes du courant dans le moteur avec la commande PWM entrelacée pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 65 \text{ Hz}$.

La fréquence des porteuses est $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$.

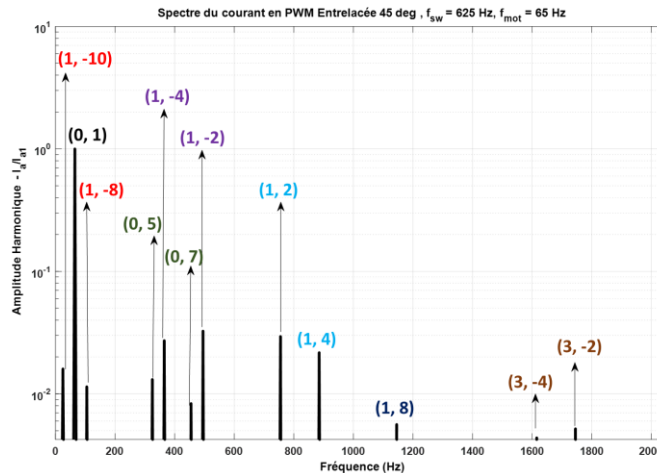


Figure 70 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65 \text{ Hz}$ en PWM entrelacée © G. Ekemb

L'analyse détaillée des familles de courants harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la Figure 70. Nous avons ainsi :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du courant au stator sont localisées à $(0, n_i)$: $i) 325 \text{ Hz} \rightarrow (0, 5)$ et $455 \text{ Hz} \rightarrow (0, 7)$;

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $1 \times f_c$ sont de la forme $(1, n_i)$: i) $25 \text{ Hz} \rightarrow (1, -10)$ et $105 \text{ Hz} \rightarrow (1, -8)$; ii) $365 \text{ Hz} \rightarrow (1, -4)$ et $495 \text{ Hz} \rightarrow (1, -2)$; iii) $755 \text{ Hz} \rightarrow (1, 2)$ et $885 \text{ Hz} \rightarrow (1, 4)$; iv) $1145 \text{ Hz} \rightarrow (1, 8)$ et $1275 \text{ Hz} \rightarrow (1, 10)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $3 \times f_c$ sont de la forme $(3, n_i)$: i) $1615 \text{ Hz} \rightarrow (3, -4)$ et $1745 \text{ Hz} \rightarrow (3, -2)$.

La Figure 71 présente les différentes composantes du couple dans le moteur avec la commande PWM synchrone pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 65 \text{ Hz}$.

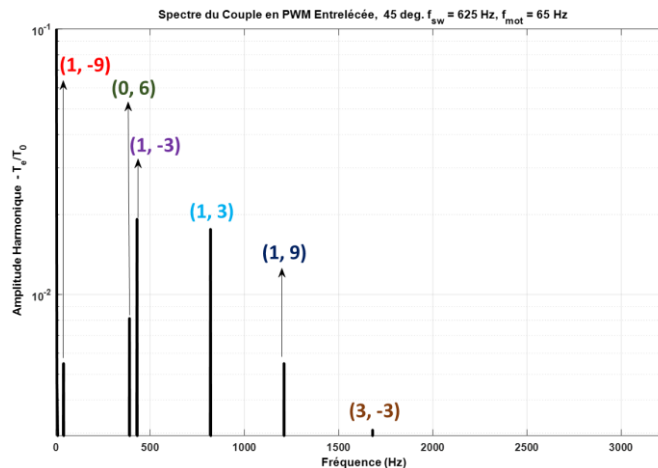


Figure 71 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot}=f_0=65 \text{ Hz}$ en PWM entrelacée © G. Ekemb

La fréquence des porteuses est $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$. Chaque harmonique du couple est créée par deux harmoniques du courant ayant dans la Figure 70 la même couleur.

L'analyse détaillée des familles de couples harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la Figure 71. Nous avons alors :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du couple dans l'entrefer sont localisées à $(0, n_i \pm 1)$: i) $390 \text{ Hz} \rightarrow (0, 6)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $1 \times f_c$ et sont données par la forme $(1, n_i \pm 1)$: i) $40 \text{ Hz} \rightarrow (1, -9)$; ii) $430 \text{ Hz} \rightarrow (1, -3)$; iii) $820 \text{ Hz} \rightarrow (1, 3)$; iv) $1210 \text{ Hz} \rightarrow (1, 9)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $3 \times f_c$ et sont données par la forme $(3, n_i \pm 1)$: i) $1680 \text{ Hz} \rightarrow (3, -3)$.

Le diagramme de Campbell du convertisseur de la *Figure 60* présente les points capables de provoquer une résonance torsionnelle pour plusieurs points de fonctionnement possible et dont la fréquence de la commande est à 625 Hz et entrelacée avec une avance de 45° .

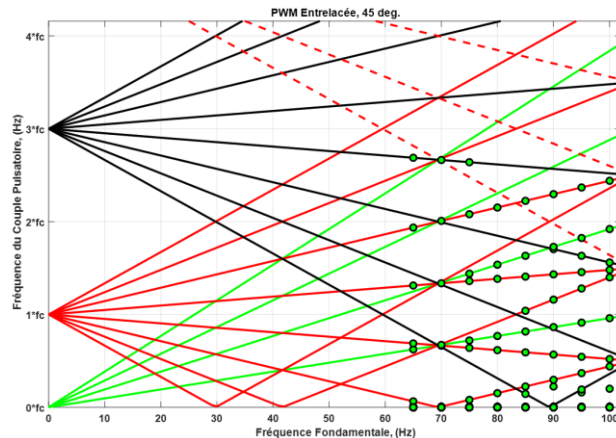


Figure 72 : Diagramme des harmoniques du couple illustrant les points d'excitation de la résonance pour plusieurs points de fonctionnement en PWM entrelacée © G. Ekemb

Ce diagramme donné par la *Figure 72* montre que les inter-harmoniques de rang pair sont supprimées.

La validation de la démarche adoptée dans nos travaux consiste à superposer le couple électromagnétique simulé au couple reconstruit par analyse. Dans la Figure 73, la fréquence de la porteuse est $f_c = f_{sw} = 625 \text{ Hz}$. En (a) nous avons la fréquence de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 65 \text{ Hz}$ et en (b) c'est $f_0 = f_{mot} = 100 \text{ Hz}$.

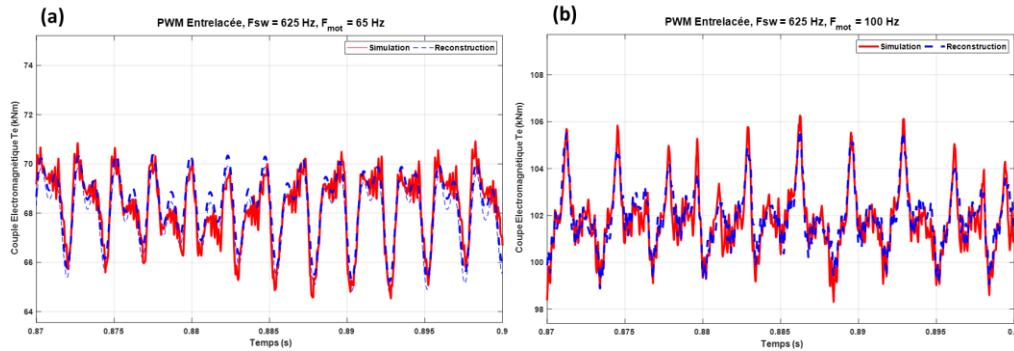


Figure 73 : Validation croisée entre couple simulé et couple reconstruit (a) à $f_{mot}=f_0=65 \text{ Hz}$ et (b) à $f_{mot}=f_0=100 \text{ Hz}$ en PWM entrelacée © G. Ekemb

Pour les deux points de fonctionnement de la PWM entrelacée, la superposition entre les couples électromagnétiques de simulation et de reconstruction est quasi parfaite. Cette validation croisée de la Figure 73 conforte clairement notre approche méthodologique.

5.4.3.4 Conclusion

Les simulations réalisées à partir de la structure NPC en parallèle de la Figure 60 confirment les prédictions obtenues par nos analyses. En observant les résultats dans les deux modes de commande, on remarque qu'avec la PWM entrelacée avec avance de 45° , certaines composantes qui existaient avec la PWM synchrone disparaissent tant au niveau des courants que des couples électromagnétiques.

Il s'agit : (i) des harmoniques non-caractéristiques de la porteuse dans le couple ; (ii) des familles des inter-harmoniques du couple autour des rangs pairs $m \times f_c$ avec m pair.

En comparant les diagrammes de Campbell pour les commandes PWM synchrone et PWM entrelacée dont la superposition est mise en relief dans la Figure 74, on observe qu'il y a plus de points en rouge que de points en vert. Ainsi la commande entrelacée, dont les points du diagramme de ladite figure sont en vert, présente moins de possibilités d'excitation de l'arbre mécanique pour cette structure de forte puissance.

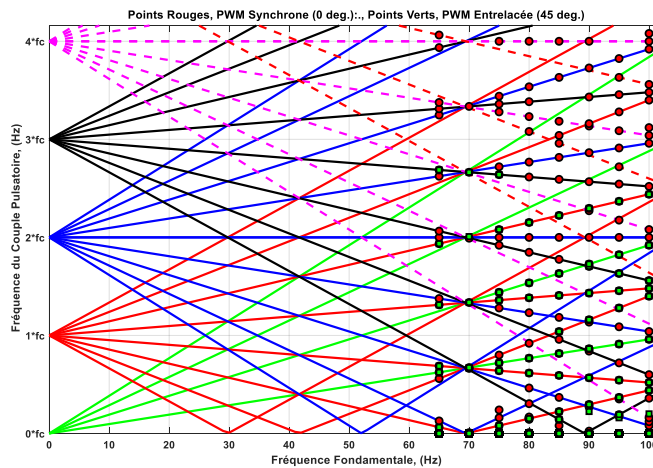


Figure 74 : Diagramme de Campbell de la comparaison entre PWM synchrone et PWM entrelacée sur une structure NPC en parallèle à 4 niveaux © G. Ekemb

Par ailleurs, les Figure 68 et 74 montrent clairement que le couple simulé se superpose adéquatement au couple reconstruit par calculs.

5.5 COUPLES DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE ALIMENTEE PAR PONT EN H

Le couple dans l'entrefer d'une machine alimentée par un pont en H est examiné pour deux cas : le pont en H individuel et le pont en H pour système polyphasé. Il s'agit dans chaque cas de rappeler les harmoniques électriques ou de tension en fonction du type de variateur ou du type de commande (synchronisée ou entrelacée) puis d'écrire les harmoniques de couple suivant la même logique. Pour arriver à rendre cette analyse compréhensive, rappelons que c'est l'écriture des grandeurs électriques génériques qui a permis de lier les

harmoniques de tensions aux harmoniques de couples. Ces formes génériques des composantes des courants et tensions sont écrites dans l'équation (5.2).

5.5.1 Pont en H individuel

5.5.1.1 Harmoniques électriques

Comme dans les NPC, nous distinguons le pont en H à commande synchronisé de celui à commande entrelacé.

D'après le [75], en adoptant la modulation synchronisée, les harmoniques visibles sont les suivantes :

- Les harmoniques de base de rangs impairs lorsque $m_v = 0$ et $n_v \geq 1$, obtenues uniquement avec les composantes de séquences positives et négatives c.-à-d. $n_v = |6l \pm 1|$ avec $l = 0; 1; 2; \dots$

- Les harmoniques multiples de la porteuse et de rangs impairs lorsque $m_v \neq 0$ et $n_v = 0$.

