

**DECOMPOSIÇÃO DA *CROSS-SECTIONAL VOLATILITY* NO
MERCADO DE AÇÕES PORTUGUÊS**

Marta Sofia Pepe Ferreira

Dissertação submetida como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em
Finanças

Orientador:

Professor Doutor Luís Alberto Ferreira de Oliveira, Professor Auxiliar, ISCTE *Business School* Departamento de Finanças

Outubro de 2016

Resumo

Com as recentes crises no sector financeiro, tem-se notado um aumento da importância atribuída à estimação de métricas que permitam a avaliação do risco associado a cada investimento. A volatilidade é reconhecida como uma medida de dispersão das taxas de rendibilidades, de um ou mais ativos, por um determinado período de tempo. Existem essencialmente duas metodologias de análise da volatilidade, através de *Time-Series Volatility* e de *Cross-Sectional Volatility*.

Este trabalho propõe-se a realizar a decomposição da *Cross-Sectional Volatility* para o mercado acionista português. Esta decomposição é realizada, tendo como inspiração, a metodologia descrita em Menchero e Morozov (2010). Para a realização deste estudo foram consideradas duas categorias de fatores explicativos, a primeira composta por fatores que traduzem Estilos de Investimento comumente designados por *Styles* e a segunda pelos *Supersectors* de Atividade.

A presente Dissertação aponta à concretização de dois objetivos: o primeiro prende-se com o estudo da aderência do modelo ao mercado acionista português e o segundo com a identificação dos principais *drivers* da volatilidade, possibilitando a perceção da sua amplitude e relevância.

JEL Classification: G11; G19

Palavras Chave: Análise de Risco; Volatilidade; *Cross-Sectional Volatility*; Gestão de Risco.

Abstract

With the recent crisis in the financial sector, has been noticed an increasing level of importance in metrics estimation aiming to manage risk within each investment. The volatility is recognized as a measure of yield's dispersion for one or more assets for a given period of time. There are essentially two methodologies for volatility calculation making use of Time-Series Volatility and Cross-Sectional Volatility.

This paper proposes to perform the decomposition of Cross-Sectional Volatility for the Portuguese equity market. This decomposition is performed, taking as inspiration, the methodology described in Menchero and Morozov (2010). There were considered two categories of explanatory factors, the first composed by factors commonly called Styles and the second by Supersectors of Activity.

This Master Thesis aims at achieve two main objectives: the first is related to the model adherence to Portuguese equity market and the second is to identify the main drivers of volatility, enabling their scales and relevance study.

JEL Classification: G11; G19

Keywords: Risk analysis; Volatility; Cross-Sectional Volatility; Risk management.

Agradecimentos

Quero agradecer a todos os que me apoiaram e me motivaram ao longo da execução deste trabalho.

Ao Professor Doutor Luís Alberto Ferreira de Oliveira, que mesmo nas horas mais difíceis teve sempre disponibilidade para me ajudar a avançar.

À minha Família, Amigos e Colegas de Trabalho que compreenderam e ajudaram sempre no que estava ao seu alcance. Ao meu namorado, amigo e companheiro que faz com que todos os dias sejam melhores. E aos que já não estão presentes mas que ajudaram a construir quem sou hoje e que farão sempre parte de mim e da minha vida.

Quero aproveitar esta oportunidade para dedicar este trabalho à pessoa que sempre me apoiou, mesmo quando eu achava que não precisava, a minha mãe que foi, é e será sempre uma inspiração para mim em todas as áreas da minha vida.

“Quem caminha sozinho pode chegar mais rápido, mas quem caminha acompanhado com certeza chega mais longe.” (Clarice Lispector).

Índice

1. Introdução e Revisão da Literatura	1
2. Metodologia	5
2.1. Decomposição da Volatilidade	5
2.1.1. <i>Time-Series Volatility</i>	5
2.1.2. <i>Cross-Sectional Volatility</i>	6
2.2. Construção dos Fatores Explicativos	7
2.2.1. Âmbito geral.....	8
2.2.2. Fatores <i>High</i> e <i>Low</i>	9
2.2.3. Fatores <i>Large</i> e <i>Small</i>	10
2.2.4. Fator <i>Momentum</i>	10
2.2.6. Fatores Sectoriais	12
2.3. Estatísticas descritivas dos Fatores Explicativos	13
2.4. Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i>	14
3. Resultados	16
3.1. Análise do Comportamento da <i>Cross-Sectional Volatility</i> no horizonte temporal	16
3.2. Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i> – Comparação entre as Componentes Sistemática e Específica.....	19
3.3. Aferição dos fatores Explicativos que melhor representam as variações da <i>Cross-Sectional Volatility</i>	21
4. Conclusões	26
5. Referências Bibliográficas	28
Anexos.....	29
Anexo I – Demonstração da Equação 4	30
Anexo II - Matriz de Correlações	32

Anexo III – Tabela Resumo dos Títulos pertencentes a cada Supersector..... 33

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Síntese dos Fatores Explicativos	9
Tabela 2 - Tabela Resumo da Sectores de Atividade Elegíveis para constituírem fatores explicativos.....	12
Tabela 3 - Medidas de Estatística Descritiva dos Fatores Explicativos	13

Índice de Figuras

Figura 1 - Representação Gráfica da <i>Cross-Sectional Volatility</i>	16
Figura 2 - Representação Gráfica da Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i>	19
Figura 3 - Representação Gráfica da Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i> utilizando apenas os fatores que representam Estilos de Investimento	21
Figura 4 – Representação Gráfica da Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i> utilizando apenas os Fatores Sectoriais	22
Figura 5- Representação Gráfica da Componente Sistemática da <i>Cross-Sectional</i> <i>Volatility</i> separada pelos Fatores Estilos de Investimento e Sectores de Atividade.....	23
Figura 6 - Representação Gráfica do Contributo para a Parte Sistemática dos Estilos de Investimento	24
Figura 7 - Representação Gráfica do Contributo para a Parte Sistemática dos Sectores de Atividade considerados mais significativos	25

Índice de Equações

Rendibilidade de um portfólio por <i>Time-Series</i>	5
<i>Time-Series Volatility</i>	5
Rendibilidade de um portfólio por <i>Cross-Sectional</i>	6
Decomposição <i>Cross-Sectional Volatility</i>	6
Decomposição da <i>Cross-Sectional Volatility</i> nas suas Componentes.....	7
<i>Book-to-Market Ratio</i>	10
Beta.....	15

1. Introdução e Revisão da Literatura

No âmbito da gestão ativa de portfólios é fulcral a definição de estratégias de investimento, revelando-se de extrema importância a utilização de métricas que permitam avaliar de forma fidedigna a quantidade de informação disponível no mundo atual. Em termos de alocação de ativos nas carteiras de investimento, são normalmente definidas estratégias com base nos países de origem, sectores de atividade, indústrias ou até de estilos de investimento¹ designados como *Styles* na literatura.

A escolha da estratégia a aplicar a cada momento e o domínio da dicotomia rendibilidade/risco, têm-se revelado uma preocupação constante da comunidade profissional e um desafio para a comunidade científica. Markowitz, conhecido como o Pai da Teoria Moderna do Portfólio, em Markowitz (1952), estabeleceu formalmente o *trade-off* intrínseco entre rendibilidade e risco, mostrando que, mais importante que o risco de um ativo isolado é a sua contribuição para o risco do portfólio. Em Rosenberg (1974), o autor desenvolveu um modelo de risco multifatorial, chegando mesmo a estimar a matriz de covariâncias entre os fatores considerados e as rendibilidades das ações. Mais tarde, em Rosenberg e Marathe (1975), foi apresentada uma análise econométrica², acerca de modelos de risco multifatoriais, tendo como motivação, a existência de fatores que explicariam as rendibilidades dos ativos, como por exemplo, as indústrias ou até os estilos de investimento como o *size* e o crescimento.

Com as crises financeiras do passado recente, tem-se notado uma crescente preocupação com o risco associado às rendibilidades dos ativos, surgindo assim inúmeros trabalhos de pesquisa e desenvolvimento na área de gestão de risco, tanto no âmbito dos métodos de estimação da volatilidade, como na identificação dos fatores que demonstram ter maior impacto e preponderância na oscilação da mesma. A volatilidade é essencialmente uma medida de dispersão das taxas de rendibilidade dos ativos, sendo mensurada como o desvio-padrão³ das suas taxas de rendibilidade. Podemos assim,

¹ Por estilos de investimento entendem-se estratégias que têm por base características inerentes aos títulos como por exemplo o *Book-to-Market Ratio*, Capitalização Bolsista ou a Valorização dos Títulos.

² Análise Econométrica consiste na aplicação de um conjunto de ferramentas estatísticas com o objetivo de perceber a relação entre variáveis económicas pela aplicação de um modelo matemático.

³ Desvio-padrão é uma medida de dispersão estatística, que quantifica as variações das observações face à média.

caracterizar a volatilidade elevada de um ativo, como a uma flutuação abrupta da sua taxa de rendibilidade, seja esta, positiva ou negativa. Um ativo que apresente volatilidade reduzida num período temporal, caracteriza-se pela reduzida flutuação da sua taxa de rendibilidade ao longo desse período.

