

**MODELOS DE AVALIAÇÃO DE RISCO DE CRÉDITO –  
ANÁLISE E APLICAÇÃO**

Mário António Limede

Projecto de Mestrado  
em Finanças

Orientador:  
Doutor José Carlos Dias, Professor Auxiliar, ISCTE Business School

Outubro-2013

MODELOS DE AVALIAÇÃO DE RISCO DE CRÉDITO –  
ANÁLISE E APLICAÇÃO

Mário António Limede

Projecto de Mestrado  
em Finanças

Orientador:  
Doutor José Carlos Dias, Professor Auxiliar, ISCTE Business School

Outubro-2013

# Modelos de Avaliação de Risco de Crédito – Análise e Aplicação

---

**Mário António Limede**

**Mestrado em Finanças**

**Orientador: Doutor José Carlos Dias**

## **Abstract**

The purpose of the thesis is to study one the tools used by rating agencies, the credit risk models. We will use as a starting point the Merton model, the basis of all structural models. Through this model we will study, with some degree of depth, other two models, the Moody's KMV and Creditgrades.

Initially, our objectives are to understand how these models are determined and which variables are used to calculate them.

Later, these same models are applied to eight PSI 20 companies, to calculate their probabilities of default and give them a rating classification.

**Keywords:** rating, rating agency, credit risk, default

## Resumo

Esta dissertação visa o estudo de uma das ferramentas utilizadas pelas agências de notação financeira, os modelos de avaliação de risco de crédito. Utilizaremos como ponto de partida o modelo de Merton, a base de todos os modelos estruturais, através do qual nos basearemos para estudar com algum grau de profundidade outros dois modelos, o modelo Moody's KMV e o modelo Creditgrades.

Numa primeira fase, os nossos objectivos passam por perceber que de que forma estes modelos são determinados e que variáveis estão subjacentes no cálculo dos mesmos.

Posteriormente serão aplicados estes mesmos modelos a oito empresas do índice PSI20, com vista não só ao cálculo das suas probabilidades de default mas também à sua classificação quanto ao rating.

**Palavras chave:** *rating*, agência de notação financeira, risco de crédito, *default*

# Agradecimentos

---

Criaram-me como um filho, deram-me amor, educação e valores; o meu maior “OBRIGADO” é sem sobra de dúvidas direccionado aos meus Tios João e Neli, pois foi graças a eles que consegui chegar a este patamar.

Ao Professor Doutor José Carlos Dias, meu orientador, um muito obrigado pelo seu valioso apoio e inesgotável paciência ao longo deste projecto.

Queria também agradecer a todos os restantes familiares e amigos que me apoiaram nesta dura etapa, em especial ao Tiago, ao Ricardo e ao António, a todos eles um grande obrigado!

# Índice

---

<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Agências de <i>rating</i> .....</b>	<b>3</b>
1.1.1. Conceito, funcionamento e importância .....	3
1.1.2. Notações.....	4
1.1.3. Críticas/Conflitos de Interesse .....	6
<b>2. Modelos Estruturais.....</b>	<b>8</b>
<b>2.1. Modelo de Merton .....</b>	<b>8</b>
2.1.1. Estrutura financeira e pressupostos assumidos.....	9
2.1.2. <i>Credit spread</i> e probabilidade de <i>default</i> .....	18
<b>2.2. Moody's KMV .....</b>	<b>21</b>
2.2.1. <i>EDF model (Expected Default Frequency)</i> – probabilidade de <i>default</i> .....	24
2.2.2. Implementação do modelo .....	27
2.2.3. Empresas não cotadas.....	37
2.2.4. <i>Loss Given Default</i> .....	39
<b>2.3. Modelo Creditgrades .....</b>	<b>42</b>
2.3.1. Modelo e pressupostos assumidos .....	44
2.3.2. <i>Survival Probability</i> .....	48
2.3.3. <i>Credit spreads</i> .....	52
2.3.4. Implementação do modelo .....	53
<b>3. Aplicação prática dos modelos .....</b>	<b>55</b>
<b>3.1. Procedimento .....</b>	<b>56</b>
<b>3.2. Aplicação da abordagem Moody's KMV e Creditgrades .....</b>	<b>57</b>
3.2.1. Modelo Moody's KMV.....	57
3.2.2. Modelo Creditgrades.....	62
<b>3.3. Comparação de resultados .....</b>	<b>66</b>
<b>4. Conclusão.....</b>	<b>69</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>71</b>
<b>Anexo A .....</b>	<b>74</b>

# Lista de Figuras

---

Figura 1 - Escalas de <i>rating</i> utilizada pelas 3 principais agências de <i>rating</i> . Fonte: páginas Web destas organizações.....	5
Figura 2 - Estrutura básica do balanço financeiro VS Estrutura financeira simplificada segundo o modelo de Merton. Fonte: Rodrigues (2012) .....	10
Figura 3 - Balanço a valores contabilísticos VS Balanço a valores de Mercado. Fonte: Sun <i>et al</i> (2012) .....	23
Figura 4 - Factores que determinam a probabilidade de <i>default</i> .....	24
Figura 5 - <i>Expected Default Frequency</i> . Fonte: Dias (2012) .....	26
Figura 6 - Factores explicativos da <i>Loss Given Default</i> e respectivas importâncias no cálculo da mesma. Fonte: Stein e Gupton (2002) .....	41
Figura 7 - Mecânica no modelo Creditgrades. Fonte: Stamicar et Finger (2006) .....	46
Figura 8 - Aplicação prática do modelo Moody's KMV à empresa Altri .....	58
Figura 9 - Gráfico comparativo dos resultados obtidos através do modelo Moody's KMV e do modelo Creditgrades.....	66

# Lista de Tabelas

---

Tabela 1 - Maiores Falências empresariais da história. Fonte: Bloomberg .....	6
Tabela 2- <i>Payoff</i> dos accionistas e obrigacionistas .....	13
Tabela 3 - Diferenças entre o modelo de Merton e o modelo da Moody's KMV. Fonte: Sun <i>et al</i> (2012) .....	34
Tabela 4 – Rácios Financeiros que constituem a <i>Financial Statement Only</i> . Fonte: Stein <i>et al</i> (2004) .....	38
Tabela 5 - Valor dos activos, volatilidade e erro das empresas analisadas .....	59
Tabela 6 - Grandezas calculadas no modelo Moody's KMV .....	60
Tabela 7 - <i>Distance to default</i> e probabilidades de <i>default</i> .....	61
Tabela 8 - Grandezas calculadas no modelo Creditgrades .....	63
Tabela 9 - Valor dos activos numa óptica por acção.....	64
Tabela 10 - Parâmetros $d$ e $\alpha$ .....	64
Tabela 11 - Resultados obtidos para a <i>Survival Probability</i> e probabilidade de incumprimento segundo o modelo Creditgrades .....	65
Tabela 12- Avaliações reais VS Avaliações segundo o modelo Moody's KMV .....	67
Tabela 13 - <i>Inputs</i> necessários ao modelo Moody's KMV .....	74
Tabela 14 - Escala da agência Moody's.....	74
Tabela 15 - <i>Inputs</i> do modelo Creditgrades .....	75



# 1. Introdução

---

No decorrer da sua actividade, qualquer agente económico auferir receitas - recursos provenientes da sua actividade quer seja através de vendas ou de prestação de serviços - e paga as suas despesas, que são os gastos necessários para obter essas mesmas receitas.

Os agentes que têm receitas superiores às suas despesas são denominados “agentes excedentários” na medida em que têm capacidade para gerar poupança, enquanto que os agentes que têm escassez de fundos são denominados “agentes deficitários”.

Quando a poupança é positiva, o agente excedentário tem capacidade de financiamento, isto é, tem a capacidade de financiar o seu excedente a outros agentes económicos que dele precisem. Por outro lado, se a poupança é negativa, estamos perante um agente económico deficitário, que tem necessidade de financiamento. Este necessita de recorrer a fundos dos agentes económicos excedentários que estejam dispostos a cedê-los, para fazer face às despesas provenientes da sua actividade.

O Mercado financeiro é o conjunto de instituições que asseguram a captação das poupanças dos agentes económicos cedente de fundos e a canalização das mesmas para o financiamento dos agentes tomador de fundos. Também dele fazem parte os instrumentos utilizados por estas instituições (produtos financeiros, operações bancárias e interbancárias) para assegurar a correcta movimentação do dinheiro.

Assim, o Mercado Financeiro desempenha um papel fundamental para a economia ao permitir a utilização de recursos financeiros dos agentes excedentários por parte dos agentes deficitários em troca de uma determinada remuneração.

A existência do Mercado Financeiro permite ainda separar as decisões de poupança e investimento, potenciando a acumulação de riqueza na economia na medida em que possibilita, acima de tudo, transferir fundos financeiros disponíveis dos agentes sem oportunidades de investimento (ou adversos ao risco) para aqueles que têm estas oportunidades, mas que não têm capital, potenciando o aumento do seu valor acrescentado e contribuindo para a produção e eficiência da economia como um todo.

No entanto, quando falamos na captação e canalização de fundos através da emissão de títulos representativos de dívida, daqui surge a problemática da análise de risco de crédito. Esta tem como objectivo, avaliar se a capacidade financeira da entidade tomadora de

fundos, é suficiente para honrar as suas obrigações. Antes de realizar qualquer tipo de operação financeira com uma entidade tomadora de fundos, os agentes cedentes de fundos necessitam de ter uma percepção do “Estatuto financeiro” da contraparte, de forma a avaliar o risco de incumprimento daí resultante.

Essa percepção é adquirida através das notações de *rating* – resultado do trabalho realizado pelas agências de *rating* – que assumem uma grande importância neste cenário, visto que resumem a qualidade creditícia de uma instituição, tornando-se assim fulcral para a tomada de decisão de investimentos.

Este trabalho subdivide-se em quatro capítulos. No primeiro é feita uma pequena introdução às agências de notação financeira, revelando o porquê da sua importância no Mercado financeiro bem como o métodos através dos quais operam. Numa segunda parte, é realizada uma análise a dois modelos estruturais, sendo eles o modelo Moody’s KMV (onde nos apoiamos essencialmente nos trabalhos realizados por Crosbie e Bohn (2003) e Sun *et al* (2012) e o modelo Creditgrades (onde nos baseamos no trabalho desenvolvido por Finger,2002), passando primeiro pela base destes dois modelos, o modelo de Merton (1974). Aqui discriminamos as variáveis subjacentes no cálculo destes modelos e mostramos as suas premissas chave.

Numa terceira parte, é feita uma aplicação prática destes dois modelos a oito empresas do índice PSI20, sendo elas a Altri, Banco Espírito Santo, EDP, GALP, Jerónimo Martins, Portugal Telecom, Ren e Sonae, recorrendo para o efeito ao Microsoft Excel.

Com esta aplicação prática pretendemos não só demonstrar como os modelos Moody’s KMV e Creditgrades funcionam na prática, analisando conceitos tais como valor do activo, volatilidade do activo, *drift*, *distance to default* e *survival probability* mas também fazer uma análise aos resultados obtidos. No quarto e último capítulo são apresentadas as conclusões.

## 1.1. Agências de *rating*

---

### 1.1.1. Conceito, funcionamento e importância

As “agências de notação financeira”, mais conhecidas por “agências de *rating*”, são companhias especializadas em análise de risco de crédito que avaliam uma entidade emitente de títulos representativos de dívida (seja ela um país ou uma organização empresarial) segundo a sua capacidade em solver os seus compromissos financeiros atempadamente, atribuindo para o efeito notações de *rating* expressas sob a forma de letras e sinais aritméticos.

Para a Standard and Poor’s (2011): “Notações de *rating*, são opiniões acerca do risco de crédito. Os Ratings da Standard & Poor’s expressam a opinião da agência acerca da capacidade de um emissor, seja ele uma empresa ou um governo, cumprir as suas obrigações financeiras integral e atempadamente.”

Assim, se um qualquer organismo quiser captar recursos no mercado, oferecendo títulos que rendem juros a investidores, a agência emite uma opinião, a “nota de *rating*” desses títulos, para que os potenciais compradores avaliem os riscos daí inerentes (risco de *default*).

Quando uma entidade é avaliada, é analisada não só a sua situação financeira, mas também a sua dependência com o exterior, a política dominante no país, condições económicas do mercado mundial, entre outros.

As agências de *rating* acabam por funcionar como uma terceira parte independente, como uma espécie de auditor externo que confere às contas destas entidades uma maior fidedignidade.

Daqui surge a importância que as agências de *rating* têm “conquistado” ultimamente. Estas representam uma força muito grande no Mundo actual, visto vez que apresentam um grande poder na “Reputação financeira” de todo o tipo de organismos, distinguindo com o seu trabalho os bons dos maus pagadores.

É claro que há sempre a possibilidade de seguir ou não as indicações destas agências, mas a norma é levar-se em linha de conta as suas recomendações considerando as suas classificações como “guião”, para que os *stakeholders* possam estudar a fiabilidade das transacções financeiras levadas a cabo com as entidades avaliadas.

Nenhum país ou organização empresarial consegue financiar-se nos mercados financeiros internacionais sem que exista um conjunto de informações relacionadas com a sua situação económica e financeira, bem como situações específicas associadas. Por exemplo, nem todos os países africanos são classificados, por diversas razões que se prendem por aspectos económicos ou pura e simplesmente por instabilidade política. Nestas circunstâncias, o acesso ao mercado primário de emissão de dívida é-lhes vedado.

O certo, é que também não é fácil compreender as contas públicas de muitos países, quer pela ausência de organismos, quer pela insuficiência de dados das instituições existentes e ainda pelo não cumprimento das normas internacionais de “*report financeiro*”.

Mas que impactos têm afinal estas classificações emitidas pelas agências de notação financeira? Quando um estado ou um país é visado por um *downgrade* na sua dívida soberana, ou seja, sofre um agravar ao seu risco de crédito (no caso de um estado denominado de risco soberano, no caso de um país, risco país), isto leva a que estes se financiem nos mercados financeiros internacionais com condições mais adversas, sobretudo com taxas de juro mais elevadas. Isto acaba por se repercutir nas instituições financeiras desses países, nomeadamente nos bancos, que no seguimento da nova avaliação de crédito do país em que estão inseridos, também elas vêm as suas condições de financiamento no mercado monetário interbancário agravadas.

As consequências deste agravamento podem sentir-se tanto nas famílias como nas empresas, através do pagamento de juros mais elevados quando procurarem crédito bancário, podendo reflectir-se também numa restrição de crédito por parte das instituições financeiras. Menos crédito é sinónimo de menos investimento por parte das empresas. Menos investimento, menos emprego. Menos emprego, mais desemprego, e por aí adiante. É um ciclo vicioso, um “poço” sem fundo, desencadeado pelo *rating* emitido.

### **1.1.2. Notações**

Cada agência de classificação de risco possui uma taxonomia própria. No entanto, todas elas se organizem da mesma forma na medida em que quanto maior for a probabilidade de incumprimento do agente, pior será a sua nota ou a sua classificação. Geralmente utiliza-se a escala alfabética *A, B, C e D*.

Aqui mostramos a escala utilizada pelas 3 principais agências de *rating*, isto é Moody's, FitchRatings e Standard and Poor's:

	Moody's	Fitch Ratings	Standard and Poor's
Investment Grade	Aaa	AAA	AAA
	Aa	AA	AA
	A	A	A
Speculative grade	Baa	BBB	BBB
	Ba	BB	BB
	B	B	B
	Caa	CCC	CCC
	Ca	CC	CC
	C	C	C
		D	D

Figura 1 - Escalas de *rating* utilizada pelas 3 principais agências de *rating*. Fonte: páginas Web destas organizações

Segundo a Standard and Poor's (2011): *"The term "investment grade" historically referred to bonds and other debt securities that bank regulators and market participants viewed as suitable investments for financial institutions. Now the term is broadly used to describe issuers and issues with relatively high levels of creditworthiness and credit quality. In contrast, the term "non-investment grade," or "speculative grade," generally refers to debt securities where the issuer currently has the ability to repay but faces significant uncertainties, such as adverse business or financial circumstances that could affect credit risk."*

Assim, tal como supra referido, os agentes classificados com *"investment grade"* são considerados bons pagadores enquanto que os classificados com *"speculative grade"* são considerados pagadores razoáveis. De referir que chegando à categoria C, o agente está num patamar de *"pré-insolvência"* pelo que se torna um investimento sem interesse para os investidores (no caso da FitchRatings este nível é representado pela letra *"D"*).

De salientar ainda que quando uma agência de notação financeira emite uma *"notação de rating"* também é indicada qual a probabilidade deste ser revisto, na medida em que pode ser provável que este suba (*upgrade*), desça (*downgrade*) ou se mantenha.

### 1.1.3. Críticas/Conflitos de Interesse

Hoje em dia, muitas são as críticas apontadas às agências de *rating*, tendo a sua popularidade vindo a aumentar pelas piores razões, fazendo de forma sistemática capas de jornais e aberturas de telejornais. As falhas na avaliação do risco de crédito “teimam” em aparecer fazendo com que a independência e a credibilidade do seu trabalho sejam questionadas. Desde a falha na avaliação da Islândia que entrou em falência quando tinha uma avaliação de crédito elevada até às elevadas avaliações no sector imobiliário que conduziram à enorme crise financeira do *Subprime* e à falência de um dos maiores bancos de investimento do Mundo – a Lehman Brothers, tem havido um acentuar na ponderação acerca da sua regulação. A Tabela 1 ilustra alguns desses exemplos.

Tabela 1 - Maiores Falências empresariais da história. Fonte: Bloomberg

Valores em mil milhões de USD					
EMPRESA	Data da Falência	Montante da Falência	Sector	Rating de Crédito 6Meses	
				6Meses	3 Anos
<b>Lehman Brothers</b>	15-09-2008	691,00	Financeiro	A+	A+
<b>Washington Mutual</b>	26-09-2008	327,90	Financeiro	BBB	A-
<b>WorldCom</b>	21-07-2002	103,90	Telecomunicações	BBB+	A-
<b>General Motors</b>	01-06-2009	91,00	Automóvel	CC	B
<b>CIT Group</b>	01-11-2009	71,00	Financeiro	BB-	A-
<b>Enron</b>	02-12-2001	65,50	Energia	BBB+	BBB+
<b>Conseco</b>	17-12-2002	61,00	Financeiro	B-	B-
<b>Chrysler Group</b>	30-04-2009	39,00	Automóvel	BBB	BBB
<b>Thomburg Mortgage</b>	01-05-2009	36,50	Financeiro	B-	B
<b>Pacific Gas&amp;Electric</b>	06-04-2001	36,10	Energia	A+	A+

Outra grande crítica que surge na praça financeira reside no facto dos clientes das agências, ou seja, os responsáveis pela facturação das mesmas, serem exactamente os mesmos países, governos, bancos e empresas emittentes de títulos de dívida. Isto significa que a empresa ou ente público paga à agência de *rating* pelo seu próprio “*report* financeiro”.

