



DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-2-155-164

УДК 621.165.533

КОМПРЕССОРНЫЙ ПРОФИЛЬ С4: АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Л.В. Виноградов, В.К. Мамаев, П.П. Ощепков

Российский университет дружбы народов
Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

В работе представлены результаты проектирования компрессорного профиля типа С4 с использованием системы автоматизированного проектирования (САПР). В САПР реализован метод нелинейных преобразований Гирста. Все вычисления и графические построения выполнены в интегрированном математическом пакте MathCAD. Для вычислений и построений средняя линия профиля аппроксимируется кривой Безье 2-го порядка с углами наклона касательных в начальной и конечной точках этой кривой, определяемых углом поворота потока в решетке профилей в соответствии с расчетом проточной части компрессора. В работе определены координаты точек сопряжения окружностей входной и выходной кромок с выпуклой и вогнутой частями профиля (спинка и корытце профиля). Спинка и корытце симметричного исходного профиля аппроксимируются дугами окружностей входной и выходной кромок и тремя кривыми Bezier 2-го порядка. После аппроксимации обводов исходного профиля было получено интегральное уравнение исходного симметричного компрессорного профиля типа С4. Аналитическое описание обводов профиля и средней линии дало возможность осуществить нелинейные преобразования Гирста и получить сначала уравнение изогнутого профиля, затем построить одиночный профиль типа С4, потом записать уравнение решетки профилей с заданным углом установки профиля в решетке и соответствующим шагом и построить графический образ компрессорной решетки. В исходной системе координат рассчитаны геометрические параметры симметричного компрессорного профиля, необходимые для прочностных расчетов.

Ключевые слова: компрессор, профиль С4, решетка, САПР, нелинейные преобразования

Введение

Сложные обводы и поверхности получили широкое распространение в лопаточных машинах (компрессоры и турбины). Проектирование и расчет таких обводов и поверхностей с применением современной вычислительной техники, а также воспроизведение на станках с программным управлением требует их корректного математического описания [1]. Одним из современных методов конструирования поверхностей является метод нелинейных преобразований, который позволяет получать искомую поверхность (обвод) как образ плоскости или какой-либо известной кривой.

Данные и методы

В работе применено преобразование Гирста I_2 с несобственным центром F_1^∞ [1]. У рассматриваемой специализации криволинейных инволюций I_n с несобственным центром F_1^∞ есть очень важное метрическое свойство: такое преобразование является эквиформным, т.е. сохраняются площади прообраза и образа.

В использованной специализации квадратичной инволюции I_2 инвариантной коникой является квадратичная парабола d^2 в виде кривой Bezier 2-го порядка.

Прообразом компрессорного изогнутого профиля является симметричный исходный компрессорный профиль С4 [2; 3], аэродинамические характеристики которого известны из экспериментальных данных.

Все вычисления и построения выполнены в интегрированном математическом пакете MathCAD [5], для чего была разработана система автоматизированного проектирования (САПР) и подпрограмма для расчета координат опорных точек полиномов Bezier 2–5-го порядков (Pp — «Опорные точки»).

Объектом построения был профиль С4 [2], симметричный, с максимальной относительной толщиной 10%, хордой профиля 100 мм, относительная абсцисса сечения с максимальной толщиной — 30%, радиус входной кромки $r_1 = 1,2$ мм, радиус выходной кромки $r_2 = 0,6$ мм. Ниже приведена матрица координат обвода исходного профиля, где первая строка — абсциссы, вторая — ординаты. (Матрица параллельно записывается в текстовой структурированный файл для возможности последующего ее использования в других САПР.)

Матрица координат компрессорного профиля С4

0	1,25	2,5	5,0	7,5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	100
0	1,65	2,27	3,08	3,62	4,02	4,55	4,83	5,0	4,89	4,57	4,05	3,37	2,54	1,60	1,06	0

На рисунке 1 показан векторный график исходного профиля. График строится для получения первичного образа (прообраза) объекта проектирования и контроля корректности исходных данных и их ввода.