Existem essencialmente duas metodologias de cálculo da volatilidade, através de *Time-Series Volatility* e de *Cross-Sectional Volatility*. A *Time-Series Volatility* é o desvio-padrão de uma série de taxas de rendibilidades históricas de um ou mais ativos. Enquanto a *Cross-Sectional Volatility* é o desvio-padrão de um conjunto de taxas de rendibilidades, de um ou mais ativos, num determinado momento no tempo. Conforme demonstrado em Ankrim e Ding (2002), quando a *Cross-Sectional Volatility* é elevada existem maiores diferenças, em termos comparativos, nas performances dos gestores de portfólios. No caso da *Cross-Sectional Volatility* das ações ser muito baixa, todas as ações se comportam de modo similar, havendo pouca margem para ter uma melhor performance que o mercado.

De acordo com as conclusões do estudo, Menchero e Morozov (2011), uma das principais vantagens da *Cross-Sectional Volatility*, face à *Time-Series Volatility*, é a utilização de informação atual, referente ao período em análise, contrariamente, à estimação da volatilidade através de *Time-Series Volatility*, que utiliza dados históricos. Segundo o estudo de Solnik e Roulet (2002), a informação obtida através de *Cross-Sectional Volatility* poderá ser utilizada como uma medida “instantânea” da tendência global da correlação esperada.

Outra questão que se impõe na literatura é a importância relativa dos fatores explicativos, como por exemplo, em Grinold, Rudd e Stefek (1989), foi utilizado um modelo multifatorial através do qual, se concluiu que o fator país, teria maior poder explicativo e que, de entre os fatores em estudo no artigo, o que teria menor relevância seria o fator *Styles*, onde estão contempladas características como a Volatilidade, *Success*, *Size* e *Yield*.

Heston e Ronwenhost (1995) apresenta o desenvolvimento de um modelo para os países desenvolvidos da Europa, com 7 indústrias e 12 países, chegando à conclusão que os países constituíam fatores mais voláteis que as indústrias no período de 1978 a 1992. Contrariamente ao evidenciado no estudo anterior, em Cavaglia, Brightman e Aked (2000) é explorado um universo de 21 mercados desenvolvidos e 36 indústrias,

concluindo-se que os efeitos das indústrias seriam mais relevantes que os dos países no final dos anos 90.

No estudo Puchkov, Stefek e Davis (2005) foi utilizado um modelo com o mesmo objetivo dos anteriores, estudar a importância relativa dos Países, Indústrias, *Styles* e Fatores Locais. O fator País dominou os demais fatores explicativos, nos mercados desenvolvidos, para o período de 1992 a 2004, no entanto, no subperíodo de 1999 a 2000, as Indústrias prevaleceram, como o fator de maior importância. Para o fator explicativo *Styles* não houve qualquer alteração face aos estudos contemporâneos, continuando estes a ser considerados como pouco relevantes.

De acordo com o estudo de Menchero e Morozov (2010), os trabalhos acima referidos incorriam em uma de duas limitações, no que respeita ao fator *Styles*, ou a exclusão do mesmo dos modelos ou, mesmo com a sua inclusão, a forma como a estimação era realizada, produzia um efeito inibidor do seu verdadeiro poder explicativo. O estudo refere também que os fatores explicativos Países e Indústrias não seriam apurados de modo similar, como por exemplo o estudo Grinold, Rudd e Stefek (1989) em que o Beta de mercado foi incluído no fator país, dando uma vantagem a este fator face aos demais. O mesmo aconteceu em Puchkov, Stefek e Davis (2005), o que levou ao benefício do fator País, em detrimento das Indústrias e *Styles*.

Esta dissertação tem como objetivo decompor a *Cross-Sectional Volatility* em termos de *Supersectors* adiante designados por Sectores de Atividade e *Styles* adiante designados por Estilos de Investimento. Nos Estilos de Investimento constam tanto características específicas dos títulos como o *Book-to-Market Ratio*, a Capitalização Bolsista e a Variação da Taxa de Rendibilidade bem como a Volatilidade do Mercado em que se inserem.

Esta decomposição visa a análise exploratória dos fatores explicativos que têm maior impacto na medida estatística final, para as ações integrantes do PSI 20, no horizonte temporal de 2003 a 2013, utilizando para tal, a metodologia proposta por Menchero e Morozov (2010).

A referida decomposição será efetuada para o mercado acionista português, com a consciência de que se trata de um mercado de pequena dimensão e com pouca liquidez, em comparação com os estudos que inspiraram o presente trabalho. Estas características

permitirão também averiguar qual a aderência dos modelos a outros mercados como o nacional.

Esta dissertação encontra-se estruturada da seguinte forma: na Subsecção 2.1. e 2.4. são descritos os detalhes da metodologia utilizada na decomposição, na Subsecção 2.2. é explorada a metodologia de criação dos fatores explicativos, na Subsecção 2.3. são apresentadas algumas medidas de estatística descritiva acerca dos mesmos, na Secção 3. são apresentados sob a forma de representações gráficas os resultados da decomposição e por último, na Secção 4., as conclusões.

2. Metodologia

Esta Secção propõe-se a detalhar quatro temas essenciais à execução deste trabalho, na Subsecção 2.1., a metodologia escolhida para a Decomposição da Volatilidade, na Subsecção 2.2., a construção dos Fatores Explicativos, na Subsecção 2.3., a análise das Estatísticas Descritivas dos Fatores Explicativos e finalmente na Subsecção 2.4. o detalhe da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility* realizada.

2.1. Decomposição da Volatilidade

Conforme descrito anteriormente, a decomposição da volatilidade pode ser realizada através de duas metodologias, através de *Time-Series Volatility* e de *Cross-Sectional Volatility*. Numa perspetiva introdutória, é apresentada sumariamente na Sub-subsecção 2.1.1 a decomposição em *Time-Series Volatility*, detalhando na Sub-subsecção 2.1.2 a *Cross-Sectional Volatility*.

2.1.1. *Time-Series Volatility*

Conforme descrito em Menchero e Davis (2010), a rendibilidade de um portfólio, r_p no período t , pode ser explicada por determinados fatores, k , conforme a equação abaixo:

$$r_p = \sum_k \beta_k \times r_{kt} \quad (1)$$

Onde r_p representa a rendibilidade de um portfólio p no período t , β_k representa a exposição do portfólio ao fator k e r_{kt} a rendibilidade do fator k no período t . Como descrito no referido artigo, a volatilidade pode ser calculada através seguinte equação:

$$\sigma(r_p) = \sum_k \beta_k \times \sigma(r_k) \times \rho(r_k, r_p) \quad (2)$$

Onde a *Time-Series Volatility* do portfólio p é representada por $\sigma(r_p)$ por sua vez, $\sigma(r_k)$ representa a *Time-Series Volatility* do fator k e $\rho(r_k, r_p)$ a correlação entre rendibilidade do portfólio p e a rendibilidade do fator k . Esta forma de cálculo foi identificada no artigo como *x-sigma-rho attribution*, sendo considerada como uma forma simplificada de expor os três principais *drivers* da volatilidade: a dimensão da posição x , a volatilidade do fator *sigma* e a correlação entre a rendibilidade do fator e a rendibilidade do portfólio p , *rho*.

2.1.2. *Cross-Sectional Volatility*

Em termos de *Cross-Section*, e conforme apresentado em Menchero e Morozov (2010), a rendibilidade de um portfólio de ações n , constituído em cada *cross-section*, é calculado pela seguinte equação:

$$r_n = \sum_k r_k \times \beta_{nk} + u_n \quad (3)$$

Onde figuram a rendibilidade do portfólio de ações n , constituído em cada *cross-section* r_n , a rendibilidade de cada fator r_k , a exposição de cada ação aos fatores β_{nk} , e os resíduos de estimação u_n .

A forma de cálculo referida na Sub-subsecção anterior pode também ser aplicada numa perspetiva de *Cross-Sectional Volatility*, conforme equação seguinte:

$$\sigma(r_p) = \sum_k r_k \times \sigma(\beta_k) \times \rho(\beta_k, r_p) + \sigma(u) \times \rho(u, r) \quad (4)$$

Onde se apresenta $\sigma(r_p)$, a volatilidade da rendibilidade do portfólio p , constituído em cada *cross-section* como função da rendibilidade de cada fator k , r_k , a *Cross-Sectional Volatility* das exposições das ações que, constituem o portfólio p em cada *cross-section*, ao fator k , $\sigma(\beta_k)$, a *Cross-Sectional Correlation* das exposições das ações ao fator k e

as rendibilidades das ações, $\rho(\beta_k, r_p)$, a *Cross-Sectional Volatility* dos resíduos de estimação $\sigma(u)$ e a *Cross-Sectional Correlation* entre os resíduos de estimação e rendibilidades das ações $\rho(u, r)$.

Uma vez que, a equação 4 não é obtida de modo direto, será incluída a demonstração da mesma no Anexo I, conforme apresentada no artigo Menchero e Morozov (2010).