- Les inter-harmoniques de rangs combinés lorsque $m_v \neq 0$ et $n_v \neq 0$. Les rangs de parités paires de (m_v, m_i) se combinent aux parités impaires de (n_v, n_i) et inversement. Donc nous aurons pour la tension, les rangs combinés $(m_v \text{ pair}, n_v \text{ impair})$ ou $(m_v \text{ impair}, n_v \text{ pair})$. Il en est de même pour le courant.

Un seul jeu de ponts monophasés montés en cascade triphasée est évalué dans le cadre de ce travail. Lorsque K onduleurs monophasés par phase avec des tensions de liaison continue de valeur identique sont connectés en série, ils génèrent une tension avec L niveaux différents s'ils sont modulés tels que $L = 2K + 1$.

Lorsque la modulation synchronisée est utilisée, la tension harmonique de la phase de référence peut s'écrire comme suit :

$$v_a(t) = \frac{L-1}{2} V_{01} \cos(\omega_0 t) \quad (5.23)a$$

$$+ \frac{L-1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} V_{0,2n-1} \cos((2n-1)\omega_0 t) \quad (5.23)b$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} V_{(2m-1),0} \cos((2m-1)\omega_c t) \quad (5.23)$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{2m,2n+1} \cos(2m\omega_c t + (2n+1)\omega_0 t) \quad (5.23)d$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} V_{2m-1,2n} \cos((2m-1)\omega_c t + 2n\omega_0 t) \quad (5.23)e$$

Dans l'expression de la tension harmonique de la phase de référence, nous observons clairement que : (i) les composantes (5.23)a et (5.23)b sont des harmoniques de base dont le fondamental et les harmoniques impairs non multiples de 3 ; (ii) la composante (5.23) constitue les harmoniques impaires de la porteuse ; (iii) les composantes (5.23)d et (5.23)e sont des inter-harmoniques autour des multiples de la porteuse.

Dans le même esprit nous pouvons exprimer les tensions harmoniques $v_b(t)$ et $v_c(t)$ deux autres phases b et c en remplaçant $\omega_0 t$ de la référence respectivement par $(\omega_0 t - 2\pi/3)$ et $(\omega_0 t + 2\pi/3)$.

Nous pouvons ainsi déduire l'expression de la tension composée harmonique de la référence $v_{ab}(t)$ qui suit :

$$v_{ab}(t) = \frac{L-1}{2} V_{01} \cos(\omega_0 t) \quad (5.24)a$$

$$+ \frac{L-1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} V_{0,2n-1} \cos((2n-1)\omega_0 t) \quad (5.24)b$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{2m,2n+1} \cos(2m\omega_c t + (2n+1)\omega_0 t) \quad (5.24)d$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} V_{2m-1,2n} \cos((2m-1)\omega_c t + 2n\omega_0 t) \quad (5.24)e$$

L'équation (5.24) montre que les harmoniques de la porteuse (voir équation (5.23) de la page précédente) sont des grandeurs de mode commun (indépendantes de ω_0) qui disparaissent dans l'écriture de la tension harmonique composée de référence $v_{ab}(t)$. Les tensions composées harmoniques $v_{bc}(t)$ et $v_{ca}(t)$ entre phases bc et ca s'obtiennent en remplaçant $\omega_0 t$ de la référence respectivement par $(\omega_0 t - 2\pi/3)$ et $(\omega_0 t + 2\pi/3)$.

Dans l'équation (5.24)b qui comprend des harmoniques impaires de base de la référence $v_{ab}(t)$, tous les rangs multiples de 3 obtenus pour $n = 2, 5, 8, 11, \dots$ sont des grandeurs de mode commun et disparaissent de l'écriture de la référence $v_{ab}(t)$ qui devient alors :

$$v_{ab}(t) = \frac{L-1}{2} V_{01} \cos(\omega_0 t) \quad (5.25)a$$

$$+ \frac{L-1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} V_{0,6l\pm 1} \cos((6l \pm 1)\omega_0 t) \quad (5.25)b$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} V_{2m,6l\pm 1} \cos(2m\omega_c t \pm (6l \pm 1)\omega_0 t) \quad (5.25)d$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{2m-1,2n} \cos((2m-1)\omega_c t \pm 2n\omega_0 t) \quad (5.25)e$$

Dans cette équation (5.25), considérant une commande PWM naturelle synchronisée, à porteurs symétriques, et admettant les paramètres (m_v, n_v) et (m_i, n_i) respectivement pour la tension et pour le courant d'alimentation, nous admettons que :

$$m_v, m_i = 2, 4, 6, \dots; n_v, n_i = \pm 5, \pm 7, \pm 11, \dots \quad (5.26)a$$

$$m_v, m_i = 1, 3, 5, \dots; n_v, n_i = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots \quad (5.26)b$$

5.5.1.2 Harmoniques du couple

D'une manière générale, les composantes harmoniques de couple avec des amplitudes significatives pour l'analyse torsionnelle sont localisées aux fréquences telles que :

(i) la fréquence de la tension fondamentale est combinée avec toutes les harmoniques de courant et, (ii) la fréquence du courant fondamental est combinée avec toutes les harmoniques de tension.

Dans le cas particulier d'une commande synchronisée d'une cascade triphasée, les harmoniques significatives de couple sont localisées comme suit :

(i) Composantes harmoniques de base avec $(m = 0; n = 6l; \forall l = 0, 1, 2, \dots)$ et sachant que celles-ci ne sont présentes que dans la zone de surmodulation;

(ii) Pas de composantes harmoniques non caractéristiques, car elles se comportent comme composants de mode commun dans l'expression de la tension composée.

(iii) Les composantes inter-harmoniques lorsque $(m = 2j; n = \pm 3 \times (2i); \forall i, j = 1, 2, \dots)$ ou $(m = 2j - 1; n = \pm (2i - 1); \forall i, j = 1, 2, \dots)$.

Dans le domaine temporel, en négligeant les phases initiales des composantes, le couple résultant a pour relation :

$$\begin{aligned}
t_e(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n}) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n}) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)})
\end{aligned} \tag{5.27}$$

5.5.2 Pont en H pour système polyphasé

5.5.2.1 Harmoniques électriques

À partir d'un moteur à 12 phases décrit dans [58]- [59] (confère Figure 62), et alimenté par quatre jeux d'enroulements triphasés à commande PWM synchrone, on peut établir des relations importantes.

Chaque jeu d'enroulements triphasés possède une tension et un courant de référence. Les autres grandeurs électriques s'obtiennent en réalisant un déphasage respectif de $(-2\pi/3)$ et de $(+2\pi/3)$. Autrement dit, on remplace la grandeur $\omega_0 t$ par $(\omega_0 t - 2\pi/3)$ et $(\omega_0 t + 2\pi/3)$ respectivement dans les deux autres phases. Les courants de phase de référence sont identiques à la sortie du variateur et s'écrivent :

$$i_{m_i n_i}^{si}(t) = i_{m_i n_i}^{s2}(t) = i_{m_i n_i}^{s3}(t) = i_{m_i n_i}^{s4}(t) = I_{m_i n_i} \cos(m_i \omega_c t + n_i \omega_0 t + \theta_{m_i n_i}^i) \tag{5.28}$$

On peut ainsi déduire les courants des deux autres phases de chaque jeu de triphasé. Tout courant de ligne comprend les harmoniques de base, non caractéristiques et les inter-harmoniques.

En polyphasé, les tensions de calcul de chaque couple sont des tensions composées. Comme nous l'avons observé dans le cadre du pont en H individuel, chaque harmonique de tension composée ne comprend que des contributions différentielles, car les contributions de mode commun qui existent dans les tensions simples disparaissent dans les tensions entre phases. Les tensions composées de référence de chaque jeu s'écrivent :

$$\begin{aligned}
v_{ab}^{s1}(t) = v_{ab}^{s2}(t) = v_{ab}^{s3}(t) = v_{ab}^{s4}(t) &= \frac{L-1}{2} V_{01} \cos(\omega_0 t) + \frac{L-1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} V_{0,2n-1} \cos((2n-1)\omega_0 t) \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{2m,2n+1} \cos(2m\omega_c t + (2n+1)\omega_0 t) \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} V_{2m-1,2n} \cos((2m-1)\omega_c t + 2n\omega_0 t)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

$$m_v, m_i = 2, 4, 6, \dots; n_v, n_i = \pm 5, \pm 7, \pm 11, \dots \tag{5.29a}$$

$$m_v, m_i = 1, 3, 5, \dots; n_v, n_i = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots \tag{5.29b}$$

Les autres tensions composées de chaque jeu de triphasé peuvent être déduites. Toute tension différentielle composée ne contient que des composantes harmoniques de base, et des inter-harmoniques.

Le décalage en polyphasé est opéré en interne dans la machine et au niveau de l'entrefer uniquement. C'est donc le couple électromagnétique qui est décalé physiquement d'un angle comme nous observons dans le paragraphe suivant.

5.5.2.2 Harmoniques du couple

Au niveau de l'entrefer de la machine à 12 phases, le couple électromagnétique de chaque jeu monophasé subit l'entrelacement à travers les courants et donc à travers les valeurs de (n_i) lors de la copulation. Ainsi, avec la commande PWM entrelacée, chaque jeu d'enroulements triphasés (z) va générer un couple électromagnétique résultant partiel noté $t_e^z(t, \theta_z^T)$ avec θ_z^T comme phase. Pour les quatre jeux de triphasés qui alimentent le moteur à douze phases, avec un déphasage de $(\pi/12)$ comme l'indique l'équation suivante :

$$\theta_1^T = 0; \theta_2^T = \pi/12; \theta_3^T = \pi/6; \theta_4^T = \pi/4 \tag{5.30}$$

Le couple électromagnétique résultant total se note :

$$t_e^T(t) = \sum_{z=1}^4 t_e^z(t, \theta_z^T) = t_e^1(t, \theta_1^T) + t_e^2(t, \theta_2^T) + t_e^3(t, \theta_3^T) + t_e^4(t, \theta_4^T) \quad (5.31)$$

Rappelons que le couple résultant partiel généré par un jeu triphasé s'exprime avec la relation ci-dessous :

$$\begin{aligned} t_e^1(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n}) + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n}) \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)}) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Le couple de ce jeu triphasé montre qu'il comprend (i) une composante continue; (ii) une composante des harmoniques de base multiples de 6; (iii) deux composantes des inter-harmoniques dont une combinée de valeurs paires (m) et impaires (n) puis l'autre de valeurs impaires (m) et paires (n).

En observant que c'est (n) qui subit le déphasage, les autres couples s'écrivent :

Pour le deuxième,

$$\begin{aligned} t_e^2(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos\left(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n} + 6n \frac{\pi}{12}\right) \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos\left(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n} \pm 3(2n) \frac{\pi}{12}\right) \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos\left((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)} \pm (2n-1) \frac{\pi}{12}\right) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Pour le troisième et le quatrième,

$$\begin{aligned} t_e^3(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos\left(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n} + 6n \frac{\pi}{6}\right) \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos\left(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n} \pm 3(2n) \frac{\pi}{6}\right) \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos\left((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)} \pm (2n-1) \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned}
t_e^4(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos\left(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n} + 6n\frac{\pi}{4}\right) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos\left(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n} \pm 3(2n)\frac{\pi}{4}\right) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos\left((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)} \pm (2n-1)\frac{\pi}{4}\right)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

L'addition par type de composante nous permet de réaliser que le couple résultant total dans l'entrefer avec ce déphasage sera :

$$\begin{aligned}
t_e^T(t) = & \gamma_0 T_{eDC} + \gamma_0 \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,24n} \cos\left(24n\omega_0 t + \theta_{0,24n}\right) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{k=1}^5 \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_{2k} T_{e,24m\pm 2k,\pm 6n} \cos\left((24\pm 2k)m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{24m\pm 2k,\pm 6n}\right) \\
& + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{k=1}^5 \sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_{2k-1} T_{e,(24m-1)\pm 2k,\pm(2n-1)} \cos\left(((24m-1)\pm 2k)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{((24m-1)\pm 2k),\pm(2n-1)}\right)
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\gamma_0 = & 4; \lambda_2 \approx 3.35; \lambda_4 = \sqrt{3}; \lambda_6 = 0; \lambda_8 \approx 1; \lambda_{10} \approx 0.9 \\
\lambda_1 \approx & 3.83; \lambda_3 \approx 2.61; \lambda_5 \approx 0.82; \lambda_7 \approx 0.63; \lambda_9 \approx 1.08
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Cette résultante globale met en évidence : (i) une composante continue; (ii) des composantes harmoniques de base multiples de 24 fois le fondamental; (iii) des harmoniques de porteuse multiples de 24 et leurs composantes inter-harmoniques.

