



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno

Diana Elizabeth Bernal Varela
Andrés Felipe Caro Moreno

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ciencias y Educación
Maestría en Educación en Tecnología
Bogotá D.C
2019

Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno

Diana Elizabeth Bernal Varela
Andrés Felipe Caro Moreno

Trabajo de Grado para optar por el título de
Magister en Educación en Tecnología

Modalidad: Investigación

Director
Dr. Oscar Jardey Suárez

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ciencias y Educación
Maestría en Educación en Tecnología
Bogotá D.C
2019

Agradecimientos

Gracias a Dios por guiar nuestro proceso, a nuestras familias por el apoyo en cada momento, a las instituciones educativas que permitieron realizar la investigación, a nuestros estudiantes de grado noveno que dieron lo mejor de sí y a la Universidad Distrital por todas sus enseñanzas y orientaciones.

1. INFORMACIÓN GENERAL	
Tipo de documento	Trabajo de Grado para optar al título de Magister en Educación en Tecnología
Acceso al documento	Universidad Distrital Francisco José de Caldas – RIUD-
Título del documento	Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno
Autor(es)	Diana Elizabeth Bernal Varela & Andrés Felipe Caro Moreno
Director	Oscar Jardey Suárez
Publicación	Digital
Unidad Patrocinante	Maestría en Educación en Tecnología
Palabras Claves	Educación Virtual, Enseñanza de las Matemáticas, Tecnología Educativa y Números racionales

2. DESCRIPCIÓN
<p>La investigación busca atender una necesidad que se identificó en los estudiantes de grado noveno, relacionada con el uso comprensivo de los números racionales en contextos reales, ya que esta repercute directamente en el trabajo con álgebra, trigonometría y cálculo. Por tal razón, se diseña una secuencia didáctica mediada por un entorno virtual de aprendizaje (EVA) que permita fortalecer los procesos del sentido numérico de los racionales por medio de las interpretaciones de Kieren (1984).</p> <p>El objetivo de la investigación es establecer si existe una diferencia significativa en la comprensión de los niveles del sentido numérico de los números racionales, cuando se implementa una secuencia didáctica que incorpora un EVA en un grupo de prueba.</p> <p>El estudio se lleva a cabo en dos colegios, Jonathan Swift y Rosario Campestre, ubicados en la ciudad de Bogotá, en dos grupos, uno de prueba, denominado Grupo P, que desarrolla la secuencia mediada por el EVA y uno de control, denominado Grupo C donde se implementa sólo la secuencia.</p> <p>La investigación se desarrolla bajo la metodología de investigación mixta, analizando los datos obtenidos de las pruebas de entrada y salida, con un cuasi-experimento y un análisis descriptivo desde categorías realizadas a partir de las interpretaciones de la fracción y las componentes del sentido numérico.</p> <p>Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes del Grupo P (secuencia medida por el EVA), presentan mejores resultados respecto a los del Grupo C (solo secuencia).</p> <p>Adicional a esto se logra sensibilizar a la comunidad educativa, frente a la necesidad de mejorar e implementar el diseño de actividades en asignaturas como la matemática, que permitan apoyar y reforzar a los estudiantes que presentan dificultades en esta área.</p>

3. FUENTES

- Baena, C. (2016). Unidad didáctica para desarrollar el sentido numérico de los estudiantes de grado séptimo teniendo como base los números enteros. (Tesis Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas), Universidad Nacional de Colombia.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Granada: ReproDigital. Facultad de Ciencias. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf
- Bernal, D. (2016). Diseño de A.V.A que permite el fortalecimiento del pensamiento numérico en estudiantes de grado noveno. (Tesis de especialización educación en tecnología) Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.
- Bono, C. R. (2015). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. Barcelona, Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona.
Recuperado de http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D_cuasi_y_longitudinales.pdf
- Brainerd, C. J. (1975). *The origins of the number concept*. Cambridge England: Cambridge University Press.
- Bravo, C. (2011) Uso De Las Tic Y Especialmente Del Blended Learning, Revista Educación y desarrollo Social. Universidad Militar de Granada.
- Brousseau, G. (2007). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage (primera edición en francés, 1998).
- Burbano, J., Luna, M. y Paya, O. (2015). Enseñanza de los números racionales mediante la implementación de un aula virtual como herramienta de aprendizaje en el grado séptimo de la institución educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao. (Tesis de especialización en informática y multimedia en educación) Fundación Universitaria los Libertadores. Santander de Quilichao. Colombia.
- Castaño, N. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. (Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias) Universidad autónoma de Manizales. Manizales. Colombia.
- Chiappe, A. & Manjarres, G. (2013) Incidencia de un ambiente virtual de aprendizaje blenden, en la transformación de competencias matemáticas en estudiantes universitarios. *Ciência & educação (Bauru)*, 10(1), 113-122.

- Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. In C. Coll, I. Palacios, & A. Marchesi (Eds.), *Desarrollo Psicológico y Educación 2. Psicología de la Educación Escolar* (pp. 157–186). Madrid: Alianza Editorial.
- Córdoba, J. (2014). Las TIC en el Aprendizaje de las Matemáticas : ¿ Qué creen los Estudiantes ? . Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/282014466_LAS_TIC_EN_EL_APRENDIZAJE_DE_LAS_MATEMATICAS_QUE_CREEN_LOS_ESTUDIANTES
- Díaz Barriga, A. (2013). SECUENCIAS DE APRENDIZAJE. *Revista de currículum y educación de profesorado*, 17(3).
- Freudenthal, H. (1985). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, the Netherlands: D. Reidel.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI, S. L. Fotocopias. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cid, E. (2002). Sistemas numéricos y su Didáctica. In *Matemáticas y su Didáctica para Maestros* (pp. 167–412). Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Gómez, C. (1998). Números racionales y razonamiento proporcional: una propuesta curricular basada en los estándares del NCTM. *Revista EMA*, 3(2), 123–134. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1072/>
- Gómez, M. (2000). *Las matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico*. Sevilla: Grafitrés SL.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Funes*, 93-111. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/319/>
- González-lópez, E., García-lázaro, I., Blanco-alfonso, A., & Otero-puime, A. (2010). Aprendizaje basado en la resolución de problemas : una experiencia práctica. *Revista Fundación Educación Médica.*, 13(1), 15–24.
- Hernández Rodríguez, O., Fernandez, J., Quintero Ana H., & Velázquez, A. (2015). Sentido numérico: más allá de los números. Autores.
- Herrera. B. (2006) Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje:

- una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. Universidad Autónoma Metropolitana, México D.F. revista iberoamericana de educación. Número 38/5. 25- 04-06. *Versión disponible en formato PDF en <http://rieoei.org/1326.htm>*
- Lest, D. A. (1976). *Números y Medidas*. Washington: Papers from a Research.
- Mancera, E. (1992). Significados y significantes relativos a las fracciones. *Educación Matemática* 4, 2, 30-54.
- Maza Gómez, C. (2000). Las Matemáticas de la antigüedad y su contacto histórico. (G. SL, Ed.) (p. 325)
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. (MEN, Ed.), Cooperativa Editorial Magisterio (p. 103). Bogotá D.C.
- Piaget, J. (1952). *The Child's conception of number*. New York: Academic Press.
- Polya. G. (1954). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Princenton.
- Kieren. (1976). Perspectiva sobre los números racionales. En R. Lest, & D. A. Bradbard, *Números y Medidas* (págs. 108-151). Washington: Papers from a Research.
- Obando. G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*. VOL. 8, Nº 2, 157-182. Universidad de Antioquia, Facultad de educación. Medellín Antioquia.
- Obando, G. (2006). *Módulo 1: Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín: Editorial Artes y Letras.
- Rey, P. J., & Puig, A. (1951). *Elementos de la aritmética Racional*. Madrid: Nuevas Gráficas.
- Ríos García, Y. J. (2011). Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de matemática. *Omnia*, 11-33.
- Rodríguez. J. (2008). Algunas teorías para el diseño instructivo de unidades didácticas Unidad didáctica: "El alfabeto griego". *Revista de Educación a Distancia*, 20, <http://www.um.es/ead/red/20/rodriguez.pdf>
- Javier, P., & Garzón, R. (2012). Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos, 1–128. (Tesis Doctorado Interinstitucional en Educación)
- Silva Q. (2011) *Diseño y moderación E.V.A*. Editorial UOC. Barcelona. España.

Universidad de Murcia. (1 de 5 de 2018). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas.

Obtenido de http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf

Trigueros, M., & Ursini, S. (2006). ¿Mejoran la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Educación Matemática*, 18, 5–38

Vasco, C. (1991). El archipiélago Fraccionario. *Notas de Matemáticas y Estadística*, 31, 1-33

Vergnaud. G (1983). *Estructuras Multiplicativas*. Lest & Landau.

4. CONTENIDOS

La investigación consta de 5 capítulos, los cuales se encuentran organizados de la siguiente manera:

En el **primer capítulo** se encuentran los aportes previos o antecedentes a la investigación, el desarrollo del problema, la hipótesis, el contexto y los objetivos.

En el **segundo capítulo** se desarrollan los referentes teóricos atendiendo al concepto, la didáctica, y el uso de las tecnologías.

El **tercer capítulo** muestra la metodología utilizada para el diseño y desarrollo de la de investigación, así como los instrumentos diseñados para la misma.

El **cuarto capítulo** muestra el diseño y aplicación de los instrumentos de análisis, el desarrollo de la propuesta que se enfoca en la aplicación de la secuencia didáctica en el entorno virtual de aprendizaje y las categorías de análisis proyectadas.

En el mismo capítulo se describen los resultados desde dos ópticas: la primera, el análisis a partir de las categorías construidas y la segunda, verifica los supuestos vistos para el análisis del cuasi-experimento con la aplicación de las pruebas de hipótesis; finalmente, en el **quinto capítulo** se encuentran las conclusiones de la investigación, las referencias y los anexos.

5. METODOLOGÍA

La metodología de investigación utilizada fue la mixta (Mixed Methods Reseach) basada en la definición y organización utilizada por Vildósola (2009), con un diseño Dominante - menos Dominante, en términos de un método secuencial, teniendo en cuenta como primer parámetro el desarrollo de un análisis cualitativo y posterior a éste un análisis cuantitativo, estableciendo finalmente una correlación entre los dos análisis.

Se utilizó el método cuantitativo para los datos obtenidos, en cada grupo de estudiantes, en las pruebas de efecutadas antes y después del estudio con la secuencia didáctica (SD). Constó de cuatro pruebas: en la primera se compararon los grupos antes del desarrollo de los temas; en la segunda, se hizo un análisis transversal, comparando los resultados del “antes” y el “después” del grupo de estudiantes que participaron activamente de la investigación; en la tercera se analizó el “antes” y el “después” del grupo de estudiantes que abordan la temática en forma habitual y en la

cuarta prueba, se realizó un análisis longitudinal, que comparó los resultados “después” de los dos grupos. Todas las pruebas implementadas se realizaron con la “prueba t”.

El análisis de los niveles del sentido numérico, apoyado en un análisis cualitativo, se hizo a partir de las categorías de análisis construidas de forma descriptiva, donde se revisan los procesos algorítmicos y las estrategias de solución, usadas por los estudiantes en las pruebas de entrada y salida.

6. CONCLUSIONES

La implementación del entorno virtual de aprendizaje permite mejorar de forma significativa los resultados en la prueba de salida, en mayor proporción que la sola implementación de la secuencia didáctica, donde los estudiantes que interactuaron con el entorno virtual de aprendizaje lograron establecer mejoría en los componentes del sentido numérico.

El uso de la secuencia didáctica y entorno virtual de aprendizaje mejoran de forma significativa los componentes del sentido numérico en las interpretaciones del número racional como fracción, decimal, operador multiplicativo y medida, a un nivel de evaluación reflexiva.

Por último, el entorno virtual de aprendizaje se puede mejorar en términos del uso del número racional como cociente algebraico, ya que las componentes del sentido numérico no evidencian cambios significativos en esta interpretación en los estudiantes.

Elaborado por:	Diana Elizabeth Bernal Varela & Andrés Felipe Caro Moreno
Revisado por:	Oscar Jardey Suárez

Fecha de elaboración del Resumen:	28	11	2018
--	----	----	------

PÁGINA DE ACEPTACIÓNx

FIRMA DEL JURADO

FIRMA DEL JURADO

FIRMA DEL DIRECTOR

BOGOTÁ D. C. Enero de 2019

La investigación busca establecer si existe una diferencia significativa en los componentes del sentido numérico de los números racionales, cuando se implementa una secuencia didáctica que incorpora un EVA. Está centrada en atender una necesidad que se identificó en los estudiantes de grado noveno, relacionada con el uso comprensivo de los números racionales en contextos reales. Por tal razón, se diseña una secuencia didáctica mediada por un EVA que permita fortalecer los procesos del sentido numérico de los racionales y donde se retoman las interpretaciones de Kieren (1984). Se realiza una implementación en dos colegios de Bogotá, a dos grupos, uno que desarrolla la secuencia mediada por el EVA y otro grupo que implementa solo la secuencia, por medio de un desarrollo metodológico desde dos líneas, la primera, es la didáctica de las matemáticas y la segunda, es el diseño y evaluación de EVA, desde un enfoque mixto. Dentro del análisis de datos, se evidencia que los resultados obtenidos por los estudiantes que realizan la secuencia medida por el EVA son mejores respecto a los que solo realizan la secuencia, de tal forma que se ubican en una componente del sentido numérico de mayor abstracción en las diferentes interpretaciones del número racional, puesto que las estrategias y argumentación al momento de resolver problemas son más estructuradas.

ABSTRACT

The research is pointed to establish if there is a significant difference in the numeric sense levels of rational ones, when a sequence didactic is settled which embody an LVE, it is centered in attend a need that was identified among ninth graders, related with the comprehensive use of rational numbers in real contexts. That's why, a sequence didactic is designed by a LVE that let to reinforce the numeric sense process on rational numbers and where the interpretations is taken from Kieren (1984). An implementation is made in two schools of Bogota, to two groups, one that develop the sequence by LVE and the other group that implemented jus the sequence. A methodological development is made from two lines, the first one, is the didactics of Mathematics and the second one, is the design and evaluation of LVE, from a mixed focus. Inside a data analysis, the results are seen by students who make the sequence gone through by LVE are major according to the only ones which work the sequence, so they settle in a sense numeric level major in the different interpretations of the rational number, then its strategies and argumentation at the moment to solve certain problems that require the rational ones in a specific context are more structured.

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1 LA INVESTIGACIÓN	3
1.1 ANTECEDENTES	3
1.1.1 Antecedentes Entornos Virtuales en Matemáticas.....	3
1.1.2 Antecedentes Dificultades en Matemáticas	7
1.1.3 Reflexiones de los antecedentes.....	12
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	16
1.2.1 Planteamiento del problema.....	16
1.2.2 Contextos propios o diferenciados de los colegios	19
1.2.2.1 Colegio del Rosario Campestre	19
1.2.2.2 Colegio Jonathan Swift.....	19
1.2.3 Generalidades de los contextos de las instituciones.	20
1.3 JUSTIFICACIÓN	21
1.4 OBJETIVOS	23
1.4.1 Objetivo General.....	23
1.4.2 Objetivo Específicos	23
Capítulo 2.....	24
FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	24
2.1 MARCO TEÓRICO.....	24
2.1.1 Componente objeto matemático	24
2.1.1.1 Números Racionales	24
2.1.1.2 Los Números Racionales como fracciones.....	27
2.1.1.3 Los Números Racionales como fracciones decimales	27
2.1.1.4 Los Números Racionales como clases de equivalencia de fracciones.....	28
2.1.1.5 Los Números Racionales como razón numérica.....	30
2.1.1.6 Los Números Racionales como operadores multiplicativos.....	30
2.1.1.7 Los Números Racionales como números de la forma $x = p / q$ donde x satisface la ecuación $q * x = p$	32
2.1.1.8 Los Números Racionales como medidas o puntos en una recta numérica	33
2.2 Sentido numérico	34
2.3 Componente Pedagógico Y Didáctico	39
2.3.1 Secuencia Didáctica	40
2.3.2 Modelo de aprendizaje.....	41
2.4 Componente tecnológico:	45
2.4.1 Tic y Educación	45
2.4.2 Ventajas del uso de las TIC en educación	46
2.4.3 Desventajas del uso de las TIC en educación	49
2.4.4 La tecnología y la enseñanza de la matemática	50
2.4.5 Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA).....	52
Capítulo 3 METODOLOGÍA	54
3.1 DESARROLLO METODOLÓGICO	54
3.1.1 Etapas de la investigación.....	54
3.2 ENFOQUE DE LA METODOLOGÍA.....	57
3.2.1 Tipo de la investigación	59

3.2.2 Diseño de la investigación	xiii
3.2.3 Población y muestra.....	61
3.2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	61
3.2.4.1 Descripción de instrumentos.....	62
3.2.4.2 Validación de instrumentos.....	74
Capítulo 4 ANALISIS DE RESULTADOS	76
4.1 INSTRUMENTOS DE ANALISIS	76
4.1.1 Técnicas de procesamiento y análisis de datos	76
4.1.2 Categorías de Análisis.....	77
4.1.3 Desarrollo del análisis según las categorías.....	79
4.2 ANALISIS CUALITATIVO	81
4.3 ANÁLISIS CUANTITATIVO	95
4.3.1 Prueba de datos relacionados.....	95
4.3.2 Prueba de datos independientes	97
Capítulo 5.....	102
CONCLUSIONES	102
Lista de referencias	105
Anexos	109

LISTA DE TABLAS

xiv

Tabla 1. Categorías de análisis de la prueba de entrada	66
Tabla 2. Categorías de análisis prueba de salida.....	73
Tabla 3. Categorías según la interpretación y el sentido numérico.	78
Tabla 4. Ejemplo de análisis.	79
Tabla 5. Porcentajes de aciertos de la pregunta (Ejemplo):.....	80
Tabla 6. Categorización prueba de entrada estudiante uno.....	81
Tabla 7. Categorización prueba de salida estudiante uno	83
Tabla 8. Categorización prueba de entrada estudiante dos	84
Tabla 9. Categorización prueba de salida estudiante dos	86
Tabla 10. Categorización prueba de entrada estudiante tres.....	88
Tabla 11. Categorización prueba de salida estudiante tres	89
Tabla 12. Categorización prueba de entrada estudiante cuatro.....	91
Tabla 13. Categorización prueba de salida estudiante cuatro	93
Tabla 14. Informe de SPSS-Prueba de normalidad	96
Tabla 15. Prueba de Normalidad	96
Tabla 16. Informe de SPSS-Prueba de muestras relacionadas	97
Tabla 17. Prueba de muestras relacionadas	97
Tabla 18. Informe de SPSS-Prueba de varianzas.....	98
Tabla 19. Prueba de varianzas	98
Tabla 20. Informe de SPSS-Prueba de varianzas.....	99
Tabla 21. Informe de SPSS-Prueba t para la igualdad de medias.....	99
Tabla 22. Prueba t muestras independientes	99

LISTA DE FIGURAS

xv

Figura 1. Representación de la clase del racional $1/2$	29
Figura 2. Diagrama de los números racionales.	29
Figura 3. Operación de números racionales (Homotecia).	31
Figura 4. Diagrama planeación didáctica.....	40

INTRODUCCIÓN

La investigación se desarrolla en los colegios Jonathan Swift y Rosario Campes- tre, en los que se ha identificado que los estudiantes de grado noveno presentan dificultades relacionadas con el uso comprensivo de los números racionales en contextos reales. Por tal razón, se diseña una secuencia didáctica mediada por un Entorno Virtual de Aprendizaje - EVA, que permita fortalecer el sentido numérico de los racionales en sus diferentes interpretaciones.

El EVA planteado se desarrolla a través del aprendizaje basado en problemas (ABP) según García (2008) y Gros (2002); se diseña desde los planteamientos de Silva (2011) y Gómez (1997), en términos de la estructuración y evaluación; y el concepto de número Racional se desarrolla desde los planteamientos didácticos y matemáticos trabajados por Kieren (1976), Obando (2003), D'Amore (2003) & Godino (2003).

Para establecer la validez de la secuencia didáctica mediada por el EVA, se aplica la metodología de un cuasi-experimento, tomando para ello un grupo que desarrolla la se- cuencia mediada por el EVA, denominado Grupo P y otro grupo en el que se implemen- ta solo la secuencia didáctica, llamado Grupo C-

El análisis de los resultados se trabaja con un diseño metodológico mixto, analizando los datos obtenidos de las pruebas de entrada y salida, desde un cuasi-experimento y el análisis descriptivo desde categorías, a partir de las interpretaciones del número racional, contrastado con los componentes del sentido numérico, para mostrar si hay una diferencia

significativa entre los promedios obtenidos por el grupo P y el grupo C, entre las pruebas de entrada y salida.

La investigación se realiza en cinco momentos, enmarcados en capítulos de la siguiente manera:

El *primer capítulo* donde se muestran los aportes previos o antecedentes, el desarrollo del problema, la hipótesis, el contexto y los objetivos.

El *segundo capítulo* donde se desarrollan los referentes teóricos, atendiendo al concepto, la didáctica y el uso de las tecnologías.

El *tercer capítulo* en el que se establece la metodología utilizada para su diseño y desarrollo, así como los instrumentos diseñados para el análisis.

El *cuarto capítulo*, donde se ubica el diseño y aplicación de los instrumentos de análisis, el desarrollo de la propuesta desde la aplicación de la secuencia didáctica en el entorno virtual de aprendizaje y las categorías de análisis proyectadas, así como el análisis de resultados por medio de categorías tras la implementación de los instrumentos, y la verificación de los supuestos de análisis para un cuasi-experimento y la aplicación de las pruebas de hipótesis. Para finalizar, el *quinto capítulo*, donde se encuentran las conclusiones y anexos, estos últimos referentes a la secuencia didáctica, la organización del entorno virtual y las evidencias de los instrumentos de análisis.

Capítulo 1. LA INVESTIGACIÓN

Este capítulo muestra los aportes previos o antecedentes, el desarrollo del problema, la hipótesis, el contexto de las instituciones, la justificación y los objetivos de la misma.

1.1 ANTECEDENTES

En la revisión de investigaciones previas, se encuentran varios trabajos enmarcados en problemáticas similares a ésta, que permiten fundamentar y orientar la presente investigación.

A continuación se muestran seis trabajos, que aportan en gran medida en la delimitación del problema, planteamiento de objetivos, pregunta de investigación y anticipación de posibles dificultades de aprendizaje.

1.1.1 Antecedentes Entornos Virtuales en Matemáticas

Se revisa el trabajo realizado por Bernal (2016), cuyo objetivo fundamental es diseñar un Ambiente virtual de aprendizaje (AVA), (Para este trabajo se entiende de la misma manera, tanto entorno virtual de aprendizaje como ambiente virtual de aprendizaje que permita complementar el proceso de enseñanza relacionado con el universo de los números racionales, en el que se propone una unidad didáctica que gira en torno a una situación fundamental llamada “la mala alimentación en nuestro país”).

Bernal, argumenta que la matemática es reconocida como una de las materias que genera mayor dificultad para los estudiantes, y de forma particular los números racionales. Al enseñar este universo numérico se presentan problemas en su construcción, debido a la descontextualización de las situaciones de enseñanza, a la mecanización en sus operacio-

nes, llevando al estudiante a un aprendizaje repetitivo y memorístico. También identifica una ausencia del uso de tecnologías, perdiéndose así la posibilidad de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, considera que la tecnología es una herramienta que desarrolla factores motivacionales y de mediación.

Para solventar esta situación dentro del trabajo se plantea el diseño de un ambiente virtual desde una secuencia didáctica (SD) bajo el concepto de Diaz Barriga (2013), planteada en varios espacios siguiendo el modelo de Silva (2011), así: bienvenida, donde se da apertura al curso; inicio, donde se hace una motivación y se muestran las herramientas del espacio; presentación de los participantes, donde se plantea el foro ¿qué aprenderemos?, allí se le explicita a los participantes los aprendizajes que alcanzarán; problemática, allí se plantea la situación problema a resolver; hipótesis, es el espacio para que los participantes planteen sus posibles soluciones al problema y se cierra con la sustanciación por parte de los hallazgos de los estudiantes, estableciendo así el cierre de la secuencia.

Dicho trabajo permite tener un acercamiento a una secuencia didáctica, diseñada en un ambiente virtual, que marca la ruta desde el enfoque constructivista, centrado en el aprendizaje basado en problemas, U. M. (2018). Esta es la base para el desarrollo de la presente investigación, al aportar en la ampliación del planteamiento del problema, mediante la aplicación y análisis de resultados.

Por su parte Burbano, Luna, Paya (2015) plantea una propuesta desarrollada en tres momentos; diseño del aula y estrategia de implementación, aplicación de ambiente virtual y evaluación. Para el diseño del aula, plantean dos encuestas, una a estudiantes y otra a docentes, las cuales les permiten identificar que la causa de la dificultad en la com-

comprensión de los números racionales, es la falta de conceptos previos, además de esto, hay desinterés por parte de los estudiantes, debido a que las prácticas docentes no son llamativas. Por otro lado, el uso de la tecnología genera dificultad, inicialmente porque los colegios no cuentan con una red óptima y posteriormente, por la visión de los estudiantes del uso de la internet solo para fines recreativos.

A partir de los resultados de las encuestas y de toda la investigación se hace el diseño del ambiente virtual, se implementa y concluye lo siguiente:

La implementación de un aula permite generar aprendizaje en los estudiantes, desde una metodología motivadora, generando una experiencia positiva tanto para los estudiantes como para los docentes.

Este trabajo muestra una experiencia con características similares a las de la presente investigación, donde se logra establecer la importancia de resignificar el uso de la tecnología en el aula, dado que desde el planteamiento de Burbano, Luna y Paya “en la actualidad el uso del PC sigue estando ligado a cuatro grandes actividades, el correo electrónico, las redes sociales, el juego y el ver y escuchar videos” p. 134.

Por otro lado se identifica que a pesar de hacer uso de la tecnología, se siguen planteando actividades descontextualizadas, que priorizan el algoritmo y el diseño tradicional, lo que permite ver la necesidad de usar la tecnología acompañada de diseños novedosos, contextualizados, que llamen la atención de los estudiantes, no solo el medio es importante, también lo es el contenido y el planteamiento de las situaciones a resolver como excusa de aprendizaje.

En términos de la implementación Chiappe & Manjarres (2013) determinan que el AVA constituye una herramienta didáctica que permite la mediación entre el pensamiento, la acción, los valores, la intención y la eficacia, donde las competencias a desarrollar durante la implementación del AVA fueron:

- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
- Capacidad de comunicación oral y escrita.
- Aplicación de conocimientos de Ciencias Básicas y Ciencias de la Ingeniería Civil.

Las conclusiones de este trabajo permiten identificar que a pesar de la complejidad que genera la enseñanza, se logran aprendizajes significativos, dado que se evidencia una mejor comunicación por parte de los estudiantes, el planteamiento de preguntas puntuales que permitieron un avance en el proceso. La participación de los estudiantes fue amplia en los diferentes espacios del ambiente, lo que contribuyó a mejorar la expresión oral de ellos, desde una argumentación matemática para poder comunicar sus ideas, cumpliendo así gran parte de los objetivos de la investigación. Con esto queda en evidencia la posibilidad que da el ambiente en relación a los diferentes espacios de interacción, herramientas y actividades.

Por otro lado se evidenció la efectividad de la retroalimentación de los procesos, ya que la plataforma lo permitía y el estudiante sabía si era correcto su procedimiento o no, casi de forma inmediata.

El aporte de esta investigación en el presente estudio está dado desde la demostración de la incidencia del ambiente en procesos de formación de las matemáticas, particularmente Chiappe y Manjarrés (2013), plantean que:

“la utilización de un ambiente virtual de aprendizaje, como apoyo a las clases presenciales, proporciona un espacio facilitador de los procesos de enseñanza y aprendizaje, con el fin de generar cambios en las competencias matemáticas, favoreciendo la interpretación, adquisición y utilización de los conocimientos matemáticos” (P. 9)

A partir de lo cual se muestra que la aplicación de una propuesta de fortalecimiento por medio un EVA ayuda y apoya al trabajo, desarrollando proceso significativos en el aula, permitiendo diseñar dinámicas llamativas para los estudiantes., Es por ello que para el desarrollo de la investigación se elabora una SD mediada por un entorno virtual, con el fin de generar cambios en los estudiantes, en el sentido numérico en los racionales.

1.1.2 Antecedentes Dificultades en Matemáticas

Castaño (2014) dentro de este trabajo de grado se plantea el propósito de identificar las dificultades que presentan los docentes en la enseñanza de los números racionales, con sus operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). En su desarrollo se relata la importancia de identificar la falencia del docente más que la del estudiante, que es lo común y en quien usualmente recae la responsabilidad del fracaso. Allí se plantea un análisis mixto, mediante el uso de la herramienta ATLAS TI, y por medio de una

prueba estadística base se hace un análisis cuantitativo, donde se evidencia, que el 40% de los docentes reconoce que la enseñanza de los números racionales es de difícil comprensión para los estudiantes, que el (45.7%) usan alguna estrategia especial para enseñar los números racionales y sus operaciones, que el (72.9%) deben cambiar de estrategia sobre las operaciones con los números racionales, cuando los estudiantes argumentan que no entiende. Estos entre otros resultados que no han sido considerados en este momento.

Todos estos resultados llevan a la conclusión que el comportamiento de los docentes es favorable frente al proceso de enseñanza de los números racionales y frente a sus alumnos, por lo tanto, se descarta esta opción y se continúa en un análisis categorial, para el cual se hace uso de las categorías emergentes de Brousseau, diferenciando tres grandes grupos de dificultades, las didácticas, ontogenéticas y epistemológicas. Allí analizan las diferentes categorías desde diversos autores y hacen aportes significativos frente a estas posibles dificultades.