Da equação (4) podemos deduzir que figuram na estimação da *Cross-Sectional Volatility* duas componentes: Componente Sistemática e a Componente Idiossincrática ou Específica. A primeira é estimada pelo modelo e a segunda poderá ser aferida pela diferença entre a volatilidade total e a parte estimada.

$$\text{Total CSV} = \text{Componente Sistemática} + \text{Componente Específica} \quad (5)$$

Em Menchero e Davis (2011) a forma de cálculo *Cross-Sectional X-Sigma-Rho* é considerada flexível ao ponto de ser possível calcular o risco de um portfólio, utilizando as mesmas variáveis, que seriam necessárias para calcular o retorno do mesmo. Esta metodologia pode ser aplicada a qualquer processo de investimento, criando assim uma base para a avaliação de binómio risco/retorno. A decomposição da *Cross-Sectional Volatility* realizada com esta formulação permite o cálculo da contribuição de cada fator separadamente, possibilitando a comparação entre os mesmos.

2.2. Construção dos Fatores Explicativos

Nesta Subsecção será apresentado o detalhe da Construção dos Fatores Explicativos a serem utilizados na decomposição da *Cross-Sectional Volatility*.

2.2.1. Âmbito geral

De modo a procedermos à elaboração da decomposição proposta como objeto base desta dissertação, foram utilizados os seguintes conjuntos de dados, como fonte do modelo: preços das ações, a sua capitalização bolsista⁴ e o seu valor contabilístico. De referir que, o conjunto de dados elencados acima foi extraído de um terminal da *Bloomberg*, de modo a garantir a integridade dos mesmos. Estas características foram extraídas para cada título integrante do PSI 20, a cada final de mês, desde 31/12/1999 a 28/02/2013.

Na escolha do horizonte temporal foram tidos em conta os seguintes fatores: a inclusão do período posterior à adesão de Portugal à moeda única, a inclusão de um período de crise financeira e um período de análise total de 10 anos. Foi assim considerado o horizonte temporal de 01/01/2003 a 28/02/2013.

Considerando as empresas que alguma vez constaram da composição do PSI 20, no final de cada mês e ao longo do período em estudo, foram constituídos cinco índices, que desempenham o papel de fatores de mercado, *High, Low, Small, Big, Momentum*, cujo detalhe da construção se encontra nas Sub-subsecções seguintes. O fator Volatilidade foi construído com base na volatilidade do PSI Geral pretendendo descrever a volatilidade do mercado, todos os fatores descritos, incluindo o fator Volatilidade, são categorizados como fatores representativos de Estilos de Investimento, vide Tabela 1.

Para além dos fatores representativos de Estilos de Investimento, são também utilizados na decomposição apresentada neste trabalho, fatores sectoriais, os quais são compostos pelos Sectores de Atividade das empresas cujas ações figuraram no PSI 20, no final de cada mês, durante o período em análise.

⁴ A capitalização bolsista de uma empresa, é o seu valor de mercado em bolsa, ou seja, consiste no número total de ações emitidas em circulação valorizado ao preço de mercado.

Tabela 1 - Síntese dos Fatores Explicativos

Fatores Representativos de Estilos de Investimento	Fatores Representativos de Sectores de Atividade
<i>High</i>	<i>Basic Resources</i>
<i>Low</i>	<i>Construction & Materials</i>
<i>Small</i>	<i>Industrial Goods & Services</i>
<i>Big</i>	<i>Media</i>
<i>Momentum</i>	<i>Retail</i>
Volatilidade	<i>Technology</i>
-	<i>Telecommunications</i>
-	<i>Utilities</i>

No que diz respeito aos Sectores de Atividade, dado que o mercado português é muito influenciado pelo sector bancário, e uma vez que as empresas que o integram possuem características muito diferenciadas, as instituições financeiras da área da banca foram expurgadas da análise, tanto para efeitos da construção dos portfólios, como nas análises subsequentes.

A cada data de final de mês e para cada fator, foram selecionados os títulos a integrar nos portfólios, através da adequação dos mesmos à característica específica de cada fator. Todos os índices foram constituídos na base 1000 com referência ao dia 31/12/1999, para permitir a comparabilidade gráfica da evolução de cada um, face aos restantes. Todos os índices foram calculados com base na ponderação pela respetiva capitalização bolsista das empresas integrantes, são, portanto, *Value Weighted Indexes*.

2.2.2. Fatores *High* e *Low*

Para a constituição dos portfólios *High* e *Low* foi seguido o método descrito em Fama e French (1993). Foram calculados os *Book-to-Market Ratio (BtM Ratio)* de todos os títulos constituintes do PSI 20 a cada data de final de mês. No que diz respeito ao *Book-to-Market Ratio*, este é calculado tendo como base a seguinte equação:

$$BtM\ Ratio = \frac{Valor\ Contabilístico\ (CP\ por\ acção)}{Preço\ da\ Acção} \quad (6)$$

Tendo por base os valores calculados, foram seleccionados os Títulos correspondentes aos 30% de maior *Book-to-Market Ratio*, compondo assim o portfólio *High* e os títulos correspondentes aos 30% de menor *Book-to-Market Ratio* construindo-se o portfólio *Low*.

Tal como, no trabalho Fama e French (1993) a introdução destes dois fatores, visa integrar situações marginais que influenciam o mercado, como por exemplo, as empresas com elevado *Book-to-Market Ratio* que geram rendibilidades elevadas, face ao mercado.

2.2.3. Fatores *Large* e *Small*

Para a constituição dos portfólios *Large* e *Small*, foram analisados os conjuntos de títulos constituintes do PSI 20 a cada data e seleccionados os 25% com maior capitalização bolsista para integrar o índice *Large*, do mesmo modo, foram seleccionados os 25% de títulos com menor capitalização bolsista para integrar o índice *Small*. Face ao método utilizado em Fama e French (1993) as percentagens consideradas para constituição dos portfólios *Large* e *Small* foram reduzidas de 30% para 25% devido à dimensão do mercado acionista português.

2.2.4. Fator *Momentum*

No que diz respeito ao *Momentum* foram calculadas as rendibilidades dos títulos constituintes do PSI 20 a cada data. Para cada título e em cada data foi calculada a diferença da rendibilidade face ao mês anterior. Tendo por base esta variação, foram seleccionados os títulos correspondentes aos 25% com maior desempenho para integrar o subfactor W (Ganhadores) e os 25% com pior desempenho para integrar o subfactor L (Perdedores). O Fator *Momentum* é então calculado através da diferença entre as

rendibilidades dos títulos integrantes do subfactor W pelas rendibilidades dos títulos integrantes do subfactor L.

Face ao descrito no estudo Carhart (1997), as percentagens consideradas para constituição dos subfactores W e L foram reduzidas de 30% para 25% devido à dimensão do mercado alvo de estudo.

Este fator visa captar as diferenças de rendibilidade entre os títulos com maior rendibilidade W (ganhadoras) e os com menor rendibilidade L (perdedoras) no período em estudo.

2.2.5. Fator Volatilidade

No que concerne ao fator Volatilidade, e ao contrário dos fatores anteriores, não foram constituídos portfólios para este índice, sendo o mesmo comum a cada título para a mesma data em análise. Tendo como base a premissa anterior, foram consideradas as cotações diárias do PSI Geral, calculada a respetiva rendibilidade e calculado o desvio padrão das últimas 90 observações⁵, constituindo-se assim, o fator representativo da volatilidade.

Segundo Menchero, Morozov e Shepard (2010) este é normalmente o fator mais significativo dos Estilos de Investimento, sendo que explica a parte do risco de mercado que não é explicado pelo fator global. Nesta decomposição o fator Volatilidade é uma aproximação do fator global, uma vez que é o único fator comum a todos os títulos em estudo.

⁵ De ressaltar que cotações diárias do índice PSI Geral foram extraídas a partir de 19/08/1999 de modo a abranger as 90 observações necessárias ao cálculo para a data de 31/12/1999.

2.2.6. Fatores Sectoriais

Devido ao facto de no mercado português não se encontrarem disponíveis índices sectoriais foram utilizados, por aproximação os Índices Sectoriais *STOXX do Europe 600*⁶, para a representação sectorial dos títulos em análise.

Após a classificação de cada um dos títulos, que no horizonte temporal em estudo integraram o PSI 20, pelo seu sector de atividade, utilizando o sistema *Industry Classification Benchmark (ICB)*⁷, verificámos que apenas se encontram em todo o horizonte temporal da análise, os Sectores de Atividade listados na primeira coluna da Tabela 2.

Tabela 2 - Tabela Resumo da Sectores de Atividade Elegíveis para constituírem fatores explicativos

Sectores de Atividade com representação no PSI 20	Sectores de Atividade elegíveis para constituírem fatores explicativos
<i>Automobiles & Parts</i>	-
<i>Basic Resources</i>	<i>Basic Resources</i>
<i>Construction & Materials</i>	<i>Construction & Materials</i>
<i>Insurance</i>	-
<i>Industrial Goods & Services</i>	<i>Industrial Goods & Services</i>
<i>Media</i>	<i>Media</i>
<i>Oil & Gas</i>	-
<i>Retail</i>	<i>Retail</i>
<i>Technology</i>	<i>Technology</i>
<i>Telecommunications</i>	<i>Telecommunications</i>
<i>Travel & Leisure</i>	-
<i>Utilities</i>	<i>Utilities</i>

⁶ Índice com um número fixo de 600 títulos, constituído por empresas de diferentes dimensões cotadas em 18 países da Europa, este índice disponibiliza também índices dos *supersectors* sendo estes os que foram utilizados para o presente trabalho.