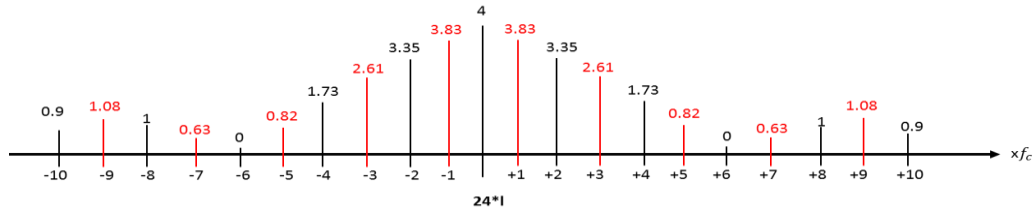


Figure 75 : Localisation des harmoniques de porteuse et ses inter-harmoniques © G. Ekemb

La Figure 75 résume la localisation des harmoniques de porteuse et leurs amplitudes. Ces harmoniques de hautes fréquences seront peu perceptibles et leurs effets harmoniques peuvent facilement être amortis en grande puissance. D'où l'approximation :

$$\begin{aligned}
t_e^T(t) \approx & \gamma_0 T_{eDC} + \gamma_1 \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,24n} \cos(24n\omega_0 t + \theta_{0,24n}) \\
& + \gamma_2 \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,1,(2n-1)} \cos(\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{1,2n-1})
\end{aligned} \tag{5.38}$$

5.5.3 Validation par simulation

5.5.3.1 Principe de validation

Le principe de validation pour les ponts en H est identique aux autres topologies. On part des expressions temporelles pour une validation fréquentielle d'abord, puis pour une validation temporelle des grandeurs ensuite.

Nous procédons ici à la validation d'un système de trois ponts en H en série pour un cas de fréquence de commutation $f_c = 625 \text{ Hz}$ pour le variateur de tension et pour deux points de fonctionnement f_0 du moteur (35 et 60 Hz pour le moteur). Nous traquons les harmoniques dans les deux cas en commençant d'abord par l'écriture littérale des points sur la tension puis sur le couple, ensuite nous faisons l'identification numérique des mêmes points sur les FFT de tension et de couple correspondantes.

Dans la mise en cascade ou série de trois onduleurs monophasés par phase couplés en étoile, nous supposons qu'à l'entrée de tout onduleur monophasé on a une source de tension continue, autrement dit, on suppose que le bus continu est très grand. Ces sources de tension continue sont galvaniquement isolées les unes des autres afin d'éviter un court-circuit lors de leur mise en série.

Rappelons que, pour une modulation de largeur d'impulsion disposée en phase (PD PWM) est utilisée :

- Avec ces trois cellules partielles par phase nous générons 7 ($7=2*3+1$) niveaux différents. En général, on peut générer L niveaux différents en connectant en série K cellules partielles par phase ($L = 2K + 1$).

- L'expression de la tension harmonique d'une phase de référence comme a ou b ou c met en évidence (i) les harmoniques de base dont le fondamental et les harmoniques impaires non multiples de trois ; (ii) les composantes harmoniques impaires de la porteuse et (iii) les composantes inter-harmoniques autour des multiples de la porteuse.

- L'expression de la tension composée harmonique d'une référence comme ab ou bc ou ca met en relief (i) les harmoniques de base dont le fondamental et les harmoniques impaires non multiples de trois et (ii) les composantes inter-harmoniques autour des multiples de la porteuse. On a ainsi les paramètres des inter-harmoniques tels que (m_v, n_v) et (m_i, n_i) avec $m_v, m_i = 2, 4, 6, \dots$; $n_v, n_i = \pm 5, \pm 7, \pm 11, \dots$ ou bien

$$m_v, m_i = 1, 3, 5, \dots; n_v, n_i = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$$

Dans le cas particulier d'une commande synchronisée d'une cascade triphasée, les harmoniques significatives de couple sont localisées comme suit : (i) les composantes harmoniques de base avec $(m = 0; n = 6l; \forall l = 0, 1, 2, \dots)$; (ii) les composantes inter-harmoniques lorsque $(m = 2j; n = \pm 3 \times (2i); \forall i, j = 1, 2, \dots)$ ou $(m = 2j - 1; n = \pm (2i - 1); \forall i, j = 1, 2, \dots)$.

5.5.3.2 Prédiction littérale des familles d'harmoniques pour ponts en H

Au point de fonctionnement $f_0 = 35 \text{ Hz}$ pour $f_c = 625 \text{ Hz}$, nous distinguons les harmoniques de tensions composées de celles des couples électromagnétiques.

La prédiction littérale des familles d'harmoniques des tensions composées se résume dans les trois tableaux 17, 18 et 19. Les familles d'harmoniques étant localisées à des valeurs (m_v, n_v) ou (m_i, n_i) infinies précises, nous nous limitons aux tableaux de tensions de valeurs indicatives données ci-après :

Tableau 17 : Familles d'harmoniques de base des tensions composées @ G. Ekemb

Harmoniques de base de la tension composée		
(m_v, n_v)	$f_{h_v} = f_{m_v, n_v}$	$v_h(t) = v_{m_v, n_v}(t)$
(0, 5)	$f_{h_v} = f_{0,5} = 5f_0$	$v_h(t) = v_{h_5}(t) = ((L-1)/2)V_{0,5} \cos(5\omega_0 t + \theta_{0,5}^v)$
(0, 7)	$f_{h_v} = f_{0,7} = 7f_0$	$v_h(t) = v_{h_7}(t) = ((L-1)/2)V_{0,7} \cos(7\omega_0 t + \theta_{0,7}^v)$
(0, 11)	$f_{h_v} = f_{0,11} = 11f_0$	$v_h(t) = v_{h_{11}}(t) = ((L-1)/2)V_{0,11} \cos(11\omega_0 t + \theta_{0,11}^v)$
(0, 13)	$f_{h_v} = f_{0,13} = 13f_0$	$v_h(t) = v_{h_{13}}(t) = ((L-1)/2)V_{0,13} \cos(13\omega_0 t + \theta_{0,13}^v)$

Tableau 18 : Familles d'inter-harmoniques autour d'un multiple pair de f_c @ G. Ekemb

Inter-harmoniques de tension autour d'un multiple pair de la fréquence f_c		
(m_v, n_v)	$f_{h_v} = f_{m_v, n_v}$	$v_h(t) = v_{m_v, n_v}(t)$
$(2, \pm 5)$	$f_{h_v} = f_{2, \pm 5} = 2f_c \pm 5f_0 $	$v_h(t) = V_{2, \pm 5} \cos(2\omega_c \pm 5\omega_0 t + \theta_{2, \pm 5})$
$(2, \pm 7)$	$f_{h_v} = f_{2, \pm 7} = 2f_c \pm 7f_0 $	$v_h(t) = V_{2, \pm 7} \cos(2\omega_c \pm 7\omega_0 t + \theta_{2, \pm 7})$
$(2, \pm 11)$	$f_{h_v} = f_{2, \pm 11} = 2f_c \pm 11f_0 $	$v_h(t) = V_{2, \pm 11} \cos(2\omega_c \pm 11\omega_0 t + \theta_{2, \pm 11})$
$(4, \pm 5)$	$f_{h_v} = f_{4, \pm 5} = 4f_c \pm 5f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{4, \pm 5} \cos(4\omega_c \pm 5\omega_0 t + \theta_{4, \pm 5})$
$(4, \pm 7)$	$f_{h_v} = f_{4, \pm 7} = 4f_c \pm 7f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{4, \pm 7} \cos(4\omega_c \pm 7\omega_0 t + \theta_{4, \pm 7})$
$(4, \pm 11)$	$f_{h_v} = f_{4, \pm 11} = 4f_c \pm 11f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{4, \pm 11} \cos(4\omega_c \pm 11\omega_0 t + \theta_{4, \pm 11})$

Tableau 19 : Familles d'inter-harmoniques autour d'un multiple impair de f_c @ G. Ekemb

Inter-harmoniques de tension autour d'un multiple impair de la fréquence f_c		
(m_v, n_v)	$f_{h_v} = f_{m_v, n_v}$	$v_h(t) = v_{m_v, n_v}(t)$
$(1, \pm 2)$	$f_{h_v} = f_{1, \pm 2} = 1f_c \pm 2f_0 $	$v_h(t) = V_{1, \pm 2} \cos(1\omega_c \pm 2\omega_0 t + \theta_{1, \pm 2})$
$(1, \pm 4)$	$f_{h_v} = f_{1, \pm 4} = 1f_c \pm 4f_0 $	$v_h(t) = V_{1, \pm 4} \cos(1\omega_c \pm 4\omega_0 t + \theta_{1, \pm 4})$
$(1, \pm 6)$	$f_{h_v} = f_{1, \pm 6} = 1f_c \pm 6f_0 $	$v_h(t) = V_{1, \pm 6} \cos(1\omega_c \pm 6\omega_0 t + \theta_{1, \pm 6})$
$(3, \pm 2)$	$f_{h_v} = f_{3, \pm 2} = 3f_c \pm 2f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{3, \pm 2} \cos(3\omega_c \pm 2\omega_0 t + \theta_{3, \pm 2})$
$(3, \pm 4)$	$f_{h_v} = f_{3, \pm 4} = 3f_c \pm 4f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{3, \pm 4} \cos(3\omega_c \pm 4\omega_0 t + \theta_{3, \pm 4})$
$(3, \pm 6)$	$f_{h_v} = f_{3, \pm 6} = 3f_c \pm 6f_0 $	$v_{h_v}(t) = V_{3, \pm 6} \cos(3\omega_c \pm 6\omega_0 t + \theta_{3, \pm 6})$

En négligeant les phases initiales des composantes, le couple résultant a pour relation :

$$\begin{aligned}
 t_e(t) = & T_{eDC} + \sum_{n=1}^{+\infty} T_{e,0,6n} \cos(6n\omega_0 t + \theta_{0,6n}) \\
 & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T_{e,2m,\pm 6n} \cos(2m\omega_c t \pm 3(2n)\omega_0 t + \theta_{2m,\pm 6n}) \\
 & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} T_{e,(2m-1),\pm(2n-1)} \cos((2m-1)\omega_c t \pm (2n-1)\omega_0 t + \theta_{(2m-1),\pm(2n-1)})
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

La prédiction littérale des familles d'harmoniques de couples se résume dans les tableaux 20, 21 et 22. Puisque les familles d'harmoniques sont localisées à des valeurs (m_v, n_v) ou (m_i, n_i) infinies précises, nous nous limitons aux tableaux de valeurs indicatives données ci-dessous :

Tableau 20 : Famille d'harmoniques de base des couples @ G. Ekemb

Harmoniques de base des couples		
(m_v, n_v)	$f_{h_i} = f_{m_v, n_v}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{m_v, n_v}}(t)$
(0, 6)	$f_{h_i} = f_{0,6} = 6f_0$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{0,6}}(t) = T_{e_{0,6}} \cos(6\omega_0 t + \theta_{0,6})$
(0, 12)	$f_{h_i} = f_{0,12} = 12f_0$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{0,12}}(t) = T_{e_{0,12}} \cos(12\omega_0 t + \theta_{0,12})$
(0, 18)	$f_{h_i} = f_{0,18} = 18f_0$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{0,18}}(t) = T_{e_{0,18}} \cos(18\omega_0 t + \theta_{0,18})$
(0, 24)	$f_{h_i} = f_{0,24} = 24f_0$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{0,24}}(t) = T_{e_{0,24}} \cos(24\omega_0 t + \theta_{0,24})$