Este estudio concluye que una de las grandes dificultades en el trabajo de los números racionales, es la cantidad de preconceptos que deben saber los alumnos y cómo si hay vacíos en éstos, no se puede avanzar en el programa académico, lo que genera tensión y dificultad en el proceso. Se plantea que si se enseña bien, se aprende bien pero si hay afán en el proceso, no hay una correcta enseñanza, por ende no hay un correcto aprendizaje.

Por otro lado se analiza la importancia de la enseñanza desde situaciones de la vida real, donde se percibe una gran dificultad debido a que se parte de la abstracción, lo que impide un proceso de enseñanza efectivo, de allí, la necesidad de usar las representaciones para favorecer los proceso de enseñanza y la experimentación de situaciones no desde

lo abstracto, por tanto se hace la invitación al uso de la tecnología como herramienta mediadora.

Para finalizar, Cataño plantea que se deben tener en cuenta los diferentes elementos que intervienen en el aula, para prever posibles errores que se comenten por parte de los docentes, los cuales desencadenan dificultades en el aprendizaje de este objeto matemático en los estudiantes.

En cuanto a las dificultades, el profesor Obando (2003) realiza un recorrido histórico-epistemológico de los números racionales, su desarrollo didáctico y pedagógico, buscando indagar los procesos desarrollados en torno a la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, enfocado desde la interpretación como fracción, para brindar una perspectiva del funcionamiento didáctico, donde plantea que:

Cada día los medios de comunicación nos entregan grandes volúmenes de información, que es cuantificada en términos de porcentajes, probabilidades, razones, fracciones, etc., y una buena comprensión de los números racionales es fundamental para analizarla e interpretarla. (2003, p. 2)

De allí, se establece que el concepto del número racional obedece a un contexto histórico, el cual determina gran parte de las utilidades y dificultades propias del concepto:

“Las dicotomías “continuo–discreto”, “unidad aritmética–unidad geométrica” y “número–magnitud”, que se muestran como factores epistemológicos claves en el proceso de construcción histórico del concepto de número racional, deben ser firmemente conceptualizadas, si se quiere que las fracciones de unidad sean aceptadas como números” (Obando, 2003. P2).

Desde lo didáctico Ohlsson (1988) citado por Obando (2003. P 6), plantea la definición de las fracciones como constructo y sus significados matemáticos y aplicaciones.

Los constructos y sus aplicaciones son:

- Función cociente: las particiones, los acortamientos, las extracciones y el cociente cartesiano.
- Número racional: las relaciones parte-todo, la medida fraccional, el cociente (indicado), la recta numérica y la fracción decimal.
- Vectores binarios: las razones, las ratas, las proporciones y las cantidades intensivas.
- Función compuesta: operador fraccionario.

Este planteamiento hace un aporte significativo a la investigación en curso, dado que permite tener una perspectiva de las interpretaciones de las fracciones puestos ya en contextos, se especifican sus aplicaciones, lo que le permite enfocarlo desde cada uno según la necesidad que haya en el aula. Esto da una base para el planteamiento de la prueba diagnóstica y el diseño de la secuencia didáctica.

Dentro del trabajo de Obando se identifican dos resultados importantes: la necesidad de indagar por las características de la enseñanza usual del número racional y las situaciones diseñadas.

Allí se identifica que las características predominantes en la enseñanza del número racional son los trabajos relacionados con las particiones, el conteo y la mecanización de reglas, lo que inminentemente genera dificultad en la construcción de este conjunto numérico, al dejar de lado el trabajo con la medición, la magnitud y la unidad. Se establece

la importancia del trabajo constante para poder abstraer y generalizar mediante el reconocimiento de una estructura invariante, en un conjunto de situaciones particulares.

Respecto a las situaciones diseñadas, se identifica que las características fundamentales que harían exitosa una experiencia de aprendizaje sobre los números racionales desde la interpretación parte-todo son:

- La fracción es el resultado de una relación cuantitativa entre la parte y el todo.
- El sentido y significado de las fracciones está fundamentado en las relaciones y operaciones que le dan sentido numérico.
- Las situaciones planteadas deben permitir en el alumno, el desarrollo de una génesis del concepto a través de la estructuración de un lenguaje matemático, con su respectiva semántica y sintaxis.
- Las situaciones deben tomar en cuenta los aspectos epistemológicos y psicológicos relacionados con el tipo de unidad y de magnitud.

Esto en particular marca un punto de partida relevante a la hora de diseñar la secuencia didáctica, ya que muestra que en su elaboración, se debe tener en cuenta, desde el origen del concepto, su relación con las fracciones y operaciones, intencionalidad y algunos ejemplos.

Como lo plantea Baena (2016) en el desarrollo de una unidad didáctica para el fortalecimiento del sentido numérico de los números enteros en estudiantes de grado séptimo, donde encuentra que una unidad didáctica mejora el aprendizaje referente a la enseñanza tradicional.

Por ende, plantea que en la enseñanza del sentido numérico para este universo, es importante desarrollar los componentes del sentido numérico como los propone Almeida (2014), estableciendo que se deben tener en cuenta los siguientes factores dentro de una unidad:

1. La identificación de conceptos previos, referentes al conjunto numérico.
2. Los aspectos histórico-epistemológicos, disciplinares, curriculares y didáctico del conjunto numérico.
3. La estructuración de actividades que conforman la unidad didáctica, mediadas por una situación problema contextualizada a partir de experiencias cotidianas.
4. La evaluación y validación de actividades por medio de grupos de estudiantes y expertos.

Lo anterior permite estructurar algunos elementos a tener en cuenta en el diseño y elaboración de la secuencia, diseñada para el fortalecimiento del sentido numérico en estudiantes de la básica secundaria.

1.1.3 Reflexiones de los antecedentes

Al hacer la recopilación de los diferentes antecedentes de los avances realizados en torno a la enseñanza de los números racionales, se puede reconocer sus problemáticas y en algunos casos, el aporte de la mediación realizada por la tecnología. Este es un punto de partida sobre el cual se soporta la investigación en curso, identificando líneas de trabajo ya exploradas, recomendaciones o sugerencias.

De forma particular, el trabajo realizado por Bernal (2016), marca el inicio de esta investigación en el colegio Rosario campestre, ya que éste plantea un diseño de ambiente

virtual que tiene como objetivo el fortalecimiento de los números racionales, pero contempla su implementación, por lo tanto no es posible medir su impacto. Teniendo este trabajo como punto de partida, se realizan las modificaciones pertinentes, se implementa y se analizan los resultados obtenidos. Posteriormente se replica en el Colegio Jonathan Swift, trabajando con la misma población y problemática.

El trabajo realizado por Burbano. J., Luna. M. y Paya. O. (2015), permite evidenciar la importancia del cambio de concepción del uso de la tecnología como elemento netamente recreativo, frente a su uso académico y su potencial como herramienta mediadora del aprendizaje. La problemática abordada, es la desmotivación y desinterés de los alumnos, problemática que está sobre la línea de trabajo de esta investigación. Adicional a esto permite ver la necesidad de contextualizar las actividades y de generar un uso de los números racionales aplicado, desde la comprensión más que desde la operatividad.

Por otro lado el trabajo de Castaño (2014), da una vuelta completa a la idea que se tiene frente al fracaso escolar, enfocado en las dificultades o fallas del alumno, desconociendo las posibles fallas que puede tener el maestro. Esto permite hacer un análisis global sobre la didáctica usada, planeación, dominio del saber a enseñar, evaluación, entre otros aspectos a tener en cuenta a la hora de enseñar. Desde allí se consideran diferentes elementos para diseñar la secuencia de actividades de la investigación en curso, en cuanto a la necesidad de validar los planteamientos hechos en la secuencia, minimizando posibles errores en las indicaciones o enunciados de las diferentes actividades. También realizar un trabajo frente a los preconceptos y al uso de representaciones, ya que como lo

plantea la investigación de Castaño, estos elementos son los que generan mayor dificultad en la enseñanza de los números racionales.

La propuesta de (Chiappe Y Manjarres. (2013)), da un aporte significativo, puesto que sigue una línea muy similar a la de la investigación en curso, su cuya intencionalidad es medir la incidencia de un AVA en el fortalecimiento de competencias matemáticas, dentro del objeto matemático “cónicas”. El aporte de este trabajo es ofrecer una orientación frente a la forma de medir el impacto o incidencia del AVA, en un proceso de aprendizaje en matemáticas. Las caracterizaciones de las competencias para la evaluación y medición, se toman a partir de las pruebas y actividades en el entorno virtual, realizando un correcto seguimiento de los procedimientos matemáticos, el uso y manejo adecuado del lenguaje desde la argumentación oral y escrita y la capacidad para realizar procesos jerárquicos en operaciones.

El trabajo de Obando (2003) está dado desde la construcción del objeto de estudio “números racionales”, aplicados en un contexto desde la interpretación parte todo, y es el que marca la ruta para el diseño de la secuencia didáctica.

Finalmente Baena (2016), muestra una caracterización del sentido numérico en los números enteros y su aplicación a una unidad didáctica, que permite el desarrollo del mismo, a partir de una serie de actividades entorno a una situación fundamental.

Cada antecedente aporta en la construcción de los diferentes elementos iniciales necesarios para el desarrollo de esta investigación, desde el objeto matemático de estudio, la orientación pedagógica, la necesidad de mediar el proceso de aprendizaje desde el diseño del entorno virtual de aprendizaje (EVA) hasta el proceso de evaluación, entre otros.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1 Planteamiento del problema

La problemática surge desde tres núcleos; el primero referido a como se aborda el concepto, las prácticas docentes en las instituciones y las problemáticas referentes a la falta de uso de las tecnologías en el aula.

El primer núcleo referido al concepto, radica en las dificultades que emergen al momento de operar, representar y utilizar los números racionales en pruebas donde se desarrollan problemas aplicados a un contexto.

Como se muestra a partir de los resultados de las pruebas de competencias PISA e ICFES, las matemáticas siempre han sido una asignatura que presenta gran dificultad cuando se requiere del uso de los números racionales, según el MEN (2011) alrededor del 40% de grado noveno,

“...la mayoría de los estudiantes colombianos se concentran en el primer nivel de competencia, lo que implica que apenas son capaces de resolver problemas sencillos en los que se les proporciona la información necesaria para solucionarlos y se les sugieren alternativas de acción...” (MEN, 2011. P3).

Algunas de las razones de estos resultados, desde el punto de vista de los estudiantes, es que el área de matemáticas no es lo suficientemente llamativa, lo cual genera desatención, por lo tanto incompreensión y desde allí un gran porcentaje de pérdida; esto sumado a la gran dificultad que presentan los estudiantes referente a los conceptos relacionados con los Números Racionales, como concluye Obando (2003).

De igual forma, las operaciones con los números racionales desde la concepción de razón y parte todo, presentan dificultades, ya que su enseñanza se centra en la repetición de los algoritmos, modificando únicamente las cantidades que se operan, como menciona Godino (2003), lo que genera una adquisición de una memoria netamente mecánica, e implica un algoritmo vacío, que no les sirve a los estudiantes para solucionar problemas en un contexto real o situación hipotética.

El segundo núcleo emerge de los problemas referentes a los docentes, teniendo en cuenta que parte de las razones por las que se presentan estos resultados en las pruebas, hacen referencia al docente y sus prácticas educativas, debido a que se prioriza el cálculo y manejo de estructuras básicas y no la aplicación y uso de éstas, para dar solución a situaciones del entorno del estudiante; es decir, se hacen matemáticas abstractas y sin sentido para ellos. Desde el planteamiento del Ministerio de Educación Nacional, MEN (1998), queda en el nivel uno del sentido numérico, el conocimiento, donde únicamente se identifican características, propiedades y magnitudes de los sistemas numéricos, quedando por debajo de los siguientes tres niveles, aplicación, evaluación e invención.

Dentro de este núcleo también se encuentra como factor influyente, la desmotivación. Los docentes en el afán del día a día no logran desarrollar clases mediadas con herramientas que logren llamar la atención y el interés en los estudiantes, por tanto, se desarrolla un trabajo poco llamativo, que termina siendo repetitivo y memorístico, que gusten o no deben aprobar para cumplir con los requerimientos mínimos establecidos por el Ministerio de Educación.

Por último se tiene el núcleo de las problemáticas que surgen de la falta de uso de las Tecnologías en el aula, como lo muestra la investigación desarrollada por Córdoba (2014), donde los estudiantes de grado noveno de diferentes instituciones, concluyen que el uso de las TIC en el área de matemáticas no es suficiente y que son de gran importancia. Por lo tanto, es necesario un mayor trabajo con éstas desde el aula de clase, porque aunque en ocasiones recurren a sitios de internet como Julio Profe (Youtuber) para solventar dudas de la clase, en ocasiones éstas no son totalmente resueltas.

Estas tres problemáticas no son ajenas a los Colegios Jonathan Swift y Rosario Campestre, específicamente, se identificó que a los estudiantes de los grados noveno y décimo se les dificulta el uso de los números racionales y sus operaciones en contextos específicos, su uso no es muy consciente y práctico. En gran parte, debido a la desmotivación, falta de uso de tecnologías y uso de estos números en contextos de la vida real.

Para contrarrestar estas dificultades y mejorar el sentido numérico de los números racionales, así como sus resultados en pruebas, Bernal (2016) diseña una secuencia didáctica para fortalecer los procesos por medio de un Ambiente Virtual de Aprendizaje, el cual tiene como objetivo apoyar el proceso escolar, a partir de una situación problema fundamental cercana al contexto real de los estudiantes, de tal forma que los estudiantes de los colegios logren mejorar sus resultados y desarrollar las competencias suficientes con los números racionales.

Teniendo en cuenta el planteamiento anterior, la presente investigación se orienta bajo la siguiente pregunta: ¿Existe diferencia significativa en los niveles del sentido numérico

en los racionales entre dos grupos de estudiantes de grado noveno, cuando un grupo se expone a una secuencia didáctica de números racionales que incorpora un Entorno Virtual de Aprendizaje?

1.2.2 Contextos propios o diferenciados de los colegios

1.2.2.1 Colegio Rosario Campestre

Es un colegio de carácter religioso, dirigido por las Hermanas Dominicanas de Santa Catalina de Siena, ubicado en la localidad 11 de Suba, en la ciudad de Bogotá. Presta un servicio educativo de modalidad académica, en los niveles de preescolar hasta la media académica. En calendario A, jornada completa, atiende población mixta de preescolar a grado séptimo y población femenina de grado octavo a once. Cuenta con un curso para cada grado en bachillerato, de dos a tres cursos por grado, en primaria.

El grado noveno cuenta con 14 estudiantes, en edades entre los 13 a los 15 años.

La institución cuenta con 25 computadores conectados a internet y maneja una plataforma solo de información, a pesar de que los libros con lo que se trabaja ofrecen una plataforma, esta no se usa de forma continua.

1.2.2.2 Colegio Jonathan Swift

Es un colegio de carácter privado Campestre, ubicado en la localidad 11 Suba de Bogotá, en el barrio Tuna Alta. Es un colegio de tipo Mixto y tiene un curso de cada grado. El grado noveno tiene 18 estudiantes en edades entre los 13 a los 14 años. Cabe resaltar que el colegio cuenta con una sala de sistemas de 20 computadores funcionales, pero que debido a su ubicación presentan una conexión de internet intermitente y una conexión Wi-fi que presenta dificultades para el trabajo en línea; tiene un ancho de banda que per-

mite la subida y descarga de material para el desarrollo de propuestas, por medio de plataformas virtuales que permitan su trabajo de forma offline.

Desde el año 2012 vienen trabajando con libros virtuales desde una campaña para el fomento de la tecnología, por medio de plataformas virtuales y la compra de pines de editoriales como Norma, Planeta y Santillana.

Los estudiantes del colegio cuentan con Smartphone y Tablet conectadas por medio de datos a Internet, vía Wi-fi, permitiendo que los estudiantes naveguen, realicen consultas y suban información, todo enmarcado en la propuesta institucional en el PEI y el proyecto tecnológico escolar para el desarrollo de las TIC.

1.2.3 Generalidades de los contextos de las instituciones.

La aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje está dirigida a estudiantes de grado noveno de los colegios Rosario Campestre y Jonathan Swift ubicados en la ciudad de Bogotá, en la Zona norte, pertenecientes a un contexto sociocultural y económico enmarcado en los estratos 4 y 5, los cuales tienen como característica común, que para este grado, los cursos tienen en promedio 16 estudiantes, cuya edad oscila entre los 13 y los 15 años.

Para la implementación del EVA, se cuenta con la red de internet banda ancha abierta y apoyo audiovisual en las aulas de clase.

Ambos colegios tienen dificultad para el trabajo continuo en salas de tecnología especializada, dado que aunque cuentan con aulas de cómputo y sistemas, se debe gestionar el permiso para hacer uso de ellas, en clases diferentes a las de sistemas y tecnología.

1.3 JUSTIFICACIÓN

Los números racionales constituyen uno de los universos numéricos más importantes en el desarrollo de la vida escolar de los estudiantes, particularmente en los grados séptimo a once, dado que son pre-concepto para la construcción del álgebra, la trigonometría y el cálculo. Además de esto, Obando (2003) plantea, que los números racionales son necesarios para estar informados y también para analizar *“los resultados de las encuestas y poder juzgar su credibilidad, los indicadores económicos y sociales del país, las tasas de interés que ofrece una cuenta de ahorro o que afectan a un crédito hipotecario, los descuentos de los supermercados, la probabilidad de ganar una lotería, la predicción del clima, etc.”* p. 2.

Es decir, que no sólo se usan en el campo académico, también en contextos cercanos de los estudiantes, para poder discriminar si una oferta realmente es beneficiosa, si al ir a la tienda se está recibiendo los productos al precio justo o si las notas de las diferentes asignaturas que cursan están bien calculadas, o en el caso extremo, cuánto se necesita para aprobar.

Pero a pesar que los racionales son una necesidad y de haber sido trabajados desde el grado tercero de primaria, los estudiantes llegan a grado noveno con muchos vacíos tanto conceptuales como procedimentales y desde allí presentan la dificultad de hacer uso de este universo numérico, para dar solución a situaciones problema. Como se planteó en un apartado anterior, ellos sólo llegan máximo, al nivel uno o dos del sentido numérico de un universo, que hacen referencia solo al conocimiento y aplicación, es decir, identifica-

ción de características, propiedades y magnitudes y con esto, únicamente una pequeña aproximación a la solución de un problema, sin lograr llegar a un nivel tres, correspondiente a la evaluación, donde además, se debe tener un dominio reflexivo de las relaciones numéricas y mucho menos al nivel cuatro, la invención, donde se debe poder lograr modelar y proponer soluciones basados en las propiedades de los sistemas numéricos.

Al indagar las razones que generan estas dificultades, se encontraron tres aspectos que influyen y generan la problemática. En un primer lugar, se evidencia un vacío desde el concepto, los estudiantes no logran operar, representar y resolver problemas complejos mediante los racionales, dado que no comprenden de forma clara su estructura y propiedades. La segunda tiene que ver con las prácticas docentes, ya que son descontextualizadas y poco motivadoras para los estudiantes, lo que lleva al aprendizaje memorístico y repetitivo. Y finalmente, en el tercer lugar se tiene la falta de uso de herramientas mediadoras en el aprendizaje, tanto en el aula como fuera de ella. En este momento la tecnología es un elemento motivador, que posibilita el manejo dinámico de objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación. (Gómez, 1997).

Esta situación también fue evidenciada en el desarrollo de la práctica como docentes en los diferentes colegios donde se ejerce la labor, especialmente en el grado noveno, donde se pasa de la educación básica secundaria a la media y se marca en mayor grado la dificultad. Los estudiantes realizan preguntas relacionadas con el manejo numérico, lo que dificulta el manejo de estructuras más abstractas y avanzadas en cursos superiores.

Por todo lo anterior, queda en evidencia la necesidad de plantear una propuesta que permita desarrollar un manejo amplio de los números racionales, en estudiantes de grado noveno, desde una experiencia motivadora, contextualizada y mediada por la tecnología.

Por esto, en la investigación en curso se diseña y valida una secuencia didáctica que incorpora un entorno virtual, que tiene como objetivo de aprendizaje y el fortalecimiento del sentido numérico de los números racionales.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo General

Establecer si existe diferencia significativa en los niveles del sentido numérico en los racionales de dos grupos estudiantes, de colegios privados de la ciudad de Bogotá, cuando uno de ellos se expone a una secuencia didáctica que incorpora un Entorno Virtual de Aprendizaje.

1.4.2 Objetivo Específicos

Diseñar e implementar una secuencia didáctica, mediada por un Entorno Virtual de aprendizaje, que desarrolle los componentes del sentido numérico en los números racionales.

Determinar las categorías de análisis para el desarrollo de los componentes del sentido numérico de los racionales.

Capítulo 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 MARCO TEÓRICO

A continuación se encuentran los referentes teóricos necesarios para la investigación, distribuido en tres componentes; Primero el objeto de estudio, el cual hace referencia al concepto matemático de los números racionales, las diferentes interpretaciones de Kieren (1976) y el sentido numérico.

El segundo, el pedagógico y didáctico, desde las situaciones didácticas de Díaz Barriaga (2003) y Brouseau (2007), la experiencia planteada por Rodríguez (Alfabeto griego), el aprendizaje basado en problemas ABP de Murcia, y haciendo énfasis en Polya (1954) desde el abordaje del número racional como conglomerado de Kieren (1976).

Y tercero, el componente tecnológico, la relación entre las TIC y la educación, las ventajas y desventajas de su implementación, la tecnología y la enseñanza de las matemáticas desde el planteamiento de Gómez y finalmente, las posturas referente al diseño y utilización de las TIC en matemáticas, el desarrollo y diseño de los ambientes de aprendizaje y los componentes de un ambiente virtual. Se abordará a Herrera. B. (2006), para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje. Y por último, Silva. Q. (2011), para la elaboración, diseño y la implementación de entornos virtuales de aprendizaje.

2.1.1 Componente objeto matemático

2.1.1.1 Números Racionales

El campo de acción de la secuencia didáctica y con ello el trabajo que se va a realizar en el ambiente virtual, se encuentra enfocado al fortalecimiento del sentido numérico de los números Racionales, con lo cual es pertinente determinar el significado que se le va a

dar y los componentes que se van a trabajar dentro del presente trabajo. Se tomarán como referentes de esta categoría teórica los conceptos de número racional desde las posturas de Brainerd (1973) en cuanto a la definición formal; en cuanto a las caracterizaciones de los números racionales, las definiciones de Kieren (1986); en torno a las operaciones y propiedades de los números racionales, las definiciones de Birkhoff (1953) citadas por Lest (1976) y en cuanto a las definiciones geométricas, los postulados y definiciones del libro 5 de los elementos de Euclides.

El primer aspecto a tratar es la definición los números racionales, los cuales según Brainerd (1973) desde los conjuntos numéricos obedecen a un desarrollo histórico, determinando que el número racional es todo número de la forma $\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0$.

Desde esa propuesta se define que, todo número Racional puede representarse como el cociente de un entero y un natural positivo, es decir, una fracción común con numerador y denominador distinto de cero, estableciendo adicionalmente que este par de números son los representantes de una familia de fracciones.

Sin embargo, como lo expresa Godino (2004) el concepto de número racional no se puede entender desde el punto de vista único de las fracciones; el concepto de número racional positivo estuvo ligado a los contextos concretos de medida y reparto, y en estas condiciones surgieron los conceptos de fracción y razón, los cuales inicialmente fueron definiciones independientes.

El trabajo desde una única definición de los números racionales caracteriza solamente una parte de su significado, por lo cual, se tienen en cuenta como definiciones del número

racional las caracterizaciones que realiza Kieren (1986), definidas a partir de las siguientes interpretaciones:

1. *Los Números Racionales son fracciones que pueden compararse, adicionarse, sustraerse, etc.*
2. *Los Números Racionales son fracciones decimales que forma parte de una extensión de los Números Naturales (a través de nuestro sistema de numeración) a los números racionales.*
3. *Los Números Racionales son clases de equivalencia de fracciones. Así que $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ y $\{2/3, 4/6, 6/9, \dots\}$ son números racionales.*
4. *Los Números Racionales son números de la forma p/q , donde p, q son enteros y $q \neq 0$, en esta forma los números racionales son una razón numérica.*
5. *Los Números Racionales son operadores multiplicativos. (e.g., ensanchadores, estrechadores, etc.)*
6. *Los Números Racionales son un campo, cuyos elementos son cocientes ordenados infinitos. Y estos son números de la forma $x = p / q$ donde x satisface la ecuación $q * x = p$.*
7. *Los Números Racionales son medidas o puntos en una recta numérica.*

Kieren, aclara que estas no son interpretaciones independientes una de la otra, sino por el contrario, según las operaciones definidas, éstas son isomorfas, teniendo en cuenta que son un complemento una de la otra y que según el contexto, el concepto del número racional se puede asociar a una o más de una de estas interpretaciones. Estas desarrollan y complementan la idea del número racional. A continuación se presentan los significados

que se le dan a cada una, con el fin de ofrecer una definición completa del número racional.

2.1.1.2 Los Números Racionales como fracciones

El concepto del número racional como fracción es trabajado especialmente desde la concepción de número quebrado, desde el concepto denominado relación parte todo, pero también se determina como hacen alusión Rey & Puig (1951. P 113) que la *“Fracción es una ampliación del concepto de número que surge como una necesidad de índole práctica.”*, resaltando su importancia cultural e histórica, haciendo alusión que para los babilonios las fracciones eran totalidades y no divisores de la unidad en partes, mientras que para los egipcios, existía el total y las partes.

En cuanto a la relación parte todo en las fracciones, Obando (1999) plantea que pensar la fracción como relación parte–todo implica, *“la realización de procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y del todo y, por consiguiente, la relación cuantitativa entre ambos.”*, estableciendo de tal forma que el todo es la unidad y que a partir de ésta, se pueden realizar comparaciones, medidas y operaciones.

2.1.1.3 Los Números Racionales como fracciones decimales

La definición de las fracciones como decimales implica no ver la fracción como la partición del todo y las partes, sino como un conjunto numérico basado en la extensión numérica, definiendo los números decimales según Brousseau (2007, p 282)

“son los números racionales para los cuales existe al menos una expresión decimal finita, o de manera equivalente, los racionales expresables mediante una fracción decimal. Los números racionales (y por tanto también los números decimales) se pueden escribir mediante fracciones o con notación decimal”

Con lo cual se hace referencia a que los números decimales son aquellos cuya expresión decimal es finita, lo que implica que se puede expresar como la suma finita de números expresados a una base en sus diferentes potencias, o lo que se reconoce como la expresión polinómica de un término. Teniendo entonces que x es un número decimal en base 10 si cumple:

$$x = a_0 * 10^m + a_1 * 10^{m-1} + \dots + a_n * 10^{m-n} \mid a, n, m \in \mathbb{Z}.$$

Desde esta definición se pueden expresar como números decimales infinitos periódicos, a aquellos que presentan una secuencia finita de términos subsecuentes y se pueden escribir de la misma forma, siendo en este caso x_1 un número decimal periódico infinito si cumple:

$$x_1 = a_0 * 10^m + a_1 * 10^{m-1} + \dots + a_1 * 10^{m-n} + b * 10^{m-n-1} + b * 10^{m-n-2} + \dots \mid a, n, m \in \mathbb{Z} \wedge b \in x.$$

2.1.1.4 Los Números Racionales como clases de equivalencia de fracciones.

Hablar de las definiciones de las fracciones desde la clase de equivalencia, asume una postura diferente en cuanto a la interpretación de la fracción como decimal y como racional fracción, determinando desde esta interpretación, la fracción a/b es una representación de un conjunto de fracciones reducibles y toma de esta forma la fracción a/b como un conjunto de fracciones equivalentes, definida la relación de equivalencia como $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$.

Por lo tanto desde la relación de equivalencia, la definición de familia de fracciones según Scandura (1971) citado por Kieren (1976) es:

$$\text{Una mitad es: } \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \dots \right\} \text{ o } \left\{ \frac{a}{b} \mid \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \right\}$$

Donde el conjunto de los números racionales es el conjunto de las clases de equivalencia $\frac{a}{b} \mid b \neq 0$ bajo la relación de equivalencia. Y se puede representar a partir de la siguiente figura.

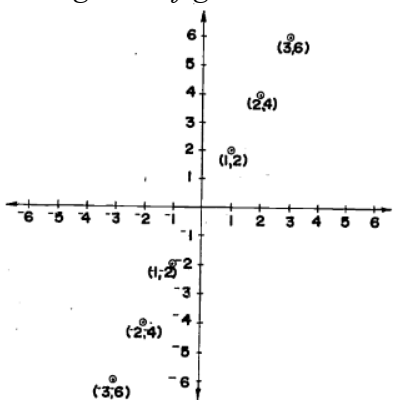


Figure 1. Several members of the equivalence class for the rational number $1/2$.

Figura 1. Representación de la clase del racional $1/2$, (Figure 1, Tomado de Lesh et al., 1976, p. 115)

Por lo tanto, se muestra que esta interpretación del número racional como familia de fracciones, representa dentro de la caracterización de los números racionales, un ordenamiento según las clases de equivalencia y determina una de las propiedades de los números racionales, como cuantificables demostradas por Cantor, a partir de la biyección con el conjunto de los números Naturales y la fracción irreducible a/b , como se muestra en la Figura.

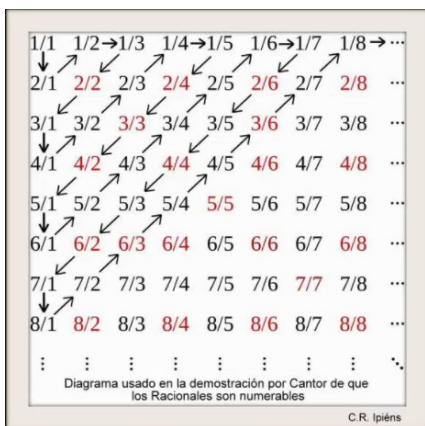


Figura 2. Diagrama de los números racionales, SCIENCE PHOTO LIBRARY. C. R. Ipiéns.

