UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora samfunnsvitenskap og lærerutdanning

Lærerens støtte av matematisk argumentasjon på småtrinnet og mellomtrinnet

- En kvalitativ studie om hvordan lærere støtter sine elever i argumenterende matematiske samtaler

Ingeborg Larsson Fossen og Tord-Mikael Berglund

Masteroppgave i matematikkdidaktikk - LER-3903, mai 2022

Forord

Det har vært både lærerikt og befriende å avslutte et fem år langt studieløp på UiT med denne masteroppgaven. Prosessen har gitt oss anledning til å fordype oss i spennende og utfordrende tematikk, nemlig å respondere på elevenes innspill i undervisningen på en hensiktsmessig måte for å fremme matematisk argumentasjon.

Det å skrive denne oppgaven har vært et givende, strevsomt og et litt skummelt prosjekt. Givende fordi vi har lært enormt mye gjennom denne oppgaven – både om hvordan forskning foregår, men selvfølgelig også faglig påfyll som vil være relevant i vår kommende lærerjobb. Nettopp derfor har det også vært skummelt å skrive oppgaven. Masteroppgaven markerer at hverdagen som student er over og at hverdagen som lærer nærmer seg med stormskritt. Endelig skal vi få vår egen klasse og trekke paralleller mellom teori og praksis. Det er jo dette vi har ventet på i 5 år, men det er ikke tvil om at jobben innebærer et stort ansvar og at dette er litt skummelt. Utfordringene i prosessen med oppgaven har gitt oss kunnskap og erfaringer som vi ikke ville vært foruten, og som helt klart vil være nyttig i fremtidig arbeidsliv som lærer.

Det å skrive en masteroppgave sammen i par føles utrolig bra. For det første er det trygt og godt å vite at du ikke står alene når problemene har meldt seg. For ja – vi har selvsagt møtt på utfordringer og frustrasjon underveis i prosessen. I tillegg er det fint å ha en å diskutere med som er like engasjert i oppgaven som en selv. Vi opplever at oppgaven vår får et mer nyansert bilde ved at vi har diskutert og kommet med ulike synspunkter og vinklinger.

Vi ønsker å rette en gedigen takk til veilederen vår Kjersti Wæge, du er helt rå! Kjersti er utrolig kunnskapsrik og har kommet med utallige tips til både vinklinger på oppgaven og ikke minst faglig påfyll. Kjersti startet første veiledningstime med å si at "å skriv masteroppgaven e det artigste dokker kommer te å gjør i heile studietida". Dette utsagnet kan selvfølgelig diskuteres, men det er ingen tvil om at dette året har vært et spennende og lærerikt år med mange gode minner. Til slutt vil vi takke familiene våre for all støtte og omsorg, samt vennene våre på studiet gjennom fem fine år. Vi krysser fingrene for at vi blir kollegaer til høsten!

Tromsø, mai 2022

Tord-Mikael Berglund

Ingeborg Fossen

Sammendrag

Hensikten med studien er å få innsikt i hvilke muligheter og støtte elever på barneskolen får til å argumentere for sine svar og resonnement i samtaler i matematikkundervisningen. Disse samtalene ledes av lærer i ulik grad og det er derfor interessant å se på hvordan læreren støtter og legger til rette for argumentasjon og resonnement i matematikksamtalene. I denne studien har vi svart på følgende forskningsspørsmål:

Hvordan støtter læreren elevenes argumentasjon i de matematiske samtalene?

Studien har en kvalitativ tilnærming og bygger på lyd- og videoopptak, samt observasjonsnotater i to ulike klasser ved en barneskole. Utvalget består av to ulike klasser med to ulike lærere – én 6. klasse og én 3. klasse. De to klassene har hatt forskjellig undervisningsopplegg, der temaet for økten er bestemt av den respektive læreren.

I studien er det gjennomført en analyse av elevenes resonnering og argumentasjon ved bruk av rammeverket til Conner, Singletary, Smith, Wagner og Francisco (2014) som identifiserer lærerens grep i den kollektive klasseromssamtalen. Videoopptakene våre ble transkribert og systematisert i henhold til overnevnte rammeverk. I diskusjonskapittelet (Kapittel 5), vil vi trekke frem mønster vi har sett i klasseromssamtalen og sammenlikne funn fra analysen opp mot tidligere forskning og teori på området.

Grad av åpenhet i undervisningen, klassemiljø, normer og regler i klassen og lærerens rolle er faktorer som kan påvirke elevenes resonnering og argumentasjon.

Og mennesket forsker og søker
i stjerner og hav og jord,
han gransker i lærde bøker
og finner gylne ord.

-Arnulf Øverland -

Innholdsfortegnelse

Forord 2

Sammendrag 3

1 Innledning 6

1.1 Bakgrunn for problemstilling 6

1.2 Formål og oppgavens problemstilling 8

1.3 Avgrensning av oppgaven 8

1.4 Oppgavens oppbygging 8

2 Teori 10

2.1 Hva er argumentasjon? 10

2.2 Hva er matematisk argumentasjon? 11

2.3 Argumentasjonen i kunnskapsløftet 2020 og undervisning 14

2.4 Lærerens rolle i argumenterende samtaler 18

2.5 Matematiske samtaler 21

2.5.1 Samtalegrep i matematikkundervisningen 23

2.6 Tidligere forskning 25

2.7 Studiens rammeverk 26

2.8 Læring i fellesskap – sosiokulturell læringsteori 29

2.9 Uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon 32

2.10 Begrepsinnlæring 32

3 Metode 35

3.1 Metodisk overblikk 35

3.2 Utvalg 36

3.3 Undervisningsopplegg 37

3.3.1 Undervisning i 3. klasse 37

3.3.2 Undervisning i 6. klasse 38

3.4 Datainnsamling 39

3.4.1 Videoopptak 39

3.4.2 Observasjon 40
3.4.3 Gjennomføring av datainnsamling 40

3.5 Analysemetode og prosess 41

3.6 Metodiske utfordringer 42
3.6.1 Observasjon 43
3.6.2 Innsamling av data 44

3.7 Kvalitet ved studien 44
3.7.1 Reliabilitet 45
3.7.2 Validitet - I hvilken grad er resultatene fra studien vår gyldige 46
3.7.3 Generalisering 47

3.8 Etiske hensyn 47

4 Analyse 50

4.1 Analyse 3. trinn 50

4.2 Analyse 6. trinn 74

5 Diskusjon av analyse 89

Diskusjon av analyse, 3. trinn 89

Diskusjon av analyse, 6. trinn 92

6 Konklusjon 95

7 Litteraturliste 98

8 Vedlegg 102

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vedlegg 2: Godkjennelse fra NSD (Norsk Senter For Forskningsdata)

Figuroversikt:

Figur 1 - Toulmins modell for argumentasjon (2003) 27
Figur 2 - Differansespillet 38
Figur 3 - Oppgaver 3. trinn 38
Figur 4 - Oppgave 3. trinn stort bilde 51
Figur 5 - Organisering av klasse (6. trinn) 75
Figur 6 - Anne-Line forklarer 77
Figur 7 - Kasper forklarer 81
Figur 8 - Lærer presiserer 82
Figur 9 - Lærer presiserer 2 83
Figur 10 - Lærer forklarer 86

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for problemstilling

Tema i denne oppgaven er matematisk argumentasjon. Begrunnelsen for valg av tema, bunner i vår tro på at matematisk argumentasjon er hjertet i matematikken. Det å kunne argumentere i matematikk er essensielt for å nå en høyere bevissthet og forståelse for fremgangsmetodene og valgene man gjør. Grunnprinsipper for opplæring i matematikk i Norge og flere andre land (eksempelvis USA, Colombia, og Mexico) fremmer viktigheten av argumentasjonens plass i skolen fra de første årene på skolebenken, og det finnes tydelige indikasjoner på at argumentasjon er en aktivitet som er verdt å utvikle og jobbe med (Cervantes-Barazza, Moreno & Rumsey, 2020).

Gjennom studietiden og ulike praksisperioder har vi jobbet mye med å lede gode matematiske samtaler der elevene må begrunne og argumentere for sine løsninger. Vi (Tord og Ingeborg) var sammen i praksis allerede første året på studiet. Under denne praksisperioden erfarte vi hvor utfordrende det var å legge til rette for undervisning der elevene måtte argumentere for sine løsninger. Både fordi dette var en arbeidsmetode som var ukjent for elevgruppen, men også fordi vi som lærere ikke visste hvordan man skulle lede en slik samtale. Gjennom å holde disse samtalene, oppdaget vi at det både var krevende og mye vi ikke visste om hvordan vi kunne fremme elevenes argumentasjon og resonnement i matematikk. Elevenes resonnementer var ofte annerledes enn vi forventet, slik at vi ikke var forberedt på de ulike løsningene. Dette resulterte i en lite fruktbar diskusjon, der hverken vi som lærere eller elevene hadde forutsetninger eller verktøy for å argumentere og dele spennende matematiske resonnementer. Dermed måtte vi gå inn i oss selv for å forbedre, og rette fokus på hvordan vi som lærere kunne lede gode og produktive matematiske samtaler der elevene må argumentere for sine løsninger.

Tidligere forskning om elevers argumentasjon, viser at elever har en tendens til å komme med empiriske eksempler når læreren spør om begrunnelse for svaret (Stylianides, 2007; Stylianides, Stylianides & Weber, 2017; Yackel & Hanna, 2003). Det kan derfor virke som elevene betrakter et eksempel som et gyldig argument, selv om det ikke utdypes videre. (Lithner, 2008) viser til at elevenes svar ofte er preget av gjengivelse av informasjon, for eksempel ved at eleven gjentar en setning læreren har sagt uten å endre på forklaringen eller utdype det videre. Svar som blir presentert på denne måten viser gjerne til en instrumentell forståelse (se kapittel 2.4), der eleven bruker ord og formler uten å ha en grunnleggende forståelse for hvorfor svaret blir som det blir (Skemp, 1976).

I læreplanen 2020 er et av kjerneelementene resonnement og argumentasjon (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette kjerneelementet og grunnleggende muntlige ferdigheter skal utvikles både i matematikk og tverrfaglig. Der legges det vekt på at elevene skal kunne utvikle, begrunne og forklare sammenhengen for sine løsninger. For at dette skal kunne innfris, betyr det også implisitt at læreren må være bevisst på når og hvordan matematisk resonnement og argumentasjon oppstår.

«Det å kunne argumentere, begrunne og kommunisere matematikk, er en viktig del av den matematiske kompetansen som elever skal utvikle gjennom skolegangen» (Kazemi & Hintz, 2019, s. 9). Forskere påpeker at lærerens evne til å lede slike diskusjoner og samtaler er sentralt for å skape disse erfaringene, og vil ha stor innvirkning på elevers muligheter i de matematiske samtalene (Conner et al., 2014). Dette støttes av Johnsen-Høynes og Herheim (2016) som skriver at hvordan elever og lærere snakker sammen i matematikklasserommet har betydning for hvordan og hva elevene lærer. Ifølge (Dovigo, 2016) er lærerens bruk av ulike samtaletrekk avgjørende for om argumentasjon vil oppstå i den matematiske samtalen. Krummheuer (1995, s. 263) hevder til og med at læreren bør «try to push the communication as close as possible towards point of breakdown». Det å lede argumenterende matematiske samtaler er en krevende oppgave for lærere (Richards & Robertson, 2015) og vi ønsker å se på hvordan lærerne støtter elevene i disse samtalene. I den forbindelse er det ulike grep læreren kan gjøre for å støtte elevene, og vi ønsker å se på hvordan disse grepene påvirker utviklingen av samtalen og hvilken «vending» den tar.

Kunnskap innenfor dette temaet er derfor viktig ut fra et undervisningsperspektiv, både for å kunne støtte elevene i en argumenterende matematikk, men også som en sentral del av elevenes utvikling for å bli selvstendige. Elevene vil dra nytte av kjennskap og kunnskap om hvordan diskusjon og argumentasjon føres. Dette gjelder ikke bare innenfor matematikken, men også som en tverrfaglig egenskap. Det betyr at det kan trekkes paralleller fra temaet for masteroppgaven til andre fagområder i skolen. For eksempel står argumentasjonen sentralt i «demokrati og medborgerskap» der elevene skal evne å formulere egne argumenter, og gjennomføre vurderinger av hvorvidt et funn er gyldig (Utdanningsdirektoratet, 2020).

For å undersøke matematisk argumentasjon oppgaven benytter vi oss av et eksisterende rammeverk med fokus på argumentasjon. Analysen vår baserer seg på arbeidet til Toulmin (2003) som har utviklet et rammeverk med fokus på argumentasjon. En annen studie som baserer seg på samme rammeverk, er arbeidet til Conner et al. (2014) og Nordin og Boistrup (2018). Conner et al. (2014) har et særlig fokus på hvordan læreren kan støtte elevene i argumentasjonsprosessen i matematikk. Vi har valgt å benytte oss av det utvidede rammeverket til Conner et al. (2014) fordi det retter seg direkte mot de matematiske samtalene i klasserommet. Dette vil utdypes videre i teorikapittelet (kapittel 2).

1.2 Formål og oppgavens problemstilling

Studiens formål er å utvikle mer kunnskap om hvordan lærere kan støtte elevenes argumenter innenfor samtaler i matematikk og hvordan lærere leder matematiske samtaler der elevene skal argumentere. Problemstillingen vår er: *Hvordan støtter læreren elevenes argumentasjon i de matematiske samtalene?*

Hvilke grep benytter læreren seg for å fremme og åpne opp for at elevene argumenterer blir derfor sentralt i vår studie. Vi vil se etter generelle mønster og trekk i samtalene som læreren leder og se dette i sammenheng med når elevene argumenterer.
Engasjeres og oppfordres elevene til å argumentere kan også læringsutbytte for argumentasjon og faget styrkes. Dette vil være relevant for oss som fremtidige lærere og lærere i virket.

1.3 Avgrensning av oppgaven

Oppgavens tema er argumentasjon i matematiske samtaler. Hovedtyngden av teori vil derfor omhandle argumentasjonsdelen. Deler av teorikapittelet og analysen vil også ta for seg den matematiske samtalen ettersom argumentasjonen vi analyserer foregår i en matematisk samtale.

1.4 Oppgavens oppbygging

Masteravhandlingen i sin helhet består av totalt 6 kapitler i tillegg til bibliografi. I kapittel 2 av studien vil vi redegjøre for studiens teoretiske grunnlag. I denne delen vil sentrale begreper defineres og forklares, samt at relevant teori som benyttes i diskusjonsdelen (kapittel 5) vil presenteres. Teorikapittelet vil også ta for seg sentrale rammeverk som funnene knyttes opp mot. Kapittel 3 inneholder redegjørelse for valg av metode, samt styrker og svakheter ved disse valgene. I tillegg vil de etiske aspektene og studiens validitet og reliabilitet presenteres. I kapittel 4 vil studiens analyse presenteres og knyttes opp mot rammeverket til Conner et al. (2014). Kapittel 5 tar for seg diskusjon, der vi vil forsøke å knytte analysefunnene våre opp mot relevant teori i tillegg til det teoretiske rammeverket. Til slutt vil vi komme med en konklusjon og oppsummering av studien vår, samt forslag til videre forskning på området i kapittel 6.

2 Teori

I dette kapittelet vil vi presentere teori som er relevant for å undersøke forskningsspørsmålet vårt. Teorien legger grunnlaget for analysedelen som foregår i kapittel 4. I første del av teorikapittelet vil vi komme med en begrepsavklaring der vi redegjør for sentrale ord og uttrykk og hva vi legger i disse begrepene. Videre vil vi presentere teori som omhandler lærerens rolle i klasserommet, samtaletrekk ved den matematiske samtalen og argumentasjon. Her vil det også presenteres sentrale rammeverk knyttet til argumentasjon i matematikk. Avslutningsvis vil teorikapittelet omfatte/omhandle sosiokulturelle læringsteorier for å belyse hvordan klassemiljø og samspill mellom elevene og lærer-elev kan påvirke læringen som skjer i klasserommet. Dette er i stor grad teori om samtaler og lærerens rolle i klasserommet.

Argumentasjon er vidt begrep som kan ha ulik betydning og kriterier ut ifra hvilken setting en befinner seg i. I denne studien undersøker vi argumentasjon i matematikkundervisningen og det er derfor matematisk argumentasjon som vil være fokus i denne oppgaven. Men hva er egentlig matematiske argumentasjon og hva er det som skiller matematisk argumentasjon fra «helt vanlig» argumentasjon?

2.1 Hva er argumentasjon?

I denne delen vil vi trekke frem hva argumentasjon er på en generell basis. Argumentasjon er ikke bare relevant innenfor matematikken, men har blitt anerkjent som en av de mest relevante formene for diskurs i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996). SNL (2018) beskriver argumentasjon som bruk av argumenter, bevisføring, samt tankegangen for å styrke eller svekke ulike påstander. Argumentasjon er altså en samling av ulike påstander eller utsagt der totalen av argumenter skal styrke eller svekke oppfatning av en sak eller et svar (SNL, 2018).

Argumentasjon har ifølge Schwarz (2009) en tosidig virkning: På den ene siden skal elevene lære seg å argumentere, og på den andre siden skal elevene lære gjennom å argumentere. Gjennom argumentasjon vil elevene ikke bare lære seg at en påstand *er* sann, men også *hvorfor* den er sann. Toulmin (2003) har utviklet et rammeverk for å identifisere og kartlegge argumentasjon. Han mener det er tre elementer som må være til stede i en argumentasjon: *påstand* (claim) (P), *data* (D) og *forklaring* (warrant) (F). Påstand (P) er den første uttalelsen som er en konklusjon eller et utsagn om noe. Dette kan for eksempel være «Sola er det viktigste i universet». Videre må påstanden støttes opp med data (D) som for eksempel «den gir næring til planter». Dataene (D) skal gi fakta eller andre uttalelser som støtter opp om og gir grunnlag for påstanden (P). Videre kommer forklaringen (F), som knytter sammen data (D) med påstanden (P), som i dette tilfellet kan være «Fordi planter kan spises og er derfor essensiell for livet på jorda». Toulmin (2003) legger til tre andre elementer som en del av modellen sin: *støtte* (backing) (S), *kvalifisering* (qualifier) (K) og *tilbakevisning* (rebuttal) (T). Støtte (S) vil si et utsagn som skal underbygge forklaringen (F), og videre fungere som et bevis til forklaringen (F). Støtten (S) skal altså vise til data som er allment anerkjent som et bevis for at forklaringen (F) stemmer overens med påstanden (P). I dette tilfellet kan støtten (S) for eksempel være «I naturfagsboken står det det samme». En kvalifisering (K) sier noe om i hvilken grad data (D) stemmer overens med påstanden (P). I kvalifisering (K) brukes ofte ord som antakeligvis og sannsynlig. Tilbakevisning (T) viser til unntak der påstanden ikke er sann, eller betingelser for om påstanden stemmer, som for eksempel «Ikke alle planter er spiselige».

Toulmin (2003) skiller mellom to ulike typer argumentasjon: analytisk og substansiell argumentasjon. Den analytiske argumentasjonen baserer seg på matematiske bevis og har gyldige logiske tankerekker. Dette krever at elevene har innsikt i hvordan man fører frem matematiske bevis, som ikke alltid er tilfellet i et klasserom. Den substansielle argumentasjonen er en tankerekke som støtter seg på forhold i argumentet. Disse forholdene kan være relasjoner, forklaringer og bakgrunn som etter hvert kommer frem i samtalen. Den substansielle argumentasjonen har ikke en like streng logisk oppbygning og ligner mer på argumentasjon man gjør i hverdagen. I følge Toulmin (2003) betraktes ikke substansiell argumentasjon som mindre viktig eller svakere enn analytisk argumentasjon. Ofte skiller vi mellom argumentasjon i hverdagsspråket og argumentasjon i en matematisk kontekst, altså et matematisk argument.

2.2 Hva er matematisk argumentasjon?

I kapittel 2.1 har vi sett på hvilke elementer den generelle argumentasjonen bør inneholde. Videre vil vi ta for oss hva som skiller argumentasjon fra matematisk argumentasjon. Vi mener det er viktig å igjen påpeke at et argument består av flere deler: påstand (P), forklaring (F) og data (D). Disse vil vise elevenes resonnement i argumentet.

I forskningsmiljøet skiller man gjerne mellom argumentasjon og argumenter når man beskriver og undersøker matematisk argumentasjon. Stylianides (2007) beskriver et *matematisk argument* som «a connected sequence of assertions intended to verify or refute a mathematical claim». Dette har vi valgt å oversette til «en *sammenhengende* sekvens av påstander som er ment å bekrefte eller tilbakevise en matematisk påstand». Toulmin, Rieke og Janek (1979) beskriver argumentasjon på en lignende måte. De forklarer at matematisk argumentasjon er en sekvens av sammenkoblede påstander og forklaringer som henger sammen som et «train of reasons». Resonnering er altså den sentrale aktiviteten der begrunnelsen og støtten til påstanden oppstår (Toulmin et al., 1979). De tar for seg hele sekvensen av påstander og forklaringer som til sammen utgjør matematisk argumentasjon.

Ifølge Krummheuer (1995) er argumenter og resonnering en del av argumentasjonsprosessen. Han skiller *også* mellom et *argument* og *argumentasjon*. Der Stylianides trekker frem argumentasjon som en tankerekke – presiserer Krummheuer at det er den *siste* tankerekken som leder frem til et argument. Dette beskriver han i litteraturen som «the final sequence of statements accepted by all participants» (Krummheuer, 1995, s. 247). Han beskriver altså argumentasjon som den praktiske tilnærmingen med å produsere et argument, og at argumentet er et produkt av argumentasjonen. Videre hevder han at hensikten med et argument er å overbevise andre om at ens egen påstand er korrekt og at argumentasjon handler om at påstanden skal gjøres gyldig overfor andre (Nergård, 2022).

I tillegg til å se på hvordan Stylianides og Krummheuer definerer argumentasjon og argumenter, har vi valgt å se til Lithners (2008) definisjon av matematisk argumentasjon. Han beskriver hvordan man kan avgjøre om et argument er matematisk eller ikke, ut ifra dets validitet, konstruktivitet og evnen til å overbevise. Lithner (2008) har en tydelig definisjon av hva som skiller et matematisk argument fra et vanlig argument. Han hevder at argumentet må forankres i matematikken, dersom det skal defineres som et matematisk argument (Lithner, 2008). Han mener at forklaringen må vise til matematiske fakta og relevante matematiske egenskaper i komponentene som forklaringen omhandler. Med dette menes altså hvordan elevene argumenterer – for eksempel hvis eleven benytter seg av egenskapene for oddetall og partall i sitt argument, vil dette defineres som et matematisk argument. Det vil si at elevens forklaring er forankret i matematikken. Lithners arbeid (2008) fokuserer i stor grad på den skriftlige argumentasjonen. Dette kan overføres til det muntlige arbeidet, slik som vi, Nordin og Boistrup (2018) og Nergård (2022) har gjort.

Argumentasjon knyttes tett opp mot resonnering fordi det kan sees på en sekvens av resonnement som ledes fremover mot argumentet eller den matematiske påstanden, slik som flere andre studier gjør (Toulmin, Reike og Janek, 1979; Stylianides, 2007; Lithner, 2008). Conner et al. (2014) beskriver argumentasjon bredt som et hvert tilfelle hvor elever eller lærer kommer med en matematisk påstand (P) og bruker bevis i forklaringen (F) sin for å støtte opp om påstanden. Begrepet resonnering som er tett knyttet opp mot argumentasjon, blir mye brukt i artikler som omhandler matematikk. Lithner (2008) påpeker at det likevel er få lærere som definerer hva som legges i begrepet, men at det er en universell enighet om betydningen (Yackel og Hanna, 2003). Hanna og Villiers (2012) forklarer sammenhengen mellom argumentasjon og resonnering, ved at et argument kan bestå av flere sannsynliggjørende resonnementer. Dette støttes av Lithner (2008) som definerer resonnering som den tankerekken som blir utført for å produsere disse matematiske påstandene (P) og komme til en konklusjon i oppgaveløsning. Det er altså tankerekken man «går gjennom» for å komme frem til et argument som underbygger svaret.

Resonnement sammen med bevis, er utvetydig akseptert for å være grunnleggende for matematikkdisiplinen. Majoriteten av matematikere mener at bevisføring er det mest essensielle i matematikk, selv om det er omdiskutert hva man kan karakterisere som et matematisk bevis (Svendsen, 2020). Men det å engasjere elever i formelle deduktive bevis i en tidlig alder er kanskje ikke hensiktsmessig i forhold til elevenes utviklingsnivå. Resonnementet er ikke nødvendigvis basert på formell logikk, og er derfor heller ikke begrenset til bevisføring. Ifølge Lithner (2008) kan resonnementet til og med være feil så lenge det er en form for fornuft (for den som resonnerer) som støtter resonnementet og at svaret har en begrunnelse og forklaring. Det finnes flere måter å definere et matematisk bevis (Svendsen, 2020). I faglitteraturen blir ofte begrepene bevis og argumentasjon brukt om hverandre (Hanna, 2014). Douek (1999, s. 129) sier at «et matematisk bevis kan betraktes som et spesielt tilfelle av argumentasjon. Stylianides (2007) sier at bevis er matematiske argumenter med visse egenskaper.

(Lithner, 2008, s. 257) beskriver resonnement som «Reasoning is the line of thought adopted to produce assertions and reach conclusions in task solving» vi har oversatt dette til «Den tankegangen som brukes for å produsere påstander og komme til konklusjoner i oppgaveløsning». Løsningen er et svar og en motivasjon for hvorfor det matematiske svaret er riktig. Derfor må læreren foreta grep for å løfte frem resonnementet som leder frem mot det matematiske argumentet. Dette vil være avgjørende for en produktiv klasseromsdiskusjon, der læreren støtter og legger til rette for at elevenes matematiske argumentasjon og resonnement blir løftet frem. Ofte viser ikke løsningen det faktiske resonnementet som brukes for å nå svaret, men en idealisert oppsummering av det. Det å forstå, gjenkjenne og konstruere matematiske argumenter er derfor en sentral del av matematikkens disiplinære praksis og vil tydeliggjøre elevenes matematiske forståelse.

2.3 Argumentasjonen i kunnskapsløftet 2020 og undervisning

I matematikk brukes argumentasjon for å begrunne påstander og sammenhenger. Dette er viktig for utvikling av elevenes matematiske tenkning (Schwarz, 2009). Begrepet matematisk tenkning er et vidt begrep med ulike aspekter, og en viktig del av dette begrepet er å kunne omgjøre tankene sine til en muntlig argumentasjon som forklarer tankeprosessen rundt arbeidet med oppgaven (Aamli, 2018). I et diskusjonsbasert og matematisk tenkende klasserom kan elevene finne ut av ting selv. De er aktører og får lov til å delta i prosessen med å begrunne.

Den nye læreplanen, – Kunnskapsløftet 2020 (LK20), vektlegger forståelse og egentenkning i faget. Dette uttrykkes blant annet gjennom kjerneelementene i læreplanen i matematikk. Et av kjerneelementene i matematikk er, «Resonnering og argumentasjon», og det beskrives på følgende måte:

> «Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige.» (Utdanningsdirektoratet 2020, s. 3).