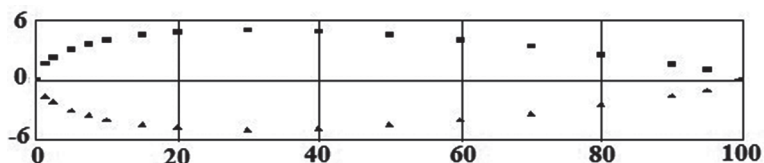


Рис. 1. Векторный график симметричного профиля С4: ■ — верхний обвод профиля; ▲ — нижняя половина обвода профиля

[Fig. 1. Vector plot of symmetric C4 blade profile: ■ — top part contour; ▲ — bottom part contour]

Результаты вычислений

Для последующих вычислений векторы обводов исходного профиля были интерполированы кубическими сплайнами, для чего в пакете MathCAD [5] имеется стандартная функция, позволяющая работать как с аналитическими функциями.

На рисунке 2 VS_{vxx}, VS_{vxy} — векторы абсцисс и ординат спинки профиля, $x_1(\Theta)$, $y_1(\Theta)$ — параметрическое уравнение окружности входной кромки.

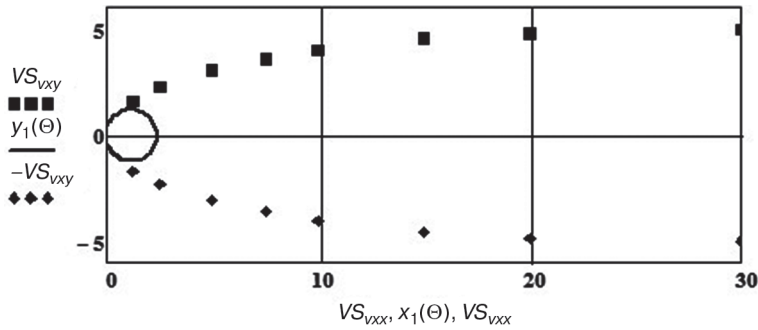


Рис. 2. Область входной кромки профиля: ■ — верхний обвод профиля; ◆ — нижняя половина обвода профиля; — — входная кромка профиля
[Fig. 2. Leading edge of the blade profile: ■ — top part contour; ◆ — bottom part contour; — — leading edge]

Для начала аппроксимации вариантными расчетами были определены координаты начальной точки (абсцисса и ордината) A :

$$XA \equiv 0.2YA(x) = \sqrt{r_1^2 - (x - r_1)^2} YA = YA(XA)YA = 0.663325.$$

Начальная точка A расположена на окружности входной кромки, и аппроксимационная кривая должна быть касательной к этой окружности. Эта точка является одной (левой) опорной точкой характеристического треугольника аппроксимационной кривой Bezier. Правая опорная точка C характеристического треугольника определялась методом последовательного приближения — перебором точек матрицы координат профиля. Для первого аппроксимационного участка правой опорной точкой стала точка вектора с индексом 9.

Для расчета вектора опорных точек полиномов Bezier применялась разработанная подпрограмма

$$Pp_basic_point(XA, x_C, YA, y_C, \alpha_A, \alpha_C, 2).$$

Формат матрицы исходных данных для этой подпрограммы имеет вид

$$Pp_basic_point(XA, x_C, YA, y_C, \alpha_A, \alpha_C, 2),$$

где — XA, YA, x_C, y_C — координаты правой и левой (конечных) опорных точек кривой Bezier; α_A, α_C — углы наклона касательных в этих точках.

Подпрограмма формирует матрицу координат опорных точек полиномов Bezier и параметрические уравнения соответствующих полиномов.

Ниже приведена матрица координат опорных точек для профиля С4.