2.1.1.5 Los Números Racionales como razón numérica

La segunda gran interpretación del número racional viene determinada por la razón, la cual a comparación de las interpretaciones de las fracciones, se define como un par ordenado de números, los cuales cumplen con la relación proporcional, definida por Kieren (1976) donde una razón es un par ordenado, que cumple que $(x, 1) \approx (1,8) \approx (2,16) \approx (3,24)$.

“Esta es una comparación donde 1 se combina con 8, 2 se combina con 16, 3 se combina con 24 y así consecutivamente, pero entonces ¿qué se combina con 1?”, con lo cual se presenta que $x = 1/8$.

Entonces se establece que los racionales como razón, cumplen con la relación de equivalencia y que partir de ello se tiene:

Si $x = 1/8$, y se busca $(y, 2) \approx (1,8)$, por la relación de equivalencia, se tiene que

$$(y, 2) \approx (1,8) \Leftrightarrow 8y = 2$$

*Entonces $y = 2 * 1/8$, lo que significa que $y = 2x = 2/8$ (Kieren, 1976. P. 117)*

Mostrando de esta forma que las relaciones de equivalencia y las clases de equivalencia, son propiedades de los números racionales como razón, con lo cual como se muestra en la figura, determina que las razones presentan clases de equivalencia y por lo tanto la definición del número racional como razón es, “*números racionales como razón es el conjunto de las clases de equivalencia definido por $(x, 1) \approx (a, b) | b \neq 0$* ”

2.1.1.6 Los Números Racionales como operadores multiplicativos.

Los números Racionales como operador es multiplicativo obedece al termino geométrico del número como medida y como operador conjuntamente, atendiendo a una interpretación diferente a las anteriormente vistas, en esta definición el número racional según Kieren (1986) se toma como “una medida discreta de conjuntos finitos en conjuntos finitos o se puede ver desde la medida sobre el plano Euclideo sobre sí mismo, como se muestra en la figura”.

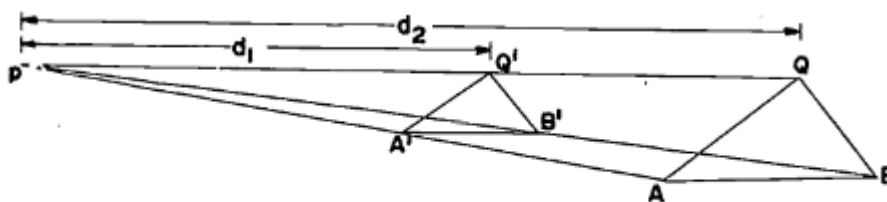


Figure 3. Rational numbers as operators.

Figura 3. Operación de números racionales (Homotecia). (Figure 3, Tomado de Lesh et al., 1976, p. 120)

La imagen anterior utilizada por Kieren (1976) es una representación de la construcción de una homotecia según los postulados de la Geometría de Euclides y para el caso de la definición del número racional como operador, si se tiene que Q' y Q son co-lineales con P , entonces $PQ'/PQ = k$, en cuanto a la representación $k = \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{3}$, siendo k el factor de la homotecia. Entonces, la interpretación que se le da a la proporción entre los dos segmentos y que genera una transformación lineal acorde a una ampliación o reducción, es lo que establece como número racional como operador.

Por lo tanto, se establece como una de las características para la interpretación del número racional como operador, cuando la relación p/q es un transformador u operador geométrico y se define el numero racional como operador multiplicativo al factor k , sien-

do k la proporción entre dos magnitudes escalares, con lo cual se define $k = \frac{a}{b} \mid a, b \text{ son una magnitud escalar } \wedge b \neq 0$.

2.1.1.7 Los Números Racionales como números de la forma $x = p / q$ donde x satisface la ecuación $q * x = p$.

La interpretación de los racionales desde la parte algebraica, implica establecer que los racionales cumplen con los axiomas de campo, determinando que los números racionales son un campo con las operaciones de adición y producto. Con lo cual la definición de los números racionales como campo, determina que son todos los números de la forma a / b que representan soluciones a ecuaciones de la forma $bx = a$, donde a y b son enteros, y $b \neq 0$, y que cumplan con los teoremas de Campo.

Los siguientes son las operaciones y los teoremas de campo para los números racionales:

1. $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow aq = bp$. Relación de equivalencia.
2. $\left(\frac{m}{n}\right) \pm \left(\frac{p}{q}\right) = \frac{mq \pm np}{nq}$. Definición de la operación adición.
3. $\left(\frac{m}{n}\right) * \left(\frac{p}{q}\right) = \frac{mp}{nq}$. Definición de la operación producto.
4. $\frac{m}{n} + \left(-\frac{m}{n}\right) = 0$. Módulo e inverso de la adición.
5. $\frac{m}{n} * \left(\frac{n}{m}\right) = 1$. Módulo e inverso del producto.

Las definiciones formales de los números racionales como campo, implican un dominio de habilidades y destrezas en cuanto a su uso algebraico y son importantes bajo la noción de número racional como campo cociente en la escuela, pues como establece Kieren (1976):

“la interpretación de campo cociente de números racionales conduce a nociones de algebra abstracta, así como a la experiencia algebraica de extensión de dominio. La experiencia prerrequisito fundamental radica en el álgebra de la resolución de ecuaciones”

Determinando de esta forma que para el grado de escolaridad donde se va a trabajar, es importante establecer esta interpretación, ya que radica en el fortalecimiento y apropiación de los números racionales como cociente algebraico, e implica el dominio de propiedades y uso de las propiedades de los números en contextos matemáticos.

2.1.1.8 Los Números Racionales como medidas o puntos en una recta numérica

La última definición del número racional es la de medida, determinando en ésta que la interpretación del número racional es un punto en la recta numérica o la distancia entre el origen y un punto en la recta. Para esta interpretación es crucial la noción de unidad, pues esta determina la caracterización del número racional, ya sea como la partición en partes congruentes de la unidad cuando $a/b < 1$, o como particiones impropias de unidad, como lo son los números racionales de la forma $a/b > 1$, donde ambos implican la semejanza entre una razón patrón y la unidad.

Para la definición de los números Racionales como medida en la recta numérica, se utiliza el teorema de tales, en cuanto a proporcionalidad entre segmentos, determinando que para realizar una partición en la recta numérica, lo que se debe hacer es:

1. Trazar una semirrecta desde el punto de origen P no co-lineal con la recta numérica.
2. Realizar particiones congruentes en la semirrecta PO.

3. Trazar el segmento UB, siendo U la unidad en la recta numérica y B el número de particiones en el que se divide la unidad.
4. Trazar la paralela por el punto A con respecto al segmento UB, siendo A, el número de partes que se toman de la unidad, formando el segmento AC.
5. C es por lo tanto, el punto en la recta que representa la relación entre AP y BP.

Por ende la definición del número racional como un punto o coordenada de la recta numérica, se puede expresar como $C = (0, x)$, donde $X = PA/PB$, por lo tanto $x = \left(\frac{PA}{PB}\right) \mid PB \text{ es un segmento no nulo.}$

Por lo tanto la definición del número racional no es única y mantiene un sentido y una relación entre las diferentes interpretaciones, a lo cual el mismo Kieren (1976) propone una definición del número Racional como un conglomerado, como la unión de las anteriores definiciones, haciendo alusión que los conceptos del número racional se deben ver como diferentes puntos de vista del mismo objeto matemático y que trabajarlos de forma separada es un error, por lo cual, el concepto del número racional que se va a trabajar es el del número racional como conglomerado, donde cada una de las interpretaciones guardan sentido y le dan un significado completo al concepto.

2.2 Sentido numérico

Fortalecer destrezas, habilidades y cálculos con los números racionales a partir de sus diferentes interpretaciones es el objetivo del presente trabajo, indicando que estos factores son partes de lo que se reconoce como sentido numérico, entendiendo que:

“El sentido numérico supone una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no sólo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de

aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además, para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas. Otro aspecto fundamental sería la comprensión de los distintos significados y aplicaciones de las operaciones en diversos universos numéricos, por la comprensión de su modelación, sus propiedades, sus relaciones, su efecto y la relación entre las diferentes operaciones.” (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998)

Por ende, con el desarrollo de este trabajo se busca fortalecer el sentido numérico de los estudiantes con respecto al concepto de los números racionales, entendiendo este desarrollo como el mejoramiento del nivel del sentido numérico que poseen, teniendo en cuenta que para el sentido numérico se establecen 4 categorías jerárquicas de dominio, determinadas de la siguiente manera.

1. *Conocimiento: En el primer nivel, las ilustraciones de sentido numérico enfatizan en la importancia de identificar los números, las características y sus propiedades, la magnitud relativa de los números, entre otros aspectos característicos de los números. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).*
2. *Aplicación: en el segundo nivel, el sentido numérico se presenta cuando se aplican las propiedades, se realizan cálculos en los diferentes sistemas numéricos, se hace uso de herramientas para la solución de problemas y se reconoce los números en diferentes situaciones problema.*
3. *Evaluación: en el tercer nivel, el sentido numérico establece un dominio reflexivo de las relaciones numéricas, lo cual implica que se puede expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, com-*

prender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar mentalmente cálculos, encontrar errores o fallos en procesos y realizar demostraciones simples de propiedades o teoremas de los sistemas numéricos.

4. Invención: en el cuarto nivel, el sentido numérico se evidencia cuando los estudiantes son capaces de modelar y proponer soluciones basados en propiedades de los sistemas numéricos, haciendo alusión a la creación de modelos o procesos que conlleven a la solución de situaciones problemas y pueden trabajar con los sistemas numéricos de manera abstracta sin hacer uso de ejemplos concretos, alcanzando el estado de rigor matemático.

Sin embargo, autores como McIntosh et al (1992), citado por (ALMEIDA, et al 2014), amplía los componentes del sentido numérico desarrollados por la NCTM, así:

1. Comprender el significado de los números: el sentido numérico implica comprender cómo está organizado el sistema de numeración decimal y las múltiples relaciones que se dan entre los números. Un aspecto importante de esta componente es manejar el valor posicional, incluyendo su aplicación a los números naturales y decimales y comprender las distintas expresiones de los números.
2. Reconocer el tamaño relativo y absoluto de las magnitudes de los números: es la habilidad para reconocer o estimar el tamaño absoluto de un número, cantidad o medida, o el tamaño relativo en relación con otro número, cantidad o medida. Se suele incluir en esta componente, el tener estrategias útiles para comparar y ordenar números y para identificar números entre dos dados.

3. Usar puntos de referencia: es la habilidad para utilizar referentes mentales (matemáticos o reales) para pensar sobre los números y resolver problemas. Los puntos de referencia son valores con los que una persona «se siente cómoda» haciendo comparaciones o cálculos. Muchas veces son personales y están asociados a situaciones reales.
4. Utilizar la composición y descomposición de los números: esta componente implica la habilidad para componer y descomponer los números, de una forma equivalente, con el objetivo de obtener el resultado de una operación, presentando mayor fluidez procedimental. Por ejemplo, cuando al sumar cantidades se descomponen en centenas, decenas y unidades.
5. Usar múltiples representaciones de los números y las operaciones: el sentido numérico se manifiesta al utilizar diferentes representaciones (gráficas o pictóricas) para resolver problemas numéricos de manera efectiva y flexible. Esto es, modelar la situación del problema planteado con algo del dominio del estudiante.
6. Comprender el efecto relativo de las operaciones: se incluye la habilidad para identificar cómo las diferentes operaciones afectan al resultado final de los problemas numéricos, lo que se suele denominar «comprender el efecto relativo de las operaciones» y «saber relacionar las operaciones». También incluye emplear propiedades para llegar más fácilmente a los resultados.
7. Desarrollar estrategias apropiadas y evaluar lo razonable de una respuesta: el sentido numérico se refleja cuando se siguen estrategias adecuadas en función de la tarea (método gráfico, cálculo escrito, estimación, cálculo mental, etc.) y se tiene la habilidad para evaluar si un resultado es razonable.

Como lo determina McIntosh estos componentes tienen una fuerte relación entre ellas, dependiendo de la tarea o del sujeto que se realice por lo cual, no son ajenas de intercambio entre ellas y su uso determina el nivel de apropiación en el que se encuentra, es decir, el nivel 1, conocimiento expresado por el Ministerio de Educación, se desarrolla teniendo en cuenta el primer y segundo componente (comprender el significado y reconocer el tamaño relativo de los números).

2.2.1. Cambio de sentido

Para entender las mejoras o fortalecimiento en el sentido numérico, es necesario establecer cuando éste se modifica, cambia o reconstruye. Para ello, es necesario establecer como se da el cambio del sentido de un objeto matemático primario, una articulación de sentidos o un tratamiento de los mismos.

El cambio del sentido según Rojas (2012)

“Se da cuando el sentido asignado a una representación semiótica no se articula con el sentido asignado posteriormente a otra representación semiótica obtenida por tratamiento, en tanto se “abandona” el sentido inicialmente dado y se asume un nuevo sentido...”. (p. 53)

De forma particular, en esta investigación el cambio de sentido se genera cuando al sentido inicial dado a una representación de número racional, se le realiza un tratamiento que conlleva a complementar la representación semiótica presentada antes del tratamiento, es decir, que logra hacer conexiones, operar, comparar números racionales en un contexto de forma distinta una prueba inicial, mostrando una transformación de la representación inicial.

2.3 Componente Pedagógico Y Didáctico

Para establecer un modelo didáctico que nos permita fortalecer el concepto del número racional, es importante hacer claridad sobre las dificultades, las estrategias y las formas en las que se percibe el mismo número racional en el ambiente escolar, por lo cual es pertinente hacer una división con respecto a estos factores y la forma en la que se van a trabajar a lo largo de la investigación y el desarrollo de la secuencia didáctica.

Como ya se estableció en el ítem anterior, el concepto de número racional que se va a trabajar es el de conglomerado, asociado éste a la unión de las 7 interpretaciones que se le dan al número racional, puesto que como lo dice Kieren (1976).

“Desde el punto de vista del currículum, ha sido común suponer implícitamente que los racionales tenían alguna interpretación única, y luego se desarrollaron ideas dentro de esa única interpretación. Esto a menudo significaba que algún concepto de número racional era difícil de aprender (por ejemplo, adición), se eliminó el énfasis (por ejemplo, aspecto algebraico).” (Kieren, 1976, p.127)

A partir de la definición de Kieren del número racional como conjunto de las 7 interpretaciones, se derivan muchas de las dificultades que se presentan al entender y utilizar los números racionales en contextos reales y situaciones problema, cuando se trabajan de forma separada, por lo cual, es importante aplicar un método de enseñanza que no las divida por definiciones, si no que por el contrario, las trabaje a la par, por ello es pertinente establecer la forma en la que se va a trabajar y qué competencias se van a desarrollar para el fortalecimiento del concepto de número racional.

2.3.1 Secuencia Didáctica

Para el fortalecimiento del sentido número se debe realizar alguna acción con la cual se obtengan cambios en cuanto al dominio de las diferentes interpretaciones, vistos estos cambios como el paso de un nivel de apropiación a otro. Para ello se establece como acción para el desarrollo de este objetivo, diseñar una secuencia didáctica, según la estructura de la secuencia didáctica desarrollada por Díaz Barriga (2013), basada en estructura del modelo dinámico, correspondiente al siguiente Diagrama.

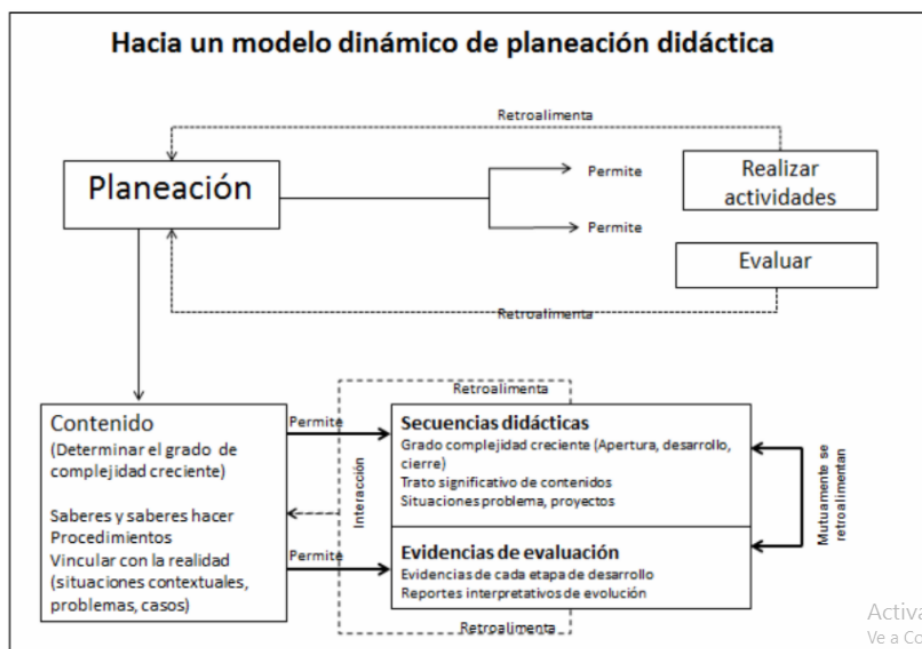


Figura 4. Diagrama planeación didáctica, tomado de Cuadro de Díaz-Barriga, Ángel “Construcción de programas desde la perspectiva de desarrollo de competencias”, en revista Perfiles Educativos. IISUE-UNAM. (En prensa)

Adicional al anterior Diagrama, se establece que la estructura de la secuencia didáctica se desarrolla a partir de tres tipos de actividades, apertura, desarrollo y cierre, y como lo

muestra el diagrama de manera paralela se realiza una evaluación formativa, a lo que Díaz Barriga (2013) denomina como línea de secuencia didáctica.

Entonces, basados en la línea de secuencia didáctica, se establece que la actividad de apertura es la que ha de buscar dar una introducción al tema, abrir el clima de aprendizaje a partir de la búsqueda de información o establecer un reto o situación problema a resolver; mientras que la actividad de desarrollo tiene como finalidad, que el estudiante interaccione con una nueva información y sea capaz de relacionar los conceptos previos con la nueva información, y de ser posible relacionarlo con un referente contextual; y en cuanto a la actividad de cierre, ésta se realiza con el fin de lograr una integración de las tareas realizadas, donde se lleve a cabo una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado.

En cuanto a la Evaluación, como lo menciona Díaz Barriga, se realiza de manera conjunta con las actividades planteadas en la línea de secuencia didáctica, sin embargo, también se realizará una prueba de entrada y una de salida a modo de examen, pues como lo establece Díaz (2013) *“es importante reconocer que los exámenes pueden cumplir la función de ayudar al estudiante a revisar hasta dónde han logrado un dominio necesario de cierta información”*, y en términos de la secuencia, el contraste entre las pruebas, es lo que determina si se genera un cambio en el nivel de apropiación del sentido numérico.

2.3.2 Modelo de aprendizaje.

Para el desarrollo del aprendizaje basado en problemas se plantea una situación fundamental, definida como una organización de clases enfocadas a una situación real o de contexto matemático, en la cual, se presenta la información de carácter inductivo, en la

que el estudiante, a partir de la situación, reconoce el concepto y establece una relación con situaciones comunes.

Teniendo en cuenta que para el desarrollo de una situación didáctica, ésta se debe diseñar a partir de *“una colección de problemas cuidadosamente contruidos por grupos de profesores de materias afines que se presentan a pequeños grupos de estudiantes auxiliados por un tutor”*. Norman y Schmidt, (citado en U Murcia, 2008), donde estos problemas no deben ser ajenos a la realidad del estudiante y para ello, el autor sugiere el uso de un lenguaje sencillo y de fácil comprensión para el estudiante.

Se considera que la situación problema, debe proponer tareas realistas, de su diario vivir, desde el interés de los estudiantes, cuyo papel es *“discutir estos problemas y producir explicaciones tentativas para los fenómenos, describiéndolos en términos fundados de procesos, principios o mecanismos relevantes”* Norman y Schmidt, (citado en U Murcia, 2008). La participación del estudiante debe ser activa en el desarrollo de las actividades y contener acciones de argumentación, referente a la propuesta de soluciones del problema, para ello es importante determinar una organización fuertemente estructurada, que conlleve a una serie de soluciones cerradas.

De tal forma, el desarrollo de las actividades se realiza según la organización del aprendizaje basado en problemas, el cual se estructura de la siguiente forma:

1. Introducción a la situación: en esta etapa se desarrolla un resumen de la situación presentada en la actividad, así como las características y condiciones del problema.

2. Pregunta problema: posterior a la contextualización, se plantea el desarrollo de una problemática o pregunta que lleve al desarrollo del concepto.
3. Aproximación a los conceptos: en esta etapa se presentan algunas ayudas referentes a búsqueda de información, direccionada a la solución del problema y que acotan las soluciones según el desarrollo del concepto que se procura enseñar.
4. Entrega y aplicación de hipótesis de solución: se abre un espacio para el desarrollo de las soluciones del problema y la implementación de las hipótesis de solución, y mediante prueba y error, calificar la hipótesis.
5. Socializaciones de información: en esta etapa se recogen las soluciones de los estudiantes y se genera el espacio para la institucionalización del concepto, determinado a partir de las formas de solución.
6. Aplicación y Evaluación: como última etapa, se desarrolla un trabajo referente al uso del concepto en diversas situaciones.

El aprendizaje basado en problemas a partir de las diferentes etapas, desde el carácter virtual, presenta una dificultad de carácter metodológico, la cual es expuesta por Coll (2008) donde expone que en una metodología virtual, la etapa de socialización como un espacio de interacción entre los estudiantes, se ve modificado a partir de las interacciones no simultáneas, lo cual genera que ésta se presente de forma asincrónica no interrelacionada al debate, pero también expone que al momento de este desarrollo se puede realizar a partir del uso del Foro o Chat, y para que no presente dificultades, deberá realizarse con la asistencia del docente, como moderador, para interconectar ideas.

Referente a esta dificultad se encuentra el trabajo realizado por U Murcia (2013), en la que se presenta la ejecución de una propuesta virtual basada en el ABP a un grupo masivo de estudiantes, con lo cual se generan las pautas para el desarrollo de un curso virtual, mediante el uso del foro como socializador de conocimientos, trabajo que concluye con tres pautas para llevar a cabo el uso del ABP desde un ambiente virtual.

1. Establecer una comunicación activa por medio de los foros, de tal forma que se cuestionen entre si las propuestas de solución y se aporten entre ellos con alternativas.
2. Trabajo en grupo documentado, cuya estrategia es la conformación de grupos de trabajo, en los cuales exista una comunicación interna a partir del foro o un blog, con la finalidad de recopilar documentación referente a las estrategias de solución y el aporte de cada integrante.
3. Espacio de cierre, como parte de la etapa de formalización e institucionalización se debe elaborar una conclusión o cierre a los foros de discusión, con el fin de establecer los aportes grupales a la solución del problema.

Entonces, para estructurar la secuencia didáctica de los números racionales, se realizará una secuencia didáctica dividida en tres momentos, según la estructura de Díaz (2003), introducción, trabajo y cierre, las cuales se fragmentarán en las diferentes etapas del aprendizaje basado en problemas planteadas por Coll (2003), en la cual se establecen como etapas de los procesos didácticos en matemáticas, la comprensión del problema, búsqueda de estrategias, representación de lo concreto a lo simbólico, formalización, reflexión, institucionalización y transferencia.

2.4 Componente tecnológico:

2.4.1 Tic y Educación

Hoy en día es muy usual oír hablar de tecnología de la información y la comunicación (TIC), su incorporación a la vida de cada sujeto, y su impacto en la cultura, la sociedad y en la educación. Como lo plantea Ramón, & STOJANOVIC CASAS, Lily. (2004) las TIC *“Están cambiando las formas de acceso al conocimiento y de aprendizaje, los modos de comunicación y la manera de relacionarnos, a tal punto que la generación, procesamiento y transmisión de información se está convirtiendo en factor de poder y productividad en la sociedad”*.

Se plantea desde allí una necesidad que hay que atender y es que si cambian las formas de acceso al conocimiento y al aprendizaje, necesariamente se deben cambiar las formas de enseñanza, tanto en el aula como fuera de ella. Por esto, es de vital importancia para esta investigación, indagar sobre el uso de las TIC en la educación, sus ventajas y desventajas; de igual forma, los elementos a tener en cuenta a la hora de hacer uso de ellas en el aula.

Frente al impacto de las TIC en el proceso educativo, hay varios puntos de vista como se muestra a continuación:

“Las TIC son herramientas esenciales de trabajo y aprendizaje en la sociedad actual donde la generación, procesamiento y transmisión de información es un factor esencial de poder y productividad, en consecuencia, resulta cada vez más necesario educar para la sociedad de la información desde las etapas más tempranas de la vida escolar”. Ramón, & STOJANOVIC CASAS, Lily. (2004)

Las TIC adquieren el papel de herramienta, ya que permiten el acceso a la información, la cual es relevante en esta nueva sociedad. Desde allí se debe educar frente al uso adecuado de la información, el acceso a fuentes confiables, la reconstrucción de sus propios significados a partir de la información que se obtiene.

El trabajo con las TIC requiere desde el planteamiento de Ramón, & STOJANOVIC CASAS, Lily. et. al. (2004) *“una organización de contenidos, un ordenamiento de las actividades educativas, formas de interacción y comunicación y formas evaluativas distintas a las que se vienen aplicando en nuestros sistemas educativos, para lograr estos cambios es necesario prestar la máxima atención al diseño de ambientes educativos que promuevan las nuevas formas de aprender”*.

Queda claro que el planteamiento desde la educación con tecnología, no es una actividad más que se debe ambientar mediante artefactos tecnológicos, existe la necesidad de acondicionar todo el sistema para que surta el efecto esperado. Partir de un enfoque donde el aprendizaje es el producto de las vivencias y experiencias de los estudiantes, donde la relación entre los sujetos no es competitivo, es de colaboración y negociación.

El trabajo mediado por las TIC, como todo, tiene sus ventajas y desventajas. Véanse cuales son, para así poder poner en la balanza y establecer las prioridades en la implementación de la secuencia didáctica a desarrollar.

2.4.2 Ventajas del uso de las TIC en educación

Indiscutiblemente el proceso de enseñanza-aprendizaje esta permeado por la tecnología, pero cuáles son los beneficios que ésta da y porqué se hace tan relevante en este momento hacer ese cambio, fijando la mirada hacia las TIC.

Collins (1998) citado por Miranda (2004. P. 3) plantea cinco usos de la tecnología en el campo educativo:

1. Desarrollo de tareas, uso de procesadores de texto, hojas de cálculo, herramientas para presentaciones, uso de lenguajes de programación, entre otros.
2. Sistemas integrados del aprendizaje.
3. Simuladores y juegos. Diseñados normalmente como un ejercicio lúdico pero educativo.
4. Redes de comunicación. Donde se desarrolla la interacción entre los actores del proceso educativo. (páginas web dinámicas, correo electrónico, foros y bases de datos).
5. Entornos de aprendizaje interactivos. Allí se desarrolla un medio donde el estudiante interactúa y recibe una retroalimentación.

Existe de forma evidente un cambio en la metodología, la comunicación, la interacción y la evaluación.

Por otro lado, se cambia la concepción del aprendizaje donde el estudiante aprende mediante actividades en contextos reales, de forma autónoma, independiente, asumiendo una postura crítica frente a su proceso de aprendizaje.

Se trabaja desde métodos flexibles, adaptados a las necesidades de los estudiantes, en relación a los ritmos, conceptos previos, estilos de aprendizaje y posibles dificultades que

se puedan presentar en el proceso. Permite el planteamiento de ambientes que destacan lo visual, lo auditivo o lo que se requiera según el tipo de población a la que vaya orientada la actividad.

Como lo plantea (Kaye, 1984) citado por ESCONTRELA (2004):

“El impacto creciente de las TIC se debe en buena medida a su versatilidad, por cuanto pueden adoptar las características de cualquier otro medio, poseen además una capacidad de representación y expresión antes impensadas y permiten liberar a los docentes de tiempo que pueden dedicar a otras actividades académicas donde su intervención directa es indispensable”.

Existe mayor motivación por parte de los estudiantes, siempre y cuando se tenga conocimiento del manejo instrumental de los dispositivos tecnológicos, dado que de no ser así, se genera rechazo y se convierte en una imposición en el aula. Por esto, surge la necesidad de educar tecnológicamente y hacer una incursión transitoria de la tecnología al aula, para que se integre de forma natural.

La evaluación pasa por ser de contenidos a convertirse en *“evaluación basada en productos, en el progreso y en el esfuerzo del alumno”* Collins (1998) citado por ESCONTRELA (2004).

Se enfatiza en el progreso del alumno, su avance personal, dejando de lado la medición grupal, que sesga y desconoce los avances personales.

Permite el intercambio de información de forma inmediata, traspasando barreras de distancia y tiempo.

"...en la medida en que los ordenadores son herramientas esenciales para realizar estas actividades en la sociedad, su utilización por parte de los alumnos para llevarlas a cabo resulta inevitable. No prepararemos a los alumnos para el trabajo enseñándoles a utilizar papel y lápiz...cuando el trabajo se realiza con ordenador." (Collins, 1998 :48) citado por ESCONTRELA (2004).

2.4.3 Desventajas del uso de las TIC en educación

Están enmarcadas en la necesidad de infraestructura actualizada, con la conectividad necesaria y la capacitación docente, que permita un cambio desde las políticas educativas, los currículos, los diseños de actividades en aula y procesos evaluativos.

Si no hay claridad en la instrucción por parte del docente, el estudiante puede distraerse y terminar usando el internet para diversión únicamente, dejando de lado todo su potencial.

Se debe formar para que tanto el docente, como el estudiante, acudan a buscadores confiables, logren discriminar la información relevante ~~y esta~~ que después se convierta en conocimiento. De lo contrario, se realiza un trabajo de consulta de información que no aporta o trasciende en el proceso de aprendizaje.