Tableau 21 : Famille d'inter-harmoniques de couples de rangs pairs @ G. Ekemb

Inter-harmoniques de couples de rangs pairs		
(m_v, n_v)	$f_{h_i} = f_{m_v, n_v}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{m_v, n_v}}(t)$
$(2, \pm 6)$	$f_{h_i} = f_{2, \pm 6} = 2f_c \pm 6f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{2, \pm 6}} \cos(2\omega_c \pm 6\omega_0 t + \theta_{2, \pm 6})$
$(2, \pm 12)$	$f_{h_i} = f_{2, \pm 12} = 2f_c \pm 12f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{2, \pm 12}} \cos(2\omega_c \pm 12\omega_0 t + \theta_{2, \pm 12})$
$(2, \pm 18)$	$f_{h_i} = f_{2, \pm 18} = 2f_c \pm 18f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{2, \pm 18}} \cos(2\omega_c \pm 18\omega_0 t + \theta_{2, \pm 18})$

Tableau 22 : Famille d'inter-harmoniques de couples de rangs impairs @ G. Ekemb

Inter-harmoniques de couples de rangs impairs		
(m_v, n_v)	$f_{h_i} = f_{m_v, n_v}$	$t_{e_h}(t) = t_{e_{m_v, n_v}}(t)$
$(1, \pm 1)$	$f_{h_i} = f_{1, \pm 1} = f_c \pm f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{1, \pm 1}} \cos(\omega_c \pm \omega_0 t + \theta_{1, \pm 1})$
$(1, \pm 3)$	$f_{h_i} = f_{1, \pm 3} = f_c \pm 3f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{1, \pm 3}} \cos(\omega_c \pm 3\omega_0 t + \theta_{1, \pm 3})$
$(1, \pm 5)$	$f_{h_i} = f_{1, \pm 5} = f_c \pm 5f_0 $	$t_{e_h}(t) = T_{e_{1, \pm 5}} \cos(\omega_c \pm 5\omega_0 t + \theta_{1, \pm 5})$

Les différentes prédictions exprimées en tension et en couple sont validées numériquement dans le volet ci-dessous.

5.5.3.3 Harmoniques pour la commande synchronisée

Nous pouvons observer l'évolution des grandeurs importantes dans cette section de notre analyse. Nous observons ainsi les grandeurs tension, courant et couple puis nous analysons chaque fois la FFT de la tension afin d'établir la corrélation analytique avec la FFT du couple électromagnétique correspondant.

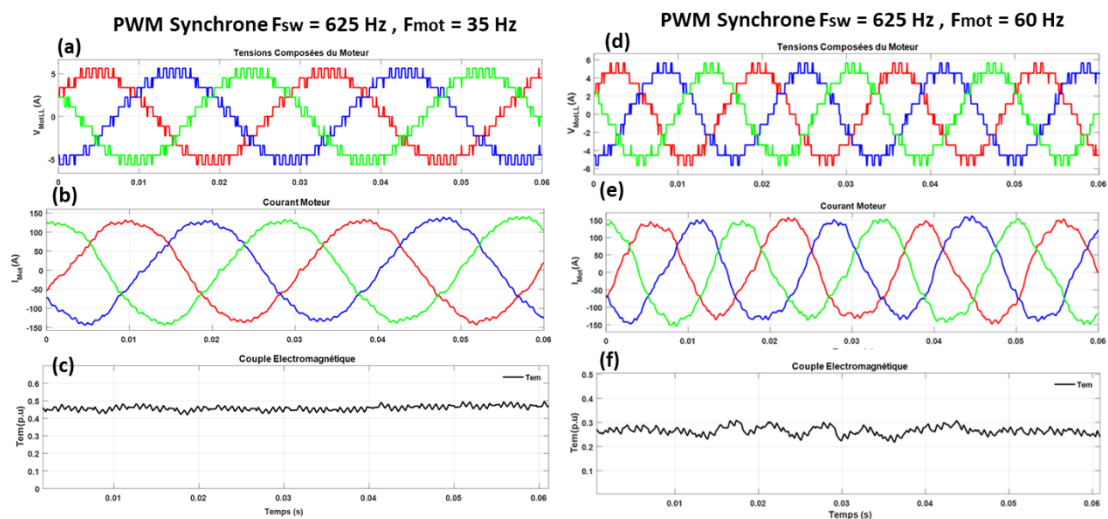


Figure 76 : Tensions, courants et couples pour deux points de fonctionnement du moteur dans le cas de trois ponts en H en série avec une PWM synchrone @ G. Ekemb

À travers la Figure 76 on observe les chronogrammes des tensions en (a), des courants en (b) et du couple électromagnétique en (c) pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 35Hz$. De même, pour le point de fonctionnement $f_0 = f_{mot} = 60Hz$ nous avons aussi en (d) les tensions, en (e) les courants et en (f) le couple temporel dans l'entrefer de la machine. La Figure 77 et la Figure 78 montrent la convergence entre nos analyses et les résultats obtenus pour la structure de la Figure 60 commandée en PWM synchrone.

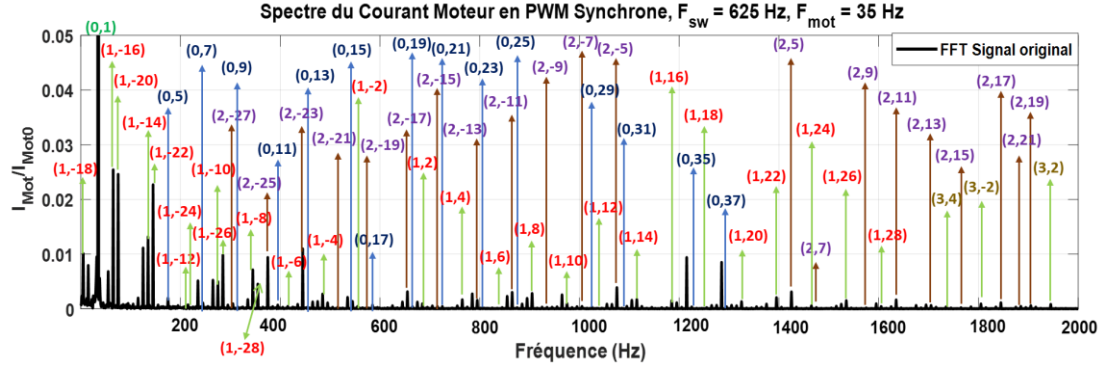


Figure 77 : Composantes harmoniques du courant dans le moteur pour le point de

fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35 \text{ Hz}$ en PWM synchrone @ G. Ekemb

La Figure 77 présente les différentes composantes du courant dans le moteur avec la commande PWM synchrone pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35 \text{ Hz}$. La fréquence des porteuses étant à $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$.

L'analyse détaillée des familles de courants harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la Figure 77. Nous avons ainsi :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du courant au stator sont localisées à

- i) $175 \text{ Hz} \rightarrow (0,5)$ et $245 \text{ Hz} \rightarrow (0,7)$;
- ii) $385 \text{ Hz} \rightarrow (0,11)$ et $455 \text{ Hz} \rightarrow (0,13)$;
- iii) $595 \text{ Hz} \rightarrow (0,17)$ et $665 \text{ Hz} \rightarrow (0,19)$;
- iv) $805 \text{ Hz} \rightarrow (0,23)$ et $875 \text{ Hz} \rightarrow (0,25)$;
- v) $1015 \text{ Hz} \rightarrow (0,29)$ et $1085 \text{ Hz} \rightarrow (0,31)$;
- vi) $1225 \text{ Hz} \rightarrow (0,35)$ et $1295 \text{ Hz} \rightarrow (0,37)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $1 \times f_c$ sont de forme

- i) $355 \text{ Hz} \rightarrow (1,-28)$ et $285 \text{ Hz} \rightarrow (1,-26)$;
- ii) $215 \text{ Hz} \rightarrow (1,-24)$ et $145 \text{ Hz} \rightarrow (1,-22)$;
- iii) $145 \text{ Hz} \rightarrow (1,-20)$ et $5 \text{ Hz} \rightarrow (1,-18)$;
- iv) $65 \text{ Hz} \rightarrow (1,-16)$ et $135 \text{ Hz} \rightarrow (1,-14)$;
- v) $205 \text{ Hz} \rightarrow (1,-12)$ et $275 \text{ Hz} \rightarrow (1,-10)$;
- vi) $345 \text{ Hz} \rightarrow (1,-8)$ et $415 \text{ Hz} \rightarrow (1,-6)$;
- vii) $485 \text{ Hz} \rightarrow (1,-4)$ et $555 \text{ Hz} \rightarrow (1,-2)$;
- viii) $1605 \text{ Hz} \rightarrow (1,28)$ et $1535 \text{ Hz} \rightarrow (1,26)$;
- x) $1465 \text{ Hz} \rightarrow (1,24)$ et $1295 \text{ Hz} \rightarrow (1,22)$;

- x) $1325 \text{ Hz} \rightarrow (1, 20)$ et $1255 \text{ Hz} \rightarrow (1, 18)$; xi) $1185 \text{ Hz} \rightarrow (1, 16)$ et $1115 \text{ Hz} \rightarrow (1, 14)$;
 xii) $1045 \text{ Hz} \rightarrow (1, 12)$ et $975 \text{ Hz} \rightarrow (1, 10)$; xiii) $905 \text{ Hz} \rightarrow (1, 8)$ et $835 \text{ Hz} \rightarrow (1, 6)$;
 xiv) $765 \text{ Hz} \rightarrow (1, 4)$ et $695 \text{ Hz} \rightarrow (1, 2)$.

La famille des inter-harmoniques du courant au stator localisées autour de $2 \times f_c$ sont de forme $(2, n_i)$:

- i) $585 \text{ Hz} \rightarrow (2, -19)$ et $655 \text{ Hz} \rightarrow (2, -17)$;
- ii) $725 \text{ Hz} \rightarrow (2, -15)$ et $795 \text{ Hz} \rightarrow (2, -13)$; ii) $865 \text{ Hz} \rightarrow (2, -11)$ et $935 \text{ Hz} \rightarrow (2, -9)$
- ; iv) $1005 \text{ Hz} \rightarrow (2, -7)$ et $1075 \text{ Hz} \rightarrow (2, -5)$; v) $1495 \text{ Hz} \rightarrow (2, 7)$ et $1425 \text{ Hz} \rightarrow (2, 5)$;
- vi) $1635 \text{ Hz} \rightarrow (2, 11)$ et $1565 \text{ Hz} \rightarrow (2, 9)$; vii) $1775 \text{ Hz} \rightarrow (2, 15)$ et $1705 \text{ Hz} \rightarrow (2, 13)$;
- viii) $1915 \text{ Hz} \rightarrow (2, 19)$ et $1845 \text{ Hz} \rightarrow (2, 17)$.

La Figure 78 présente les différentes composantes du couple dans le moteur avec la commande PWM synchrone pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35 \text{ Hz}$. La fréquence des porteuses étant toujours $f_{sw} = f_c = 625 \text{ Hz}$.

Chaque harmonique du couple du couple électromagnétique dans l'entrefer du moteur est créée par deux harmoniques du courant ayant la même couleur dans la Figure 77. C'est bien ce qui établit la corrélation entre des composantes précises du courant et les composantes identifiées du couple dans l'entrefer du moteur électrique. La même corrélation peut être établie pour tout autre point de fonctionnement choisi.