Матрица координат опорных точек полиномов Bezier

$$V1 = \begin{pmatrix} 0.2 & 3.528 & 40 & 0.2 & 0.663 & 1.032 & 1.918 & 6.423 & 3.073 \\ 0.663 & 5.681 & 4.89 & 1.864 & 3.172 & 11.814 & 4.229 & 21.348 & 4.658 \\ 0 & 0 & 0 & 21.764 & 5.285 & 30.882 & 5.088 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 4.89 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

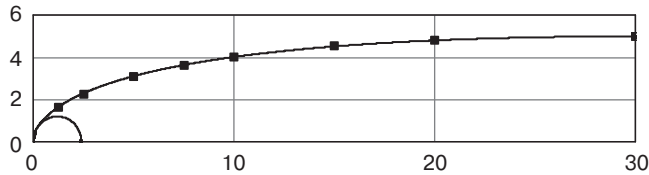


Рис. 3. Начальный участок аппроксимации обвода спинки: — — аппроксимационная кривая Безье; ■ — исходные точки контура профиля С4
[Fig. 3. Initial region of approximation for blade back contour: — — Bézier approximation curve; ■ — points of original C4 blade profile contour]

На рисунке 3 показан первый (начальный) участок аппроксимации.

Второй аппроксимационный участок начинается с элемента вектора с индексом 9 (последний элемент первого аппроксимационного участка) до 14. Крайний правый элемент второго участка определялся методом последовательного подключения крайнего элемента к вектору характеристического треугольника второго участка. Координаты опорных точек кривой Bezier 2-го участка рассчитываются по подпрограмме, которая ранее уже использовалась. На рисунке 4 показан второй участок аппроксимации первичного профиля.

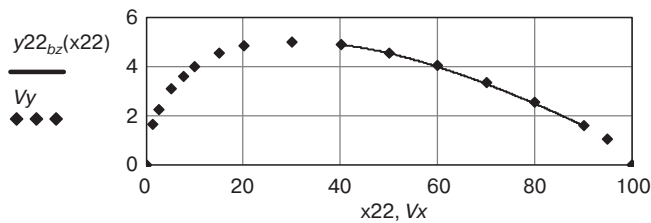


Рис. 4. Второй аппроксимационный участок спинки профиля, построенный по уравнению $y_{22_{bz}}(x_{22})$
[Fig. 4. Second approximation region for blade back contour constructed on the basis of $y_{22_{bz}}(x_{22})$ equation]

Третий заключительный участок аппроксимации включал элемент с индексом 14 (последний элемент второго участка) и окружность выходной кромки. Определение параметров правой опорной точки характеристического треугольника было выполнено методом последовательного приближения, задавая абсциссу точки на окружности выходной кромки. Для профиля С4 абсцисса этой точки была определена как $x_C = 94,7$.

По аналогии с предыдущими интервалами координаты опорных точек полиномов были определены по подпрограмме *Pp* — «Опорные точки».

После аппроксимации трех участков были записаны уравнения обвода спинки профиля С4 в виде

$$S_{C4}(x) = \begin{cases} \sqrt{r_1^2 - (x - r_1)^2} & \text{if } 0 \leq x \leq 0.2 \\ y_{2_{bz}}(x) & \text{if } 0.2 < x \leq 40 \\ y_{22_{bz}}(x) & \text{if } 40 < x \leq 90 \\ y_{222_{bz}}(x) & \text{if } 90 < x \leq 99.47 \\ \sqrt{r_2^2 - [x - (b - r_2)]^2} & \text{if } 99.47 < x \leq b \end{cases} .$$

В силу симметрии уравнение корытца можно записать в виде

$$W_{C4}(x) = -S_{C4}(x).$$

На рисунке 5 показан симметричный исходный компрессорный профиль $C4$, аппроксимированный двумя окружностями входной и выходной кромок, тремя кривыми Bezier 2-го порядка и построенный по вышеприведенным уравнениям.