Utdanningsdirektoratet beskriver altså argumentasjon som evnen til å kunne forstå, vurdere og følge matematiske tankerekker. I tillegg skal elevene kunne utforme egne resonnementer for å kunne forstå, forklare og løse problemer. Elevene skal få en forståelse for at resultatene og svarene de får gjennom matematikken ikke er en tilfeldighet, men har holdbare og resonnable begrunnelser som bygger på fakta og logiske forklaringer (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Kjerneelementet «Resonnering og argumentasjon» kan betraktes både som en prosess og et produkt i en klasseromssituasjon (Svendsen, 2020). Argumentasjon som produkt innebærer at elevene er i stand til å redegjøre for hva som skiller de ulike typene av matematiske argumenter, og hva som kvalifiseres som et godkjent argument. Det å forstå egenskapene til ulike typer resonnering og argumentasjon betyr at elevene får kompetanse i å følge både lærers og medelevers argumentasjon, og de lærer å utvikle egne argumenter (Skott et al., 2018). Dersom man ser på argumentasjon som en prosess, vil dette innebære at elevene får en forståelse for det matematiske innholdet i faget. I så tilfelle bør resonnering og argumentasjon fungere som en prosess der elevene får en forståelse for *hvorfor* et argument er gyldig og ikke bare være noe som skal overbevise noen om at et matematiske argument er riktig eller feil (Svendsen, 2020). Det er altså forklaringen til argumentet som skal vektlegges. På den måten blir det mer sannsynlig at elevene oppnår en relasjonell forståelse i faget (Skott et al., 2018).

I beskrivelsen av fagets relevans og matematikkens sentrale verdier i læreplanen står det: «Matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Kritisk tenkning og resonnering er viktige deler av argumentasjon og burde derfor også være en viktig del av de matematiske samtalene som foregår i klasserommet. Å rette fokuset mot argumentasjon kan være med på å styrke kritisk tenkning og resonnering hos elevene. Faglitteraturen sammenlikner matematisk tenkning med et språk som kan brukes til å presentere generelle sammenhenger (Solem et al., 2017). Det matematiske språket er ikke noe vi er født med, men det må læres, vedlikeholdes, utvikles og trenes på, på samme måte som morsmålet vårt. En viktig del av matematikkundervisningen vil derfor være å jobbe med utviklingen av disse ferdighetene. Et annet av kjerneelementene i matematikk «*Representasjon og kommunikasjon»* understreker at elevene skal lære de matematiske begrepene slik at de kan brukes i resonnementer og argumentasjon. «Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 3). Læreren har en sentral rolle når det kommer til å lede de gode matematiske samtalene der elevene blir oppfordret og utfordret til å dele ulike fremgangsmetoder. En sentral del av matematikken er å sette ord på og kunne forklare de ulike prosessene som skjer og hvorfor det er slik. Med andre ord må elevene lære seg å argumentere for sin fremgangsmetode.

Argumentasjon gjenspeiles også i flere av kompetansemålene i læreplanen fra 2.-7. trinn. For eksempel skal elevene kunne:

- «Utforske og **forklare** sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon og bruke det i hoderegning og problemløsing» (3. trinn) (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 6)
- «Løse ligninger og ulikheter gjennom **logiske resonnementer og forklare** hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning». (5. trinn) (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 9)
- «Beskrive egenskaper ved og minimumsdefinisjoner av to- og tredimensjonale figurer og **forklare** hvilke egenskaper figurene har felles, og hvilke egenskaper som skiller dem fra hverandre» (6. trinn) (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 9)
- «Utvikle og bruke **hensiktsmessige** strategier i regning med brøk, desimaltall og prosent og **forklare** tenkemåtene sine» (7. trinn) (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 10)

Ordene i kompetansemålene som er uthevet ovenfor uttrykker ikke eksplisitt at elevene skal argumentere. Likevel er ordene som for eksempel; forklare og logiske resonnementer direkte koblet til det å kunne argumentere. Dersom elevene skal kunne velge en *hensiktsmessig* strategi, må elevene også kunne grunngi og argumentere for hvorfor den valgte fremgangsmetoden er hensiktsmessig.

Elever som lærer seg å argumentere for sine egne matematiske ideer, bruke sine egne og andres bidrag i sine resonnement, vil få en dypere forståelse, som er viktig for deres fremtidige mestring i faget (Carpenter et al., 2003, s. 6). Et utgangspunkt for en produktiv matematisk samtale er ifølge Smith og Stein (2018) oppgaver med høye kognitive krav. Det vil si at oppgaven må ha flere løsningsmuligheter, og at oppgavens natur ikke legger opp til kun én måte å løse den på. Når elevene skal løse oppgaven må de derfor selv finne en hensiktsmessig måte å løse oppgaven på. Læreren må kunne rette elevenes tanker og ideer mot hverandre, slik at elevenes bidrag bygger på hverandre, og blir gjensidig meningsfullt for den matematiske forståelsen. Dette er ifølge Kazemi og Hintz (2019) et av prinsippene for å lede en produktiv matematisk samtale. Ved å argumentere må elevene tenke over sine egne og andres forklaringer av påstander, og det krever at elevene uttrykker disse påstandene eksplisitt gjennom kommunikasjon (Schwarz, 2009). Deretter må påstanden eller argumentasjonen valideres av de andre elevene og eller læreren. For eksempel «Alle parallellogrammer er rektangler fordi sidene er parvis parallelle akkurat som rektangler». Dette krever at elevene tenker kritisk over det argumentet og resonnementet som er presentert, og at læreren legger til rette for at elevene kan komme med avvisning. Som for eksempel: «Men i et parallellogram trenger ikke hjørnene å være 90º, det må derimot hjørnene i rektangler. Så alle rektangler er parallellogrammer, men alle parallellogrammer er ikke rektangler».

Argumentasjon har lenge hatt en sentral plass i matematikkundervisningen, men har gjerne vært forbeholdt de eldre elevene som jobber med mer komplekse oppgaver og bevisføring. Stylianides (2007) har definert argumentasjon på en måte som appellerer til elever i grunnskolen. Han definerer matematiske argumenter ved hjelp av tre ulike kriterier:

1. De bruker utsagn som er akseptert i klasserommet (sett med aksepterte utsagn) som sanne og tilgjengelige uten ytterligere begrunnelse (Stylianides, 2007, s. 291)
2. De benytter seg av former for resonnering og argumentasjon som er gyldige og kjente for elevene (Stylianides, 2007, s. 291)
3. De kommuniseres med uttrykksformer (representasjonsformer) som er passende og kjente for elevene (Stylianides, 2007, s. 291)

Ovennevnte kriterier kan tilby en felles forståelse for hvordan argumentasjon kan brukes i matematikkundervisningen og forankres i LK20. Kriteriene kommuniserer at argumentasjonen i skolen bør ha som mål å kunne forklare og skape matematisk forståelse (Svendsen, 2020). Disse kriteriene kan brukes gjennom hele skoleløpet, og forhindre at elever kun bruker empirisk argumentasjon til å etablere matematiske antakelser og påstander (Solem et al., 2017). Stylianides (2007) hevder at kriteriene for skolematematikk og argumentasjon ikke bør være mindre valide bare fordi elevene er yngre. Snarere tvert imot, peker Stylianides (2007) på at yngre elever burde oppleve og erfare gjennom hele skoleløpet at argumentasjon er en viktig del av matematikken for å få en faglig forståelse og tyngde. Dette støttes av Drageset (2016) som mener at den tidlige utdanningen bør legge vekt på mer argumentasjon i undervisningen fordi det vil forberede elevene på matematiske bevis som blir fremtredende senere i utdanningsforløpet.

De leste nå matematikk sammen på den måten at Abraham, som forsto bevisene, gjennomgikk dem og forklarte, og hver gang han spurte: Forstår du? - svarte Marius: ja; hvilket var løgn; han hadde aldri forstått et ord matematikk og aller minst i dag.

-Alexander Kielland-

2.4 Lærerens rolle i argumenterende samtaler

Å undervise i matematikk er en særegen profesjonsutøvelse og krever en spesiell form for undervisningskunnskap (Hovik & Kleve, 2021). I tillegg kan man si at læring er en prosess der elever samhandler og kommuniserer med hverandre, og der lærere samhandler med elevene. Det er derfor avgjørende at læreren har gode formidlingskunnskaper og ferdigheter til å kommunisere matematikk med elevene. En slik formidlingskunnskap er ikke medfødt, men må læres og øves på. Gjennom dette prosjektet vil vi derfor undersøke hvilke grep som kreves og hvordan undervisningen kan legges til rette for samtaler som inkluderer god argumentasjon i matematikk.

Det kan være vanskelig å vite hvordan man skal etablere og lede argumenterende matematiske samtaler i klasserommet. Nergård (2022) fremmer den voksnes rolle i de argumenterende matematiske samtalene. Dette støttes også av Jacobs, Lamb og Philipp (2010) som hevder at læreren sin oppgaven blir å støtte og utvide barnas matematiske tenkning. Når elever argumenterer, uttrykker de sin matematiske tenkning. Dette er nyttig for læreren siden det forteller læreren hvor eleven er i sin prosess. Boaler og Staples (2008) poengterer at det er læreren som skal sørge for at undervisningen blir organisert på en slik måte at samtlige elever blir hørt og oppnår en faglig utvikling. Læreren skal støtte elevene i læringsprosessen og den enkeltes utvikling uten å påvirke elevenes eget initiativ og selvstendighet. En slik pedagogisk tilnærming krever god dialog mellom elevene og læreren, der læreren ser barnet som en kommunikasjonspartner. Ettersom argumentasjonen står sentralt i matematikken for den faglige utviklingen, vil derfor læreren ha en avgjørende rolle for at argumentasjon blir en naturlig del av undervisningen.

Det viser seg at spørsmålene læreren stiller har påvirkning på hvordan elevene løser og svarer på oppgaven (Drageset, 2016). For eksempel vil elevene sjeldent komme med en forklaring dersom de ikke er vant til at dette forventes av dem. Det betyr at dersom læreren sjeldent ber elevene om en utdyping og forklaring på spørsmålene, vil heller ikke dette være fremtredende i elevenes svar. Videre peker Drageset på at «Stadige hint og overdreven hjelp frå læraren kan gjere at elevane vert avhengige av dette» (Drageset, 2016, s. 178). Dersom læreren istedenfor vektlegger argumentasjon og forklaring i elevenes svar, vil dette også kunne bli en automatikk i elevenes forklaring, også når det ikke blir spurt om dette eksplisitt. Man kan altså regne med at elevene blir mer bevisste i sine tankeprosesser dersom de er vant til at læreren «krever» det (Drageset, 2016). Conner et al. (2014), trekker også frem to mønstre som kan påvirke elev – lærer interaksjonene. Disse begrepene er originalt hentet fra Wood (1998). Det første mønsteret – *funneling,* handler om at læreren stiller en serie av spørsmål som er ment å lede elevene gjennom en prosedyre eller mot et ønsket mål. Videre skriver Conner et al. (2014) at dette kan føre til at læreren gjør majoriteten av den matematiske tenkningen. Det andre mønsteret – *focusing*, handler om at læreren lytter til elevenes respons og stiller de spørsmål om isolerte deler av den matematiske tenkningen, i elevens svar. Wood (1998) skriver at dette kan hjelpe elevene mot å fokusere på tankeprosessen istedenfor svaret ved at elevene må argumentere for sine matematiske ideer.

Å argumentere i matematikken kan sees på som en handling som kan virke inn og bidra til en løsning eller svar på et problem. Elevenes argumentasjon og resonnement er konstruert av elevens egen forståelse av konsepter og operasjoner i matematikken og vil derfor også gi et innblikk i hvordan elevene tenker, og eventuelle misoppfatninger eleven har. Dette gjør det mulig for læreren å arbeide der elevene er, og på den måten tilpasse undervisningen deretter. På den måten kan et argument, og hvordan det blir mottatt av læreren og medelevene være avgjørende for om eleven bidrar videre i samtalen.

I faglitteraturen fremmes det gjerne ulike måter å planlegge den matematiske samtalen, slik som i 5 practices (Smith & Stein, 2018). Et utgangspunkt for en produktiv matematisk samtale er ifølge Smith og Stein (2018) oppgaver med høye kognitive krav. Det vil si at oppgaven må ha flere løsningsmuligheter, og at oppgavens natur ikke legger opp til kun en måte å løse den på. Når elevene skal løse oppgaven må de derfor selv finne en hensiktsmessig måte å løse oppgaven på. Smith og Stein (2018) legger vekt på at god planlegging gjør det lettere for læreren å lede en produktiv matematisk samtale. En av de fem praksisene er å forutse (anticipating) hvordan elever løser og tenker når de gjør matematikk. Det er imidlertid vanskelig å forutse hva elever tenker, og hvilke forkunnskaper de benytter seg av for å løse problemer. Når vi handler med mennesker vil det alltid kunne oppstå uventede situasjoner som man må agere på eller rundt spontant. Rowland og Zazkis (2013) har tatt i bruk begrepet *contingency* i sine tekster. På norsk kan dette oversettes til *eventualitet*. Begrepet kan brukes til å beskrive situasjoner eller samtaler som tar en annen vending enn læreren hadde planlagt, som følge av innspill fra elevene. Slike hendelser gjør at læreren må improvisere og reagere spontant på innspillene eller hendelsene som kommer. Det må poengteres at *contigency* ikke trenger å være en negativ eller uønsket situasjon. Klasserommet skal være et sted der elevene har mulighet til å diskutere og lufte egne tanker. I disse dialogene kan det dukke opp spørsmål og ideer fra elevene som kommer uventet på læreren. Dette kan likevel spille opp til givende og utviklende samtaler der elevene må prøve å argumentere for hva de mener eller hvordan de har tenkt. Rowland, Twaites og Jared (2015) hevder de fleste hendelsene der læreren går bort fra undervisningsplanen, er forårsaket av innspill fra elevene. Elevenes uventede innspill kan brukes som en bro mot læringsmålet for timen. Læreren må derfor noen ganger bruke tid på disse innspillene slik at sammenhengen med målet blir tydeligere.

Når vi snakker om at elevene burde lære å argumentere i matematikken, ligger det underforstått at vi tror resonnementene elevene gjør i denne prosessen, er med på å skape en bedre forståelse i matematikkfaget. I den sammenheng er det naturlig å definere hva vi legger i begrepet forståelse. Skemp (1976) skiller mellom begrepene relasjonell forståelse og instrumentell forståelse når han beskriver forståelse i matematikk.

Den relasjonelle forståelsen handler om å vite hvilke prosedyrer som kan anvendes for å løse et problem, og *hvorfor* disse metodene fungerer. I tillegg gjør denne forståelsen det lettere å se sammenhenger mellom prosedyrer og matematiske begreper. Skemp (1976) forklarer instrumentell forståelse som «rules without reasons», som innebærer en rekke regler og prosedyrer som kan anvendes for å løse et matematisk problem. Selv om oppgavene blir løst korrekt, vil en person med instrumentell forståelse ha problemer med å forklare hvorfor det fungerer eller bruke kunnskapen i andre sammenhenger.

Gjennom Boaler (2008) sin forskning, og hennes samtaler med elever, kommer det frem at elevene selv ønsker å få en forståelse for oppgavene og faget de jobber med. Likevel opplever mange elever at fagene har en har en instrumentell tilnærming, særlig matematikkfaget.

Fokuset i undervisningen ligger på pugging av regler og prosedyrer. Denne tilnærmingsmåten begrenser elevenes muligheter til å kunne resonnere og argumentere for sine tanker. Når elever undervises i å følge regler og prosedyrer, uten å måtte vurdere eller resonere rundt svarene, får de ifølge Boaler (2008) en passiv tilnærming til læringsstoffet. Dette vil igjen føre til at det blir vanskelig for elevene å komme med egne tanker rundt temaet og argumentere for sine svar. Elevenes matematiske forståelse blir ikke fleksibel, og de får ikke øving i å kommunisere i og med matematikk. Boaler (2008) sier at gode matematikere vet at det er bare noen få metoder som må læres utenat. De fleste matematiske problemer kan løses gjennom fleksible tilnærminger. Disse tilnærmingene vil ikke oppnås ved å pugge formler, men gjennom resonnering og argumentering for tanker og ideer.

Jacobsen, Martin, Ambrose og Philipp (Jacobs, 2014) identifiserer i sin studie tre vanlige feil som læreren ofte gjør når de har matematiske samtaler med elevene. For det første har læreren en tendens til å «hoppe inn i» samtalen og snakke over eller forstyrre en elev som tenker eller snakker. Videre har lærere en tendens til å lose elevene gjennom oppgaven ved å manipulere verktøyet og oppgaven så mye at helheten i oppgaven forsvinner. Den tredje feilen lærere gjør, er å stille en serie med lukkede spørsmål – det vil si ja/nei spørsmål – som ikke krever en videre utdyping eller presisering Jacobs et al. (2014). Selv om studien vår undersøker hvordan lærere kan støtte elevene i sin argumentasjon, vil det likevel være nyttig å vite hvilke «fallgruver» som er vanlig å gå i. På den måten vil det være enklere å analysere samtalene og finne typiske mønstre for når samtalene tar en annen vending/retning.

2.5 Matematiske samtaler

Å kunne sette ord på matematikken ved å forklare hvordan man tenker er en viktig egenskap som fremmes både gjennom faglitteratur og læreplanen. Kvalitet i disse samtalene fremmer kvalitet i den matematiske læringsprosessen hos elevene (Alrø & Skovsmose, 2002). Med kvaliteter i dialog menes det samtaler der man sammen undersøker, lytter, utforsker, formulerer hypoteser, prøver ut matematiske sammenhenger og argumenterer. Dette betyr at det må skapes rom for at elevene deler og bygger videre på sin kunnskap, og det skjer ikke med egen forståelse alene. (Hodgen & Wiliam, 2006) skriver om prinsipper de mener er viktig for å fremme læring hos elevene. Et av prinsippene er at elevene har behov for å snakke om sine matematiske ideer slik at man sammen utvikler kritisk tenkning og forståelse for matematikken. Det ligger dermed til rette for at elevene lærer seg å argumentere gjennom den matematiske samtalen.

Skorpen (2012) trekker paralleller mellom filosofien og matematikken. Den filosofiske samtalen har ingen faste mønstre eller regler, men bærer preg av undring og forundring. Ofte stilles det spørsmål som ikke har klare svar eller en fasit, men at svarene kommer i form av resonnementer og begrunnelse. En slik tilnærming beskrives også som ønskelig i matematikken. Utforskning av matematiske sammenhenger og begreper gjennom samtaler gir barna mulighet for å delta med sine argumenter, ideer og resonnering. Barna sine ideer og tanker er ofte fantasifulle og kreative og trenger ikke nødvendigvis å lede frem til et korrekt svar. Skorpen (2012) hevder at den filosofiske samtaleformen kan brukes som et redskap til å få i gang undring og dypere samtaler om matematiske spørsmål og begreper, der barna får mulighet til å utvikle verdifulle matematiske resonnementer.

De sosiomatematiske normene i klasserommet er også av betydning fordi de legger grunnlaget for hvordan rammer de matematiske samtalene har. Yackel og Cobb (1996) har skrevet om begrepet sosiomatematiske normer i klasserommet. De sosiomatematiske normene skiller seg fra vanlige normer som å rekke opp hånda og vente på tur før man snakker. Det betyr i grunnen regler for hvilke måter eller normer som er akseptable for å delta i en matematisk samtale. Læreren forhandler med elevene for hvilke sosiomatematiske normer som gjelder i klasserommet, og på bakgrunn av disse forhandlingene vil det være forskjell i de sosiomatematiske normene fra klasserom til klasserom. De sosiomatematiske normene innebærer hva slags svar, eller forklaring som er akseptable, og «kjøreregler» for hvordan forklaringen eller svaret uttrykkes. Elevens bidrag kan være elegant, effektiv og forskjellig fra andre bidrag. Det viser seg at elever som opplever klasserom hvor sosiomatematiske normer forhandles frem og brukes, vil også bli mer matematisk autonome (Yackel og Cobb, 1996). Den matematiske autonomiteten omhandler elevenes deltakelse, selvstendighet og forståelse for hvordan man kan gå frem i problemløsing og argumentere for hvorfor det fungerer.

Smith og Stein (2018) har laget en oversikt over hvordan man kan lede en produktiv matematisk samtale som lærer kan benytte seg av. Deres fem praksiser omhandler forventninger, overvåkning, utvelgelse, sekvensering og sammenknytning (Smith og Stein, 2018). Læreren kan lede en produktiv matematisk samtale gjennom å planlegge øktene i forveien. I planleggingsfasen må læreren anta hvilke strategier og mulige løsninger elevene har for oppgaven. En av faktorene som derimot ikke er tatt med i planleggingen, er hvordan man gjenkjenner og forstår argumentasjon i disse samtalene, og ikke minst, hvordan læreren kan støtte opp om argumentasjonen til elevene.

2.5.1 Samtalegrep i matematikkundervisningen

Liljedahl (2021) mener at for å holde på elevenes engasjement i matematikken burde man ikke bare gjøre matematikk. Elevene bør løftes videre ett nivå ved å grunngi hvorfor de tenker som de gjør. Dette støttes av Hodgen og Wiliam (2006) som hevder at elevene har behov for å diskutere sine matematiske ideer for å kunne vurdere sin egen forståelse mot andres.

For å kunne legge til rette for at elevene snakker sammen om matematikken har Kazemi og Hintz (2019) skrevet om åpen strategideling og målrettede samtaler. De peker på samtaletrekk læreren kan benytte seg av for å engasjere elevene i matematiske samtaler. Samtaletrekkene er basert på arbeidet til Chapin et al. (2009). Kazemi og Hintz (2019, s. 30) starter med hvorfor-, og hvordan-spørsmål som en del av den naturlige samtaleprosessen for å dele ideer og tanker, dette kaller de for en åpen strategideling. Åpen strategideling og samtaletrekkene gir et grunnlag for hvordan elevene og lærer snakker sammen om matematikk. Det handler om å flytte fokuset fra resultatet, til prosessen i samtalen, slik at hver del av matematikken får en kontekst på veien frem til et resultat. Det stilles spørsmål og oppfordres til forklaringer som leder oppmerksomheten mot hverandres ideer og tanker. Det er i denne delingsprosessen og forklaringen, at resonnement og argumentasjon kan oppstå.

Chapin et al. (2009) har utarbeidet fem samtalegrep læreren kan ta i bruk for å sette i gang og lede de gode samtalene – *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye* og *tenketid*. Når læreren *gjentar* elevens utsagn er dette for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre elevens utsagn. Dersom gjentakelsen mister elevens mening, får han eller hun muligheten til å rette på gjentakelsen. Ved å *repetere* menes det at læreren får en elev til å repetere eller omformulere det en annen elev har delt med klassen. Dette samtaletrekket har til hensikt å få elevene til å tenke nøye over det som blir sagt. Å *resonnere* er et annet samtaletrekk hvor hensikten er å skape konsensus eller argumentere for hvorfor man er enig eller uenig med utsagnet som det resonneres for. Læreren ber altså elevene bruke sitt eget resonnement på en annens utsagn. I samtaletrekket *tilføye* ønsker læreren å få eleven selv eller andre elever til å delta ved å tilføye det som er delt i klasserommet. Det kan være utfordrende å ha et gjennomtenkt svar med en gang et matematisk spørsmål er stilt. Derfor mener Chapin et al. (2009) at samtaletrekket *tenketid* kan være kraftfullt verktøy. Hensikten er at elevene får muligheten til å tenke seg om, før de svarer. Disse grepene er ikke utviklet spesifikt mot argumentasjon, men ettersom argumentasjon er en del av den matematiske samtalen ønsker vi å trekke frem disse grepene som en del av læreren sin rolle for å fremme argumentasjon i klasseromssamtalen. Disse samtaletrekkene kan hjelpe læreren å sette i gang med matematiske samtaler med argumentasjon. I samtaletrekkene til Kazemi og Hintz (2019) har de lagt til samtaletrekkene *snu og snakk* og *endre.* Samtaletrekket *snu og snakk* gjør det mulig for elevene å engasjere seg i naboens matematiske tanker og ideer. De får trening i å forklare og dele ideene sine som er nyttig i matematiske samtaler. Samtidig gir det læreren en mulighet til å gå rundt og lytte til de ulike ideene til elevene. Det siste samtaletrekket *endre* åpner for at elevene reflekterer over hva de har lært og om de har endret måten de i utgangspunktet tenkte om et problem eller ide.

De ulike samtaletrekkene åpner for argumentasjon og resonnement hos elevene samtidig som det støtter de sosiomatematiske normene i klasserommet. Samtaletrekkene *gjenta* og *repetere* har som funksjon å belyse og eller understreke elementer i elevenes utsagn. *Resonnere* og *tilføye* spiller direkte inn på elevenes evne til å argumentere og resonnere i de matematiske samtalene. Elevene skal da utnytte hverandres utsagn og reflektere over og sammenligne andres resonnement med sitt eget, deretter begrunne sin støtte eller avvisning til utsagnet. *Tenketid* er et grep for å la elevene få ryddet opp i sine tanker for å kunne resonnere og argumentere. Som Liljedahl (2021) skriver, er «det å tenke» en ikke lineær og rotete prosess hvor man forsøker å skape orden og en logisk sammenheng. Dette gjelder i stor grad matematikk hvor vi ønsker at elevene skal se sammenhenger og mønster som er logisk. Hvilke mønster og logiske sammenhenger elevene ser, er ikke eksplisitt og må derfor argumenteres for. *Snu og snakk* viser til at elevene resonnerer sammen og kommer frem til et argument som så kan deles. Når elevene gjør dette, har læreren en gylden mulighet for å lytte til elevenes fremgangsmåter og resonnement og deretter velge ut hvem som skal dele noe med felleskapet (Kazemi og Hintz, 2019). Det siste samtaletrekket er *endre.* Der åpnes det for at elevene kan endre sin mening etter hvert som de oppdager bedre løsninger og argumenter.

2.6 Tidligere forskning

Det finnes flere studier om argumentasjon i matematikken (Krummheuer, 2007 ; Mueller et al., 2009; Conner et al., 2014; Nordin & Boistrup, 2018). Argumentasjon blir sett på som en sentral del av undervisningen og er et viktig grunnlag for å kunne skape en forståelse i matematikken (Schwarz & Asterhan, 2010). Flere av disse studiene tar utgangspunkt i Toulmin (2003) og Krummheuers (1995) modeller. Disse studiene fokuserer ofte på de ulike argumentasjonselementene modellene består av, og har til hensikt å avgjøre om argumentasjonen elevene benytter seg av er *sterk eller svak.* I vår studie legger vi ikke vekt på om argumentasjonen elevene benytter seg av er sterk eller svak, men heller hvilke grep læreren gjør for å støtte elevene i sin matematiske argumentasjon. Slik som Conner et al. (2014) viser til.

Argumentasjon i grunnskolen er anerkjent som en svært relevant læringsstrategi som baserer seg på produktive interaksjoner i klasserommet (Muller Mirza & Perret-Clermont, 2009 ; Yackel & Cobb, 1996). Andre studier fokuserer på hvilke grep lærere bruker for å støtte barnas matematiske argumentasjon i matematiske samtaler (Björklund, 2008 ; Björklund et al., 2018 ; Lee & Ginsburg, 2009 ; Van Oers, 1996). Funnene viser at veiledning fra læreren kan være svært verdifulle for å hjelpe elevene med å få en bredere tilnærming til matematiske ideer og resonnement. Sumpter og Hedefalk (2015) mener at det er nødvendig med mer forskning for å kunne utforske hvordan lærere kan fremme begrunnelse og evaluering i elevenes argumenter.