A pedido do cliente, a classificação pode manter-se confidencial em situações em que o resultado atribuído ficou aquém do esperado. Para que a classificação se torne pública, a empresa contratante deve autorizar formalmente a publicação.

Assim, existe aqui um claro conflito de interesses. Pode até mesmo ser cedida informação enviesada por parte das entidades visadas, para obterem uma classificação mais elevada. A independência do trabalho destas entidades é, claramente, posta em causa.

Apesar de haver centenas de agências de *rating* pelo mundo fora, apenas três dominam o sector: a Standard & Poors, a Moody's e a Fitch. Este oligopólio cobre cerca de 95% do mercado pertencendo ao resto das pequenas agências espalhadas pelo resto do mundo a restante quota de mercado. Isto é visto de forma negativa por todo o mundo visto que, sendo as três agências norte americanas, são feitas, inevitavelmente, associações a avaliações enviesadas consoante os interesses da maior economia do mundo, com a agravante de que por exemplo a FitchRatings é controlada pelo grupo francês "Fimlac" e a Standard and Poor's é detida pelo grupo "McGraw-Hill".

Contudo, embora muito criticadas, a verdade é que é muito difícil as agências de *rating* serem responsabilizadas pelos seus erros e que até ao momento não existe qualquer forma de substituição para o seu imprescindível trabalho.

## 2. Modelos Estruturais

---

### 2.1. Modelo de Merton

Em 1974, Robert Merton desenvolveu um modelo que permite estimar o risco de incumprimento de uma empresa, recorrendo para isso à avaliação de opções financeiras, aliando o cálculo do valor destas à determinação do valor das componentes do seu balanço financeiro.

O modelo de Merton é nada mais nada menos que uma análise de créditos contingentes - técnica que consiste em determinar o preço de um instrumento financeiro cujo *payoff* depende do preço de um ou mais instrumentos financeiros - na medida em que estabelece a ligação entre as opções financeiras e as *corporate liabilities* e ajuda a explicar porque o capital próprio e a dívida são dependentes do valor da empresa (dos seus activos).

Este modelo assume vários pressupostos simplificadores (razão pela qual é a base de todos os modelos estruturais desenvolvidos para avaliar o risco de crédito de uma empresa) e baseia-se na fórmula desenvolvida por Black e Scholes (1973) para avaliar opções financeiras sobre acções não pagadoras de dividendos.

De acordo com Merton (1974): *“Option pricing models can be used to price the various elements of a firm’s capital structure, since corporate liabilities, in general, can be viewed as combinations of simple option contracts. Using the total value of the firm as the underlying asset, the individual securities within the firm’s capital structure (e.g., debt, convertible bonds, common stocks, etc.) can be regarded as options and priced as contingent claims on the value of the firm.”*



### 2.1.1. Estrutura financeira e pressupostos assumidos

O ponto de partida deste modelo é uma empresa com uma estrutura financeira de capital bastante simplificada, em que o seu capital próprio  $E_t$  é apenas constituído por acções ordinárias não pagadoras de dividendos e o seu passivo  $D_t$  é constituído por uma única classe de dívida – obrigações de cupão zero de valor nominal  $X$ , ou seja, obrigações não pagadoras de cupões até à maturidade da dívida  $T$ . Quanto ao Activo  $V_t$ , assume-se que o seu comportamento segue um Movimento Browniano Geométrico.

Naturalmente que estamos perante uma análise bastante irrealista visto que nenhuma empresa tem este tipo de estrutura financeira.

Na figura 2 são apresentadas a estrutura base do balanço financeiro que normalmente vigora nas demonstrações consolidadas das empresas (onde é respeitada a equação fundamental da Contabilidade  $Activo = Capital Próprio + Passivo$ ) e o balanço financeiro apresentado no modelo de *Merton*:

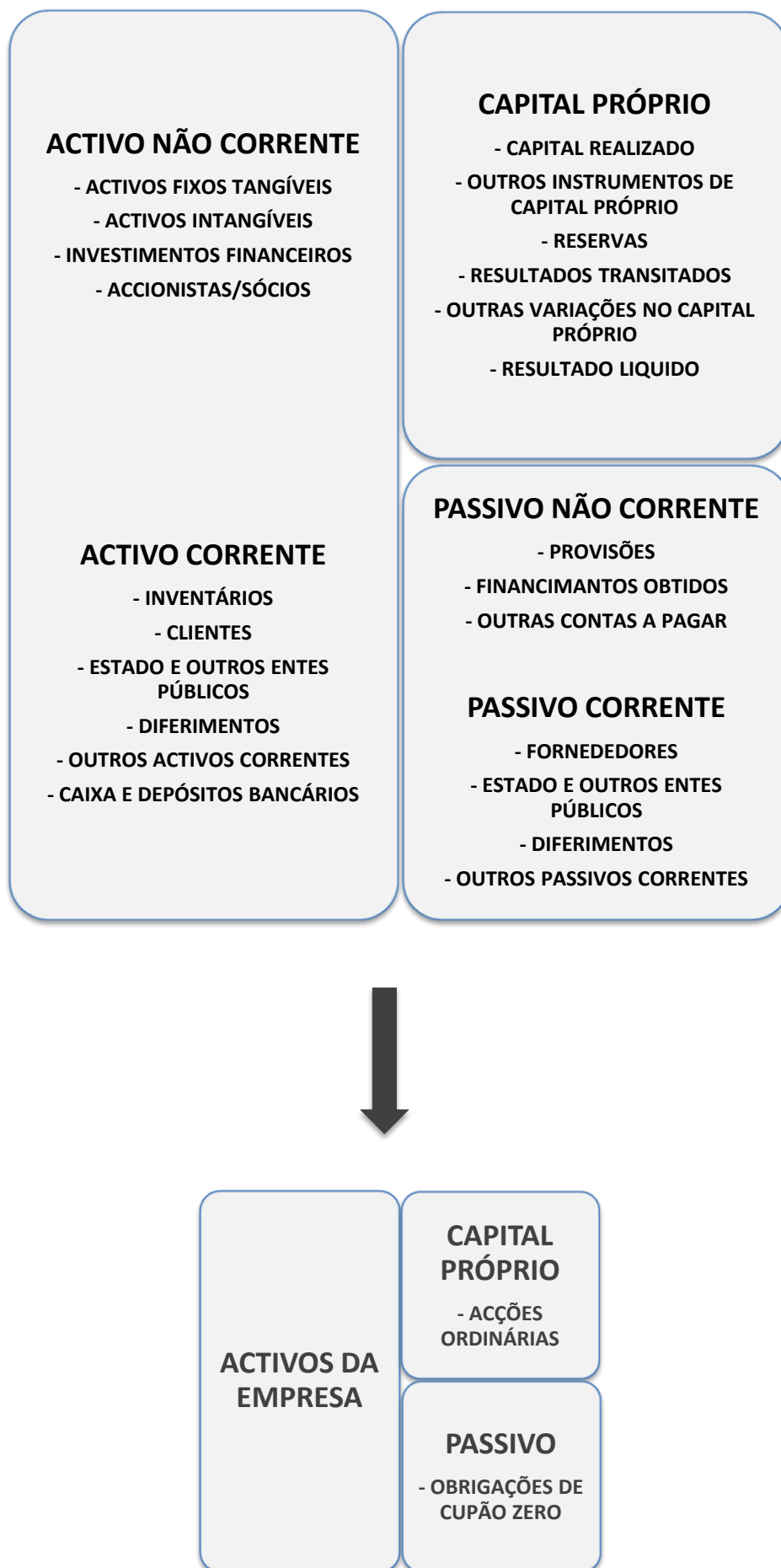


Figura 2 - Estrutura básica do balanço financeiro VS Estrutura financeira simplificada segundo o modelo de Merton. Fonte: Rodrigues (2012)

Sendo o passivo  $D_t$  apenas composto por obrigações de cupão zero e não havendo portanto lugar a *cash out flows* relativos ao pagamento de cupões, a liquidação da dívida  $X$  é feita por inteiro na sua maturidade  $T$ . Assim, quando esta é atingida, três cenários são possíveis:

- O valor dos activos da empresa  $V_t$  é superior ao valor nominal da dívida  $X$ , logo os accionistas vão accionar a sua opção pagando a dívida da empresa e ficando com o remanescente, ou seja, estamos perante uma empresa solvente que tem a capacidade para pagar as suas responsabilidades, logo não haverá incumprimento;
- O valor dos activos da empresa  $V_t$  é igual ao valor nominal da dívida  $X$ , caso em que os accionistas não accionam a sua opção uma vez que nesse caso não haverá para eles valor acrescentado em assumir a empresa;
- O valor dos activos da empresa  $V_t$  é inferior ao valor nominal da dívida  $X$ , caso em que a empresa é insolvente, ocorrerá *default*, logo os accionistas não vão exercer a opção sobre a empresa, não recebem nada e os activos da empresa são entregues aos credores.

Daqui surge a ligação entre o trabalho desenvolvido por Black e Scholes (1973) no campo das opções financeiras e o modelo preconizado por Merton (1974).

De acordo com Black e Scholes (1973) possuir uma *European call option* significa ter o direito mas não a obrigação de comprar um determinado activo subjacente  $S$ , a um preço pré-estabelecido  $X$ , na maturidade da opção  $T$ , mediante o pagamento de um prémio. O detentor dessa opção apenas exerce o seu direito na maturidade da opção  $T$  caso o valor do activo subjacente seja superior ao valor do preço acordado.

Fazendo a ligação entre opções financeiras e a análise dos componentes do balanço, Black e Scholes (1973) e Merton (1974) concluíram que o Capital Próprio pode ser visto como uma *European call option* sobre o valor dos activos da empresa  $V_t$ , em que os accionistas têm o direito mas não a obrigação de adquirir os activos da empresa  $V_t$  aos credores, mediante o pagamento do valor nominal da dívida  $X$  na maturidade da dívida  $T$ , ficando assim com o remanescente.

Analizando a posição dos accionistas e obrigacionistas e tomando em conta a paridade *put-call* podemos afirmar que a soma entre o *payoff* do valor dos activos de uma empresa com uma opção *put*  $P_t$  é igual à soma do *payoff* de uma obrigação de cupão zero  $X_t$  com uma

opção *call* sobre o valor dos Activos  $C_t = E_t$ , representando esta o capital próprio de uma empresa. Assim temos:

$$V_t + P_t = X_t + E_t \Leftrightarrow V_t = E_t + (X_t - P_t) \quad (1)$$

Recapitulando, o valor da empresa é igual à soma entre o seu capital próprio e o seu passivo,  $V_t = E_t + D_t$ , logo o valor da sua dívida vem:

$$D_t = X_t - P_t \quad (2)$$

O que nos leva a concluir que o valor global da empresa pode ser dividido em duas partes:

- Uma parte com mais risco constituída pelo capital próprio da empresa, sendo este representado por uma *american call option* sobre o valor da empresa com um preço de exercício igual ao valor nominal da dívida  $X$ , com maturidade igual à maturidade da dívida  $T$ ;
- Uma parte menos arriscada representativa da dívida com risco que é constituída pela dívida da empresa sem risco menos uma *american put option* (o equivalente a ter uma posição curta na opção) com um preço de exercício igual ao valor nominal da dívida  $X$  e maturidade  $T$ , que por sua vez é igual à maturidade da dívida com risco correspondente.

De realçar que, recorrendo à paridade *put-call*, podemos ainda analisar esta segunda componente de uma perspectiva diferente. A posição dos obrigacionistas é equivalente a ter em sua responsabilidade o valor total da empresa e uma posição *short* numa *american call option* sobre o valor da empresa:

$$D_t = V_t - \max (V_t - X; 0) \quad (3)$$

Observando a posição dos accionistas e obrigacionistas (credores) podemos então verificar:

Tabela 2- *Payoff* dos accionistas e obrigacionistas

	<b>PAYOFF</b>
<b>A) Accionistas</b>	$E_T = \max (V_T - X, 0) = (V_T - X)^+$
<b>B) Obrigacionistas</b>	$D_T = \min(V_T, X) = X - \max (X - V_T, 0)$ $= X - (X - V_T)^+$

No caso dos accionistas temos dois cenários possíveis:

$$A.1) V_T > X; E_T = V_T - X$$

Se o valor dos activos da empresa  $V_T$  na maturidade da dívida  $T$  for superior ao valor nominal da dívida  $X$ , os accionistas exercem o seu direito, ou seja, pagam o valor nominal da dívida da empresa aos obrigacionistas ( $D_T = X$ , isto é, a dívida é saldada) e o capital próprio terá valor positivo (os accionistas recebem o remanescente  $V_T - X$ ).

$$A.2) V_T \leq X; E_T = 0$$

No entanto, se o valor da empresa for inferior ou igual ao valor nominal da dívida, na maturidade da mesma, então o capital próprio não tem valor, e assim é preferível entregar a empresa aos obrigacionistas ao invés de pagar a dívida. Neste caso, a empresa entra em *default* e os obrigacionistas recebem um valor tipicamente inferior ao inicialmente acordado ( $D_T = V_T < X$ ).

Em suma os accionistas têm responsabilidade limitada uma vez que estão protegidos contra o risco de o valor da empresa descer abaixo do limiar do valor nominal da dívida  $X$  e têm o direito à valorização da empresa quando esta vale mais do que a dívida prometida  $X$ . Ou seja, se a empresa for à falência os accionistas estão salvaguardados pelo facto do valor das acções nunca poder descer abaixo do valor zero.

B. Na perspectiva dos obrigacionistas:

$$B.1) V_T > X; D_T = X$$

Se na maturidade da dívida  $T$ , o valor da empresa  $V_T$  for superior à dívida acordada  $X$ , os obrigacionistas recebem o valor nominal da dívida  $X$ .

$$B.2) V_T \leq X; D_T = V_T$$

Caso contrário recebem os activos da empresa  $V_T$ , visto que os accionistas não têm como lhes pagar o montante que excede o valor dos activos  $X - V_T$ . Neste cenário os obrigacionistas ficam com prejuízo pois não recebem a totalidade do valor que fora emprestado.

De seguida, passamos a citar os demais pressupostos simplificadores assumidos no modelo de Merton (1974), modelo este que é insuficiente do ponto de vista da aplicação prática, mas que é bastante útil no ponto de vista em que é uma excelente base para o desenvolvimento de outros modelos:

- O valor dos activos não é afectado pela sua estrutura de capital;
- Não existem custos com a falência como custos de reorganização, entre outros;
- A empresa não pode emitir novos títulos representativos de dívida enquanto a sua dívida actual não for paga;
- O mercado é perfeito e todos os investidores têm acesso gratuito e livre a todo o tipo de informação, não existindo custos de transacção nem impostos;
- Os activos são divisíveis;
- Os investidores são *price-takers*, ou seja, não são *market makers* (a negociação de activos não tem efeito sobre os preços dos mesmos);
- Existe acesso ilimitado a empréstimos, todos eles à mesma taxa de juro;
- Predomina a liquidez perfeita no mercado, ou seja, a empresa consegue vender os seus activos a qualquer momento, se necessário;

- As vendas a descoberto não sofrem qualquer tipo de limitação ou restrição;
- A negociação de activos ocorre de forma contínua no tempo;
- O valor da empresa não depende da forma como ela é financiada, é indiferente à sua estrutura de capital assumindo a ausência de impostos e outras imperfeições de mercado, Modigliani e Miller (1958);
- Não são cobrados custos de agência, na medida em que os gestores trabalham de forma a satisfazer única e exclusivamente os accionistas;
- A estrutura das taxas de juro é *flat*, ou seja, não estocástica;
- O valor de mercado da empresa  $V_t$  segue uma “*Itô Dynamics*”. Assim o valor da empresa segue um Movimento Geométrico Browniano (processo estocástico):

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t^{\mathcal{P}}, \quad (4)$$

onde  $\mu$  e  $\sigma$  são duas constantes que representam, respectivamente, a taxa de retorno instantânea esperada dos activos da empresa por unidade de tempo e a volatilidade dos activos. Por sua vez  $dW_t^{\mathcal{P}}$  é uma Standard Brownian Motion sobre  $\mathcal{P}$ .

Assim, considerando uma estrutura simples de capital, admitindo que o valor dos activos da empresa segue um Movimento Geométrico Browniano, e respeitando os pressupostos assumidos, Black e Scholes (1973) e Merton (1974) concluíram que podemos deduzir o valor do capital próprio (*European call option*) da seguinte forma:

$$E_t = V_t N(+d1) - X e^{-r(T-t)} N(+d2), \quad (5)$$

em que:

$$d_1 = \frac{\ln(V_t/X) + (r + 0.5 \sigma^2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} \quad (6)$$

e

$$d_2 = \frac{\ln(V_t/X) + (r - 0.5\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad (7)$$

onde:

$E_t$  : representa o valor do capital próprio;

$V_t$  : valor dos activos da empresa;

$N(\cdot)$  : função de distribuição Normal acumulada de uma variável normal;

$N(+d1)$  : representa o delta da *call*;

$N(+d2)$  : probabilidade de a opção estar *in the money*, ou seja, transpondo para o nosso campo de estudo, a probabilidade de a empresa ser solvente;

$+d1$  e  $+d2$  : são parâmetros auxiliares;

$r$  : taxa de juro sem risco;

$T - t$  : tempo restante até à maturidade;

$\sigma$  : volatilidade dos activos.

De forma idêntica, assumindo uma estrutura simples de capital (análoga à supra referida) em que o valor dos activos de uma empresa segue um Movimento Browniano Geométrico, e considerando que o valor da dívida é igual à diferença entre o valor dos activos da empresa menos o valor do seu capital próprio,

$$D_t = V_t - E_t, \quad (8)$$

é também possível estimar o valor da dívida de uma empresa através da expressão:

$$D_t = V_t N(-d1) + X e^{-r(T-t)} N(+d2), \quad (9)$$

que através de uma perspectiva de risco neutral se pode decompor em:

$$D_t = X e^{-r(T-t)} - [X e^{-r(T-t)} N(-d2) - V_t N(-d1)] \quad (10)$$

onde,



$X e^{-r(T-t)}$  - representa a parte da dívida sem risco, ou seja, assumindo que não há Incumprimento;  
 $- X e^{-r(T-t)}N(-d2) - V_tN(-d1) -$  representa o prémio por haver Risco, ou seja, uma *European put option*.