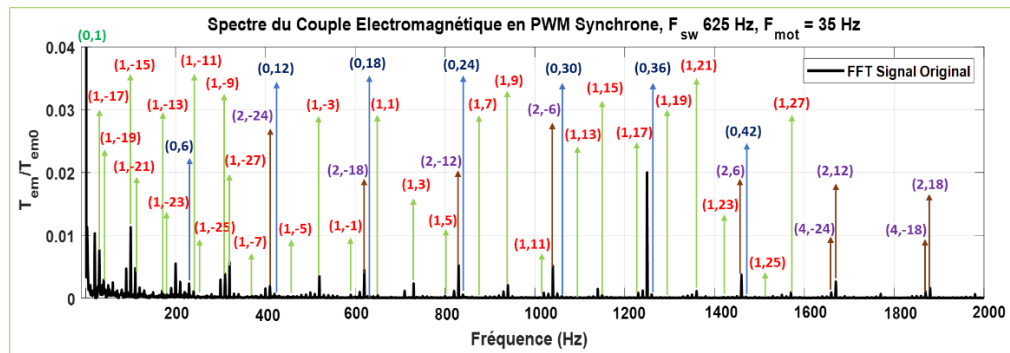


Figure 78 : Composantes harmoniques du couple dans le moteur pour le point de fonctionnement $f_{mot} = f_0 = 35 \text{ Hz}$ en PWM synchrone @ G. Ekemb

L'analyse détaillée des familles de couples harmoniques au stator permet de les identifier et les localiser à la *Figure 78*. Nous avons alors :

La famille des harmoniques caractéristiques de base du couple dans l'entrefer qui sont localisées à $(0, n_i \pm 1)$: i) $210 \text{ Hz} \rightarrow (0, 6)$; ii) $420 \text{ Hz} \rightarrow (0, 12)$; iii) $630 \text{ Hz} \rightarrow (0, 18)$; iv) $840 \text{ Hz} \rightarrow (0, 24)$; v) $1020 \text{ Hz} \rightarrow (0, 30)$; vi) $1260 \text{ Hz} \rightarrow (0, 36)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $1 \times f_c$ et sont données par la forme $(1, n_i \pm 1)$: i) $320 \text{ Hz} \rightarrow (1, -27)$; ii) $250 \text{ Hz} \rightarrow (1, -25)$; iii) $180 \text{ Hz} \rightarrow (1, -23)$; iv) $110 \text{ Hz} \rightarrow (1, -21)$; v) $40 \text{ Hz} \rightarrow (1, -19)$; vi) $30 \text{ Hz} \rightarrow (1, -17)$; vii) $100 \text{ Hz} \rightarrow (1, -15)$; viii) $170 \text{ Hz} \rightarrow (1, -13)$; ix) $240 \text{ Hz} \rightarrow (1, -11)$; x) $310 \text{ Hz} \rightarrow (1, -9)$; xi) $380 \text{ Hz} \rightarrow (1, -7)$; xii) $450 \text{ Hz} \rightarrow (1, -5)$; xiii) $520 \text{ Hz} \rightarrow (1, -3)$; xiv) $1570 \text{ Hz} \rightarrow (1, 27)$; xv) $1500 \text{ Hz} \rightarrow (1, 25)$; xvi) $1430 \text{ Hz} \rightarrow (1, 23)$; xvii) $1360 \text{ Hz} \rightarrow (1, 21)$; xviii) $1290 \text{ Hz} \rightarrow (1, 19)$; xix) $1220 \text{ Hz} \rightarrow (1, 17)$; xx) $1150 \text{ Hz} \rightarrow (1, 15)$; xxi) $1080 \text{ Hz} \rightarrow (1, 13)$; xxii) $1010 \text{ Hz} \rightarrow (1, 11)$; xxiii) $940 \text{ Hz} \rightarrow (1, 9)$; xxiv) $870 \text{ Hz} \rightarrow (1, 7)$; xxv) $800 \text{ Hz} \rightarrow (1, 5)$; xxvi) $730 \text{ Hz} \rightarrow (1, 3)$.

La famille des inter-harmoniques du couple dans l'entrefer sont localisées autour de $2 \times f_c$ et sont données par la forme $(2, n_i \pm 1)$: i) $410 \text{ Hz} \rightarrow (2, -24)$; ii) $620 \text{ Hz} \rightarrow (2, -18)$; iii) $830 \text{ Hz} \rightarrow (2, -12)$; iv) $640 \text{ Hz} \rightarrow (2, -6)$; v) $1460 \text{ Hz} \rightarrow (2, 6)$; vi) $1670 \text{ Hz} \rightarrow (2, 12)$; vii) $1880 \text{ Hz} \rightarrow (2, 18)$.

D'autres harmoniques existent et dont certaines trames respectives ne sont pas visibles dans l'intervalle de travail choisi. Par ailleurs on voit bien que les inter-harmoniques sont autour de $1 \times f_c, 2 \times f_c, 3 \times f_c, \dots$

5.5.3.4 Reconstruction fréquentielle puis temporelle pour validation

La démarche adoptée pour valider nos travaux est en réalité une double validation : une validation fréquentielle du courant moteur et du couple électromagnétique d'abord puis

une validation temporelle des mêmes grandeurs courant et couple. Dans chaque type de validation, le courant et le couple à superposer sont simulé (original) et reconstruit (calculé ou filtré) par analyse.

La Figure 79, opère une validation fréquentielle des courant et couple du moteur lorsque la fréquence de la porteuse est $f_c = f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ et les fréquences de fonctionnement sont respectivement en (a), (b) $f_0 = f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ et en (c), (d) $f_0 = f_{mot} = 60 \text{ Hz}$.

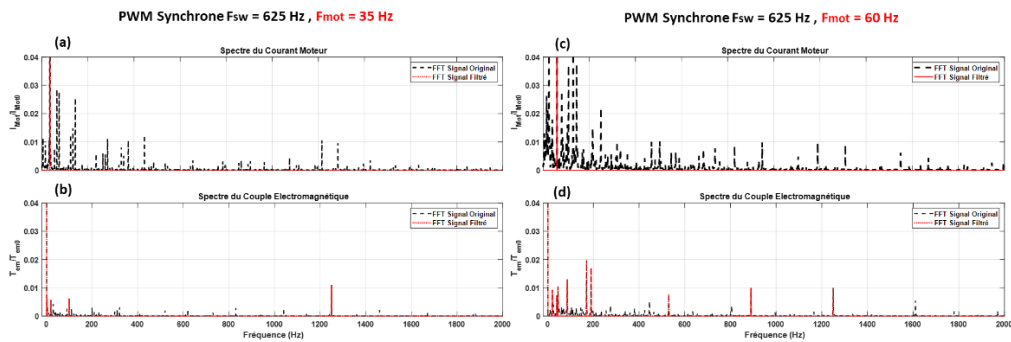


Figure 79 : Validation spectrale croisée entre courants et couples simulés puis calculés en PWM synchrone avec $f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ pour $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$ @ G. Ekemb

La Figure 80, propose une validation temporelle des courant et couple du moteur lorsque la fréquence de la porteuse est $f_c = f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ et les fréquences de fonctionnement sont respectivement en (a), (b) $f_0 = f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ et en (c), (d) $f_0 = f_{mot} = 60 \text{ Hz}$.

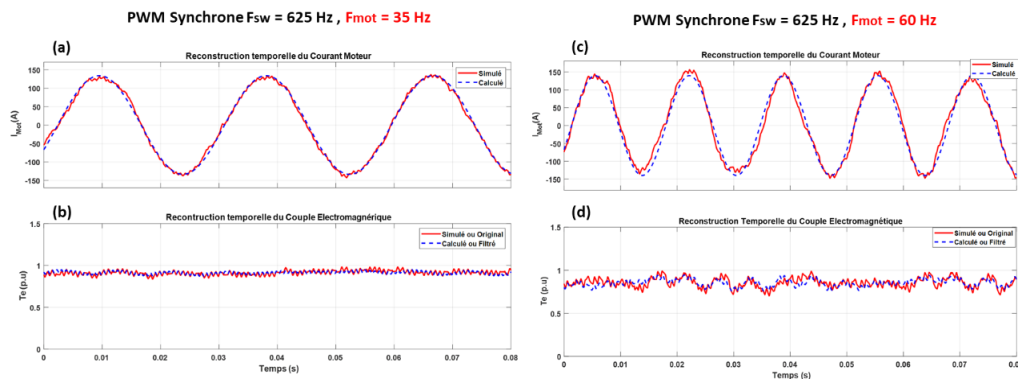


Figure 80 : Validation temporelle croisée entre courants et couples simulés puis calculés en PWM synchrone avec $f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ pour $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$ @ G. Ekemb

On observe une fois de plus une quasi-parfaite superposition des grandeurs dans le cas des structures en pont en H conformément à notre méthodologie d'approche proposée. Rappelons que les mêmes procédures réalisées et obtenues dans la validation avec $f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ pour $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$, ont été répliquées pour $f_{sw} = 1000 \text{ Hz}$ avec $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$ bien que ces résultats ne soient présents ici pour des raisons d'éviter la redondance.

5.6 CONCLUSION

L'analyse des couples pulsatoires dans l'entrefer des machines électriques associées à l'entraînement d'un système multi-masses de forte puissance est faite dans ce chapitre. Nous avons montré une forte compatibilité entre les machines asynchrones et les variateurs de tensions dans le cadre des entraînements à puissances élevées.

Nous avons rappelé que les topologies des variateurs de tension sont liées aux défis à relever dans le cadre d'une application donnée. Il s'agit des défis liés à la grande vitesse (8000 à 20000 tr/mn) et à la grande puissance (20 à 45 MW). Pour cela, deux stratégies peuvent être mises à contribution comme la mise en série et la mise en parallèle des modules. A ces défis s'ajoutent les préoccupations liées à la machine asynchrone.

Nous avons développé dans le cadre de nos travaux deux grandes familles de topologie de variateurs de tension et ayant des variantes. La famille des convertisseurs multiniveaux de type NPC (Neutral Point Clamped) dont deux structures sont analysées : la structure NPC individuel et la structure NPC en parallèle.

La deuxième famille est celle des convertisseurs multiniveaux de type pont en H. Dans cette famille nous avons examiné la structure pont en H individuel et la structure pont en H multiple. Plusieurs avantages et inconvénients de ces topologies et variantes ont été mis en relief.

Du point de vue commande, c'est la modulation à largeur d'impulsion qui a été adoptée grâce à sa forte implantation en industrie actuellement. Deux types de modulations ont été utilisés : la PWM synchrone et la PWM entrelacée. Il s'agit respectivement des signaux de commande en phase et des signaux de commande décalée d'un angle donné en passant d'un niveau à un autre. Les angles de 15° et de 45° ont été utilisés.

Partant de la connaissance des topologies et des techniques de commande choisies, puis prenant avantage sur la connaissance des formes génériques des grandeurs électriques, nous avons écrit, pour chaque structure de variateur, le couple électromagnétique dans l'entrefer de la machine. Chaque fois, le couple résultant est la somme des composantes harmoniques de couple bien connues et visibles.

Il s'agissait selon le cas : (i) des harmoniques de base, proportionnelles à la fréquence du fondamental du moteur ; (ii) des harmoniques non caractéristiques, proportionnelles à la fréquence de la porteuse triangulaire ; (iii) des inter-harmoniques, autour des fréquences multiples de la porteuse.

Les différentes expressions temporelles du couple électromagnétique dans chaque cas a permis d'identifier les composantes susceptibles de provoquer une résonance torsionnelle au niveau de l'arbre mécanique du système mis en place. Cette identification concerne l'amplitude et la fréquence de la composante du couple identifiée.