Yackel (2002) hevder det er to faktorer læreren må ha oversikt over før timen starter. Elevenes nåværende konseptuelle ferdigheter og begrensninger, og hvilke underliggende matematiske konsepter som er relevant på tvers av matematikken. Hun viser til en vanlig misoppfatning om lærerens rolle i den matematiske kollektive diskurs. Der andre mener at læreren må avstå fra å bidra med matematiske ideer når elevene skal argumentere, mener Yackel at å lede elevene mot en løsning vil hjelpe elevene ved at man er en proaktiv klasseleder. Staples (2007) hevder at å håndtere ulogiske svar, eller svar som er feil er utfordrende i en plenum-setting. Dette mener hun er på grunn av stigmaet eleven kan oppleve når det rettes oppmerksomhet mot svaret som presenteres, og svaret er feil. Wæge og Nosrati (2018) hevder at en vanlig strategi læreren benytter seg av er å ignorere feile svar og spørre en annen elev og dermed lede oppmerksomheten bort fra det gale svaret. Videre mener de at feil skal trekkes frem som en viktig del av læringsprosessen og er derfor uunngåelig. I et klasserom vil det naturlig nok deles ideer eller tanker som er ufullstendig eller feil. Dette støttes av Hattie (2013) som mener det er viktig at læreren etablerer et klasseromsmiljø der feil ikke bare aksepteres, men ønskes velkommen. Yackel (2002) viser til begrepet «base of public knowledge» av Ball og Bass (2000), altså at forkunnskapene til elevene har mye å si for argumentasjonen. Når de konseptuelle forkunnskapene er mangelfulle, vil det være hensiktsmessig at læreren bidrar i argumentasjonen, for at den skal bevege seg videre.

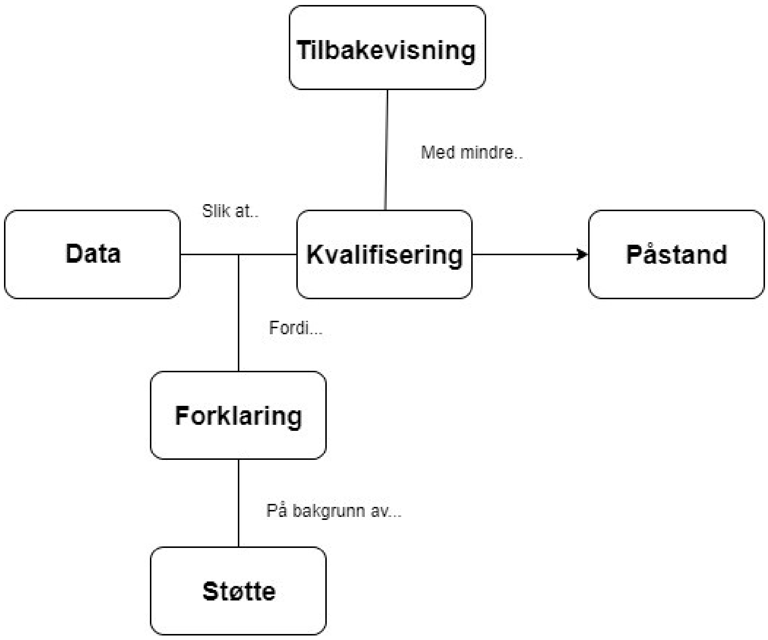
Det finnes altså en mengde forskning på bruk av argumentasjon i matematikkundervisningen. Vår studie har en litt annen tilnærming til tematikken, ved at vi ønsker å se på hvilke grep læreren gjør i den kollektive matematiske samtaler for å fremme elevenes matematiske ideer og argumentasjon.

2.7 **Studiens rammeverk**

I denne delen vil vi presentere studiens rammeverk. Ifølge Lester (2005) vil det være hensiktsmessig å benytte seg av et rammeverk for å styrke forskningsprosjektets resultat. Et godt rammeverk vil legge en grunnleggende orden for funn og observasjoner som igjen vil strukturere oppgaven på en hensiktsmessig måte. For å undersøke hvordan læreren støtter elevens matematiske argumentasjon, bruker vi et rammeverk fra Conner et al. (2014).

Rammeverket til Conner et al. (2014) har navnet «Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities». Dette har vi valgt å oversette til «Lærerstøtte for kollektiv argumentasjon: Et rammeverk for å undersøke hvordan lærere støtter elevenes argumentasjon og deltagelse i matematiske aktiviteter». Rammeverket er altså utviklet for å identifisere hvordan lærer og elever jobber sammen med matematiske påstander, gjennom kollektiv argumentasjon, og hvordan læreren støtter den kollektive argumentasjonen. Dette rammeverket bygger på Toulmin sitt rammeverk om argumentasjon (2003).

Stephen Toulmin (2003) utviklet et rammeverk for identifisering av argumentasjon *(Figur 1)* hvor en påstand støttes eller tilbakevises av argumenter. Vi har presentert denne modellen i kapittel 2.1 og vil nå kort presentere denne på nytt. Ut ifra den dataen som er presentert, utforsker og utvikles det en matematisk påstand. Underveis kan dette støttes eller tilbakevises av andre argumenter. Modellen analyserer hvordan et generelt argument er bygget opp.



Figur 1 - Toulmins modell for argumentasjon (2003)

Toulmin (2003) har delt opp argumentasjon i seks ulike deler: Data (D), Påstand (P), kvalifikasjon (K), forklaring (F), tilbakevisning (T) og støtte (B). Dette illustreres gjennom modellen ovenfor (*se Figur 1*). En påstand har basis i data, med en tilhørende forklaring som viser til hvorfor påstanden er korrekt. Videre kan påstanden (P) tilbakevises (T) ved å vise til eksempler hvor forklaringen (F) ikke er korrekt. Forklaringen kan støttes (S) av andre resonnement som viser til hvorfor denne forklaringen må være riktig. Påstanden kan kvalifiseres (K), det vil si noe om hvor sannsynlig påstanden er.

Med Toulmins argumentasjonsmodell som base, legger Conner et. al. (2014) til spørsmålstema og grep læreren gjør for å støtte argumentasjon i klasseromssamtalene. Dette vil være sentralt i vår oppgave som skal undersøke nettopp dette. Conner et al. (2014) fant tre måter lærer kan støtte elever i plenums-argumentasjonen ved å: tilby direkte bidrag, stille spørsmål og andre bidrag (Conner et al., 2014). Kategorien direkte bidrag viser til grepene læreren gjør, uten særlig bidrag fra elevene. Det kan bety at læreren skaper oversikt med å tegne et diagram eller figurer på tavlen og gi fakta om elementene som diskuteres. I følge Conner et al. (2014) vil et hvert bidrag fra læreren som brukes som en direkte komponent i argumentasjonen defineres som et direkte bidrag. Det kan være å presentere oppgave som kan brukes som data i argumentasjonen, til når læreren gir en forklaring.

Læreren kan også stille spørsmål som har til hensikt å: be om fakta, be om en metode, be om en ide, utdype eller vurdere matematikken (Conner et al., 2014). Når læreren ber om fakta menes det at læreren ber eleven gi fakta om påstanden som skal bevises eller motbevises. Det kan for eksempel være: «Hvor mange grader er det til sammen i en trekant?» På denne måten legger læreren opp til resonnement og argumentasjon hos eleven på bakgrunn av svaret som eleven selv kommer med. Læreren kan også be eleven om en metode (method). Da ønsker hen en demonstrasjon for hva de gjorde for å bevise sin påstand, eller hvordan de ville bevist eller motbevist argumentet. Et eksempel på dette er: «Kan du vise hvorfor det du tenkte stemmer i forhold til oppgaven? Hvorfor mener du at det er riktig?» Ved å be om en ide menes det at eleven skal sammenligne og forsøke å knytte de matematiske ideene sammen eller komme med en matematisk ide. For eksempel: «Kan du forklare hvordan disse løsningene ligner på hverandre? Hva egenskaper har disse løsningene utnyttet og hvorfor?» Gjennom utdypning ønsker læreren at eleven utdyper en ide, utsagn eller et diagram. For eksempel: «Jeg ser at du har valgt å starte med 500, hvorfor startet du der?» Når læreren ber eleven vurdere matematikken menes det at eleven skal vurdere hvor vidt det matematiske i en påstand eller et utsagn er logisk eller følger et logisk resonnement og dermed er valid. For eksempel: «Er du enig med løsningen til Peter og hvorfor er du enig?»

Den siste typen støtte Connor et al. (2014) beskriver er under kategorien «andre bidrag». Denne kategorien omhandler grepene lærer gjør, som ikke er spørsmål eller direkte bidrag til argumentasjonen. Denne kategorien inneholder å lede (directing), å støtte (promoting), å evaluere (evaluating), å informere (informing) og repeterende handlinger (repeating actions). Disse grepene kan være med på å støtte og fremme argumentasjon i klasseromssamtalene. Når læreren leder elevene, menes det at hen retter oppmerksomheten mot en matematisk idé eller tanke for å fokusere elevene på riktig vei. For eksempel: «Det er nok best å starte med å finne diameteren av sirkelen». På denne måten veiledes elevene til de stegene som fører til en løsning av et problem eller oppgave. Støtte vil si at læreren oppmuntrer elevenes utforskning av oppgaven og åpner for at argumentasjonen kan gå i ulike retninger. For eksempel: «Dette er en god tanke. Dere gjør fremskritt». Støtten vil oppfordre elevene til å fortsette sin tankeprosess uten å dirigere den mot en spesifikk løsning. Evalueringsgrepet betyr at læreren gir en vurdering av løsningen til eleven. Det sentrerer seg altså hvor vidt om matematikken er korrekt eller ikke. For eksempel: «Denne løsningen liker jeg». Grepet forsikrer også eleven om at hens tenkning er valid. Informeringsgrepet brukes for å belyse eller oppsummere eller presisere det eleven benytter seg av i sitt argument. Med dette menes det ikke at læreren bidrar direkte til argumentet, men heller peker på det eleven bruker i sitt argument. For eksempel «Altså at diameteren som er på tvers av sirkelen». Det siste grepet er repeterende handling som betyr at læreren repeterer det som eleven har sagt, eller illustrerer det uten å legge til, eller trekke fra informasjon. Hensikten med dette grepet er å forsikre at alle elevene får med seg hva som blir sagt på en tydeligere måte. Dette grepet har en liknende hensikt som samtaletrekket *gjenta* av Kazemi og Hintz (2019). Conner et al. (2014) skriver at repeteringsgrepet ikke skal bidra direkte til argumentet, men synliggjøre elevenes eller lærerens bidrag på tavlen.

Nordin og Boistrup (2018) har også utviklet et rammeverk for å identifisere barns matematiske argumentasjon, hvor de benytter seg av Toulmins modell for å identifisere argumentasjon. Forskjellen mellom disse rammeverkene er fokusområdene. Conner et al. (2014) fokuserer på hvilke grep læreren gjør for å støtte opp om argumentasjon i klasseromssamtalene og bruker Toulmins rammeverk for å identifisere argumentasjon, mens Nordin og Boistrup (2018) fokuserer på elevenes argumentasjon og hvordan de kan identifisere den og hvordan den formidles av elevene, og de studerer hvilke deler av argumentasjonen som kan knyttes opp mot matematikk. Vi har valgt å bruke Conner et al. (2014) sitt rammeverk, siden vårt fokus er på hvordan læreren støtter elevenes argumentasjon.

I vår studie benytter vi oss av Toulmins (2003) rammeverk for å identifisere de ulike komponentene i argumentasjon i analysen. Vi benytter oss av rammeverket til Conner et al. (2014) for å undersøke de støttende handlingene læreren gjør i argumentasjonen i analysen. For å knytte dette mot matematisk argumentasjon, benytter vi en utvidet form for Lithners (2008) definisjon av hva som gjør et argument matematisk.

2.8 Læring i fellesskap – sosiokulturell læringsteori

Da denne oppgaven har som mål å studere argumentasjon som foregår i den matematiske samtalen i klasserommet, vil den posisjoneres inn mot et sosiokulturelt læringssyn. Et sosiokulturelt læringssyn baserer seg på at læring skjer i interaksjon og samhandling med andre (Fladmo og Mikkelsen, 2009). Det betyr at læring er en langvarig prosess der vi må se på kognisjon og sosialt samspill med en antagelse om at læring skjer gjennom bruk av *språk* og *sosial deltagelse*. Smith og Stein (2018) forklarer at gjennom sosial interaksjon åpner seg mange muligheter. Elevene får bruke andre som ressurser, dele egne ideer og tanker, og delta i en felles konstruksjon av kunnskap og forståelse. Elevene fungerer altså som et støttende stillas for hverandre. I et sosiokulturelt læringsperspektiv vil kvaliteten i samspillet mellom lærer og elever og elevene innad være viktig for å legge til rette for forståelse i matematematikkfaget.

Vygotskij står sentralt i et sosiokulturelt læringssyn. Han utviklet begrepet «den nærmeste *utviklingssonen»* (Fladmoe & Mikkelsen, 2009). Med dette mente han at læring skjer i samhandling med andre mennesker, slik at vi må se på det potensielle utviklingsnivået vi kan oppnå. Det vil si at det vi får til i samarbeid og fellesskap med andre, vil vi etter hvert kunne mestre på egen hånd. Vi kan altså skille mellom det barnet klarer uten hjelp (det barnet mestrer), og det barnet kan gjøre med støtte og veiledning fra en som er mer kompetent (den nærmeste utviklingssonen). Dette forstår vi som at eleven ved hjelp av veiledning eller støtte fra mer kompetente andre (for eksempel støtte fra lærer eller andre medelever), kan eleven løse problemer som ville ha vært vanskelig å klare helt på egen hånd. Det å jobbe sammen med andre kan resultere i at elevene etter hvert etablerer ny læring og videreutvikler verktøy for å mestre nye oppgaver.

Læringsprosessen kan dermed beskrives som en utvikling, der vi først er avhengig av andre for å mestre oppgaven, og gradvis internaliserer kunnskapen slik at man oppnår mestring alene. Vygotskij fremmer også språkets betydning for læring, og i boken" Tenkning og tale" blir hans tanker om den nære relasjonen mellom menneskers kognitive og språklige utvikling diskutert (Vygotskij et al., 2001). En del av det å lære matematikk handler om få kontroll over matematikkspråket og se hvordan en kan bruke det som et verktøy for å uttrykke matematiske sammenhenger. Det å lese og forklare matematikk krever en annen kunnskap og et annet ordforråd enn å lese et dikt i norskfaget. Fokuset på språket må rettes eksplisitt mot det som står sentralt i matematikkfaget, slik at man har en felles oppfatning og forståelse rundt fagtermer (Hovik & Kleve, 2021). I starten tar dette mye tid, men etter hvert som elevene blir mer presise vil de se hvordan språket kan brukes til å fremme og argumentere for egne synspunkter i matematikken. Språket vil altså hjelpe elevene å forklare sin egen tankeprosess til medelever og lærer.

Ut ifra Vygotskijs teori om at læring skjer i en sosial kontekst og da spesielt gjennom språklig aktivitet, er det naturlig å betrakte samspillet i undervisningen som et godt utgangspunkt for læring (Lyngsnes & Rismark, 2017). Samtalene som foregår på skolen, vil være grunnleggende for barnets utvikling. Dette gjelder både samtalene med andre barn og læreren, men også samtalene man lytter til og observerer. I disse samtalene vil barnet utvikle språket og skape kontakt med andre mennesker gjennom kommunikasjon. I et sosiokulturelt læringsperspektiv kan læring i matematikk ses på som en aktiv handling i et sosialt samspill, der barnet tilegner seg og anvender et matematisk språk og utvikler forståelse rundt ulike begreper, terminologi og symboler (Säljö & Moen, 2001).

Det vil derfor være naturlig å se nærmere på samtalene som foregår i klasserommet og hva som kjennetegner disse samtalene. En samtale foregår mellom flere personer, og i klasserommet forgår det gjerne flere parallelle samtaler samtidig. Samtalene vil ha ulike gruppestørrelser og ulike sammensetninger. I noen samtaler vil læreren lede eller bidra, mens andre samtaler foregår uten at læreren er til stede. I klasserommene vi forsket på, satt elevene i par. De beskrev dette som læringspartnere. En læringspartner er en medelev som elevene samarbeider med over en periode. Hensikten med å benytte seg av læringspartnere støttes gjennom et sosiokulturelt læringssyn, nemlig at man lærer bedre i samhandling med andre. Dette handler om at elevene får støtte og hjelpe hverandre i undervisningen og dermed løfte hverandres akademiske prestasjoner (Hattie, 2013). Det vil derfor være viktig at elevene trenes opp til å ha konstruktive og meningsfulle samtaler uten at læreren leder samtalen eller deltar aktivt.

Tradisjonelt sett har kunnskap blitt betraktet som noe man bærer med seg alene og at læringsprosessen foregår inne i hodet på den som skal lære (Lyngsnes & Rismark, 2017). Dette har imidlertid endret endres seg de siste 30 årene der det har vært økende oppmerksomhet om at læring skjer i en sosial kontekst og i samspill med andre mennesker. Med dette som utgangspunkt vil læringsmiljøet på skolen og i klassen være en avgjørende faktor for læringsmiljøet elevene befinner seg i. Ifølge Hovik og Kleve (2021) reguleres læringsmiljøet i klassen av sosiale og sosiomatematiske normer. I klasserommet danner det seg ofte et mønster for hvordan klasseromsdiskusjonen foregår, særlig når elevene og læreren har jobbet sammen over tid. Det er dette som kalle sosiomatematiske normer. De sosiomatematiske normene er altså et sett med felles «kjøreregler» for hvordan undervisningen foregår. Hovik og Kleve (2021) forklarer at læreren må forsøke å unngå en «show and tell»-kultur i klassen. Istedenfor skal læreren strebe etter å skape en kultur der elevene må argumentere, for å få gehør for svarene sine. Det vil si at lærer og elever sammen danner et mønster for hvordan samtalen utvikler seg. Læreren har selvsagt en avgjørende rolle for at samtalen skal utfolde seg på «riktig måte» (Drageset, 2014).

2.9 **Uttrykksform, multimodalitet og multimodal argumentasjon**

Argumentasjon kan komme i mange ulike former, der elevene kan uttrykke seg både gjennom muntlig og skriftlig språk, tegning eller gestikulering. Kommunikative handlingene kommer også gjerne i kombinasjon med hverandre. Jewitt og Kress (2003) trekker blant annet frem skriving, tale og tegning som eksempler på ulike uttrykksformer og poengterer at «… modes rarely, if ever, occur alone». Begrepet «modes» blir også brukt i det norske vokabularet, men da oversatt til «begrepsuttrykk» eller «modaliteter». For eksempel skriver Johnsen-Høines (2016) at «begrepsuttrykk» er alt som uttrykker tankene; både muntlig språk, tegn og kroppsspråk. Videre forklarer hun at «Når elevene uttrykker seg, forteller de hva de tenker». På bakgrunn av dette ønsker vi å se hvordan argumentasjon kan uttrykkes på flere måter i en klasseromsdiskusjon – ikke bare gjennom den verbale tilnærmingen.

2.10 **Begrepsinnlæring**

Matematikken er et eget språk, slik vi har forklart i kapittel 2.8. Det betyr at matematikkspråket har egne ord og begreper som vi ikke finner i «hverdagsspråket» vårt, eller at disse ordene kan ha en annen mening eller betydning når vi bruker de i matematikk. Det er ikke nok med kjennskap til ordene, men elevene må også vite hvorfor de kan bruke akkurat dette begrepet i en bestemt situasjon (Stengrundet & Valbekmo, 2019).

Mange elever opplever læringsprosessen som viktigere å mer meningsfull dersom oppdagelsen og innsikten kommer fra eleven selv. De ønsker altså å «eie» sin egen læringsprosess. Dette må ikke tolkes i den retning at lærerens rolle i matematiske samtaler blir redusert. Snarere tvert imot blir lærerens rolle enda viktigere for at elevens egne resonnementer skal komme tydelig frem å utvikle seg (Björklund & Goveia, 2014). Situert læring vil si at matematikken synliggjøres og gir mening i den konkrete situasjonen. Det vil si at matematikken skal gi mening og fungere som en støtte for forståelsen av et problem som igjen vil føre til en høyere grad av begrepsmessig forståelse og generalisering (Björklund, 2014).

I forkant av undervisningen bør man foreta en kritisk vurdering av begrepenes betydning og bruk. For eksempel bør en lærer som skal introdusere begrepet kvadrat reflektere rundt et kvadrats egenskaper og hvordan disse burde presenteres. Kan et kvadrat også være et rektangel? Betyr det at et rektangel også kan være et kvadrat? Mange begreper kan ha ulike betydninger, og det burde derfor problematiseres overfor elevene at konteksten er relevant for betydningen. For å unngå unødvendige misforståelser og i stedet støtte barnas begrepsforståelse bør læreren være oppmerksom på hvordan matematiske begreper kan tolkes i ulike sammenhenger (Björklund, 2014).

God begrepsforståelsen i matematikken trekkes frem som en særlig viktig ferdighet for å få en god forståelse av faget (Nergård, 2022). I en studie fra 2007 trekker Perry og Dockett frem viktigheten av at barna får anledning til å delta i matematisk argumenterende samtaler for å utvikle dybdelæring (Perry, 2007). Ifølge Riccomini, Smith, Hughes og Fries (2015) vil matematikken bli mer synlig der elevenes begrepsfokus og språk får en sentral rolle i samtalen. Det vil derfor være en viktig del av elevenes læring og utvikling i matematikkfaget. Purpura, Napoli, Wehrspann, & Gold (2016) hevder videre at kvaliteten i samtalen og språket som elevene møter i tidlig alder vil være avgjærende for den framtidige matematiske utviklingen.

For at elevene skal utvikle en god begrepsforståelse må de også få lov til å utforske ulike begreper. Det vil si at begrepene må ses i ulike sammenhenger og kontekster, for så å se hvordan begrepet skal tolkes, forstås og brukes. I denne prosessen trenger elevene støtte og veiledning fra læreren. Både for å få øye på matematikken, men også for å våge å teste ut ulike ideer og stille spørsmål ved egne og andres ideer og tanker. Lærerens rolle i denne prosessen blir altså å være både organisator, inspirator, veileder og debattør (Björklund, 2014).

Dersom elevene ikke har en forforståelse for et begrep eller klarer å se den store sammenhengen ved å knytte det opp mot andre begreper, kan læreren bidra til å se denne sammenhengen. Dette kan gjøres ved å aktivt ta i bruk sentrale begreper i samtale med elevene. Purpura et al. (2016) peker på at god begrepsforståelse innebærer mye mer enn å kjenne igjen ordet. Begrepsforståelse innebærer at eleven kan forklare begrepet med egne ord og hvordan det brukes korrekt i ulike sammenhenger. Stengrundet og Valbekmo (2019) hevder at det å tilegne seg en slik kunnskap er krevende, og at det gjerne tar flere år før elevene innehar et tilstrekkelig ordforråd av begreper for å kunne uttrykke seg presist. Begrepene må brukes aktivt samtidig som elevene får konkrete erfaringer til begrepet. For eksempel vil elevene først få forståelse for egenskapene ved et kvadrat og en fullstendig forståelse av begrepet når de har blitt introdusert, sett og utforsket forskjellige kvadrater (Stengrundet & Valbekmo, 2019). Disse erfaringene og tolkningene som elevene foretar seg blir særlig viktig når eleven skal forklare, argumentere, resonnere og diskutere matematiske ideer i samtaler sammen med andre (Purpura et al., 2017). Videre påpeker Riccomini et al. (2015) at elevene kan få flere misoppfatninger ved en manglende begrepsforståelse. Begrepene vi jobber med i matematikken kommer i ulike former og kan variere innenfor de ulike temaene i matematikken. Felles for begrepene er at de gir en helhetlig forståelse som igjen vil være med på å skape et utgangspunkt for å kunne samtale og argumentere om og rundt matematikken (Stengrundet & Valbekmo, 2019).

For at elevene skal få en helhetlig forståelse i matematikken er det altså avgjørende med en god begrepsforståelse. Begrepene sammenliknes ofte med byggesteiner i matematikken og fungerer som et viktig utgangspunkt for en solid grunnmur. I fagtermen deler man gjerne inn i ulike begreper. De overordnede begrepene er begreper som er helt sentrale for å etablere en solid forståelse i faget. Disse begrepene jobber man gjerne med over flere år og ulike sammenhenger.

3 Metode

Kapittelet tar for seg studiens metodiske overblikk og forskningsdesign. Videre vil vi ta for oss utvalget og metodene for datainnsamling, samt hvordan vi har valgt å analysere materialet. Deretter vil vi redegjøre for metodiske utfordringer og studiens kvalitet gjennom validitet og reliabilitet og etiske overveielser. I denne studien undersøker vi hvordan lærere støtter elevene i sin argumentasjon i de matematiske samtalene. Forskning relatert til kommunikasjon mellom lærer og elever forutsetter en nærhet til det som skal beskrives og tolkes. I denne studien vil det derfor være hensiktsmessig med en kvalitativ tilnærming. Vår problemstilling er: *«Hvordan støtter læreren elevenes argumentasjon i de matematiske samtalene?».*

Deler av metodekapittelet er hentet direkte i fra vår metodeeksamen tilknyttet dette prosjektet, med emnekode LER-3500 (Berglund og Fossen 2021).

3.1 Metodisk overblikk

Hvilken strategi og fremgangsmåte en velger for innsamlingsmetode, vil være avhengig av hva en forsker på, og hva som vil være relevant i den enkelte forskningsprosessen.
[1]Utfra problemstillingens karakter har vi prøvd å finne et forskningsdesign som i størst mulig grad vil svare på vår problemstilling. I metode skiller vi gjerne mellom et kvalitativt og kvantitativt forskningsdesign. Vi har valgt å bruke en kvalitativ tilnærming, fordi problemstillingen vår skal undersøke og beskrive menneskers opplevelse og erfaringer. Innenfor kvalitativ metode finnes det ulike tilnærminger. Kvalitativ metode er rettet mot å forstå og beskrive menneskers meningsskaping og handlinger i en naturlig kontekst (Postholm et al., 2018). Dette innebærer blant annet: observasjon, intervju og skriftlige tekster. Hensikten er å få en dypere innsikt og forståelse for menneskers handlinger og situasjoner. En av metodene som er best egnet til å besvare vår problemstilling vil være en kasusstudie der observasjon og observasjon gjennom filming blir gjennomført. Problemstillingen vår sentrerer seg på mellommenneskelige interaksjoner, og vi forsøker å få innsikt i nettopp denne situasjonen. Derfor har vi valgt en kvalitativ tilnærming. Vi gjennomfører en kasusstudie

[1] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

(casestudie), som vil si at forskeren henter inn informasjon om noen få enheter eller situasjoner (caser). I vår studie har vi hentet inn datamateriale fra to ulike klasser. Det dreier seg derfor om å få mest mulig data innenfor et avgrenset område som i vårt tilfelle er argumentasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Gjennom videoopptak og observasjon vil en slik empirisk innfallsvinkel på metoden være en gren innenfor kvalitativ tilnærming. Empirisk data handler om å samle inn data fra den virkeligheten man forsker på. Dataene er ikke virkeligheten, men en representasjoner av den. Det vil si at datamaterialet vårt fungerer som er bindeledd mellom virkeligheten og analysen, og videre tolkning av virkeligheten (Christoffersen & Johannessen, 2012). [2]Gjennom metodekapittelet skal vi sette informasjonen vi samler inn til masteroppgaven i et system, slik at vi kan dokumentere, tolke og reflektere rundt den innsamlede dataen tematisk.