Desde el planteamiento de Cordoba (2014), existe una limitante en la incorporación de las TIC en el aprendizaje, específicamente de las matemáticas, ya que ellos consideran que no hay un manejo adecuado por parte del docente, lo que los lleva a no considerarlo un medio pertinente.

"...los estudiantes, en general, tienen creencias negativas acerca de la contribución que las TIC pueden aportar al aprendizaje de las matemáticas, en ello incide de manera

importante el profesor y su formación en este ámbito. De hecho, estudiantes que tienen creencias positivas de las matemáticas en general, no ven en las TIC una posibilidad de mejorar su aprendizaje”. Cordoba (2014. P.8)

Se evidencia la necesidad de desarrollar un proceso formativo que permita el uso efectivo de las TIC en el aula, el simple hecho de usar un computador no garantiza la innovación en las prácticas educativas y mucho menos la efectividad en el proceso de enseñanza aprendizaje.

2.4.4 La tecnología y la enseñanza de la matemática

La matemática es un área que genera gran desmotivación y dificultad en los estudiantes, por esto surge la necesidad de incorporar las TIC en el proceso de enseñanza- aprendizaje, para desarrollar estrategias más amables y que generen mejores resultados.

La tecnología se ha convertido en un elemento motivador que da la “...*posibilidad de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos,...* además abre espacios para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias matemáticas (difíciles de lograr en medios tradicionales como el lápiz y el papel) en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración” Gómez. (1997. P. 1).

El potencial está dado desde las posibilidades de representación, simulación y dinamización de objetos abstractos, a los cuales sería imposible acceder si no se tiene la tecnología. Esta permite digitalizar imágenes, objetos y elementos matemáticos que son necesarios para lograr la manipulación, comprensión y construcción de conceptos.

La tecnología existe con la intencionalidad de ser el medio que conecta el objeto de estudio, al docente y al estudiante.

Una característica relevante de la tecnología en la matemática, es la posibilidad que tiene, de representación. Dentro del aprendizaje de las matemáticas, la representación permite:

“La comprensión del sujeto acerca de los objetos matemáticos y sus relaciones y de las actividades matemáticas que éste ejecuta cuando realiza tareas que tienen que ver con esos objetos” Gómez. (1997. P. 3).

Esta comprensión es posible pues permite hacer transformaciones entre representaciones, traducciones entre sistemas de representación, modelaciones y materializar relaciones entre objetos conceptuales, por medio de las operaciones. Esto implica que esta comprensión se da en dos vías, por un lado el avance en el manejo de los sistemas de representación y por el otro, el avance en el manejo de las operaciones o conceptos. Tall. Citado por Gómez (1997)

Es evidente cómo la tecnología pasa de ser un elemento secundario en el proceso de enseñanza aprendizaje, para convertirse en una herramienta fundamental que actúa como agente mediador entre la información y el conocimiento matemático del estudiante.

Desde allí, es concebida la tecnología dentro de esta investigación, como un elemento que permite acercar el conocimiento a los estudiantes y disminuir la brecha existente, permitiendo avanzar en los procesos de enseñanza de la matemática y mostrando una propuesta innovadora en el campo de la educación.

2.4.5 Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA)

Herrera. B. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje.

Es un artículo de investigación publicado en la revista educativa Iberoamericana. Allí plantean elementos a tener en cuenta para el desarrollo de un A.V.A desde la perspectiva de las funciones cognitivas del aprendizaje. Se trabajan los A.V.A desde el diseño instruccional y el diseño de la interfaz. Se muestra una postura muy clara respecto a la medición cognitiva y como ésta aporta en el desarrollo del conocimiento. Y finalmente ilustra la forma cómo se genera el conocimiento desde la desequilibración – equilibrarían, como las fuentes del aprendizaje en el diseño de ambientes virtuales educativos.

Es un artículo que se constituye en una herramienta fundamental para iniciar un proceso de comprensión y definición de lo que es un ambiente virtual de aprendizaje, desde modelo instruccional.

De igual forma, permite determinar los elementos que constituyen un ambiente virtual de aprendizaje, donde se especifican los constitutivos, como aquellos que permiten la interacción y los conceptuales, que establecen el objeto de estudio.

Plantea una postura clara y fundamentada en el proceso de aprendizaje desde la mediación cognitiva, desarrollando estímulos desde las dimensiones atencionales y motivacionales.

Aporta desde su modelo los pasos para hacer un A.V.A, anticipando posibles dificultades y dando sugerencias muy apropiadas para no cometer errores en su planeación, implementación y evaluación.

Silva. Q. (2011). Un modelo para generar entornos virtuales de aprendizaje. Diseño y moderación EVA (pp. 77-102).

En este capítulo Silva propone un modelo para diseñar entornos virtuales de aprendizaje (EVA) y sus diferentes elementos. Su enfoque es constructivista y plantea las secuencias didácticas, como elemento importante del diseño pedagógico.

El modelo se plantea en cuatro momentos: el primero, definiciones previas y organización; el segundo, el diseño; el tercero, el diseño pedagógico y finaliza con el cuarto, que es la implementación de curso en la plataforma.

Dentro del trabajo se presenta un fundamento desde lo técnico, pedagógico y metodológico, para lograr diseñar un E.V.A muy pertinente.

La importancia de este documento está en la explicación clara y concisa de la forma como se debe planear y elaborar un EVA desde el aspecto pedagógico, didáctico y técnico, para que tenga un efecto positivo en una experiencia de aprendizaje.

Este documento argumenta la importancia del trabajo enfocado desde el constructivismo, ya que permite el desarrollo social del conocimiento desde la interacción entre los participantes, el tutor y la información. Además, es de gran ayuda para establecer la configuración de la plataforma, mediante los elementos que orientan el modelo y los aspectos establecidos en su implementación. Se plantean dentro del documento algunos tips que garantizan en alguna medida el éxito del ambiente, lo que es de gran ayuda al momento de buscar metodologías y asesoría que favorezca su planteamiento.

Capítulo 3. METODOLOGÍA

3.1 DESARROLLO METODOLÓGICO

La metodología de investigación se divide en dos partes para dar respuesta al objetivo general de la investigación. La primera se centra en la metodología para el área de la educación matemática, basada en el modelo metodológico de Obando (2003) y la segunda, que busca el diseño y la evaluación del Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), apoyado en la metodología utilizada por Guiza, Salinas & Flórez (2011).

3.1.1 Etapas de la investigación

La primera etapa se divide en tres fases, las cuales tienen como objetivo identificar los factores didácticos, pedagógicos y tecnológicos con los cuales se ha planteado el desarrollo del trabajo.

Primera etapa:

La primera fase de esta etapa, inicia con el análisis del trabajo de grado de especialista de Bernal (2016) en relación a la recolección de información y el planteamiento de las dificultades de los estudiantes de grado noveno del colegio Rosario Campestre, población para la cual se plantea el desarrollo estructural del ambiente virtual, los antecedentes bases y una secuencia didáctica para la implementación de un ambiente virtual con números racionales.

La segunda fase, se desarrolla a partir de recolección de información acerca de pruebas estandarizadas y su aplicación. Para ello se diseña una prueba (pre-test) que busca medir los conceptos iniciales, cuanto al trabajo con los números racionales, de todos los estudiantes de grado noveno. Lo anterior permite observar las dificultades, falencias y

fortalezas de los estudiantes al momento de aplicar los conceptos de los números racionales, en diversas situaciones.

La tercera fase, se realiza a partir de la revisión de los referentes teóricos dispuestos en tres categorías; la categoría del concepto, en el cual se toman los referentes de los conceptos del número racional y sus clasificaciones, la segunda categoría didáctica y pedagógica en el cual se buscan las dificultades que presentan los estudiantes con los conceptos de los números racionales y los métodos de enseñanza desde el enfoque de aprendizaje basado en problemas y como tercera categoría se tiene el aspecto tecnológico, referente al uso de las TIC y diseño de herramientas.

Segunda Etapa

Para esta etapa se desarrollaron tres fases. La primera enfocada al desarrollo de la situación fundamental, la creación de la secuencia didáctica de aprendizaje y el desarrollo del ambiente virtual, la prueba de entrada y salida entorno a los posibles resultados.

Esta fase inicia con el planteamiento de una situación fundamental, pensada desde el enfoque del aprendizaje basado en problemas y en consecuencia a las dificultades de aplicar los conceptos de los números racionales a un contexto, para esto se propone el desarrollo de una secuencia de aprendizaje, mediada por un Ambiente Virtual de Aprendizaje, centrada en el estado nutricional de los estudiantes basado en la propuesta de Díaz (2014).

La segunda fase: el diseño de la secuencia didáctica y desarrollo del ambiente virtual de aprendizaje, basado en la estructura de Barriga (2013) , Silva (2011) y Salinas (2011). En esta fase se desarrollan las herramientas, los objetos virtuales y los diseños del am-

biente virtual desde la parte estética y conceptual, la segunda basada en la unidad didáctica realizada por Bernal (2016).

La tercera fase: diseño de categorías basadas en Ursini y Trigueros (2006), de secuencia didáctica, prueba de entrada (pre-test) y salida (pos-test). La información relacionada con estos diseños se amplía en el apartado del instrumento.

Tercera Etapa:

La experimentación tiene en cuenta cuatro fases de aplicación, las cuales son jerárquicas pero que no se encuentran enfocadas a un tiempo de aplicación preciso. La primera fase de experimentación se realizó anterior a la etapa de concepción diseño y análisis, con el fin de analizar dificultades y pertinencia, anterior al planteamiento de hipótesis.

La aplicación de instrumento prueba de entrada (pre-test), se realizó con el fin de determinar las dificultades de los estudiantes de los grados novenos de los colegios Jonathan Swift y Rosario Campestre, así como un punto de partida en cuanto a las destrezas y habilidades de los estudiantes en el manejo de los números racionales.

La segunda fase, es la implementación de la secuencia didáctica y el entorno virtual a los estudiantes, con el fin de fortalecer los niveles del sentido numérico de los números racionales.

La tercera fase, plantea la evaluación de los estudiantes a partir de la prueba de salida (pos-test).

Cuarta Etapa:

El análisis se realiza en dos fases, la primera enfocada a los resultados de los estudiantes en cuanto al fortalecimiento de sus destrezas y habilidades en el sentido numérico, y la segunda al uso y aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje.

En la primera fase se hace el análisis cuantitativo de tipo longitudinal, analizando los resultados de entrada y salida, mediante una prueba de hipótesis. Se lleva a cabo el análisis cualitativo de carácter descriptivo, mediante el diseño narrativo de las categorías de análisis referente al Grupo C respecto a la prueba de entrada y salida.

En la segunda fase, se implementa el análisis cuantitativo de tipo transversal, en el cual se analizan los resultados del Grupo C y el Grupo P, mediante una prueba de hipótesis.

3.2 ENFOQUE DE LA METODOLOGÍA

En este apartado se identifica la metodología de investigación utilizada para el desarrollo de la propuesta, así como las ventajas y desventajas de implementarla. Por lo anterior, se define que el desarrollo de la investigación se realizará a partir de la metodología mixta (Mixed Methods Reseach), definida por (Johnson y Onwuegbuzie, 2004) citado por Vildósola (2009), como una investigación donde los investigadores combinan las técnicas, métodos y conceptos de la metodología cuantitativa y cualitativa, con el fin de desarrollar un análisis más profundo de la investigación.

Se define el método cuantitativo para el diseño y el análisis de los datos obtenidos de las pruebas de entrada y salida, implementadas antes y después de la aplicación de la secuencia y el entorno virtual, por medio del desarrollo de un cuasi-experimento, que tiene

como característica, que los grupos de prueba y control se separan, de manera que las varianzas y promedios referentes a los resultados de la prueba de entrada, no tengan diferencia significativa.

Se define el método cualitativo para el análisis de los niveles del sentido numérico, a partir de las técnicas de solución que se evidencian en el desarrollo de las pruebas de entrada y salida.

La metodología mixta utilizada en el trabajo se basa en la definición y organización utilizada por Vildósola (2009), debido al tratamiento y utilización que desarrolla en cuanto al uso de esta metodología para el análisis y diseño de una propuesta que busca determinar cambios en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en el aula, y con el cual se presenta una organización y definición de los métodos de investigación cualitativo y cuantitativo en el aula de matemáticas.

Se debe tener en cuenta que para esta investigación se presenta una metodología mixta con un diseño Dominante - menos Dominante, en términos de un método secuencial y como primer parámetro, el desarrollo de un análisis cuantitativo y posterior a éste un análisis cualitativo referente a los resultados abordados del primer análisis, para terminar con una correlación entre los dos análisis.

Para la ejecución de este método se deben tener en cuenta tres de los objetivos de la investigación mixta (Mixed Methods Reseach), los cuales determinan que el análisis va más allá de una triangulación de resultados. Para el diseño de la propuesta se utilizarán los siguientes:

Triangulación: Para ver convergencias de los resultados obtenidos de los dos análisis.

Complementariedad: Para visualizar o examinar diferentes facetas durante los procesos de solución y que determinan diferentes tipos de solución de los problemas propuestos.

Desarrollo: uso secuencial de los métodos, para encontrar cómo los resultados del primer análisis, generan información del segundo método, en términos de métodos de solución y procesos de solución.

3.2.1 Tipo de la investigación

A partir de los contextos institucionales referidos a la población de los colegios Del Rosario Campestre y Jonathan Swift, así como el hecho de establecer la diferencia al momento de aplicar un tratamiento, en este caso la secuencia didáctica mediada por el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA), se determina que debido al enfoque, se desarrolla una investigación de tipo cuasi-experimental y descriptiva.

Tipo cuasi-experimental

Cuasi-experimento basado en prueba de hipótesis según Hernández, Fernandez y Baptista (2006), atendiendo que la hipótesis de esta investigación busca: establecer si existe diferencia significativa en los niveles del sentido numérico en los racionales de dos grupos estudiantes, de colegios privados de la ciudad de Bogotá, cuando uno de ellos se expone a una secuencia didáctica que incorpora un Entorno Virtual de Aprendizaje.

Tipo descriptivo

Mediante el diseño narrativo de las categorías de análisis referente al Grupo C respecto a la prueba de entrada y salida.

3.2.2 Diseño de la investigación

Basados en Hernández Sampieri (2006), el desarrollo de investigaciones experimentales en las que se tenga una comparación de grupos, demanda de una población de prueba y una de control, que conlleve a una estimación estadística por prueba de hipótesis o análisis basado según el tipo del Grupo C que se tenga. En el caso, debido a la cantidad de estudiantes del grado noveno en las dos instituciones y a las características propias de las mismas, se desarrolla un diseño cuasi – experimental longitudinal y transversal.

De tal forma que la investigación permite comparar dos grupos tomados de forma aleatoria, que parten en igualdad de condiciones, medidas a partir de un Pre-Test, es decir, el G.P. (grupo de prueba) y G.C. (grupo de control) según la categorización de Hernández Sampieri (2006), y en la cual se exponen a G.P y G.C a la aplicación de las pruebas de entrada y salida, que para el caso de esta investigación son las mismas para los dos grupos.

Desde el análisis cuantitativo se hace uno de tipo longitudinal, dado que se realiza un comparativo en tiempos diferentes, inicio (pre-test) y final (post-test) de la intervención, para los dos grupos G.C. y G. P. Y un análisis transversal, dado que se analizan dos grupos, G.C. y G. P, en un mismo momento, esto para identificar la diferencia entre los estudiantes que desarrollan la secuencia medida por el EVA y los que no, desde el planteamiento de Cabre (2015) *“Dentro del ámbito cuasi-experimental, los diseños longitudinales constituyen los instrumentos más potentes aplicados a las ciencias sociales y del comportamiento”* (p.12), análisis que se ajusta perfectamente a la problemática abordada en esta investigación.

En el análisis cualitativo se desarrolla un método narrativo, donde se describe el proceso y los hallazgos conseguidos con estudiantes que aportan mayor información del proceso durante el tiempo de la investigación, contrastando los niveles de apropiación del sentido numérico referente a la prueba de entrada y salida.

3.2.3 Población y muestra

Como se determinó en el contexto, la población consta de 34 estudiantes de grado noveno de los colegios Del Rosario Campestre y Jonathan Swift, por lo que el muestreo se realiza con el total de la población, de acuerdo a los requisitos mínimos necesarios para el desarrollo de una prueba paramétrica y de hipótesis basada en la distribución T, según los supuestos de normalidad y varianza de las muestras.

Se distribuyen en grupo P y grupo C de forma aleatoria, donde el grupo $G.P = G.C$, en términos de cantidad de estudiantes y respecto a los promedios del Pre- Test, tal que no difieran de un grupo a otro de forma significativa.

3.2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

El método utilizado para el desarrollo del diseño experimental está determinado bajo el modelado estadístico, a partir de prueba de hipótesis de muestras pequeñas de varianzas iguales o diferentes, según correspondan los supuestos estadísticos de los datos, tras la aplicación de los instrumentos de medición.

El método utilizado para el análisis cualitativo está determinado mediante la recolección de datos de un estudiante con un cambio significativo, a partir del contraste con las categorías de análisis desarrolladas para la prueba de entrada y salida.

3.2.4.1 Descripción de instrumentos

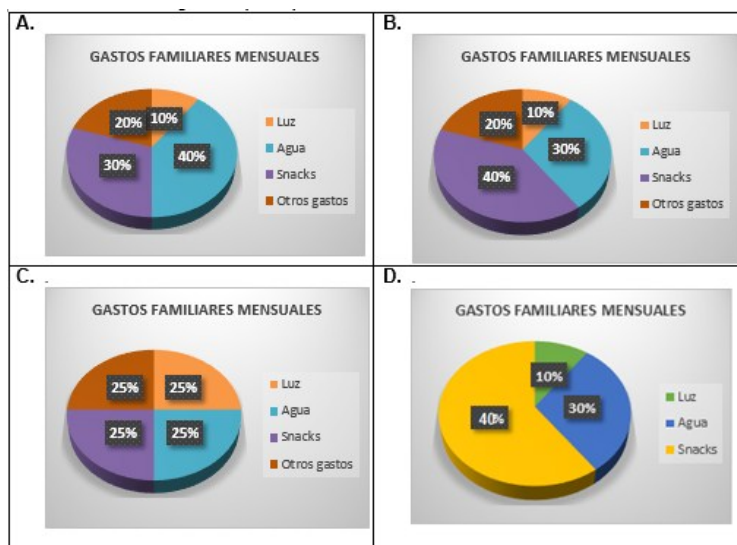
La investigación consta de dos instrumentos de medición, determinados como Prueba de Entrada (pre-test) y Prueba de Salida (post-test), los cuales se encuentran diseñados teniendo en cuenta el modelo de Análisis de Ursini y Trigueros (2006), quien establece el planteamiento de categorías para el análisis descriptivo de los procesos intervenidos en el desarrollo de una prueba matemática.

3.2.4.1.1 Prueba de Entrada (pre-test)

Esta prueba contiene diez preguntas con las cuales se pretende indagar los conceptos previos que tienen los estudiantes antes de la aplicación de la secuencia didáctica, desde las diferentes interpretaciones de la fracción planteadas por Kieren (1986) y los niveles del sentido numérico planteados por el MEN (1994).

Instrumento prueba de entrada

Pregunta 1: Teniendo en cuenta que entre los gastos del recibo de la luz y la snacks suman la mitad del total, el grafico que representa la situación es:



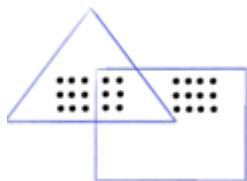
Pregunta 2: Con base en la información anterior, es correcto afirmar que:

- A. Los otros gastos de la familia tienen un valor entre \$0 y \$10.000.
- B. Los otros gastos de la familia tienen un valor entre \$10.000 y \$30.000.
- C. Los gastos totales de la familia suman entre \$16.000 y \$18.000.
- D. Los gastos totales de la familia suman entre \$ 180.000 y \$200.000.

Pregunta 3: ¿Cuántos grados del diagrama circular corresponderán a los gastos en el recibo de la luz?

- A. 40°
- B. 28°
- C. 36°
- D. 38°

Pregunta 4: Según la siguiente representación, escriba la fracción más simple posible que representa cada uno de los siguientes ítems.



- 4.1. Los puntos dentro del rectángulo como una parte de los puntos de toda la figura.
- 4.2. Los puntos dentro del triángulo como una parte de los puntos de toda la figura.
- 4.3. Los puntos de la intersección del triángulo y el rectángulo como una parte de los puntos de toda la figura.

Pregunta 5: Las siguientes imágenes muestran el área sombreada de 3 figuras:



Si las áreas sombreadas están expresadas en términos de fracciones, ¿cuáles expresarían las cantidades que allí se presentan? Simplificar la fracción.

Figura n° 1

Figura n° 2

Figura n° 3

Pregunta 6: En la enfermería del colegio del Rosario se atienden 35 estudiantes de primaria, por cada 7 estudiantes de bachillerato cada día. Si el día lunes se atendieron 21 estudiantes de bachillerato, el número de estudiantes de primaria que se atendieron fue:

- A. 12 estudiantes de primaria.
- B. 11 estudiantes de primaria.
- C. 105 estudiantes de primaria.
- D. 35 estudiantes de primaria.

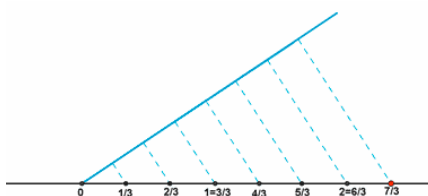
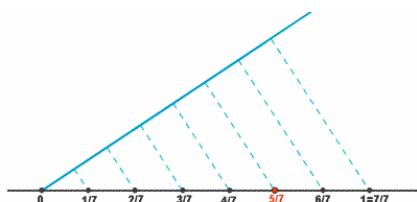
Pregunta 7: En las elecciones para personero del colegio, $\frac{3}{12}$ de los votos fueron para el candidato A, 0.3 para el candidato B, 35% para el candidato C y el resto para el candidato D. El total de votos fue de 140 estudiantes.

7.1 Calcule el número de estudiantes que votaron por el candidato D, ~~establecer~~ y establezca la respuesta en términos de decimal, porcentaje y fracción.

7.2 ~~Realiza~~ Realice un diagrama que muestre la repartición de los votos de los cuatro participantes a personero.

Pregunta 8: La mamá de Juan David destinó x cantidad de dinero para el fin de semana de puente. El sábado gastó $\frac{8}{16}$ del dinero, el domingo gastó los $\frac{14}{21}$ de lo que le quedaba ¿Cuánto le quedó para el lunes respecto al dinero inicial?

Resolver las preguntas 9 y 10 a partir de la información que se muestra a continuación:



Según la imagen se puede establecer dos particiones racionales de la recta numérica desde el proceso del teorema de Thales, en el cual se establece que para realizar una partición en la recta numérica, lo que se debe hacer es: 1) trazar una semi-recta desde el punto de origen con un ángulo de inclinación. 2) hacer particiones del mismo tamaño en esta semirrecta, 3) posteriormente se debe unir la unidad de la recta numérica con el número de particiones de la semi-recta numérica que se quiere tomar (denominador), y 4) realizar rectas paralelas a ésta para conformar en la recta numérica la posición del número racional. Ejemplo: En el primer caso se realizan 7 particiones y la séptima se une con la unidad, y se marca la 5 recta paralela, la cual indica la fracción $5/7$ en la recta numérica.

Pregunta 9: De la información se puede determinar que es falso decir:

- A. El $7/3$ corresponde a una partición de una recta que se encuentra partida por el teorema de Thales, lo que hace semejantes sus lados y expresa una fracción mayor a la unidad.
- B. La fracción que se presenta en la imagen de arriba es una fracción propia (menor que la unidad) y la fracción de la segunda una fracción impropia (mayor que la unidad).
- C. La forma en la que se presenta el teorema de Thales para la representación de un número racional en una recta es errónea ya que la segunda imagen toma más partes que las tiene.
- D. El $5/7$ corresponde a una partición de una recta que se encuentra partida por el teorema de Thales, lo que hace semejantes sus lados y expresa una fracción menor a la unidad.

Pregunta 10: Se puede establecer que la posición en la que se encuentra un número racional en la recta numérica es determinada por el teorema de Thales, donde se cumple que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si $ad < bc$, entonces determina cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- A. $7/3$ es mayor que $6/2$.
- B. $8/2$ es menor que $7/4$.
- C. $9/3$ es mayor que $2/7$.
- D. $5/3$ es menor que $4/3$.

La prueba de Entrada se categorizó según los niveles de interpretación de Kieren (1986) y el sentido numérico según cada pregunta.

Tabla 1. Categorías de análisis de la prueba de entrada

Interpretación (Kieren)	Nivel sentido numérico	Pregunta
Número racional como fracción	Aplicación: Uso de la fracción PT Aplicación: Uso de la fracción PT Aplicación: Uso de la fracción PT Aplicación: Uso de operaciones Aplicación: Uso de operaciones	Pregunta 1 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 7 Pregunta 8
Número racional como fracción decimal	Aplicación: Uso de operaciones Aplicación: Uso de aproximación	Pregunta 7 Pregunta 9
Números racionales como equivalencia	Aplicación: Uso de aproximación Evaluación. Cálculo de Equivalencia Evaluación. Cálculo de Equivalencia	Pregunta 2 Pregunta 5 Pregunta 7
Números racionales como razón	Invencción : Modela razones	Pregunta 4
Números racionales como operador	Evaluación. Cálculo de Porcentajes Evaluación Cálculo del ángulo R3 Evaluación Cálculo del ángulo R3 Aplicación: Usa el teorema de Tales	Pregunta 2 Pregunta 3 Pregunta 6 Pregunta 10
Números racionales como campo algebraico	Invencción: Modela Evaluación: Calcula Aplicación: Uso de operaciones	Pregunta 8 Pregunta 8 Pregunta 8

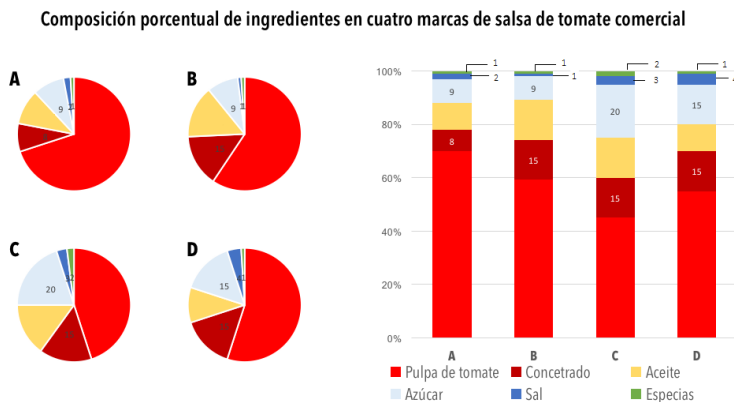
Números racionales como medidas o puntos en una recta numérica	Invención: Modela Aplicación: Uso de aproximación Aplicación: Uso de proporción entre áreas Aplicación: Uso de proporción entre áreas Evaluación: Calcula Conocimiento : Identifica el teorema de Tales	Pregunta 1 Pregunta 3 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 9 Pregunta 10
--	--	---

3.2.4.1.1 Prueba de Salida

Esta prueba contiene doce preguntas con las cuales se pretende valorar los resultados de la aplicación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje en los grupos P y C. A partir del análisis de los resultados según las interpretaciones de Kieren (1986) y el nivel del sentido numérico del Ministerio de Educación (1994).

Instrumento prueba de salida

Responder las preguntas 1, 2 y 3 con la información que se muestra a continuación:



<https://ilustracionmedica.wordpress.com/2017/11/20/graficos-de-tarta/>

Pregunta 1: Si se sabe que el porcentaje de aceite es la séptima parte de la pulpa de tomate en la marca A, es la cuarta parte en la marca B, es la tercera parte en la marca C y es la quinta parte más cinco en la marca D. Entonces el porcentaje de pulpa de tomate y de aceite de cada marca es:

- A.** Marca A: aceite 5% y pulpa de tomate 35%, marca B: aceite 10% y pulpa de tomate 40%, marca C: aceite 15% y pulpa de tomate 45%, marca D: aceite 10% y pulpa de tomate 55%.
- B.** Marca A: aceite 20% y pulpa de tomate 140% marca B: aceite 10% y pulpa de tomate 40%, marca C: aceite 10% y pulpa de tomate 30%, marca D: aceite 10% y pulpa de tomate 65%.
- C.** Marca A: aceite 8% y pulpa de tomate 56%, marca B: aceite 5% y pulpa de tomate 20%, marca C: aceite 5% y pulpa de tomate 15%, marca D: aceite 10% y pulpa de tomate 65%.
- D.** Marca A: aceite 10% y pulpa de tomate 70%, marca B: aceite 15% y pulpa de tomate 60%, marca C: aceite 15% y pulpa de tomate 45%, marca D: aceite 10% y pulpa de tomate 55%.

Pregunta 2: Si el costo total de la salsa de marca A es de \$8.700 y todos los ingredientes tienen el mismo valor, entonces el precio a pagar según porcentaje usado es:

- A.** Especias: \$80, sal: \$170, azúcar: \$780, aceite: \$870, concentrado: \$690 y pulpa de tomate: \$6110.
- B.** Especias: \$174, sal: \$348, azúcar: \$783, aceite: \$870, concentrado: \$696 y pulpa de tomate: \$5879.
- C.** Especias: \$87, sal: \$174, azúcar: \$783, aceite: \$870, concentrado: \$696 y pulpa de tomate: \$6090.
- D.** Especias: \$1242,8, sal: \$1242,8, azúcar: \$1242,8, aceite: \$1242,8, concentrado: \$1242,8 y pulpa de tomate: \$1242,8.

Pregunta 3: Las expresiones fraccionarias que representan las partes de la circunferencia correspondientes a cada ingrediente en la marca C son:

A. Especias: $\frac{2}{100}$, sal: $\frac{3}{100}$, azúcar: $\frac{20}{100}$, aceite: $\frac{15}{100}$, concentrado: $\frac{15}{100}$, y pulpa de tomate: $\frac{45}{100}$.