Ou seja, podemos analisar a dívida da empresa como sendo igual à diferença entre o preço de uma obrigação sem risco com valor nominal igual ao valor nominal da dívida da empresa, e o preço de *European put option*,  $P_t$ :

$$D_t = X e^{-r(T-t)} - P_t = X_t - P_t \quad (11)$$

Dado que o valor dos activos da empresa é igual à soma do capital próprio da empresa com o valor dos passivos, temos:

$$V_t = E_t + X e^{-r(T-t)} - P_t \quad (12)$$

Isto é possível devido à paridade *put-call*. Assim, isto é equivalente a dizer que:

$$\begin{aligned} \text{Activo} &= C. \text{Próprio} + V. \text{Nominal do Passivo actualizado} - \text{Prémio} \\ \Leftrightarrow \text{Activo} &= \text{Capital Próprio} + \text{Passivo} \end{aligned} \quad (13)$$

Assim, conseguimos através deste modelo, através de uma análise de créditos contingentes, encontrar uma forma de avaliar as responsabilidades da empresa recorrendo ao estudo das opções financeiras.

No entanto, o objectivo final deste modelo passa por determinar o risco de incumprimento de uma entidade. No próximo subtópico explicamos de que maneira o cálculo das responsabilidades contribui para o cálculo do risco de *default* de uma entidade, bem como do *credit spread*.

### 2.1.2. *Credit spread* e probabilidade de *default*

No processo de transmissão de fundos dos agentes excedentários para os agentes deficitários através da compra de títulos representativos de dívida é importante para as primeiras terem conhecimento do nível de risco a que se estão a expor ao fazê-lo.

De forma a serem justamente recompensadas pelo risco assumido, as entidades que emprestam dinheiro cobram *credit spreads* adicionais à taxa de juro de juro sem risco consoante a capacidade da entidade tomadora de fundos em fazer face aos seus compromissos financeiros.

Naturalmente que às empresas com algum poder financeiro são cobrados *spreads* mais baixos e às entidades com menor poder financeiro são cobrados *spreads* mais elevados.

Daqui a importância que o risco de incumprimento assume, dado que é consoante este que vão ser calculados os *credit spreads* cobrados às entidades tomadoras de fundos.

Assim, de seguida vamos estudar de que forma é calculado o risco de incumprimento bem como o *credit spread* através do modelo de Merton.

Ao construir a fórmula dos *credit spread* é preferível considerar *yields* ao invés do preço das obrigações. Assumindo que não há *default*, e considerando que a *yield* da dívida prometida é dada por  $y(t, T)$  então, o valor nominal da dívida vem:

$$X = D_t e^{y(t, T)(T-t)} \quad (14)$$

Isto é equivalente a dizer que a *yield* de uma obrigação em  $t$  com maturidade em  $T$  é dada por:

$$y(t, T) = \frac{1}{T-t} \ln \frac{X}{D_t} \quad (15)$$

De realçar que a *yield* da dívida não deve ser confundida com o retorno esperado da obrigação, uma vez que a  $y(t, T)$  só é obtida quando não há *default* e a obrigação é mantida até final.

A diferença entre a *yield* de uma obrigação com possibilidade de *default* e a *yield* de uma obrigação de tesouro é o facto de na primeira haver a *yield/credit spread*. O *credit spread* é nos dado por:

$$s(t, T) = y(t, T) - r = \frac{1}{T - t} \ln \frac{X}{D_t} - r \quad (16)$$

Agora que já sabemos como calcular o valor das responsabilidades de uma empresa bem como o *credit spread* a ser cobrado a uma empresa no acto de financiamento através do modelo de Merton (1974), resta-nos estudar como se calcula através deste modelo a probabilidade de incumprimento de uma empresa. Através do modelo de Merton (1974), podemos calcular a probabilidade de uma empresa não ser capaz de fazer face aos seus compromissos financeiros através da expressão:

$$P [V_t < X] = N(-d2) = 1 - N(d2) \quad (17)$$

À primeira vista calcular todas estas fórmulas que aqui apresentámos para determinar o valor das responsabilidades de uma empresa, o *credit spread* e a probabilidade de *default* é relativamente fácil. Quase todas as variáveis são directamente observáveis.

O valor nominal da dívida  $X$  e valor em bolsa de determinada empresa são facilmente observados nas suas demonstrações financeiras. A volatilidade do capital próprio,  $\sigma_E$  por sua vez, também é facilmente retirada do Mercado, quer através da análise da volatilidade histórica ou através da volatilidade implícita no preço de mercado de opções.

A taxa de juro sem risco  $r$  é por exemplo estimada através dos preços das obrigações do tesouro.

A volatilidade dos activos da empresa  $\sigma_V$  pode ser estimada se o histórico do retorno dos activos for conhecido, e o próprio valor dos activos  $V_t$  também ele pode ser conhecido a partir do momento em que todas as responsabilidades da empresa sejam cotadas.

O único problema em termos de aplicação, prende-se nos casos em que o valor dos activos da empresa  $V_t$  e consequentemente a sua volatilidade  $\sigma_V$  não são directamente observáveis.

Neste caso, para os determinar, temos de estimá-los através do valor do capital próprio  $E_t$  da empresa bem como da sua volatilidade  $\sigma_E$  resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$E_t = V_t N(+d1) - X e^{-r(T-t)} N(+d2) \quad (5)$$

$$\sigma_E = N(+d1) \frac{V_t}{E_t} \sigma_V \quad (18)$$

Assim, como vimos, o modelo de Merton é bastante importante na medida em que é uma boa base teórica para o desenvolvimento dos demais modelos de avaliação de risco de crédito existentes.

O modelo que serve para avaliar o valor das responsabilidades da empresa, *credit spread* e probabilidade de *default* engloba tanto o risco de negócio de uma empresa (volatilidade dos activos da empresa, ou seja, a variação da taxa de retorno da empresa), o risco financeiro, o nível de taxas de juro, entre outros.

Contudo, sendo um modelo base, apresenta bastantes insuficiências a todos os níveis. No próximo tópico vamos evidenciar essas insuficiências bem como apresentar um dos vários estudos feitos ao modelo com vista a cobrir uma dessas insuficiências.

## 2.2. Moody's KMV

O modelo desenvolvido pela agência de *rating* Moody's é um dos vários modelos de avaliação de risco de crédito existentes.

Assim, como os outros modelos de avaliação de risco de crédito este modelo tem como finalidade o cálculo da probabilidade de *default* vir a ocorrer por parte de uma empresa em determinado período de tempo.

Segundo Sun *et al* (2012), existem quatro eventos que são considerados *default*, sendo eles a típica falta de pagamento a uma responsabilidade, uma falência, uma reestruturação de passivos urgente e não planeada e um resgate por parte de um governo.

Neste modelo a premissa principal é de que é altamente provável que ocorra incumprimento financeiro por parte de uma empresa quando o valor de mercado dos seus activos é insuficiente para cobrir as suas dívidas num determinado período de tempo, ou seja, assim que a empresa se torne insolvente, Sun *et al* (2012).

Assim, ao contrário do que acontece no modelo de Merton (1974), em que um *default* pode apenas ocorrer na maturidade da dívida de uma empresa (quando nesta, o valor dos activos da empresa é inferior ao valor da dívida acordada), no modelo *EDF*, um *default* ocorre quando em qualquer altura de vida da dívida o valor dos activos da empresa "caia" abaixo do valor da barreira de *default*.

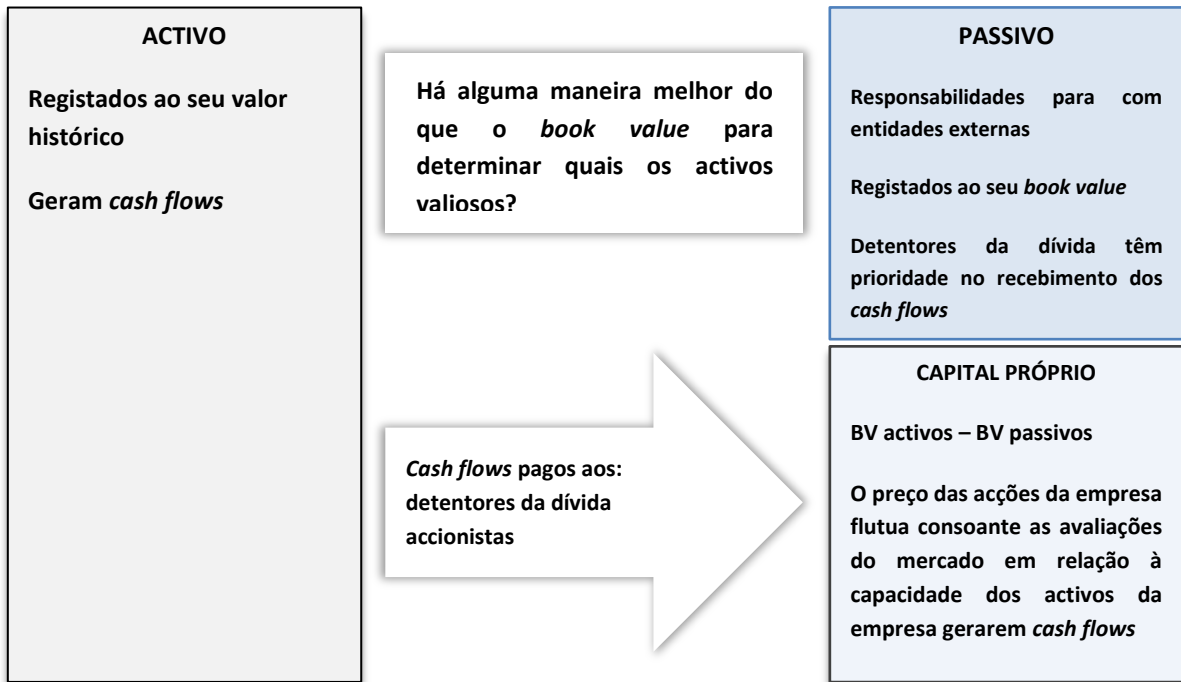
Tal como descrito no capítulo anterior, e assim como os outros modelos estruturais, este modelo contém algumas bases do modelo de Merton (1974). No entanto, aqui é utilizada informação de mercado ao invés da informação retirada das demonstrações financeiras, apresentando assim algumas vantagens face à metodologia tradicional.

Mas porquê? É certo que uma análise de risco de crédito fundamental fornece-nos um estudo objectivo e comparável visto que a preparação das demonstrações financeiras requer o cumprimento dos princípios contabilísticos definidos. Contudo aqui surge um problema. O problema do valor histórico a que os activos são registados no balanço financeiro (o seu *book value* deduzido das apreciações acumuladas). Aquando da compra de determinado activo, os custos que uma empresa está disposta a suportar para adquirir esse mesmo activo estão directamente ligados aos *cash flows* que se espera que o activo gere no futuro, ou seja, quanto mais dinheiro for expectável que o activo gere no futuro, mais dinheiro será disponibilizado para a compra do mesmo. Contudo, esse potencial para gerar dinheiro pode

variar ao longo da vida do activo, o que não é reflectido no balanço. Logo, isto constitui uma grande desvantagem no que toca à análise das expectativas relativas ao futuro da empresa dado que o valor dos activos da empresa não é correctamente apresentado no balanço.

Por sua vez, uma análise de risco de crédito com base em valores de Mercado fornece-nos uma alternativa mais realista no que toca ao valor dos activos da empresa visto que os valores de Mercado reflectem as flutuações constantes a que o valor da empresa é sujeito (com a constante chegada de nova informação e com as constantes variações nas expectativas dos investidores) o que permite uma análise permanente e actualizada da saúde financeira da empresa. O que faz com que a variação relativa ao potencial evidenciado por um activo em gerar *cash* seja embutida nessa mesma informação de mercado.

## BALANÇO A VALORES CONTABILÍSTICOS



## BALANÇO A VALORES DE MERCADO

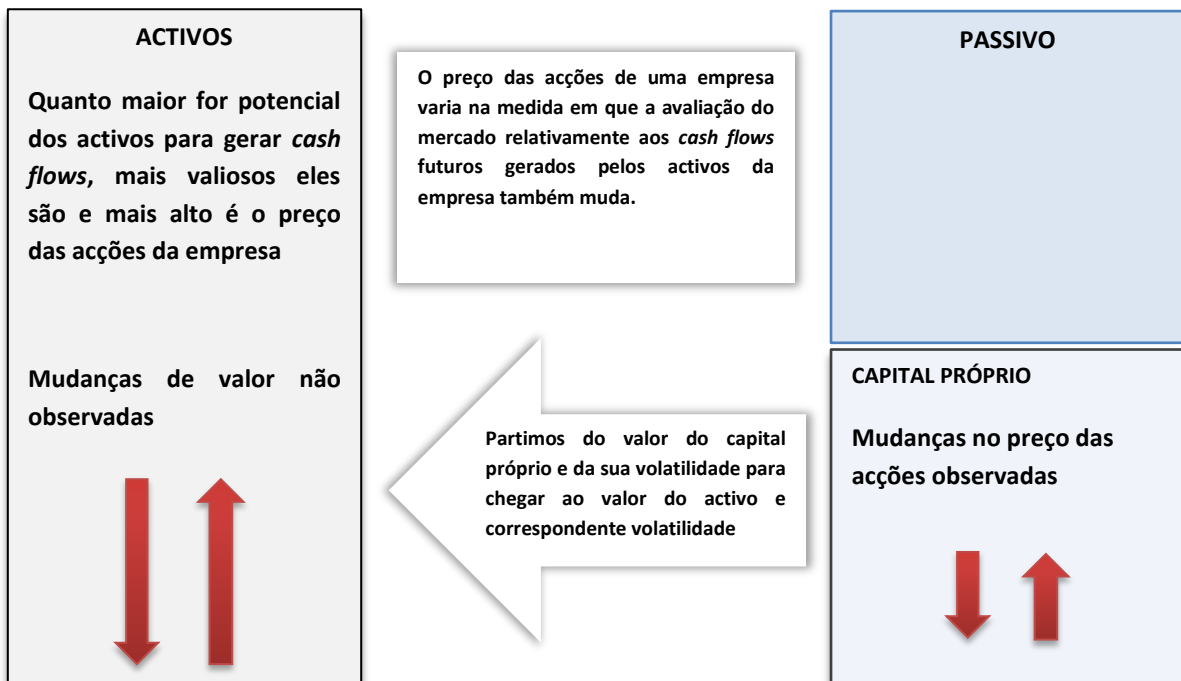


Figura 3 - Balanço a valores contabilísticos VS Balanço a valores de Mercado. Fonte: Sun *et al* (2012)

O problema ao reconstruir o balanço financeiro através de valores de Mercado, é que nem todas as variáveis são directamente observáveis, visto que nem todos os activos de uma empresa são negociados em Mercado. Contudo, as acções são.

Conceptualmente, o capital próprio de uma empresa e o seu activo são avaliados da mesma forma: o valor do activo é igual ao valor actual dos *cash flows* gerados pelo activo ao longo da sua vida, enquanto que o valor do capital próprio é igual ao valor actual dos *cash flows* recebidos pelos accionistas, depois das dívidas da empresa serem supridas, Sun *et al* (2012).

Assim, é possível estabelecer uma ligação, ainda que indirecta entre o valor do capital próprio de uma empresa, que conseguimos medir, através da capitalização bolsista de uma empresa, e o valor do activo que não conseguimos medir. Mais à frente demonstramos as diferentes maneiras possíveis de estimar o valor dos activos bem como da sua volatilidade, ambos necessários à avaliação da probabilidade de *default* de determinada empresa.

### 2.2.1 EDF model (*Expected Default Frequency*) – probabilidade de *default*

Antes de mais, importa realçar que segundo Crosbie e Bohn (2003), são três elementos os elementos chave que determinam a probabilidade de *default* de uma empresa:

#### FACTORES QUE DETERMINAM A PROBABILIDADE DE *DEFAULT*

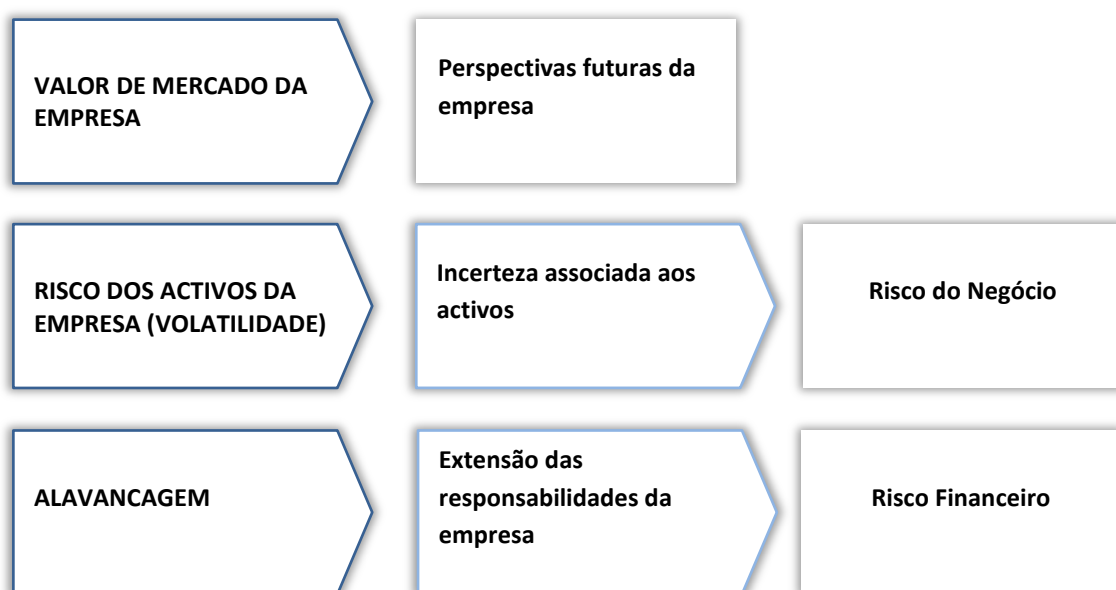


Figura 4 - Factores que determinam a probabilidade de *default*



- O valor de Mercado da empresa, ou seja, o valor dos activos da empresa influencia a probabilidade de *default* na medida em que este nos fornece o valor actual dos *cash flows* futuros gerados pelos activos da empresa descontados a uma taxa apropriada. Isto permite medir, por assim dizer, as perspectivas da empresa e incorpora informação relativa à indústria em que a empresa está inserida bem como a informação relativa à economia do país a que a mesma pertence. Intuitivamente, apercebemos-nos que existe uma correlação negativa entre a probabilidade de *default* e o valor dos activos da empresa, ou seja, quanto maior o valor de mercado dos activos da empresa menor é a probabilidade de incumprimento visto que menor é a probabilidade do valor dos activos da empresa ser inferior ao valor das suas responsabilidades;
- Por sua vez o risco dos activos da empresa (a volatilidade do valor dos mesmos) representa a incerteza associada aos seus activos. Permite-nos avaliar o risco associado ao negócio que é determinado através de factores tais como a indústria e decisões de investimento. Uma maior volatilidade significa uma maior probabilidade de *default* uma vez que há uma maior probabilidade de haver um movimento descendente no valor de mercado dos activos de forma a colocá-lo abaixo do *book value* das responsabilidades da empresa.  
Empresas que detenham activos com maior volatilidade, *ceteris paribus*, terão maior probabilidade de falir.  
Importa realçar que aqui temos de ter em conta o tamanho das empresas que estamos a considerar bem como o ramo em que elas operam. Por exemplo, empresas que operam na indústria da comida e bebida conseguem pagar maiores níveis de alavancagem do que empresas tecnológicas visto que os seus negócios, e consequentemente, o valor dos seus activos são mais estáveis e menos incertos, ou seja, têm um risco de negócio menor, Crosbie e Bohn (2003);
- Por último a alavancagem (extensão das responsabilidades da empresa), também ela determina a probabilidade de *default* de uma empresa uma vez que o *leverage* da empresa representa o valor de endividamento da empresa relativamente à capacidade financeira que esta apresenta.