À travers la simulation théorique de notre analyse, nous avons localisé chaque fois à l'aide du diagramme de Campbell, les points potentiellement dangereux pour la résonance mécanique. Les topologies à convertisseurs de type NPC ont été clairement simulées ainsi que les topologies à convertisseurs de type en ponts en H.

À l'aide de l'analyse spectrale, nous avons pu établir une corrélation génératrice entre deux composantes du courant et une composante du couple. Le principe de superposition de la courbe simulée et de celle obtenue par reconstruction analytique a permis de valider toute notre démarche dans ce chapitre.

CHAPITRE 6

CONCLUSION GENERALE

Notre thèse est une contribution à l'amélioration des performances des systèmes multi-masses électromécaniques pour des applications de moyenne ou de forte puissance, alimentées par des variateurs électroniques de vitesse. Nos travaux sont basés sur une analyse qui favorise une bonne compréhension des comportements torsionnels de tels systèmes.

La motivation de base de notre travail était de montrer qu'il est possible de prédire les conditions de résonance et leurs impacts sur les systèmes d'entraînement variable du domaine des applications à puissance dédiée.

Ensuite, partant des expressions génériques des grandeurs électriques tensions et courants issus des variateurs de vitesse, établir des expressions analytiques des composantes du couple électromagnétique dans l'entrefer de machine, permettant d'identifier et de localiser de façon fiable, les points de coïncidence susceptibles de provoquer une résonance de torsion sur l'arbre mécanique en rotation. Enfin, de vérifier théoriquement par validation croisée, la faisabilité d'une telle approche.

Cette thèse est une recherche originale qui recouvre l'ensembles des objectifs fixés par une approche analytique et numérique dans un sujet complexe qui fait appel à plusieurs domaines en génie électrique et en mécanique. Elle est un fil conducteur entre les deux parties.

6.1 CONTRIBUTIONS

Ces intéressants travaux traitent d'une problématique complexe et d'actualité en lien avec les harmoniques de courant et tension et leurs effets sur le couple électromagnétiques des moteurs électriques alimentés par des variateurs de vitesse de forte puissance.

Parmi les impacts visés par l'investigation, les couples pulsatoires sur l'arbre du moteur électrique d'entraînement. D'où les contributions progressives suivantes.

6.1.1 Modélisation des systèmes multi-masses en vue de l'analyse torsionnelle

Partant d'une topologie généralisée d'une structure électromécanique ayant un nombre fini n de masses liées par un arbre mécanique et qui sont en rotation, nous avons établi un modèle mécanique à l'aide de la loi d'équilibre dynamique de Newton sous forme matricielle.

Afin d'arrimer tout ingénieur électricien à l'analyse compréhensive d'une telle structure, nous avons exprimé un modèle électrique généralisé au moyen d'analogies électromécaniques précises. Une modélisation d'état a été élaborée avec des grandeurs mécaniques et suivie par celle avec des grandeurs électriques.

Une étude simplifiée du comportement torsionnel sur une structure à trois masses a permis d'identifier les conditions de résonance et d'en déduire celles de non-résonance.

Ainsi chaque fois qu'une composante harmonique externe d'un couple s'applique sur l'arbre en rotation et que la fréquence de la composante externe coïncide avec une des fréquences mécaniques naturelles de l'arbre, le système est susceptible de provoquer une résonance dans la course de son angle de torsion. Les impacts sur le système peuvent aller de l'accélération du vieillissement à la rupture de l'arbre conformément à la gravité du phénomène.

6.1.2 Couple électromagnétique d'une machine à courant alternatif

Une bonne compréhension du phénomène électromagnétique et du couplage énergétique dans l'entrefer d'une machine à courant alternatif ont permis d'établir un estimateur du couple électromagnétique qui s'appuie sur une approximation du flux statorique et une simplification du régime d'étude.

Du point de vue électrique, l'analyse a été faite en régime permanent grâce à la rapidité de la dynamique électrique par rapport à la mécanique. Le flux statorique résultant a été estimé comme une intégrale temporelle de la tension statorique puisqu'en forte puissance, la réactance due aux harmoniques électriques de hautes fréquences est négligeable.

Pour faciliter et ordonner l'analyse, les harmoniques électriques ont été classées en trois familles constituées des séquences positives ($n = n_{pos} = 6 * l + 1$), négatives ($n = n_{neg} = 6 * l - 1$) et nulles ($n = n_{zéro} = 3 * l$) avec $l = 1, 2, 3, \dots$

Une analyse des effets des séquences des harmoniques caractéristiques sur le couple électromagnétique s'en ait suivi. L'interaction entre le fondamental et une harmonique de séquence négative produit une composante continue et une composante harmonique du couple de rang ($n = 6 * l$).

Entre le fondamental et une harmonique de séquence positive naît une composante continue et une composante harmonique du couple de rang ($n = 6 * l$). Entre le fondamental et une grandeur non caractéristique c.-à-d. indépendante de la fréquence du fondamental se génère une composante continue et une composante harmonique non-caractéristique du couple appelée inter-harmonique.

La contribution des inter-harmoniques électriques sur le couple résultant a été évaluée. Une expression généralisée des contributions des différentes composantes du couple a permis d'exprimer le couple électromagnétique résultant dans un entrefer de machine. L'incidence des différentes composantes du couple sur le comportement torsionnel de l'arbre mécanique d'un système est exprimée à travers un diagramme de Campbell dédié.

Pour le cas particulier des variateurs de vitesse qui alimentent les machines, des formes génériques de tensions et de courants issues de ces convertisseurs sont exprimées. Ce qui induit l'établissement d'une expression analytique générale de toute composante harmonique du couple créée par un variateur de vitesse.

6.1.3 Couples pulsatoires dans des machines alimentées par variateur de vitesse

L'analyse des couples pulsatoires dans les machines alimentées par variateurs a été faite en deux temps. D'abord les couples pulsatoires dans l'entrefer d'une machine synchrone alimentée par un variateur de courant, ensuite, les couples dans l'entrefer d'une machine asynchrone alimentée par un variateur de tension.

Une compatibilité réelle a été établie entre les machines synchrones et les variateurs de courant. Cette même compatibilité existe entre les machines asynchrones et les variateurs de tension. Après avoir rappelé les configurations types et les défis spécifiques à chaque forme d'entraînement à vitesse variable dans l'industrie des hydrocarbures à titre exemplaire, nous avons mis en relief d'abord les architectures de convertisseur courant de base, variante 6/6 et le convertisseur généralisé de variante p/q comme alimentation des machines synchrones.

Ensuite, les structures de type NPC en individuel et en parallèle, puis le type en pont en H individuel et polyphasé pour alimenter les machines asynchrones.

Une reformulation générale des harmoniques électriques a été dédiée à chaque type de variateurs de vitesse. Aussi, l'écriture du couple électromagnétique spécifique à chaque type de variateur a été faite à travers l'élaboration de leurs composantes pulsatoires respectives.

Dans le cas des variateurs de courants, c'est la force contre-électromotrice (f.c.é.m.) de la machine synchrone, réduite à son fondamental, qui assiste la commutation des interrupteurs de l'onduleur.

Nous démontrons que pour tout variateur de courant de type p/q, les courants d'entrée et de sortie dépendent à la fois de l'indice de pulsation p du redresseur d'entrée et de l'indice de pulsation q de l'onduleur de sortie. Les grandeurs p et q étant des multiples de 6. C'est alors l'interaction entre cette f.c.é.m. et les courants qui crée le couple dans l'entrefer de la machine.

Les composantes harmoniques pulsatoires du couple sont temporellement identifiées. Leurs fréquences harmoniques dépendent à la fois des fréquences du réseau f_g et de la f.c.é.m. f_0 , puis des indices de pulsation de p et q.

Ces familles de composantes du couple sont représentées chaque fois dans un diagramme de Campbell pour des variateurs de courant industriellement plus utilisés actuellement. Chaque diagramme de Campbell qui localise pour un point de fonctionnement donné, les points de résonance, montre aussi que plus les indices de pulsations sont élevés plus les possibilités de résonance diminuent.

Une validation théorique a été menée sur les variateurs de types 6/6 et 12/12 pour un point de fonctionnement $f_0 = 40\text{Hz}$ localise et identifie clairement que les familles des courants harmoniques au stator ainsi que les familles des couples harmoniques générés. Cette superposition du couple obtenu par simulation du système et du couple reconstruit analytiquement conforte nos prédictions.

Pour le cas des variateurs de tension, c'est la commande PWM fortement implantée en industrie qui a été adoptée et implémentée sur des convertisseurs multiniveaux de structures NPC et en pont en H. Deux variantes de modulation ont été appliquées aux convertisseurs de tension : la PWM synchrone et la PWM entrelacée.

Les composantes harmoniques pulsatoires du couple sont temporellement réparties en trois classes : (i) les harmoniques de base, (ii) les harmoniques multiples de la porteuse et, (iii) les inter-harmoniques. Leurs fréquences harmoniques dépendent de la fréquence de la porteuse f_c ou f_{sw} et de la fréquence f_0 ou f_{mot} du fondamental du moteur.

Nous démontrons que la composition réelle des composantes du couple dépend de la structure du convertisseur multiniveau étudié et du type de modulation associée. Pour un convertisseur multiniveau de tension donné, la PWM entrelacée présente un avantage sur la PWM synchrone.

En effet illustrées sur un diagramme de Campbell commun, la même structure de variateur de tension présente moins de points d'excitation de l'arbre avec une PWM entrelacée qu'avec une commande PWM synchrone.

La validation théorique menée sur les convertisseurs multiniveaux de type NPC pour un point de fonctionnement $f_0 = 65 \text{ Hz}$ identifie et localise précisément les familles des courants harmoniques au stator qui génèrent les différentes familles des couples harmoniques. Cette superposition quasi parfaite du couple simulé du système et du couple reconstruit analytiquement consolide nos prévisions.

Sur les convertisseurs multiniveaux de type pont en H, les mêmes procédures réalisées et obtenues dans la validation avec $f_{sw} = 625 \text{ Hz}$ pour $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$, ont été répliquées pour $f_{sw} = 1000 \text{ Hz}$ avec $f_{mot} = 35 \text{ Hz}$ puis $f_{mot} = 60 \text{ Hz}$ bien que ces résultats répliqués par nous ne soient présents ici pour éviter la redondance qui n'aurait pas apporté une plus-value significative différente.

On observe une fois de plus une quasi-parfaite superposition des grandeurs dans le cas des structures en pont en H conformément à notre méthodologie d'approche proposée.

Quelques publications scientifiques ont été faites pour matérialiser notre contribution forte à ce travail. Une conférence publiée en 2013 [68] déjà et deux articles de journaux publiés en 2017 [89] et en 2018 [90]. Ensuite en 2018, dans le journal IEEE transactions on industrial electronics [91] puis en 2019, dans le journal IEEE transactions on power electronics [92] des publications ont été faites. Enfin, un dernier article a été soumis au journal Energies et a été publié le 31 mai 2021 [93].

6.2 SYNTHÈSE DES LIMITES ET PERSPECTIVES

Cette thèse présente un ensemble de limites qui ont été évoquées dans le chapitre 1. Une revue synthétique montre que ces limites sont liées : (i) aux hypothèses simplificatrices

de notre travail ; (ii) à l'insuffisance des tests sur nos travaux et (iii) à l'élimination et/ou la minimisation des effets néfastes de la résonance torsionnelle.

Ces limites évoquées de façon détaillée, ouvrent la voie à plusieurs perspectives claires. À partir de nos hypothèses simplificatrices, les perspectives sont tout d'abord de revisiter notre thématique en réhabilitant au cas par cas chacune de nos hypothèses et observer les effets.

D'autre part, il serait souhaitable d'étudier le même thème avec un environnement de plus en plus pollué et complexe. Comparer les nouveaux résultats obtenus aux nôtres puis tout autre résultat précédemment eu avant toute nouvelle recherche éventuelle, serait un autre aspect important qui ouvre de nouvelles voies.