⁷ Industry Structure and Definitions; http://www.icbenchmark.com/ICBDocs/Structure_Defs_English.pdf

Apenas são considerados elegíveis para a construção de fatores explicativos na categoria de fatores sectoriais, os sectores que possuem mais do que um título a representá-los no PSI 20. Tal pode ser validado na segunda coluna da Tabela 2 e encontra-se detalhado por título no Anexo III.

Nos casos em que os índices sectoriais possuem mais do que um título na sua representação, mas que em determinado período este seja representado por um só título, o mesmo é descartado para a análise nesse período.

2.3. Estatísticas descritivas dos Fatores Explicativos

De forma a facilitar a análise dos fatores explicativos, os mesmos foram divididos em dois grupos conforme previamente apresentado na Tabela 1.

Para esta análise foram calculadas as seguintes medidas estatísticas, a Média, o Desvio-Padrão, a Variância, o Mínimo, o 1º Quartil, a Mediana, o 3º Quartil e o Máximo por forma a analisar a dimensão e características das variáveis em estudo, abaixo sintetizadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Medidas de Estatística Descritiva dos Fatores Explicativos

	Média	Desvio-Padrão	Variância	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo
<i>Volatilidade</i>	-0,0003	0,149	0,022	-0,641	-0,082	0,001	0,0643	0,462
<i>High</i>	-0,016	0,078	0,006	-0,369	-0,055	-0,005	0,028	0,195
<i>Low</i>	0,002	0,063	0,004	-0,332	-0,029	0,005	0,040	0,194
<i>Small</i>	-0,018	0,077	0,006	-0,398	-0,047	-0,010	0,027	0,189
<i>Big</i>	-0,002	0,059	0,003	-0,284	-0,034	0,004	0,036	0,230
<i>Momentum</i>	-0,005	0,078	0,006	-0,272	-0,054	-0,002	0,043	0,215
<i>Basicresou</i>	0,003	0,084	0,007	-0,383	-0,052	0,011	0,056	0,187
<i>Constr Mtr</i>	0,001	0,062	0,004	-0,194	-0,032	0,014	0,039	0,230
<i>Indugdser</i>	-0,001	0,062	0,004	-0,247	-0,029	0,011	0,038	0,158
<i>Media</i>	-0,006	0,067	0,004	-0,233	-0,042	0,003	0,033	0,223
<i>Retail</i>	-0,002	0,045	0,002	-0,140	-0,028	0,002	0,028	0,099
<i>Technology</i>	-0,008	0,094	0,009	-0,338	-0,054	-0,000	0,042	0,331
<i>Telcomm</i>	-0,008	0,063	0,004	-0,234	-0,037	-0,002	0,031	0,207
<i>Utilities</i>	-0,001	0,044	0,002	-0,139	-0,026	0,004	0,030	0,118

Na categoria dos Estilos de Investimento o único fator que apresenta média de rendibilidades positiva é o *Low*, destacando-se assim dos demais, em termos de desempenho neste horizonte temporal. Por sua vez o fator *Small* apresenta a menor média de rendibilidades deste grupo. Em relação ao desvio-padrão o fator Volatilidade é o que possui maior valor nesta métrica, o que se apresenta como expectável face à conjuntura económica no período em análise. Por outro lado, o fator *Big* é o que apresenta menor desvio-padrão, o que também se explica, pela solidez dos títulos que o representam face aos demais e ao mercado. Em relação à dispersão pelos vários quartis o fator que possui maior dispersão é também a Volatilidade, o que segue a mesma lógica apresentada para o desvio-padrão, sendo o fator *Momentum* o de menor dispersão.

Em relação aos fatores sectoriais o que possui maior média de rendibilidades é o *Basic Resources* e o menor é o *Technology*. O fator *Technology* é também o que apresenta maior desvio-padrão sendo o *Utilities* o que apresenta menor desvio-padrão. No que diz respeito à dispersão das rendibilidades o sector que apresenta menor dispersão pelos quartis é o *Retail* e o fator *Technology* o que apresenta maior dispersão.

No que diz respeito à tabela de Correlações entre os fatores explicativos, presente no Anexo II, pode dizer-se que como seria de esperar, e por se tratar de um mercado com pouca dimensão e liquidez, os ativos que o compõem e por consequência os índices criados se encontram mais correlacionados do que seria desejável. Adversamente ao que seria expectável, as rendibilidades dos fatores sectoriais, também apresentam a mesma tendência de correlação.

2.4. Decomposição da Cross-Sectional Volatility

Depois de terem sido construídos e apurados os fatores explicativos, foi contruída uma base de dados que dispusesse de forma matricial todos os títulos que integraram o PSI 20 no horizonte temporal e as rendibilidades dos mesmos para cada data de final de mês. Para cada fator de análise, foram seleccionados os títulos que se enquadravam na

tipologia dos mesmos, constituindo assim, uma segunda base de dados em termos de categorização dos títulos por fator.

Para o cálculo da exposição de cada título a cada fator, foi utilizado o Parâmetro β que é um indicador da sensibilidade da rendibilidade da ação, face às variações de rendibilidade de cada fator. Assim, foram calculados os Parâmetros β para cada binómio título/fator podendo os mesmos ser estimados para cada ação pela seguinte equação:

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_k)}{\sigma_k^2} \quad (7)$$

Onde β_i representa a exposição da ação i ao fator k , $COV(r_i, r_k)$ a covariância entre as rendibilidades da ação i e do fator k e, por último, σ_k^2 que é a variância da rendibilidade do fator k . Para este cálculo apenas fizeram parte os títulos que dispõem de rendibilidades conhecidas nas últimas 24 observações, para garantir a escoreta estimativa dos parâmetros β .

Recorreu-se à equação (4), para estimar a componente sistemática da equação (5) para todos os fatores explicativos. Com esta componente calculada para cada um dos fatores e para cada data, procedeu-se à realização das seguintes análises apresentadas na Secção 3.

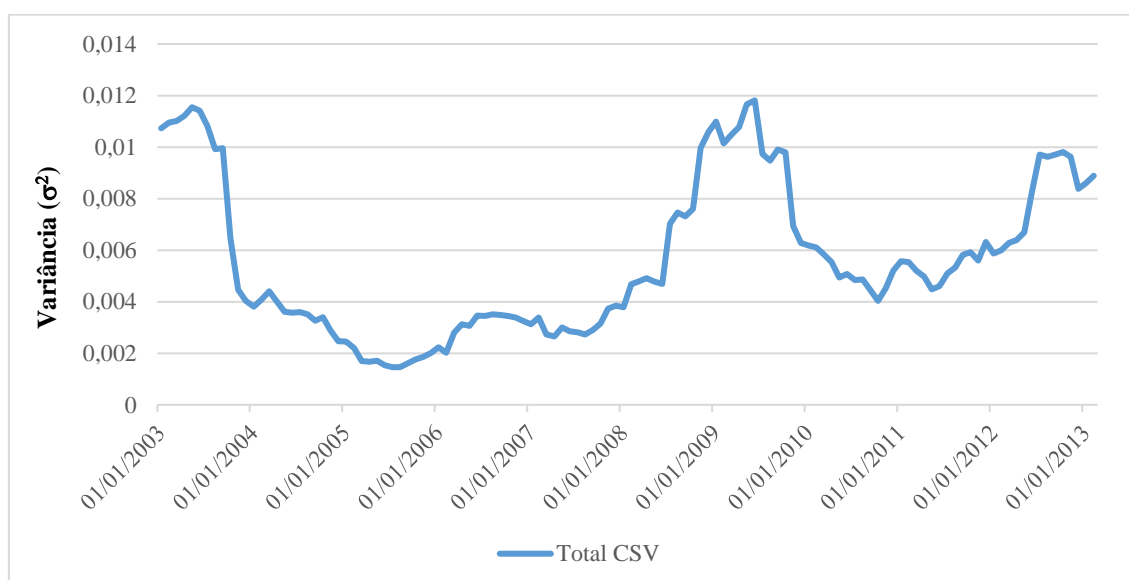
3. Resultados

Nesta Secção são apresentados os resultados da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility* através de representações gráficas, sendo que, as mesmas, serão apresentadas sob forma de média móvel das últimas 12 observações, conforme realizado por Menchero e Morozov (2010), esta forma de apresentação permite suavizar a representação, facilitando a análise e conclusões adjacentes. De notar que esta suavização da representação, inibe a ilustração de variações abruptas de volatilidade, dando primazia à tendência verificada a cada momento temporal.