Ao passo que, para medirmos o valor dos activos da empresa utilizamos o seu valor de mercado, para medirmos o *leverage* de uma empresa, relacionamos o *book Value* das responsabilidades da empresa (passivos) com ao valor de Mercado dos seus activos.

Com relativa facilidade chegamos à conclusão que quanto maior forem as responsabilidades da empresa maior é a probabilidade de *default*, pois maior é a probabilidade das responsabilidades serem superiores ao valor dos activos da empresa.

Estes três factores acabam assim por estar directamente ligados ao *output* principal deste modelo que é a *EDF – Expected Default Frequency*. Este representa a probabilidade de *default* evidenciada por determinado emissor de dívida, que é traduzida através da probabilidade do valor de mercado dos activos cair abaixo do valor das responsabilidades.

Graficamente, é representado pela área pintada a vermelho:

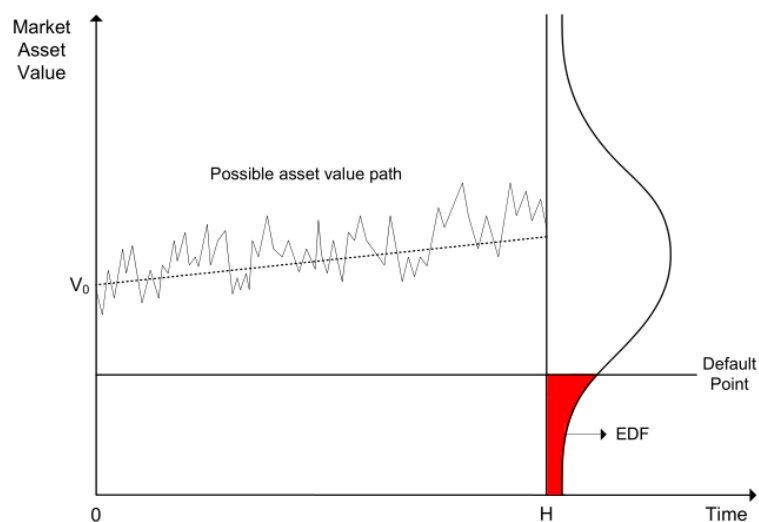


Figura 5 - *Expected Default Frequency*. Fonte: Dias (2012)

## 2.2.2. Implementação do modelo

Para chegarmos à *Expected Default Frequency* são necessários 3 passos:

- Estimar o valor do activo e a sua volatilidade;
- Calcular a *Distance to Default*;
- Mapeamento da *Distance to Default* para calcular a probabilidade de *default*.

### A. Estimar o valor dos activos e a volatilidade

Estimar o valor dos activos e da respectiva volatilidade é o primeiro passo para chegarmos à desejada probabilidade de *default*.

Seria de relativa facilidade chegarmos ao valor dos activos da empresa (valor de mercado da empresa) se todas responsabilidades da empresa fossem negociadas em mercado. Bastava para isso somar o valor de mercado da dívida com o valor de mercado do seu capital próprio. Contudo, na prática isto não se verifica, porque nem toda a dívida se negocia em mercado logo não conseguimos observar directamente o valor de mercado dos activos da empresa. Assim há que estimá-lo para posteriormente chegarmos à volatilidade do mesmo. Apresentamos duas das várias maneiras possíveis de contornar este problema:

#### A.1) Sistema de equações não linear

Tal como demonstrámos no modelo de Merton, é possível deduzir o valor dos activos e da correspondente volatilidade caso o valor dos capitais próprios e correspondente volatilidade estiverem disponíveis (a volatilidade, claro, tem de ser estimada no fim de obtermos a informação relativa ao valor dos capitais próprios em determinado intervalo de tempo), ou seja, sejam observáveis em mercado. O que estamos a fazer é transformar informação que não tem directamente a ver com risco de crédito *per si*, em informação necessária ao cálculo de probabilidade de *default*.

Para isso há que recorrer ao trabalho realizado por Black e Scholes (1973) e Merton (1974) no modelo por eles desenvolvido.

Como vimos anteriormente, e tal como Crosbie e Bohn (2003) defendem, os accionistas têm o direito mas não a obrigação de liquidar a dívida da empresa aos detentores da mesma e

ficar com os activos remanescentes. Assim, os detentores da dívida são os donos da empresa até a dívida ser paga pelos accionistas.

Desta forma, o capital próprio é visto como sendo uma *European call option* sobre os activos da empresa com *strike* igual ao valor da dívida da empresa:

$$E_t = V_t N(+d1) - X e^{-r(T-t)} N(+d2), \quad (5)$$

e em que a volatilidade do capital próprio está relacionada com a volatilidade do activo subjacente (activos da empresa):

$$\sigma_E = N(+d1) \frac{V_t}{E_t} \sigma_V \quad (18)$$

Dado que o valor de mercado do capital próprio é observável no mercado (através da capitalização bolsista) e a sua volatilidade pode assim ser estimada, tal como no modelo de Merton, fazendo um sistema de equações com estas duas expressões é possível deduzir o valor dos activos e da respectiva volatilidade.

Fazendo uma pequena abordagem à equação:

$$\sigma_E = N(+d1) \frac{V_t}{E_t} \sigma_V \Leftrightarrow \sigma_E = \frac{\Delta E_t}{\Delta V_t} \frac{V_t}{E_t} \sigma_V \quad (19)$$

podemos observar que a volatilidade do capital próprio é proporcional à volatilidade do activo, com o factor de proporcionalidade igual ao produto entre a alavancagem  $\frac{V_t}{E_t}$  e o delta da *call*  $N(+d1) \Leftrightarrow \frac{\Delta E_t}{\Delta V_t}$ .

Geralmente o produto destas duas equações é maior do que um, o que significa que a volatilidade das acções de uma empresa é maior do que a volatilidade do seu activo. Isto faz sentido, na medida em que os accionistas apenas recebem os seus fluxos de caixa quando os passivos da empresa são pagos. Assim, os seus fluxos de caixa apresentam uma maior

volatilidade do que para a empresa como um todo (ou seja, os seus activos), Sun *et al* (2012).

Por outro lado, a volatilidade do capital próprio é função tanto do risco do negócio da empresa atribuído às suas decisões de investimento, mas também da alavancagem financeira (resultado das suas decisões de financiamento). Assim, estimar a volatilidade do activo de uma empresa é o equivalente a retirar à volatilidade dos capitais próprios o efeito da alavancagem financeira a fim de isolar o risco do negócio da empresa originado pelas decisões de investimento.

Há que referir que o factor de proporcionalidade não é constante (varia de acordo com as avaliações dos activos e do património líquido do mercado), o que sugere uma relação não constante entre a volatilidade dos capitais próprios e a volatilidade dos activos.

Ao fazer a ligação entre a volatilidade dos capitais próprios com volatilidade dos activos estamos a admitir uma alavancagem  $\frac{V_t}{E_t}$  constante, o que não prática pode não ser verdade.

Na realidade, e por norma, a alavancagem de uma empresa muda constantemente. Assim esta permissa poderá conduzir a resultados pouco realistas e que conduzem por sua vez a probabilidades de *default* enviesadas.

Nos casos em que a alavancagem vai diminuindo rapidamente ao longo do tempo, a volatilidade dos activos tende a ser sobrestimada e, portanto, a probabilidade de default será exagerada face à realidade já que o risco de crédito tende a melhorar, Crosbie e Bohn (2003).

O inverso também tende a induzir-nos em erro. Se a alavancagem de mercado vai aumentando rapidamente à medida que o tempo passa, volatilidade dos ativos tende a ser subestimada, logo a probabilidade de *default* será menor face ao que acontece na realidade uma vez que a probabilidade de *default* tende a aumentar.

Concluindo, o cálculo das probabilidades de incumprimento através desta via poderá não ser a melhor opção.

## A.2) Processo iterativo

Para além do processo sugerido anteriormente, existe um processo iterativo mais complexo para determinar o valor dos activos  $V_t$  bem como a sua volatilidade  $\sigma_V$ , processo este desenvolvido por Crosbie e Bohn (2003) e Vassalou e Xing (2004).

Reorganizando, a fórmula desenvolvida por Black e Scholes (1973), temos:

$$V_t = \frac{[E_t + X e^{-r(T-t)} N(d2)]}{N(d1)} \quad (20)$$

Supondo que queremos implementar o modelo *Moody's KMV* num horizonte temporal de um ano, ou seja, calcular a probabilidade de determinada entidade falir no espaço temporal de um ano, seguindo o processo iterativo por Crosbie e Bohn (2003) e Vassalou e Xing (2004) teríamos de seguir os seguintes passos:

- I. Definir uma margem de erro;
- II. Iteração 0: Obter informação relativa aos *closing prices* (empresa cotada) dos últimos 12 meses (252 *trading days*) a fim de ser possível obter uma estimativa da volatilidade histórica do capital próprio  $\sigma_E$ , que posteriormente será usado como ponto de partida para estimar a volatilidade dos activos da empresa  $\sigma_V$ .  
Alternativamente, pode ser criado um vector de preços dos activos:  $V_{t-a}$ , sendo  $a = 0,1,2, \dots, 252$ . Uma escolha sensata é admitir  $V_{t-a}$  como a soma entre o valor de Mercado do capital próprio  $E_{t-a}$  e o *book value* das responsabilidades da empresa  $X_{t-a}$ . O *book value* da dívida é tipicamente definido como a dívida a curto prazo mais metade da dívida a longo prazo. Obtendo a partir daqui o vector  $V_{t-a}$  podemos estimar o valor inicial do desvio padrão da taxa de rentabilidade dos activos  $\sigma_V$ .
- III. Iteração  $k$ : Para qualquer outra iteração  $k = 1, \dots$ , fim fazer:
  - a) Usando a fórmula supra referida para cada *trading day* dos 12 meses, calcular o valor dos activos  $V_{t-a}$  usando o valor de Mercado dos capitais próprios  $E_{t-a}$  e o valor da dívida  $X_t$  para cada dia  $t-a$  com maturidade igual a  $T$ . Fazendo isto obtemos valores diários para  $V_{t-a}$ :

$$V_t = [E_t + X_t e^{-r_t(T-t)} N(d2)] / N(d1)$$

$$V_{t-1} = [E_{t-1} + X_{t-1} e^{-r_{t-1}(T-(t-1))} N(d2)] / N(d1)$$

...

$$V_{t-252} = [E_{t-252} + X_{t-252} e^{-r_{t-252}(T-(t-252))} N(d2)] / N(d1)$$

Este sistema de equações é composto por 253 equações com 253 incógnitas. Agora é necessário adaptar estas que estão sobre as suposições feitas no modelo de Merton (1974) ao mundo real.

Admitindo que a maturidade da dívida é 1 ano (e considerando que as empresas normalmente têm estruturas de maturidade relativamente estáveis, ou seja, quando a dívida atinge a maturidade é emitida nova dívida pelo mesmo prazo) então o sistema de equações acima fica assim simplificado:

$$V_t = [E_t + X_t e^{-r_t} N(d2)] / N(d1)$$

$$V_{t-1} = [E_{t-1} + X_{t-1} e^{-r_{t-1}} N(d2)] / N(d1)$$

...

$$V_{t-252} = [E_{t-252} + X_{t-252} e^{-r_{t-252}} N(d2)] / N(d1).$$

b) Depois disto, calcular o desvio padrão deste novo vector  $V_{t-a}$  que é como  $\sigma_V$  na iteração seguinte.

c) Repetir este processo até os valores de  $\sigma_V$  de duas iterações convergirem.

Para muitas empresas, não são necessárias muitas iterações para que os valores de  $\sigma_V$  converjam. Uma vez calculado este valor, facilmente retiramos da expressão  $V_t = [E_t + X e^{-r(T-t)} N(d2)] / N(d1)$ , o valor de dos activos  $V_t$ .

Para além disso, uma vez estimados os valores de  $V_{t-a}$ , podemos calcular o *drift*  $\mu$ , fazendo a média do vector  $V_{t-a}$ . Alternativamente, podemos usar os valores de  $V_{t-a}$  estimados e o modelo *CAPM - Capital Asset Pricing Model* para calcular uma estimativa do *drift* (taxa de retorno dos activos da empresa).

De realçar que, adicionalmente a estes passos, a Moody's ainda incorpora ajustamentos Bayesianos consoante o tamanho da empresa e o país/indústria a que pertence.

## **B. Calcular a *Distance to Default***

Calcular a *Distance to Default* é o passo intermédio no que toca a chegar à probabilidade de uma empresa falir.

Tal como vimos no modelo de Merton (1974) o evento de *default*, segundo as permissas aplicadas neste modelo, pode ocorrer somente quando a maturidade da dívida emitida é atingida e nos casos em que o valor nominal dessa mesma dívida (recorde-se, constituída somente por obrigações de cupão zero) é superior ao valor dos activos da empresa  $V_t < X$ . Contudo, como anteriormente referido, estes são dois dos pressupostos que tornam o modelo irrealista do ponto de vista da aplicação.

Primeiro, porque uma empresa naturalmente não se financia apenas através da emissão de obrigações de cupão zero, apresentando normalmente várias classes de passivos, como por exemplo empréstimos bancários e dívidas a fornecedores com maturidades distintas.

Em segundo lugar, a ideia de que uma empresa poderá falir apenas quando a maturidade dessas mesmas obrigações é atingida não é válida. Uma empresa poderá apresentar várias classes de passivo com diferentes maturidades, logo, estar a aliar o evento de *default* a uma única data é errado, visto que duas empresas diferentes podem apresentar o mesmo total de responsabilidades mas ter diferentes *cash out flows* e em alturas diferentes.

Portanto, o evento de *default* é assim função da maturidade mas também da estrutura de capital de uma empresa.

Além do mais existem itens de balanço tais como "Impostos Diferidos" e "Interesses Minoritários" que apesar de intergrarem as rúbricas de passivo e capital próprio respectivamente, não têm potencial para forçar um *default*, Sun *et al* 2012.



Assim estar a usar apenas o total das responsabilidades (menosprezando o resto) para estimar o ponto de *default* poderá não ser a análise mais precisa.

O modelo Moody's KMV é uma extensão ao modelo de Merton em que é apresentada uma estrutura de balanço mais realista. Neste modelo as responsabilidades de uma empresa podem ser constituídas por cinco classes diferentes: Passivo de curto prazo, Passivo de Longo Prazo, Acções ordinárias, Acções preferenciais e Acções Convertíveis, Sun *et al* (2012)

Estimar um *default* não é uma tarefa linear dado que não há um método capaz de uniformizar todas as estruturas de balanço.

Segundo Sun *et al* (2012), usando a Base de dados de *default* da Moody's KMV observou-se que nem sempre ocorre *default* quando o valor dos activos de uma empresa iguala ou desce abaixo do *book value* das suas responsabilidades. Enquanto que algumas empresas efectivamente declaram falência neste ponto, muitas empresas continuam a negociar e a pagar as suas dívidas, embora com alguma dificuldade. Isto acontece devido ao facto das responsabilidades de longo prazo darem alguma margem de manobra às empresas para adoptar estratégias (tais como por exemplo uma reestruturação de passivos ou renegociação de dívidas) com o intuito de contornar um *default*, Crosbie e Bohn (2003).

O contrário também é observado, ou seja, nem sempre é necessário que o valor dos activos de uma empresa caiam abaixo do valor das suas responsabilidades para que o evento de *default* ocorra, existindo empresas que vão à falência mesmo antes disso acontecer. O evento de *default* acaba por não ser assim tão linear visto que existem vias, que fazem com que as empresas consigam mais alguma tempo suficiente para puder respirar e assim evitar o incumprimento financeiro.

Outra das diferenças verificada no modelo *EDF* comparativamente ao modelo de Merton é a possibilidade de haver *cash out flows* ao longo do tempo tais como pagamento de dividendos, juros ou cupões sobre obrigações. No modelo de Merton é assumido que o valor dos *cash out flows* é nulo, o que na verdade é irreal visto que este tipo de movimentos normalmente acontece.

Na realidade, os *cash out flows* têm influencia na probabilidade de *default* e no valor da dívida mas porquê? Pensamos que é intuitivo, comparando duas empresas com igual valor de activos e passivos mas em que uma paga um dividendo mais elevado, essa mesma empresa terá uma probabilidade de incumprir mais elevada do que a outra, visto que menos dinheiro estará disponível para fazer face às dívidas da empresa.

Fazendo um quadro resumo, das principais diferenças entre modelo de Merton e do modelo da Moody's KMV, temos:

Tabela 3 - Diferenças entre o modelo de Merton e o modelo da Moody's KMV. Fonte: Sun *et al* (2012)

Modelo de Merton	Modelo da Moody's KMV
Passivo constituído por obrigações de cupão zero	Passivos da empresa constituídos por responsabilidades de várias naturezas
Capital próprio constituído por acções ordinárias	Capital Próprio constituído por acções ordinárias, acções preferenciais, e acções Convertíveis
<i>Default</i> ocorre apenas na maturidade da dívida	<i>Default</i> ocorre em qualquer altura
Sem <i>cash out flows</i>	<i>Cash out flows</i>
<i>Default point</i> igual ao montante da dívida	<i>Default point</i> empiricamente determinado

Para abordar de forma adequada esta problemática a Moody's KMV aplica diferentes algoritmos para empresas financeiras e para empresas não financeiras, com o intuito de conseguir a máxima precisão no cálculo da probabilidade de *default* de uma empresa:

### Empresas não financeiras

No caso das empresas não financeiras, o Moody's KMV observa que o *default* tipicamente ocorre quando o valor do activo atinge um nível alçures entre o total do passivo e a dívida de curto prazo.