Pour lever les insuffisances des tests sur notre travail, et en admettant le contexte propice à l'expérimentation, une validation expérimentale concernant tout d'abord l'analyse des couples pulsatoires dans l'entrefer d'une machine synchrone alimentée par un variateur de courant consoliderait davantage les résultats obtenus à travers notre analyse.

De même, une validation expérimentale après analyse des couples pulsatoires dans l'entrefer d'une machine asynchrone alimentée par un variateur de tension est nécessaire dans les convertisseurs multiniveaux utilisés.

D'autres aspects importants qui pourraient être examinés dans le cadre de nouvelles recherches, sont d'explorer des possibilités réelles pour soit éliminer les composantes pulsatoires néfastes, soit minimiser les effets de la résonance de torsion mécanique dans les systèmes évoqués dans nos travaux.

Il ne serait pas moins important de questionner la fiabilité et la rentabilité de tels systèmes en cas de défaut d'abord avec les techniques de commande utilisées dans ce travail puis, avec éventuellement de nouvelles autres.

En effet, au-delà des perspectives liées aux lacunes relevées par nos travaux, il serait louable de revisiter la résonance de torsion des systèmes électromécaniques multi-masses et alimentées par de variateurs de vitesse en y implémentant de nouveaux concepts de commande et d'effectuer une validation croisée adéquate.

Comprendre l'impact exemplaire de la commande par mode de glissement, ou de la commande prédictive ou encore toute autre commande optimale élargirait les horizons de cette thématique.

L'analyse par éléments finis pouvait être considérée comme une alternative pour obtenir les harmoniques de couples électromagnétiques pour une machine lorsque alimenté par des variateurs de fréquence. Il serait intéressant d'explorer clairement cet aspect ainsi que ses limites.

LISTE DE REFERENCE

- [1] J. Song-Manguelle, J.-M. Nyobe Yome et G. Ekemb, «Pulsating Torques in PWM Multi-Megawatt Drives for Torsional Analysis of Large Shafts,» *IEEE transactions on industry applications*, vol. 46, pp. 130-138, 2010.
- [2] T. Feese, R. Maxfield et M. Hilscher, «Torsional vibration problem with motor/ID fan system due to PWM variable frequency drive,» in *Proc. 37th Turbomach. Symp.*, p. 45–56, 2008.
- [3] R. Kerkman, J. Theisen et K. Shah, «PWM inverters producing torsional components in ac motors,» in *Proc. IEEE-PCIC Tech. Conf., Cincinnati, OH*, p. pp. 1–9, 2008.
- [4] J. J. Simond, A. Sapin, T. Xuan, R. Wetter et P. Burmeister, «12-pulse LCI synchronous drive for a 20 MW compressor: Modeling, simulation and measurements,» in *Conf. Rec. 40th IEEE IAS Annu. Meeting, Hong Kong*, p. pp. 2302–2308, Oct. 2005.
- [5] V. Hutten, R. M. Zurowski et M. Hilscher, «Torsional interharmonic interaction study of 75 MW direct-driven VSDS motor compressor trains for LNG duty,» in *Proc. 37th Turbomach. Symp., College Station, TX, USA*, p. 57–66, 2008.
- [6] J. A. Kocur et J. P. Corcoran, «VFD induced coupling failure, case study no. 9,» in *Proc. 37th Turbomach. Symp., College Station, TX, USA, 2008*.
- [7] J. Song-Manguelle, S. Schroder, T. Geyer, G. Ekemb et J.-M. Nyobe Yome, «Prediction of Mechanical Shaft Failures Due to Pulsating Torques of Variable-Frequency Drives,» *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 46, n° 15, p. 1979–1988, sept/oct 2010.
- [8] C. R. Hewson, M. Summer, G. M. Asher et P. W. Wheeler, «Dynamic mechanical load emulation test facility to evaluate the performance of AC inverter,» *Power Eng. J.*, vol. 14, n° 101, pp. 21-28, Feb. 2000.
- [9] M. Rodic, K. Jezernik et M. Trlep, «Dynamic emulation of mechanical loads: An advanced approach,» *IEE Proc. Electron. Power Appl.*, vol. 153, n° 102, pp. 159-166, Mar. 2006.
- [10] S. Saarakkala, A. Alahaeivala, M. Hinkkanen et J. Luomi, «Dynamic emulation of multi-mass mechanical loads in electric drives,» in *Proc. 14th Eur. Conf. Power Electron. Appl.*, pp. 1-10, Aug./Sep. 2011.
- [11] S. K. Bagh, P. Samuel, R. Sharma et S. Banerjee, «Emulation of static and dynamic characteristics of a wind turbine using MATLAB/simulink,» in *Proc. 2nd Int. Conf. Power, Control Embedded Syst.*, pp. 159-166, 012.
- [12] F. Durovsky et K. Kyslan, «Dynamic emulation of mechanical load—An approach based on industrial drives features,» *Automaticak*, vol. 54, n° 103, p. 356–363, 2013.
- [13] Z. H. Akpolat, G. Asher et J. Clare, «Dynamic emulation of mechanical loads using a vector-controlled induction motor-generator set,» *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 46, n° 102, p. 370–379, Apr. 1999.
- [14] R. Sehab et G. Feld, «Vehicle drivetrain: Emulation and simulation using electric machines,» *IEEE Veh. Pow. and Prop. conf., Chicago*, Sept. 2011.
- [15] C. Gan, R. Todd et J. Apsley, «HIL emulation for future aerospace propulsion systems,» in *Proc. 7th IET Int. Conf. Power Electron., Mach. Drives*, 2014.
- [16] G. Ekemb, «Synthèse des topologies et des stratégies de commande des convertisseurs statiques de moyenne tension pour des applications de très forte puissance à vitesse variable, mémoire DEA, Université de Douala, 2006, non publié,» *mémoire DEA*, p. non publié, 2006.

- [17] R. Wamkeue, Y. Chrourou, J. Song-Manguelle, J.-M. Nyobe-Yome et al., «State Modeling Based Prediction of Torsional Resonances for Horizontal-Axis Drive Train Wind Turbine»,» *IET conference on Renewable Power Generator*, sept 2011.
- [18] Y. Chrourou, «Modélisation d'un aérogénérateur à génératrice asynchrone auto-excitée en vue de l'étude des résonances torsionnelles et de la stabilité dynamique,» Mémoire de Maîtrise en Ingénierie, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI, QC, 2011.
- [19] S. Schramm, C. Sihler, J. Song-Manguelle et P. Rotondo, «Damping Torsionnal Interharmonic Effects of Large Drives,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 25, n° 14, pp. 1090-1098, Avril 2010.
- [20] J. Song-Manguelle, C. Sihler et S. Schramm, «A General Approach of Damping Torsional Resonance Modes in Multimegawatt Applications,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, n° 13, pp. 1390-1399, mai/juin 2011.
- [21] H. A. Toliyat, S. Nandi, S. Choi et H. Meshgin-Kelk, «Electric Machines: Modelling, Condition Monitoring, and Fault Diagnosis,» *CRC Press, Taylor and Francis Group: Boca Raton, FL, USA*, pp. 83-85, 2013.
- [22] API., «API Standard 617, Axial and Centrifugal Compressors and Expander-Compressors,» *8th ed.; API: Englewood, CO, USA*, 2016.
- [23] API., «API Standard 672, Packaged, Integrally Geared Centrifugal Air Compressors for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services,» *5th ed.; API: Englewood, CO, USA*, August 2019.
- [24] API., «API Standard 673, Centrifugal Fans for Petroleum, Chemical and Gas Industry Services,» *3rd ed.; API: Englewood, CO, USA*, December 2014.
- [25] API., «API Standard 684, Paragraphs Rotodynamic Tutorial: Lateral Critical Speeds, Unbalance Response, Stability, Train Torsional, and Rotor Balancing,» *2nd ed.; API Recommended Practice 684; API: Englewood, CO, USA*, August 2005.
- [26] S. Schramm, C. Sihler, J. Song-Manguelle et P. Rotondo, «Damping Torsional Interharmonic Effects of Large Drives,» *IEEE Trans. on Industry Power Electronics*, vol. 25, n° 14, pp. 1090-1098, April 2010.
- [27] P. Rotondo, D. Andreao, S. Famoli, P. Jörg, A. Lenzi, T. Hattenbach, D. Fioravanti et S. de Franciscis, «Combined Torsional and Electromagnetic Analysis of an LNG Compression Train with Variable Speed Drive System,» *In Proceedings of the 38th Turbo Machinery Symposium, College Station, TX, USA*, pp. 93-102, 14–17 September 2009.
- [28] C. M. Ong., «Dynamic Simulation of Electric Machinery using Matlab/Simulink,» *Prentice hall, Perdue*, 1999.
- [29] J. Song-Manguelle, C. Sihler et J.-M. Nyobe-Yorne, «Mode ling of torsional resonances for multi-megawatt drives design,» *Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 1-8, 2008.
- [30] J. Song-Manguelle, J.-M. Nyobe-Yome et G. Ekemb, «Modélisation des Vibrations Torsionnelles dans les Entraînements Électriques de Forte Puissance,» *Inter. Conf. in Elect. Eng. and its Applications, ICEEA, Sidi Bel-Abbes, Algeria*, 2008.
- [31] G. Shahgholian, «Modeling and Simulation of a Two-Mass Resonant System with Speed Controller,» *International Journal of Information and Electronics Engineering*, vol. 3, n° 15, September 2013.
- [32] W. Campbell, « Protection of Steam Turbine Disk Wheels from Axial Vibration,» *Transactions of the ASME*, p. 31–160, 1924.
- [33] T. H. Courtney, «Mechanical Behavior of Materials,» *Waveland Press Inc*, pp. 584-645, 2005.

- [34] M. A. Meyers et K. K. Chawla, «Mechanical Behavior of aterials,» *Cambridge University Press*, pp. 58-70, 2009.
- [35] J. J. Simond, A. Sapin, T. Xuan, R. Wetter et P. Burmeister, «12-pulse LCI synchronous drive for a 20 MW compressor: Modeling, simulation and measurements,» in *Conf. Rec. 40th IEEE IAS Annual Meeting*, p. 2302–2308, Oct. 2005.
- [36] R. Salisbury, P. Rasmussen, T. Griffith et A. Fibbi, «Design, manufacture, and test campaign of the world’s largest LNG refrigeration compressor strings,» *In Proceedings of the LNG15 Conference*, pp. 24-27, April. 2007.
- [37] R. Salisbury, P. Rasmussen, T. Griffith et A. Fibbi, «World’s largest LNG compressors designed, tested for Qatargas II,» *Oil&Gas Journal*, vol. 105, num. 29, 2007.
- [38] J. Song-Manguelle, M. Harfman et al., «A Modular Stacked DC Power Transmission and Distribution System for Long Distance subsea Applications,» *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 50, n° 15, pp. 3512-3524, Sept./Oct. 2014.
- [39] P. C. Krause, O. Wasynczuk et S. D. Sudhoff, «Analysis of Electric Machinery and Drive Systems,» *IEEE Press, Wiley Interscience*, 2002.
- [40] R. Park, «Two-Reaction Theory of Synchronous Machines generalized method of analysis-Part I,» *Transactions of the AIEE*, vol. 48, n° 103, pp. 716-730, 1929.
- [41] C.-M. Ong, «Dynamic Simulation of Electric Machinery using Matlab/Simulink,» *Prentice Hall*, sept. 1997.
- [42] M. Grötzbach, T. Strasser et L. Lorenz, «Line side harmonics of three-phase current controlled rectifiers in continuous and discontinuous operation mode,» *EPE-87, European Conf. on Power Electronics and Applications (proc. of)*, vol. 2, pp. 707-712, 1987.
- [43] M. Sakui et H. Fujita, «Calculation of harmonic currents in a three-phase converter with unbalanced power supply conditions,» *IEE Proceedings on Electric Power Applications*, vol. 139, n° 105, pp. 478-484, Sept. 1992.
- [44] R. Yacamin, «Power System Harmonics, IV. Interharmonics”,» *Power Eng. J.*, vol. 10, n° 104, 1996.
- [45] E. Ngandui, G. Olivier, G. E. April et A. O. Ba, «Comprehensive Switching Functions Approach to Calculate Harmonics Produced by Multipulse Thyristor Converters Operating Under Unbalanced Supply,» *Proc. 8th Intern. IEEE Conf. on Harmonics and Quality of Power ICHQP 98*, pp. 837-843, 1998.
- [46] D. C. McDermit, D. S. Shipp, T. J. Dionise et V. Lorch, «Medium-Voltage Switching Transient-Induced Potential Transformer Failures: Prediction, Measurement, and Practical Solutions,» *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 49, n° 104, pp. 1726-1737, July/Aug. 2013.
- [47] D. S. Shipp, T. J. Dionise, V. Lorch et B. J. MacFarlane, «Transformer failure due to circuit breaker-induced switching transients,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 47, n° 102, pp. 707-718, Apr./May 2011.
- [48] D. C. McDermit, D. S. Shipp, T. J. Dionise et V. Lorch, «Medium-Voltage Switching Transient-Induced Potential Transformer Failures: Prediction, Measurement, and Practical Solutions,» *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 49, n° 104, pp. 1726-1737, July/Aug. 2013.
- [49] D. G. Holmes et T. A. Lipo, «Pulse Width Modulation for Power Converters: Principle and Practice,» *IEEE Press, Series on Power Eng., Wiley Interscience*, 2003.
- [50] B. Monsen, K. S. Rongve, T. Laegreid et C. Gutscher, «Asgard Subsea Gas Compression—Technology Qualification Testing With High-Speed VSD and Very Long Step-Out Cable,» *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 50, n° 102, pp. 1542-1561, March/April 2014.