3.2 **Utvalg**

I denne studien er det valgt ut to lærere som underviser i matematikk på samme barneskoleskole i Troms og Finnmark fylke. Følgende kriterier ble satt i forkant av utvelgelsen:

- Lærerne må undervise i matematikk til vanlig
- Vi må få lov til å filme undervisningsøkten og være til stede gjennom hele undervisningsøkten vi filmer

Våre kriterier legger ikke vekt på at læreren skal ha en spesiell kunnskap eller kompetanse om argumentasjon i matematikk. Vi ønsker å få et innblikk i en «helt vanlig» undervisningsøkt av en helt «vanlig lærer». Det var imidlertid vanskelig å finne lærere som ønsket å bli «forsket på». I tillegg skulle nærkontakten begrenses i perioden da vi samlet inn data på grunn av daværende pandemisituasjon. Derfor var det mange lærere som ikke ønsket flere mennesker enn nødvendig inn i klasserommet. For å finne lærere tok vi derfor kontakt med ledelsen på en skole vi allerede hadde kjennskap til. Rektoren på denne skolen tildelte oss to forskjellige lærere som begge sa ja til å være med i studien vår– én fra småtrinnet og én fra mellomtrinnet. Tord har jobbet som barneveileder på denne skolen for mange år siden, slik at han hadde kjennskap til lærerne vi forsket på. Dette er flere år siden, og vi vurderte at det ikke ville ha

[2] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

større betydning og påvirkning av vår studie. Begge lærerne har fortalt at de liker å jobbe med «ulike og spennende oppgaver» i matematikktimene. Lærerne fikk fritt velge hva som var tema for timen, det spilte altså ingen rolle for oss om elevene skulle jobbe med geometri, algebra eller grunnleggende aritmetikk. Lærerne fikk vite i god tid i forveien at vi skulle forske på argumentasjon i matematikkundervisning, uavhengig av tema for timen.

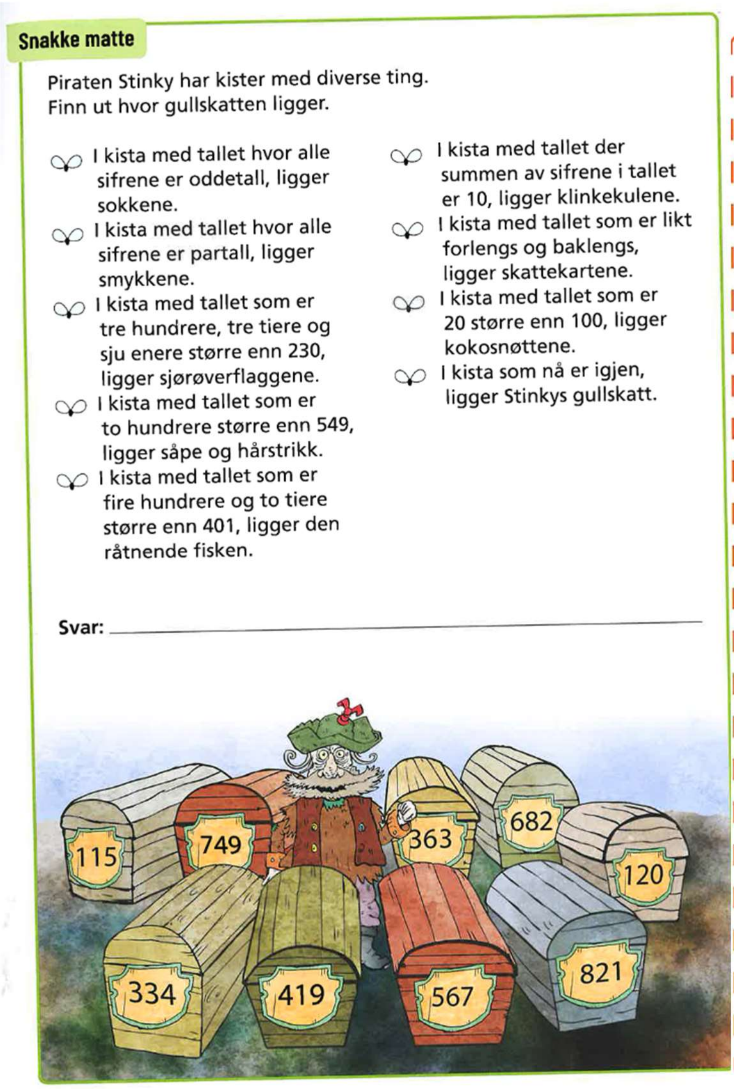
I 3. klasse var det 16 elever som deltok i studien, og i 6. klasse var det 12 elever som deltok i studien. Det er viktig å huske på at elevene i 6. trinn har gått dobbelt så lenge på skolen som de elevene i 3. klasse. Begge lærerne fortalte at klassemiljøet var trygt, og dette var også vår opplevelse av klasseromssituasjonen. Begge deltagergruppene var heterogene, det vil si at ingen av gruppene var nivådelt. Heterogene grupper er å foretrekke i matematiske samtaler, fordi det skaper produktive samtaler (Boaler et al., 2000).

3.3 Undervisningsopplegg

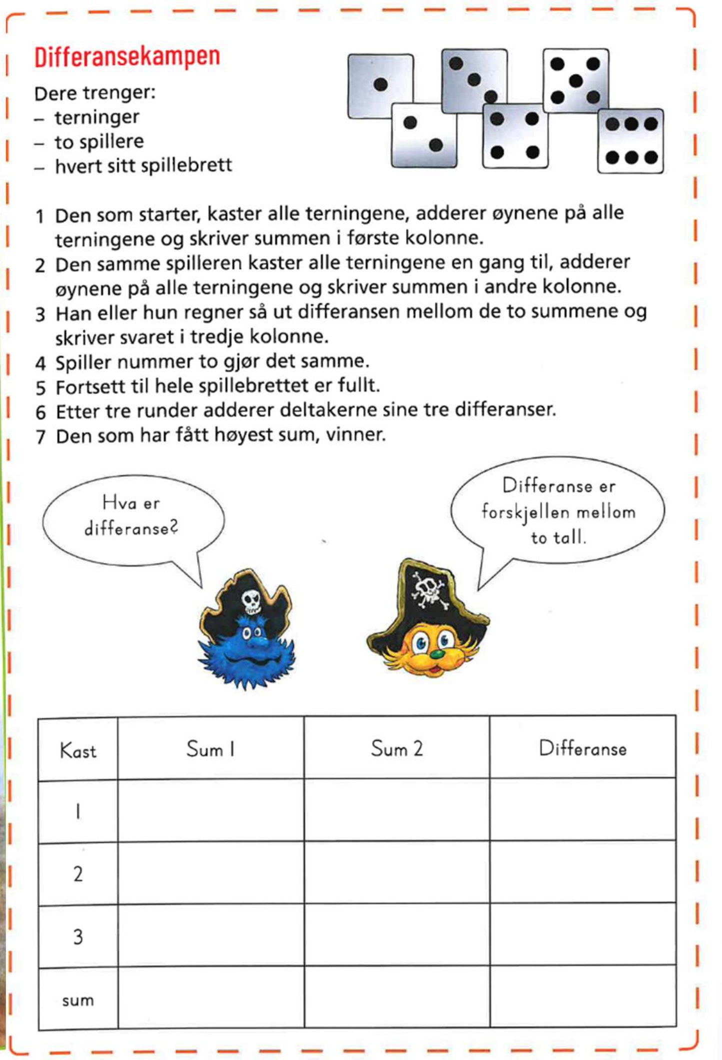
I dette delkapittelet vil noen av oppgavene elevene jobbet med i økten presenteres. Utvalget er basert på oppgavene vi har analysert i kapittel 4.

3.3.1 Undervisning i 3. klasse

I 3. trinn har vi videoopptak av en skoletime på 90 minutter. Av opptakene er var det ca. 1 time hvor de hadde plenumsdiskusjon. Undervisningen var delt inn i tre ulike faser. I den første fasen av undervisningen løser elevene oppgavene om Piraten Stinky (vist nedenfor). Oppgaveløsingen foregår i en plenumsdiskusjon mellom lærer og elever, og varer i ca. 50 minutter. Den andre fasen er ikke tatt med på grunn av dårlig lyd, i tillegg til at elevene jobbet to-og-to. Den siste delen er oppsummeringen av timen som er tatt med i analysen og varer i ca. 10 minutter. I de delene av datamaterialet vi har tatt med, benytter læreren seg av en matematisk plenumsamtale, hvor elevene deltar. Forskningsspørsmålet vårt dreier seg om hvordan læreren støtter argumentasjonen til elevene, og derfor er det også disse delene av undervisningen vi har tatt med og analysert.



Figur 3 - Oppgaver 3. trinn



Figur 2 - Differansespillet

3.3.2 Undervisning i 6. klasse

På 6. trinn gjorde vi datainnsamling i en matematikktime som varte i ca. 60 minutter. Undervisningsøkten er delt inn i fire faser: Innledning, bokarbeid, spill og oppsummering. Av disse delene er det innledningen på ca. 15 minutter vi har tatt med i transkripsjonen og analysedelen. Det var i denne delen at læreren og elevene diskuterte i plenum. I de andre delene var lydopptaket av så dårlig kvalitet så at det ikke var mulig å høre hva som ble sagt og hvordan læreren støttet argumentasjonen. Dette skyltes at det var mange parallelle samtaler på en gang.

3.4 Datainnsamling

Innsamling av datamateriale kan gjøres på ulike måter. I vårt prosjekt har vi i likhet med andre lignende studier (Conner et al. 2014; Nordin og Boistrup, 2019), anvendt fysisk observasjon og videoopptak som innsamlingsmetode.

3.4.1 Videoopptak

For å kunne studere og se nærmere på hvordan lærer støtter elevenes argumentasjon var videoopptak godt egnet til dette formålet. Målet vårt var å få innsikt i hvilke grep læreren benyttet seg av, for å støtte elevenes argumentasjon. Lyd- og videoopptak har dermed vært et nyttig hjelpemiddel i forbindelse med observasjonen i vårt forskningsprosjekt. Vi ønsket å få med oss samtalene og de ulike dialogene som foregikk i klasserommet mellom lærer – elev og elev – elev. Videoopptakene ga oss ikke bare en verbal tilnærming til situasjonen, men også den non-verbale kommunikasjonen. Den helhetlige oppfattelsen av situasjonen ga en unik mulighet til å få en oversikt over hele klasseromssituasjonen. For eksempel var det flere av elevene som uttrykket seg både ved hjelp av språk, samtidig som de gestikulerte med hendene når de skulle forklare hvordan de hadde løst en oppgave. Nordin og Boistrup (2019) peker på at elever kan argumentere på andre måter et muntlig språk og de kaller dette for modaliteter (modes). For å kunne få med dette i datamaterialet, fant vi ut at videoopptak var en gunstig metode.

Elevene på 6. trinn benyttet seg av en iPad i plenumsdiskusjonene der de kunne tegne, slik at forklaringen til elevene ofte var multimodale. Det var derfor fint med video av situasjonen som et supplement til lyd. I tillegg ble det enklere å transkribere datamaterialet ved at man tydelig ser hvem som snakker og hvordan de argumenterer, slik at det blir enklere å følge tråden i kommunikasjonen.

Videoopptak vil også gi en unik mulighet til å se opptaket flere ganger og dermed kunne analysere klasseromssituasjonen med ulike «briller» (Bjørndal, 2017). Opptakene kan gi en fremstilling av situasjonen akkurat slik den oppstod, og kan hjelpe oss med å få med alle ordene som blir sagt (Postholm et al., 2018).

3.4.2 Observasjon

Det å observere kan gjøres på ulike måter og i ulike situasjoner. I vårt prosjekt har vi anvendt observasjon av første orden (Bjørndal, 2017) som et supplement til videoopptakene. Observasjoner av første orden vil si at hovedoppgaven til observatøren er å observere. Vi har notert ned stemning, hendelser og utsagn ved å ta i bruk av feltnotater for å få en kontekstuell tilleggsinformasjon (Dalland & Andersson-Bakken, 2021). Dette blir gjort for å tette svakheter med videoopptaket, samt supplere med informasjon som et videokamera eventuelt ikke vil fange opp. Gleiss og Sæther (2021), skriver at videoopptak ikke klarer å formidle alt i en undervisningssituasjon som sosiale signaler og stemningen i klasserommet slik som observasjon kan. Ettersom hensikten med observasjonen kun er å supplere der videokameraet ikke strekker til, vil feltnotatene være ustrukturerte. Vi ønsket derfor å gjennomføre ustrukturerte observasjoner der vi kunne innta en rolle som ligger tett opptil fullstendig observatør (Postholm et al., 2018).

3.4.3 Gjennomføring av datainnsamling

I forkant av observasjonsøkten dro vi på besøk til skolen der innsamling av data skulle finne sted. Dette ga oss både anledning til å teste ut utstyret vi skulle bruke for å se hvordan bilde og lyd fungerte. Vi delte også ut samtykkeskjema og informasjon (se vedlegg 1) om studien, som elevene og lærerne måtte godkjenne i forkant av datainnsamlingen. I tillegg hadde vi en prat med lærerne der vi ga en kort innføring i masteroppgaven og dens tema. Vi forklarte hva samtykkeskjemaet innebar og at det skulle fungere som en trygghet og sikkerhet overfor barna og deltagerne i prosjektet vårt slik at de vet at datamaterialet til enhver tid er oppbevart på en trygg måte.

I datainnsamlingen hadde vi plassert ut 4 kameraer totalt. To av kameraene hadde god lydkvalitet og egen mikrofon. De to resterende var av typen GoPro, med dårligere lyd, men med en vidvinkelfunksjon slik at den billedlige situasjonen ble svært oversiktlig. Vi valgte å plassere en av hver type kamera i front av klasserommet slik at de rettet seg mot elevene. De to andre kameraene var plassert bakerst i klasserommet. Disse kameraene var rettet mot læreren og det det som skjedde i front av klasserommet, i tillegg til at plasseringen ikke skulle virke forstyrrende for lærer og elever. Årsaken til at vi valgte denne plasseringen og fordelingen av kameraene var i stor grad basert på lydkvalitet. Kameraet i front skulle fange opp lyden fra læreren og elevene på de fremste radene. Samtidig skulle disse kameraene fange opp hvem og hvordan elevene responderte på lærerens argumenterende grep. Denne plasseringen av kameraene fanget altså opp både lyd og den non-verbale argumentasjonen som foregikk i klasseromssamtalen. Kameraene i bakkant av klasserommet skulle fange opp lærerens nonverbale støtte av argumentasjon, og lyden til de elevene som satt bakerst i klasserommet.

Til sammen er videoobservasjonene på 2 timer og 37 minutter, med henholdsvis 1 time og 32 minutter i 3. klasse og 1 time og 5 minutter i 6. klasse. Av disse timene er det kun klasseromsdiskusjonen som vi hadde god nok lydkvalitet på, slik at vi kunne skille hva som ble sagt og hvem som talte. Dette materialet ble utgangspunkt for analysen vår. I etterkant av observasjonen er materialet transkribert, som førte til 9 sider med tekst. Store deler av materialet ble ikke med i oppgaven og vil heller ikke bli gjengitt i analysedelen. Det å transkribere materialet gir en unik mulighet til å dypdykke i situasjonen og å se situasjonen flere ganger. Når vi i tillegg er to personer som transkriberer det samme datamateriale gir det en unik mulighet til å diskutere og sammenlikne ulike funn vi gjør underveis i prosessen.

3.5 **Analysemetode og prosess**

Datamaterialet vi har samlet inn er av en kvalitativ karakter. Det betyr at materialet er usortert og uoversiktlig i form av video, tekst og transkripsjon. Merriam og Tisdell (2015) trekker frem at hensikten med analysemetoder i kvalitativ forskning er å sortere det innsamlede datamaterialet slik at det blir gjort mer oversiktlig og håndterlig.

> *«Kvalitativ dataanalyse kan være et mysterium. Å gå i gang med analysering av kvalitativ data kan være som å utforske nytt territorium uten å ha et kart som er enkelt å lese (vår oversettelse) (David Silverman)»*

Datamaterialet vårt vil sorteres tematisk for å identifisere, analysere og rapportere mønstre og temaer i datamaterialet (Braun et al., 2022). Vi har analysert på mikronivå, altså setningsnivå. Datamaterialet er først analysert hver for oss, for så å sammenlikne resultatene. Der vi var uenige om tolkningene har vi diskutert sammen for å komme frem til en felles forståelse. Tematisk analyse gir anledning til å gå i dybden og åpner opp for en detaljert organisering og beskrivelse av materialet (Braun et al., 2022). I vårt datamateriale har vi tatt utgangspunkt i kategoriene og temaene i rammeverket til Conner et al. (2014). Dette rammeverket har fungert som et utgangspunkt for analysen, men vi har i tillegg supplert med andre grep læreren gjorde for å støtte argumentasjonen. Disse grepene er beskrevet i kapittel 2.5.1 (Chapin, O'Connor og Anderson, 2009; Kazemi og Hintz, 2019). Samtalegrepene så vi som relevant for studien og problemstillingen vår. Grepene er gjenkjennbare fra «den matematiske samtalen» og vil bli tatt med i analysen.

Braun og Clarke (2022) beskriver en trinnvis modell i seks faser for en tematisk analyse: bli kjent med materialet; generere innledende koder; søke etter temaer; evaluere temaer; definere temaer; produsere skriftlig arbeid. Modellen fungerer som et verktøy for å kunne gi en oversikt og innsikt i et komplekst forskningsmateriale (Braun & Clarke, 2022). De seks stegene er imidlertid ikke absolutte, men skal fungerer som en veiledning. Det betyr at modellen gir oss som forskere en stor fleksibilitet i arbeidet. Fordelen med dette er at modellen kan tilpasses og spisses inn mot vårt materiale. Fleksibiliteten kan også by på utfordringer ved at retningslinjene kan virke noe uklare. En måte å kunne forsterke metoden, er å benytte et eksisterende rammeverk slik som vi har gjort, som en føring for analysen. Derfor ble materialet vårt først tematisert ved hjelp av modellen til Braun og Clarke (2006) for så å benytte rammeverket til Conner et al (2014) og Boistrup & Nordin (2018) sin taksonomi som ytterligere føring for analysen.

3.6 **Metodiske utfordringer**

I et forskingsprosjekt vil man alltid møte på enkelte utfordringer både i innsamling av data og dataanalysen. Da er det viktig at prosjektet også belyser dette, slik at forskningen blir transparent. Vi vil aldri kunne bli helt nøytrale som forskere fordi det alltid vil være elementer av personlige og sosiale verdier forbundet med valg av problemstilling, metode og tolkning (Postholm et al., 2018). I dette delkapittelet vil vi etter beste evne forklare hvilke utfordringer vi har hatt gjennom forskningsprosessen og hvordan dette eventuelt vil påvirke våre funn og analyse.

3.6.1 Observasjon

Observasjon kan, i likhet med andre forskningsmetoder, by på flere utfordringer knyttet til datainnsamlingen og metode. Det betyr at feilkilder vil kunne inntreffe i forbindelse med innsamling av data. I kvalitativ forskning skal observasjon gjennomføres i naturlige situasjoner slik som de utspiller seg. Vi som er observatører befinner oss i denne «vanlige» klasseromssituasjon som vi skal prøve å forstå, oppfatte og i senere tid analysere og tolke. Selv om video gir en unik mulighet til å se på og lese en situasjon utallige ganger, har også denne metoden noen ulemper. Postholm et al. (2018) poengterer at videoutstyr kan oppleves som forstyrrende elementer og være utfordrende å forholde seg til for forskningsdeltagerne. Den «vanlige» klasseromssituasjonen er plutselig ikke normal. Kameraene vi hadde plassert rundt i klasserommet pekte rett mot elever og lærer mens de blinket rødt. Dette gjør det nærmest umulig å glemme at man til enhver tid blir filmet og er med i et forskningsprosjekt.

En vanlig feilkilde knyttet til observasjon kalles Hawthorneeffekten. Dette er et fenomen som oppsto i forbindelse med Howthornestudiene i USA, der de i forbindelse med forskningen opplevde atferdsendring hos deltagerne. Hawthorne-effekten beskriver altså en feilkilde i forskningen: at det å bli undersøkt i seg selv frembringer en endring. Når mennesker vet at de blir forsket på vil atferdsendring kunne frembringes som følge av at man er deltager i en studie. Vi opplevde at elevene vi filmet ble påvirket av denne effekten. Elevene var nysgjerrige på oss (Tord og Ingeborg), og lurte på om det var nå undervisningsøkten skulle filmes. Det var tydelig at elevene syns det var spennende med kameraene og det virket som om elevene hadde snakket sammen om at undervisningen skulle filmes. Vi bekreftet overfor elevene at matematikkundervisningen skulle filmes, men at det bare var vi som skulle se på opptaket etterpå. Noen av elevene lurte på hva vi skulle med filmen, og vi forklarte at vi skulle filme for å kunne forske på hvordan vi og andre lærere kan gjennomføre spennende og lærerik matematikkundervisning.

Når vi kommer inn i rommet med kamerautstyr gjør vi den vante situasjonen uvant og litt kunstig. Elevene kan for eksempel oppleve det som ubehagelig å snakke høyt i større forsamlinger, eller oppleve ubehag rundt kameraene. Når det er to nye fremmede voksne til stede i tillegg til at alt blir filmet, vil dette kunne påvirke væremåten og holdningene. Mange vil også oppleve å bli mer bevisst i ordvalget eller væremåten når man vet at situasjonen blir filmet (Brekke & Tiller, 2013). Det er naturlig at mennesker ønsker å fremstille seg selv på best mulig måte, spesielt i pressede eller kunstige situasjoner. Videopptakene kan altså oppleves som forstyrrende elementer for forskningsdeltagerne, og siden innsamlingen skjer i en naturlig setting vil ikke vi som forskere ha kontroll over hendelsesforløpet (Postholm et al., 2018). Dette vil selvsagt kunne være en svakhet ved metodevalget, men også vanskelig å unngå. Det skal sies at vi som skal tolke videoopptaket, gjør dette med en antakelse om hva vi vil finne. Dermed er det allerede lagt premisser for hva vi ser etter, og hva vi eventuelt overser.

3.6.2 Innsamling av data

I utgangspunktet skulle vi filmet to ulike grupper i 6. klasse 3. klasse. Det ble imidlertid endring i planene ettersom flere av elevene ikke hadde levert inn samtykkeskjema til å være med forskningsprosjektet. Løsningen ble derfor å dele begge klassene i to ulike grupper der vi kun filmet den gruppen som hadde positiv bekreftelse på samtykkeskjemaet. Dette gjorde at mengden data ble redusert, ved at vi har filmet 2 undervisningsøkter istedenfor 4 som vi først hadde planlagt.

3.7 Kvalitet ved studien

[3]Validitet reliabilitet og generalisering sier noe forskningens kvalitet, gyldighet, pålitelighet og om resultatene kan brukes i sammenhenger utover den konkrete forskningssituasjonen. Målet for forskningen vår er å samle inn og presentere data som er nyttig og kan brukes i jobben vår som lærer, men også at forskningen har holdepunkter som gjør at andre også finner det interessant å lese. Vi ønsker derfor at oppgaven vår skal ha en høy grad av troverdighet ved at forskningens validitet, relabilitet og generalisering er forenelig med hva som forventes av forskning på dette nivået. Vi vil presisere at dette er en kasusstudie og er derfor å regne som et isolert tilfelle, men det vil være kvaliteter som er gjenkjennbar i andre klasseromssituasjoner. Hensikten med forskningen vil ikke være å avdekke en fullstendig og

[3] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

universell sannhet, men at forskningen vår kan være et bidrag til fellesskapet der vi ser på forskning som en pågående og lærende prosess hvor vi avdekker og forstår deler av virkeligheten sammen (Postholm et al., 2018). Argumentasjon er som tidligere nevnt et bredt og komplekst tema slik at målet for denne oppgaven er å tilføre tematikken vår stemme.

Ifølge Postholm et al. (2018, s. 222) er det to spørsmål man alltid bør reflektere systematisk over:

1. Hvilke begrensninger som er knyttet til egen forskning
2. Hvordan han eller hun gjennom sin måte å gjennomføre forskningen på kan ha påvirket det endelige resultatet

Disse spørsmålene vil diskuteres i påfølgende kapittel. Gjennom å se på studiens relabilitet, validitet og generalisering vil vi trekke frem begrensningene ved egen studie.

3.7.1 Reliabilitet

[4]Begrepet reliabilitet i kvalitative forskningsprosjekt er en omdiskutert term. Ofte blir det erstattet med begrepet som pålitelighet, overførbarhet eller replikasjonsverdi og handler altså om hvorvidt undersøkelsen er til å stole på og om studien kan etterprøves (Gleiss og Sæther, 2021). Vi har derfor en transparent fremstilling av gjennomføring, valg av metode og analyse slik at leseren vet hvordan vi har kommet frem til våre resultater.

Vår analyse er transparent ved at samtlige deler av datamaterialet er presentert. I de tolkningene vi har gjort, viser vi til enhver tid hva og hvordan tolkningene har foregått. Vi har forsøkt å minimere undersøkelseseffekten, altså bias, ved at tolkningene er foretatt ved bruk av et eksisterende rammeverk (Gleiss og Sæther, 2021).

Selv om vi har en trenasparent tilnærming til gjennomføringen av forskningsprosjektet vårt, vil det likevel være lite sannsynlig at en re-test får de samme resultatene. Årsaken til dette er at i en kvalitativ studie vil det være svært vanskelig å replikere resultatene. Dette skyldes at alle mennesker hele tiden er i utvikling, både forskere og forskningsdeltagere. Manglende overensstemmelse mellom vårt forskningsprosjekt og en eventuell re-test trenger likevel ikke

[4] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

å skyldes upålitelige målinger, men at situasjonen er endret eller at forskeren hadde et annet fokus (Postholm et al., 2018).

Gjennom hele prosjektet har vi jobbet mot en forskningspraksis som gir en høy grad av reliabilitet ved å legge til rette for en «gjennomsiktig» forskningsprosess slik at andre lesere kan vurdere valgene vi har gjort underveis. Det betyr at vi vil poengtere det vi ser på som både styrker og svakheter ved vår egen oppgave.

3.7.2 Validitet - I hvilken grad er resultatene fra studien vår gyldige

Vi ønsker at forskningsresultatene i størst mulig grad skal være valide. Derfor stiller vi krav til kvaliteten på datamaterialet vårt og funnene som bygges ut ifra datamaterialet. [5]Kvaliteten på datamateriale vil selvsagt si noe om gyldigheten til forskningsprosjektet vårt. Derfor ønsker vi et datamateriale som i størst mulig grad representerer sannheten. Validiteten på materiale vil kunne styrkes ved at våre resultater sammenliknes med tidligere forskning på samme område (Gleiss & Sæther, 2021). Vi forsøker å gjengi etter beste evne den realiteten slik som den er. Vi er bevisst på at analysen vil være farget av hva vi selv er oppmerksomme på, hvordan vi oppfatter situasjonen, og på bakgrunn av dette, analyserer datamaterialet. Bjørndal (2017, s. 34) skriver «(…) ulike mennesker kan ha ulike opplevelser av én og samme situasjon.».