Assim o limiar crítico de *default*  $D^*$  num horizonte temporal de um ano é fixado em 100% das responsabilidades de curto prazo *STD* mais metade das responsabilidades de longo prazo *LTD*:

$$D^* := STD + 0.5 LTD \quad (21)$$

Consequentemente, a *Distance to Default* é dada por:

$$DD := \frac{V_t - D^*}{\sigma_V - V_t} \quad (22)$$

A *Distance to Default* representa o número de desvios padrão (ou distância) entre o valor dos activos da empresa e o valor dos seus passivos. De realçar que esta medida combina três variáveis chave: o valor de mercado dos activos da empresa, o risco de negócio e a alavancagem da empresa, Crosbie e Bohn (2003).

Além disso a *Distance to Default* acaba também por abranger os efeitos da indústria, geografia e tamanho da empresa através do valor dos activos e da sua volatilidade

No modelo actual da Moody's KMV a *Distance to Default* é calculada da seguinte forma:

$$DD := \frac{\ln V_t + (\mu - 0.5\sigma_V^2) \tau - Payouts - \ln D^*}{\sigma_V - \sigma\sqrt{\tau}} \quad (23)$$

Onde:

*Payouts* – cash out flows até à maturidade T tais como Cupões e Dividendos;

$\mu$  – Taxa de retorno dos activos que é muito difícil de estimar (solução é usar uma por sector).

### **Empresas financeiras**

No caso de empresas financeiras, o risco de crédito é bastante difícil de avaliar. Primeiro, porque as instituições financeiras são muito opacas no que toca à divulgação de informação tornando-se assim bastante complicado avaliar a qualidade dos seus activos bem como

medir a extensão das suas responsabilidades (difícil diferenciar responsabilidades de curto e longo prazo).

Segundo, a liquidez dos seus activos traduz-se no facto de ser difícil medir o valor real dos mesmos, Crosbie e Bohn 2003.

Terceiro, a maioria das instituições financeiras estão fortemente regulamentadas e portanto a definição de *default* que é usada no modelo – existe um *default* quando o valor dos seus activos desce abaixo do limiar do valor das suas responsabilidades – pode não ser a mais adequada.

Quarto, o facto de haver poucos *defaults* em instituições financeiras, faz com que seja difícil para a Moody's testar e calibrar o modelo neste tipo de entidades, ou seja, é difícil determinar o nível do valor *EDF* com o mesmo nível de precisão que é possível para as organizações comerciais e industriais.

Apesar destes desafios, o que a Moody's KMV faz é determinar o limiar crítico como uma percentagem das responsabilidades totais ajustadas. Esta percentagem difere de sector para sector (bancos comerciais, bancos de investimento, sociedades financeiras), Sun *et al* (2012).

### **C. Mapeamento da *Distance to Default* para calcular a *Expected Default Frequency***

Como vimos, a *Distance to Default* fornece-nos um estatística diferenciadora das empresas que têm maior e menor probabilidade de entrar em *default*.

Isto acontece porque é facilmente observável a relação directa existente entre *Distance to Default* e os *default* efectivamente observados. As empresas com maiores *Distance to Default* têm menos probabilidade de falir enquanto que as empresas com menores *Distance to Default* têm maiores probabilidades de entrar em incumprimento.

No entanto para chegarmos a uma probabilidade efectiva de *default*, falta proceder ao mapeamento das *Distance to Default* calculadas, constituindo este, o último passo da abordagem *Moody's KMV*. Isto permite-nos calcular a probabilidade de *default* num determinado período de tempo.

Para realizar o mapeamento empírico a Moody's KMV utiliza a sua base de dados constituída por informação histórica de milhares de empresas relativamente a *defaults* ocorridos.

Baseado nesta base de dados, foi gerada tabela de frequência relativamente a probabilidades de *default* para vários níveis de *Distance to Default*.

Por exemplo num universo de 5,000 empresas com  $DD = 4$  em determinado período de tempo, 10 incumpriram um ano depois. Desta forma teríamos  $EDF = 10/5,000 = 0,20\%$ . Assim a qualquer empresa com *Distance to Default* perto de 4 ser-lhe-ia aplicado um *EDF* de 0,20%. O que daqui se conclui que quanto maior a *Distance to Default*, menor a *EDF*.

### 2.2.3. Empresas não cotadas

Até agora vimos que através do valor do capital próprio de uma empresa é possível obter a informação necessária à avaliação da qualidade de crédito de certa empresa. No entanto isto só funciona para as empresas que têm os seus capitais próprios negociados em bolsa.

Isto faz com que surja um problema nos casos em que as empresas são privadas. Quando queremos avaliar a qualidade de crédito deste tipo de empresas, não tendo disponível o valor dos seus capitais próprios (dado que não são cotados em Bolsa), é-nos impossível proceder a este tipo de análise pois não temos informação suficiente.

Assim, ao depararmo-nos com esta falta de informação, somos obrigados a procurar outro tipo de solução.

A Moody's criou um modelo que permite avaliar o risco de crédito para empresas privadas, o RiskCalc v3.1. Este modelo faz uso de relações robustas entre características de empresas privadas e a probabilidade de *default*, Crosbie e Bohn (2003).

Este modelo apresenta dois caminhos possíveis para calcular o risco de *default*:

- Uma versão mais simples do modelo baseada unicamente nas demonstrações financeiras da empresa, a *Financial Statement Only (FSO)*;
- Versão completa do modelo que permite uma avaliação mais completa e precisa.

### **Financial Statement Only**

Sendo uma abordagem mais simples, a sua utilização é mais adequada para situações mais simples, em que os utilizadores pretendam uma estimativa estável acerca de determinada empresa falir.

Sendo baseado nas demonstrações financeiras de uma empresa esta variante do modelo demonstra a performance a longo prazo da empresa.

A FSO é assim constituída por um conjunto de rácios financeiros que permitem fazer uma análise detalhada a vários aspectos do desempenho da empresa, Stein *et al* (2004):

Tabela 4 – Rácios Financeiros que constituem a *Financial Statement Only*. Fonte: Stein *et al* (2004)

<b>Factores</b>	<b>Rácios</b>	<b>Resumo</b>
<b>Rentabilidade</b>	Lucro Líquido EBIT EBITDA	Uma maior Rentabilidade conduz a uma menor probabilidade de <i>default</i>
<b>Alavancagem</b>	Passivos/Activos Passivo de Longo Prazo/Activos	Estes rácios medem a magnitude dos passivos da empresa em relação ao valor dos seus activos; Uma maior alavancagem aumenta a probabilidade de incumprimento
<b>Variáveis de Crescimento</b>	Crescimento das vendas Crescimento dos activos	A performance da empresa é medida através destes rácios Um declínio rápido nestes indicadores tenderá a aumentar a probabilidade de Incumprimento; No entanto um rápido crescimento poderá ter o mesmo significado
<b>Liquidez</b>	Rácios de Liquidez Rácio de Liquidez Imediata	Estes rácios medem a proporção de activos líquidos face às suas responsabilidades financeiras. Uma maior liquidez está associada a uma probabilidade de <i>default</i> maior
<b>Rácios de Actividade</b>	<i>Stocks</i> e Volume de Negócios	Um maior nível de <i>Stocks</i> poderá aumentar a probabilidade de <i>default</i> uma vez que isto poderá significar que a empresa está a ter dificuldade em escoar os seus produtos
<b>Tamanho</b>	Vendas e Total dos Activos	Normalmente empresas de maior dimensão são menos propensas a falir, contudo não significa que empresas mais pequenas não sejam financeiramente saudáveis

### **Versão completa**

Nesta versão, através da qual é possível uma avaliação mais precisa, são englobadas as perspectivas do mercado em geral, o estado da indústria na qual a empresa em análise se insere e especificidades relativas à própria empresa. Assim, para além de ser abordado o risco específico da empresa, também é abordada informação que não se encontra nas demonstrações financeiras da empresa, tal como o risco sistemático do mercado.

À falta da informação verificada, nomeadamente informação relativa aos capitais próprios, que nas empresas públicas é utilizada para deduzir as variáveis necessárias ao cálculo da probabilidade de *default*, nesta versão, é utilizada outra via.

Aqui, é utilizada a base de dados criada para as empresas públicas na qual são disponibilizados os diferentes níveis de *EDF* projectados (*Distance to Default*), de modo a que seja possível fazer analogia entre empresas públicas e empresas privadas, do mesmo sector. Isto permite fazer uma análise por indústria, ao invés de uma análise empresa a empresa, ou seja, são calculadas taxas médias de *default* por sector.

É possível ainda contornar outro problema. As empresas privadas normalmente relatam apenas uma demonstração financeira auditada por ano, logo as informações disponíveis nestas demonstrações financeiras poderão reflectir informação desactualizada relativa o estado actual da empresa ou de uma mudança na indústria na qual a empresa se insere. E mesmo quando as emitem, esta informação não fica disponível aos credores no imediato. Assim, com a inclusão da base de dados das *Distance to Default* é possível “fintar” ou atenuar esta problemática visto que os impactos nas mudanças económicas que não são reflectidos nas demonstrações financeiras das empresas privadas, passam a ser assim mais visíveis.

#### **2.2.4. Loss Given Default**

Como vimos anteriormente todo e qualquer modelo de avaliação de risco de crédito apesar de não discriminar inequivocamente quais as empresas que vão e não vão falir, fornecem-nos probabilidades acerca de determinada empresa entrar em *default*. Essas probabilidades de *default* permitem categorizar as empresas em diferentes níveis consoante a sua credibilidade financeira.

Este trabalho é posteriormente utilizado por investidores e por entidades financiadoras, para que tenham uma percepção das empresas às quais é mais ou menos arriscado emprestar dinheiro.

Contudo, apesar de ser a mais importante e a mais difícil de calcular, a probabilidade de *default*, não é por si suficiente numa gestão de risco de crédito dado que não nos fornece a magnitude das perdas caso um *default* ocorra. Torna-se necessário o cálculo de outro indicador que forneça esta informação.

Apesar de difícil, o cálculo deste montante é possível, através da *Loss Given Default (LGD)* que é nada mais nada menos que a percentagem do valor nominal da dívida (um menos a taxa de recuperação) que será perdida caso um *default* ocorra.

A taxa de recuperação por sua vez é a percentagem do capital financiado que será recuperado por parte de determinado credor no caso da entidade financiada falir.

A agência *Moody's* criou um modelo estatístico baseado na sua enorme base de dados de empresas e *defaults*, o *LossCalc*, que engloba informação acerca das empresas, da indústria, e da economia que permite o cálculo da *LGD* para *Defaults* a ocorrer no momento (ou no prazo de um ano).

Segundo Stein e Gupton (2002) a fórmula para o cálculo da *LGD* vem:

$$\text{Perda de Crédito potencial} = \text{Probabilidade de default} * \text{LGD} \quad (24)$$

O que faz que um erro no cálculo da probabilidade de *default* ou da *Loss Given Default* afecte o cálculo da perda de crédito potencial.

Stein e Gupton (2002) agrupam os factores explicativos da *LGD* em quatro grandes grupos:



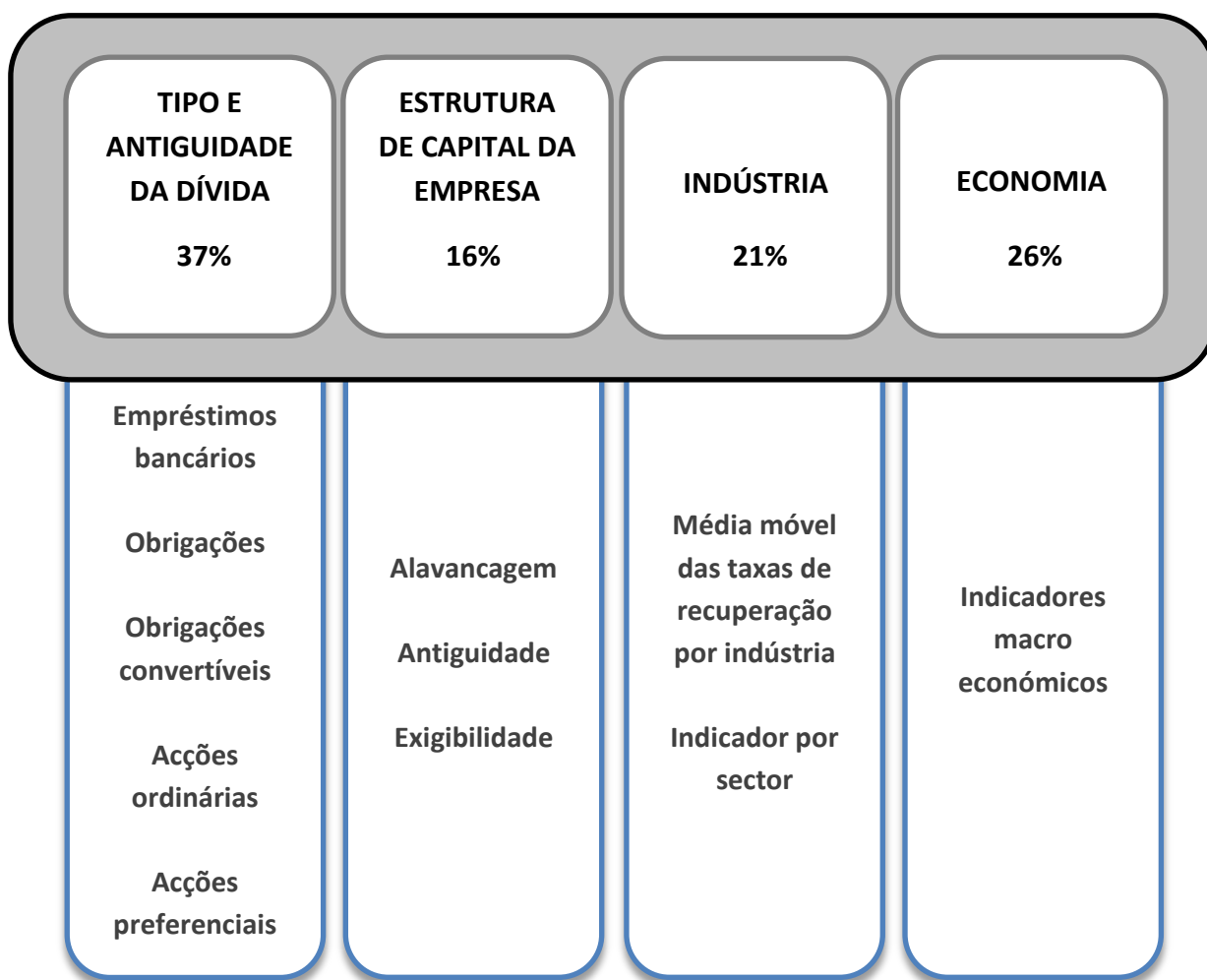


Figura 6 - Factores explicativos da *Loss Given Default* e respectivas importâncias no cálculo da mesma. Fonte: Stein e Gupton (2002)

Estes factores estão ligeiramente correlacionados, em que cada um é estatisticamente significativo e juntos permitem uma previsão mais exacta da *LGD*.

Assim o *Loss Calc* avalia a informação nestes quatro níveis de análise, incluindo as características do instrumento, a estrutura de capital da firma, os factores macroeconómicos e a indústria.

Com isto, podemos concluir que um gestor de Risco aliando o cálculo das probabilidades de *default* ao cálculo das taxas de recuperação para além de conseguir estimar as perdas potenciais caso um *default* ocorra (caso o montante da dívida seja conhecido) consegue uma análise de risco de crédito muito mais completa.

### 2.3. Modelo Creditgrades

Também tendo o modelo de Merton (1974) como base, o modelo Creditgrades é mais um dos modelos estruturais de avaliação de risco de crédito.

O modelo foi conjuntamente desenvolvido pelo Deutsche bank, Goldman Sachs, J.P. Morgan e o Grupo RiskMetrics com o intuito de tornar o modelo, num modelo-guia na indústria do risco de crédito.

A principal diferença entre o modelo Creditgrades e os outros modelos estruturais já analisados é que neste é assumida uma barreira de *default* aleatória. Este pressuposto permite-nos discutir o problema dos *spreads* de curto prazo artificialmente baixos apresentados no modelo de Merton (1974).

Inspirado no primeiro modelo estrutural de Black e Cox (1976) – extensão do modelo de Merton (1974) em que, ao contrário do que acontece neste, se ocorrer *default* este pode surgir antes da maturidade da dívida -, o modelo Creditgrades relaciona os preços dos *Credit Default Swaps (CDS)* com o valor dos capitais próprios e a volatilidade dos mesmos.

Outra diferença que distingue este modelo dos outros, o output final deste modelo é “produzir” *spreads* ao invés de probabilidades objectivas de *default*, Stamicar e Finger (2006).

Neste capítulo vamos aprofundar este modelo com base nos trabalhos desenvolvidos por Finger (2002) e Kiesel e Veraart (2008) discriminando as variáveis utilizadas numa perspectiva *per share*.

#### ***Credit Default Swaps***

Desde os anos noventa que os produtos financeiros derivados têm sofrido um notável desenvolvimento, através da inovação protagonizada pela chamada “Engenharia Financeira”.

Com esta evolução dos produtos a ligação entre o risco de crédito e os capitais próprios é uma das problemáticas dos investidores. Por exemplo, a arbitragem da estrutura de capital, a arbitragem de obrigações convertíveis e o *trading* do valor relativo dos créditos tornaram-se estratégias comuns para além dos *hedge funds*, Ozeki *et al* (2010).

Os *Credit Default Swaps* são um dos produtos financeiros derivados resultante desta evolução financeira.

Este produto financeiro veio revolucionar o Mundo financeiro, mais especificamente o risco de crédito na medida em que representa uma segurança contra o *default* de determinada entidade. Mas afinal como é que este produto financeiro funciona?

Os *Credit Default Swaps* funcionam como um seguro contra o risco de *default* de determinada empresa ou entidade soberana. Ou seja, uma empresa ao comprar dívida de outra empresa através da compra de obrigações pode também comprar uma “protecção” contra o risco da entidade emissora falir.

A empresa emitente é conhecida como a “entidade de referência” e um incumprimento por parte da empresa é conhecido como o “evento de crédito”, Hull *et al* (2004).

O comprador do seguro faz pagamentos periódicos (*premium*) ao vendedor até ao final da vida do *CDS* e em troca fica com o direito de vender as obrigações emitidas pela “entidade de referência” pelo seu valor nominal, caso ocorra um *default*. Por seu turno, o vendedor do seguro concorda em comprar as obrigações pelo seu valor nominal em caso de *default*.

O valor destes pagamentos são nada mais nada menos que uma percentagem do valor nominal das obrigações ou de empréstimos (denotados como um *spread* anualizado em pontos base) e normalmente são feitos trimestral, semestral ou anualmente. Nos casos em que ocorre *default*, a liquidação é feita através da entrega física de obrigações ou em dinheiro.

De realçar ainda, que ter em posse um *Credit Default Swap* é semelhante a ter em posse uma *out-of-the-money put option*, visto que ambas oferecem uma protecção efectiva e barata contra possíveis perdas, Dias (2012).