3.1. Análise do Comportamento da *Cross-Sectional Volatility* no horizonte temporal

A primeira representação gráfica, Figura 1, demonstra a volatilidade total dos títulos do PSI 20 no horizonte temporal de 01/01/2003 até 01/01/2013.

Figura 1 - Representação Gráfica da *Cross-Sectional Volatility*



Para uma melhor análise do gráfico é importante salientar alguns factos históricos, que tiveram influência direta e indireta na evolução da volatilidade do Mercado Acionista

Português. No período inicial do horizonte temporal, o mercado encontrava-se em adaptação à nova realidade monetária, após a introdução em 2002 da moeda única, o Euro, a que se seguiu uma diminuição acentuada da procura interna, iniciando-se um ciclo de contenção da despesa e consumo. Com isto, registaram-se quebras sectoriais ao nível da construção civil entre outros sectores de atividade. Tais factos poderão explicar o período de grande volatilidade que verificamos no gráfico até meados de 2003.

O período de meados de 2003 até meados de 2005 foi caracterizado por uma diminuição acentuada da volatilidade e podendo ser considerado um período de estabilidade.

Em meados de 2005 começa-se a sentir novamente um aumento de volatilidade no mercado nacional, com a duração de sensivelmente um ano, até um novo período de estabilidade moderada. Este período poderá explicar-se pela instabilidade política e pela diminuição da procura e investimento nos mercados.

O ano de 2007, marca um ponto de viragem de uma situação de estabilidade moderada da volatilidade do Mercado Acionista Português, para um registo de tendência de subida acentuada, o qual se intensifica durante 2008. Esta subida poderá estar relacionada com a crise do *Sub-Prime* com início em julho de 2007, e culminando na crise financeira de 2008. No final de 2008 foi nacionalizado o Banco BPN, sendo um tema que gerou muita polémica, diminuindo o investimento e agravando a confiança nos mercados.

Assim, com o crescente clima de recessão económica e de contestação social, em paralelo com o aumento de políticas de austeridade, crescimento da dívida pública, dificuldades no controlo do défice e aumento da taxa de desemprego, Portugal atravessa um período de grande instabilidade, o qual teve influência no comportamento do seu mercado de ações. Tal momento pode ser observado no gráfico, entre meados de 2008 e meados de 2009.

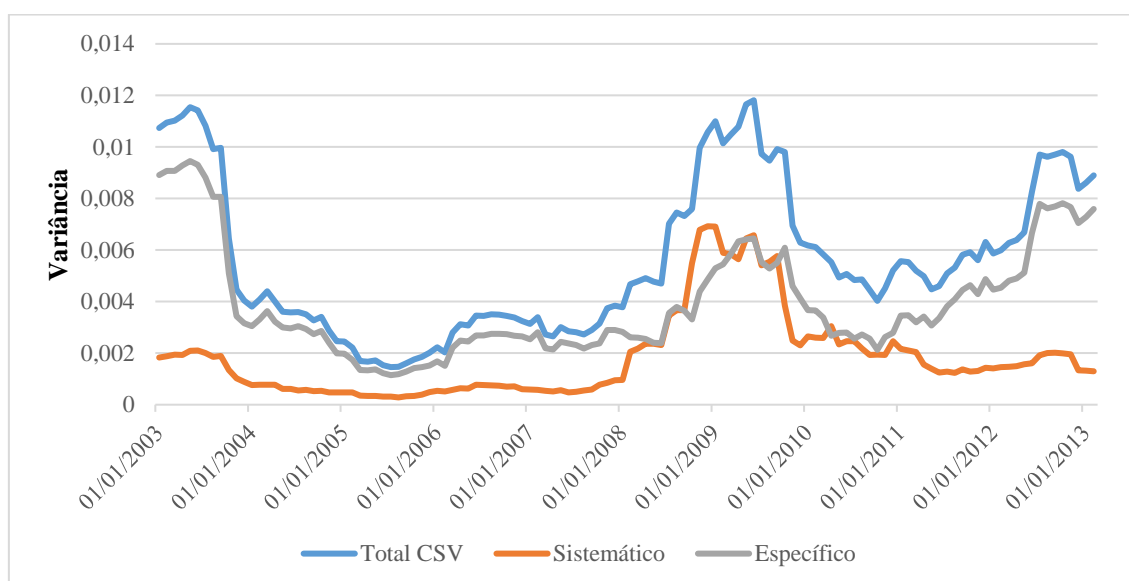
No último trimestre de 2009, seguindo indícios como a revisão em alta da estimativa do Produto Interno Bruto (PIB), face ao inicialmente estimado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), para este período, o aumento da procura interna e das exportações, verificou-se um aumento da confiança dos investidores no mercado acionista, tendo como efeito a diminuição da volatilidade.

No dia 6 de abril de 2011 foi anunciado o pedido de ajuda ao FMI (Fundo Monetário Internacional), notando-se novamente uma tendência crescente da volatilidade no mercado acionista.

3.2. Decomposição da *Cross-Sectional Volatility* – Comparação entre as Componentes Sistemática e Específica

Na figura 2, procedemos à análise comparativa entre as Componentes Sistemática e Específica da *Cross-Sectional Volatility*, assim como a validação do modelo de estimação.

Figura 2 - Representação Gráfica da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility*



Pelo comportamento da Componente Sistemática, podemos inferir que esta reflete de forma consistente as variações de volatilidade. Na maior parte do período em análise, a componente sistemática representa em termos de variância, aproximadamente $\frac{1}{5}$ da *Total CSV*. No período de elevada volatilidade entre os meados de 2008 e o último trimestre de 2009, a componente sistemática representa em termos de variância, aproximadamente $\frac{1}{2}$ da *Total CSV* (detalhado na subsecção 3.3). De modo geral as variações de maior expressão, assim como os extremos identificados, podem ser também verificadas através da Componente Sistemática embora com menor amplitude.

Também pela análise da Figura 2 e ainda que, a Componente Sistemática apresente um bom desempenho na reflexão do comportamento da Volatilidade Total, a Componente Específica é em maior parte do horizonte temporal superior à primeira, estando este

resultado em linha com os resultados do artigo Menchero e Morozov (2010). Todavia, no período temporal entre início de 2008 e início de 2011, a componente Sistemática regista valores muito próximos da Componente Específica, chegando a suplantá-la em vários meses neste período, contrariamente ao que acontece no estudo referido, que em momento algum, a componente sistemática se sobrepõe à componente específica. Tal, deverá estar relacionado com o contributo dos Sectores de Atividade para o modelo neste período, como veremos na Subsecção 3.3.

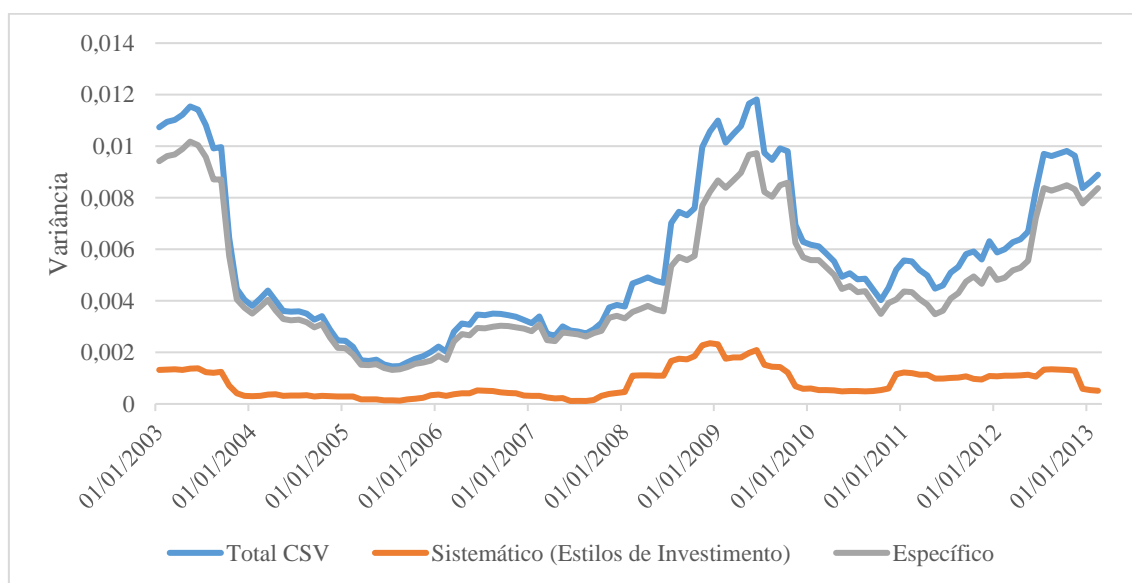
3.3. Aferição dos fatores Explicativos que melhor representam as variações da *Cross-Sectional Volatility*

Por forma a proceder a uma análise específica dos diferentes fatores, são inicialmente apresentados dois gráficos da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility*, o primeiro considerando apenas os fatores pertencentes aos Estilos de Investimento, Figura 3, e o segundo os fatores sectoriais, Figura 4.