I vårt prosjekt benyttet vi oss av fire videokameraer, henholdsvis to store kamera og to GoPro-kamera i hver av matematikkøktene for å få en best mulig oversikt og kvalitet i datamaterialet. Videoopptakene skulle være med på å fange opp lyd og gestikuleringer som elevene brukte i sin argumentasjon. Det vi dessverre oppdaget i etterkant, var at lydopptaket fra kamerautstyret var for dårlig til å fange opp samtalene mellom elevene når de jobbet to og to. Kameraene fikk inn lyd fra alle de parallelle samtalene som foregikk i klasserommet samtidig, slik at det ble vanskelig å skille/lytte ut lyden fra dialogen mellom læringsparene. I tillegg hadde læreren på seg sko med gummisåle som lagde en høy lyd når hen gikk rundt i klasserommet for å samtale med elevene. Lyden fra skoene overdøvde dessverre lyden fra samtalene. Dermed kan vi ha gått glipp av gode matematiske samtaler og diskusjoner som ville fått frem andre momenter inn i studien. Det ville vært mer hensiktsmessig å bruke

[5] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

GoPro-kameraene med hodefeste på en av de elevene som satt i par. En slik plassering av kameraene kunne muligens fanget opp argumentasjoner og resonnementer mellom elevene på sitteplassene.

3.7.3 Generalisering

Generalisering, også kalt ytre validitet angir i hvilken grad resultatene er gyldige under andre betingelser og for andre utvalg som ikke er studert – altså generaliserbarheten. Vi ønsker å se på om våre resultater kan være holdbare for situasjoner utover vår egen.

Forskningen vi har gjennomført er kun blitt gjennomført i to skoleklasser i Tromsø kommune. Det vil si at våre funn er knyttet direkte til de to klassene vi har studert. I et kvalitativt perspektiv vil en naturalistisk generalisering være knyttet til hvorvidt våre beskrivelser er gjenkjennbare for leseren (Postholm et al., 2018). For eksempel vil en lærer som leser denne studien kunne si «Denne klasseromssamtalen likner på en samtale jeg har hatt med min egen klasse!» Det betyr at selv om funnene våre er utdrag fra de respektive klassene vi har forsket på, vil man likevel kunne finne eksempler på typologier som kan ha relevans i andre settinger enn i akkurat den klassen vi har forsket på. Dette er typisk for forskning med en kvalitativ tilnærming fordi forskningen konsentrerer seg om et lite utvalg (Gleiss & Sæther, 2021). Ettersom vi ikke har mulighet eller kapasitet til å undersøke om eventuelle funn også gjelder i andre skoleklasser, årstrinn eller liknende fremmer Postholm et al. (2018) viktigheten av en transparent beskrivelse slik at leseren kan lese situasjonen ut ifra faktiske forhold og på den måten trekke slutninger ut ifra våre funn.

3.8 Etiske hensyn

[6]Gjennom masterprosjektet vil vi forsøke å tilegne oss kunnskap og erfaring som vi kan anvende i hverdagen som lærer. Denne kunnskapen har vi sammenfattet i denne masteroppgave slik at informasjonen også vil være tilgjengelig for andre. Masteroppgaven vil altså være et empirisk forskningsprosjekt som igjen betyr at det stilles gitte krav til hvordan masteroppgaven skal bygges opp og formidles (Postholm et al., 2018). Det betyr at det følger med et stort etisk ansvar i prosessen. Vi har et ansvar for at våre argumenter støttes opp av

[6] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

pålitelige kilder og at oppgaven og forskningen vår presenterer de faktiske forhold. I den grad det er mulig har vi alltid forsøke å gjengi resultatene fullstendig og i riktig sammenheng. Dette innebærer også at vi ikke har forfalske data, eller «pyntet på sannheten».

Forskningsprosjektet vårt er meldt inn og godkjent av NSD (Norsk senter for forskningsdata) og følger retningslinjene for forsvarlig forskning (se Vedlegg 2). Forskningen skal følge prinsippene for god etisk forskningspraksis og foregår på en slik måte at den ivaretar deltakernes valgfrihet til å delta i forskningen, privatliv og autonomi (Cohen et al., 2018).

I vårt forskningsprosjekt blir samtykkeskjema (vedlegg 1) benyttet som samtykke og informasjon til å bli med i forskningen og hva den omhandler. Her må foresatte godkjenne om barnet får delta i forskningen, men om barnet selv ikke vil bli med, blir dette tatt hensyn til. *«Research must always obtain children's informed and ongoing consent»* (Cohen et al., s,117, 2018). Dette omhandler barnas autonomi og vil si at barna selv skal godkjenne deltakelse uten påvirkning av andre. Samtykket kan trekkes tilbake så lenge data som identifiserer deltakerne, lagres og/eller behandles.[7]

Dataene som vi innhenter, skal beskytte elevenes og lærerens privatliv (Christoffersen & Johannessen, 2012), . Det vil si at det er deltagerens rett til å se hvilke data om seg selv som innhentes, og hvilke vi ikke skal få tilgang til. Dette henger også sammen med deltagernes rett til anonymitet og konfidensialiteten i forskningsprosjektet. Deltakerne i forskningsprosjektet skal ikke kunne identifiseres på bakgrunn av dataene. Det er vårt ansvar som forskere at dataene kun skal brukes til det formålet som er beskrevet for forskningen, og at det skal oppbevares trygt og utilgjengelig for uvedkommende i prosjektet.

Forskningsprosjektet skal ikke forårsake unødvendig belastning for deltakerne (Christoffersen & Johannesen,2012). I et klasserom kan det være elever som strever med faget eller andre ømfintlige situasjoner som oppstår. Vi som forskere må derfor være forsiktig og forsøke å minimere belastningen som forskningsprosjektet medfører.

I klasserommet hadde vi totalt 4 kameraer som pekte i retning elever og lærer. Kameraene vil derfor fange opp det meste som skjer i klasserommet. Dette kan selvsagt oppleves som en kunstig og litt rar situasjon for både elever og lærer. Dette må tas i betraktning gjennom våre analyser. For eksempel viser videopptakene at noen av elevene har stilt seg opp foran

[7] Deler er hentet fra prosjektbeskrivelsen (Metodeeksamen LER-3500, Berglund og Fossen, 2021)

kameraet og laget grimaser og tøyset. Dette viser at klasseromssituasjonen blir påvirket og endret av oss observatører og kameraene som er til stede.

Enkelte individer vil kanskje bli overrasket som konsekvens av å lese sine egne utsagn. Ting som er sagt i kontekst (på filmen) vil kunne oppleves annerledes i en transkribering (oppgaven) enn slik deltagerne opplevde det i den aktuelle situasjonen (i klasserommet). Vi ønsker å presisere at dataen vi har samlet inn skal brukes konstruktivt og i beste mening. Vi ønsker ikke at hverken lærer eller elever skal oppleve det som ubehagelig eller føle seg «angrepet» på noen som helst måte. Kvale og Brinkmann (Kvale et al., 2015) presiserer at det er ulike regler for fremstilling av skriftlig og muntlig språk, og vi vil etter beste evne gjengi transkriberingen på en slik måte at virkeligheten fremstilles. En grunnregel er at det skal være minimal sannsynlighet for at deltagerne i prosjektet skal føle seg krenket eller misbrukt som følge av observasjonen (Brekke og Tiller, 2013).

4 Analyse

For å presentere analysen har vi lagt transkripsjonene inn i en oversikt, der vi har sett på hvert utsagn fra lærer og elevene. Utsagnene har vi delt inn i argumentasjon og en analyse av lærerens støttende handlinger fra Conner et al. (2014). Argumentasjonsanalysen tar for seg hvilket element fra Toulmins argumentasjonsmodell som beskrevet i kapittel 2.1 som kommer frem i transkripsjonene. Når det gjelder kategoriene for lærerens støttende handlinger, tar vi utgangspunkt i kategoriene: «Direkte bidrag», «Stille spørsmål» og «Andre bidrag» fra rammeverket til Conner et al. (2014). Analysen vil bli brukt i diskusjonsdelen i kapittel 5. Deler av transkripsjonene var ikke relevant for analysen, da disse delene inneholder mellommenneskelige kommentarer og handlet om organisering av klassen. Dette har vi markert med «(...)» for å signalisere at delen er fjernet. Navnene og kjønn vi oppgir i transkripsjonene, er tilfeldige og fiktive for å sikre anonymiteten til deltakerne i oppgaven.

4.1 Analyse 3. trinn

Vi starter med matematikkøkten på 3. trinn. Elevene jobbet først med oppgaven om Piraten Stinky (fremstilt i figur 3). Det er denne oppgaven som er fokuset i plenumsdiskusjonen, og elevene ble plassert i par i forkant av dette. Denne delen av undervisningen ble utnyttet som utgangspunkt for oppgaven «differansekampen» som de senere skulle arbeide med selvstendig i par. Undervisningen skjer i klasserommet og målet for timen er «Jeg kan forklare hva differanse betyr». Læreren har skrevet målet opp på tavlen, slik at det til enhver tid er tilgjengelig for elevene. I starten av timen leser læreren opp målet sammen med elevene. Læreren plasserer så elevene i par, slik at de skal kunne samarbeide. Læreren leser oppgaven for elevene med støtte fra Smartboard: «Piraten Stinky har kister med diverse ting. Diverse betyr forskjellige ting. Finn ut hvor gullskatten ligger (…). Elevene skal eliminere alle kistene som inneholder forskjellige ting, før de til slutt vil sitte igjen med skattekisten som inneholder en gullskatt. Klassen skal altså løse 9 forskjellige oppgaver i fellesskap. Følgende analyse vil ta for seg disse oppgavene, og vil blir presentert løpende på nytt gjennom analysen.

Piraten Stinky har kister med diverse ting.

- I kista med tallet hvor alle sifrene er oddetall, ligger sokkene.
- I kista med tallet hvor alle sifrene er partall, ligger smykkene
- I kista med tallet som er tre hundrere, tre tiere og sju enere større enn 230, ligger sjøroverflaggene.
- I kista med tallet som er to hundrere større enn 549, ligger såpe og hårstrikk.
- I kista med tallet som er fire hundrere og to tiere større enn 401, ligger den råtnende fisken
- I kista med tallet der summen av sifrene i tallet er 10, ligger klinkekulene.
- I kista med tallet som er likt forlengs og baklengs, ligger skattekartene.
- I kista med tallet som er 20 større enn 100, ligger kokosnøttene.
- I kista som nå er igjen, ligger Stinkys gullskatt.

Figur 4 - Oppgave 3. trinn stort bilde

I kisten med tallet hvor alle sifrene er oddetall ligger sokkene. Nå vil jeg at alle skal tenke over hva oddetall betyr. Dere får noen sekunder å tenke på». Elevene får deretter tid til å tenke på spørsmålet individuelt. Læreren følger opp med å si «Nå skal dere snakke med sidemannen, bli enige om hva oddetall betyr». Slik innledes økten på 3. trinn før samtalen i plenum settes i gang.

3.trinn, utdrag 1

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
1	Lærer:	Husker dere hva partall var for noe? For det har en sammenheng, oddetall og partall. Kanskje det er lettere å huske hva partall er for noe. «Oda og Jakob»?		Stille spørsmål (be om ide), direkte bidrag (gi fakta)
2	Oda:	Vi fant ut at et oddetall er et tall man ikke kan halvere	Påstand (P)	
3	Lærer:	Ja for da blir det ikke et heltall hvis man halverer det. Et eksempel på et oddetall?	Data (D)	Andre bidrag (evaluering), Direkte bidrag (gi fakta), Stille spørsmål (be om ide)
4	Oda:	7	Påstand (P)	
5	Lærer:	7 ja, for hvis vi tar 7 og forsøker å halvere det, så får vi et tall med komma.	Forklaring (F)	Andre bidrag (evaluering), Direkte bidrag (gi fakta)
6	Lærer:	Hvis vi skal ha hele tall da må vi ha noe som heter partall, som for eksempel?	Støtte (S)	Direkte bidrag (gi fakta), Stille

				spørsmål (be om ide)
7	Oda:	8	Påstand (P)	
8	Lærer:	8 ja, for åtte delt på 2 er 4. 7 kan vi ikke dele på 2 og få et heltall så det er slike tall vi skal se etter i kistene.	Forklaring (F)	Andre bidrag (informere) Andre bidrag (evaluering), Direkte bidrag (gi fakta)
9	Lærer:	Klarer vi å finne en kiste der alle sifrene er oddetall?		Stille spørsmål (be om fakta)
10	Jonas	115	Påstand (P)	
11	Lærer	115 da må vi se på tallet 115 (skriver 115 på tavla). Hvor mange sifre har 115?		Andre bidrag (repetere), stille spørsmål (be om fakta)
12	Ingrid	eh... 3	Påstand (P)	
13	Lærer	Det er 3 sifre ja. (peker på sifferet 1) er dette et oddetall? Iver og Eskil?		Andre bidrag (evaluering), stille spørsmål (be om evaluering)
14	Iver	Ja	Påstand (P)	
15	Lærer	Ja, det betyr at dette også er et oddetall (peker på det andre sifferet 1). Hva med 5, er det et oddetall? Andrea og Emilie?»		Andre bidrag (repetere) stille spørsmål (be om evaluering)

16	Andrea	Mhm (ja)	Påstand (P)	
17	Lærer	Ja (...)		Andre bidrag (evaluering)

Læreren starter med å stille et spørsmål om elevene husker hva et partall er, som kan tolkes som et *spørsmål om en matematisk ide*. Deretter *leder læreren elevene mot svaret* ved å fortelle at det er en sammenheng mellom oddetall og partall. Når læreren tilfører ny informasjon som i dette tilfellet er sammenhengen mellom partall og oddetall, vil det samtidig gå inn under kategorien direkte bidrag i underkategorien *gi fakta*. Oda presenterer en påstand (P) om at et oddetall ikke kan halveres. Læreren presenterer data (D) som underbygger påstanden. Dataen er i dette tilfellet når læreren sier: «For da blir det ikke et heltall hvis man halverer det». Læreren spør deretter om elevene kan gi et eksempel på et oddetall. Dette kan kategoriseres som *be om en matematisk ide* i Conner et al. (2014). Eleven kommer med en ny påstand (P) om at sju er et oddetall. Læreren *evaluerer først svaret* ved å si «sju ja», før hen kommer med en forklaring (F) som knytter data (D) (ikke heltall hvis man halverer) med påstandene (P) til Oda (tallet sju). Dette gjør læreren ved å gi *informasjon* tilhørende påstanden til Oda og knytte det sammen med dataen (D) som læreren selv har presentert. Når læreren tilføyer argumentasjonskomponenter, er dette et *direkte bidrag*. Videre støtter (S) læreren forklaringen (F) sin og viser til data (D). Læreren spør så elevene om et eksempel på et partall, altså *ber læreren om en matematisk ide*. Oda svarer med en påstand (P) «åtte». Læreren *evaluerer svaret* først ved å si «åtte ja» før hen presenterer en forklaring (F) som knytter påstanden (P) til Oda med data (D). Lærerens forklaring (F) er *et direkte bidrag til argumentasjonen* når hen sier «Sju kan vi ikke dele på to og få et heltall» og henviser til forklaringen (F) hen kom med tidligere. Videre leder læreren elevene gjennom oppgaven med spørsmål når hen *ber om evaluering* og *evaluerer* til slutt.

For å oppsummere ser vi at læreren i stor grad bidro direkte i den kollektive argumentasjonen. Elevene presenterte påstander, mens læreren kom med data, forklaringer og støtte til elevenes påstander. Vi ser også at læreren stilte spørsmål for å støtte den kollektive argumentasjonen. Hen startet timen med å spørre om en matematisk ide (Conner et al., 2014). Læreren stilte også spørsmål som inngår i kategorien be om fakta og fikk dermed konkrete svar fra elevene. I denne kategorien ba læreren elevene om å komme med eksempler på partall og oddetall. Et mønster vi ser i denne delen av samtalen, er at læreren ber om fakta og elevene kommer med påstander. Dette skjer to ganger i denne sekvensen før dette endres til at læreren ber om evaluering og elevene kommer med påstander to ganger. Læreren brukte også andre støttende handlinger som å evaluere elevenes bidrag og lede elevene mot svarene.

Det skribles i papir ettersom elevene setter kryss over kista med tallet 115 i boken sin. Læreren fortsetter med oppgavene på Smartboarden, men får noen tekniske problemer med tilkoblingen. Resten av oppgavene tar hen derfor på Whiteboard. «I kista med tallet hvor alle sifrene er partall ligger smykkene» lyder oppgaven, mens hen leser den høyt opp i klasserommet. «Snakk sammen, hva er et partall?». Samtalene går blant elevene, før læreren setter i gang med den plenumssamtalen.

3.trinn, utdrag 2

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
18	Lærer:	(…) Okay da lurer jeg på «Per og Christine» hva er et partall?		Stille spørsmål (be om ide)
19	Per:	Det er liksom sånn at de går an å komme i lag. 5 + 5 er 10	Påstand (P) Data(D) Forklaring (F)	
20	Lærer:	Ja, kan jeg få høre et eksempel på et partall? Per og Christine. Dere to som jeg snakket med		Andre bidrag (evaluering) Stille spørsmål (be om ide)
21	Per:	5 + 5 er 10	Påstand (P) Data (D) Forklaring (F)	
22	Lærer:	10 er et partall ja. Kan jeg få høre et annet eksempel på et partall? Sandra?		Andre bidrag (evaluering) Direkte bidrag (gi fakta) Stille spørsmål (be om ide)

23	Sandra:	Ehm... 6	Påstand (P)	
24	Lærer:	Ja, partall. Jakob?		Andre bidrag (evaluering) Stille spørsmål (be om ide)
25	Jakob:	8	Påstand (P)	
26	Lærer:	Lærer – Ja, okay så det er jo de: 2, 4, 6, 8, 10, 12. Har vi en kiste med et slikt tall? Alle sifrene er partall. Hm.. da må vi se på alle kistene og se på alle sifrene. Hva kan det være da? Una?	Data (D)	Andre bidrag (evaluering), Stille spørsmål (be om ide)
27	Una:	Den der som det står 682 på	Påstand (P)	
28	Lærer:	Lærer – skal vi se (skriver 682 på tavla). 682. Er 6 et partall?		Andre bidrag (repetere) Stille spørsmål (be om evaluering)
29	«Alle» elever:	Ja	Påstand (P)	
30	Lærer:	Er 8 et partall?		Stille spørsmål (be om evaluering)
31	«Alle» elever:	Ja	Påstand (P)	
32	Lærer:	Er 2 et partall?		Stille spørsmål (be om evaluering)
33	«Alle» elever:	Ja	Påstand (P)	

Læreren innleder samtalen ved å *be om en ide* av elevene Per og Christine. Videre ser vi at Per tar ordet og svarer med en påstand (P) i linje 19. I den samme linjen ser vi at Per forsøker å forklare (F), ved å vise til data (D) i sin egen påstand. Data (D) i dette tilfellet er 5+5 og knytter dette sammen med påstanden (P) 10. Når man bruker data og benytter dette til å underbygge påstanden (P), blir dette ifølge Toulmin (2003) karakterisert som en forklaring (F). Læreren *evaluerer svaret* til Per ved å si «ja» som går under andre bidrag. Per repeterer svaret sitt på nytt «5+5 er 10» i linje 21. Læreren bekrefter dette ved *evalueringsgrepet* og gir et *direkte bidrag* ved å si at «10 er et partall» i linje 22. Når læreren fortsetter og vil ha flere bidrag, presiserer hen at hen vil ha «et annet eksempel». Fra linje 18 til 24 av samtalen har vi tolket lærerens spørsmål som å *be om en matematisk ide* fordi læreren ber om et eksempel på et partall. Det fører til at elevene må generere et eksempel basert på sitt resonnement og forståelse av hva et partall er. Hvis spørsmålet hadde vært slik som senere i samtalen: «Er 8 et partall?», ville læreren bedt om fakta. I linje 26 *gir læreren fakta* og data (D) til elevenes påstander. Dataen det refereres til her er «det er jo de: 2, 4, 6, 8, 10, 12.» som kan tolkes som et *direkte bidrag*. Læreren *ber så om en matematisk ide* når hen spør elevene om å finne en kiste med tall som bare har partall. Una kommer med en påstand (P) 682 som læreren skriver opp på tavlen. Læreren *ber elevene om å evaluere* hvert av sifrene i påstanden (P) til Una er partall, og elevene svarer med ja. Vi har tolket lærerens spørsmål «er 6 et partall?» som at læreren ber om en evaluering fordi læreren spør etter konsensus i elevgruppen. Dette er i tråd med kategorien be om evaluering av Conner et al. (2014).

For å oppsummere, så ser vi at læreren i stor grad bidro direkte i den kollektive argumentasjonen. Vi kan se noen gjentakende mønstre i samtalen som vi vil å fremheve. Læreren begynner med å spørre eleven om en matematisk ide. Elevene svarer i form av en påstand. Læreren evaluerer så svaret til eleven. Dette mønsteret gjentar seg fra linje 18 til linje 27. Vi ser også at læreren bidrar direkte ved å gi fakta til elevene. Mønsteret er altså: Læreren ber om en matematisk ide – elevene kommer med en påstand – læreren evaluerer elevens svar. Til slutt ser vi at læreren støtter den kollektive argumentasjonen ved å repetere elevenes påstand, og hen leder elevene frem mot en løsning gjennom å be om kollektiv evaluering.

Oppgaven som elevene jobber med, består av flere deloppgaver. I denne sekvensen skal eleven finne enda en kiste som skal elimineres. I kisten der tallet som er 2 hundrere større enn 549 ligger det såpe og hårstrikk. Denne skattelisten inneholder ingen skatt og skal derfor elimineres. Læreren innleder oppgaven med å si «snakk sammen med de du sitter sammen med og bli enig om hvilken kiste det kan være som skal ut».

<u>3.trinn, utdrag 3</u>

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
34	Lærer:	Ja da har dere fått litt tid til å snakke. Elise og Benjamin hva kom dere frem til?		Stille spørsmål (be om ide)
35	Benjamin:	749	Påstand (P)	
36	Lærer:	Dere kom frem til 749 (skriver dette på tavlen). Hvorfor ble det 749?		Andre bidrag (repetere), Stille spørsmål (be om utdyping)
37	Benjamin:	Fordi i 549 er det 2 hundre mindre mer	Forklaring (F) Data (D)	
38	Lærer:	Ja, fordi det skulle være 2 hundre større enn 549, og da ser vi (peker på 749) at hundrerplassen er blitt 2 hundre større.	Data (D)	Andre bidrag (evaluering) Direkte bidrag (gi fakta)

Læreren innleder oppgaven ved å *be om elevenes ideer* for å løse den neste deloppgaven. Eleven fortsetter samtalen med en påstand (P) «749». Læreren *repeterer elevens påstand* (P) og presenterer det på tavlen. Videre tolker vi det som at *læreren ber om en utdypning* av svaret når hen spør «Hvorfor ble det 749?». Eleven forklarer (F) sammenhengen mellom data

(D) som i dette tilfellet er 549 og påstanden (P) 749. Læreren bruker *evaluerer* «Ja» og kombinerer dette med å gi en forklaring som bygger på elevens forklaring (F) og påstand (P). Vi tolker dette som et direkte bidrag fordi læreren legger til informasjon som «større» til forklaringen til eleven. Dermed blir ikke dette en repetering av elevens svar. Læreren presiserer svaret ved å tilføre et direkte bidrag i form av data (D) til samtalen.

For å oppsummere ser vi at læreren brukte ulike grep i sin undervisning for å støtte elevenes argumentasjon. I linje 36 tar samtalen en ny vending som vi ikke har sett tidligere ved at læreren spør om «hvorfor svaret ble 749». Når læreren bruker grepet stille spørsmål, og ber om utdyping (Conner et al., 2014), ser vi at eleven kommer med data med tilhørende forklaring. Når elevens forklaring er upresis, bygger læreren videre på elevens forklaring med informasjon eleven ikke kom med selv, og er derfor et direkte bidrag.

Nok en kiste skal elimineres for å finne kisten der skatten ligger. I neste oppgave skal elevene finne kisten med tallet som er 4 hundre og 2 tiere større enn tallet 401. Læreren leser opp oppgaven for elevene, og de får tid til å tenke. Igjen oppfordrer læreren elevene til å diskutere i par.

3.trinn, utdrag 4

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
39	Lærer:	Læreren skriver 401 på tavlen	Data (D)	Direkte bidrag (data)
40	Lærer:	Camilla og Anders hva kom dere frem til?		Stille spørsmål (Be om ide)
41	Anders:	821	Påstand (P)	
42	Lærer:	Dere kom frem til 821 (skriver dette på tavla under 401). Da må vi sjekke om det stemmer. Er den (hundrerplass i 821) 4 hundre større?		Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (lede)

				stille spørsmål (be om evaluering)
43	«Alle» elever:	Ja	Påstand (P)	
44	Lærer:	Er den (tierplass i 821) 2 tiere større? (enn 401)		Stille spørsmål (be om evaluering)
45	«Alle» elever:	Ja	Påstand (P)	
46	Lærer:	Og det sto ingenting om enerene. Da må det jo stemme. (…)	Data (D) Forklaring (F)	Direkte bidrag (gi fakta) Andre bidrag (evaluering)

Læreren starter med å presentere data (D) for *oppgaven på tavlen som er et direkte bidrag* til argumentasjonen. Videre innleder hen argumentasjonen ved å *be elevene om en matematisk ide*. Camilla og Anders kommer med en påstand (P) «821». Læreren *repeterer* elevenes påstand (P) og skriver tallet 821 under 401. Vi tolker *«Da må vi sjekke om dette stemmer» som å lede,* fordi læreren leder elevenes argumentasjon i en bestemt retning. Videre ber læreren om *evaluering* av påstanden (P) til Camilla og Anders steg for steg. Hen tar for seg plassverdisystemet og ber om en evaluering av hundrer- og tier-plassen før hun avslutningsvis evaluerer ener-plassen.

For å oppsummere, så ser vi at læreren bidrar direkte med data på tavlen, som gir utgangspunkt for den kollektive argumentasjonen. Videre stiller læreren et spørsmål når hen ber om elevenes matematiske ide. Anders kommer med en påstand. Læreren benytter påstanden til å lede elevenes argumentasjon ved å sammenligne direkte mellom påstanden og data. Dette hinter til en metode for å løse oppgaven og havner derfor i kategorien å lede til Conner et al. (2014). Det gryende samtalemønsteret som vi så i utdrag 2, ser vi også her. Læreren leder elevene gjennom oppgaven ved å be om evaluering og elevene bekrefter. Til slutt evaluerer læreren og bekrefter svaret. Mønsteret vi ser er at læreren ber om evaluering – elevene kommer med påstand, og læreren fortsetter med dette til oppgaven er løst.