- [51] G. Scheuer, B. Monsen, K. Rongve, T.-O. Ronhovd, T.-E. Moen, E. Virtanen et S. Ashmore, «Subsea compact gas compression with high-speed VSDs and very long step-out cables,» in *Proc. 6th IEEE PCIC Eur. Conf. Rec.*, p. 163–173, 2009.
- [52] J. Song-Manguelle, S. Schroder, T. Geyer, G. Ekemb et J.-M. N. Yome, «Prediction of Mechanical Shaft Failures Due to Pulsating Torques of Variable-Frequency drives,» *IEEE transactions on industry applications*, vol. 46, pp. 1979–1988, 2010.
- [53] T. A. Lipo, «Introduction to AC Machine Design,» *IEEE Press, Series on Power Eng., Wiley Inter*, 2017.
- [54] A. Sannino, L. Liljestrang, B. Rothman, T. Nestli, M. Kjall-Ohlsson et P. E. Holsten, «All-electric LNG liquefaction plants: Technical challenges and possible concept solutions,» in *Proc. IEEE Ind. Annu. Meeting, New Orleans, LA, USA,*, p. pp. 2407–2413, Sep. 2007.
- [55] V. Hutten, R. M. Zurowski et M. Hilsher, «Torsional interharmonic interaction study of 75 MW direct-driven VSDS motor compressor trains for LNG duty,» in *Proc. 37th Turbomach. Symp., College Station, TX,*, p. 57–66, 2008.
- [56] S. Schroder et al., «Modular high-power shunt-interleaved drive system : A realization up to 35 MWfor oil and gas applications,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 25, n° 104, p. 130–138, Jan. 2010.
- [57] H. Hosoda et S. Peak, «Multi-level converters for large capacity motor drive,» in *Proc. Int. Power Electron. Conf., Sapporo, Japan*, pp. 516–522, 2010.
- [58] A. Tessarolo et C. Bassi, «Stator harmonic currents in VSI-fed synchronous motors with multiple three-phase armature windings,» *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 25, n° 104, p. 974–982, Dec. 2010.
- [59] A. Tessarolo, G. Zocco et C. Tonello, «Design and testing of a 45-MW 100-Hz quadruple-start synchronous motor for a liquefied natural gas turbo-compressor drive,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 45, n° 103, p. 1210–1219, May/June. 2011.
- [60] P. Wikstrom, L. A. Terens et H. .: Kobi, «Reliability, availability, and maintainability of high-power variable-speed drive systems,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 36, n° 101, p. 231–241, Jan./Feb. 2000.
- [61] R.-D. Klug et A. Mertens, «Reliability of Megawatt drive concepts,» in *Proc. Int. Conf. Ind. Technol. Maribor, Slovenia*, vol. 2, pp. 636–641, 2003.
- [62] M. Bruha et al, «Marco Mauri, Torsional issues related to variable frequency control of elastic drive systems,» in *Proc. 42nd IEEE Ind. Electron. Conf., Florence, Italy*, pp. 2981–2987, 2016.
- [63] C. Sihler et al., «Torsional mode damping for electrically driven gas compression trains in extended variable speed operation,» in *Proc. 38th Turbomach. Symp., College Station, TX, USA*, p. 81–92, Sep. 2009.
- [64] P. W. Hammond:, «A new approach to enhance power quality for medium voltage AC drives,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 33, n° 101, p. 202–208, Jan./Feb. 1997.
- [65] G. J. Neidhofer et A. G. Troedson, «Large converter-fed synchronous motors for high speeds and adjustable speed operation: Design features and experience,» in *Proc. IEEE Int. Elect. Mach. Drives Conf. Rec., Milwaukee, WI, USA,*, p. MA2/6.1–MA2/6.3, May 1997.
- [66] *Megadrive-LCI: Large Adjustable-Speed Synchronous Motor Drives*. [Performance]. ABB, Turgi, Switzerland.
- [67] *Axial and Centrifugal Compressors and Expander-Compressors, 8th ed., Errata 1*. [Performance]. API Standard 617, Aug. 2016.
- [68] *Packaged, Integrally Geared Centrifugal Air Compressors for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services, 4th ed., Errata 2*. [Performance]. API Standard 672, Jul. 2010.

- [69] *Centrifugal Fans for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services, 3rd ed.* [Performance]. API standard 672, Dec. 2014.
- [70] P. Dattaray et al., «A novel control strategy for subsynchronous resonance mitigation using 11 kV VFD-based auxiliary power plant loads,» *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 33, n° 102, p. 728–740, Apr. 2018.
- [71] *Megadrive-LCI : Medium voltage AC drive for control and soft starting of large synchronous motors.* [Performance]. ABB.
- [72] J. Cheng, «IEEE STD 519-2014 : Compliances, Updates, Solutions and Case Studies,» [En ligne]. Available: http://www.egr.unlv.edu/~eebag/IEEE_STD_519_1992vs2014.pdf. [Accès le 21 03 2021].
- [73] J. Pichoir, *Machines électrique : Enroulements, fém, fmm, inductances*, Paris: Masson et Cie, 1965.
- [74] J. Song-Manguelle, G. Ekemb, S. Schroder, T. Geyer, J. M. Nyobe-Yome et R. Wamkeue, «Analytical expression of pulsating torque harmonics due to PWM drives,» in *Proc. IEEE Energy Convers. Congr. Expo., Denver, CO, USA.*, pp. 2813-2820, 2013.
- [75] D. G. Holmes et T. A. Lipo, «PulseWidth Modulation for Power Converters : Principle and Practice (IEEE Press Series on Power Engineering),» *New York, NY, USA: Wiley Interscience*, 2003.
- [76] J. Ou, Y. Liu, R. Qu et M. D. Bauer, «Experimental and theoretical research on cogging torque of PM synchronous motors considering manufacturing tolerances,» *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 65, n° 105, p. 3772–3783, May 2018.
- [77] M. Bloet, P. Granjon, B. Raison et G. Rotating, «Models for bearing damage detection in induction motors using station current monitoring,» *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, n° 104, p. 813–1822, Apr. 2008.
- [78] G. Carrara et al., «A new multilevel PWM method : a theoretical analysis,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, n° 103, p. 497–505, July 1992.
- [79] A. Nabae et H. Akagi., «A new neutral-point-clamped PWM inverter,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 17, n° 105, p. 518–523, September 1981.
- [80] S. Schroder et al., «“Modular high-power shunt-interleaved drive system : A realization up to 35 MW for oil and gas applications,» *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 25, n° 104, p. 130–138, Jan. 2010.
- [81] X. Yuan et I. Barbi, «Fundamentals of a New Diode Clamping Multilevel Inverter,» *IEEE trans. on Pow. Electr.*, vol. 15, n° 104, July 2000.
- [82] J. Lai, S. Peng et F. Zheng, «Multilevel converters - A new breed of power converters,» *IEEE trans. on Ind. Appl.*, vol. 32, n° 103, pp. 509-517, 1996.
- [83] N. Celanovic et D. Boroyevich, «A comprehensive study of neutral point voltage balancing problem in three-level neutral-point-clamped voltage source PWM inverter,» *IEEE trans. on Pow. Electr.*, vol. 15, n° 102, pp. 242-249, 2000.
- [84] S. Iida, S. Masukawa et Y. Kubota, «Improved voltage source inverter with 18-step output waveforms,» *IEEE Ind. Appl.*, vol. 4, pp. 58-65, Jan./Feb. 1998.
- [85] W. E. Brumsickle, D. M. Divan et T. A. Lipo, «Reduced switching stress in high-voltage IGBT inverters via a three-level structure,» *APEC '98, 30th annual meeting, Applied Pow. Elect. Conf. and Exp*, vol. 2, pp. 544-550, 1998.
- [86] T. Meynard et H. Foch, «Imbricated Cells Multi-Level Voltage-Source Inverter for High Voltage Applications,» *EPE Journal*, vol. 3, June 1993.

- [87] J.-S. Mariethoz, Etude formelle pour la synthèse de convertisseurs multiniveaux asymétriques: topologies, modulation et commande, Lausanne: EPFL, 2005.
- [88] J. Song-Manguelle, Convertisseurs multiniveaux asymétriques alimentés par transformateurs multi-secondaires basse-fréquence : réactions au réseau d'alimentation, Lausanne: EPFL, Thèse n°3033 (2004).
- [89] D. L. Mon-Nzongo, T. Jin, G. Ekemb et L. Bitjoga, «Decoupling Network of Field-Oriented Control In Variable-Frequency Drives,» *IEEE Transactions On Industrial Electronics, Issue 7*, vol. 64, July 2017.
- [90] D. L. Mon-Nzongo, E. Leugoue, J. H. Zhang et G. Ekemb, «Improved Field-oriented Control for PWM Multi-level Inverter-fed Induction Motor Drives,» *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 9, n° 12, pp. 481-492, February 2018.
- [91] J. Song-Manguelle, G. Ekemb, D. L. Mon-Nzongo, T. Jin et M. L. Doumbia, «A Theoretical Analysis of Pulsating Torque Components in AC Machines With Variable Frequency Drives and Dynamic Mechanical Loads,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, n° 112, pp. 9311-9324, dec 2018.
- [92] D. L. Mon-Nzongo, G. Ekemb, J. Song-Manguelle, P. G. Ipoum-Ngome, T. Jin et M. L. Doumbia, «LCIs and PWM-VSIs for the Petroleum Industry: A Torque Oriented Evaluation for Torsional Analysis Purposes,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, n° 19, pp. 8956-8970, sept. 2019.
- [93] G. Ekemb, F. Slaoui-Hasnaoui, J. Song-Manguelle, P. G. Lingom et I. Fofana, «Instantaneous Electromagnetic Torque Components in Synchronous Motors Fed by Load-Commutated Inverters.,» *Energies 2021, 14, 3223; <https://doi.org/10.3390/en14113223>*, 31 May 2021.