Na Figura 3, referente à análise dos Estilos de Investimento, as variações da parte sistemática são representativas da variação da *Total Cross-Sectional Volatility (Total CSV)* embora amplitude inferior, em conformidade com o analisado anteriormente. Contrariamente ao descrito por Puchkov, Stefek e Davis (2005), os resultados da decomposição, utilizando apenas os Estilos de Investimento, revelam o seu poder explicativo, replicando de modo consistente as variações da *Total CSV*.

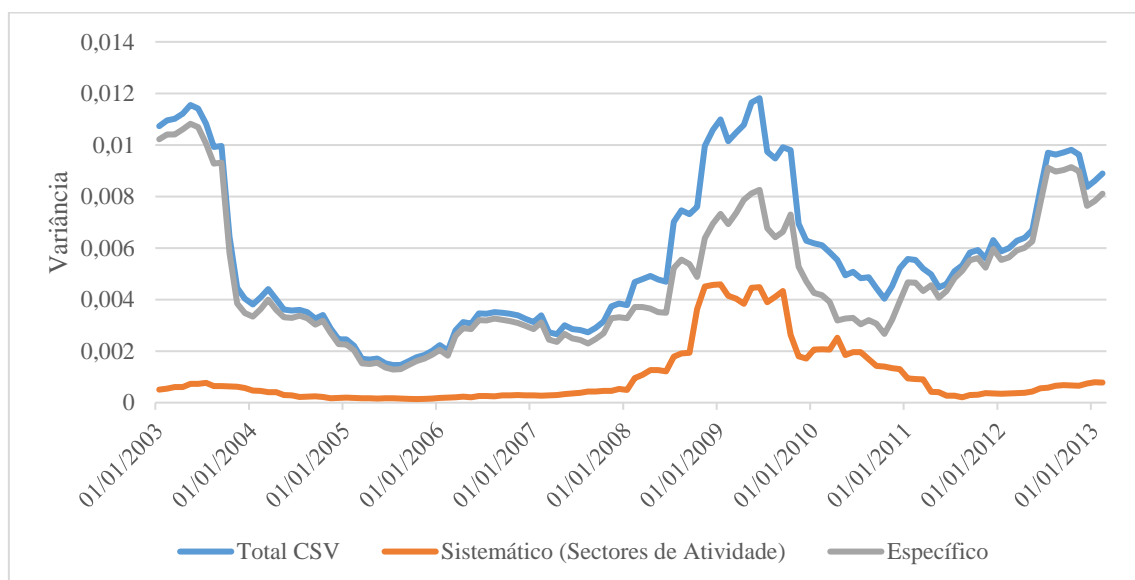
É importante salientar que em 2011, é visível um aumento da volatilidade que é acompanhado pelos Estilos de Investimento, próximo da data em que foi emitido o pedido de ajuda externa ao FMI, sendo que este aumento não é refletido pelos Sectores de Atividade.

Figura 3 - Representação Gráfica da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility* utilizando apenas os fatores que representam Estilos de Investimento



Como é visível na Figura 4, os Sectores de Atividade replicam melhor o período de crise que teve também impacto nas empresas da Zona Euro, o período entre o início de 2008 a o início de 2010. Tal, deve-se à utilização de índices europeus como aproximação dos fatores de Sectores de Atividade portugueses, sendo em si mesmos pouco representativos da volatilidade do mercado português nos restantes períodos. Por estarmos apenas a estudar o mercado acionista português, não nos é possível inferir acerca da discussão entre a capacidade explicativa dos fatores País e Indústrias. Embora possamos afirmar que os fatores Sectores de Atividade acrescentam valor à decomposição.

Figura 4 – Representação Gráfica da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility* utilizando apenas os Fatores Sectoriais



Na Figura 5 são apresentadas as contribuições para a Componente Sistemática dos dois fatores em estudo, de modo a facilitar a perceção das suas amplitudes e variações.

Os Estilos de Investimento conseguem replicar de um modo mais sensível as flutuações de volatilidade do mercado acionista português, sendo que, os Sectores de Atividade aparentam refletir apenas as flutuações comuns ao mercado europeu.

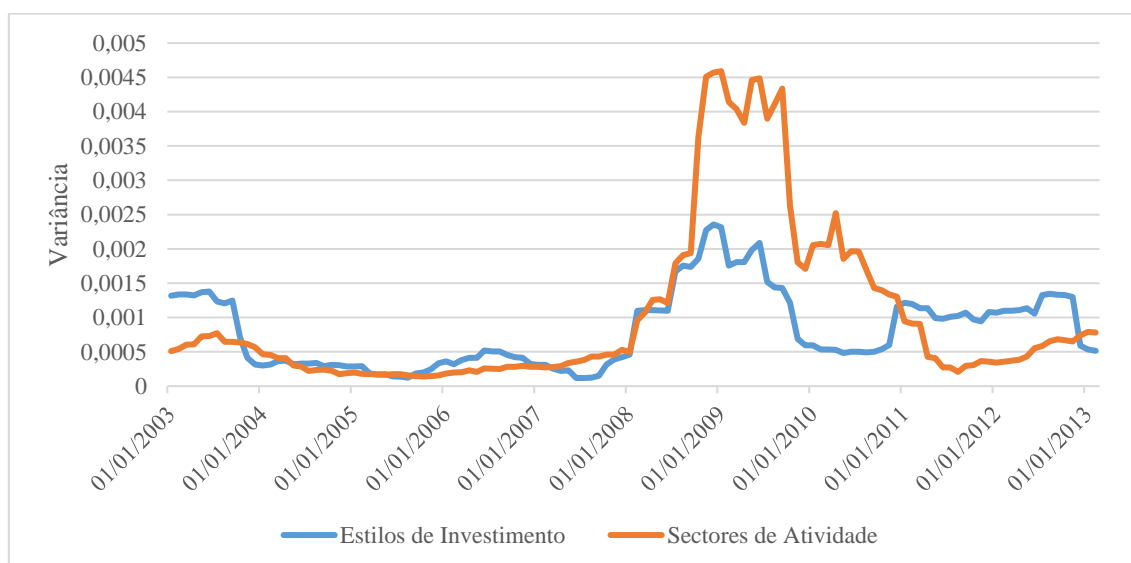
É de notar como o poder de contribuição para a componente sistemática da decomposição se altera ao longo do horizonte temporal em análise, assim nos períodos até 2004 e de 2011 em diante, os fatores que representam Estilos de Investimento

contribuem mais ativamente para a parte sistemática. Enquanto que, de 2008 a 2011 são os Sectores de Atividade que dão uma maior contribuição.

Conforme referido anteriormente na Subsecção 3.2, a contribuição dos Sectores de Atividade no período, entre 2008 e 2011, é de tal forma pronunciada que contribui, em termos de variância, para um aumento da componente sistemática, face à *Total CSV* de $\frac{1}{5}$ para $\frac{1}{2}$, ou seja, cerca de 2,5 vezes maior, em termos comparativos.

No período de maior “estabilidade”, de 2004 a 2008, as contribuições relativas são mais equilibradas. Em termos comparativos com os resultados do artigo Menchero e Morozov (2010), verificamos do mesmo modo, uma maior contribuição dos Estilos de Investimento no horizonte temporal de 2003 a 2004. No entanto de 2004 a 2008 verificamos um equilíbrio de contribuição que não se verifica tão acentuado como no referido artigo, sendo que no período de 2009 a 2010 a contribuição dos Sectores de Atividade suplanta em larga escala a contribuição dos Estilos de Investimento, contrariamente ao verificado no referido artigo. Tal explica-se pela elevada influência dos efeitos do mercado europeu sobre o mercado nacional, que alavancam num período de crise económica muito acentuada a contribuição dos Sectores de Atividade como verificado neste período.

Figura 5- Representação Gráfica da Componente Sistemática da *Cross-Sectional Volatility* separada pelos Fatores Estilos de Investimento e Sectores de Atividade

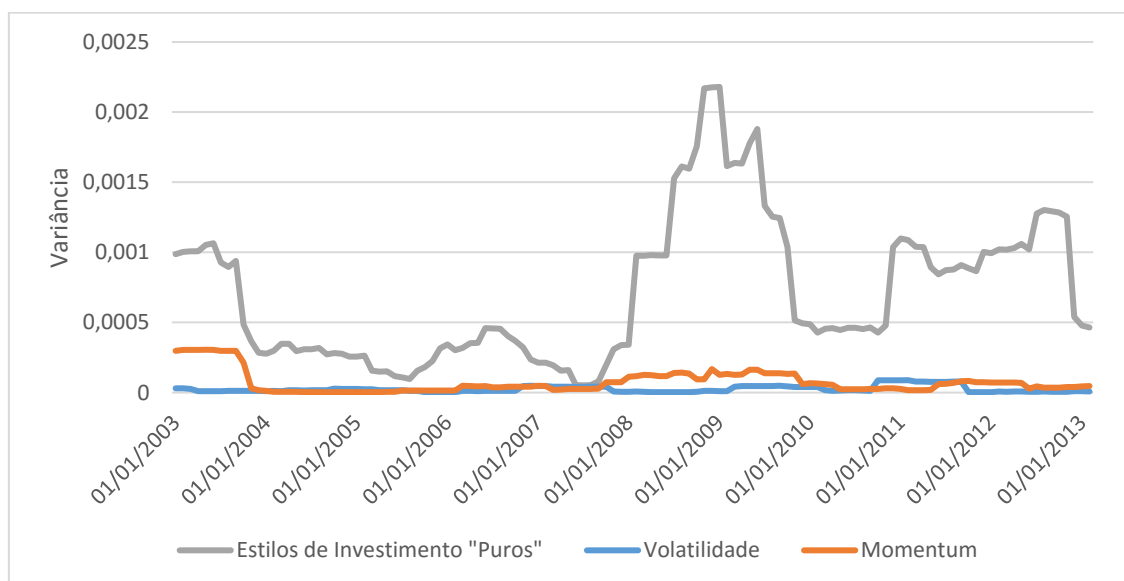


A relevância dos estilos de investimento, como fator explicativo da *Cross-Sectional Volatility*, é algo que já era esperado e que está de acordo com o descrito em Menchero e Morozov (2010), sendo este um efeito da estimação da decomposição da *Cross-Sectional Volatility* pela forma de cálculo no mesmo denominada por *x-sigma-rho attribution*.