I den neste deloppgaven skal elevene finne kisten der summen av sifrene til sammen blir 10. I denne kisten finner vi klinkekulene til Piraten Stinky og den må derfor elimineres, siden den ikke inneholder skatten. Elevene får tid til å snakke med sidemann og vi hører en jevn summing som tyder på at elevene diskuterer oppgaven med hverandre.

3.trinn, utdrag 5

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
47	Lærer:	Hva er det som menes med at summen av sifrene i tallet (oppgaven) er 10? Hva kan det bety? (…) Leah		Andre bidrag (lede) Stille spørsmål (be om ide)
48	Leah:	Vi tror det er 120	Påstand (P)	
49	Lærer:	Dere tror det er 120 (skriver 120 på tavlen). Okay det er et forslag. Da må vi finne ut… men hva betyr det at summen av sifrene er 10?		Andre bidrag (repetere), Stille spørsmål (be om ide)
50	Leah:	Jeg tror kanskje at det bakerste tallet er en 10-er	Forklaring (F)	
51	Lærer:	Åh du tenker at det bakerste tallet er en tier?		Stille spørsmål (utdypning)
52	Leah:	Eller det nest-bakerste	Forklaring (F)	
53	Lærer:	ja jeg forstår, siden det står tjue, at det er en hel tier. Ja det tenker du. Er det noen andre som har tenkt litt og har lyst å dele? Sander?		Stille spørsmål (be om ide)

54	Sander:	419 tror jeg	Påstand (P)	
55	Lærer:	du tror det er 419		Andre grep (repetere)
56	Sander:	Fordi kisten med tallet der summen av sifrene blir 10 ligger klinkekulene. Alle disse blir mer enn 10. 419 er den eneste som har 10 i seg	Forklaring (F) Data (D)	
57	Lærer:	Åh du mener at det står 1 på tier-plassen?		Stille spørsmål (utdypning)
58	Sander:	Ja, resten av kistene har mer	Forklaring (F)	
59	Lærer:	okay, ja det var ditt forslag. Astrid?		
60	Astrid:	Jeg trodde det var 120 siden det starter med hundre	Påstand (P) Forklaring (F)	
61	Lærer:	Siden det starter med hundre? Ja okay. Det var deres forslag. Er det flere? Markus?		Andre bidrag (be om utdypning) Stille spørsmål (be om ide)
62	Markus:	Det jeg tenkte, det var at siden vi har 120 men så er det jo en tier, ikke en hundrer, så da må det jo kanskje bli … 103	Forklaring (F) Påstand (P)	

63	Lærer:	(…) Når vi snakker om summen av sifrene. Hvis jeg bare dikter opp et tall (skriver på tavla). Ehm ... hvis vi tar 385. når jeg skal finne summen av sifrene, så må jeg sette pluss mellom tallene. Sifferet på hundreplassen, pluss sifferet på tier-plassen, pluss sifferet på enerplassen det er summen av alle sifrene. Summen av disse … er ikke det 16? ... regnet jeg rett nå? ... ja fordi de to blir 8 (3+5) og 8+8 = 16. Så her er summen av sifrene 16. Summen av sifrene skulle være 10. hvis jeg setter pluss mellom sifrene her (1+2+0) blir det 10?	Forklaring (F) Påstand (P) Data (D)	Direkte bidrag (gi fakta) Stille spørsmål (be om evaluering)
64	Astrid:	Nei det blir 3	Tilbakevis ning (T)	
65	Lærer:	Det blir 3 så det kan ikke være den (kisten). Så setter jeg pluss mellom disse (4+1+9). Blir det 10?		Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (evaluere) Stille spørsmål (be om evaluering)
66	«Alle» elever:	Ja! … Nei det blir mer enn 10	Tilbakevis ning (T)	
67	Lærer:	Det blir mer enn 10. Da kan det ikke være det (419) heller. Forsøk å se en gang til. (…) okay fremst her.		Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (evaluere) Andre bidrag (støtte)

68	Mina:	334	Påstand (P)	
69	«Alle» elever:	Ja		
70	Lærer:	334, vi må sjekke det. 334, jeg skriver det (på tavla) med litt avstand så får vi plass til pluss mellom dem. Blir dette 10?		Andre bidrag (repetere) Stille spørsmål (be om evaluering)
71	«Alle» elever:	ja	Påstand (P)	
72	Lærer:	ja, det blir 10 ikke sant? Ja, og da må vi gjøre da? (…) #eliminerer kista		Andre bidrag (evaluering)

Læreren spør «Hva menes med at summen av sifrene i tallet er 10? Hva kan det bety?». Dette tolker vi som at læreren *ber om en matematisk ide*. Samtidig *leder* læreren argumentasjonen i en bestemt retning. Altså ønsker hen å lede oppmerksomheten mot hva siffersum betyr. Leah kommer med en påstand (P) om at det er kisten med tallet 120. Læreren skriver påstanden (P) på tavlen mens hen *repeterer* det Leah sa. Videre gjentar hen *spørsmålet om en ide* betydning av siffersum. Leah presenterer en forklaring som er feil. Læreren prøver å tolke Leah sin forklaring og *ber om en utdypning*. Leah prøver å rette opp sin egne forklaring. Den nye forklaringen til Leah er også feil. Vi tolker det som at læreren benytter seg av grepet «be om utdypning» når hun repeterer i en spørrende form. Når Leah svarer feil, forsøker læreren å forstå hvordan Leah har tenkt i sin forklaring. Læreren *ber på nytt om en ide* og andre innspill. Sander kommer med påstanden (P) 419. Læreren *repeterer påstanden* (P) som fører til at Sander utdyper påstanden (P) sin ved å forklare (F). Sander forklarer at det må være kisten med 419, fordi dette er den eneste kisten som har 10 i seg. Læreren stiller spørsmål og *ber om utdypning* av Sander sin forklaring. «Åh, du mener at det står 1 på tier-plassen?» Sander forklarer at «Ja, resten av kistene har mer (enn 10)». Han har dermed eliminert resten av kistene på samme grunnlag. Videre henvender læreren seg direkte til Astrid som presenterer en forklaring (F) til påstanden (P) om at det måtte bli 120. «Jeg trodde det var

120, siden det starter med hundre». Læreren forsøker å få Astrid til å *utdype* forklaringen (F) ved å spørre «Siden den starter med hundre?», men læreren lykkes ikke. For å få inn flere forslag *spør læreren på nytt om en matematisk ide* fra Markus. Markus presenterer påstanden (P) 103 med en tilhørende forklaring (F). Dette er også feil. Læreren velger *å lede* elevene videre ved å gi elevene en metode for å finne ut siffersummen i et tilfeldig tall. Dette er et *direkte bidrag*. Læreren dikter opp et tall som vi tolker som data (D) i dette tilfellet, for å forklare forskjell mellom siffer og tall. Hen kommer med data (D) «385» og en påstand (P) «når jeg skal finne summen av sifrene, så må jeg sette pluss mellom tallene» og forklarer (F) hvordan hen bruker data (D) altså 385 og knytter dette opp mot påstanden (P). Læreren stiller så et *spørsmål (be om evaluering)* om svaret blir 10 i «1+2+0 blir det 10?». Da svarer Astrid «nei». Astrid følger opp svaret sitt med å tilbakevise (T) påstanden (P) når hun sier «det blir tre». Astrid tilbakeviser (T) påstanden ved å legge til en forklaring (F) for at påstanden (P) om at sifrene i 120 ikke kan bli 10 til sammen. Læreren fortsetter med å presentere påstanden (P) 419 og legger til pluss mellom tallene. Dette tolker vi som et *direkte bidrag* siden læreren tilføyer en løsningsmetode. Hen følger opp med å be elevene om å evaluere påstanden (P) om at sifrene i 419 til sammen er 10. «alle» elevene svarer først «ja» før det kommer en tilbakevisning om at påstanden (P) blir mer enn 10. Læreren *repeterer* det elevene sier og gir elevene mulighet til å finne en løsning en gang til. Mina påstår (P) at svaret blir 334 og læreren følger samme metode som sist, med å *be kollektivet om en evaluering*. Læreren *leder* elevene mot løsningen slik at de sammen blir de enige om at påstanden (P) til Mina stemmer.

For å oppsummere analysen så ser vi at læreren støtter den kollektive argumentasjonen ved å repetere, be elevene om ideer, be om utdypning og be om evaluering. Elevene presenterer påstander og forklaringer. Når forklaringene til påstandene gjentatte ganger er feil, kommer læreren med et direkte bidrag. Vi definerer et direkte bidrag fra læreren, når hen presenterer et eksempel for å illustrere sum av siffer. Med eksempelet presenterer hen data, forklaring og påstand. Videre støtter læreren argumentasjonen ved å lede elevene ved å be elevene evaluere bestemte påstander, og sikrer dermed at de følger tankerekken. Elevene og læreren blir kollektivt enig og påstanden.

Elevene krysser ut kista i arbeidsboken sin, før de retter oppmerksomheten tilbake til læreren som er klar for å ta fatt på neste oppgave. Denne oppgaven presenteres i likhet med tidligere oppgaver høyt for elevene.

<u>3.trinn, utdrag 6</u>

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
73	Lærer:	(…) I kista som er likt forlengs som baklengs ligger skattekartene. Likt forlengs som baklengs, hva kan det bety? Snakk litt med naboen din. Forsøk å finn ut hva det kan være. (ventetid). Okay da spør jeg Fabian og Sara hva tenker dere?	Data (D)	Direkte bidrag (presentere) Stille spørsmål (be om ide)
74	Fabian:	Ja vi tenker at siden 363 er 3, 6, 3, 363 og baklengs er det 3, 6, 3. det blir også 363	Påstand (P) Forklaring (F) Data (D)	
75	Lærer:	Ja 3, 6, 3, den veien og 3, 6, 3, (peker mens hen følger sifrene). Det er jo forlengs og baklengs. og det var det de (Fabian og Sara) mente. (…) #eliminerer kista ut		Andre bidrag (evaluere) Andre bidrag (repetere)

Læreren innleder argumentasjon med å *tilby data (D) som er et direkte bidrag*. I dette tilfellet definerer oppgaveteksten «kista som er likt forlengs og baklengs» som data (D). Videre spør læreren *om en matematisk ide* «hva kan det bety» (tall som er likt forlengs som baklengs). Læreren benytter seg av ventetid, og *ber om en ide* når hen spør «hva tenker dere?». Fabian presenterer påstanden (P) 363, han knytter påstanden (P) med data (D) når han sier «siden 363 er 3, 6, 3, 363 og baklengs er det 3, 6, 3». Ut ifra definisjonen er dette en forklaring (F). *Læreren evaluerer «ja»* og *repeterer* det Fabian sa, mens hen bruker fingeren for å fremme Fabian sin forklaring (F).

Oppsummert bruker læreren flere grep som støtter den kollektive argumentasjonen. Stiller spørsmål som «hva kan det bety?» og «hva tenker dere?». Disse faller inn under kategorien be om en matematisk ide (Conner et al., 2014). Vi ser også at læreren evaluerer, og at læreren følger tallene mens hen repeterer for å presisere Fabians påstand og forklaring. Fabian sin forklaring blir godtatt og læreren stiller ikke videre spørsmål. Læreren presenterer data i form av oppgaven. Videre kommer Fabian med en påstand med en tilhørende forklaring som knyttes mot data. Læreren skriver opp tallet før hen evaluerer svaret til Fabian, og repeterer forklaringen og følger tankerekken hans ved å peke på tavlen.

Elevene setter kryss over kista med skattekartene. Læreren sier så «Nå er vi straks i mål» og referer til slutten oppgavene på siden, før hen fortsetter.

3.trinn, utdrag 7

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
76	Lærer:	(…) I kista med tallet som er tjue større enn 100 ligger kokosnøttene. Tjue større enn 100. trenger vi å tenke nøye på det, eller vet vi det bare? Vet du det Helle? hva er 20 større enn 100?	Data (D)	Direkte bidrag (presentere) Stille spørsmål (be om fakta) Andre bidrag (lede)
77	Helle:	Eh ... hva var det du leste opp?		
78	Lærer:	Hva er tjue større enn 100?		Stille spørsmål (be om fakta)
79	Helle:	Tjue st … mindre enn 100?		
80	Lærer	Tjue større enn 100		
81	Helle:	Eh .... da må det være 120	Påstand (P)	
82	Lærer:	Da må det være 120. kan det stemme?		Andre bidrag (repetere)

				Stille spørsmål (be om evaluering)
83	«Alle» elever:	Ja		

Læreren starter med å presentere data (D) for oppgaven og er *et direkte bidrag* til den kollektive argumentasjonen. Hen følger opp data (D) med å *stille spørsmål om fakta* «hva er tjue større enn 100?». Vi tolker dette som at læreren ber om fakta og at det er å lede fordi det fokuserer argumentasjonen mot en bestemt del. Etter oppklaring og repetisjon av spørsmål, presenterer eleven en påstand (P) om at det må være 120. Læreren *repeterer* elevens påstand (P) *og ber om en kollektiv evaluering* fra elevene.

Vi ser at læreren bidrar direkte til den kollektive argumentasjonen ved å presentere data og stille spørsmål. Eleven kommer med påstand og læreren avslutter med å be om en kollektiv evaluering.

I utdrag 8 gjennomgås den siste delen av oppgaven. Den siste kisten elevene har igjen, inneholder skatten.

3.trinn, utdrag 8

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
84	Lærer:	(…) og hvordan kiste er det som ligger igjen? Hva fant dere ut Leon og Stine?		Stille spørsmål (be om ide)
85	Leon:	419	Påstand (P)	
86	Lærer:	Dere fant ut at det var 419 igjen. Er det noen andre forslag? Mari?		Andre bidrag (repetere), Stille spørsmål (be om ide)
87	Mari:	419	Påstand (P)	

88	Lærer	det var ikke et annet forslag, det var det samme forslaget.	
89	Mari:	Egentlig så hadde …	
90	Lærer:	Lærer – Er det 419 folkens?	Stille spørsmål (be om evaluering)
91	«Alle» elever:	Ja	
92	Lærer:	Ja, det er jo 419. (...)	Andre bidrag (evaluering)

Læreren spør elevene om hvilken kiste de har igjen. Dette tolker vi som et *spørsmål om en ide*. Leon svarer med påstanden (P) 419 som læreren *repeterer*. Videre ber læreren om andre svar. Mari svarer med samme påstand (P) som Leon. Læreren aksepterer ikke dette som et annet svar, før hen går videre. Til sist *ber læreren om en kollektiv evaluering* for påstanden (P) til Leon, som hen *bekrefter*.

For å oppsummere ser vi at læreren bidrar med å stille spørsmål om ideer. Elevene kommer med påstander, og læreren ber elevene evaluere om disse påstandene er korrekte.

Elevene er ferdige med oppgaven om Piraten Stinky og de går nå videre til en ny oppgave. De skal spille «Differansespillet». Læreren gjennomgår reglene for spillet og forklarer hva differanse betyr. Målet for timen er rettet mot denne delen av økten, slik at læreren velger å repetere målet en gang til før hun tar opp plenumsdiskusjonen igjen. Målet for timen er: «Jeg kan forklare hva differanse er». I denne oppgaven jobber elevene med spillet i par, mens læreren går rundt og hjelper de som har behov for det. Utdrag 9 foregår altså etter at elevene har jobbet med «Differansespillet».

3.trinn, utdrag 9

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
93	Lærer:	Da har jeg lyst å spørre dere om målet for timen. Er det noen som kan forklare hva differanse betyr? (…) Okay Hans kan du forklare hva differanse betyr?	Data (D)	Direkte bidrag (presentere) Stille spørsmål (be om ide)
94	Hans:	Å bruke minus	Påstand (P)	
95	Lærer:	Vi bruker minus ja. Kan vi si noe mer om differanse Ida?		Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (evaluere) Stille spørsmål (be om utdypning)
96	Ida:	Det betyr forskjell	Påstand (P)	
97	Leah:	Det betyr forskjell. Leah hva betyr differanse?		Andre bidrag (repetere) Stille spørsmål (be om ide)
98	Leah:	Differanse, forskjell	Påstand (P)	
99	Lærer:	Ja. Sander hva betyr differanse?		Andre bidrag (evaluere) Stille spørsmål (be om ide)
100	Sander:	Differanse betyr når man bruker minus.	Påstand (P)	
101	Lærer:	Ja vi bruker minus for å finne differansen, og hva betyr differanse?	Forklaring (F)	Andre bidrag (evaluere)

				Stille spørsmål (be om ide)
102	Anna	Det betyr å bruke minus og ...	Påstand (P)	
103	Lærer	og finne?		Stille spørsmål (be om utdypning)
104	Anna	og finne … hva var det det het?		
105	Lærer	Det begynner på f …		Andre bidrag (lede)
106	Anna	Forskjell	Påstand (P)	
107	Lærer	Forskjell ja. Vi finner forskjellen på to tall når vi finner differansen. Lars, hva betyr differanse?	Forklaring (F) Data (D)	Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (evaluere) Direkte bidrag (gi fakta) Stille spørsmål (be om ide)
108	Lars	Differanse betyr forskjell, så 10 minus 5 er 5, og 5 er forskjellen.	Påstand (P) Forklaring (F)	
109	Lærer	Så 5 er differansen på 10 og 5 ja. Vet alle hva differanse betyr nå?		Andre bidrag (repetere)
110	«Alle» elever	Ja		

Læreren oppsummerer økten med å presentere målet for timen. Vi har tolket dette som data (D) i denne sammenhengen og er derfor også et *direkte bidrag* til argumentasjonen. Læreren *ber om en ide* med tilhørende forklaring for betydningen av differanse. Hans påstår (P) at det betyr å bruke minus som læreren *evaluerer* og bekrefter. Videre *ber læreren om utdypning* når hen spør om elevene kan si noe mer om begrepet «differanse». Ida tilfører påstanden (P) at det også betyr «forskjell». Læreren *evaluerer* og bekrefter påstanden (P) til Hans og Ida. Læreren *repeterer* svaret til Ida og *ber på nytt om den samme matematiske ideen*. «Leah hva betyr differanse?». Leah svarer med en påstand (P). Læreren *evaluerer* med å si «Ja», før hen på nytt ber om en *matematisk ide*. Denne gangen er spørsmålet rettet mot Sander. Sander presenterer påstanden (P) «Differanse betyr når man bruker minus». Lærer *evaluerer* svaret til Sander ved å si «ja». Videre tilfører læreren en forklaring til Sander sitt svar ved å si «Vi bruker minus for å finne differansen» som er et *direkte bidrag*. Læreren velger å spørre flere elever om en forklaring av timens mål, altså en *matematisk ide* og Anna svarer. Hun forsøker seg på en gjengivelse av svaret til Hans og Ida i linje 94 og 96, ved å si at «differanse betyr minus og ...». *Læreren ber om utdypning* når hen sier «Og finne?». Anna svarer «Og finne ... hva var det det het?». Vi tolker Annas svar som at hun er usikker på hvordan hun skal forklare hva differanse er. Læreren *leder* Anna mot et svar ved å si «det begynner for f...». Dette fører til at Anna svarer «forskjell». Læreren *evaluerer* og *repeterer* svaret til Anna ved å si «Forskjell ja» Læreren kommer så med et *direkte bidrag* «Vi finner forskjellen på to tall når vi finner differansen». Videre *ber læreren om en matematisk ide* fra Lars ved å si «Lars, hva betyr differanse?» Lars svarer læreren med både en påstand (P) og en forklaring (F) når han sier «Differanse betyr forskjell, så 10 minus 5 er 5, og 5 er forskjellen». Læreren *repeterer* svaret til Lars, men bytter om på syntaksen. Til slutt ber læreren om en bekreftelse for at målet er nådd. Vi tolker ikke lærerens spørsmål «Vet alle hva differanse betyr nå?» som å be om en evaluering, fordi det ikke dreier seg om konsensus av et matematisk spørsmål.

Oppsummert så ser vi at læreren presenterer data, ber om ide og evaluerer. Videre følger lærerens grep et mønster: be om ide – evaluere. Avslutningsvis leder læreren Anna mot svaret «forskjell» som en avslutning på den kollektive samtalen. Vi ser at læreren ber om utdypning når svaret elevene kommer med, ikke er dekkende. Læreren kommer med en forklaring for hvordan minus henger sammen med differanse, som knytter påstandene minus, med dataen differanse. Vi vil også påpeke at læreren innledningsvis gir elevene tenketid, som er et matematisk samtaletrekk.

Gjennom analysen av undervisningen i 3. trinn har vi oppdaget at læreren bidrar direkte inn i argumentasjonen med data eller forklaringer. Dette inkluderer å presentere oppgaven på tavlen. Dette har vi sett i alle utdragene utenom utdrag 8 og forekommer 10 ganger gjennom datamaterialet. Det er også noen gryende mønster vi oppdaget i analysen. Læreren ber om evaluering, ide og fakta, hvor elevene svarer med en påstand uten tilhørende forklaring. Dette skjer 15 ganger totalt. 2 ganger ber læreren om fakta hvor elevene presenterer en påstand i utdrag 1. Læreren ber om evaluering og elevene kommer med en påstand skjer 7 ganger. 2 ganger i utdrag 1, 3 ganger i utdrag 2 og 2 ganger i utdrag 4. Vi har også sett at læreren ber om en matematisk ide hvor elevene kommer med en påstand 6 ganger. 3 ganger i utdrag 2 og 3 ganger i utdrag 9. I utdrag 2 så vi også at samtalen fikk et annet mønster hvor læreren ber om en ide, eleven kommer med en påstand med forklaring hvor læreren evaluerer svaret. Dette skjedde i 2 omganger.

4.2 **Analyse 6. trinn**

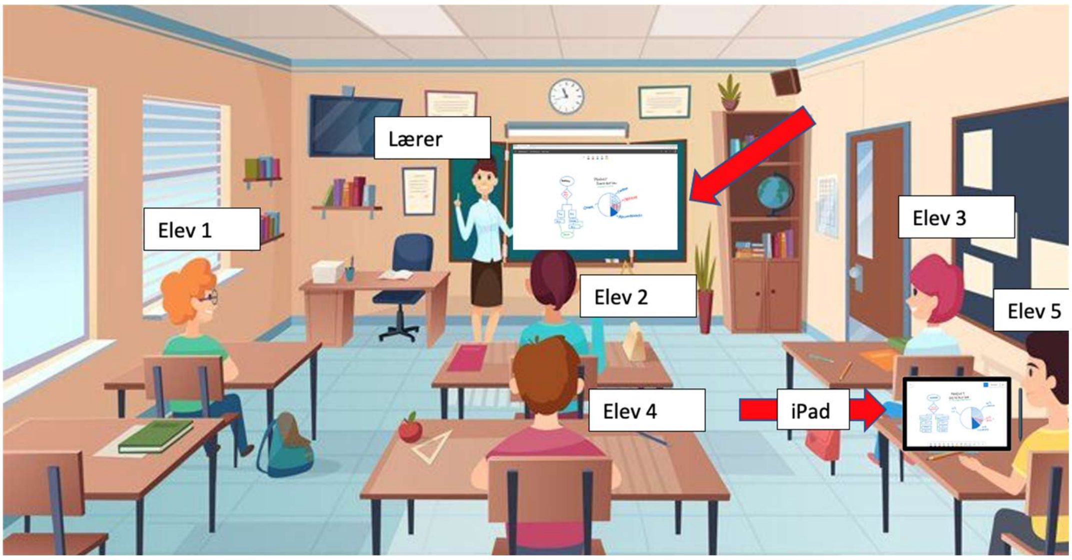
I denne delen presenterer vi analysen av klasseromsdialogen på 6. trinn.

Elevene kommer inn i klasserommet mens de snakker om hvem som vant fotballkampen i friminuttet. Læreren informerer om at det er matematikk vi skal jobbe med i denne økten og ber elevene komme til ro på plassen sin. Videre organiseres elevene på nytt slik at alle sitter to og to, ettersom noen av elevene i klassen ikke er til stede. Læreren starter undervisningen med å presentere målet for økten og skriver det opp på tavlen. Mål: «Å kunne multiplisere med desimaltall».

Deretter blir elevene introdusert for oppgaven de skal jobbe med i plenumsdiskusjonen. Dette var en selvlaget oppgave av læreren og er ikke hentet fra et læreverk. Denne oppgaven blir presentert muntlig for elevene, samtidig som læreren skriver den opp på tavlen. Oppgaven var som følger:

«Stian løper en løype på 3, 2 km tre ganger. Hvor langt løper han?»

Oppgaveløsningen til elevene skulle presenteres gjennom en åpen strategideling med bruk av iPad som medium hvor elevene skrev og forklarte sin fremgangsmåte. iPaden var koblet opp mot skjermen/tavlen foran i klasserommet slik at det fungerte som en interaktiv whiteboard. Læreren delte ut iPaden til den/de elevene som skulle forklare sin løsning for resten av klassen. Mens eleven forklarte verbalt kunne hen samtidig tegne eller skrive på iPaden som igjen ble vist i sanntid på skjermen/tavlen foran i klasserommet. På den måten hadde elevene anledning til å forklare seg multimodalt dersom de ønsket det. Vi har prøvd å illustrere dette i figur 5 (under), der vi ser at elev 5 forklarer mens han tegner på iPaden og det samme bildet blir vist på tavlen. Det er denne delen vi har tatt utgangspunkt for i analysen vår. Elevene får tid til å tenke på oppgaven individuelt, før læreren følger opp med å si «Snakk gjerne med sidemann, det er derfor dere sitter to og to sammen. Slik innledes økten på 6. trinn før den kollektive plenumssamtalen settes i gang.



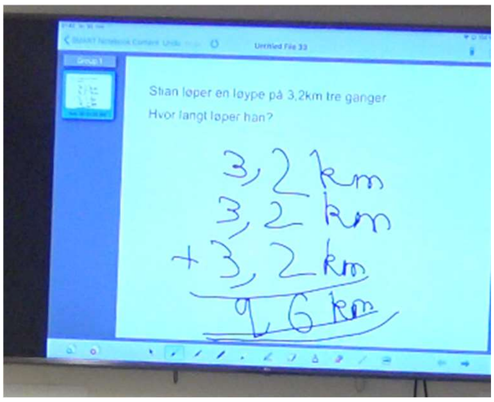
Figur 5 - Organisering av klasse (6. trinn)

Etter denne delen av undervisningen, beveget de seg videre til å arbeide med oppgaver tilhørende målet i læreverket. I oppsummeringen av timen går læreren gjennom sentrale deler av målet for timen, og gir elevene en oppgave. Oppgaven er tilsvarende oppgaven elevene fikk innledningsvis, som læreren så evaluerer.

