

**ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS DE LA RESPUESTA DE
ESTRUCTURAS AUXÉTICAS HEXAQUIRALES Y RE-ENTRANTES CON
COEFICIENTE DE POISSON NEGATIVO BAJO CARGA UNIAXIAL EN EL
PLANO XY**

DANIEL ALBERTO BARON CANGREJO

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD TECNOLÓGICA
PROYECTO CURRICULAR DE INGENIERIA MECÁNICA
BOGOTÁ D.C.
2016**

**ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS DE LA RESPUESTA DE
ESTRUCTURAS AUXÉTICAS HEXAQUIRALES Y RE-ENTRANTES CON
COEFICIENTE DE POISSON NEGATIVO BAJO CARGA UNIAXIAL EN EL
PLANO XY**

DANIEL ALBERTO BARON CANGREJO

**Trabajo de investigación tipo monografía para optar al título de Ingeniero
Mecánico**

**Director:
Ing. CARLOS ARTURO BOHÓRQUEZ ÁVILA**

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD TECNOLÓGICA
PROYECTO CURRICULAR DE INGENIERIA MECÁNICA
BOGOTÁ D.C.
2016**

Agradecimientos

A los dos grandes pilares de mi vida que representan a mis padres, los cuales con su ejemplo y apoyo me impulsaron a culminar mi carrera.

A mi hermano, ya que sin su recurso computacional nada de esto hubiese sido posible.

A Catalina, por su ánimo y apoyo a lo largo de tantos años.

Tabla de contenido

RESUMEN.....	10
INTRODUCCION.....	11
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
2. ANTECEDENTES.....	13
3. JUSTIFICACIÓN.....	25
4. OBJETIVOS.....	26
4.1 Objetivo General.....	26
4.2 Objetivos Específicos.....	26
5. MARCO TEORICO.....	26
5.1 Deformación Unitaria.....	26
5.2 Comportamiento Elástico.....	27
5.3 Modulo de Elasticidad.....	28
5.4 Relación de Poisson.....	29
5.5 Materiales Auxéticos.....	30
5.5.1 Categorización.....	31
5.6 Estructuras Auxéticas.....	31
6. METODOLOGIA.....	33
6.1 Selección del material.....	33
6.2 Dimensionamiento de modelos.....	35
6.2.1 Estructura Hexaquiral.....	35
6.2.2 Estructura Re-entrante.....	37
6.3 Modelamiento por elementos finitos para pruebas uniaxiales.....	39
6.3.1 Enmallado.....	40
6.3.2 Características de enmallado para grupos de celdas unitarias ...	41
6.3.3 Tipo de elemento utilizado.....	42
6.3.3.1 SOLID187.....	42
6.3.3.2 SURF154.....	43
6.3.4 Aplicación de cargas y restricciones.....	44
6.3.4.1 Estructuras Hexaquirales.....	44
6.3.4.2 Estructuras Re-entrantes.....	45

6.4 Marco comparativo entre tipos de estructuras	46
6.5 Evaluación de la condición isotrópica en estructuras auxéticas	47
7. RESULTADOS	48
7.1 Estructuras Hexaquirales	48
7.1.1 Deformación unitaria direccional	48
7.1.2 Coeficiente de Poisson	52
7.2 Estructuras Re-entrantes	55
7.2.1 Deformación unitaria direccional	55
7.2.2 Coeficiente de Poisson	58
7.3 Marco comparativo entre aceros estructurales	61
8. CONCLUSIONES	63
9. RECOMENDACIONES	64
10. REFERENCIAS	65