B. Especias: $\frac{72}{100}$, sal: $\frac{108}{100}$, azúcar: $\frac{720}{100}$, aceite: $\frac{540}{100}$, concentrado: $\frac{540}{100}$, y pulpa de tomate: $\frac{1620}{100}$.

C. Especias: $\frac{36}{100}$, sal: $\frac{56}{100}$, azúcar: $\frac{72}{100}$, aceite: $\frac{54}{100}$, concentrado: $\frac{54}{100}$, y pulpa de tomate: $\frac{162}{100}$.

D. Especias: $\frac{36}{5}$, sal: $\frac{56}{5}$, azúcar: $\frac{72}{1}$, aceite: $\frac{54}{1}$, concentrado: $\frac{54}{1}$, y pulpa de tomate: $\frac{162}{1}$.

Pregunta 4: Representar gráficamente, escribir la fracción y representar en la recta cada una de las siguientes situaciones:

- Cuatro bebidas lácteas de una caja de 12/, son de mora. Si la caja tiene forma de cruz cómo se puede distribuir?
- La parte total de la caja de bebidas representada en la imagen es:

REPRESENTACIÓN	FRACCIÓN	RECTA
a) 		



Pregunta 5: Las siguientes imágenes muestran el área sombreada de 4 figuras:



La expresión fraccionaria escrita de forma simplificada de cada una sería:

Figura n° 1

Figura n° 2

Figura n° 3

Figura n° 4

Pregunta 6: La tabla registra la clasificación del peso de una persona con base en su índice de masa corporal (IMC).

IMC	Clasificación
[0, 18)	Peso bajo
[18, 25)	Peso normal
[25, 27)	Sobrepeso
[27, 50)	Obesidad

El índice de masa corporal (IMC) se calcula empleando la expresión:

$$IMC = \frac{\text{peso}}{\text{estatura}^2}, \text{ peso dado en kilogramos y estatura dada en metros.}$$

Si Camilo pesa 75,5 kg y mide $1\frac{1}{2}$ m, ¿en qué clasificación del peso se ubica?

- A. Peso bajo
- B. Peso normal
- C. Sobrepeso
- D. Obesidad

Pregunta 7: Andrea y su amiga Ana se inscriben en el gimnasio y para iniciar les toman medidas para poder hallar el índice de masa corporal. Andrea peso 62,5 kg y midió 1,60m, pero Ana no quiso dejar ver su peso, solo su estatura que era 1,87m. Si las medidas de las dos amigas son proporcionales entonces el peso de Ana es:

- A. 53,4kg
- B. 73,04kg
- C. 1840,27kg
- D. 62,77kg

Pregunta 8: El recorrido en total en la vuelta a España es de 235km, si Nairo ha recorrido $\frac{2}{7}$ del trayecto total, los kilómetros que le faltan para terminar la vuelta son:



- A. 67,14km
- B. 167,86 km
- C. 822,5 km
- D. 167,86 km

Responder las preguntas 9 y 10 con la información que se muestra a continuación:

Sara está haciendo una dieta muy rigurosa, dado que ha subido de peso de forma desmedida en el último año. Tiene un problema porque le encantan las papas fritas y su nutricionista le recomendó disminuir el consumo de carbohidratos y sodio. Se fue de compras y encontró lo siguiente:

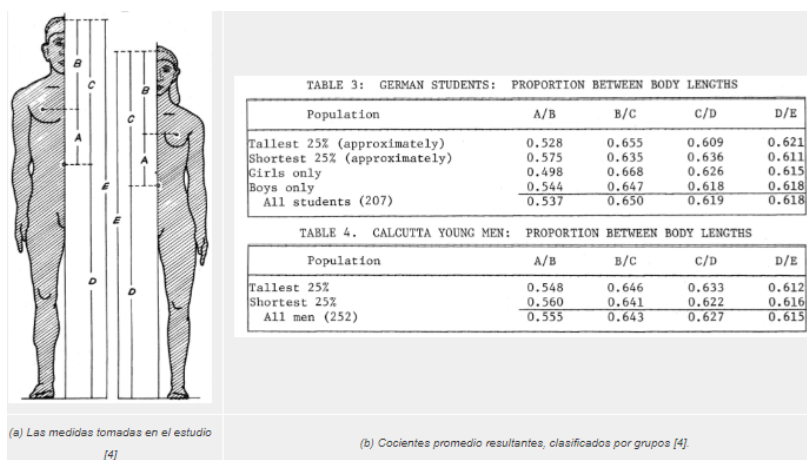
Información Nutricional		Información Nutricional	
Tamaño de la Porción 1/6 Paquete (81 g) Porciones por envase Aprox. 6		Tamaño de la porción 1/4 de paquete (28 g) Porciones por envase Aprox. 4	
Cantidad por Porción		Cantidad por porción	
Calorías 150	Calorías de Grasa 70	Calorías 150	Calorías de grasa 90
Valor Diario*		Valor Diario*	
Grasa Total 8 g	12%	Grasa Total 10 g	15%
Grasa Saturada 3 g	15%	Grasa Saturada 4,5 g	23%
Grasa Polinsaturada 1 g		Grasa Trans 0 g	
Grasa Monoinsaturada 3,5 g		Colesterol 0 mg	0%
Grasa Trans 0 g		Sodio 135 mg	6%
Colesterol 0 mg	0%	Carbohidratos Totales 15 g	3%
Sodio 260 mg	11%	Fibra dietaria <1 g	
Carbohidratos Totales 19 g	6%	Azúcares 0 g	
Fibra Dietaria 2 g	8%	Proteína <1 g	2%
Azúcares <1 g		Vitamina A 0%	Vitamina C 0%
Proteína 2 g	4%	Calcio 0%	Hierro 0%
Vitamina A 0%	Vitamina C 0%	* Los porcentajes de Valores Diarios están basados en una dieta de 2000 calorías. Sus valores diarios pueden ser mayores o menores dependiendo de sus necesidades calóricas.	
Calcio 0%	Hierro 0%	Calorías 2,000 2,500	
† Los porcentajes de Valores Diarios están basados en una dieta de 2,000 kilocalorías. Sus valores diarios pueden ser mayores o menores dependiendo de sus necesidades calóricas.		Grasa Total	menos de 65 g 63 g
		Grasa Sat.	menos de 20 g 25 g
		Colesterol	menos de 300 mg 300 mg
		Sodio	menos de 2400 mg 2400 mg
		Carb. Total	300 g 375 g
		Fibra dietaria	25 g 35 g
		Calorías por gramo:	
		Grasa 9	Carbohidratos 4 Proteína 4

Pregunta 9: La recomendación que le darías a Sara sería: Argumentar tu respuesta.

Pregunta 10: ¿La cantidad de grasa total para los dos paquetes es igual? Argumenta tu respuesta

Responder las preguntas 11 y 12 con la información que se muestra a continuación:

En la representación se muestran las proporciones entre un grupo de estudiantes de una institución Alemana (German Students), y la proporción de un grupo de hombres jóvenes (Young Men).



Tomado de: T. Antony Davis and Rudolf Altevogt, "Golden Mean of the Human Body".

Pregunta 11: Teniendo en cuenta la información de la tabla, calcula las medidas de A, B, C y D de una mujer (Girl) si se tiene en cuenta que esta mide 1.50 metros de altura.

Pregunta 12: A partir de la información presentada en las Tabla 3 y Tabla 4, determina la afirmación falsa:

- A. Aproximadamente de la muestra se tomaron 54 estudiantes de los más bajitos (Shortert) de estatura.
- B. Según el Promedio la población de Hombres Jóvenes con respecto a los estudiantes de Alemania, tienen un cuerpo más corto del ombligo hacia arriba que hacia abajo.
- C. La población de Hombres Jóvenes (Tollest) con respecto a los estudiantes de Alemania (Tollest), miden más del ombligo hacia abajo.
- D. Un estudiante barón (Boy) de medida normal mide 1.70 m con lo cual se puede afirmar que mide 0.53 m de la cabeza hasta las tetillas.

La prueba de Salida se categorizó según los niveles de interpretación de Kieren (1986) y el sentido numérico según cada pregunta.

Tabla 2. Categorías de análisis prueba de salida.

Interpretación (Kieren)	Nivel sentido numérico	Pregunta
Número racional como fracción	Aplicación: uso de la fracción PT Aplicación: Reconocimiento de particiones Aplicación: Uso de la fracción PT Evaluación: Cálculo del faltante	Pregunta 1 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 8
Número racional como fracción decimal	Evaluación: Cálculo Evaluación: Cálculo Aplicación: Uso de operaciones Aplicación: Uso de operaciones	Pregunta 1 Pregunta 2 Pregunta 7 Pregunta 9

	Aplicación: Comparación Aplicación: Comparación	Pregunta 10 Pregunta 12
Números racionales como equivalencia	Aplicación: Comparación Conocimiento: Concepto de % Aplicación: Simplificación Aplicación: Simplificación Aplicación: Comparación	Pregunta 1 Pregunta 3 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 12
Números racionales como razón	Aplicación: Uso de proporciones Aplicación: Proporción entre peso y estatura Evaluación: Proporciones	Pregunta 3 Pregunta 6 Pregunta 12
Números racionales como operador	Aplicación: Uso de aproximación Aplicación: Uso de aproximación Evaluación Cálculo del ángulo R3 Evaluación Cálculo del ángulo R3 Evaluación Cálculo del ángulo R3	Pregunta 2 Pregunta 6 Pregunta 7 Pregunta 9 Pregunta 10
Números racionales como campo algebraico	Invención. Modelo Invención. Modelo para la solución Invención. Modelo algebraico.	Pregunta 1 Pregunta 8 Pregunta 11
Números racionales como medidas o puntos en una recta numérica	Aplicación : Particiones Discretas y C Evaluación: Aproximación de en la recta Aplicación: Uso de proporción entre Áreas Aplicación: Uso de proporción entre longitudes	Pregunta 4 Pregunta 4 Pregunta 5 Pregunta 12

3.2.4.2 Validación de instrumentos

La validación de los instrumentos se realizó en tres etapas; la primera correspondiente a un juicio de Expertos determinados de la siguiente manera, dos docentes del área de matemáticas con un grado de magister o superior y con dominio de la didáctica de los números Racionales; la segunda, una prueba piloto aplicada a cuatro estudiantes que se encuentran en grado noveno o décimo de colegios diferentes, lo que es correspondiente a más del 10% de la población objetivo; y la tercera una prueba por parte de los docentes de matemáticas de las instituciones.

A partir de los comentarios y sugerencias, se realizaron cambios con respecto a la forma y descripción de algunas preguntas que presentaban dificultades desde la lectura y

el uso de las representaciones, atendiendo a ellos siempre y cuando no se modificara la intencionalidad de la pregunta, ni el concepto a evaluar.

Capítulo 4. ANALISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se establecen las técnicas, las categorías de análisis y la descripción del análisis cuantitativo y cualitativo de las pruebas de entrada y salida aplicadas a los estudiantes del grupo C y P, que desarrollaron la Secuencia Didáctica y el Entorno Virtual de Aprendizaje.

4.1 INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS

4.1.1 Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Tras a la aplicación de los instrumentos se tienen en cuenta los siguientes procesos para el desarrollo de la investigación desde la parte cuantitativa y cualitativa:

Codificación.- En este proceso se dividen los estudiantes según la variable de estudio que corresponda GP o GC. Establecidos como 1 al Grupo de prueba y 2 al Grupo Control, teniendo en cuenta que la diferencia entre el grupo GP y GC no sean significativas bajo una prueba de Hipótesis.

Calificación inicial.- A los instrumentos elaborados se les asigna un puntaje para cada ítem o pregunta con valores de (1 = correcto) y (0 = incorrecto), con el fin de establecer un promedio de éxito (promedio simple).

Interpretación.- Se desarrolla desde el estudio cuantitativo, a partir de la aplicación de la prueba de hipótesis transversal, por medio de una prueba de dos varianzas, al grupo de estudio GP, con respecto al GC en cada una de las pruebas y longitudinal por medio del análisis de correlación entre los resultados de la prueba de entrada y de salida, de forma diferenciada para los dos grupos GP y GC.

Para interpretar los datos de forma cualitativa, se utiliza el análisis por medio de las categorías elaboradas según las 6 interpretaciones que propuso Kieren (1986) y el nivel del dominio del sentido numérico para los números racionales, desde el Ministerio de Educación Nacional (1964), teniendo en cuenta el modelo aplicado por Ursini & Trigueros (2006).

4.1.2 Categorías de Análisis

El análisis de los test es realizado según el planteamiento de categorías, las cuales se desarrollan desde dos componentes; el primero refiere al concepto de número racional en las seis interpretaciones que propuso Kieren (1986) y el segundo al nivel del dominio de sentido numérico para los números racionales, dando como resultado una categorización por niveles de dominio, según cada interpretación.

Niveles del sentido numérico

Conocimiento (N1): En el primer nivel, las ilustraciones de sentido numérico enfatizan en la importancia de identificar los números, las características y sus propiedades, la magnitud relativa de los números, entre otros aspectos característicos de los números. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Aplicación (N2): en el segundo nivel, el sentido numérico se presenta cuando se aplican las propiedades, se realizan cálculos en los diferentes sistemas numéricos, se hace uso de herramientas para la solución de problemas y se reconoce los números en diferentes situaciones problema.

Evaluación (N3): en el tercer nivel, el sentido numérico establece un dominio reflexivo de las relaciones numéricas, lo cual implica que se puede expresar en capacidades

como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar mentalmente cálculos, encontrar errores o fallos en procesos y realizar demostraciones simples de propiedades o teoremas de los sistemas numéricos.

Invencción (N4): en el cuarto nivel, el sentido numérico se evidencia cuando los estudiantes son capaces de modelar y proponer soluciones basados en propiedades de los sistemas numéricos, haciendo alusión a la creación de modelos o procesos que conlleven a la solución de situaciones problemas y pueden trabajar con los sistemas numéricos de manera abstracta sin hacer uso de ejemplos concretos, alcanzando el estado de rigor matemático.

A partir de lo enunciado anteriormente, se establece la relación entre la interpretación y los niveles para generar cada categoría, de la siguiente manera:

Tabla 3. Categorías según la interpretación y el sentido numérico.

Interpretación	Nivel del sentido numérico	Categoría
Números racionales como fracciones.	Conocimiento (N1)	F1
	Aplicación (N2)	F2
	Evaluación (N3)	F3
	Invencción (N4)	F4
Números racionales como decimales.	Conocimiento (N1)	D1
	Aplicación (N2)	D2
	Evaluación (N3)	D3
	Invencción (N4)	D4
Números racionales como clases de equivalencia.	Conocimiento (N1)	E1
	Aplicación (N2)	E2
	Evaluación (N3)	E3
	Invencción (N4)	E4
Números racionales de la forma p/q , donde p, q son enteros y $q \neq 0$, razón.	Conocimiento (N1)	R1
	Aplicación (N2)	R2
	Evaluación (N3)	R3

	Invención (N4)	R4
Números racionales como operadores multiplicativos.	Conocimiento (N1)	O1
	Aplicación (N2)	O2
	Evaluación (N3)	O3
	Invención (N4)	O4
Números racionales como campo.	Conocimiento (N1)	C1
	Aplicación (N2)	C2
	Evaluación (N3)	C3
	Invención (N4)	C4
Números racionales como medidas o puntos sobre la recta.	Conocimiento (N1)	M1
	Aplicación (N2)	M2
	Evaluación (N3)	M3
	Invención (N4)	M4

4.1.3 Desarrollo del análisis según las categorías

Para el desarrollo de la categorización se toma como ejemplo el trabajo realizado por Ursini y Trigueros (2006), en el cual se plantea una categorización por pregunta según diferentes factores que intervienen en su solución, lo cual implica, que en un mismo punto del test se pueden observar más de una interpretación y más de un nivel de dominio, según el proceso que se lleve a cabo para su solución. Como ejemplo se tiene uno de los puntos del test:

Tabla 4. Ejemplo de análisis.

Punto del test	Proceso	Categoría
Ubica en la recta numérica los siguientes números racionales. a. $\frac{2}{3}$ b. 3.9 c. $-\frac{10}{3}$ d. -3.33333333 e. $\frac{4}{6}$	Para la solución de este punto los estudiantes deben: Para la ubicación del número racional se debe tener (M2), con lo cual para ubicar a) el estudiante debe comprender que hace parte de una fracción (F1), en la cual el 3 representa la cantidad de partes en las que se divide la unidad, y el 2 representa el numerador o la cantidad de partes que se toman.(M3)	M2 F1 M3
	Para ubicar b) el estudiante debe comprender que hace parte de un número decimal finito (D1), y debe partir la recta en partes de 10 debido a la base numérica decimal que se maneja (D2) y ubicarlo en la partición de 3 unidades y 9 décimas (M2).	M2 D1 D2
	Para ubicar c) el estudiante debe comprender que hace parte de una fracción (F1), en la cual el 3 representa la	M2 F1

	cantidad de partes en las que se divide la unidad, y el 3 representa el numerador o la cantidad de partes que se toman, por lo cual hace parte de una fracción impropia (F2) y debe transformarlo en una expresión mixta (E3) o tomar más que una unidad.(M3)	F2 E3 M3
	Para ubicar d) el estudiante debe comprender que hace parte de un número decimal infinito periódico (D1+), y debe convertir en fracción (E3) o partir la recta en partes de 10 debido a la base numérica decimal que se maneja (D2) y ubicarlo en la partición de -3 unidades y 3 décimas, con 3 centésimas y 3 milésimas (M3).	M2 D1+ E3 D2 M3
	Para ubicar e) el estudiante debe comprender que hace parte de una fracción (F1), en la cual el 6 representa la cantidad de partes en las que se divide la unidad, y el 4 representa el numerador o la cantidad de partes que se toman (M3), aparte debe ser capaz de comprender que con respecto a la fracción a) es una fracción equivalente (E2).	M2 F1 M3 E2

Como se puede observar en el ejemplo, el objetivo del punto está centrado en observar el nivel del dominio que tienen los estudiantes, en la interpretación del número racional como medida y puntos en la recta, sin embargo, se observan las interpretaciones del número racional como fracción y decimal en los primeros niveles de dominio y de carácter opcional, la interpretación como familias de equivalencias, cuando trabajan con números racionales que ocupan el mismo lugar en la recta numérica.

A partir de ello se presentan los resultados según el esquema de Ursini y Tigueros (2006), con forme a la siguiente organización:

Tabla 5. Porcentajes de aciertos de la pregunta (Ejemplo):

General	Grupo C	Grupo P	Aspectos involucrados
70%	65%	75%	F1
35%	33%	38%	D1, D2
28%	30%	25%	M1, M2
65%	65%	66%	E3
50%	50%	50%	M3

Se desarrolla el análisis descriptivo según los procesos llevados a cabo por cuatro estudiantes, dos del Grupo C y dos del grupo P, seleccionados aleatoriamente en cada una de las pruebas.

4.2 ANALISIS CUALITATIVO

El análisis de resultados se desarrolla con cuatro estudiantes, dos del grupo P y dos del grupo C de la prueba de entrada y salida, las cuales se encuentran en los anexos correspondientes.

Estudiante 1, grupo P (ver anexo 1)

Prueba de entrada:

Tabla 6. Categorización prueba de entrada estudiante uno

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F2 C2 O1	Para encontrar la solución del problema la estudiante suma las cantidades dada para encontrar el total (F2), ya que realiza cálculos para resolver la situación problema planteada. Una vez encuentra el todo, realiza una regla de tres (C2) y O2 para encontrar los porcentajes que se adecuan a la gráfica. Realiza una interpretación y planteamiento correcto pero se equivoca al operar.
2	F1	Utiliza el número como fracción (F1) a partir de la ilustración por medio del método de descarte. Acierta en la respuesta pero no se evidencia proceso, por esta razón no se ubica en un nivel del sentido numérico mayor.
3	D1 M2	Relaciona la respuesta con respecto a la partición según las áreas del diagrama de torta (M2) y el porcentaje correspondiente, con el fin de estimar el ángulo que le corresponde (D1). Acierta en la repuesta pero no presenta un proceso claro que la argumente.
4	F1	Hizo el conteo del total de los puntos representados en el gráfico y según la indicación forma la fracción (F1). Acierta en la repuesta.
5	M2 E2 F2	Divide las figuras en partes iguales (M2), escribe la fracción (F2) y simplifica (E2). No presenta error.
6	O2 R2	Realiza una comparación entre las cantidades dadas (R2) y realiza un isomorfismo de medida para llegar a la respuesta (O2). Acierta en la respuesta.
7	N R	Extrae los datos del problema, intenta plantear una estrategia de solución, pero no soluciona.
8	C1	Escribe los datos dados en el problema pero no determina solución, en el planteamiento se evidencia que comprende la necesidad de plantear una ecuación (C1), pero no comprende las relaciones que debe establecer entre

		las cantidades.
9	M2	Le da valores a la gráfica en un intento por interpretar la información allí registrada, establece la medida (M2), pero no argumenta de forma clara la respuesta elegida.
10	F2	Toma los valores dados en las respuestas y por ensayo y error calcula llegando a una respuesta correcta (F2). Acierta en la respuesta, pero su argumento no aplica la propiedad dada.

A partir de la clasificación de los resultados de la estudiante uno, se evidencia que inicia el proceso interpretando la fracción como parte todo (F), relacionando las partes y el todo, tanto desde la representación gráfica como desde un enunciado problema, pero se ubica máximo en el nivel dos del sentido numérico ya que reconoce la fracción (F1), la utiliza en algunas situaciones problema (F2), pero muestra un dominio reflexivo de éstas (F3) y tampoco las usa para modelar solución de situaciones (F4).

Respecto al uso de la fracción como decimal (D), realiza aproximación para obtener un resultado (D1) pero no reconoce sus propiedades en una situación problema, ni realiza operaciones con éstos (D2 y D3) y por tanto no logra llegar a una modelación de situaciones mediante este tipo de números (D4).

Las fracciones equivalentes sólo las usa en una ocasión (E), donde hace una simplificación, con esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico (E2).

Adicional a esto establece el racional como razón, para comparar las cantidades dadas en la pregunta seis y establece un isomorfismo de medidas para poder hallar el valor que no conoce, por esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico.

De igual forma logra interpretar los racionales como operador, campo y medida desde un reconocimiento de características (nivel uno) y logra aplicar propiedades de éstas (nivel dos), pero no muestra una evaluación desde un dominio reflexivo de sus relaciones numéricas (nivel tres) y se evidencia invención (nivel cuatro).

Prueba de salida:

Tabla 7. Categorización prueba de salida estudiante uno

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F3 O4	Para encontrar la solución del problema, la estudiante usa los porcentajes, sumando los valores conocidos, le resta al total lo que conoce (F3) y divide este resultado entre los ocho productos que conforman los ingredientes de la salsa de tomate (O4). Así halla un valor lo que le sobra es el otro valor. Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
2	O3 F3 E3	Plantea una multiplicación para hallar el valor correspondiente al porcentaje del ingrediente por el que se pregunta en el problema (O3). Establece el porcentaje como una fracción (F3) para poder multiplicar y simplifica la fracción obtenida en la multiplicación (E3). Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
3	E3	Realiza cambio del porcentaje a Fracción (E3) y desde allí establece la respuesta correcta.
4	F2 M4 E3 M3	Divide las áreas en partes iguales (M3), relaciona las partes sombreadas con el total para escribir la fracción (F2) y simplifica (E3). Para la recta, marca los valores de cero a uno y parte unidad en tres, dividiendo proporcionalmente (M4), para finalmente tomar una parte, marcando allí la fracción correspondiente. Este proceso lo repite para el caso a y el b. Sus respuestas son acertadas.
5	M2 F2	Divide las áreas en partes iguales (M2) y establece la relación de las partes sombreadas y el total (F2), aplicando así el concepto de fracción.
6	R3 E3 D3	Establece la relación entre el peso y la estatura (R3), para esta última medida, pasa de número mixto a decimal (E3), calcula la potencia y realiza la división indicada de números decimales (D3).
7	O4 D3 R3	Halla el índice de masa corporal por medio del planteamiento de la razón (R3) y opera (O4). Este procedimiento no era necesario para dar solución a la situación problema. Plantea la regla de tres mediante una proporción con los números decimales (D3) y opera (O4). Su respuesta es acertada y argumenta la respuesta.
8	O2	Halla la fracción de una cantidad entera (O2) y obtiene un resultado, pero no es el que se pregunta en la situación problema, debía calcular la diferencia a partir del valor que halló.
9	E3 D2	Plantea la regla de tres para hallar el valor de grasa de cada paquete, usa la proporción (E2) entre porcentajes para conseguirlo y obtiene el resultado en decimal (D2). Compara estos decimales y argumenta su respuesta eligiendo el paquete con menor grasa. Su respuesta es correcta y tiene argumento.
10	D2	Plantea una proporción entre los porcentajes en el punto 9 y desde allí argumenta la respuesta. (D2) Su respuesta es correcta.
11	C3 D3	Plantea la ecuación (C3), substituye los valores, despeja y calcula operando números decimales con tres cifras después de la coma (D3).
12	O4 D3	Plantea la regla de tres (O4), reconoce la variable y opera, llegando a un resultado en decimal correcto (D3).

Para la prueba de salida se evidencia que alcanzan las interpretaciones del número racional como fracción (F), decimal (D), equivalencia (E), razón (R), operador (O), campo (C) y medida (M), logrando identificar las características, propiedades y magnitudes de los racionales (N1), además de hacer aplicaciones de éstos, resolviendo operaciones tanto con fracciones como con decimales (N2). Muestra un dominio reflexivo de las relaciones entre los números cuando estable equivalencias, razones, proporciones para resolver situaciones (N3) y plantea ecuaciones logrando modelar sus soluciones (N4). Por lo tanto se puede concluir que hay un cambio en la estudiante antes y después de aplicada la secuencia didáctica mediada por el EVA.

Estudiante 2, grupo P (ver anexo 2)

Prueba de entrada:

Tabla 8. Categorización prueba de entrada estudiante dos

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	O3 D2	Para encontrar la solución la estudiante realiza una regla de tres (O3) para establecer una relación entre los datos y los porcentajes del diagrama, a estos datos la suma (D2), es decir, construye el todo y elige una respuesta que cumple con el argumento: si la luz y los snacks son la mitad del total serían el 50%.
2	O1	Plantea la operación (O2) calcula de forma correcta la regla de tres pero no encuentra la parte faltante del porcentaje, elige una respuesta a partir de la suma de los porcentajes que conoce pero no hay procedimientos que la sustenten.
3	M1	Propone la regla de tres (O1) pero no la opera. Por lo que determina una aproximación de la medida del ángulo (M1).
4	F2 M1	En este punto la estudiante completa con puntos del área de las figuras, teniendo que los puntos son sólo un patrón para determinar el área común que tienen (M1), determina una fracción a partir del conteo de su estrategia y establece una relación con la fracción como parte todo (F2)
5	M4 M2 F2	Divide en partes iguales todas las figuras (M2), aplica particiones (M4) y escribe la cantidad de partes coloreadas, sobre el total de partes, interpretando la fracción como parte todo (F2), en el tercer ítem, del punto relaciona que una partición es un poco mayor por lo que usa un decimal para su estimación, no reconoce el (C1).
6	O1 R2	Compara las cantidades dadas (O1) y plantea la proporción para calcular la cantidad (R2) por la que se le pregunta, realiza una divi-

		sión para aproximar al porcentaje pero no tiene en cuenta los decimales.
7	E3 O1	Extrae del problema todos los valores dados y realiza la conversión de fracción a decimal (E3), intenta plantear la regla de tres pero no logra establecerla (O1).
8	C1 F2	Escribe los datos dados en el problema (C1) e intenta completar la fracción por medio de una representación gráfica de una fracción parte todo (F2), aunque no es claro el proceso que establece.
9	M1	Marca dentro las cuatro posibilidades dadas en las respuestas cuales son correctas (M1) y cuáles no, eligiendo la opción B, siendo ésta una respuesta correcta.
10		Selecciona la opción C pero no establece proceso que muestre que reconoce el concepto de proporcionalidad.

A partir de la clasificación de los resultados de la estudiante dos, se evidencia que inicia el proceso interpretando la fracción como parte todo (F), logra reconstruir el todo cuando se le presenta la información en porcentaje, pero tiene problemas para determinar las partes que completan la unidad. Cuando se le presenta la información en graficas o con cantidades enteras, si lo hace, por lo tanto se ubica en el nivel 2 del sentido numérico de la interpretación de la fracción como parte todo (F).

Respecto al uso de la fracción como decimal (D), realiza aproximación para obtener un resultado (D1) y aunque reconoce sus propiedades en una situación problema (D2) y los opera, desarrolla las operaciones por medio de aproximación como si fueran números enteros (D2 y D3), por tanto no logra llegar a una modelación de situaciones mediante este tipo de números (D4).

Las fracciones equivalentes sólo las usa en una ocasión (E), donde hace un cambio de fracción a decimal, hallando un valor equivalente, con esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico (E2).

En cuanto al racional como razón para comparar las cantidades dadas en la pregunta seis, y establece una proporción (R2), llegando así al resultado pedido, aunque no mues-

tra que lo pueda utilizar en contextos de medida y proporcionalidad entre fracciones, por lo que solo se encuentra en un estado de interpretación (R2).

En cuanto al número como operador, tienen dificultades de establecer el uso de variables para el desarrollo de puntos, por lo que no logra reconocer las características del racional como cociente, por ende se ubica en (O1), llegando a una posible solución por medio del cambio de las cantidades por estimación.

Finalmente identifica el racional como medida desde un nivel cuatro (M4), ya que logra realizar particiones equivalentes en términos de área, usarlos para modelar y dar solución a la situación problema planteado.