6.trinn, utdrag 1

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
1	Lærer:	Dere kan også diskutere med læringsvenn din. Det er derfor dere sitter to-og-to slik at dere kan diskutere		
2		Tenkepause. Læreren gir elevene tid (ca. 1 minutt) til å diskutere med sidemann.		
3	Lærer:	Er det noen som vil starte med å forklare hvordan du har tenkt når du løste oppgaven? (lærer gir iPad til Anne-Line). Så forklarer du mens du skriver. Vi andre følger med på tavlen eller skjermen.		Stille spørsmål (be om metode)

4	Anne-Line	Så det jeg gjorde var å ta 3,2 ja så tok jeg det 3 ganger (stiller opp oppgaven over hverandre). Så ser jeg at tre 2-ere (desimaltall) det blir 6. og så er det tre 3-ere som blir 9. (skriver km på alle ledd i regnestykket sitt). Jeg er ikke så flink til å forklare. Men det vi ser at vi har tre 2-ere og det blir 6. også er det tre 3-ere og det blir 9. I bildet under ser vi eleven sitt skriftlige svar som er teksten skrevet for hånd.	Forklaring (F) Data (D) Påstand (P)	



Figur 6 - Anne-Line forklarer

5	Lærer:	Jo det er bra. Er det flere som har tenkt på den måten der? Satt det opp på den måten? Ser dere hva målet for økten er? På tavla. Multiplisere med desimaltall. Hva kaller vi det her? (peker på det oppstilte stykket). Når vi skriver 3,2, 3,2 og 3,2? «Gustav».	Data (D)	Andre bidrag (Evaluere - validere) Stille spørsmål (be om ide) Andre bidrag (lede) Stille spørsmål (be om fakta)
6	Gustav:	Er ikke det oppstilt metode?	Påstand (P)	

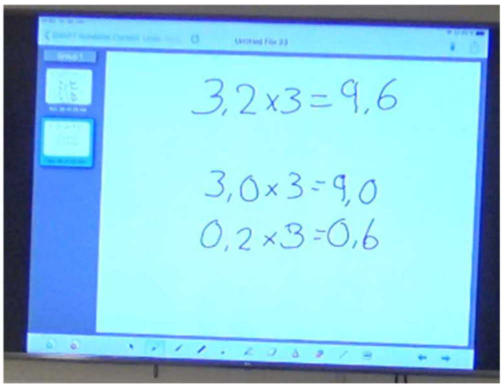
7	Lærer:	Det er oppstilt, men det har et annet navn. Når vi snakker om multiplikasjon, kan vi bruke et annet navn for det. (peker på Gustav) Vil du prøve på nytt?		Andre bidrag (evaluering) Stille spørsmål (be om utdypning)
8	Gustav:	Mener du at vi tar 3,2 + 3,2 + 3,2? eller mener du oppstilt sånn der? Mener du at det er gange, eller mener du at det er oppstilt metode?	Påstand (P)	
9	Lærer:	Det er opp.. Vi har et annet ord vi kan bruke for det innenfor.		Andre bidrag (lede)
10	Gustav:	å ok da …		
11	Lærer:	Lilja?		Stille spørsmål (be om fakta)
12	Lilja:	Ehm … Det ble brukt addisjon.	Påstand (P)	
13	Lærer:	Hva kaller vi det?		Stille spørsmål (be om fakta)
14	Lilja:	Pluss	Påstand (P)	
15	Lærer:	Ja addisjon, men multiplisering kaller vi for gjentatt addisjon, ikke sant. Du gjentar den her (peker på tavlen). Er det noen som har tenkt annerledes?	Forklaring (F) Data (D)	Andre bidrag (evaluere) Direkte bidrag (gi fakta) Andre bidrag (repetere) Andre bidrag (lede) Stille spørsmål (be om metode)

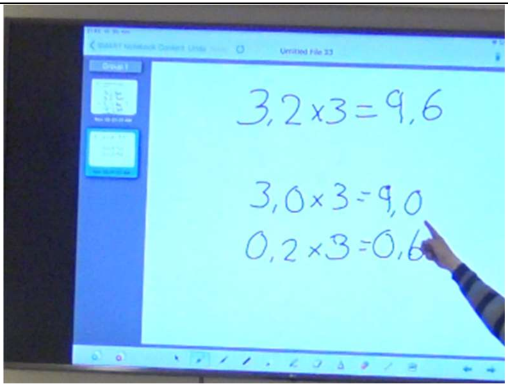
I forkant av denne dialogen har læreren presentert en oppgave for elevene på tavlen. *«Stian løper en løype på 3,2km tre ganger. Hvor langt løper han?».* Dette er ifølge Conner et al. (2014) et *direkte bidrag* til den kollektive argumentasjonen. Videre oppfordrer læreren til at elevene diskuterer oppgaven med sidemannen, og presiserer dette når hen sier «det er derfor dere sitter to og to». Læreren gir elevene tid til å diskutere oppgaven og komme med en løsning, før de fortsetter i plenum. Læreren stiller så spørsmål og *ber om en* matematisk ide når hen sier «Er det noen som vil starte med å forklare hvordan du har tenkt, når du løste oppgaven?». Vi definerer oppgaveteksten som data (D) og svaret på oppgaven som påstand (P). Anne-Line knytter sammen data (D) og påstanden (P) sin 9,6, og havner derfor inn i kategorien forklaring (F) til Toulmin (2003). I linje 5 ser vi at læreren *validerer* og *evaluerer* Anne-Line sitt svar før hen presenterer data (D) og minner elevene på at målet for økten er å «multiplisere med desimaltall». Dette går under kategorien «andre bidrag – å *lede*» Samtidig peker han på påstanden (P) til Anne-Line og *ber klassen om fakta* for navnet på metoden Anne-Line har presentert. Gustav responderer med en påstand (P) og foreslår at metoden Anne-Line har brukt heter oppstilt metode. Læreren *evaluerer* og anerkjenner svaret til Gustav, men ønsker likevel en mer presis forklaring. Læreren *ber Gustav om å utdype* og vil prøve seg på et annet svar. Gustav prøver seg igjen og kommer med to ulike påstander (P) om at det er gange eller oppstilt metode. Læreren *evaluerer* nok en gang svaret, men er fortsatt ute etter en mer presis definisjon av løsningsforslaget til Anne-Line. Læreren prøver å hente frem flere forslag fra elevene og *leder* oppmerksomheten mot et begrep. Lilja kommer med en påstand (P) og mener at det er addisjon. Læreren stiller spørsmål og *ber om fakta* når hen sier «hva kaller vi det?» Læreren spør om vi har et annet navn for addisjon og Lilja kommer med nok en påstand (P) «pluss». Læreren *evaluerer* svaret og kommer med en presisering og tilføring av data (D). «Ja addisjon, men multiplisering kaller vi også for *gjentatt addisjon*». Dette blir et *direkte bidrag med underkategorien «gi fakta»*. Under lærerens forklaring (F) peker og viser hen til løsningsforslaget på tavlen. Når læreren retter fokuset mot en bestemt detalj eller informasjon går grepet inn i kategorien andre bidrag å *lede*. Til slutt *ber læreren om en annen metode* når hen sier «Er det noen som har tenkt annerledes?».

For å oppsummere ser vi at læreren benytter seg av flere grep for å støtte den kollektive argumentasjonen. Læreren gir elevene tenketid (ca. 1 minutt) og anledning til å snakke med læringspartneren sin før hen ber om matematiske ideer. Anne-Line kommer med en forklaring som hun knyter til en påstand og data. De andre elevene kommer med påstander. Vi ser at læreren videre støtter argumentasjonen ved at hen ber om utdypning når elevens forklaring trenger presisering. Dette gjør læreren en gang. Flere ganger støtter læreren elevene ved å evaluere og lede elevene mot isolerte deler av matematikken og forklaringen. Vi ser også at læreren brukte andre støttende handlinger, som å be om fakta og repetere. Noen ganger kommer læreren med direkte bidrag i form av data til argumentasjonen når elevene svarer utilstrekkelig. Læreren bidrar hovedsakelig ved å kommentere, evaluere og presisere elevene sine bidrag. Dette inngår i «andre støttende grep», og leder elevene mot et korrekt svar. Vi ser også at læreren flere ganger stiller spørsmål både i plenum og direkte til elevene for å lede tankene i riktig retning. Hen bruker spørsmål rettet mot et presist matematisk begrep, for å beskrive fremgangsmetoden elevene har brukt til å løse oppgaven. Denne presiseringen inngår i kategorien «å be om matematisk fakta» (Conner et al., 2014).

I den neste delen av analysen er det Kasper som skal presentere sitt løsningsforslag. Oppgaven klassen jobber med, er fortsatt den samme som vi så i forrige utdrag. Læreren gir iPaden til Kasper, slik at han også skal skrive opp fremgangsmetoden på iPaden, slik vi så Anne-Line gjorde i det forrige utdraget. Løsningen som Kasper presenterer, blir dermed tilgjengelig for resten av elevene ved at iPad-bildet vises på storskjerm for hele klassen.

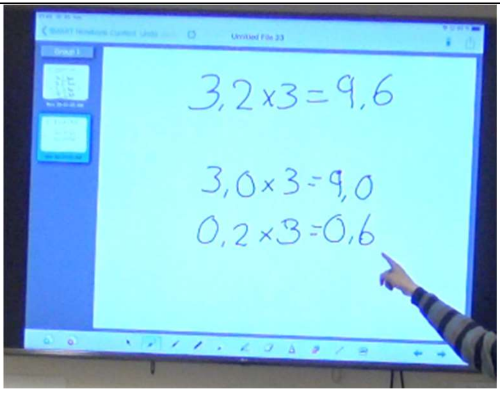
6. trinn, utdrag 2

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
16	Kasper:	Ja (Kasper får iPad fra læreren for å kunne skrive mens han forklarer) skal bare skrive stykket. (skriver 3,2 x 3). Ok så jeg tenkte slik at hvis vi deler opp 3,2 til det blir et heltall. 3,0 eller bare 3, så ganger jeg det bare med 3. Og 3 ganger 3, det er 9. Så satte jeg et null bakom (bak komma). Og så har vi 0,2 ganger 3. og hva er 2 ganger 3, det er 6. så da får jeg ... null komma 6. så 9 eller 9 hele kilometer pluss 0,6 eller 600 meter blir da 9 kilometer og 600 meter som blir 9,6 kilometer.  *Figur 7 - Kasper forklarer*	Forklaring (F) Data (D) Påstand (P)	
17	Lærer:	Hvorfor valgte du å sette null bak her? (lærer peker på 9,0 i bildet ovenfor).		Stille spørsmål (be om utdypning) Andre bidrag (lede)



Figur 8 - Lærer presiserer

18	Kasper:	Jeg tar ned nullen fra der (viser til tidelsposisjonen i regnestykket). Blir det ikke det?	Forklaring (F)	
19	Lærer	Jo, men trenger vi å ha null? Trenger vi 0 komma 0 på et heltall?		Andre bidrag (evaluering) Stille spørsmål (be om ide)
20	Kasper:	Men jeg liker å gjøre det slik.		
21	Lærer:	Jo jo jeg skjønner hvorfor. Men trenger vi å gjøre det?		Andre bidrag (støtte) Stille spørsmål (be om utdypning)
22	Kasper:	Nei	Påstand (P)	
23	Lærer:	Nei, men jeg ser hvorfor du (lærer henvender seg til Kasper) valgte å gjøre det.		Andre bidrag (evaluere) Andre bidrag (støtte)
24	Kasper:	Mhm		
25	Lærer:	Det handler litt om at hva du får her (peker på sifferet 6 i 0,6).	Forklaring (F)	Direkte bidrag (gi fakta)

		 *Figur 9 - Lærer presiserer 2* Det er mer oversiktlig. Ok det er to metoder dere nå har vist altså algoritme på hvordan dere skal gjøre det. Gjentatt addisjon som Anne-Line viste, og så hadde du (Kasper) oppstilt hvor du delte opp de hele tallene og i tidelene og fikk da ut (peker på tavlen). Er det noe viktig vi må tenke på når vi skal sette opp desimaltall, altså algoritmen? Det er noe jeg hele tiden sier dere må være nøye på? «Kasper».	Andre bidrag (repetere) Stille spørsmål (be om fakta)
26	Kasper:	Å ha ener på ener-plassen og tier på tier-plassen.	

Kasper knytter sammen data (D) og påstanden (P) i forklaringen (F) sin. Dataen (D) ligger i tekstoppgaven elevene er presentert for og er «3,2 ganger 3». Påstanden (P) til Kasper er svaret i forklaringen sin «9,6». Forklaringen (F) til Kasper ligger i måten han har benyttet seg av data (D) og kommet frem til svaret og påstanden (P). Kasper kommenterer underveis at han setter null bak komma i løsningssteget 3 ganger 3. Etter forklaringen (F) til Kasper ønsker læreren å få en begrunnelse på hvorfor han valgte å skrive 9,0 og ikke bare 9. Læreren *ber derfor om at Kasper utdyper* «Hvorfor valgte du å sette en 0 der?» (mens han peker på deler av regnestykket til Kasper som har skrevet 9,0). Når læreren retter oppmerksomheten i argumentasjonen til en isolert del av forklaringen, kategoriseres dette som å *lede*. Kasper kommer så med en ny forklaring (F) og viser til tidelsplassen i linje 18. Læreren *evaluerer* og *støtter* Kasper «jo, men» og følger opp ved å *be om en matematisk ide* «Trenger vi null komma null på et heltall?». Kasper bruker litt tid, men kommer frem til at det ikke er nødvendig. Læreren *evaluerer* og *støtter* Kaspers resonnering når hen sier «Nei, men jeg ser hvorfor du valgte å gjøre det». Videre i linje 25 presenterer læreren en forklaring (F) til hvorfor fremgangsmetoden til Kasper fungerer, og hvorfor det er fornuftig å bruke tallet 0 som en plassholder. Læreren kommer med *direkte bidrag av fakta* og knytter dette opp mot Kaspers bidrag til argumentasjonen. Til sist forsøker læreren å minne elevene på plass-systemet som de har arbeidet med før ved å stille spørsmål.

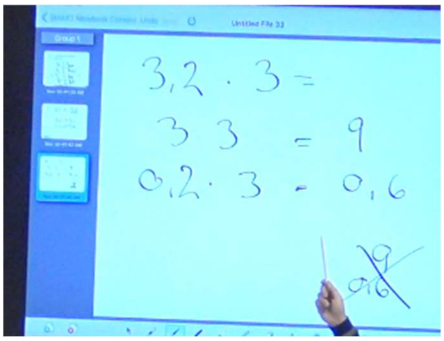
Oppsummert ser vi at læreren benytter seg av flere grep for å støtte den kollektive argumentasjonen. Læreren stiller flere spørsmål som handler om å be om en matematisk ide og utdypning. Vi ser også at læreren benytter seg av støttende grepet og viser forståelse når elevene deler uferdige tanker med felleskapet. Læreren leder også elevenes argumentasjon mot isolerte deler av matematikken. I dette tilfellet posisjonssystemet og null som plassholder. Null som plassholder er ofte bare en regel elevene må huske, men læreren retter direkte fokus mot dette i samtalen. Vi tolker dette som at læreren ønsker at elevene ikke skal følge reglene slavisk uten å vite hvorfor regelen fungerer. Derfor adresserer læreren nettopp dette. Kasper følger opp dette i linje 26. Lærerens grep er å støtte og knytte sammen de ulike metodene som brukes av elevene (linje 25). Hen forklarer og viser til spesifikke løsninger som elevene allerede har presentert.

I denne delen av analysen foretar læreren en felles oppsummering av de matematiske ideene elevene har kommet med i utdrag 1 og utdrag 2. Læreren trekker frem noen av løsningsforslagene som har blitt presentert tidligere, samtidig som hen forklarer hva som er viktig å være obs på ved de ulike metodene. Læreren stiller spørsmål om hva som er viktig å huske på, når man arbeider med desimaltall. Denne delen er før elevene skal arbeide i arbeidsboken. Læreren har akkurat spurt elevene om hva de må huske på, når de arbeider med desimaltall. Are svarer på dette i linje 28 i analysen under.

<u>6.trinn, utdrag 3</u>

	Hvem	Tale	Argument	Kategori Conner et al.
27	Are:	at vi ikke skal kalle det 1 7 men 1 på 0 og ...	Påstand (P)	
28	Nora:	komma 2 slik at det blir 1,20	Påstand (P)	
29	Lærer:	1,2 ja altså du tenker på hvordan vi uttaler det?		Andre bidrag (repetere)
30	Lærer	Lærer 6. trinn – Ja, det er viktig det ikke sant. Ikke si 1 komma 20, men 1 komma 2 null når vi opererer med desimaltall. Det er helt riktig det Nora sier. Når du tar.. Vi tar den samme oppgaven. 3,2 ganger 3. Får ut de hele tallene slik som Kasper. Da får vi 9 (3 ganger 3 på tavla). 0,2 multiplisert med 3 får vi 0,6. Det jeg mener som er viktig som sagt, er posisjonssystemet. Verdiene kommer på riktig plass ellers er det en misoppfatning. Det erfarte den andre gruppa. De skrev 9 og så skrev de 0,6, da får du feil (9 er skrevet over 6 tideler og krysser over regnestykket). At vi får plassert sifrene på riktig plass når vi regner. Det var derfor jeg forsto hvorfor Kasper skrev 0 der (viser bak heltallet på tavla) for å vise hvor det er komma. Hvis man ikke husker det, er det fort å glemme å	Data (D) Forklaring (F)	Andre bidrag (evaluering) Andre bidrag (repetere) Direkte bidrag (informere) Andre bidrag (lede) Andre bidrag (støtte) Stille spørsmål (Be om fakta)

		holde eneren der. Husk å sette den (6) bak (komma). Hva var det vi kalte den plassen der?		



Figur 10 - Lærer forklarer

31	Elias:	Tidelsplassen	Påstand (P)	
32	Lærer:	Tidelsplassen ja. Nå når dere skal begynne å jobbe med oppgaver vil jeg at dere skal bruke denne metoden her (Lærer peker på tavla og referer til hvordan han har satt det opp i punkt 31 – Se bildet over). Det er lett å gå tilbake å bruke gjentatt addisjon. Dere kan bruke den, men jeg ser helst at dere bruker denne metoden. Det er viktig at dere får trent på å benytte dere av algoritmen og sette opp stykkene. Dere kjenner jo til når vi jobbet med vanlig (multiplikasjon). 13 ganger 7 delte vi opp i tieren slik og enerne slik. Mange av dere syntes dette var mye bedre og oversiktlig enn den metoden (multiplikasjonsalgoritmen) som jeg		Andre bidrag (evaluere) Andre bidrag (lede)

		har vist dere som jeg lærte på skolen. Den er egentlig utdatert.
33	Sondre:	Den var tungvint (elev referer til multiplikasjonsalgoritmen de har lært ved en tidligere anledning)
34	Lærer:	Den var tungvint ja Den er veldig instrumentell. Her er det mer oversiktlig. Så jeg oppfordrer og vil at dere skal bruke den algoritmen her innenfor ikke bare desimaltall, men også innenfor det andre.
35	Kasper:	Mhm

I utdraget ser vi at Are kommer med en påstand (P) om hvordan man skal uttale tall med desimaltall i. Nora utdyper Ares påstand (P). Som en respons gjentar læreren Noras påstand i en spørrende form. Vi kan tolke dette som at læreren *repeterer* for å presisere påstanden til Nora. Videre evaluerer læreren ved å si «Ja, det er viktig det ikke sant». Læreren presenterer en forklaring (F) til Nora sitt utsagn. I denne forklaringen (F) referer han også til forklaringen (F) til Kasper og trekker paralleller til plassverdisystemet som de har jobbet med i tidligere timer. Dette kan kategoriseres som et *direkte bidrag* til argumentasjonen. Læreren *leder* elevenes oppmerksomhet mot at det finnes mange ulike metoder å løse oppgaven på. Læreren *ber så om fakta* for tidels-posisjonen mens hen viser dette på tavlen. Elias svarer med påstanden (P) tidelsplassen som læreren *evaluerer*. Videre *leder* læreren elevenes oppmerksomhet mot de ulike metodene de har løst oppgaven på. Hen ønsker likevel at elevene skal bruke og øve seg på den metoden Kasper presenterte. «Det er viktig at dere får trening i å bruke ulike metoder». Læreren sier videre at de «alltids kan gå tilbake til gjentatt addisjon senere, men akkurat disse timene skal vi øve på denne metoden (mens læren peker og henviser til fremgangsmetoden som er illustrert på tavlen).

Oppsummert ser vi at læreren bruker flere grep som støtter den kollektive argumentasjonen. Læreren stiller spørsmål som «Hva kalte vi den plassen der? Dette faller inn under kategorien be om fakta (Conner et al., 2014). Videre ser vi at læreren evaluerer, utdyper og forklarer påstandene til elevene. Noen ganger repeterer læreren elevenes forklaring mens hen følger tallene på Smartboarden for å presisere elevenes påstander og tidligere forklaringer. Dette vises på bildet i linje 30. Vi ser også at læreren leder elevenes fokus mot siffer og navn på posisjon. Hen viser til tidligere undervisning og trekker linjer mellom disse metodene.

5 Diskusjon av analyse

I denne oppgaven har vi undersøkt hvordan læreren støtter elevenes matematiske argumentasjon. Vi vil først diskutere analysene til 3. trinn, og deretter 6. trinn. Til sist vil vi diskutere sammenheng mellom analysene.

Diskusjon av analyse, 3. trinn

Analysene fra 3. trinn viser at når læreren ba om fakta, kom elevene med en påstand. Dette så vi for eksempel i utdrag 1: Læreren ber om fakta: «Hvis vi skal ha hele tall da må vi ha noe som heter partall, som for eksempel?». Eleven svarer med påstanden: «8» (linjene 6–7). Vi så at elevene ikke kom med en tilhørende forklaring til sine påstander når læreren ba om fakta. Dette kan tyde på at kategorien «be om fakta» ikke åpner for en forklaring fra elevene, men heller umiddelbare svar uten utdypning.

Analysene viser derimot at i de tilfellene hvor læreren ba om en matematisk ide, så kom elevene i større grad med påstander og tilhørende forklaringer, som for eksempel i utdrag 6: Læreren ba om en matematisk ide for hvilken kiste som hadde et tall som var likt forlengs som baklengs. Hen spør: Okay, da spør jeg Fabian og Sara, hva tenker dere?». Fabian svarte med en påstand og en forklaring: «Ja vi tenker at siden 363 er 3, 6, 3, 363 og baklengs er det 3, 6, 3. det er også 363» (linjene 73–74). Hvis vi ser dette i sammenheng med når læreren ba om fakta eller evaluering, kommer elevenes resonnement tydeligere frem her. Drageset (2016) hevder at elever som ikke er vant til å begrunne svarene sine, heller ikke vil komme med forklaring uoppfordret. Han påpeker at spørsmålene lærere stiller elevene, påvirker hvordan de tenker og svarer på spørsmålet. Analysene våre samsvarer med dette. Spørsmål i kategorien «be om fakta» fører til at elevene bidrar med umiddelbare svar i form av fakta, mens spørsmål i kategorien «be om en ide» fører til at elevene i større grad kommer med forklaringer (Conner et al., 2014).

Analysen vår viser at læreren bidro direkte i argumentasjonen med data og forklaring. Læreren innledet oppgaven med å si: «I kisten med tallet hvor alle sifrene er oddetall ligger sokkene. Nå vil jeg at alle skal tenke over hva oddetall betyr. Dere får noen sekunder å tenke på. Nå skal dere snakke med sidemannen, bli enige om hva oddetall betyr». Etter denne innledningen kom læreren med et direkte bidrag og ga fakta til elevene. Læreren tilførte altså mer fakta til oppgaven før elevene hadde fått anledning til å svare. Læreren sa: «Husker dere hva partall var for noe? For det har en sammenheng, oddetall og partall. Kanskje det er lettere å huske hva partall er for noe. Oda og Jakob?». Oda svarte med påstanden: «Vi fant ut at et oddetall er et tall man ikke kan halvere.» Deretter kom læreren med data til Odas påstand. Lærer: «Ja, for da blir det ikke et heltall hvis man halverer det. Et eksempel på et oddetall?». Oda svarte: «7». Læreren ga så en forklaring til påstanden: «7 ja, for hvis vi tar 7 og forsøker å halvere det, så får vi et tall med komma». Når læreren forklarte og ga data var det heller ikke hensiktsmessig å be om en forklaring fra elevene. Conner et al. (2014) hevder at læreren noen ganger kan «ta over» argumentasjonen når hen bidrar direkte med argumentasjonselementer, som i dette tilfellet er forklaring og data. Dette kan føre til at argumentet blir konstruert av læreren, i stedet for at argumentet blir kollektivt etablert av læreren og elevene. De mener videre at argumentasjonen ville vært mer produktiv dersom dette kom fra elevene selv.

Et annet funn vi så i analysen på 3.trinn var når læreren ba om evaluering fra elevene. Det vil si at læreren ønsket en vurdering av en elevs påstand. Dette så vi for eksempel i utdrag 2 (linjene 27- 33). Una kom med en påstand om at kisten med tallet 682 kun besto av partall. Læreren gikk gjennom tallet 682 stegvis for så å vurdere hvert enkelt siffer. Læreren ba om en evaluering av hvert enkelt siffer fra elevene. Elevene kom ikke med noen tilhørende forklaring til svaret om hvorfor sifferet er et partall, men svarte kun bekreftende i from av «Ja». Disse trekkene fra læreren kan gå inn under kommunikasjonsmønsteret som Wood (1998) kaller for *funneling* som vi har oversatt til det norske ordet trakt. Funneling betyr at læreren fører elevene mot et svar ved å stille en serie av spørsmål som fører mot et ønsket mål. Ifølge Conner et al. (2014), vil dette mønsteret kunne føre til at læreren gjør mesteparten av den matematiske tenkningen.

Videre i analysen så vi at i de tilfellene der læreren ba elevene om en utdypning av påstanden sin, kom elevene med en forklaring. Dette så vi for eksempel i utdrag 3 (linje 34-38). Oppgaven var å finne kisten som var to hundrere større enn 549. Dette innledet læreren med at hen ba om en matematisk ide: «Elise og Benjamin, hva kom dere frem til?». Benjamin svarte først med en påstand uten forklaring «749». Læreren ba så Benjamin om å utdype med spørsmålet: «Hvorfor ble det 749?». Når læreren ba om en utdypning av elevens svar, så vi at eleven kom med en forklaring. Benjamin kom med en forklaring: «Fordi i 549 er det 2 hundre mindre mer». Drageset (2016) hevder at hvis læreren konsekvent spør elevene «hvorfor det?», kan det føre til at elevene får en vane med å tenke argumenterende og grunngi, også når de ikke får en instruks om det. Conner et al. (2014) peker på at når læreren ber om en utdypning fører det ofte til at elevene må støtte sin påstand med en forklaring og data. Dette støttes av analysene våre.

Å lede produktive matematiske samtaler er utfordrende for læreren (Richards & Robertson, 2015). Læreren kan møte på mange utfordringer underveis som de ikke har forutsett. I analysen fant vi ut at elevenes forkunnskaper og begrepsforståelse påvirket den matematiske argumentasjonen. Læreren brukte mye tid på å utdype begrepene i oppgavene. Dette gjorde hen ved å be elevene forklare betydningen og definisjonen av de ulike begrepene. For eksempel ba læreren elevene komme med en forklaring på hva et partall var, og i tillegg ba hen de komme med et eksempel (Utdrag 1). Elevene hadde vansker med å komme med forklaringer til begrepet. Dette kan ha sammenheng med at elevene ikke har den forkunnskapen om begrepene som læreren forsøker å hente frem. Begrepskunnskap er et viktig element for at en produktiv argumentasjon skal kunne finne sted (Nergård, 2022). Dette omhandler det som Bass og Ball (2000) har definert som «base of public knowledge» altså den kunnskapen som er tilgjengelig for klassen, for å konstruere påstander og forklaringer.