Índice de Figuras

Figura 1. Unidad básica de celda hexagonal de geometría Re-entrante	13
Figura 2. Prototipos de modelos más investigados de estructura quirál	14
Figura 3. Geometría de una unidad celular Hexaquirál	15
Figura 4. Matriz de rigidez para el modelo constitutivo de la celosía quirál con nodos rígidos	17
Figura 5. Configuraciones quirales de acuerdo al aumento de la relación R/L	18
Figura 6. Constantes micropolares de celosía quirál	18
Figura 7. Predicción por elementos finitos del coeficiente de Poisson efectivo ν_{ij} en función del número de celdas unitarias	22
Figura 8. Deformación presente en viga voladizo compuesta de estructura híbrida ...	24
Figura 9. Diagrama esfuerzo-deformación unitaria convencional y real del Acero	27
Figura 10. Límite de proporcionalidad para diferentes tipos de aceros	28
Figura 11. Representación gráfica de la relación de Poisson en barras de acero	29
Figura 12. Ejemplos de varias estructuras Auxéticas en estudio actualmente	32
Figura 13. Modelo básico de una celda unitaria Hexaquirál	35
Figura 14. Ejemplos modelados de configuraciones Hexaquirales para su análisis ..	37
Figura 15. Celda Unitaria de geometría Re-entrante	38
Figura 16. Ejemplos modelados de configuraciones Re-entrantes para su análisis ...	39
Figura 17. Gráfica representando la relación del número de nodos generados en cada tipo de estructura contra el tamaño de los elementos de enmallado	41
Figura 18. Geometría elemento SOLID187	42
Figura 19. Geometría elemento SURF154	43
Figura 20. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Hexaquirales. Carga Y-Y	45
Figura 21. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Hexaquirales. Carga X-X.....	45
Figura 22. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Re-entrantes. Carga Y-Y.....	46
Figura 23. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Re-entrantes. Carga X-X.....	46

Figura 24. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto $R/L=0,9$	48
Figura 25. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto $R/L=0,7$	49
Figura 26. Deformación unitaria contra relación de aspecto R/L , Tamaño de celda 3X6	50
Figura 27. Deformación unitaria contra relación de aspecto R/L , Tamaño de celda 7X7	50
Figura 28. Deformación unitaria contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 3X6	51
Figura 29. Deformación unitaria contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 7X7	51
Figura 30. Deformación unitaria de estructura quiral en comparación con la relación de constitución, número de celdas 7X7	51
Figura 31. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto $R/L=0,9$	52
Figura 32. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto $R/L=0,8$	52
Figura 33. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L , Tamaño de celda 2X1	53
Figura 34. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L , Tamaño de celda 3X6	54
Figura 35. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L , Tamaño de celda 7X7	54
Figura 36. Coeficiente de Poisson contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 3X6.....	55
Figura 37. Coeficiente de Poisson contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 7X7.....	55
Figura 38. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Re-entrantes, relación de aspecto $L/2h=0,7$	56
Figura 39. Deformación unitaria contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 2X2	57
Figura 40. Deformación unitaria contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 3X4	57
Figura 41. Deformación unitaria contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 7X7	58
Figura 42. Esfuerzo y deformación máximos en estructuras Re-entrantes contra relación de aspecto en carga X-X, Tamaño de celda 7X7.....	59
Figura 43. Esfuerzo y deformación máximos en estructuras Re-entrantes contra relación de aspecto en carga Y-Y, Tamaño de celda 7X7.....	59

Figura 44. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Re-entrantes, relación de aspecto $L/2h=0,7$	59
Figura 45. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 3X4	60
Figura 46. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 7X7	60
Figura 47. Evaluación del límite de fluencia de varios aceros estructurales en configuración Hexaquiral, Tamaño de celda 7X7	61
Figura 48. Evaluación del límite de fluencia de varios aceros estructurales en configuración Re-entrante, Tamaño de celda 7X7	62

Índice de Tablas

Tabla 1. Comparación de resultados experimentales y de simulación en la estructura auxética	20
Tabla 2. Cinco puntos de referencia del coeficiente de Poisson para sólidos isotrópicos	31
Tabla 3. Descripción y propiedades mecánicas relevantes de Aceros reconocidos por AISI y ASTM	33
Tabla 4. Convenciones para modelos quirales	35
Tabla 5. Parámetros geométricos para estructuras quirales evaluadas	36
Tabla 6. Convenciones para modelos Re-entrantes	38
Tabla 7. Parámetros geométricos para estructuras Re-entrantes evaluadas	38
Tabla 8. Características de enmallado definidas para análisis de estructuras por grupos	42