Na Figura 6, são apresentadas as contribuições dos fatores Estilos de Investimento para a Parte Sistemática, sendo estes divididos em: estilos de investimento “puros” (*High, Low, Big e Small*), a Volatilidade e o *Momentum*. Optou-se por esta segmentação uma vez que é salientado no estudo Menchero, Morozov e Shepard (2010) que os fatores Volatilidade e *Momentum* teriam especial importância face aos demais estilos de investimento na Decomposição da *Cross-Sectional Volatility*.

Podemos constatar que o fator mais relevante para a decomposição é o que incorpora os Estilos de Investimento “Puros”, sendo estes os que melhor replicam a *Total CSV*.

Figura 6 - Representação Gráfica do Contributo para a Parte Sistemática dos Estilos de Investimento

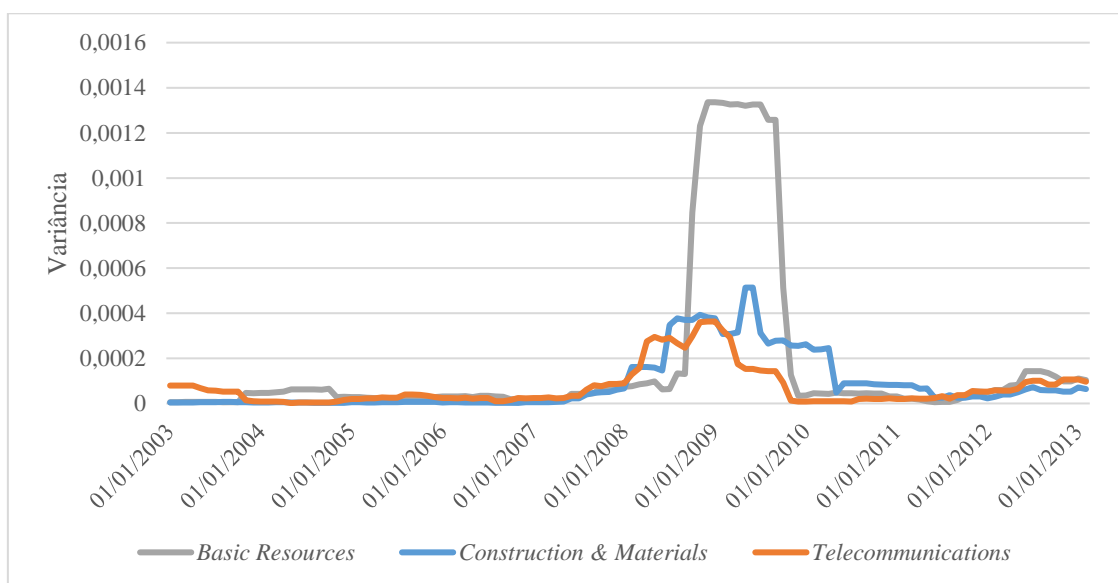


O contributo elevado do *Momentum* entre 2003 e início de 2004, face ao período temporal total, poderá estar relacionado com a adesão de Portugal à Moeda Única, e uma vez suprimido o risco de divisa, poderá ter levado a um aumento de transações em bolsa, tendo assim repercussões no *Momentum*. O fator Volatilidade, por sua vez, não

revelou ser uma mais-valia para a estimação da Componente Sistemática da *Cross-Sectional Volatility* ao contrário do descrito em Menchero, Morozov e Shepard (2010).

Na Figura 7, são tidos em consideração apenas os Sectores de Atividade, com maior número de títulos a representá-los no mercado acionista português, sendo assim comparadas as contribuições para a Componente Sistemática dos Sectores de Atividade, *Basic Resources*, *Construction & Materials* e *Telecommunications*. Como seria de prever, pelas análises anteriores, o período em que o contributo destes sectores é mais relevante é o compreendido entre início de 2008 até meados de 2010. De entre estes três Sectores de Atividade o que tem o contributo mais relevante é *Basic Resources*, embora todos eles sejam bastante pronunciados no período de 2008 a meados de 2010.

Figura 7 - Representação Gráfica do Contributo para a Parte Sistemática dos Sectores de Atividade considerados mais significativos



4. Conclusões

Sabendo que o mercado acionista português é caracterizado pela sua pequena dimensão e pouca liquidez, o modelo, apresentou uma boa aderência mesmo em épocas de grande instabilidade financeira, embora todos os fatores estejam elevadamente correlacionados entre si como explorado na Subseção 2.3. (vide Anexo II - Matriz de Correlações).

Das categorias de fatores em estudo, a que apresenta uma maior contribuição para a decomposição da *Cross-Sectional Volatility*, tendo em consideração todo o espectro temporal, são os Estilos de Investimento. Comparativamente com os Sectores de Atividade, os Estilos de Investimento refletem os movimentos chave da volatilidade do mercado acionista português, como são disso exemplo, os períodos de grande volatilidade no Mercado Nacional até 2004, com a entrada de Portugal na Moeda Única e a partir de 2011, aquando do pedido de ajuda económica e financeira ao FMI, Comissão Europeia e Banco Central Europeu (vide Figura 2).

Por sua vez, os Sectores de Atividade espelham a sua importância em situações de aumento de volatilidade em que o Mercado Português é vincadamente influenciado pelo Mercado Europeu, como é o caso do período entre 2008 a 2011, aquando das repercussões na Europa da crise do *Sub Prime* (vide Figura 4).

Mesmo no período temporal de 2008 a 2011, em que os fatores mais preponderantes são os Sectores de Atividade, os fatores Estilos de Investimento, continuam a acompanhar as tendências da *Total CSV*, o mesmo não acontece com os Sectores de Atividade nos períodos em que os Estilos de Investimento acrescentam maior valor à Componente Sistemática. Tal facto, leva ao aumento muito significativo, em termos de variância, da Componente Sistemática face à *Total CSV*, no período em que os Sectores de Atividade dão o seu maior contributo, este aumento é de cerca de 2,5 vezes superior, face aos restantes períodos.

Analisando os períodos de volatilidade reduzida, como é o caso do período temporal entre o início 2004 e o início de 2008, ambos os grupos de fatores em estudo apresentam contribuições equiparadas para a *Total CSV*.

O mercado acionista Português, sendo um mercado de liquidez reduzida, poderá influenciar a dimensão da amplitude dos fatores na Componente Sistemática da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility*.

Dos fatores Estilos de Investimento, o fator Volatilidade demonstrou pouca relevância para a estimação da Componente Sistemática da Decomposição da *Cross-Sectional Volatility*, contrariamente ao descrito em Menchero, Morozov e Shepard (2010).

Nos períodos em que o contributo dos Sectores de Atividade para a Componente Sistemática não se demonstra tão preponderante, não é possível inferir sobre a relevância desta categoria de fatores para o modelo, uma vez que tal contributo poderá estar relacionado com o desajuste dos mesmos ao mercado, isto é, por serem índices de Sectores de Atividade europeus poderão não se adequar à representação da volatilidade no mercado português.

Contrariamente aos resultados apresentados no artigo Menchero e Morozov (2010), foi possível verificar, em vários meses do período entre início de 2008 e início de 2011, que a Componente Sistemática suplantou a Componente Específica.

A forma de cálculo *Cross-Sectional X-Sigma-Rho* apresentada em Menchero e Davis (2011) verificou-se uma mais-valia, pela forma simplificada de cálculo e por permitir a comparabilidade direta dos fatores explicativos.

5. Referências Bibliográficas

Ankrim, E. M., e Ding, Z. 2002. Cross-Sectional Volatility and Return Dispersion. *Financial Analysts Journal*, vol. 58, no. 5 (September/October): 67-73.

Carhart, M. M. maio 1997. On Persistence in Mutual Fund Performance. *Journal of Finance*, Vol. 52 No. 1, March 1997.

Cavaglia, S., Brightman, C., e Aked, M.. 2000. The Increasing Importance of Industry Factors. *Financial Analysts Journal*, vol. 56, no. 5 (September/October): 41-54.