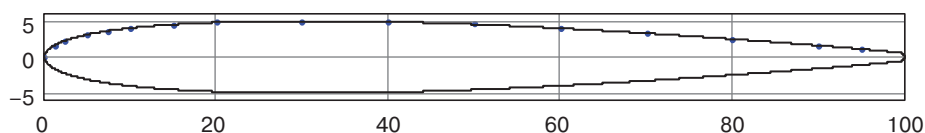


Рис. 5. Профиль $C4$, построенный двумя окружностями входной и выходной кромок и тремя кривыми Безье 2-го порядка
[Fig. 5. $C4$ blade profile constructed by two circles of leading and trailing edges and three second-order Bézier curves]

Построение изогнутого профиля методом нелинейных преобразований было выполнено по уравнениям вида

$$S_{NL}(x) = Lmid_{C4}(x) - S_{C4}(x)$$

$$W_{NL}(x) = Lmid_{C4}(x) - W_{C4}(x)$$

где $Lmid_{C4}(x)$ — инвариантная кривая 2-го порядка в виде кривой *Bezier* с углом на входе $\chi_1 = 14^\circ$, на выходе $\chi_2 = -10^\circ$, т.е. угол поворота потока в решетке $\vartheta = 24^\circ$, что соответствует практически максимальному углу поворота в компрессорной решетке [2].

Следует отметить, что при изгибе симметричного профиля инвариантная кривая является средней линией изогнутого профиля.

Параметры характеристического треугольника для инвариантной кривой были рассчитаны по подпрограмме расчета опорных точек. На рисунке 6 представлены изогнутый профиль и инвариантная кривая — средняя линия профиля.

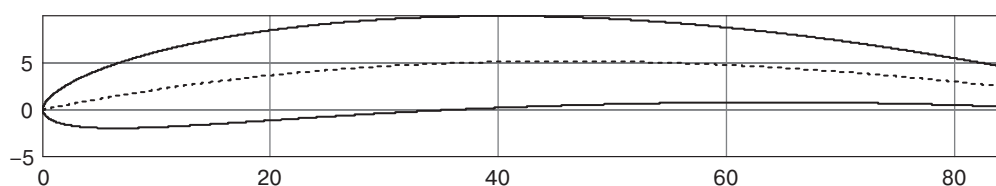


Рис. 6. Фрагмент изогнутого компрессорного профиля:
 ... — инвариантная кривая (средняя линия); — — обвод профиля
[Fig. 6. Fragment of curved compressor blade profile:
 ... — invariant curve (centreline); — — profile contour]

На рисунке 7 показана решетка компрессорных профилей типа $C4$ с углом установки профиля в решетке $\gamma = 70^\circ$, относительным шагом $t = 1$.

Параметрические уравнения координат изогнутого профиля решетки имеют вид

$$x'(x) = x \cdot \cos\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + S_{NL}(x) \cdot \sin\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$y'(x) = -x \cdot \sin\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + S_{NL}(x) \cdot \cos\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$x'w(x) = x \cdot \cos\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + W_{NL}(x) \cdot \sin\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$y'w(x) = -x \cdot \sin\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + W_{NL}(x) \cdot \cos\left(70 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