### 2.3.1. Modelo e pressupostos assumidos

Tal como no modelo de Merton (1974), no modelo Creditgrades é assumido que o valor da empresa  $V_t$  segue uma “Itô Dynamics”. Assim o valor da empresa segue um Movimento Geométrico Browniano (processo estocástico):

$$dV_t = \mu V_t dt + \sigma V_t dW_t^{\mathcal{P}}, \quad (4)$$

sendo,

$\mu$  – constante que representa a taxa de retorno dos activos da empresa (em que aqui,  $\mu = 0$  na medida em que é assumida uma alavancagem constante ao longo do tempo);

$\sigma$  – volatilidade dos activos;

$dW_t^{\mathcal{P}}$  – *Standard Brownian Motion* sobre  $\mathcal{P}$ .

Segundo Stamicar e Finger (2006), no modelo Creditgrades estamos perante uma barreira aleatória *down-and-out*, uma vez que é considerado *default* o primeiro instante em que o valor do activo  $V_t$  ultrapassa a barreira de *default* aleatória  $B_t$  assim definida:

$$B_t := LD, \quad (25)$$

Onde,

$B_t$  – representa o montante dos activos da empresa que vão restar aquando do *default*;

$D$  – *debt-per-share* (dívida de uma empresa numa óptica por acção, retirada das demonstrações financeiras consolidadas) - mais à frente fazemos uma explicação um pouco mais aprofundada sobre este tópico;

$L$  - taxa de recuperação (%) em caso de *default* por parte dos credores (retirada de estudos empíricos das taxas de recuperação)

A taxa de recuperação aleatória  $L$  é modelada como uma variável aleatória log-normal dada por:

$$B_t := L = \bar{L}e^{\lambda Z - \lambda^2/2}, \quad (26)$$

em que  $\bar{L}$  e  $\lambda$  representam respectivamente a média e o desvio padrão (%) de  $L$  e em que  $\lambda, \bar{L} \in \mathbb{R}_+$  e  $Z$  uma variável aleatória normal.

Segundo Finger (2002) a média  $\bar{L}$  e a percentagem do desvio padrão  $\lambda$  da taxa de recuperação aleatória  $L$  são estimadas através da base dados da gestão de portfólios bem como através da base de dados Standard and Poor's. Baseados no estudo dessa base de dados,  $\bar{L}$  e  $\lambda$  são estimados em 0,5 e 0,3 respectivamente.

De realçar que a variável  $Z$ , e por isso  $L$ , é assumida como sendo independente da *Standard Brownian Motion*  $W_t^{\mathcal{P}}$ . Além disso a variável  $Z$  é desconhecida em  $t = 0$  e só é revelada aquando do *default* (se este ocorrer).

Assim, a barreira de *default* aleatória pode ser expressa da seguinte forma:

$$B_t := LD = \bar{L}De^{\lambda Z - \lambda^2/2} \quad (27)$$

Pode ser demonstrado que:

$$\bar{L} = \mathbb{E}[L], \quad (28)$$

e que

$$\lambda^2 = \mathbb{V}[\ln(L)], \quad (29)$$

representando  $\mathbb{E}[\cdot]$  e  $\mathbb{V}[\cdot]$  a expectativa (média) e a variância da variável aleatória, respectivamente.

Assumindo uma taxa de recuperação aleatória, e portanto uma barreira de *default* aleatória, o modelo Creditgrades apresenta assim uma grande diferença face aos modelos de risco de crédito estruturais uma vez que nestes, geralmente, é considerada uma barreira de *default*

constante (por exemplo no modelo de Merton, o valor nominal da dívida) ou uma única barreira de *default* dependente do tempo, Kiesel e Veraart (2006).

De seguida, apresentamos o gráfico que demonstra a mecânica do modelo:

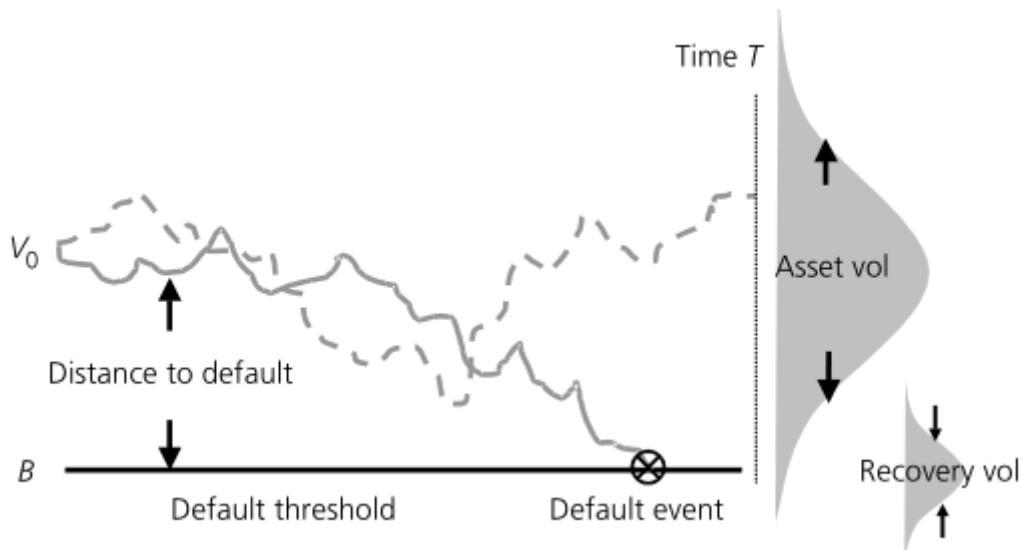


Figura 7 - Mecânica no modelo Creditgrades. Fonte: Stamicar et Finger (2006)

De realçar ainda que a introdução de uma taxa de recuperação aleatória no modelo Creditgrades permite capturar um *jump-like default event* em que um *default* possa ocorrer de forma totalmente inesperada.

### ***Debt per share***

Como referimos em cima, o rácio *debt-per-share* (dívida numa óptica por ação) é baseado nas demonstrações financeiras consolidadas de uma empresa. Este representa a dívida da empresa (alavancagem da empresa) dividida pelo número de ações da empresa em circulação.

De salientar que segundo o modelo Creditgrades desenvolvido por Finger (2002):

- Para o cálculo da dívida da empresa há que calcular primeiro a dívida financeira da empresa. Para esse efeito há que somar os empréstimos de curto prazo, os empréstimos de longo prazo e metade da soma entre outras responsabilidades de curto prazo e outras

responsabilidades de longo prazo. É aplicado uma percentagem de 50% nestas duas últimas categorias de empréstimos com o intuito de “anular” o efeito de possíveis responsabilidades não financeiras tais como provisões e impostos diferidos.

- O número de acções usado para o cálculo deste rácio é o resultado da soma do total das acções ordinárias com o total das acções preferenciais. Enquanto que o total das acções ordinárias pode ser obtido através da divisão da capitalização bolsista pela preço das acções da empresa, o total das acções preferenciais é calculado dividindo o *book value* das acções preferenciais pelo preço das acções ordinárias que vigore à data do reporting do *book value*. De referir que o número de acções preferenciais é limitado a metade do número de acções ordinárias.

Por último, há que fazer referência que no caso das responsabilidades de empresas subsidiárias, estas são consolidadas a 100% nas demonstrações financeiras consolidadas embora a empresa mãe possa não deter esta empresa a 100%. Segundo Finger (2002), para ajustar este efeito, assume-se que a empresa subsidiária tem um rácio *debt-to-equity* de  $k$ :

$$Dívida\ minoritária = k * Interesses\ Minoritários \quad (30)$$

Onde a *dívida minoritária* representa a porção de lucros que a empresa mãe não possui da empresa subsidiária. Assim neste caso a dívida financeira da empresa usada no *debt per share ratio* é dada por:

$$Dívida = Dívida\ financeira - k * I.\ Minoritários \quad (31)$$

E com isto estamos em condições de calcular o *debt per share ratio*:

$$Debt\ per\ share\ ratio = \frac{Dívida}{N^{\circ}Acções} \quad (32)$$

### 2.3.2. Survival Probability

Admitindo que o valor dos activos no momento zero,  $V_0$ , um *default* não ocorrerá enquanto:

$$V_0 e^{\sigma W_t - \sigma^2 t/2} > \bar{L} D e^{\lambda Z - \lambda^2/2} \quad (33)$$

Ou seja, a probabilidade do valor dos activos não alcançar a barreira de *default* antes de  $t$  é-nos dada pela *Survival Probability* até  $t$ .

Para calcular a *Survival Probability*, há que introduzir o processo:

$$X_t = \sigma W_t - \lambda Z - \frac{\sigma^2 t}{2} - \frac{\lambda^2}{2} \quad (34)$$

Assim, reorganizando a *no-default equation* (33):

$$X_t > \ln\left(\frac{\bar{L} D}{V_0}\right) - \lambda^2, \quad (35)$$

em que para  $t \geq 0$ ,  $X_t$  segue uma distribuição normal com:

$$\mathbb{E}[X_t] = -\frac{\sigma^2}{2} \left( t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2} \right) \quad (36)$$

e

$$\mathbb{V}[X_t] = \sigma^2 \left( t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2} \right) = \sigma^2 t + \lambda^2 \quad (37)$$

Com isto, resta-nos calcular a *Survival Probability*. Existem duas formas distintas para o fazer:

- 1- Aproximar o processo  $X$  dado na equação por um Movimento Browniano  $\hat{X}$  de forma a que o processo não contenha a variável aleatória  $Z$ .



- 2- Alternativamente, podemos integrar a variável aleatória  $Z$  e ainda assim obter uma fórmula para a *Survival Probability* embora expresso em termos mais complexos.

De seguida passamos a citar cada uma das vias, fazendo menção à diferença entre elas:

### **Survival Probability aproximada**

A ideia principal desta abordagem é determinar um novo processo que seja similar a  $X$  mas que não contenha a variável aleatória  $Z$ . Assim, o processo  $X$  pode ser aproximado a uma *drifted-Brownian motion*  $\hat{X}$  com drift  $-\frac{\sigma^2}{2}$  e taxa de variância  $\sigma^2$  que começa em  $-\Delta t = -\frac{\lambda^2}{\sigma^2}$  com  $\hat{X}_{-\Delta t} = 0$ . Isto é, para  $t \geq -\lambda^2 \sigma^2$ , temos:

$$\hat{X}_t = \sigma W_{t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2}} - \frac{\sigma^2}{2} \left( t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2} \right) \quad (38)$$

De notar que para  $t \geq 0$ ,

$$\mathbb{E}[\hat{X}_t] = -\frac{\sigma^2}{2} \left( t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2} \right) \quad (39)$$

E

$$\mathbb{V}[\hat{X}_t] = \sigma^2 \left( t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2} \right) = \sigma^2 t + \lambda^2, \quad (40)$$

isto é, os momentos de  $\hat{X}_t$  correspondem aos momentos de  $X_t$ .

A equação (38), mostra que o processo  $\hat{X}_t$  não contém a variável aleatória  $Z$ , que tinha sido utilizada para modelar a incerteza na barreira de *default*. Assim, em vez de introduzir incerteza na barreira de *default*, a incerteza é introduzida ao nível do valor dos activos em  $t = 0$ .

O uso desta aproximação é possível uma vez que a distância entre o valor do activo e a barreira de *default* é a característica principal deste modelo.

Com o intuito de derivar uma expressão analítica para o cálculo da *Survival Probability* até t consideramos o seguinte processo Y:

$$Y_t = at + bW_t \quad (41)$$

com constantes  $a, b$ , sendo  $b > 0$ . Defina-se  $m_t^Y$  como o mínimo corrente de Y, isto é,  $m_t^Y = \min_{u \in [0, t]} Y_u$ .

Segundo Musiela e Rutkowski (2004, Apêndice B.4) ou Jeanblanc *et al.* (2009, Secção 3.2.2), é sabido que a seguinte fórmula é válida para todo  $y \leq 0$ :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(m_t^Y \geq y) &= \mathbb{P}(Y_u \geq y, \forall 0 \leq u \leq t) \\ &= N\left(\frac{-y + at}{b\sqrt{t}}\right) - e^{2ayb^{-2}} N\left(\frac{y + at}{b\sqrt{t}}\right) \end{aligned} \quad (42)$$

Para aplicar este resultado a  $\hat{X}_t$ , define-se  $a = -\frac{\sigma^2}{2}$ ,  $b = \sigma$  e  $y = \log \frac{\bar{L}D}{V_0} - \lambda^2$  e substitui-se  $t$  com  $t + \frac{\lambda^2}{\sigma^2}$  e assim obtemos a fórmula para o cálculo da *Survival Probability* aproximada em  $t = 0$  até ao momento t dada pela diferença entre estas duas distribuições cumulativas:

$$SP(0, t) = N\left(-\frac{\alpha_t}{2} + \frac{\ln(d)}{\alpha_t}\right) - dN\left(-\frac{\alpha_t}{2} - \frac{\ln(d)}{\alpha_t}\right) \quad (43)$$

onde,

$$d = \frac{V_0 e^{\lambda^2}}{\bar{L}D} \quad (44)$$

e

$$\alpha^2 = \sigma^2 t + \lambda^2 \quad (45)$$

De notar, contudo, que a *Survival Probability*, dada na equação supra inclui a probabilidade de *default* no período  $(-\Delta t, 0]$ . Depois de  $t = 0$ , o processo de aproximação e o processo original são idênticos.

Para converter a *Survival Probability* num preço é necessário especificar dois parâmetros adicionais:

- Taxa de juro sem risco  $r$ ;
- Taxa de recuperação sobre determinado crédito  $R$ .

De realçar que, enquanto  $R$  é uma taxa de recuperação esperada sobre determinada classe de passivo,  $L$  é a recuperação média esperada sobre todas as classes de passivo.

### Survival Probability Exacta

Outra via para calcular a *Survival Probability* é incluir a variável aleatória  $Z$  seguindo uma distribuição normal.

Segundo Kiesel e Veraart (2008) para calcular a *Survival Probability* exacta através do modelo Creditgrades:

$$SP(0, t) = N_2\left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\ln(d)}{\lambda}, -\frac{\alpha_t}{2} + \frac{\ln(d)}{\alpha_t}; \frac{\lambda}{\alpha_t}\right) - dN_2\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\ln(d)}{\lambda}, -\frac{\alpha_t}{2} - \frac{\ln(d)}{\alpha_t}; \frac{\lambda}{\alpha_t}\right) \quad (46)$$

E onde  $d$  e  $\alpha^2$  se calculam de forma idêntica à usada na *Survival Probability* aproximada e

$$N_2(a, b, \rho) = \int_{-\infty}^a \int_{-\infty}^b \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{1-\rho^2}\right)\right) dx dy \quad (47)$$

sendo  $N_2(a, b, \rho)$  uma distribuição bivariada normal acumulada, esta fórmula corrige a fórmula inicialmente sugerida por Finger *et al* (2002).

Embora a *Survival Probability* exacta possa ser calculada através desta fórmula, normalmente é utilizada a fórmula aproximada no modelo Creditgrades dado que para efeitos práticos, as diferenças numéricas entre as duas abordagens são mínimas.

Kiesel e Veraart (2008), no entanto, mostram no seu trabalho que existem circunstâncias em que as duas fórmulas podem produzir resultados significativamente diferentes nos casos em que as empresas são altamente alavancadas ou um rácio *debt-to-share* muito baixo como por exemplo os bancos.

### 2.3.3. Credit spreads

Para calcular o preço de um *Credit Default Swap (CDS)*, a abordagem Creditgrades determina o *credit spread*  $s(t, u)$  de tal forma que os pagamentos esperados (prémio) sobre os *CDS* igualem os pagamentos das perdas esperadas:

$$s(0, t) = r(1 - R) \frac{1 - SP(0,0) + e^{r\xi} [G(t + \xi) - G(\xi)]}{SP(0,0) - SP(0, t)e^{-rt} - e^{r\xi} [G(t + \xi) - G(\xi)]} \quad (48)$$

onde  $\xi = \frac{\lambda^2}{\sigma^2}$  e a função  $G(x)$  é dada por Rubinstein e Reiner (1991):

$$G(x) = d^{z+0.5} \Phi \left( -\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{x}} - z\sigma\sqrt{x} \right) + d^{-z+0.5} \Phi \left( -\frac{\ln(d)}{\sigma\sqrt{x}} + z\sigma\sqrt{x} \right) \quad (49)$$

com,

$$z = \sqrt{1/4 + 2r/\sigma^2} \quad (50)$$

### 2.3.4. Implementação do modelo

Para calcularmos a *Survival Probability* e o *credit spread*, através do modelo Creditgrades, há que estimar através do mercado o valor inicial dos activos  $V_0$ , o valor da volatilidade do activo  $\sigma_V$  e o *debt-per-share ratio*  $D$ .

Através do *Itô's Lemma* é possível relacionar as volatilidades do capital próprio e do activo:

$$\sigma_S = \frac{\Delta S_t}{\Delta V_t} (V_t/S_t) \sigma_V \quad (51)$$

onde  $S_t$  representa o valor de uma acção da empresa e  $\sigma_S$  representa a sua volatilidade.

A medida *Distance to Default*, definida como  $\eta$  é entendida como o número de desvios padrões anualizados que separam o valor do capital próprio da empresa da *Distance to Default*:

$$\eta = \frac{1}{\sigma} \ln \left( \frac{V_t}{LD} \right) \quad (52)$$

Com base no comportamento de  $\eta$ , quer esteja perto ou longe de *default*, Finger (2002) sugere que o valor inicial dos activos seja dado por:

$$V_t = S_t + LD \quad (53)$$

e a sua volatilidade por:

$$\sigma_V = \sigma_S \frac{S_t}{S_t + LD} \quad (54)$$

Substituindo as equações  $V_t$  e  $\sigma_V$  pelas equações  $d$  e  $\alpha^2$ , obtemos:

$$d = \frac{S_t + LD}{LD} e^{\lambda^2} \quad (55)$$

e

$$\alpha_u^2 = \left( \sigma_S \frac{S_t}{S_{t+LD}} \right)^2 u + \lambda^2, \quad (56)$$

O que nos leva à fórmula para calcular a *Survival Probability* (aproximada) demonstrada na equação 47), que envolve apenas variáveis observáveis em mercado.

### 3. Aplicação prática dos modelos

---

Agora que analisámos os modelos de avaliação de risco de crédito utilizados pelas agências de *rating*, detalhando as suas variáveis e apontando as diferenças entre os diferentes modelos, é de todo o interesse fazer uma aplicação prática dos mesmos.