Fama, E. F. e French, K. R. 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*. 33: 3

Grinold, R., Rudd, A., e Stefek, D. 1989. Global Factors: Fact or Fiction? *Journal of Portfolio Management*, vol. 16, no. 1 (Fall): 79-89.

Heston, S. L., e Rouwenhorst, K. G. 1995. Industry and Country Effects in International Stock Returns. *Journal of Portfolio Management*, vol. 21, no. 3 (Spring): 53-58.

Menchero, J. e Davis, B. 2011. Risk Contribution is exposure times volatility times correlation: Decomposing risk using X-Sigma-Rho Formula. *Journal of Portfolio Management*, vol 37, no 2: 97-106.

Menchero, J. e Morozov, A. 2010. Decomposing Cross-Sectional Volatility. MSCI Research.

Menchero, J. e Morozov, A. 2011. Decomposing Global Equity Cross- Sectional Volatility. *Financial Analysts Journal*, vol. 67, no. 5: 58-68.

Menchero, J., Morozov, A., e Shepard, P. 2010. Global Equity Risk Modeling. No Guerard, Jr., John B.(Eds.) *The Handbook of Portfolio Construction: Contemporary Applications of Markowitz Techniques*: New York, NY: Springer. 439-480.

Puchkov, A. V., Stefek, D., e Davis, M. 2005. Sources of Return in Global Investing. *Journal of Portfolio Management*, vol. 31, no. 2 (Winter): 12-21.

Rosenberg, B. 1974. Extra-Market Components of Covariance in Security Returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 9(2), pp. 263-274.

Rosenberg, B. e Marathe, V. maio 1975. Tests of Capital Asset Pricing Hypotheses. *Research Program in Finance*, Working Paper no 32

Solnik, B., e Roulet, J. 2000. Dispersion as Cross-Sectional Correlation. *Financial Analysts Journal*, vol. 56, no. 1 (January/February): 54-61.

Anexos

Anexo I – Demonstração da Equação 4

Admitindo que as rendibilidades das ações r_n são influenciadas por K fatores e um termo idiossincrático u ,

$$r_n = \sum_{k=1}^K f_k X_{nk} + u_n \quad (\text{I-1})$$

Onde X_{nk} é a exposição da ação n ao fator k , e f_k é a rendibilidade do fator k . Por questões de simplificação é conveniente incorporar o termo idiossincrático na componente dos fatores,

$$r_n = \sum_{k=1}^{K+1} f_k X_{nk} \quad (\text{I-2})$$

Onde o termo idiossincrático "rendibilidade do fator" é $f_{K+1} = 1$, e a "exposição ao fator" $X_{n,K+1} = u_n$. Assim a *Cross-Sectional Variance* das rendibilidades das ações é dada por:

$$\sigma^2(r) = \sum_n w_n (r_n - \bar{r})^2 \quad (\text{I-3})$$

Onde w_n é o peso da ação n utilizada para o cálculo da variância. Qualquer metodologia é admissível, desde que sujeita às habituais condições que todos os pesos sejam positivos e a sua soma seja igual a 1. A média das rendibilidades das ações é dada por:

$$\bar{r} = \sum_n w_n r_n \quad (\text{I-4})$$

Que pode ser expressa por:

$$\bar{r} = \sum_{k=1}^{K+1} f_k \bar{X}_k \quad (\text{I-5})$$

Onde,

$$\bar{X}_k = \sum_n w_n X_{nk} \quad (\text{I-6})$$

Assim sendo, o excesso de rendibilidade da ação pode ser obtido por:

$$r_n - \bar{r} = \sum_{k=1}^{K+1} f_k (X_{nk} - \bar{X}_k) \quad (\text{I-7})$$

A *Cross-Sectional Variance* na equação (I-3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma^2(r) = \sum_n w_n (r_n - \bar{r}) \sum_{k=1}^{K+1} f_k (X_{nk} - \bar{X}_k) \quad (\text{I-8})$$

Que pode ser reformulada do seguinte modo:

$$\sigma^2(r) = \sum_{k=1}^{K+1} f_k \sum_n w_n (X_{nk} - \bar{X}_k) (r_n - \bar{r}) \quad (\text{I-9})$$

A *Cross-Sectional Variance* das exposições aos fatores pode ser obtida por:

$$\sigma^2(X_k) = \sum_n w_n (X_{nk} - \bar{X}_k)^2 \quad (\text{I-10})$$

E a *Cross-Sectional Correlation* entre as exposições aos fatores e as rendibilidades das ações é dada por:

$$\rho(X_k, r) = \frac{\sum_n w_n (X_{nk} - \bar{X}_k) (r_n - \bar{r})}{\sigma(X_k) \sigma(r)} \quad (\text{I-11})$$

Se substituirmos a equação (I-11) na equação (I-9) temos a decomposição da *Cross-Sectional Volatility* nas suas componentes

$$\sigma(r) = \sum_{k=1}^{K+1} f_k \sigma(X_k) \rho(X_k, r) \quad (\text{I-12})$$

Se separarmos o termo idiossincrático, temos:

$$\sigma(r) = \sum_{k=1}^K f_k \sigma(X_k) \rho(X_k, r) + \sigma(u) \rho(u, r) \quad (\text{I-13})$$

A Equação (I-13) representa a decomposição referida no texto de Menchero e Morozov (2010), denominada no artigo como *Cross-Sectional x-Sigma-Rho attribution*.

Anexo II - Matriz de Correlações

Tabela II-1 - Matriz de Correlações dos Fatores Explicativos

<i>Volatilidade</i>	<i>High</i>	<i>Low</i>	<i>Small</i>	<i>Big</i>	<i>Momentum</i>	<i>BASICRESOU</i>	<i>CONSTRMTR</i>	<i>INDUGDSER</i>	<i>MEDIA</i>	<i>RETAIL</i>	<i>TECHNOLOGY</i>	<i>TELCOMM</i>	<i>UTILITIES</i>	
<i>Volatilidade</i>	1,000													
<i>High</i>	-0,258	1,000												
<i>Low</i>	-0,268	0,595	1,000											
<i>Small</i>	-0,225	0,675	0,466	1,000										
<i>Big</i>	-0,245	0,716	0,811	0,526	1,000									
<i>Momentum</i>	-0,003	-0,188	-0,193	-0,031	-0,166	1,000								
<i>BASICRESOU</i>	-0,363	0,415	0,393	0,335	0,376	0,013	1,000							
<i>CONSTRMTR</i>	-0,318	0,640	0,475	0,477	0,539	-0,114	0,717	1,000						
<i>INDUGDSER</i>	-0,343	0,644	0,624	0,512	0,637	-0,069	0,721	0,861	1,000					
<i>MEDIA</i>	-0,159	0,534	0,554	0,426	0,582	-0,115	0,490	0,669	0,803	1,000				
<i>RETAIL</i>	-0,229	0,484	0,419	0,410	0,461	-0,110	0,528	0,691	0,723	0,564	1,000			
<i>TECHNOLOGY</i>	-0,133	0,487	0,535	0,377	0,568	-0,156	0,514	0,611	0,783	0,825	0,550	1,000		
<i>TELCOMM</i>	-0,011	0,384	0,506	0,314	0,568	-0,126	0,308	0,412	0,561	0,711	0,403	0,718	1,000	
<i>UTILITIES</i>	-0,155	0,578	0,457	0,484	0,575	-0,083	0,494	0,719	0,672	0,572	0,611	0,503	0,442	1,000

Anexo III – Tabela Resumo dos Títulos pertencentes a cada *Supersector*

Índices <i>Supersectors</i>	Descrição dos <i>Supersectors</i>	Contagem de Títulos	<i>Tickers</i> dos Títulos
Auto&Parts	<i>Automobiles & Parts</i>	1	SVA PL Equity
Insurance	<i>Insurance</i>	1	ESF PL Equity
BasicResou	<i>Basic Resources</i>	5	ALTR PL Equity
			COR PL Equity
			INA PL Equity
			PTI PL Equity
			SEM PL Equity
Constr&Mtr	<i>Construction & Materials</i>	5	CPR PL Equity
			EGL PL Equity
			SCOAE PL Equity
			SONI PL Equity
			TDU PL Equity
InduGd&Ser	<i>Industrial Goods & Services</i>	2	BRI PL Equity
			GCT PL Equity
Media	<i>Media</i>	3	CFN PL Equity
			IPR PL Equity
			MCP PL Equity
Oil&Gas	<i>Oil & Gas</i>	1	GALP PL Equity
Retail	<i>Retail</i>	3	JMT PL Equity
			MCON PL Equity
			SNC PL Equity
Technology	<i>Technology</i>	2	NBA PL Equity
			RED PL Equity
			PTC PL Equity
Telcomm	<i>Telecommunications</i>	4	SON PL Equity
			TLE PL Equity
			ZON PL Equity
Trav&Leisr	<i>Travel & Leisure</i>	1	IBS PL Equity
Utilities	<i>Utilities</i>	3	EDP PL Equity
			EDPR PL Equity
			RENE PL Equity
Total Geral		31	