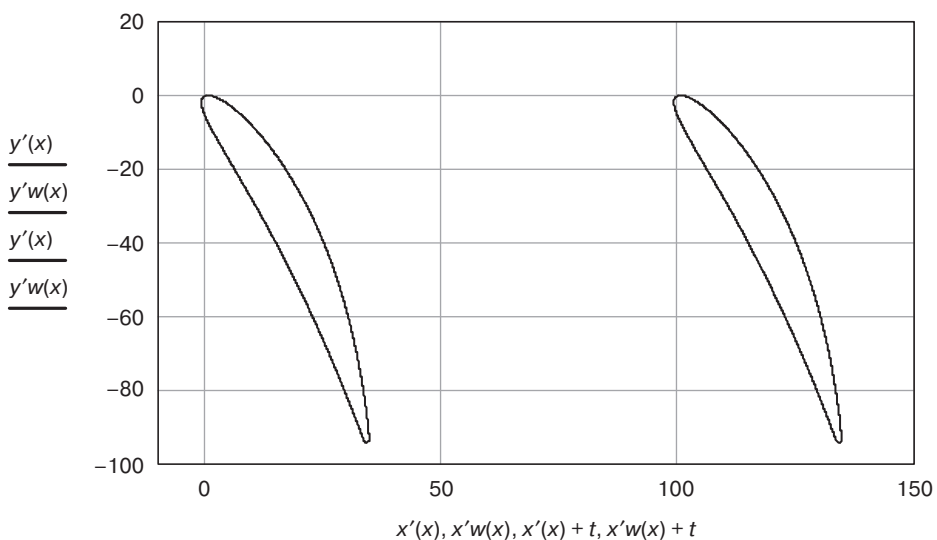


Рис. 7. Решетка изогнутых компрессорных профилей типа С4 с углом установки $\gamma = 70^\circ$ и относительным шагом $t = 1$

[Fig. 7.] Cascade of curved C4 compressor blade profiles with angle of incidence $\gamma = 70^\circ$ and pitch ratio $t = 1$

Аналитические зависимости обводов профиля удобны для расчета геометрических характеристик профиля, которые используются в прочностных расчетах [2]. В таблице представлены наименования, формулы, имена по программам и численные значения геометрических параметров изогнутого профиля С4 в исходной системе координат.

На рисунке 8 представлен изогнутый компрессорный профиль С4 с главными центральными осями.

Геометрические параметры изогнутого профиля С4
[Table. Geometric parameters of curved C4 compressor blade profile]

№ п/п	Наименование параметров	Имя	Значение
1	Площадь профиля [Profile area] $F = \int_0^b (W_{NL}(x) - S_{NL}(x)) dx$	F	$F = 718.926$
2	Статический момент инерции площади относительно оси x [First moment of area relative to x -axis] $S_x = \int_0^b \int_{S_{NL}(x)} s ds dx$	S_x	$S_x = 2.805 \cdot 10^3$
3	Статический момент инерции площади относительно оси y [First moment of area relative to y -axis] $S_y = \int_0^b \int_{S_{NL}(x)} x ds dx$	S_y	$S_y = 3.117 \cdot 10^4$
4	Момент инерции площади относительно оси x [Second moment of area relative to x -axis] $J_x = \int_0^b \int_{S_{NL}(x)} s^2 ds dx$	J_x	$J_x = 1.635 \cdot 10^4$
5	Момент инерции площади относительно оси y [Second moment of area relative to y -axis] $J_y = \int_0^b \int_{S_{NL}(x)} x^2 ds dx$	J_y	$J_y = 1.778 \cdot 10^6$
6	Центробежный момент инерции [Product moment of area] $J_{xy} = \int_0^b \int_{S_{NL}(x)} x \cdot s ds dx$	J_{xy}	$J_{xy} = 1.24 \cdot 10^5$
7	Абсцисса центра тяжести профиля [x-coordinate of centre of gravity] $X_C = S_y \cdot F^{-1}$	X_C	$X_C = 43.356$
8	Ордината центра тяжести [y-coordinate of centre of gravity] $Y_C = S_x \cdot F^{-1}$	Y_C	$Y_C = 3.902$
9	Момент инерции площади относительно оси ординат центральных осей [Second moment of area relative to centroid y -axis] $J_{y_1} = J_y - X_C^2 \cdot F$	J_{y_1}	$J_{y_1} = 4.263 \cdot 10^5$
10	Момент инерции площади относительно оси абсцисс центральных осей [Second moment of area relative to centroid x -axis] $J_{x_1} = J_x - Y_C^2 \cdot F$	J_{x_1}	$J_{x_1} = 5.402 \cdot 10^3$
11	Центробежный момент инерции относительно центральных осей [Product moment of area relative to centroid axes] $J_{x_1 y_1} = J_{xy} - X_C \cdot Y_C \cdot F$	$J_{x_1 y_1}$	$J_{x_1 y_1} = 2.36 \cdot 10^3$
12	Максимальный момент инерции относительно главных центральных осей [Maximum moment of area relative to centroid axes] $J_{\max} = (J_{x_1} + J_{y_1}) \cdot 2^{-1} + S_{qr}$	J_{\max}	$J_{\max} = 4.263 \cdot 10^5$
13	Минимальный момент инерции относительно главных центральных осей [Minimum moment of area relative to centroid axes] $J_{\min} = (J_{x_1} + J_{y_1}) \cdot 2^{-1} - S_{qr}$	J_{\min}	$J_{\min} = 5.389 \cdot 10^3$
14	Угол наклона главных центральных осей относительно исходной системы координат [Angle of inclination of centroid axes relative to the original coordinate system] $\varphi = \arctan \left[J_{x_1 y_1} \cdot \frac{1}{(J_{y_1} - J_{\min})} \right]$	φ	$\varphi \cdot \frac{180}{\pi} = 0.321$