Prueba de salida:

Tabla 9. Categorización prueba de salida estudiante dos

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F3	Para encontrar la solución del problema la estudiante usa los porcentajes, sumando los valores conocidos, le resta al total lo que conoce (F3), con lo que a partir del primer porcentaje, relaciona el valor dado con la respuesta. Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
2	O3	Establece una relación entre el diagrama del punto y lo relaciona con las cantidades (O3), utilizando para ello una regla de tres entre las cantidades que conoce y calcula los faltantes a partir de las respuestas del punto anterior.
3	E3 F3	Establece una relación con los porcentajes y su interpretación como una fracción (E3), realiza de forma automática el cambio y opera para determinar si la suma de las respuestas equivale a la unidad (F3). Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
4	F3 M4 E3 M3	Divide las áreas en partes iguales (M3), relaciona las partes sombreadas con el total para escribir la fracción (F2) y simplifica (E3). Para la recta, marca los valores de cero a uno y parte la unidad en tres, dividiendo proporcionalmente (M4), para finalmente tomar una parte, pero escribe donde queda en valor de la fracción representada. Este proceso lo hace en ambos literales y establece una relación con la magnitud utilizada como una magnitud en la recta, la cual la establece como la unidad.
5	M2 F2	Divide las áreas en partes iguales (M2) y establece la relación de las partes sombreadas y el total (F2), aplicando así el concepto de fracción.

		Acierta en las respuestas.
6	R3 E3	Establece la relación entre el peso y la estatura (R3), para esta última medida pasa de número mixto a decimal (E3), calcula la potencia y realiza la división simplificando.
7	D3 E3 O4	Plantea la regla de tres mediante una proporción con los números decimales (D3), multiplica y amplifica los decimales resultantes pasándolos a enteros (E3) y divide (O4). Su respuesta es acertada y argumenta la respuesta.
8	O3	Escribe la cantidad entera como una fracción con denominador uno y frente a ésta escribe la fracción dada y este lo iguala a la fracción $235 \cdot 2$ sobre 7 y por medio del complemento encuentra la fracción faltante $5/7$ y opera (O3). Acierta en la respuesta
9	D2	Observa los datos dados (D2) y establece una relación de orden, estimando cuál porcentaje es mayor con respecto al gramaje y la cantidad de porciones, con lo que genera conclusiones entre porcentajes. Responde según los resultados.
10	O3	Plantea la regla de tres para cada uno de los productos (O3) y compra compara estableciendo una relación de orden, argumentando así la respuesta correcta.
11	C2	Plantea la ecuación para la primera cantidad (C3), reemplaza el valor de la variable E, despeja y opera teniendo en cuenta cada despeje, calcula a partir de divisiones entre decimales (F4) según la lectura de la tabla dada en el punto.
12	D3	Por medio de la interpretación de las gráficas y el enunciado problema elige las afirmaciones verdaderas y la falsa.

Para la prueba de salida se evidencia que la estudiante dos, alcanza las interpretaciones del número racional como fracción (F), identificando las características de las fracciones, aplicándolas para acercarse a posibles soluciones y muestra un dominio reflexivo en el uso de éstas (F3). Frente a la interpretación como decimal (D), logra ubicarse en el nivel cuatro (D4), dado que usa los decimales, los opera y utiliza para dar solución a las diferentes situaciones problemas. En la interpretación como equivalencia (E) y como razón (R), se ubica en el nivel tres del sentido numérico (E3 y R3). Como operador (O), logra modelar ecuaciones, identificando variables y resolviendo las situaciones problema (O4). Por lo tanto se puede concluir que hay un cambio en la estudiante antes y después de aplicada la secuencia didáctica, muestra avance en el manejo de las fracciones, de los decimales, plantea ecuaciones, por lo cual estudiante logra establecer un nivel de dominio

alto, presentando un nivel cuatro en las interpretaciones como operador, medida y decimal, donde se evidencia un mayor avance y un uso reflexivo de los mismos.

Estudiante 3, grupo C (ver anexo 3)

Prueba de entrada:

Tabla 10. Categorización prueba de entrada estudiante tres

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F2	Para encontrar la solución del problema la estudiante suma el total de datos dados en enunciado problema (F2), es decir, construye el todo y elige una respuesta bajo el argumento que “si la luz y los snacks son la mitad del total serían el 50%”.
2	F1	Plantea la operación (O1) pero calcula de forma incorrecta, elige una respuesta correcta, pero no hay procedimientos que la sustenten.
3	M1	A partir del porcentaje, observa y estima aproximaciones (M1).
4	F1	Contó el total de pepitas de todas las figuras y las escribe sobre el total 27. Usa la variable para el desarrollo.
5	M4 M2 F2	Divide en partes iguales todas las figuras (M2), aplica particiones (M4) y escribe la cantidad de partes coloreadas, sobre el total de partes, interpretando la fracción como parte todo (F2).
6	O1 R2	Compara las cantidades dadas (O1) y plantea la proporción para calcular la cantidad (R2) por la que se le pregunta.
7	E3 O1	Extrae del problema todos los valores dados y realiza la conversión de fracción a decimal (E3), intenta plantear la regla de tres pero no lo logra (O1).
8	C1	Escribe los datos dados en el problema (C1) pero no determina solución.
9	M1	Marca dentro las cuatro posibilidades dadas en las respuestas cuales son correctas (M1) y cuáles no, eligiendo la opción B, siendo ésta una respuesta correcta.
10	F2	Escribe dos números mixtos (F2) y los iguala, pero no es claro el porqué de su planteamiento, por tanto se le indaga y explica que tomó valores aleatorios para plantear la propiedad dada, pero que no supo cómo resolverlo.

A partir de la clasificación de los resultados de la estudiante tres, se evidencia que inicia el proceso interpretando la fracción como parte todo (F), logra reconstruir el todo cuando se le presenta la información en porcentaje, pero no asocia las partes.

Cuando se le presenta la información en graficas o con cantidades enteras, si lo hace, por lo tanto se ubica en el nivel 2 del sentido numérico de la interpretación de la fracción como parte todo (F).

Respecto al uso de la fracción como decimal (D), realiza aproximación para obtener un resultado (D1) pero no reconoce sus propiedades en una situación problema, ni realiza operaciones con éstos (D2 y D3) y por tanto no logra llegar a una modelación de situaciones mediante este tipo de números (D4).

Las fracciones equivalentes sólo las usa en una ocasión (E), donde hace un cambio de fracción a decimal, hallando un valor equivalente, con esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico (E2).

También establece la fracción como razón para comparar las cantidades dadas en la pregunta seis y establece una proporción (R2), llegando así al resultado pedido, por esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico.

De igual forma, logra interpretar los racionales como operador y campo, pero sólo desde un nivel uno, reconociendo los números (O1 y C1) y propiedades pero no los opera, llegando a una posible solución.

Finalmente, identifica la fracción como medida desde un nivel cuatro, ya que logra realizar particiones equivalentes y usarlos para modelar y dar solución a la situación problema planteado.

Prueba de salida:

Tabla 11. Categorización prueba de salida estudiante tres

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F3 O4	Para encontrar la solución del problema, la estudiante usa los porcentajes, sumando los valores conocidos, le resta al total lo que conoce (F3) y divide este resultado entre los ocho productos que conforman

		los ingredientes de la salsa de tomate (O4). Así halla un valor lo que le sobra es el otro valor. Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
2	O3	Describe en un enunciado la relación entre cantidades (R3), donde toma los valores dados, estableciendo que x es a 8.700 y 1 es al 100, entonces 87 es a 1, es igual a 87 (O3). Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
3	E3	Realiza cambio del porcentaje a la Fracción (E3), acierta en la respuesta y muestra proceso.
4	F3 M4 E3 M3	Divide las áreas en partes iguales (M3), relaciona las partes sombreadas con el total para escribir la fracción (F2) y simplifica (E3). Para la recta, marca los valores de cero a uno y parte unidad en tres dividiendo proporcionalmente (M4), para finalmente tomar una parte, pero escribe donde queda en valor de la fracción representada. Este proceso lo hace sólo para el literal a, en el b, identifica el denominador, es decir, el todo, pero el numerador no, es decir, las partes. La respuesta a es acertada pero en la b hay dificultades.
5	M2 F2	Divide las áreas en partes iguales (M2) y establece la relación de las partes sombreadas y el total (F2), aplicando así el concepto de fracción. Acierta en las respuestas.
6	R3 E3 D2	Establece la relación entre el peso y la estatura (R3), para esta última medida pasa de número mixto a decimal (E3), calcula la potencia y realiza la división haciendo una amplificación del decimal pasándolo a entero (D3).
7	D3 E3 O4	Plantea la regla de tres mediante una proporción con los números decimales (D3), multiplica y amplifica los decimales resultantes pasándolos a enteros (E3) y divide (O4). Su respuesta es acertada y argumenta la respuesta.
8	O3	Escribe la cantidad entera como una fracción con denominador uno y frente a ésta escribe la fracción dada y esto lo iguala a la fracción 470 sobre 7 y opera O3. No escribe el signo de las fracciones indicadas. No determina el faltante.
9	D2	Observa los datos dados (D2) y da conclusiones entre porcentajes sin hacer cálculos u operaciones. Responde sin argumentar el resultado.
10	O3	Plantea la regla de tres para cada uno de los productos (O3) y compara estableciendo una relación de orden, argumentando así la respuesta correcta.
11	C2	Plantea la ecuación para la primera cantidad (C3), reemplaza el valor de la variable E, pero no despeja y por lo tanto, no calcula el resultado.
12	D3	Por medio de la interpretación de las gráficas y el enunciado problema elige las afirmaciones verdaderas y la falsa.

Para la prueba de salida se evidencia que la estudiante tres alcanza las interpretaciones del número racional como fracción (F), identificando las características de las fracciones, aplicándolas para acercarse a posibles soluciones y muestra un dominio reflexivo

en el uso de estas (F3). Frente a la interpretación como decimal (D), logra ubicarse en el nivel tres, dado que usa los decimales y sus propiedades para dar solución a las diferentes situaciones problemas. En la interpretación como equivalencia (E) y como razón (R), se ubica en el nivel tres del sentido numérico. Como operador (O), logra modelar ecuaciones, identificando variables y resolviendo las situaciones problema. Por lo tanto, se puede concluir que hay un cambio en la estudiante antes y después de aplicada la secuencia didáctica, muestra avance en el manejo de las fracciones, de los decimales, plantea ecuaciones. Sin embargo, esta estudiante a diferencia de las estudiantes 1 y 2 no logra ubicarse en niveles mayores que tres, a excepción de la interpretación como operador, donde si logra un nivel 4.

Estudiante 4, grupo C (ver anexo 4)

Prueba de entrada:

Tabla 12. Categorización prueba de entrada estudiante cuatro

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F2	Para encontrar la solución del problema la estudiante toma un valor total errado y con éste plantea reglas de tres para hallar los porcentajes.
2	F1	Hace la selección de la respuesta pero no la argumenta, el resultado no es acertado.
3	NR	No responde la pregunta.
4	F1	Contó el total de pepitas de todas las figuras y las escribe sobre el total (27).
5	M4 M2 F2	Divide en partes iguales todas las figuras (M2), aplica particiones (M4) y escribe la cantidad de partes coloreadas, sobre el total de partes, interpretando la fracción como parte todo (F2).
6	O1 O2	Compara las cantidades dadas (O1) y plantea por medio de un isomorfismo de medidas la solución al problema (O2), establece que cada cantidad se triplica hasta llegar al valor pedido.
7	E3 O1	Extrae del problema todos los valores dados y realiza la conversión de fracción a decimal (E3), de porcentaje a decimal (E3), suma los valores hallados y completa la unidad. A partir de los decimales establece mediante regla de tres los porcentajes (O1). Grafica mediante un diagrama de barras.
8	C1	Escribe los datos dados en el problema (C1), planteando una ecuación, pero no determina solución.
9	M1	Marca dentro las cuatro posibilidades dadas en las respuestas cuales

		son correctas (M1) y cuáles no, eligiendo la opción B, siendo ésta una respuesta correcta.
10	F2 O2	Escribe los valores dados en las respuestas (F2) y establece como correcta la A, operando cada valor dado (O2).

A partir de la clasificación de los resultados de la estudiante cuatro, se evidencia que inicia el proceso interpretando la fracción como parte todo (F), logra reconstruir el todo cuando se le presenta la información en porcentaje, pero se le dificulta cuando se le dan las partes en valores grandes. Por esto, se ubica en el nivel 2 del sentido numérico de la interpretación de la fracción como parte todo (F).

Respecto al uso de la fracción como decimal (D), realiza aproximación para obtener un resultado (D1), completa la unidad sumando los números decimales dados, opera con ellos y reconoce sus propiedades en una situación problema (D3). No logra llegar a una modelación de situaciones mediante este tipo de números (D4).

Las fracciones equivalentes sólo las usa en una ocasión (E), donde hace un cambio de fracción a decimal, de porcentaje a decimal, hallando un valor equivalente, con esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico (E2).

Establece la fracción como razón para comparar las cantidades dadas en la pregunta seis y establece una proporción (R2), llegando así al resultado pedido, por esto se ubica en el nivel dos del sentido numérico.

De igual forma, logra interpretar los racionales como operador (O1 y O2), identifica las partes de las operaciones, las establece de forma correcta y las realiza según sus propiedades.

Interpreta los racionales como campo (C1) sólo desde un nivel uno, estableciendo ecuaciones con los valores dados, pero no las resuelve.

Finalmente, identifica la fracción como medida desde un nivel cuatro, ya que logra realizar repartos iguales y los usa para modelar y dar solución a las situaciones problema.

Prueba de salida:

Tabla 13. Categorización prueba de salida estudiante cuatro

Pregunta	Categoría	Observaciones
1	F3 O4	Para encontrar la solución del problema la estudiante usa los porcentajes, sumando los valores conocidos, le resta al total lo que conoce (F3) y divide este resultado entre los ocho productos que conforman los ingredientes de la salsa de tomate (O4). Así halla un valor lo que le sobra es el otro valor. Acierta en la respuesta y argumenta su proceso.
2	R3 O3	Establece una regla de tres con los primeros datos dados (R3) y desde allí opera hallando la respuesta correcta desde un argumento válido (O3).
3	F1	Escribe los valores de los porcentajes que completan el todo (F1) separados por un slash pero marca otra respuesta que es incorrecta. No acierta en la respuesta y no muestra procedimientos.
4	F3 M4 E3 M3	Divide las áreas en partes iguales (M3), relaciona las partes sombreadas con el total para escribir la fracción (F2) y simplifica, pero no hasta la mínima expresión, en en los literales a y b si lo hace hasta la mínima expresión (E3). Para la recta tanto en a como en b, marca los valores de cero a uno y parte la unidad en las cantidades establecidas para cada ejercicio de forma proporcional (M4), para finalmente marcar las partes indicadas en el numerador (F3) y escribe la fracción representada en el lugar que ocupa en la recta. Las respuestas son acertadas.
5	M2 F2	Divide las áreas en partes iguales (M2) y establece la relación de las partes sombreadas y el total (F2), aplicando así el concepto de fracción como parte todo. Acierta en las respuestas.
6	R3 E3 D2	Establece la relación entre el peso y la estatura (R3), para esta última medida pasa de número mixto a decimal (E3), reemplaza los valores y calcula la potencia, para finalmente realizar la división, haciéndolo de forma directa (D2).
7	D3 O4	Plantea la regla de tres mediante una proporción con los números decimales, multiplica y divide (D3) expresa la respuesta en decimales (O4). Su respuesta es acertada y argumenta la respuesta.
8	O3	Multiplica de forma directa la cantidad entera por el numerador y divide por el denominador (O3). No escribe el signo de las fracciones indicadas. No determina el faltante.
9	No clasificable	Da una respuesta sin hacer uso de los datos dados, no aplica lo trabajado en las clases.
10	O3 A	Plantea la regla de tres para cada uno de los productos (O3) y compara estableciendo una relación de orden, argumentando así la respuesta correcta.

11	C2	Plantea la ecuación para la primera cantidad (C3), reemplaza el valor de la variable E, despeja y halla el valor desconocido. De esta misma forma opera todos los demás. Obteniendo una respuesta acertada para cada incógnita.
12	D3	Por medio de la interpretación de las gráficas y la tabla dada en la situación problema elige las afirmaciones verdaderas y la falsa, hallando así la respuesta correcta.

Ya para la prueba de salida se evidencia que la estudiante cuatro alcanza las interpretaciones del número racional como fracción (F), identificando sus características, propiedades, los usa para dar solución a situaciones problema y muestra un dominio reflexivo en el uso de las fracciones (F3). Frente a la interpretación como decimal (D), logra ubicarse en el nivel tres, dado que usa los decimales y sus propiedades para dar solución a las diferentes situaciones problema como los trabajados en las pruebas tanto en la entrada como en la de salida. En la interpretación como equivalencia (E) y como razón (R), se ubica en el nivel tres del sentido numérico, donde logra identificar equivalencias entre fracciones, decimales y porcentajes, también establece las razones entre cantidades. En la interpretación como operador (O), logra modelar ecuaciones, identificar variables y resolver las situaciones problema planteadas en la prueba de salida. Se evidencia un cambio en la estudiante cuatro, ~~en el~~ antes y después de aplicada la secuencia didáctica, muestra un avance en el manejo de las fracciones y decimales, establece razones, de éstas halla equivalentes, opera las cantidades y plantea ecuaciones, pero presenta dificultad para el trabajo relacionado con proporciones entre los grados de la circunferencia y los porcentajes, además en la pregunta nueve no usa un argumento matemático válido, sólo hace un análisis desde la información que tiene y presenta una respuesta no clasificable. Logra ubicarse en los niveles 4 de la interpretación de medida y operador, en las demás se ubica en el nivel tres como máximo.

A partir del análisis que se acaba de mostrar se puede concluir que los cuatro estudiantes muestran avance después de la implementación de la secuencia, independientemente de que estuviera mediada por el EVA o no; sin embargo, se evidencia un avance mayor en los estudiantes uno y dos, que pertenecen al grupo P, con respecto a los estudiantes tres y cuatro, que pertenecen al grupo C. Esto da muestras del aporte generado por el EVA en el fortalecimiento del sentido numérico de los racionales.

4.3 ANÁLISIS CUANTITATIVO

Para reafirmar la validez del análisis cualitativo, se desarrolla el análisis cuantitativo mediante la aplicación de la prueba de hipótesis desde dos perspectivas, un desarrollo de prueba de datos relacionados para determinar si existe un cambio significativo entre los resultados del mismo grupo en la prueba de entrada y salida; y la prueba de hipótesis de datos no relacionados, para establecer si existe diferencia significativa entre los resultados de la prueba de salida entre el grupo P, que trabajó con el entorno virtual de aprendizaje y el grupo C, que lo desarrolló sólo desde la secuencia didáctica.

4.3.1 Prueba de datos relacionados

Hipótesis del investigador:

- ¿Existirá una diferencia significativa entre **los promedios obtenidos** antes de la aplicación de la intervención con el entorno virtual o la secuencia didáctica (**prueba de entrada**) y los resultados obtenidos después de la intervención (**prueba de salida**)?

Para el desarrollo de la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 0.05, se tienen como hipótesis nula e hipótesis alternativa las siguientes opciones:

H_0 = No hay diferencia significativa entre los promedios obtenidos antes y después de la aplicación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje.

H_1 = Hay una diferencia significativa entre los promedios obtenidos antes y después de la aplicación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje.

Como se estableció previamente en la metodología de la investigación, se realiza para el desarrollo de la prueba de hipótesis se realiza un análisis longitudinal, bajo un estudio paramétrico de una prueba T student para muestras relacionadas, siempre y cuando se desarrollen los supuestos de normalidad desde la prueba de Shapiro Wilk (muestras pequeñas). A continuación se presentan los resultados de los supuestos de investigación:

Prueba de normalidad Shapiro Wilk

Criterio para determinar la normalidad:

$P - valor > \alpha$ Aceptar H_0 = Los datos corresponden a una distribución Normal.

$P - valor < \alpha$ Aceptar H_1 = Los datos no corresponden a una distribución Normal.

Tabla 14. Informe de SPSS-Prueba de normalidad

	Grupo	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
PruebaENTRADA	1	,200	16	,086	,932	16	,265
	2	,226	18	,016	,907	18	,076
PruebaSALIDA	1	,259	16	,005	,904	16	,092
	2	,181	18	,122	,905	18	,071

Tabla 15. Prueba de Normalidad

NORMALIDAD		
P- Valor (Prueba de entrada, Grupo P) = 0.265	>	$\alpha = 0.05$
P- Valor (Prueba de entrada, Grupo C) = 0.076	>	$\alpha = 0.05$
P- Valor (Prueba de Salida, Grupo P) = 0.092	>	$\alpha = 0.05$

P- Valor (Prueba de Salida, Grupo C) = 0.071	>	$\alpha = 0.05$
Conclusión: Los datos obtenidos de las pruebas de entrada y salida de los dos grupos provienen de una distribución Normal.		

Criterio de decisión prueba T' Student datos relacionados:

$P - valor < \alpha$ Se rechaza H_0 (Se acepta H_1)

$P - valor > \alpha$ No se rechaza H_0 (Se acepta H_0)

Tabla 16. Informe de SPSS-Prueba de muestras relacionadas

Par 1	PruebaENTRADA - PruebaSALIDA	Diferencias emparejadas				t	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior				Superior
		-,184	,205	,035	-,256	-,113	-5,241	33	,000

Tabla 17. Prueba de muestras relacionadas

PRUEBA DE MUESTRAS RELACIONADAS		
P- Valor (Prueba de entrada-Prueba de Salida) = 0.000	<	$\alpha = 0.05$
Conclusión: Hay una diferencia significativa entre los resultados obtenidos antes y después de la aplicación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje. Por lo cual, se concluye con un 95% de confiabilidad, que luego de la implementación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje, el promedio de éxito mejoró.		

4.3.2 Prueba de datos independientes

Hipótesis del investigador:

- ¿Existirá una diferencia significativa entre **los promedios obtenidos en prueba de salida** por parte de los estudiantes que realizaron la secuencia didáctica (**Grupo C**) y los que realizaron el entorno virtual de aprendizaje (**Grupo P**)?

Para el desarrollo de la prueba de hipótesis con un nivel de significancia del 0.05, se tienen como hipótesis nula e hipótesis alternativa las siguientes opciones:

H_0 = No hay diferencia significativa entre los promedios obtenidos por el grupo P y el grupo C en la prueba de salida.

H_1 = Hay una diferencia significativa entre los promedios obtenidos por el grupo P y el grupo C en la prueba de salida.

Como se estableció previamente en la metodología de la investigación, para el desarrollo de la prueba de hipótesis se realiza un estudio transversal, bajo un estudio paramétrico de una prueba T´student, para muestras independientes con varianzas iguales o diferentes, posterior a los supuestos de normalidad desarrollados con la prueba de Shapiro Wilk (muestras pequeñas), y la prueba de Levene para igualdad de varianzas, por lo que a continuación se presentan los resultados de los supuestos de investigación.

Prueba de Levene de igualdad de Varianzas.

Criterio para determinar igualdad de Varianzas.

$P - valor > \alpha$ Aceptar H_0 = Las varianzas son iguales.

$P - valor < \alpha$ Aceptar H_1 = Las varianzas son diferentes.

Tabla 18. Informe de SPSS-Prueba de varianzas

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas	
		F	Sig.
PruebaENTRADA	Se asumen varianzas iguales No se asumen varianzas iguales	2,153	,152
PruebaSALIDA	Se asumen varianzas iguales No se asumen varianzas iguales	6,994	,013

Tabla 19. Prueba de varianzas

Prueba de Levene de igualdad de Varianzas		
P- Valor (Prueba de entrada) = 0.152	>	$\alpha = 0.05$
P- Valor (Prueba de Salida) = 0.013	>	$\alpha = 0.05$
Conclusión: Los datos obtenidos de las pruebas de entrada y salida de los dos grupos tienen varianzas iguales.		

Criterio de decisión prueba T´ Student datos independientes:

$P - valor < \alpha$ Se rechaza H_0 (Se acepta H_1)

$P - valor > \alpha$ No se rechaza H_0 (Se acepta H_0)

Tabla 20. Informe de SPSS-Prueba de varianzas

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		t	gl	Sig. (bilateral)
		F	Sig.			
PruebaENTRADA	Se asumen varianzas iguales	2,153	,152	-2,230	32	,033
	No se asumen varianzas iguales			-2,273	30,770	,030
PruebaSALIDA	Se asumen varianzas iguales	6,994	,013	-3,317	32	,002
	No se asumen varianzas iguales			-3,229	24,533	,004

Tabla 21. Informe de SPSS-Prueba t para la igualdad de medias

prueba t para la igualdad de medias							
t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		
					Inferior	Superior	
-2,230	32	,033	-,096	,043	-,184	-,008	
-2,273	30,770	,030	-,096	,042	-,183	-,010	
-3,317	32	,002	-,184	,055	-,296	-,071	
-3,229	24,533	,004	-,184	,057	-,301	-,066	

Tabla 22. Prueba t muestras independientes

Prueba de muestras independientes		
P- Valor (Prueba de entrada) = 0.33	>	$\alpha = 0.05$
P- Valor (Prueba de Salida) = 0.02	<	$\alpha = 0.05$
<p>Conclusión:</p> <p>Como se establece desde la división de grupos en la prueba de entrada, no existe una diferencia significativa entre los promedios obtenidos por el grupo P y el grupo C, al momento de realizar la prueba de entrada.</p> <p>Pero se establece que en la prueba de salida, si existe una diferencia significativa entre el promedio de resultados obtenidos por el grupo P y C.</p> <p>Por lo cual, se concluye con un 95% de confiabilidad que luego de la implementación de la Secuencia Didáctica y el Entorno Virtual De Aprendizaje, el promedio de éxito del grupo que presentó el Entorno Virtual De Aprendizaje, mejoró significativamente con respecto al grupo que desarrolló solamente la secuencia didáctica.</p>		

4.4 ANÁLISIS CORRELACIONAL

Al ser contrastados los resultados de las categorías de análisis con la prueba de hipótesis, muestran que los estudiantes de ambos grupos (C y P) presentan mejoras significativas, de los resultados obtenidos en la prueba de salida con respecto a la prueba de entrada, en las preguntas que tienen como interpretación principal: el uso del número racional como fracción, como fracción decimal y como medida o punto de la recta. Por tal razón, se puede determinar que la implementación de la secuencia didáctica y el entorno virtual de aprendizaje, permite fortalecer el sentido numérico de los números racionales.

A partir de los resultados obtenidos del análisis cualitativo y cuantitativo, se puede afirmar que el uso del entorno virtual de aprendizaje permite mejorar de forma significativa los resultados en la prueba de salida, en mayor proporción que la sola implementación de la secuencia didáctica, donde los estudiantes que interactuaron con el entorno virtual de aprendizaje lograron establecer un mayor nivel de dominio del sentido numérico.

Es viable decir que el uso del entorno virtual de aprendizaje conlleva a mejorar de forma significativa del nivel de dominio del sentido numérico en las interpretaciones del número racional como fracción, decimal, operador multiplicativo y medida, pasando de un nivel de apropiación referente al conocimiento de las operaciones, al uso y aplicación de propiedades de los números racionales, en diferentes contextos, partir de problemas o situaciones problema y en términos del número racional, como clase de equivalencia, se pasó de un nivel de conocimiento a un nivel de evaluación reflexiva.

Para finalizar, los resultados del análisis de categorías, muestran que el entorno virtual de aprendizaje se puede mejorar en términos del uso del número racional como cociente algebraico, puesto que los puntos donde se aplica, evidencian un mayor nivel de fracaso, lo que determina en términos del nivel de dominio del sentido numérico para esta interpretación, que no se logra un cambio significativo.

Capítulo 5. CONCLUSIONES

A lo largo del desarrollo de la presente investigación se logró demostrar que el entorno virtual de aprendizaje, permite mejorar de forma significativa los diferentes niveles del sentido numérico, referente a las interpretaciones de los números racionales, basados en los resultados observados durante la implementación del EVA y la SD, así como en el contraste de las pruebas de entrada y salida de ambos grupos.

De allí se puede concluir que se logra diseñar una secuencia didáctica mediada por un entorno virtual de aprendizaje que una vez implementada, contribuye al desarrollo del sentido numérico en los estudiantes de grado noveno en situaciones problema, de contextos determinados. Los estudiantes logran resolver con éxito, las situaciones relacionadas con porcentajes, repartos, ubicación en la recta numérica y ya en contextos problema, situaciones de índice de masa corporal, tablas nutricionales y proporciones del cuerpo humano; esto se evidencia en los resultados de la prueba de salida, de los dos grupos (se dividió el grado noveno en dos grupos el que realizó la SD y el que desarrolló el EVA)

Como se observó en el análisis de resultados desde lo cuantitativo en la prueba de entrada (análisis transversal), los estudiantes de los dos grupos (C y P) parten con conocimientos similares y una vez implementada la secuencia, tras la prueba de salida, se evidencia un avance por parte de los dos grupos, donde los resultados del grupo P (desarrollan el EVA) son mejores que los del grupo C (solo desarrollan la SD), como se evidencia en la prueba de muestras independientes, la cual establece que el promedio de éxito del

grupo que presentó el EVA, mejoró significativamente con respecto al grupo que desarrolló solamente la SD.

Lo anterior se apoya en los resultados obtenidos en el análisis cualitativo, donde los estudiantes muestran mayor dominio reflexivo de los números (nivel 3) ; logran modelar y generar estrategias (nivel 4), para dar solución a las situaciones problema planteadas en la prueba de salida, a diferencia de lo evidenciado en la prueba de entrada en la cual llegaron en su mayoría a plantear y aplicar operaciones (nivel 2) y un pequeño grupo logró evaluar (nivel 3), lo que indica según Rojas (2012) que desarrollan un cambio en el sentido numérico, específicamente en las interpretaciones del número racional como fracción, decimal, equivalencia, medida y operador multiplicativo.