Dentro das inúmeras hipóteses, escolhemos fazer uma aplicação dos modelos Moody's KMV e Creditgrades a empresas sediadas em Portugal. O nosso país foi o escolhido visto que é dos países europeus que mais tem sofrido com as dificuldades originadas pela crise actual e pelos sucessivos *downgrades* a que tem sido submetido.

Tendo em conta a realidade económica portuguesa e as dificuldades com que todos nós portugueses nos temos deparado nos últimos anos resolvemos seleccionar algumas empresas do PSI20 de forma a avaliá-las consoante o seu risco de crédito.

Este estudo incidiu sobre organizações empresariais ao invés do Estado soberano português de forma a podermos avaliar diferentes sectores distintos.

Assim, foram escolhidas oito empresas cotadas no nosso índice referência, PSI20:

- **Banco Espírito Santo** – as empresas do sector financeiro são sempre muito criticadas visto que têm a protecção constante dos Estados a que pertencem, protecção essa, que empresas de outros sectores não têm. Por outro lado, o sector financeiro é dos que mais sofre com a crise actual. Estas razões levaram-nos a escolher um dos bancos da praça portuguesa.
- **Jerónimo Martins e Sonae** - empresas que actuam no sector primário, no sector do retalho de bens essenciais;
- **EDP, REN e GALP** – sector da energia;
- **Portugal Telecom** – sector das telecomunicações;
- **ALTRI** – sector da pasta de papel.

Escolhidas as empresas, foi considerado o período temporal de um ano, compreendido entre 01-01-2012 e 31-01-2012.

Assim, com este terceiro e penúltimo capítulo pretendemos analisar conceitos tais como o valor dos activos e volatilidade dos mesmos, o *drift* (rendibilidade expectável), *Distance-to-default* e *Survival Probability*, sendo que o objectivo final passa por determinar as probabilidades de incumprimento de cada empresa bem como comparar os resultados obtidos com os *ratings* publicados pelas três principais agências de notação financeira.

### 3.1. Procedimento

Para a realização desta aplicação prática, após seleccionarmos as empresas, procedemos à recolha da informação necessária:

- Através do endereço <http://www.google.com/finance> procedeu-se à recolha dos cotações de fecho das empresas escolhidos, bem como do próprio índice PSI20 referentes ao ano 2012;
- Recorrendo ao site oficial da EURIBOR, <http://www.euribor-ebf.eu/euribor-org/euribor-rates.html>, obtivemos as cotações da taxa de juro referência;
- Pesquisando nos sites oficiais das empresas, conseguimos consultar os relatórios e contas trimestrais, semestrais e anuais das diferentes empresas com vista à obtenção de dados tais como, o número de acções que cada empresa tem em circulação, os montantes de dívida de curto e de longo prazo, interesses minoritários entre outros.
- Por fim, utilizou-se o Microsoft Excel para estimar todas as grandezas necessárias ao cálculo das probabilidades de *default* inerentes.

Assim, com os elementos todos recolhidos, ficámos em condições de realizar o estudo para cada empresa.

De seguida passamos a explicar os passos realizados para o cálculo de cada modelo.



## 3.2. Aplicação da abordagem Moody's KMV e Creditgrades

### 3.2.1. Modelo Moody's KMV

No modelo Moody's KMV utilizámos a abordagem baseada no balanço (processo iterativo) ao invés da abordagem baseada na ferramenta solver, disponível no Excel.

Nesta secção determinou-se a probabilidade de *default* baseada em estimativas do valor dos activos, da sua volatilidade e do *drift*.

Como *inputs* para a aplicação deste modelo utilizámos não só os *closing prices* (e sua volatilidade), mas também o número de acções em circulação bem como o valor da dívida da empresa por trimestre, os quais são apresentados no Anexo A.

Inicialmente procedeu-se a uma determinação do *market value* como sendo o produto da cotação (*closing prices* apresentados em anexo) pelo número de acções em circulação (sendo que após a análise dos relatórios e contas se conclui que nenhuma empresa emitiu novas acções no período em análise pelo que se assumiu um valor constante para todas as empresas). De referir que, para efeitos de simplificação, assumimos o valor de *payouts* relativos a dividendos ou a pagamento de cupões sobre obrigações como sendo zero.

Em termos de *book liabilities* (dívida expressa em valores contabilísticos), o que se fez foi assumir um valor constante por trimestre (valor este retirado dos balanços financeiros trimestrais).

Dito isto, e após termos assumido uma taxa de juro sem risco em regime de capitalização contínua (visto estarmos perante um modelo que funciona em tempo contínuo), procedeu-se à determinação do valor do activos, utilizando um processo iterativo.

Na coluna "*Iter k*", tomou-se como ponto de partida, a soma entre os valores do *market value* e *liabilities*, enquanto que na coluna "*Iter k+1*", usou-se a fórmula (usando o referencial de *pricing* de opções BSM), a qual relembramos:

$$V_t = \frac{[E_t + X e^{-r(T-t)} N(d2)]}{N(d1)} \quad (20)$$

Após termos o processo montado da forma referida, corremos a macro (*Macro Iterate*), de modo a que os valores referentes ao valor dos activos em *Iter k+1* convirjam para os de *Iter k*, tendo em vista a minimização da soma dos quadrados das diferenças entre estes 2 valores.

Subjacente a esta modificação dos valores dos activos, procedeu-se depois ao cálculo da rendibilidade logarítmica dos valores dos activos, que nos serve de base de cálculo para a volatilidade dos activos, calculada agora com relativa facilidade através da fórmula do desvio padrão disponibilizada no Excel, tal como exemplificado na figura abaixo:

	Date	Market Equity	Book Liabilities	Log Risk-Free Rate r	Calculated Asset values	Iter k	Iter k+1	Log Returns	Asset volatility
4	02-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,91848%	1.199.012.662	1.199.012.662			8,84%
5	03-01-2012	252.311.957	975.659.349	1,91161%	1.209.377.498	1.209.377.498	0,86%		Sum of squared errors 5,82E-11
6	04-01-2012	244.106.690	975.659.349	1,89984%	1.201.251.697	1.201.251.697	-0,67%		
7	05-01-2012	237.952.740	975.659.349	1,88512%	1.195.208.145	1.195.208.145	-0,50%		
8	06-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,87236%	1.199.453.555	1.199.453.555	0,35%		
9	09-01-2012	237.952.740	975.659.349	1,86451%	1.195.405.192	1.195.405.192	-0,34%		
10	10-01-2012	240.004.056	975.659.349	1,85764%	1.197.532.916	1.197.532.916	0,18%		
11	11-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,85077%	1.199.660.070	1.199.660.070	0,18%		
12	12-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,83899%	1.199.772.752	1.199.772.752	0,01%		
13	13-01-2012	240.004.056	975.659.349	1,82524%	1.197.842.791	1.197.842.791	-0,16%		
14	16-01-2012	237.952.740	975.659.349	1,81542%	1.195.874.678	1.195.874.678	-0,16%		
15	17-01-2012	237.952.740	975.659.349	1,80953%	1.195.931.047	1.195.931.047	0,00%		
16	18-01-2012	233.850.106	975.659.349	1,80167%	1.191.880.189	1.191.880.189	-0,34%		
17	19-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,79578%	1.200.186.145	1.200.186.145	0,69%		
18	20-01-2012	235.901.423	975.659.349	1,78792%	1.194.075.095	1.194.075.095	-0,51%		
19	23-01-2012	242.055.373	975.659.349	1,77712%	1.200.364.766	1.200.364.766	0,53%		
20	24-01-2012	235.901.423	975.659.349	1,76827%	1.194.263.106	1.194.263.106	-0,51%		
21	25-01-2012	233.850.106	975.659.349	1,76336%	1.192.246.750	1.192.246.750	-0,17%		
22	26-01-2012	237.952.740	975.659.349	1,75747%	1.196.429.262	1.196.429.262	0,35%		
23	27-01-2012	235.901.423	975.659.349	1,75255%	1.194.413.568	1.194.413.568	-0,17%		
24	30-01-2012	221.542.206	975.659.349	1,74666%	1.180.010.421	1.180.010.421	-1,21%		
25	31-01-2012	231.798.789	975.659.349	1,73879%	1.190.417.789	1.190.417.789	0,88%		
26	01-02-2012	235.901.423	975.659.349	1,72995%	1.194.629.940	1.194.629.940	0,35%		
27	02-02-2012	235.901.423	975.659.349	1,72209%	1.194.705.222	1.194.705.222	0,01%		
28	03-02-2012	237.952.740	975.659.349	1,71717%	1.196.815.028	1.196.815.028	0,18%		
29	06-02-2012	237.952.740	975.659.349	1,71029%	1.196.880.921	1.196.880.921	0,01%		
30	07-02-2012	240.004.056	975.659.349	1,70243%	1.199.018.373	1.199.018.373	0,18%		
31	08-02-2012	242.055.373	975.659.349	1,69554%	1.201.145.835	1.201.145.835	0,18%		
32	09-02-2012	242.055.373	975.659.349	1,68768%	1.201.221.186	1.201.221.186	-0,01%		
33	10-02-2012	240.004.056	975.659.349	1,68276%	1.199.206.733	1.199.206.733	-0,17%		
34	13-02-2012	242.055.373	975.659.349	1,67686%	1.201.324.813	1.201.324.813	0,18%		
35	14-02-2012	242.055.373	975.659.349	1,66998%	1.201.390.769	1.201.390.769	0,01%		
36	15-02-2012	242.055.373	975.659.349	1,66113%	1.201.475.582	1.201.475.582	0,01%		
37	16-02-2012	235.901.423	975.659.349	1,65523%	1.195.345.600	1.195.345.600	-0,51%		
38	17-02-2012	235.901.423	975.659.349	1,65031%	1.195.392.720	1.195.392.720	0,00%		

Figura 8 - Aplicação prática do modelo Moody's KMV à empresa Altri

Obtivemos assim, os seguintes resultados para o valor dos activos, volatilidade e erro:

Tabela 5 - Valor dos activos, volatilidade e erro das empresas analisadas

*Valores em milhares de euros			
EMPRESA	Moody's KMV		
	*Valor de Mercado Activos	Volatilidade dos Activos	Sum Square Error
ALTRI	1.265.492	8,84%	5,82E-11
BES	77.575.213	8,10%	3,89E-11
EDP	39.401.406	6,53%	2,29E-14
GALP	16.903.201	17,88%	4,75E-13
JERÓNIMO MARTINS	12.560.448	17,15%	0,00E+00
PORTUGAL TELECOM	20.349.779	7,47%	2,90E-12
REN	4.730.790	4,92%	0,00E+00
SONAE	5.723.255	6,44%	2,55E-11

Tendo estimado o valor dos activos  $V_t$  e sua volatilidade  $\sigma_V$ , resta-nos agora estimar o *drift*, ou seja, a rendibilidade expectável dos activos durante o período considerado (um ano). Tal é feito considerando o *CAPM* (*Capital Asset Pricing Model*), e portanto usando os *closing prices* do mercado (cotações do índice de referência PSI20) de modo a determinar o *excess return* quer dos valores dos activos, quer das rendibilidades do mercado, face à taxa de juro sem risco.

Tendo agora as duas colunas calculadas como sendo o *excess return* do valor dos activos e do mercado, procedeu-se ao cálculo de  $\beta$  como sendo o declive dado por  $\beta = \frac{R_i - R_f}{R_M - R_f}$ . De referir que aqui, ao contrário do que aconteceu no cálculo do valor de mercado dos activos e sua volatilidade, foram utilizadas taxas de juro em tempo discreto.

Assumiu-se, por simplificação, um prémio de risco de 6%, e usando a conhecida fórmula do modelo *CAPM*, calculou-se o *expected asset return*, como sendo a rendibilidade expectável do valor dos activos (em taxa nominal anual). Passa-se para uma taxa em regime de capitalização contínua para chegarmos ao drift  $\mu$ .

Os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 6 - Grandezas calculadas no modelo Moody's KMV

EMPRESA	Moody's KMV		
	Beta	Retorno Esperado dos Activos	Drift
ALTRI	0,17	1,55%	1,54%
BES	0,12	1,28%	1,27%
EDP	0,24	1,99%	1,97%
GALP	0,70	4,75%	4,64%
JERÓNIMO MARTINS	0,45	3,25%	3,20%
PORTUGAL TELECOM	0,19	1,71%	1,70%
REN	0,08	1,03%	1,03%
SONAE	0,16	1,51%	1,50%

Como podemos observar, todas as acções das empresas em análise, têm risco inferior à média do risco de mercado, ou seja, a variação de um ponto percentual na rendibilidade do mercado, implica uma variação menor em todas estas acções.

Após termos as três grandezas calculadas, procedemos ao cálculo da *Distance to default*, para depois se determinar a *EDF*, ou por outras palavras, a probabilidade de *default*.

Para tal, é necessário antes compreender a nível conceptual o conceito de *default point*. Este "*default point*" representa a quantidade de responsabilidades/dívidas de uma empresa num dado horizonte temporal que iriam ser responsáveis por accionar o *default* se não forem pagos de acordo com os seus termos contratuais.

Como é fácil compreender, é uma função quer do horizonte temporal, quer da estrutura de maturidades das *liabilities*. Neste caso, usou-se como *default point*, o valor mais recente das *book liabilities*, e como *asset value* utilizou-se também o valor mais recente, determinado pelo processo referido acima.

De acordo com o modelo KMV, calculamos a *Distance to Default* com a fórmula que recordamos:

$$DD := \frac{\ln V_t + (\mu - 0.5\sigma_V^2) \tau - Payouts - \ln D^*}{\sigma_V - \sigma\sqrt{\tau}} \quad (23)$$

onde,

$$D^* := STD + 0.5 LTD \quad (21)$$

Considerando que não há *payouts*, como referimos acima, calculamos a *Distance to default* para cada empresa e recorrendo à distribuição normal facilmente chegamos à probabilidade de *default*. Com base na escala da agência *Moody's* (versão disponível para consulta), a qual é apresentada no Anexo A, obtivemos o nosso output final:

Tabela 7 - *Distance to default* e probabilidades de *default*

EMPRESA	Moody's KMV		
	Distance to Default	Probabilidade de Default	MODELO MOODY'S KMV
ALTRI	3,44	0,03%	AA
BES	0,38	35,30%	D
EDP	3,85	0,01%	AAA
GALP	4,95	0,00%	AAA
JERÓNIMO MARTINS	7,74	0,00%	AAA
PORTUGAL TELECOM	2,41	0,80%	B
REN	5,41	0,00%	AAA
SONAE	4,40	0,00%	AAA

A tabela de resultados demonstra que, segundo o modelo *Moody's KMV*, a avaliação do BES demonstra correctamente a realidade da banca nacional na actualidade. O banco apresenta uma probabilidade de incumprimento considerável, representando assim um grande risco para os seus *stakeholders*. Esta probabilidade é facilmente justificada, visto que em vários períodos do ano analisado, o valor das suas responsabilidades é superior ao valor de mercado dos seus activos.

Isto vai de encontro ao que Crosbie e Bohn (2003) relatam no seu trabalho. Apesar de teoricamente esta empresa estar falida, dado que o valor dos seus activos é inferior ao valor das suas responsabilidades, nestes casos, o default nem sempre ocorre.

Há que realçar que, apesar de a elevada probabilidade obtida na nossa análise fazer todo o sentido e ir de encontro ao que se passa na nossa realidade, seria necessário fazer alguns ajustes a este modelo visto tratar-se de uma empresa do sector financeiro e, como Crosbie e Bohn (2003) relatam no seu trabalho, a probabilidade de *default* neste tipo de empresas é muito difícil de medir, existindo modelos específicos para estas.

No que toca às restantes empresas avaliadas, à excepção da Portugal Telecom que tem “*rating B*”, todas elas demonstram ter grande saúde financeira, com probabilidades de *default* praticamente nulas.

### **3.2.2. Modelo Creditgrades**

Nesta secção usou-se o modelo estrutural CreditGrades, que se diferencia do modelo KMV por assumir uma taxa de recuperação aleatória, e portanto uma barreira de default aleatória, o que só por si já representa um desvio do modelo clássico que usualmente considera uma barreira de *default* constante (determinística) ou uma barreira de *default* dependente do tempo. A introdução de uma taxa de recuperação aleatória permite-nos entrar em conta com um evento do tipo *jump*, isto é, a barreira de *default* pode ser alcançada inesperadamente, sem ser possível a sua previsão.

Neste caso, o *drift* é assumido como zero, o que nos facilita o facto de não termos de estimar esta grandeza, que é de alguma dificuldade. A intuição económica para esta assunção é justificada se assumirmos que as empresas tendem a manter um nível de endividamento constante ao longo do tempo.

Como *inputs* para o cálculo deste modelo, foram utilizados: o número de acções em circulação, o valor da dívida a curto e longo prazo, a volatilidade dos capitais próprios e o valor dos interesses minoritários (Anexo A).

Explicando o processo, começámos por calcular o número de acções, dado pela soma entre o número de acções ordinárias e o número de acções preferenciais (assumiu-se zero por

simplificação). Neste caso a volatilidade assumida não foi a volatilidade implícita mas sim a volatilidade histórica, calculada anteriormente.

Recorreu-se ao balanço para se calcular a dívida financeira, que é dada pela soma entre os empréstimos a curto prazo, os empréstimos a longo prazo e metade das restantes responsabilidades financeiras.

No caso BES, para o cálculo da dívida financeira, assumiu-se um peso de 50% sobre o valor total dos empréstimos para a definição de empréstimos de curto e médio prazo, devido à dificuldade que existe em diferenciar responsabilidades de curto e longo prazo neste tipo de organizações. Já contávamos com este entrave, uma vez que esta problemática foi evidenciada no trabalho de Crosbie e Bohn (2003).

Por fim, considerando o valor dos interesses minoritários, conseguimos chegar ao valor da dívida, e por conseguinte do *debt per share* (variável utilizada para o cálculo da probabilidade de *default*, que se obtém dividindo o valor da dívida pelo número de ações em circulação).