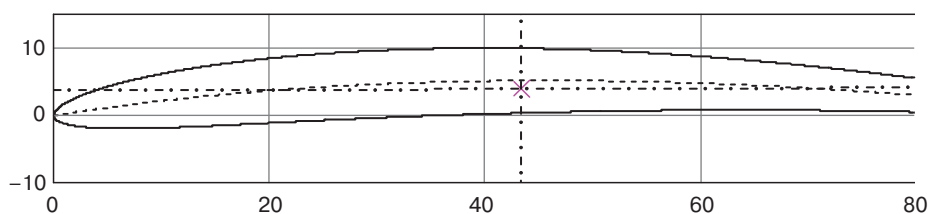


Рис. 8. Фрагмент изогнутого компрессорного профиля С4:

--- — главные центральные оси; ... — средняя линия; — — обвод профиля

[**Fig. 8.** Fragment of curved C4 compressor blade profile:

--- — centroid axes; ... — centreline; — — profile contour]

Выводы

Разработана в MathCAD система САПР для проектирования компрессорного профиля типа С4 и решетки на его базе.

Получено аналитическое описание обводов исходного симметричного и изогнутого профилей, а также решетки на его базе.

Аналитическая форма описания обводов профиля позволяет рассчитать геометрические параметры профиля, необходимые для расчетов на прочность, а также аналитически исследовать изменение тех характеристик обводов по длине хорды профиля или обвода, которые определяют газодинамические параметры течения и свойства пограничного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Иванов Г.С.* Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных преобразований). М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
- [2] *Холщевников К.В.* Теория и расчет авиационных лопаточных машин. М.: Машиностроение, 1970. 610 с.
- [3] *Селезнев К.П., Галеркин Ю.Б., Анисимов С.А., Митрофанов В.П., Подобуев Ю.С.* Теория и расчет турбокомпрессоров Л.: Машиностроение (Ленинградское отделение), 1987. 392 с.
- [4] *Скубачевский Г.С.* Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей. 5-е изд. перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1981. 550 с.
- [5] *Макаров Е.* Инженерные расчеты в MathCAD: учебный курс. СПб.: Питер, 2003. 448 с.

© Виноградов Л.В., Мамаев В.К., Ощепков П.П., 2018

История статьи:

Дата поступления в редакцию: 02 февраля 2018

Дата принятия к печати: 17 апреля 2018

Для цитирования:

Виноградов Л.В., Мамаев В.К., Ощепков П.П. Компрессорный профиль С4: автоматизация проектирования // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. 2018. Т. 19. № 2. С. 155–164. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-2-155-164

Сведения об авторах:

Виноградов Леонид Валерьевич — кандидат технических наук, доцент, учебный мастер департамента машиностроения и приборостроения Инженерной академии, Российский

университет дружбы народов. *Область научных интересов*: системы автоматизированного проектирования, лопаточные машины, газодинамика лопаточных машин. *Контактная информация*: e-mail: vinogradov_lv@rudn.university

Мамаев Владимир Константинович — старший преподаватель департамента машиностроения и приборостроения Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*: системы автоматизированного проектирования, турбомашин, акустические и волновые процессы. *Контактная информация*: e-mail: mamaev_vk@rudn.university