En el mismo sentido, dentro de la implementación de la secuencia, los estudiantes (grupo P) generaron argumentos apoyados en los diferentes recursos dados en el EVA y lograron establecer mejores resultados basados en los niveles del sentido numérico, lo cual evidencia que tras la implementación del EVA, el desarrollo del sentido numérico se fortalece a partir del uso de los diferentes recursos que éste posee.

Adicional se logra evidenciar en los procesos de socialización que los recursos implementados en cada una de las propuestas (SD y EVA) permiten fortalecer las argumentaciones y enriquecer las dinámicas de trabajo. Dado que se genera una orientación de actividades conjuntas de los estudiantes, a partir de las intervenciones específicas de cada grupo, logrando una participación desde diferentes perspectivas y que en términos generales representa un avance conjunto de los grupos, luego de la aplicación de la SD y del EVA.

Por otra parte, las categorías de análisis desarrolladas a partir de las interpretaciones del número racional y los niveles del sentido numérico, permiten la caracterización y descripción de pruebas, siendo congruentes con los resultados obtenidos en el análisis cuantitativo con las pruebas de hipótesis, tal que su implementación permite medir el grado de apropiación y el cambio del sentido numérico en los números racionales.

REFERENCIAS

- Baena, C. (2016). Unidad didáctica para desarrollar el sentido numérico de los estudiantes de grado séptimo teniendo como base los números enteros. (Tesis Maestría Enseñanza de las Ciencias Exactas), Universidad Nacional de Colombia.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2003). Sistemas numéricos y su didáctica para maestros. Granada: ReproDigital. Facultad de Ciencias. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf
- Bernal, D. (2016). Diseño de A.V.A que permite el fortalecimiento del pensamiento numérico en estudiantes de grado noveno. (Tesis de especialización educación en tecnología) Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.
- Bono, C. R. (2015). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. Barcelona, Facultad de Psicología, Universidad de Barcelona.
Recuperado de http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D_cuasi_y_longitudinales.pdf
- Brainerd, C. J. (1975). *The origins of the number concept*. Cambridge England: Cambridge University Press.
- Bravo, C. (2011) Uso De Las Tic Y Especialmente Del Blended Learning, Revista Educación y desarrollo Social. Universidad Militar de Granada.
- Brousseau, G. (2007). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage (primera edición en francés, 1998).
- Burbano, J., Luna, M. y Paya, O. (2015). Enseñanza de los números racionales mediante la implementación de un aula virtual como herramienta de aprendizaje en el grado séptimo de la institución educativa Instituto Técnico de Santander de Quilichao. (Tesis de especialización en informática y multimedia en educación) Fundación Universitaria los Libertadores. Santander de Quilichao. Colombia.
- Castaño, N. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. (Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias) Universidad autónoma de Manizales. Manizales. Colombia.

- Chiappe, A. & Manjarres, G. (2013) Incidencia de un ambiente virtual de aprendizaje blenden, en la transformación de competencias matemáticas en estudiantes universitarios. *Ciência & educação* (Bauru), 10(1), 113-122.
- Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. In C. Coll, I. Palacios, & A. Marchesi (Eds.), *Desarrollo Psicológico y Educación 2. Psicología de la Educación Escolar* (pp. 157–186). Madrid: Alianza Editorial.
- Córdoba, J. (2014). Las TIC en el Aprendizaje de las Matemáticas : ¿ Qué creen los Estudiantes ? . Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/282014466_LAS_TIC_EN_EL_APRENDIZAJE_DE_LAS_MATEMATICAS_QUE_CREEN_LOS_ESTUDIANTES
- Díaz Barriga, A. (2013). SECUENCIAS DE APRENDIZAJE. *Revista de currículum y educación de profesorado*, 17(3).
- Freudenthal, H. (1985). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, the Netherland: D. Reidel.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI, S. L. Fotocopias. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cid, E. (2002). Sistemas numéricos y su Didáctica. In *Matemáticas y su Didáctica para Maestros* (pp. 167–412). Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Gómez, C. (1998). Números racionales y razonamiento proporcional: una propuesta curricular basada en los estándares del NCTM. *Revista EMA*, 3(2), 123–134. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1072/>
- Gómez, M. (2000). *Las matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico*. Sevilla: Grafitrés SL.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Funes*, 93-111. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/319/>

- González-lópez, E., García-lázaro, I., Blanco-alfonso, A., & Otero-puime, A. (2010). Aprendizaje basado en la resolución de problemas : una experiencia práctica. *Revista Fundación Educación Médica.*, 13(1), 15–24.
- Hernández Rodríguez, O., Fernandez, J., Quintero Ana H., & Velázquez, A. (2015). Sentido numérico: más allá de los números. Autores.
- Herrera. B. (2006) Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. Universidad Autónoma Metropolitana, México D.F. revista iberoamericana de educación. Número 38/5. 25- 04-06. *Versión disponible en formato PDF en <http://rieoei.org/1326.htm>*
- Lest, D. A. (1976). *Números y Medidas*. Washington: Papers from a Research.
- Mancera. E. (1992). Significados y significantes relativos a las fracciones. *Educación Matemática* 4, 2, 30-54.
- Maza Gómez, C. (2000). Las Matemáticas de la antigüedad y su contacto histórico. (G. SL, Ed.) (p. 325)
- Ministerio de Educacion Nacional de Colombia. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. (MEN, Ed.), Cooperativa Editorial Magisterio (p. 103). Bogotá D.C.
- Piaget, J. (1952). *The Child's conception of number*. New York: Academic Press.
- Polya. G. (1954). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Princenton.
- Kieren. (1976). Perspectiva sobre los números racionales. En R. Lest, & D. A. Bradbard, *Números y Medidas* (págs. 108-151). Washington: Papers from a Research.
- Obando. G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*. VOL. 8, N° 2, 157-182. Universidad de Antioquia, Facultad de educación. Medellín Antioquia.
- Obando, G. (2006). *Módulo 1: Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín: Editorial Artes y Letras.
- Rey, P. J., & Puig, A. (1951). *Elementos de la aritmética Racional*. Madrid: Nuevas Gráficas.

- Ríos García, Y. J. (2011). Concepciones sobre las fracciones en docentes en formación en el área de matemática. *Omnia*, 11-33.
- Rodríguez. J. (2008). Algunas teorías para el diseño instructivo de unidades didácticas Unidad didáctica: “El alfabeto griego”. *Revista de Educación a Distancia*, 20, <http://www.um.es/ead/red/20/rodriguez.pdf>
- Javier, P., & Garzón, R. (2012). Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos, 1–128. (Tesis Doctorado Interinstitucional en Educación)
- Silva Q. (2011) *Diseño y moderación E.V.A.* Editorial UOC. Barcelona. España.
- Universidad de Murcia. (1 de 5 de 2018). La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. Obtenido de http://www.ub.edu/dikasteia/LIBRO_MURCIA.pdf
- Trigueros, M., & Ursini, S. (2006). ¿Mejoran la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Educación Matemática*, 18, 5–38
- Vasco, C. (1991). El archipiélago Fraccionario. *Notas de Matemáticas y Estadística*, 31, 1-33
- Vergnaud. G (1983). *Estructuras Multiplicativas*. Lest & Landau.

Anexos

A continuación se presentan los anexos del trabajo de grado, dentro de los cuales se encuentran la Secuencia Didáctica, el Link del video de muestra del EVA, las cartas de validación de expertos y los resultados de cuatro estudiantes referentes a las pruebas de entrada y salida.

Secuencia Didáctica

Come Racionalmente

Ambiente virtual de aprendizaje, Come Racionalmente



Autores:
Diana Bernal Varela
Andrés Felipe Caro Moreno

INTRODUCCIÓN

La secuencia en esta investigación es una herramienta que permite cambiar el escenario de aprendizaje y desarrollar estrategias que favorezcan la formación de los estudiantes. Se plantea con el propósito de involucrar los conceptos y procedimientos a enseñar con su didáctica pertinente.

La secuencia se plantea según la línea de Díaz Barriga (2013), quien la define como un conjunto de actividades de aprendizaje previstas en la planeación docente cuya estructura orienta la tarea de aprender. p. 9.

La estructura de la secuencia didáctica se desarrolla a partir de tres tipos de actividades, inicialmente se trabaja una actividad de apertura, donde se motiva y genera expectativa en el estudiante para iniciar el trabajo. Se continúa con algunas actividades de desarrollo, donde se generan interrogantes que van conduciendo al estudiante a cuestionarse, a consultar y a ir construyendo sus propios significados. Y se finaliza con una actividad de cierre, donde se pretende retroalimentar el proceso logrando los objetivos trazados.

Para el proceso de evaluación también se tendrán tres momentos. Se inicia con una prueba diagnóstica (pre-test) para identificar los conceptos previos con lo que inician los estudiantes, durante todo el proceso se realizan actividades de seguimiento, donde se verifican los avances de los estudiantes y se determina la viabilidad de continuar o por el contrario si se requiere fortalecer el proceso. Y se finaliza con una evaluación de cierre (pos-test) donde se verifican los alcances de la secuencia.

Toda la secuencia se establece dentro del contexto de la nutrición y alimentación de los estudiantes. Ya que este se considera un aspecto relevante en la formación y crecimiento de los jóvenes hoy en día, de allí se desencadenan desórdenes alimenticios como bulimia, anorexia, entre otros, y de forma implícita se espera dejar un mensaje en los estudiantes para prevenir esto o por lo menos generar conciencia.

La secuencia se diseña para dos grupos, con uno de ellos se incorpora un ambiente virtual de aprendizaje y con el otro no. Los diseños de las actividades para los dos grupos son iguales, la variación está en los recursos tecnológicos usados para la implementación del A.V.A. entre ellos foros, enlaces a páginas web, formularios y videos.

La secuencia tiene dos unidades de trabajo, cada una con una cuenta con una descripción general, donde se establece la intencionalidad y el contexto de trabajo. Adicional a esto se incorpora una tabla donde se marca la ruta de aprendizaje.

UNIDAD 1: Tablas nutricionales

Descripción general

El propósito de esta unidad es hacer la introducción al universo de los números racionales y trabajar las interpretaciones de este conjunto numérico como fracción, decimal y equivalencia.

El contexto usado para desarrollar la unidad es la información que aportan las tablas nutricionales de los productos que comemos en el día a día.

RUTA DE APRENDIZAJE

SESIÓN	ETAPA	IDEAS CLAVE	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DESEMPEÑOS ESPERADOS
1 1 hora de clase	Apertura	Los números racionales se pueden expresar mediante fracciones, decimales y porcentajes.	Planteamiento de la situación contextualizada que orientará la unidad 1 Elaboración del comercial publicitario sobre producto elegido Socialización del resultado final y resolución de preguntas planteadas	Identifico la información que representan los números de la tabla desde sus diferentes formas: fracciones, decimales y porcentajes. Interpreto la información dada en la tabla nutricional y la uso para mostrar la favorabilidad del producto en el comercial. Expreso mis ideas sobre los números racionales en un contexto y planteo preguntas.
2 2 horas de clase	Desarrollo	Interpretación del número racional como fracción Fracción como relación entre la parte y el todo (Unidad) Representación gráfica y simbólica de la fracción	Consulta de la información que contiene la tabla nutricional Elaboración de tabla nutricional Cálculo de totales en cada producto según su especificación de cada porción. Resolución de preguntas orientadoras	Identifico los atributos de la fracción como parte todo presentada en la tabla de cada producto. Resuelvo las preguntas planteadas usando argumentos matemáticos (atributos de la fracción como parte todo) y representaciones graficas
		Interpretación del número racional como decimal Expresión decimal de los racionales: decimal exacto, inexacto (periódico puro, periódico mixto) Operaciones entre números decimales	Hallar contenidos de los productos haciendo equivalencias entre la fracción y su expresión decimal (exacta, pura y mixta) Representar los contenidos de los productos en la recta numérica e identificar su relación de orden Calcular contenidos mediante las operaciones entre decimales	Construyo representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades fraccionarias y decimales. Identifico los registros decimales, la fracción decimal y el porcentaje como equivalentes. Describo y utilizo diferentes algoritmos convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y uso para dar sentido a las situaciones planteadas de las tablas nutricionales.
3 1 hora de clase	Desarrollo	Interpretación del número racional como equivalencia	Comparación de tablas nutricionales identificando equivalencias. Construcción de domino de equivalencias entre fracciones, decimales, porcentaje y representación gráfica.	Comprendo el número racional como una clase de equivalencia. Identifico la fracción generatriz a partir de la simplificación de una fracción. Determino si dos o más fracciones son equivalentes. Represento gráficamente o con material tangible fracciones equivalentes.
4 1 hora de clase	Cierre y evaluación	Uso de los números racionales en forma de fracción, decimal y clases de equivalencia para dar solución a situaciones problema.	Planteamiento de situaciones para dar solución y resolver preguntas planteadas.	Identifico los atributos de la fracción como parte todo, numero decimal y clases de equivalencia. Uso diferentes algoritmos diferentes al realizar operaciones entre números racionales para dar solución a cuestionamiento en una situación específica Construye representaciones pictóricas y simbólicas para modelar situaciones problema que involucran numero racionales. Usa las propiedades y relaciones de los números racionales para argumentar sus estrategias, planteamientos y hallazgos en sus intervenciones.

DESARROLLO POR SESIÓN

SESIÓN 1

Intencionalidad:

Se espera que los estudiantes se involucren con la situación de las tablas nutricionales y den a conocer los preconceptos que tiene respecto a los números racionales.

Nota: Antes de iniciar la sesión uno se solicitará el grupo 2 que ingrese a la plataforma, se inscriba y navegue en ella.

Ideas clave:

- Los números racionales se pueden expresar mediante fracciones, decimales y porcentajes.

Desempeños esperados:

- Identifico la información que representan los números de la tabla desde sus diferentes formas: fracciones, decimales y porcentajes.
- Interpreto la información dada en la tabla nutricional y la uso para mostrar la favorabilidad del producto en el comercial.
- Expreso mis ideas sobre los números racionales en un contexto y planteo preguntas.

Recursos:

Producto de consumo favorito que contenga una tabla nutricional

Celular con cámara

Desarrollo:

Primera parte (Grupo 1 y 2)

Se hace una introducción al curso resaltando la importancia de los números racionales en la vida cotidiana y los beneficios de estos, sí se comprenden y usan de una forma adecuada. Adicional a esto, se resalta la importancia del trabajo autónomo y colaborativo durante la intervención, siempre en aras de un aprendizaje más allá de la memorización y mostrando de forma clara el uso de lo que se aprende en la resolución de situaciones problema.

Se les plantea la situación de las tablas nutricionales, para ello se organizan los estudiantes por parejas, se les da los productos con las tablas nutricionales y se les muestran las siguientes indicaciones para el comercial publicitario.

Para el comercial cada pareja debe ofrecer el producto resaltando los componentes que se expresan en la tabla nutricional a partir de las cantidades allí establecidas numéricamente según cada porción.

Porcentaje de calorías, grasas, azúcares, sales y carbohidratos, según cada producto.

Se debe grabar un video de uno a dos minutos.

El tiempo total que se tienen para planear el video, grabarlo y editarlo es de 30 minutos, se ajustara tiempo según evolución de ejercicio.

Para finalizar la primera parte se les habla sobre la importancia de saber que comemos y de que se componen los alimentos que consumimos a diario y se plantea el interrogante ¿sabes de qué se componen, los alimentos que consumimos?

Segunda parte (Grupo 1 y 2)

Se dispone el curso en media luna para hacer la respectiva presentación del comercial de cada pareja. Una vez todos hallan pasado, se plantean las preguntas por parte del docente y compañeros sobre los comerciales presentados y se escuchan algunas opiniones e interpretaciones que se le da a la información allí presentada.

Posibles preguntas del docente:

¿Qué entendemos cuando en la tabla nutricional nos dicen? :

- tamaño por porción 1 paquete (15g)
- Sodio 125mg, 5%
- grasas total 4,5g: saturadas 25%, poliinsaturadas 15%, mono insaturadas 35% y trans 25%. Entonces podemos decir ¿cuántos gramos son polinsaturadas o trans?

Con estas incógnitas se cierra esta parte y se motiva a los estudiantes a responderlas al finalizar toda la unidad.

Tercera parte

Cada pareja debe hacer una conclusión de lo aprendido en la sesión y puede plantear los interrogantes adicionales que quedan.

De las conclusiones y preguntas de los estudiantes, el docente hará una recopilación y deja para indagar en casa lo siguiente:

¿Qué encontramos en las tablas nutricionales? ¿Qué información nos aporta?

El grupo 1 lo hará en el cuaderno y el grupo 2, debe ingresar a la plataforma, visitar la unidad 1, subir las respuestas a las preguntas en la pestaña **Tarea: tablas nutricionales** y subir el video en la pestaña -2. **Comerciales**.

SESIÓN 2

Intencionalidad:

Lograr que los estudiantes construyan la interpretación de los racionales como fracción y decimal desde un contexto cercano para ellos como lo es su alimentación.

Ideas clave:

- Interpretación del número racional como fracción
- Fracción como relación entre la parte y el todo (Unidad)
- Representación gráfica y simbólica de la fracción
- Interpretación del número racional como decimal
- Expresión decimal de los racionales: decimal exacto, inexacto (periódico puro, periódico mixto)
- Operaciones entre números decimales

Desempeños esperados:

- Identifico los atributos de la fracción como parte todo presentada en la tabla de cada producto.
- Resuelvo las preguntas planteadas usando argumentos matemáticos (atributos de la fracción como parte todo) y representaciones graficas
- Construyo representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades fraccionarias y decimales.
- Identifico los registros decimales, la fracción decimal y el porcentaje como equivalentes.
- Describo y utilizo diferentes algoritmos convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y uso para dar sentido a las situaciones planteadas de las tablas nutricionales.

Recursos:

- Guía sobre un producto con sus componentes, con indicaciones para elaboración de tabla nutricional
- Formato de tabla

Desarrollo:

Primera parte

Se socializa lo encontrado por los estudiantes sobre la consulta ¿Qué encontramos en las tablas nutricionales? y ¿Qué información nos aporta?

Se establece la forma como se elabora una tabla nutricional y se dan las instrucciones para el trabajo de la sesión.

Se deben organizar por parejas para entregar el material e iniciar la construcción de la tabla nutricional del producto que se les asigne.

Segunda parte

Cada grupo encontrará una guía con lo siguiente:

1. Una tabla con el reporte del contenido de nutrientes de un producto específico
2. El paso a paso para calcular grasas, sodio, carbohidratos, azúcares, vitaminas y demás elementos que contenga el producto.
3. Un formato de tabla para diligenciar

Una vez construida la tabla se plantearán las siguientes preguntas y situaciones:

Tercera parte

Cada grupo socializará la tabla que elaboró comunicando las dificultades presentadas y las preguntas que les surgieron.

El docente hará una intervención recopilando lo trabajado y usándolo como ejemplo para mostrar el racional como fracción, su relación entre las partes y el todo, la equivalencia entre las fracciones, decimales y porcentajes, así como su representación gráfica y operaciones básicas entre racionales. Esto se hará mediante una presentación elaborada en Prezi.

Actividad adicional para casa:

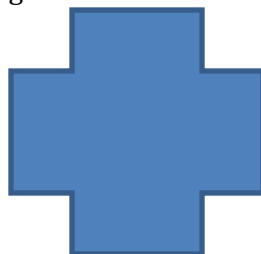
Para el grupo 1:

Resolver los siguientes ejercicios a partir de lo trabajado en la clase:

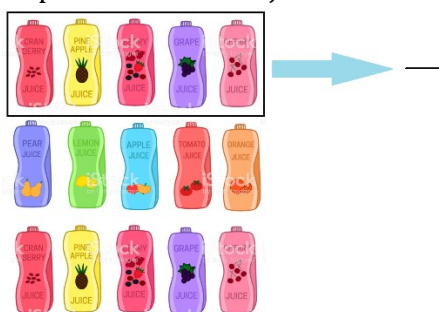
Decir que 15% son azúcares, ¿es equivalente a decir en azúcar hay $\frac{3}{20}$? Explicar la respuesta.

Si tenemos que las $\frac{2}{13}$ partes de calcio, ¿entonces tenemos que el resto del contenido sería?

Si nos piden representar la siguiente situación, “cuatro bebidas lácteas de una caja de 12, son de mora” la caja tiene forma de cruz. ¿El gráfico correcto cuál sería?



La parte total de la caja de bebidas representada en la imagen es:



Resolver las siguientes operaciones, planteando las preguntas que surjan durante su desarrollo:

$$a) \left[\left(\frac{5}{2} \right) \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2} \right)^{-2} \right]^6 : \left(\frac{5}{2} \right)^5$$

$$b) \left(\frac{1}{9} - \frac{7}{6} \right) \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10} \right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right)$$

c) 75 décimas más 13 milésimas, disminuido en 7 décimas, multiplicado por 2 y dividido en 12 milésimas es equivalente a _____

Nota: plantear el ejercicio y realizar las operaciones.

Para el grupo 2:

Deben ingresar a la plataforma y resolver la tarea

Allí encontraran algunos videos que les ayudaran para resolver su tarea.

SESIÓN 3

Intencionalidad:

Lograr que los estudiantes construyan la interpretación de los racionales como equivalencia desde el juego y de situaciones contextualizadas.

Ideas clave:

- Interpretación del número racional como equivalencia

Desempeños esperados:

- Comprendo el número racional como una clase de equivalencia.
- Idéntico la fracción generatriz a partir de la simplificación de una fracción.
- Determino si dos o más fracciones son equivalentes.
- Represento gráficamente o con material tangible fracciones equivalentes.

Recursos

Tabla con situación problema: contenido de las cajas del pedido enviado.

Material para elaborar Domino

Desarrollo:

Primera parte

Se inicia la clase con un juego de introducción:

El docente inicia diciendo me voy de viaje y voy a llevar $\frac{3}{4}$ de queso y puedo ir, el estudiante debe decir “me voy de viaje y voy a llevar (una cantidad fraccionaria) de cualquier producto, el docente o los estudiantes que comprendan la condición de equivalencia pueden decir si lo llevamos a no al viaje.

La idea es que se den cuenta de la regularidad en las fracciones equivalentes y desde allí socializan las nociones que tiene sobre estas, para darle paso al trabajo central.

Segunda parte

Se da a conocer la situación a resolver:

Se tiene una reclamación sobre un pedido enviado la semana pasada donde el cliente reclama, ya que no se le enviaron las cajas con productos equivalentes según las porciones. Debemos contestar la reclamación y verificar si hubo error y quien lo cometió para poder hacer los correctivos necesarios.

El cliente adjunto las facturas miremos:

PRODUCTO (gramos)	FACTURA DEL PEDIDO DETALLADO POR CONTENIDO DE CADA CAJA		
	CAJA 1	CAJA 2	CAJA 3
1	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{8}{28}$
2	25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{2}{14}$	14,28571	$\frac{4}{28}$
4	—	$\frac{7}{28}$	—
Total	2000 g		2000 g

Se deben organizar en grupos de tres personas y resolver la situación:

¿Qué podemos concluir de con contenidos de las cajas?

¿Dónde está el error del pedido?

Elaborar la respuesta sobre la reclamación y presentarla

Deben socializar cada respuesta y responder las preguntas que les surjan a sus compañeros.

Tercera parte

En los mismos grupos deben elaborar un domino de fracciones equivalentes, relación con los decimales, porcentajes y gráficas.

Deben jugar con él y generar estrategias para ganar teniendo en cuenta lo aprendido.

CIERRE Y EVALUACIÓN

Intencionalidad:

Identificar el avance en la construcción de las interpretaciones del racional como fracción, decimal y clases de equivalencia puesto en situaciones contextualizadas.

Ideas claves:

- Uso de los números racionales en forma de fracción, decimal y clases de equivalencia para dar solución a situaciones problema.

Desempeños esperados:

- Identifico los atributos de la fracción como parte todo, número decimal y clases de equivalencia.
- Uso diferentes algoritmos diferentes al realizar operaciones entre números racionales para dar solución a cuestionamiento en una situación específica
- Construye representaciones pictóricas y simbólicas para modelar situaciones problema que involucran números racionales

Recursos:

Prueba escrita

Desarrollo:

De forma individual con apoyo del material trabajado durante toda la unidad se evaluará lo aprendido mediante la siguiente prueba escrita.

1. En una planta de producción se está realizando un estudio de su población y se encontró que las $\frac{4}{11}$ partes de los empleados son de género femenino. El gerente considera que hay preferencia en el proceso de selección por este género por esto hay más mujeres que hombres en la planta.
¿Esta afirmación es verdadera o falsa? Argumentar

2. Construir la tabla nutricional del siguiente producto:

Producto: jugo refrescante

Contenido: 250 ml

Para construir una tabla nutricional es necesario tener el reporte del contenido de nutrientes, del producto, en este caso lo tendremos para 100 ml del jugo. Y los valores de referencia de los nutrientes para calcular los porcentajes del valor diario. Esa información la encontramos en las siguientes tablas:

NUTRIENTE	CANTIDAD
Calorías	112
Proteínas	12 g
Grasas	4 g
Grasa saturada	0 g
Carbohidratos	28 g
Azúcares	28 g
Fibra dietaria	1 g
Sodio	65 mg
Ingredientes	Agua, jugo y pulpa de fruta, azúcares, ácido cítrico y ácido ascórbico.

Reporte analítico del contenido de nutrientes en 100 ml de jugo refrescante.

Tabla 1

La cantidad de referencia según la normatividad para las bebidas son 200 ml, como nuestro producto contiene 280 ml, tenemos una sola porción.

Valores de referencia de los nutrientes para calcular los porcentajes de valores diarios

Nutriente	Valor de referencia
Grasa Total	65 g
Grasa saturada	20
Grasa trans	NE
Colesterol	300 mg
Sodio	2400 mg
Carbohidratos totales	300 g
Fibra dietaria	25 g
Azúcares	NE
Proteína	50 g
Vitamina A	5000 UI
Vitamina C	60 mg
Calcio	1000 mg
Hierro	18 mg

Tabla 2

Unidad 2: Índice de masa corporal (IMC)

Descripción general

El propósito de esta unidad continúa con el trabajo en el universo de los números racionales y busca desarrollar las habilidades en las interpretaciones de este conjunto numérico como medida, operador multiplicativo y cociente sin dejar de lado el trabajo con las interpretaciones de fracción, decimal y equivalencia.

El contexto usado para desarrollar la unidad es el desarrollo y medida del cuerpo humano con el fin de establecer las cualidades que debe tener un cuerpo cuando se encuentra en sobre peso o por debajo de este a partir de diferentes factores.

RUTA DE APRENDIZAJE

SESIÓN	ETAPA	IDEAS CLAVE	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DESEMPEÑOS ESPERADOS
1 1 hora de clase	Apertura	Los números racionales en las medidas y figuras se pueden expresar mediante fracciones, decimales y porcentajes.	Plantear ideas iniciales de la situación contextualizada que orientará la unidad 2 Elaborar un dibujo a escala del cuerpo humano según las medidas. Socializar el resultado final y resolución de preguntas planteadas	Mido por medio de herramientas de medida objetos y partes del cuerpo. Interpreto y realizo una escala con las medidas tomadas la uso para mostrar las relaciones entre el cuerpo. Expreso mis ideas sobre los números racionales en un contexto y planteo preguntas.
2 2 horas de clase		Interpretación del número racional como medida Relación y utilización las diferentes representaciones del número racional para medir objetos y cuerpos. Representación de medidas en planos.	Consultar los conceptos de simetría corporal Elaborar un dibujo de su cuerpo respetando las escalas de medida. Calcular porcentajes y establecer relaciones entre las medidas de diferentes partes del cuerpo. Resolver de preguntas orientadoras	Identifico las proporciones como una relación geométrica que se puede expresar por medio del uso de fracciones, decimales y porcentajes. Resuelvo las preguntas planteadas usando argumentos matemáticos y representaciones gráficas.
		Interpretación del número racional como proporción. Expresión de proporciones en diferentes contextos, como es la arquitectura, el arte y la naturaleza.	Hallar proporciones entre diferentes partes de la cara, haciendo equivalencias entre ellas. Representar las medidas del cuerpo por medio de proporciones, razones y porcentajes. Calcular porcentajes con las medidas de las diferentes partes del cuerpo.	Construyo representaciones pictóricas para ilustrar relaciones entre las proporciones que guarda un objeto. Identifico patrones y proporciones a partir de cálculos simples por comparación en regla de tres. Describo la relación del teorema de tales para establecer proporciones y simetrías en cuerpos.
3 1 hora de clase	Desarrollo	Interpretación del número racional como operador escalar. Operaciones entre las medidas que dan como resultado una proporción entre las partes del cuerpo y una escala proporcional.	Comparar los resultados de las medidas y proporciones para estimar según la altura de una persona y su género cual debería ser la medida de los miembros de su cuerpo aproximadamente. Construir una tabla de escalas entre la altura y las partes del cuerpo.	Comprendo el número racional como un operador que permite hacer relaciones entre el todo y las partes. Determino a partir de una medida otras por medio de un operador escalar. Represento gráficamente las medidas del cuerpo en una hoja de cuaderno estableciendo para ello una escala fiable.
4 1 hora de clase	Cierre y evaluación	Uso de los números racionales en sus diferentes interpretaciones para dar solución a situaciones problema.	Plantear diferentes situaciones para dar solución y resolver preguntas planteadas. Utilizar las diferentes interpretaciones de los números racionales para solucionar ejercicios prácticos y determinar si existen proporciones o patrones en diferentes contextos. Hacer uso de las operaciones de los números racionales y establecer equivalencias entre proporciones, medidas y cantidades.	Identifico los atributos de la fracción como parte todo, número decimal, operador, medida, razón y clases de equivalencia. Uso diferentes algoritmos diferentes al realizar operaciones entre números racionales para dar solución a cuestionamiento en una situación específica que está diseñada desde la geometría Construyo representaciones pictóricas y simbólicas para modelar situaciones problema que involucran los números racionales. Usa las propiedades y relaciones de los números racionales para argumentar sus estrategias, planteamientos y hallazgos en sus intervenciones.