Eis os resultados obtidos:

Tabela 8 - Grandezas calculadas no modelo Creditgrades

<b>*Valores em milhares de euros</b>			
<b>EMPRESA</b>	<b>Creditgrades</b>		
	<b>*Financial Debt</b>	<b>*Debt</b>	<b>Debt per share</b>
<b>ALTRI</b>	843.930	843.802	4,11
<b>BES</b>	63.240.193	62.570.748	15,57
<b>EDP</b>	25.859.702	22.620.388	6,19
<b>GALP</b>	4.794.370	3.489.571	4,21
<b>JERÓNIMO MARTINS</b>	2.054.059	1.763.664	2,80
<b>PORTUGAL TELECOM</b>	14.347.525	13.786.847	16,12
<b>REN</b>	3.182.180	3.182.180	6,00
<b>SONAE</b>	3.289.817	2.939.915	1,47

De seguida, procede-se à determinação do valor dos activos numa óptica por acção somando a cotação actual da empresa e o produto da *debt-per-share* pela taxa de recuperação global (valor assumido de 50%, como é usual):

Tabela 9 - Valor dos activos numa óptica por acção

*Numa óptica por acção	
EMPRESA	Creditgrades
	*Valor dos Activos
ALTRI	3,65
BES	8,69
EDP	5,38
GALP	13,86
JERÓNIMO MARTINS	16,00
PORTUGAL TELECOM	11,81
REN	5,06
SONAE	1,42

No que toca à volatilidade da barreira, assumiu-se um valor de 30% para todas as empresas. Tendo isto presente, os parâmetros  $d$  e  $\alpha$  necessários para o cálculo da *Survival Probability*, ou probabilidade de sobrevivência, foram calculados:

Tabela 10 - Parâmetros  $d$  e  $\alpha$

EMPRESA	Creditgrades	
	$d$	$\alpha$
ALTRI	1,94	0,32
BES	1,22	0,31
EDP	1,90	0,32
GALP	7,21	0,40
JERÓNIMO MARTINS	12,49	0,37
PORTUGAL TELECOM	1,60	0,31
REN	1,85	0,31
SONAE	2,12	0,34



Com todos os *inputs* necessários ao cálculo da *Survival Probability*, e tendo presente que a escala do modelo Creditgrades através da qual se converte os números obtidos em classificações é por nós desconhecida, apresentamos assim os resultados obtidos:

Tabela 11 - Resultados obtidos para a *Survival Probability* e probabilidade de incumprimento segundo o modelo Creditgrades

EMPRESA	Creditgrades	
	Survival Probability	Probabilidade de Default
ALTRI	94,48%	5,52%
BES	42,68%	57,32%
EDP	93,74%	6,26%
GALP	100,00%	0,00%
JERÓNIMO MARTINS	100,00%	0,00%
PORTUGAL TELECOM	83,17%	16,83%
REN	93,82%	6,18%
SONAE	96,13%	3,87%

Tal como no modelo da Moody's, o BES é a empresa com maior probabilidade de falir, apresentando um valor de aproximadamente 57 pontos percentuais.

De igual forma, a Portugal Telecom é a empresa que se segue, com 17% de probabilidade de incumprir. Quanto às restantes empresas apresentam probabilidades de *default* bastante reduzidas, revelando demonstrando ser empresas sólidas financeiramente.

### 3.3. Comparação de resultados

Agora que calculámos as probabilidades de *default* através das diferentes abordagens – modelo *Moody's* e modelo *Creditgrades* - resta-nos fazer uma pequena análise aos resultados obtidos. Abaixo apresentamos graficamente as probabilidades de incumprimento pelas diferentes perspectivas:

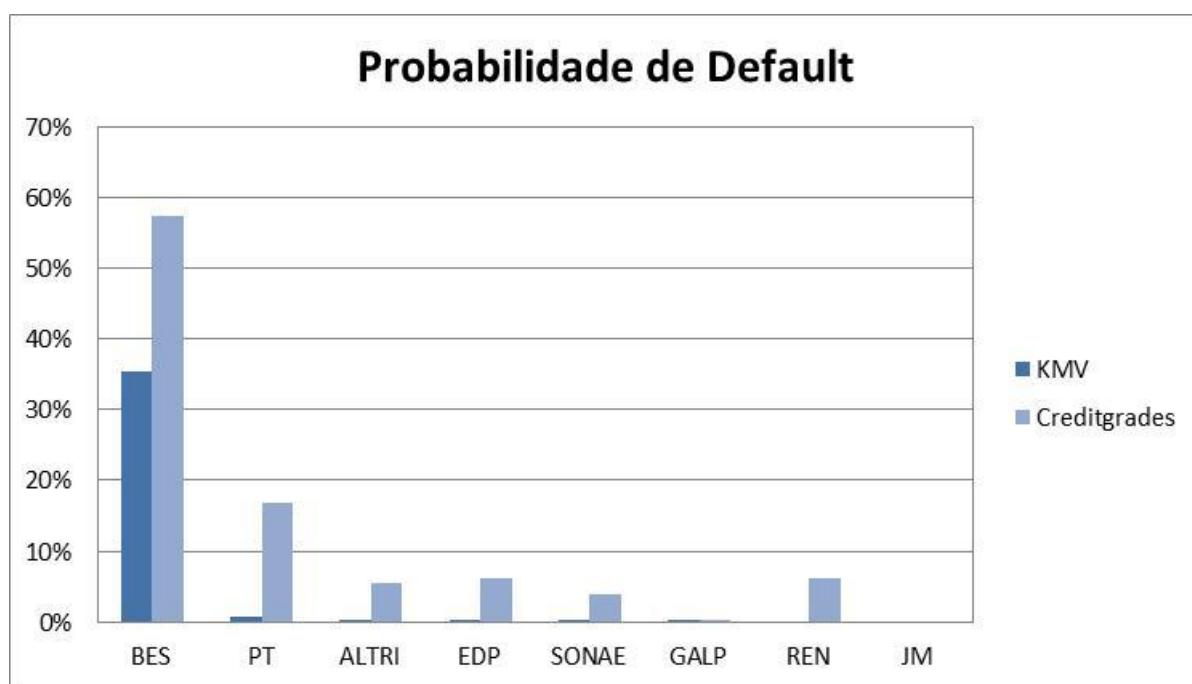


Figura 9 - Gráfico comparativo dos resultados obtidos através do modelo Moody's KMV e do modelo Creditgrades

Face aos resultados obtidos, quer pelo modelo KMV, quer pela abordagem do modelo CreditGrades, constata-se que os valores determinados pelo primeiro modelo, com recurso aos valores contabilísticos, seguem a mesma tendência dos valores determinados recorrendo ao modelo estrutural CreditGrades.

Apesar de em todas as empresas se verificarem diferenças assinaláveis entre os resultados obtidos através do modelo KMV e o modelo Creditgrades, existe alguma congruência entre os modelos dado que estes remetem para um mesmo significado em termos de probabilidade de *default*.

O facto de se assumir um ponto de *default* fixo no modelo Moody's KMV, como sendo o valor contabilístico do passivo, faz com que se obtenham probabilidades mais baixas em relação ao modelo Creditgrades. Neste último verificam-se probabilidades mais elevadas

visto que se assume uma barreira de *default* estocástica (não fixa) o que reflecte de uma forma mais clara a realidade.

Abaixo apresentamos uma comparação entre os resultados que obtivemos no modelo Moody's KMV e as avaliações das três grandes agências de *rating* actualmente em vigor. Esta comparação só foi possível para o BES, EDP, PT e REN dado que as restantes não têm as suas avaliações disponíveis. Relembramos ainda que não foi possível fazer uma comparação de resultados entre o modelo Creditgrades e as avaliações actuais visto que a escala deste modelo é desconhecida.

Tabela 12- Avaliações reais VS Avaliações segundo o modelo Moody's KMV

EMPRESA	RATING MOODY'S	RATING STANDARD&POOR'S	RATING FITCH	MODELO MOODY'S KMV
ALTRI	NR	NR	NR	AA
BES	Ba3	*BB / BB-	NR	D
EDP	Ba1	BB+	**BBB+ / BBB-	AAA
GALP	NR	NR	NR	AAA
JERÓNIMO MARTINS	NR	NR	NR	AAA
PORTUGAL TELECOM	NR	BB+	BBB	B
REN	Ba1	BB+	NR	AAA
SONAE	NR	NR	NR	AAA
* BB(31/01/2012) / BB- (Restante)				
** BBB+ (até 04/03/2012) / BBB- (Restante)				
NR - Not Rated				

Como é possível observar, existe aqui uma clara divergência entre resultados. Na realidade o BES e PT têm uma avaliação mais favorável à que obtivemos através do modelo Moody's KMV. No caso da REN e EDP acontece o contrário. Há três factores que justificam estas divergências:

Em primeiro lugar, tal como referimos no início deste trabalho, quando uma entidade é avaliada, é analisada não só a sua situação financeira, mas também a sua dependência com

o exterior, a política dominante no país, condições económicas do mercado mundial, entre outras variantes.

Acontece que através do modelo Moody's KMV estamos a avaliar a situação financeira das empresas.

Em segundo lugar há que realçar que a matriz através da qual escalámos as probabilidades de default, convertendo-as em notações de rating, poderá não ser a escala actualmente em vigor. Para este efeito foi utilizada a escala disponibilizada na Internet.

Por último, relativamente à classificação do Banco Espírito Santo, como já referimos, para as empresas financeiras a Moody's utiliza modelos especialmente "desenhados" para este tipo de entidades uma vez que são vários os entraves que surgem nestas avaliações. Como tal, este é mais um factor que contribui para que o resultado que obtivemos no nosso estudo não seja idêntico à avaliação real desta entidade.

## 4. Conclusão

---

Com a importância que as Agências de Rating assumem na actualidade achámos de todo um interesse fazer um estudo sobre uma componente do seu trabalho, os modelos de avaliação de risco de crédito.

Com esta dissertação procurámos fazer um estudo aprofundado sobre os modelos Moody's KMV e Creditgrades bem como sobre a base de todos os modelos, o modelo de Merton.

Começámos por estudar o modelo de Merton, o ponto de partida de todos os modelos de avaliação de risco de crédito estruturais. Neste modelo vários pressupostos simplificadores são assumidos, o que torna o modelo incompleto no que toca à sua aplicação, visto que nos proporciona uma análise um pouco àquem da realidade. De entre esses pressupostos simplificadores assumidos, destaca-se não só o facto de se assumir uma estrutura de capital simplificada - em que o capital próprio de uma empresa é constituído apenas por acções ordinárias e o passivo por obrigações de cupão zero - mas também o facto de uma empresa poder entrar em *default* apenas quando a maturidade da dívida é atingida nas situações em que o valor dos activos da empresa é inferior ao valor das suas responsabilidades.

Segundo Merton (1974), o capital próprio pode ser visto como uma *European call option* sobre o valor dos activos da empresa, em que os accionistas têm o direito mas não a obrigação de adquirir os activos da empresa aos credores, mediante o pagamento do valor nominal da dívida na maturidade da dívida, ficando assim com o remanescente.

No modelo Moody's KMV, a probabilidade de *default* é função do valor de mercado da empresa, da volatilidade dos mesmos e da alavancagem.

Concluimos que existem diferenças consideráveis entre este modelo e o modelo de Merton:

- Aqui, é utilizada informação de mercado ao invés da informação das demonstrações financeiras no que toca ao cálculo dos activos e sua volatilidade;
- Ao contrário do que acontece no modelo de Merton, o passivo poderá ser constituído por responsabilidades de várias naturezas, acontecendo o mesmo relativamente ao capital próprio;
- No modelo Moody's KMV são tomados em linha de conta *cash out flows* tais como dividendos ou pagamento de cupões;

- Enquanto que no modelo de Merton o *default point* é o valor do Passivo, no modelo Moody's KMV o *default point* é empiricamente calculado;
- O *default* poderá ocorrer em qualquer altura da "vida" do passivo, e não apenas na maturidade do mesmo como acontece no modelo de Merton, sempre que o valor dos activos desça abaixo do valor das responsabilidades da empresa.

Relativamente a esta última diferença, embora o modelo de Moody's KMV se aproxime mais da realidade comparativamente ao modelo de Merton, o facto de se estar a assumir que uma empresa entre em *default* sempre que o valor dos activos desça abaixo do valor das responsabilidades da empresa não é fidedigno visto que isto nem sempre ocorre tal como podemos comprovar na nossa aplicação prática, mais precisamente no caso do Banco Espírito Santo.

Por último, relativamente ao modelo Creditgrades, a principal característica que o distingue dos outros modelos estruturais é que neste é assumida uma barreira de *default* aleatória e não estática, ao contrário do que acontece no modelo de Merton (em que a barreira de *default* é o valor das dívidas) e no modelo Moody's KMV (em que é considerada uma barreira de *default* dependente do tempo). Este pressuposto permite capturar *jump-like default events* em que um *default* ocorre de forma totalmente inesperada, o que faz com que este modelo seja o que mais se aproxima da realidade.

A aplicação prática, permitiu-nos constatar isso mesmo. Com o modelo Creditgrades, ao mesmo tempo que obtivemos probabilidades de *default* mais elevadas do que com o modelo da Moody's KMV, também obtivemos um maior nível de precisão ao considerarmos uma barreira de *default* estocástica ao invés de uma barreira estática ou determinística.

Na aplicação prática, mais precisamente na comparação entre os resultados obtidos no modelo da Moody's KMV e os resultados reais, podemos também comprovar que os modelos de avaliação de risco de crédito são apenas uma parte do trabalho desenvolvido pelas agências de notação financeira. Factores tais como o contexto económico em que a entidade avaliada se insere, o país a que pertence, a política dominante nesse mesmo país, entre outros, também pesam numa avaliação de risco de crédito, o que justifica a diferença entre os resultados obtidos no modelo Moody's KMV e as notações em vigor no ano de 2012.

# Bibliografia

---

Black, Fischer and John C. Cox, 1976, ***Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions***, Journal of Finance 31, 351-367;

Black, Fischer and Myron Scholes, 1973, ***The pricing of options and corporate liabilities***, Journal of Political Economy 81, 637- 654;

Crosbie, Peter J. and Jeffrey R. Bohn, 2003, ***Modeling default risk, PhD dissertation. Technical Document***, Moody's KMV;

Dias, J. C., 2012,. ***Lecture notes***,. ISCTE-IUL Business School;

Finger, Christopher C., and Robert Stamicar, 2006, ***Incorporating equity derivatives into the CreditGrades model***, Journal of credit risk, RiskMetrics Group;

Finger, Christopher C., Vladimir Filkelstein, George Pan, Jean-Pierre Lardy, Thomas Ta, and John Tierney, 2002, ***Creditgrades™ technical document***,. RiskMetrics Group, Inc., New York;

***Guide to credit rating essentials***, 2011, Standard and Poor's;

Hull, J. C., 2004, ***Options, futures and other derivatives***, 7<sup>th</sup> edition, Prentice Hall (Chapters 22 and 23);

Jeanblanc, Monique, Marc Yor, and Marc Chesney, 2009, ***Mathematical methods for financial markets*** (Springer, New York);

Kiesel, Rudiger and Veraart, 2008, ***A note on the survival probability in CreditGrades***, The Journal of Credit Risk (65–74);

Merton, Robert C., 1974, ***On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates***, Journal of Finance 29, 449-470;

Modigliani, Franco and Merton H. Miller, 1958, ***The cost of capital, corporation finance and the theory of investment***, American Economic Review 48, 261-297;

Musiela, Marek and Marek Rutkowski, 2004, ***Martingale methods in financial modelling***, 2<sup>nd</sup> edition, (Springer-Verlag, Berlin);

Ozeki, Takaaki, Yuji Umezawa, Akira Yamazaki and Daisuke Yoshikawa, 2010, ***An extension of CreditGrades model approach with Lévy processes***, Quantitative Finance;

Rodrigues, João, 2012, ***Sistema de normalização contabilística explicado*** (3ª Edição), Porto Editora;

Stein, Roger M., Douglas W. Dwyer and Ahmet E. Kocagil, 2004, ***Moody's KMV RISKCALC™ v3.1 model***, Moody's KMV;

Stein, Roger M, Greg M. Gupton, 2002, ***LossCalc™: Moody's Model for Predicting Loss Given Default (LGD)***, Moody's Investors Service;

Sun, Zhao, David Munves, and David T. Hamilton, 2012, ***Public firm expected default frequency (EDF™) credit measures: methodology, performance, and model extensions***, Moody's Analytics Report;

Vassalou, Maria and Yuhang Xing, 2004, ***Default risk in equity returns***, Journal of Finance 59, 831-868;

<http://www.Bloomberg.com>, acedido a 02 de Outubro de 2013;

<http://www.moodys.com>, acedido a 30 de Abril de 2013;



<http://www.fitchratings.com>, acedido a 30 de Abril de 2013;

<http://www.standardandpoors.com>, acedido a 30 de Abril de 2013;

<http://www.euribor-ebf.eu/euribor-org/euribor-rates.html>, acedido a 02 de Outubro de 2013;

# Anexo A

Tabela 13 - Inputs necessários ao modelo Moody's KMV

*Valores em milhares de euros						
EMPRESA	Moody's KMV					
	Número de Ações em Circulação	Passivos (€)				Volatilidade (%) Capital Próprio
		*Trimestre 1	*Trimestre 2	*Trimestre 3	*Trimestre 4	
ALTRI	205.132	975.659	995.495	922.963	944.433	27,28%
BES	4.017.928	74.875.054	77.767.521	74.106.666	75.958.084	78,47%
EDP	3.656.538	29.572.060	29.800.467	30.805.109	31.196.176	27,82%
GALP	829.251	7.551.382	7.437.232	7.627.022	7.189.973	31,69%
JERÓNIMO MARTINS	629.293	3.338.792	3.237.544	3.324.178	3.391.047	23,66%
PORTUGAL TELECOM	855.000	17.946.020	16.971.354	17.427.660	17.241.699	30,17%
REN	530.120	3.433.590	3.448.830	3.530.181	3.658.465	15,88%
SONAE	2.000.000	4.331.807	4.293.357	4.292.466	4.366.797	32,93%

Tabela 14 - Escala da agência Moody's

Moody's		
DD	EDF	RATING
0.84	0,2005	D
1.15	0,1251	CC
1.48	0,0694	CCC
2.05	0,0202	B
2.43	0,0075	BB
2.97	0,0015	BBB
3.19	0,0007	A
3.35	0,0004	AA
3.54	0,0002	AAA

Tabela 15 - Inputs do modelo Creditgrades

*Valores em milhares de euros							
EMPRESA	Creditgrades						
	Número de Ações em Circulação	Passivos Anuais (€)				Volatilidade (%) Capital Próprio	Interesses Minoritários
		*Empréstimos Curto Prazo	*Empréstimos Longo Prazo	*Outros Passivos de Curto Prazo	*Outros Passivos de Longo Prazo		
ALTRI	205.132	184.871	558.556	137.143	63.862	27,28%	128
BES	4.017.928	25.261.151	25.261.151	12.717.892	12.717.892	78,47%	669.445
EDP	3.656.538	3.807.503	16.715.725	4.118.698	6.554.250	27,82%	3.239.314
GALP	829.251	546.430	1.852.337	3.032.681	1.758.525	31,69%	1.304.800
JERÓNIMO MARTINS	629.293	146.246	570.825	2.443.589	230.387	23,66%	290.395
PORTUGAL TELECOM	855.000	1.806.976	9.646.374	2.964.477	2.823.871	30,17%	560.678
REN	530.120	1.170.400	1.535.495	370.311	582.259	15,88%	0
SONAE	2.000.000	526.077	1.686.760	1.814.587	339.372	32,93%	349.901