Valg av oppgave har stor betydning for hvordan samtalen vil utvikle seg og hvilke «problemer» og begreper man møter på. Smith og Stein (2018) hevder at oppgavene må ha et høyt kognitivt krav for at argumentasjon skal finne sted. Oppgaven elevene i 3. trinn arbeidet med inneholdte mange komplekse begreper, men analysene viste at flere av elevene ikke husket hva begrepene, som for eksempel siffersum, siffer og oddetall, betydde.

Stengerundet og Valbekmo (2019) peker på at det er nødvendig med mer enn bare kjennskap til begrepene som blir brukt i matematikk. Elevene har behov for å vite hvorfor og når det er passende å bruke de matematiske begrepene. For at oppgaven skal ha en viss progresjon uten at elevene «faller av», valgte læreren å bidra direkte med forklaringer og beskrivelser av metoder for å finne løsningene. I analysen så vi dette i utdrag 5 når elevene skulle finne en kiste med siffersummen 10 (linjene 48-63). Etter at elevene flere ganger kom med feil forklaring og svar, førte det til at læreren bidro direkte med en strategi for å løse oppgaven. Læreren – «Når vi snakker om summen av sifrene. Hvis jeg bare dikter opp et tall (skriver på tavla). Ehm ... hvis vi tar 385. når jeg skal finne summen av sifrene, så må jeg sette pluss mellom tallene. Sifferet på hundreplassen, pluss sifferet på tier-plassen, pluss sifferet på enerplassen det er summen av alle sifrene. Summen av disse … er ikke det 16? ... regnet jeg rett nå? ... ja fordi de to blir 8 (3+5) og 8+8 = 16. Så her er summen av sifrene 16». Vi ser dette i sammenheng med det Rowland og Zazkis (2013) mener er «contingency», altså en reserveplan for undervisningen. Yackel (2002) hevder at det er en misoppfatning at lærere ikke skal bidra direkte til argumentasjonen. Tvert imot hevder hun at lærere må bidra direkte i argumentasjonen når elevenes kollektive forkunnskaper ikke er tilstrekkelig til å bidra i argumentasjonen. I motsetning til det andre funnet hvor læreren bidrar direkte med argumentasjonselementer, har elevene her fått flere muligheter til å bidra Conner et al. (2014).

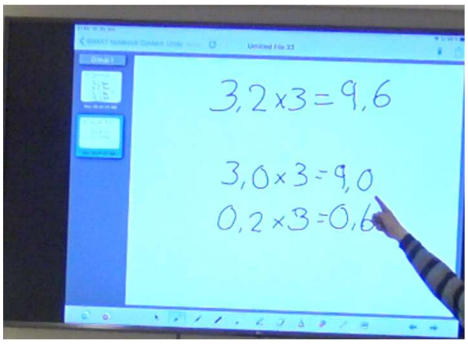
Staples (2007) påpeker at det kan være vanskelig for læreren å håndtere ulogiske og gale svar, på grunn av oppmerksomheten svaret og eleven får. Analysene våre viste at det var flere tilfeller hvor elevenes svar ikke var korrekte, og læreren responderte ved å anerkjenne bidragene deres på ulike måter og så spørre om flere forslag. Analysene tyder på at klasseromssituasjonen oppleves som trygg for elevene, og at de sosiomatematiske normene i klasserommet tillater elevene å bidra i samtalen, selv om de er usikre på svaret (Yackel & Cobb, 1996). Dette har sammenheng med elevenes trygghet for å dele uferdige tanker slik som Chapin et al. (2009) beskriver.

Diskusjon av analyse, 6. trinn

Gjennom analysen på 6. trinn så vi at det i stor grad var elevene som kom med forklaringer og påstander. Dette kan sees i sammenheng med samtaletypen som 6. trinn hadde. Læreren hadde valgt å bruke samtaletypen, *åpen strategideling* (Kazemi & Hintz, 2019) under delingsprosessen. Oppgaven «Stian løper 3,2 km tre ganger, hvor langt løper han?» viser ikke til en bestemt løsningsstrategi og elevene måtte selv bestemme hvilken fremgangsmetode som var hensiktsmessig. Smith og Stein (2018) mener at oppgaver som har flere løsninger betegnes som oppgaver med høye kognitive krav, og er nødvendig for få til produktive matematiske samtaler.

I analysen så vi at når læreren ba om en metode, kom elevene med en påstand med en tilhørende forklaring. Dette så vi i utdrag 1 (linjer 3-4). «Er det noen som vil starte med å forklare hvordan du har tenkt når du løste oppgaven? (gir iPad til Anne-Line) Så forklarer du mens du skriver. Vi andre følger med på tavlen eller skjermen». Anne-Line svarte med: «Så det jeg gjorde var å ta 3,2 ja så tok jeg det 3 ganger (stiller opp oppgaven over hverandre). Så ser jeg at tre 2-ere (desimaltall) det blir 6. og så er det tre 3-ere som blir 9. (skriver km på alle ledd i regnestykket sitt). Jeg er ikke så flink til å forklare. Men det vi ser at vi har tre 2-ere og det blir 6. også er det tre 3-ere og det blir 9». Dette er i tråd med det Drageset (2016) skriver, som hevder at lærerens spørsmål er med på å legge føringer for hvordan elevene svarer på oppgaven. Læreren ba eksplisitt elevene å forklare tenkemåten sin, slik som i utdrag 1 (linje 3). «(…) så forklarer du mens du skriver. Vi andre følger med på tavlen eller skjermen». Elever som er vant til å begrunne svarene sine, vil også gjøre dette uoppfordret uten at læreren ber om det. Dette så vi også i utdrag 1-2 (linjene 15-16). Conner et al. (2014) hevder at å be om en metode, fører til flere løsningsforslag, som kan fremme klasseromsdiskusjonen. Analysene våre samsvarer med dette ved at elevene forklarte når de ble bedt om en metode.

Analysen viser også at når læreren ba om utdypning, fokuserte læreren på isolerte matematiske deler av forklaringen til elevene. I dette tilfellet var det null som plassholder i elevens forklaring læreren ville «ta tak i». Når læreren bruker grepet «utdypning» så vi at Kasper kom med en forklaring for hvorfor han bruker null som plassholder. Dette så vi i utdrag 2 (linjene 16-18). Kasper kom med en påstand og en forklaring. «(…) jeg tenkte slik at hvis vi deler opp 3,2 til det blir et heltall. 3,0 eller bare 3, så ganger jeg det bare med 3. Og 3 ganger 3, det er 9. Så satte jeg et null bakom (bak komma). Og så har vi 0,2 ganger 3. og hva er 2 ganger 3, det er 6. så da får jeg ... null komma 6. så 9 eller 9 hele kilometer pluss 0,6 eller 600 meter blir da 9 kilometer og 600 meter som blir 9,6 kilometer.» Videre ba læreren Kasper om en utdypning «Hvorfor valgte du å sette null bak her?» (lærer peker på 9,0 i bildet nedenfor). Eleven svarte med en forklaring: «Jeg tar ned nullen fra der (viser til tidelsposisjonen i regnestykket). Blir det ikke det?».



Vi så at når eleven kom med en forklaring og læreren ba om en utdypning, måtte eleven begrunne og argumentere for sin fremgangsmetode. Denne delen av analysen kan ses i sammenheng med det Conner et al. (2014) og Wood (1998) sier: *focusing*, handler om at læreren lytter til elevenes respons og stiller de spørsmål om isolerte deler av den matematiske tenkningen i elevens svar. Wood (1998) skriver at dette kan hjelpe elevene å fokusere på tankeprosessen istedenfor svaret, slik at elevene må argumentere for sine matematiske ideer. I analysen så vi altså at når lærerne tok i bruk grepet, be om utdypning, måtte Kasper argumentere og resonnere for hvorfor han valgte å bruke null som plassholder.

I analysen så vi også at læreren gjør grep for å trygge elevene i delingssituasjonen som å evaluere og validerer elevenes resonnementer. For eksempel (linje 4) eleven sa «(…) Jeg er ikke så flink til å forklare. (…)» etter å ha forklart. Da validerte læreren (linje 5) med å si «Jo det er bra (…)». Når elevene er usikre på om forklaringen sin er riktig, støtter og anerkjenner læreren elevenes resonnement. Dette kan være med på å styrke tryggheten i de matematiske samtalene. Det er viktig å etablere en sosiomatematisk norm som åpner for at elevene kan dele og argumentere, og at det oppleves som trygt å dele uferdige tanker eller feil. Chapin et al. (2009) støtter dette. De hevder at når man skal etablere en produktiv matematisk samtale må det være regler for hvordan elevene skal forholde seg til andre som deler. De kaller dette for «Ground rules for respectful talk and equitable participation» (Chapin et al. ss. 11-12). Andre ting vi så i analysen var at læreren innledningsvis satt føringer for hvordan elevene skulle diskutere. Hen la til rette for at elevene satt to-og-to og poengterte at de skulle diskutere oppgaven med hverandre i utdrag 1 (linje 1). «Dere kan også diskutere med læringsvennen din. Det er derfor dere sitter to-og-to, slik at dere kan diskutere». Dette gjorde at elevene fikk forsøke å forklare sin forståelse til sidemannen og dermed raffinere forklaringen sin. Hodgen og Wiliam (2006) hevder at elevene har behov for å samtale om sine matematiske ideer både for å evaluere sin egen forståelse, og for å samtale seg gjennom læringsprosessen sin. Dette kan være med på å trygge elevene til å delta mer aktivt i de argumenterende matematiske samtalene i plenum.

6 Konklusjon

Formålet for studien er å få et innblikk i hvordan lærere støtter sine elever i argumentasjon i matematiske samtaler og hvilke grep man som lærer kan ta i bruk. I denne studien har vi besvart på følgende problemstilling: *Hvordan støtter læreren elevenes argumentasjon i de matematiske samtalene?*

Stylianides (2007) og Drageset (2016) peker på at den tidlige utdanningen bør legge vekt på mer argumentasjon i undervisningen fordi det vil forberede elevene på bevisføring som blir fremtredende senere i utdanningsforløpet. Våre analyser viser at hvordan læreren legger opp en matematisk samtale, kan ha noe å si for elevenes bidrag og argumentasjon i samtalen. Lærerne i vår analyse støtter argumentasjonen på mange ulike måter. Vi har funnet ut at når læreren ba om en metode eller utdypning forklarer elevene i større grad enn når man ber de om fakta eller evaluering. Begrepsforståelsen for begrepene som benyttes i oppgavene, har mye å si for hvordan elevene kan delta i argumentasjonen. Læreren kan bidra direkte, når elevenes forkunnskaper ikke er tilstrekkelig for at argumentasjonen skal kunne bevege seg videre. Samtidig må læreren prøve å unngå å ta over argumentasjonen (Conner et al., 2014). Samtaletypen og oppgavevalg har også mye å si for hvorvidt elevene forklarer og argumenterer for løsningene sine.

Vi har gjennom denne studien vært ute i to klasser (3. trinn og 6. trinn). Vi har basert empirien på videoopptak som vi så transkriberte. Rammeverket til Conner et al. (2014) har gitt oss anledning til å se på hvordan grepene læreren gjør i de matematiske samtalene har innvirkning på utvikling og retning i samtalen og den kollektive argumentasjonen. Det er viktig at lærere er bevisste på at spørsmålene man stiller og grepene man gjør også påvirker hvordan elevene argumenterer og resonnerer. Det er ikke nødvendig å analysere argumentasjon på et mikronivå slik som vi har gjort, men det vil kunne gjøre lærere bevisst på hvordan argumentasjon foregår i klasserommet. Analysen vår vil kunne brukes for å utvikle argumentasjonen i det enkelte klasserom i forhold til de grepene læreren gjør. Rammeverket til Conner et al. (2014) har gitt oss føringer for hva og hvordan vi skulle identifisere argumentasjon. Kategoriene til Conner et al. (2014) har mange underkategorier og er omfattende. Vi har derfor erfart at det er mange måter å klassifisere argumentasjonen på. Til tider har utsagnene til elevene og lærerne passet inn under flere av kategoriene.

Denne studien bruker rammeverket til Conner et al. (2014) som er beregnet på matematiske samtaler med fokus på argumentasjon. Selv om deres studie tar for seg argumentasjon i en matematisk sammenheng, vil disse grepene også være relevant for argumentasjon generelt. Argumentasjon står ikke bare sentralt i matematikkfaget, men som en viktig egenskap i samtlige fag i skolen. Rammeverket til Conner et al. (2014) tillater brukeren å identifisere hva læreren og elevene gjør. Den som bruker rammeverket må selv trekke konklusjoner om argumentasjonen er produktiv, basert på kontekst og hens matematiske kunnskap. Vår analyse er i likhet med Conner et al. (2014) ikke egnet til å avgjøre kvaliteten på argumentasjonene som foregår. Vi avgjør kun om argumentasjon er til stede i den matematiske samtalen og definerer hvilke grep læreren gjør for å støtte elevene i sin argumentasjon.

En mangel ved studien er omfanget av datamaterialet på 6. trinn. Det ville vært nyttig om vi hadde mer data, ettersom det datamaterialet som var av god kvalitet bare var av 15 minutter. Det kunne gitt oss større innsikt om hvordan læreren støttet argumentasjonen.

Ettersom argumentasjon står sentralt i læreplanen (LK20) for grunnskolen, mener vi at denne studien er høyst relevant for lærere. Etter at den nye læreplanen – Fagfornyelsen tredde i kraft, har argumentasjon og resonnering fått en sentral plass i kjerneelementene. Derfor hadde det vært spennende å gjennomføre et liknende forskningsprosjekt på et senere tidspunkt når den nye læreplanen i enda større grad er implementert i undervisningen. Pandemien har dessverre ført til hjemmeundervisning og mye alternative undervisningsopplegg, slik at LK20 ikke har fått den plassen og det fokuset man ønsket.

En vinkling kunne vært å undersøke en lærer som er spesielt opptatt av å jobbe med argumentasjon med sine elever. Lærerne vi valgte i vårt forskningsprosjekt var basert på et tilfeldig utvalg, så lenge de oppfylte kravene som nevnt i metodedelen. Derfor kunne det vært spennende å undersøke undervisningen til lærere som er «særlig opptatt» av argumentasjon og undersøkende matematikk i sin undervisning, eller har jobbet mye med det. Conner et al. (2014) mener at det er behov for mer forskning innenfor argumentasjon i matematikk. Spesielt med fokus på hva som gjør den matematiske argumentasjonen produktiv. Rammeverket tar for seg når argumentasjon oppstår, og hvilke grep læreren gjør, men den sier lite om hvor produktiv argumentasjonen er.

7 Litteraturliste

Referanseliste

Aamli, K. (2018). Å være nysgjerrig og tenke selv. *Utdanningsdirektoratet*.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique* (Vol. 29). https://doi.org/10.1007/0-306-48016-6

Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Chapter VII: Making Believe: The Collective Construction of Public Mathematical Knowledge in the Elementary Classroom. *Teachers College Record*, *102*(7), 193-224. https://doi.org/10.1177/016146810010200707

Björklund, C. (2008). Toddlers' opportunities to learn math. *International Journal of Early Childhood*, *40*, 81-95. https://doi.org/10.1007/BF03168365

Björklund, C., & Goveia, I. C. (2014). *Den første matematikken : matematikk 3-5 år*. Cappelen Damm akademisk.

Björklund, C., Magnusson, M., & Palmér, H. (2018). Teachers' involvement in children's mathematizing – beyond dichotomization between play and teaching. *European Early Childhood Education Research Journal*, *26*(4), 469-480. https://doi.org/10.1080/1350293X.2018.1487162

Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øyet : observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg. ed.). Gyldendal akademisk.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating Mathematical Futures through an Equitable Teaching Approach: The Case of Railside School. *Teachers' College Record*, *110*. https://doi.org/10.1177/016146810811000302

Boaler, J., Wiliam, D., & Brown, M. (2000). Students' Experiences of Ability Grouping - disaffection, polarisation and the construction of failure. *British Educational Research Journal*, *26*, 631-648. https://doi.org/10.1080/713651583

Braun, V., Clarke, V., & Braun, V. (2022). *Thematic analysis : a practical guide*. SAGE.

Brekke, M., & Tiller, T. (2013). *Læreren som forsker : innføring i forskningsarbeid i skolen*. Universitetsforl.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Bass, H., & Ball, D. L. (2003). *Thinking mathematically : integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.

Cervantes, J., Hernández-Moreno, A., & Rumsey, C. (2020). Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school. *School Science and Mathematics*, *120*, 4-14. https://doi.org/10.1111/ssm.12379

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions : using math talk to help students learn, grades K-6* (2nd ed. ed.). Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forl.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8 ed., Vol. 1). London: Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315456539

Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, *86*. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Dalland, C., & Andersson-Bakken, E. (2021). *Metoder i klasseromsforskning : forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Universitetsforlaget.

Douek, N. (1999). Argumentation and Conceptualization in Context: A Case Study on Sunshadows in Primary School. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1/3), 89-110.

Dovigo, F. (2016). Argumentation in preschool: a common ground for collaborative learning in early childhood. *European Early Childhood Education Research Journal*, *24*(6), 818-840. https://doi.org/10.1080/1350293X.2016.1239327
Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *85*, 281-304.
Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. In R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Eds.), *Matematikksamtaler*.
Fladmoe, H., & Mikkelsen, R. (2009). *Lektor - adjunkt - lærer : artikler for studiet i praktisk-pedagogisk utdanning* (2. utg. ed.). Universitetsforl.
Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter : å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis* (1. utgave. ed.). Cappelen Damm akademisk.
Hanna, G. (2014). Mathematical Proof, Argumentation, and Reasoning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (1st ed. 2014. ed., pp. 404-408). Springer Netherlands : Imprint: Springer.
Hanna, G., & Villiers, M. d. (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study* (1. Aufl. ed., Vol. 15). Dordrecht: Springer Netherlands.
Hattie, J., & Chrisa, I. C. (2013). *Synlig læring for lærere : maksimal effekt på læring* (1 ed.). Cappelen Damm akademisk.
Hodgen, J., & Wiliam, D. (2006). *Mathematics inside the black box : Assessment for learning in the mathematics classroom* (1 ed.). GL Assessment.
Hovik, E. K., & Kleve, B. (2021). *Undervisningskunnskap i matematikk* (2. utgave. ed.). Cappelen Damm.
Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education JRME*, *41*(2), 169-202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169
Jacobs, V. R. M., Heather A.; Ambrose, Rebecca C.; Philipp, Randolph A. (2014). Warning Signs! *Teaching Children Mathematics*, *v21 n2*, 107-113.
Jewitt, C., & Kress, G. R. (2003). *Multimodal Literacy*. P. Lang.
Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). *Matematikksamtaler : undervisning og læring - analytiske perspektiv*. Caspar forl.
Kazemi, E., Kazemi, E., Hintz, A., Birkeland, K. B., Jørgenssen, T., & Opheim, L. G. (2019). *Målrettet samtale : hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (1. utgave. ed.). Cappelen Damm akademisk.
Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* (pp. 229-269). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom:: Two episodes and related theoretical abductions. *Journal of Mathematical Behavior*, *26*, 60-82. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001
Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M., & Rygge, J. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg. ed.). Gyldendal akademisk.
Lee, J., & Ginsburg, H. (2009). Early Childhood Teachers' Misconceptions about Mathematics Education for Young Children in the United States. *Australasian journal of early childhood*, *34*, 37-45. https://doi.org/10.1177/183693910903400406
Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM*, *37*(6), 457-467. https://doi.org/10.1007/BF02655854
Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades k-12 : 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255-276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2
Lyngsnes, K. M., & Rismark, M. (2017). *Didaktisk praksis 1-7. trinn*. Gyldendal akademisk.
Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: a guide to design and implementation* (4th ed ed.). Somerset: Wiley.
Muller Mirza, N., & Perret-Clermont, A.-N. (2009). *Muller Mirza, N. & Perret-Clermont, A.-N. (Eds). (2009). Argumentation and education: theoretical foundations and practices. Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer*.
Nergård, B. (2022). Barnehagebarns matematiske språk og kommunikasjon.
Nordin, A.-K., & Björklund Boistrup, L. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *The Journal of Mathematical Behavior*, *51*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005
Perry, B., & Dockett, S. . (2007). Play and Mathematics. *Position Paper on Early Childhood Mathematics*, 1-4.
Postholm, M. B., Jacobsen, D. I., & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
Purpura, D., Napoli, A., Day, E., & Gold, Z. (2016). Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, *10*, 00-00. https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1204639
Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, *31*(3), 235-252. https://doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995
Richards, J., & Robertson, A. (2015). A Review of the Research on Responsive Teaching in Science and Mathematics. In (pp. 36-55).
Rowland, T., Thwaites, A., & Jared, L. (2015). Triggers of contingency in mathematics teaching. *Research in Mathematics Education*, *17*(2), 74-91. https://doi.org/10.1080/14794802.2015.1018931
Rowland, T., & Zazkis, R. (2013). Contingency in the Mathematics Classroom: Opportunities Taken and Opportunities Missed. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education*, *13*, 137-153. https://doi.org/10.1080/14926156.2013.784825
Schwarz, B. (2009). Argumentation and Learning. In (pp. 91-126). https://doi.org/10.1007/978-0-387-98125-3_4
Schwarz, B., & Asterhan, C. (2010). Argumentation and reasoning. In (pp. 137-176).
Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching 77*, 20–26.
Skorpen, L. B. (2012). *Utforskande tenking og samtale: filosofiske samtalar om matematiske spørsmål*.
Skott, J., Skott, C. K., Jess, K., & Hansen, H. C. (2018). *Matematik for lærerstuderende : Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. udg. ed.). Samfundslitteratur.
Smith, M. S., & Stein, M. K. (2018). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.
SNL. (2018). *Argumentasjon*. Store norske leksikon. https://snl.no/argumentasjon
Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E., Smestad, B., Ødegaard, E., Vetlesen, E., & Paiam, V. (2017). *Tall og tanke : matematikkundervisning på 5. til 7. trinn : 2* (Vol. 2 :). Gyldendal akademisk.
Staples, M. (2007). Supporting Whole-class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. *Cognition and Instruction*, *25*(2-3), 161-217. https://doi.org/10.1080/07370000701301125

Stengrundet, S. V., Ingunn. (2019). Begrepslæring og begrepsforståelse i matematikk. *Matematikksenteret, Realfagsløyper*.
Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289-321. https://doi.org/10.2307/30034869
Stylianides, G., Stylianides, A., & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. In (pp. 237-266).
Sumpter, L., & Hedefalk, M. (2015). Preschool children's collective mathematical reasoning during free outdoor play. *The Journal of Mathematical Behavior*, *39*, 1-10. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.03.006
Svendsen, S. (2020). Bevisets stilling i matematikkundervisningen. *Utdanningsdirektoratet*.
Säljö, R., & Moen, S. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen akademisk.
Toulmin, S. (2003). *The uses of argument* (Second edition. ed.). Cambridge University Press.
Toulmin, S. R. R. D. J. A. (1979). *An introduction to reasoning*. Macmillan.
Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob
Van Oers, B. (1996). Are you sure? The promotion of mathematical thinking in the play activities of young children.
Vygotskij, L. S., Roster, M. T., Bielenberg, T.-J., Skodvin, A., & Kozulin, A. (2001). *Tenkning og tale*. Gyldendal akademisk.
Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpinska (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. National Conuncil of Teachers og Mathematics.
Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforl.
Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*, 423-440. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00143-8
Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In W. G. J. Kilpatrick & D. S. Martin (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 333-352). National Council of Teachers of Mathematics.
Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 458. https://doi.org/10.2307/749877

8 Vedlegg

Vedlegg 1 – Samtykkeskjema

UiT Norges arktiske universitet

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Argumentasjon og dybdelæring i matematiske samtaler»

Bakgrunn og formål

Vi heter Tord-Mikael Berglund og Ingeborg L. Fossen og skal nå til våren 2022 avslutte vårt 5-årige studie Integrert master i lærerutdanning 1.-7. ved UiT Norges Arktiske Universitet, med en mastergradsoppgave innenfor matematikkdidaktikk. Denne avhandlingen omhandler argumentasjon og mulighet for dybdelæring i matematikk. Vi ønsker med dette å finne ut hva lærerne tenker rundt temaet og hvordan det praktiseres, for deretter å knytte det opp mot relevant teori, derfor ønsker vi å benytte oss av videoopptak. Eneste kravet vi har er at informantene undervises i matematikk på barneskolen 2.-7. trinn.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien vil innebære videoopptak i noen matematikk-økter hvor vi observerer det som omhandler matematisk argumentasjon og prosessen rundt. Data registreres gjennom videoopptak. Som deltaker i denne studien vil opptak med data om deltakeren bli slettet dersom informanten velger å trekke seg.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og kun til formålet av dette prosjektet. All informasjon som blir innhentet i videoopptaket vil kun bli behandlet av undertegnede (Tord-Mikael Berglund og Ingeborg L. Fossen) og veilederen vår (Kjersti Wæge). Videoopptaket vil til enhver tid være overvåket, adskilt fra andre data, og vil være skylagret med to-faktor autentisering under arbeidet med opptakene. Prosjektet avsluttes og leveres 16. mai 2022, og da vil alle opptak bli slettet og makulert.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- Innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- Å få rettet personopplysninger om deg,
- Få slettet personopplysninger om deg,
- Få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- Å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Frivillig deltakelse

Postboks 6050 Langnes, NO-9037 Tromsø / + 47 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert eller slettet. Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Tord-Mikael Berglund eller Ingeborg L. Fossen på tlf: 98034318. I dette studentprosjektet er Kjersti Wæge vår veileder med tlf: 91897622. Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Tord-Mikael Berglund på epost (Tbe114@uit.no)

Ingeborg L. Fossen på epost (Ifo017@uit.no)

Matematikksenteret ved Kjersti Wæge, på epost (Kjersti.wage@matematikksenteret.no) eller telefon: 91 89 76 22.

Vårt personvernombud Joakim Bakkevold, på epost (personvernombud@uit.no) eller på telefon: 97 69 15 78

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen Ingeborg Fossen (student), Tord-Mikael Berglund (student) og Kjersti Wæge (veileder).

Samtykke til deltakelse i studien

Elevnavn:…………………….

Jeg har mottatt og forstått informasjon om studien «Argumentasjon og dybdelæring i matematiske samtaler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i videoopptak.

Jeg samtykker til at disse opplysningene behandles frem til prosjektet er avsluttet ca. 16.05.22.

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2 – Godkjennelse fra NSD (Norsk Senter For Forskningsdata)

NSD NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Vurdering

Referansenummer

337218

Prosjekttittel

Argumentasjon i matematiske samtaler

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Kjersti Wæge, kjersti.wage@matematikksenteret.no, tlf: 91897622

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Tord-Mikael Berglund, tbe114@uit.no, tlf: 98034318

Prosjektperiode

15.10.2021 - 16.05.2022

Vurdering (2)

19.11.2021 - Vurdert

Vi viser til endring registrert 18.11.2021. Vi kan ikke se at det er gjort noen oppdateringer i meldeskjemaet eller vedlegg som har innvirkning på NSD sin vurdering av hvordan personopplysninger behandles i prosjektet. Behandlingen kan fortsette.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen
Lykke til videre med prosjektet!

28.10.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 28.10.2021 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 16.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 1
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 2
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Microsoft er databehandler i prosjektet. NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å

lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen
Lykke til med prosjektet!