DESARROLLO POR SESIÓN

SESIÓN 1

Intencionalidad:

Se espera que los estudiantes se involucren con la situación del índice de masa corporal para ello se inicia con un trabajo evocado a determinar características que permiten establecer si una persona está en un peso adecuado o con sobrepeso según una sola variable como lo es su masa (determinado con una balanza).

Nota: Antes de iniciar la sesión uno se solicitará a los dos grupos que realicen las medidas de su cuerpo sin ninguna restricción con el fin de establecer cuales partes de su cuerpo consideran relevante al momento de realizar las medidas.

Ideas clave:

- Los números racionales se pueden expresar mediante medidas con el uso de fracciones, decimales y porcentajes.

Desempeños esperados:

- Mido por medio de herramientas de medida objetos y partes del cuerpo.
- Interpreto y realizo una escala con las medidas tomadas la uso para mostrar las relaciones entre el cuerpo.
- Expreso mis ideas sobre los números racionales en un contexto y planteo preguntas.

Recursos:

Metro de costura.

Regla.

Balanza o pesa.

Desarrollo:

Primera parte (Grupo 1 y 2)

Se hace una introducción a la segunda unidad del curso resaltando la importancia de los números racionales en la vida cotidiana y los beneficios de estos, sí se comprenden y usan de una forma adecuada en cuanto a las mediciones que se toman en la vida cotidiana. Adicional a esto, se resalta la importancia del trabajo autónomo y colaborativo durante la intervención, siempre en aras de un aprendizaje más allá de la memorización y mostrando de forma clara el uso de lo que se aprende por medio del uso y su aporte al momento de realizar afirmaciones en torno a la obesidad.

A partir de la introducción a la temática de la obesidad y la forma en la que se determina que una persona se encuentra en un estado de obesidad, esto por medio de un debate en grupo en el aula, con el cual se busca determinar la importancia de establecer variables que

afectan con la interpretación inicial que tenemos de ese término y como estos factores serían cuantificables o medibles.

Posterior a ello se realiza la medición de diferentes partes del cuerpo con el objetivo de realizar un acercamiento al uso del número racional en la medida, para ello se toman las mediciones corporales de cada uno de los estudiantes de forma específica para cada parte del cuerpo, haciendo uso del metro y de la balanza para la medida del peso en Kg. Las medidas del cuerpo que se tomarán en cuenta para el desarrollo de las actividades son:

1. Pecho 2. Brazo 3. Antebrazo 4. Pierna 5. Pantorrilla 6. Cintura 7. Cuello
8. Cadera 9. Hombro 10. Espalda 11. Brazo 12. Cabeza 13. Pierna Femoral 14. Pierna Tibial 15. Pie 16. Mano 17. Dedos.

Para el acercamiento del número racional se va a trabajar con la representación de Leonardo Da Vinci del hombre de Vitrubio, con el fin de establecer un modelo escalado del cuerpo de cada estudiante, para ello los estudiantes deben representar su cuerpo en este tipo de representación. Como contextualización adicional se presentará la información acerca de la simetría y la proporción en el cuerpo humano presente para el bodybuilding.

Para finalizar la primera parte se les habla sobre la importancia de saber cómo medimos y que factores hay que tener en cuenta al momento de realizar estas mediciones con la mayor precisión posible, como es el caso de la medición de los brazos ya que implica que estas se realicen teniendo en cuenta un punto específico que marque el inicio y otro final, y que no admita ambigüedades.

Segunda parte (Grupo 1 y 2)

Se dispone el curso en media luna para la comparación de las medidas del cuerpo de cada una de las parejas o tríos de estudiantes, con lo cual se busca establecer si las medidas de las extremidades del cuerpo de cada una de las personas son iguales en sus partes del lado derecho e izquierdo, con el fin de romper una ilusión en la cual se expresa que las partes del cuerpo son totalmente simétricas.

Tercera parte

Cada pareja o trío debe hacer una conclusión de lo aprendido en la sesión y puede plantear los interrogantes adicionales que quedan.

De las conclusiones y preguntas de los estudiantes, el docente hará una recopilación y deja para indagar en casa lo siguiente:

¿Qué medidas del cuerpo humano tiene un ser perfecto geoméricamente?

¿Cómo podemos determinar que somos simétricos y que factores intervienen en esto?

¿Por qué se dice que las medidas de una reina deben ser 90 60 90, a que se refiere, y de qué depende?

SESIÓN 2

Intencionalidad:

Lograr que los estudiantes construyan la interpretación de los racionales como razón proporcional, operador escalar, y medida desde un contexto cercano para ellos como lo es su percepción corporal.

Ideas clave:

- Interpretación del número racional como proporción geométrica
- Fracción como relación entre la parte y el todo.
- Representación gráfica y simbólica del racional como razón.
- Interpretación del número racional como escalar.
- Operaciones entre números racionales como operador escalar y magnitudes geométricas.

Desempeños esperados:

- Identifico las proporciones como una relación geométrica que se puede expresar por medio del uso de fracciones, decimales y porcentajes.
- Resuelvo las preguntas planteadas usando argumentos matemáticos y representaciones gráficas.
- Construyo representaciones pictóricas para ilustrar relaciones entre las proporciones que guarda un objeto.
- Identifico patrones y proporciones a partir de cálculos simples por comparación en regla de tres.
- Describo la relación del teorema de tales para establecer proporciones y simetrías en cuerpos.

Recursos:

Guía y representación del hombre de Vitrubio para la representación de medidas.

Guía sobre el caso específico del actor “La Roka” para comparar con las acciones de simetría y proporcionalidad sus medidas corporales según las indicaciones para elaboración de proporciones corporales.

Cuestionario de relaciones de proporcionalidad.

Desarrollo:

Primera parte

Este espacio inicia con la consulta y revisión de los conceptos de proporción en el cuerpo humano desde la parte matemática vista desde la proporción Griega y los modelos de proporción aurea, con la intencionalidad de relacionar el cuerpo proporcional con las condiciones físicas de los cuerpos. La relación en torno a la proporcionalidad geométrica de las medidas y el contraste con las medidas tomadas por parte de los estudiantes.

A partir de la revisión de artículos y videos referentes a las proporciones en el arte, la naturaleza y la arquitectura, así como la revisión del video de Donald y las matemáticas en la parte que habla de las razones y proporcionales encontradas por los griegos en los diferentes escenarios de la vida cotidiana.

Seguido de ello se retoma el trabajo desarrollado en la sesión anterior con el fin de confrontar las medidas tomadas en cuanto el largo de las extremidades del cuerpo con respecto a la proporcionalidad aurea, y revisar que tan áureos resultan ser los cuerpos a partir de la comparación entre las medidas arrojadas tras las mediciones.

Segunda parte

Después de la revisión de las proporciones entre las diferentes partes del cuerpo se pedirá que en parejas se revisen las proporciones que se generan de la relación entre las dos magnitudes medidas, las proporcionalidades existentes entre las medidas como lo son la estatura, las medidas del grosor de las partes del cuerpo y el peso del cuerpo.

Se verán los estados críticos dentro de esta relación, con el fin de estudiar las proporciones de bulimia y anorexia, y realizar una confrontación entre medidas que indican peso y grasa desde la aproximación al índice de masa corporal desde la parte empírica.

Actividad: Realizar los procesos de división entre números decimales para sacar índices de proporcionalidad empíricos.

Tercera parte

Cada grupo socializará la tabla que elaboró con las medidas y las proporciones que encontraron de sus cuerpos.

El docente reunirá las proporciones y en grupo se establecerá relaciones y diferencias entre patrones que se observen o regularidades entre las proporciones que se encontraron. Con el fin de establecer proporciones que modelen la población del salón.

Actividad adicional para casa:

Para el grupo 1: Elaborar un dibujo a partir del diagrama del hombre de Vitrubio con las medidas de su cuerpo con el fin de establecer como se verían las proporciones del diagrama con el cuerpo de cada uno de los estudiantes.

Para el grupo 2: Elaborar un dibujo sobre el diagrama del hombre Vitrubio y acomodar las medidas por medio un programa como Paint, Photoshop, o cualquier editor de imagen desde el celular o computador. Y marcar las medidas del cuerpo.

Deben ingresar a la plataforma y resolver la tarea

Allí encontraran algunos videos que les ayudaran para resolver su tarea.

SESIÓN 3

Intencionalidad:

Lograr que los estudiantes construyan la interpretación de los racionales como conglomerado desde el juego y de situaciones contextualizadas.

Ideas clave:

- Interpretación del número racional como conglomerado

Desempeños esperados:

- Comprendo el número racional como un operador que permite hacer relaciones entre el todo y las partes.
- Determino a partir de una medida otras por medio de un operador escalar.
- Represento gráficamente las medidas del cuerpo en una hoja de cuaderno estableciendo para ello una escala fiable.

Recursos

Tabla del IMC según diferentes variables.

Situación problema inicial y medidas reales del actor la Roca.

Material para una cartelera.

Desarrollo:

Primera parte

Esta sesión tiene como objetivo que los estudiantes logren realizar transiciones entre las diferentes interpretaciones del número racional y culminar con el trabajo desarrollado referente al problema inicial. Para ello se realizara en la primera parte un debate y/o socialización referente a la utilización de índices para establecer patrones o razones entre diferentes magnitudes y lograr además de ubicar en las tablas de IMC los datos referentes a peso y estatura, la compleción corporal la cual se desarrolla a partir de las proporciones entre la estatura, el ancho de la cintura, hombros y cadera.

Para lo cual se tomara el ejemplo de dos personas que tienen una misma estatura y peso pero una de las cuales es un fisicoculturista y el otro una persona con una obesidad leve, con lo cual los estudiantes según sus medidas corporales deben determinar cuál de las personas se encuentra en sobrepeso y cual no.

Para ello se pedirá a los estudiantes que representen las medidas en un dibujo y establezcan por medio de la tabla de índices de compleción muscular en que categoría se encuentra cada uno de los personajes.

Segunda parte

Revisar las tablas de proporción del cuerpo humano y realizar el cálculo respectivo con las mediadas del peso y el índice de masa corporal. Establecer y relacionar las ecuaciones que se presentan y relacionarlas con los datos abordados de las proporciones del cuerpo humano, para lo cual se presenta la siguiente información:

Lo primero que vamos a realizar es una medición de nuestro peso por medio de una balanza o pesa, puedes tomar esta medida en un centro comercial o en tu casa si tienes una balanza,

la única condición es que la respuesta la debes dar con al menos una cifra decimal.

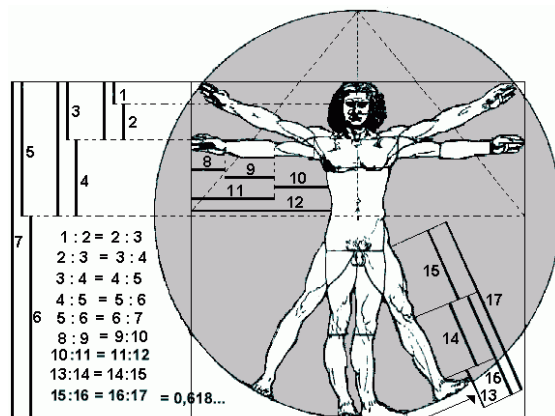
¿Está usted en su Peso Ideal?												
	Mujeres						Hombres					
	Pequeña		Mediana		Grande		Pequeño		Mediano		Grande	
Altura	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.
1.50	46.0	47.2	46.1	50.6	47.2	52.9	46.0	50.2	48.4	55.4	50.6	56.2
1.52	46.2	48.5	47.4	52.0	48.5	54.3	46.2	51.5	49.7	56.9	52.0	57.8
1.54	47.4	49.8	48.6	53.4	49.8	55.7	47.4	52.9	51.0	58.4	53.4	59.3
1.56	48.7	51.1	49.9	54.8	51.1	57.2	48.7	54.3	52.3	59.9	54.8	60.8
1.58	49.9	52.4	51.2	56.2	52.4	58.7	49.9	55.7	53.7	61.5	56.2	62.4
1.60	51.2	53.8	52.5	57.6	53.8	60.2	51.2	57.1	55.0	63.0	57.6	64.0
1.62	52.5	55.1	53.8	59.0	55.1	61.7	52.5	58.5	56.4	64.6	59.0	65.6
1.64	53.8	56.5	55.1	60.5	56.5	63.2	53.8	60.0	57.8	66.2	60.5	67.2
1.66	55.1	57.9	56.5	62.0	57.9	64.8	55.1	61.4	59.2	67.8	62.0	68.9
1.68	56.4	59.3	57.9	63.5	59.3	66.3	56.4	62.9	60.7	69.5	63.5	70.6
1.70	57.8	60.7	59.2	65.0	60.7	67.9	57.8	64.4	62.1	71.2	65.0	72.3
1.72	59.2	62.1	60.6	66.6	62.1	69.5	59.2	66.0	63.6	72.8	66.6	74.0
1.74	60.6	63.6	62.1	68.1	63.6	71.1	60.6	67.5	65.1	74.5	68.1	75.7

Para saber cómo estamos de peso vamos a comparar los datos con la siguiente tabla estandarizada, la cual nos muestra de forma aproximada como estamos de peso, para ello debes tener en cuenta:

Complexión torácica, esta medida se saca de cuerdo a la proporción de la medida de la cintura y la espalda

Tercera parte

En los mismos grupos deben elaborar una presentación en la que se establezcan las proporciones corporales que calcularon en la sesión anterior y comparar los valores con los abordados en la tabla que se muestra a continuación:



Los grupos definirán si los integrantes de su grupo requieren un mayor componente de carbohidratos, proteínas, azúcares o grasas, o si por el contrario su dieta debe bajar alguno de los anteriores componentes teniendo en cuenta los trabajos desarrollados en la unidad 1.

CIERRE Y EVALUACIÓN

Intencionalidad:

Identificar el avance en la construcción de las interpretaciones como conglomerado en diferentes situaciones problemáticas, algunas de ellas orientadas a las Tablas nutricionales y al IMC.

Ideas claves:

- Uso de los números racionales en sus diferentes interpretaciones para dar solución a situaciones problema.

Desempeños esperados:

- Identifico los atributos de la fracción como parte todo, número decimal, operador, medida, razón y clases de equivalencia.
- Uso diferentes algoritmos diferentes al realizar operaciones entre números racionales para dar solución a cuestionamiento en una situación específica que está diseñada desde la geometría
- Construyo representaciones pictóricas y simbólicas para modelar situaciones problema que involucran los números racionales.
- Usa las propiedades y relaciones de los números racionales para argumentar sus estrategias, planteamientos y hallazgos en sus intervenciones.

Recursos:

Prueba escrita

Desarrollo:

Etapas de Cierre

Como última actividad los estudiantes deben realizar un diagrama de dispersión entre los datos encontrados de las medidas de sus cuerpos en un plano cartesiano en el que uno de sus ejes es la medida de su estatura y el otro el peso, diferenciado en este el género del estudiante.

Posterior a la realización del diagrama el docente explicará a los estudiantes las diferentes representaciones e interpretaciones del número racional y cómo para la solución de problemas se suelen utilizar más de una a su vez, y explicará la importancia de establecer cuáles son las interpretaciones que se pueden observar según el problema y qué estrategias se deben seguir para simplificar la información.

Evaluación de la unidad.

De forma individual con apoyo del material trabajado durante toda la unidad se evaluará lo aprendido mediante la siguiente prueba escrita.

Ahora ya que sacaste tus proporciones, vamos a mirar las proporciones del cuerpo de nuestro personaje a trabajar, La ROKA tiene las siguientes medidas, lo que debes hacer es determinar si las medidas de la ROKA indican que su cuerpo es simétrico y proporcional, pues como se determinaba en Grecia las cualidades de un hombre perfecto se regían según la proporcionalidad de su cuerpo, y ello implicaba si este se encontraba en forma o no con respecto a los ideales de belleza de su época.

Ejemplo: En un cuerpo simétrico se cumple que $1:2 = 2:3$ lo que quiere decir que para el caso de las medidas de la ROKA según la imagen del Hombre de Vitrubio

$$1=0.064$$

$$2=0.066$$

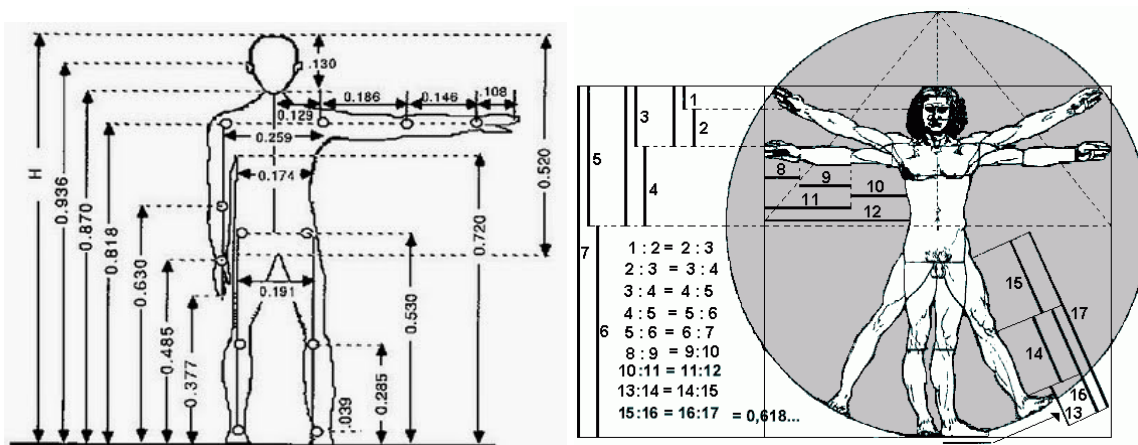
$$3=0.130$$

Por lo tanto si la Roka fuera simétrico se cumpliría que:

$$\frac{0.064}{0.066} = \frac{0.066}{0.130} \quad \text{Esto es lo mismo que} \quad \frac{64}{66} = \frac{66}{130} \implies 64 \cdot 130 = 66 \cdot 66 \implies 8320 = 4356$$

Lo que

mostraría que no es simétrico en esta parte del cuerpo pues, Según lo anterior determinar la simetría para las siguientes partes:



Determina si la Roka es Simétrico para las siguientes proporciones:

$$1 : 2 :: 2 : 3$$

$$2 : 3 :: 3 : 4$$

$$5 : 6 :: 6 : 7$$

Evaluación final

La evaluación final de la secuencia corresponde a la prueba de Salida realizada a los dos grupos de estudiantes.

Bogotá D.C. 31 de mayo de 2018

Profesores

ANDRES CARO

DIANA BERNAL

OSCAR SUÁREZ

Maestría en Educación en Tecnología

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ref.: Concepto instrumento de medición

Cordialmente me permito indicar que el instrumento de medida, test, que hace parte de la investigación titulada “...*Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno...*” se ajusta y dan cuenta de las pretensiones de la investigación.

Los ajustes son menores y podrán discutirlos en el grupo de trabajo para su posterior utilización.

Cordialmente,

Nataly Reina García

Especialista en educación en tecnología

ProfesoraA de Matemáticas

Secretaria de educación distrital

Bogotá D.C. 31 de mayo de 2018

Profesores

ANDRES CARO

DIANA BERNAL

OSCAR SUÁREZ

Maestría en Educación en Tecnología

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ref.: Concepto instrumento de medición

Cordialmente me permito indicar que el instrumento de medida, test, que hace parte de la investigación titulada “...*Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno...*” se ajusta y dan cuenta de las pretensiones de la investigación.

Los ajustes son menores y podrán discutirlos en el grupo de trabajo para su posterior utilización.

Cordialmente,

Harold I. Gil Baquero

Profesor de Matemáticas

Secretaria de educación distrital

Bogotá D.C. 24 de mayo de 2018

Profesores

ANDRES CARO

DIANA BERNAL

OSCAR SUÁREZ

Maestría en Educación en Tecnología

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ref.: Concepto instrumento de medición

Cordialmente me permito indicar que el instrumento de medida, test, que hace parte de la investigación titulada “...*Entorno Virtual de Aprendizaje como mediador en el sentido numérico de los números racionales en estudiantes de grado noveno...*” se ajusta y dan cuenta de las pretensiones de la investigación.

Los ajustes son menores y podrán discutirlos en el grupo de trabajo para su posterior utilización.

Cordialmente,

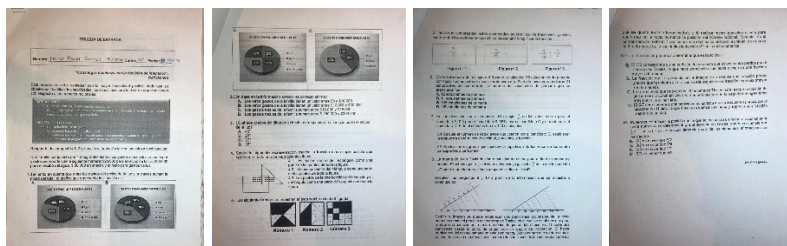
Mgs DIANA JEANETH DEL PILAR RODRIGUEZ

Profesora de Matemáticas y Estadística

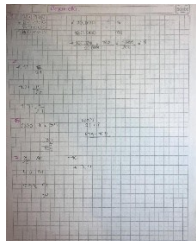
Fundación Universidad Autónoma de Colombia

Trabajo de estudiantes

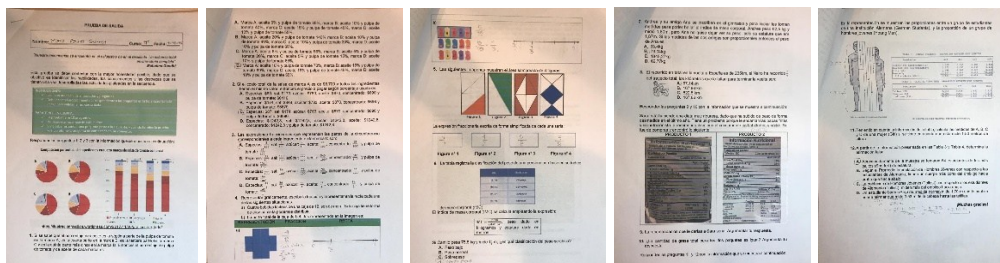
✓ Prueba de entrada



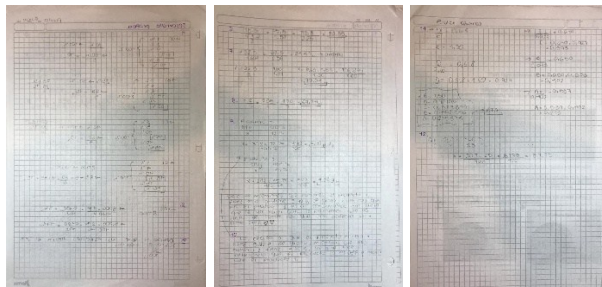
Procedimientos



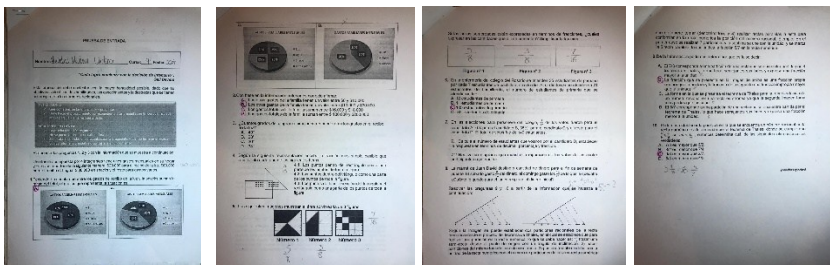
✓ Prueba de salida



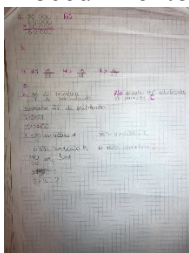
Procedimientos



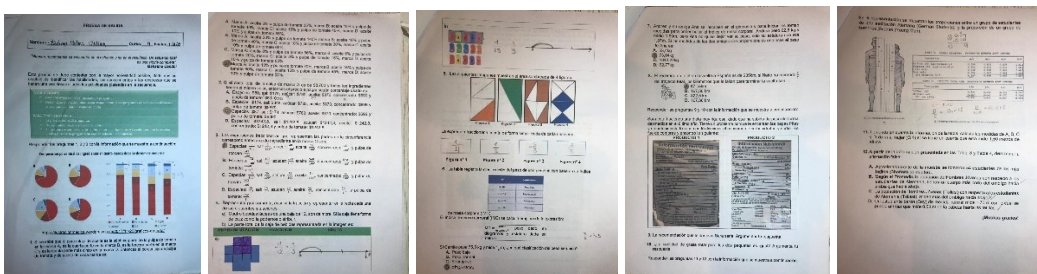
✓ Prueba de entrada



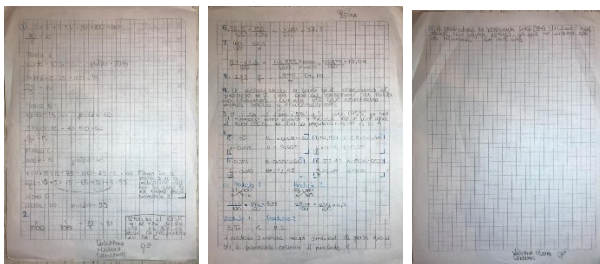
Procedimientos



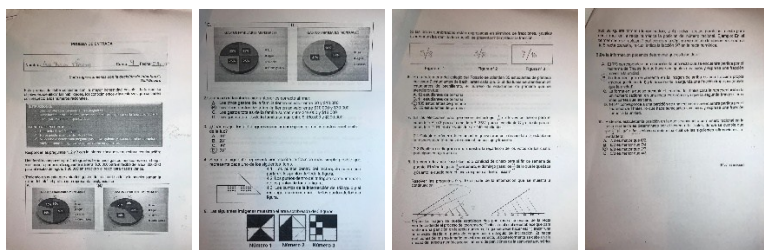
✓ Prueba de salida



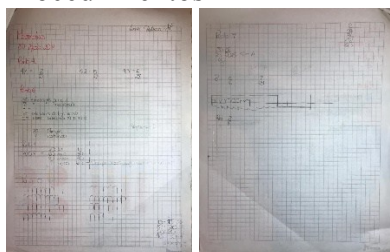
Procedimientos



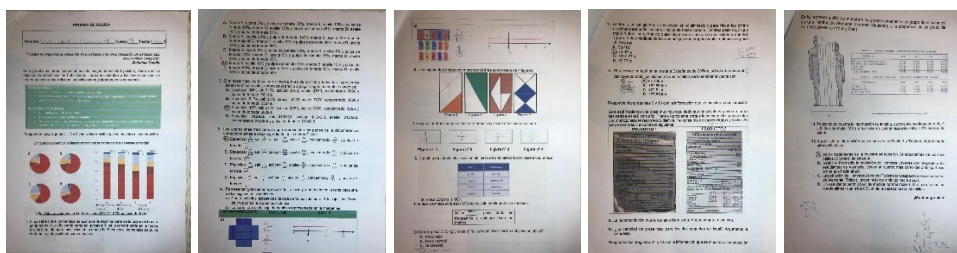
✓ Prueba de entrada



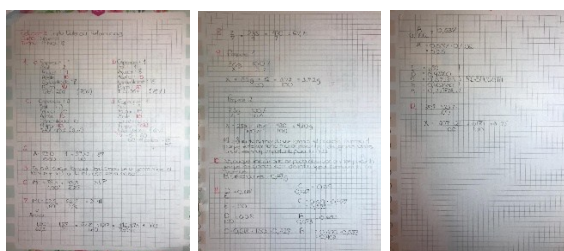
Procedimientos



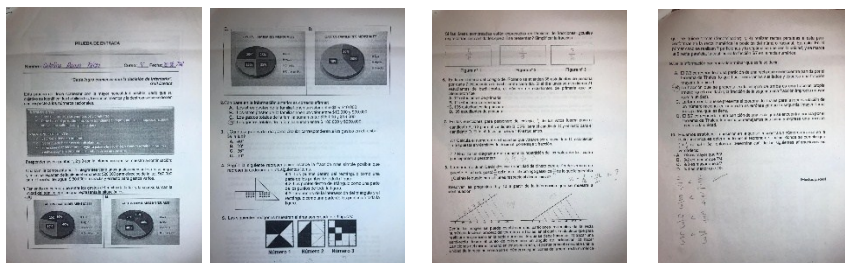
✓ Prueba de salida



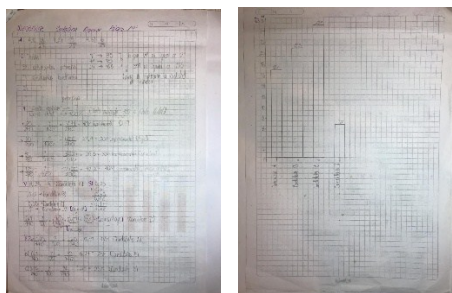
Procedimientos



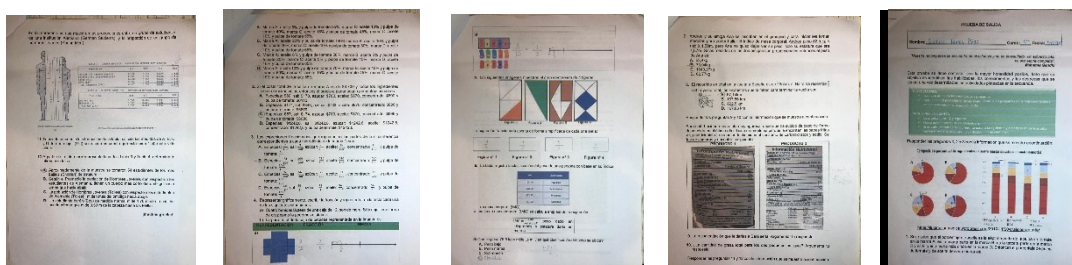
✓ Prueba de entrada



Procedimientos



✓ Prueba de salida



Procedimientos