Ощепков Петр Платонович — кандидат технических наук, доцент департамента машиностроения и приборостроения Инженерной академии, Российский университет дружбы народов. *Область научных интересов*, системы автоматизированного проектирования, эксплуатация двигателей внутреннего сгорания, альтернативные топлива. *Контактная информация*: e-mail: oshchepkov_pp@rudn.university

COMPUTER-AIDED DESIGN OF TYPE C4: COMPRESSOR BLADE PROFILE

L.V. Vinogradov, V.K. Mamaev P.P. Oschepkov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russian Federation

Abstract. The paper presents the results of designing a compressor blade profile of type C4 using CAD, which implements the method of nonlinear transformation. Girst transformation was used by the authors. All calculations and graphical representations were made in the computer algebra system Mathcad. For the calculation and graphical representation the centreline is approximated with three nonlinear segments in the form of second order Bezier curve. After determining the first and last point of the second order Bezier curve, the coordinates of the middle point on the intersection of tangential lines that start at the first and last point of the curve are determined. After the approximation of three sections with second order Bezier curves the integral function of the blade back (convex side of the contour) of the profile C4 considering the leading and trailing edges are made as arcs. According to the analytical formulas, the geometric parameters of the curved profile were calculated, which are necessary for calculating the strength of the compressor blade.

Key words: compressor, computer-aided design, profile C4, nonlinear transformation

REFERENCES

- [1] Ivanov G.S. *Konstruirovaniye tekhnicheskikh poverkhnostey (matematicheskoye modelirovaniye na osnove nelineynykh preobrazovaniy)* [Design of technical surfaces (mathematical modelling on the basis of nonlinear transformations)]. Moscow: Mashinostroeniye Publ., 1987. 192 p. (in Russ.)
- [2] Holshevnikov K.V. *Teoriya i raschet aviatsionnykh lopatochnykh mashin* [Theory and analysis of aircraft impeller machines]. Moscow: Mashinostroeniye Publ., 1970. 610 p. (in Russ.)
- [3] Seleznev K.P., Galyorkin J.B., Anisimov S.A., Mitrofanov V.P., Podobuev U.S. *Teoriya i raschet turbokompressorov* [Theory and analysis of turbocompressors]. L.: Mashinostroeniye Publ. (Leningradskoye otdeleniye), 1986. 392 p. (in Russ.)

- [4] Skubachvsky G.S. Aviatsonnyye gazoturbinnye dvigateli. Konstruktsiya i raschet detalei [Aircraft gas turbine engines. Construction and analysis of parts]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 550 p. (in Russ.)
- [5] Makarov E. Inzhenernye raschety v MathCAD: uchebnyi kurs [Engineering calculations in Mathcad. Educational course]. SPb.: Piter, 2003. 448 p. (in Russ.)

Article history:

Received: February 02, 2018

Date accepted: April 17, 2018

For citation:

Vinogradov L.V., Mamaev V.K., Oshepkov P.P. (2018). Computer-aided design of type C4: compressor blade profile. *RUDN Journal of Engineering Researches*, 19(2), 155–164. DOI 10.22363/2312-8143-2018-19-2-155-164

Bio Note:

Leonid V. Vinogradov — Candidate of Technical Sciences, education master of the Department of Mechanical and Tool Engineering at the Academy of Engineering of Peoples' Friendship University of Russia. *Research interests:* computer aided design systems, turbines, gas dynamic of turbomachines. *Contact information:* e-mail: vinogradov_lv@rudn.university

Vladimir K. Mamaev — senior professor of the Department of Mechanical and Tool Engineering at the Academy of Engineering of Peoples' Friendship University of Russia. *Research interests:* computer aided design systems, turbines, acoustic and wave processes. *Contact information:* e-mail: mamaev_vk@rudn.university

Petr P. Oshchepkov — Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor of the Department of Mechanical and Tool Engineering at the Academy of Engineering of Peoples' Friendship University of Russia. *Research interests:* computer aided design systems, internal combustion engines operation, alternative fuels. *Contact information:* e-mail: oshchepkov_pp@rudn.university