RESUMEN

Los diferentes tipos de estructuras deformables con coeficiente de Poisson negativo, llamadas estructuras auxéticas, se han venido presentando en los últimos años como una alternativa interesante para los sectores industrial, automotriz y aeroespacial, así como para la fabricación de componentes estructurales, ópticos, acústicos, biomecánicos y termomecánicos. Estas estructuras se caracterizan por tener alta resistencia al cortante, permitir deformaciones considerables y una baja densidad relativa. En este estudio se realiza un análisis computacional por medio del método de elementos finitos en el aplicativo Ansys Workbench, del comportamiento elástico de estructuras auxéticas Hexaquirales y Re-entrantes con coeficiente de Poisson negativo en el plano bajo carga uniaxial, al variar la geometría de cada estructura se busca establecer la mejor relación entre la topología y la deformación para cada modelo, así como un marco comparativo en las respuestas de los dos tipos de estructuras.

Los resultados obtenidos, demuestran que el comportamiento mecánico de cada estructura depende en gran medida de la conformación geométrica y del tipo de estructura que esta sea. De esta manera, se ofrecen parámetros de diseño utilizando modelos auxéticos para futuras aplicaciones teniendo en cuenta sus restricciones geométricas y de desempeño.

INTRODUCCIÓN

El comportamiento elástico de los materiales comunes se caracteriza por una reducción en su sección transversal al ser sometidos a una carga de tracción y de manera opuesta experimentan una expansión en dicha sección transversal al ser aplicada una carga de compresión, al parámetro que mide estos cambios elásticos se le conoce como coeficiente de Poisson[1] (Ecuación 1), este parámetro está comprendido entre 0 y 0.5, siendo su valor alrededor de 0.3 para gran parte de materiales, como el acero[2]. Sin embargo, existen casos para materiales y modelos micromecánicos donde se evidencian valores de coeficiente de Poisson negativos.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}} \quad (1)$$

Es aquí donde el concepto de coeficiente de Poisson negativo está estrechamente relacionado a los materiales auxéticos, ya que este término es el que define el comportamiento de dichos materiales o modelos. La primera persona en sugerir que el coeficiente de Poisson podría ser negativo fue el físico matemático Saint-Venant [3], con su trabajo publicado en 1848 sobre el comportamiento mecánico de diferentes materiales estructurales. Años más tarde, en 1965, Fung YC, basado en la teoría matemática de la elasticidad y las restricciones termodinámicas impuestas a los sólidos elásticos, propondría unos límites para el coeficiente de Poisson de $-1 < \nu < 0.5$ en sólidos isotrópicos[4]. Debido a estas declaraciones, en la década de los 80s el interés investigativo en los materiales con valores de coeficiente de Poisson negativo creció de manera importante llegando a crear experimentos de medición y análisis computacional para determinar estas características en diferentes materiales.

El término “Auxético” fue usado por primera vez en 1991 por el físico e ingeniero Ken E. Evans, en su trabajo sobre materiales poliméricos con coeficiente de Poisson negativo, introduciendo este tipo de características como una nueva gama de materiales en el mundo[5]. Con el término auxético acunado por cada vez más investigadores interesados en el ámbito de los nuevos materiales, la década de los años 90s y los primeros años de la década del 2010 fueron años encaminados a determinar temas como: qué sólidos en la naturaleza¹ presentan características auxéticas y de qué tipo, también se descubrieron diferentes tipos de microestructuras auxéticas, las cuales demostraron tener valores cercanos a -1 (dependiendo del tipo de microestructura) de coeficiente de Poisson y por último se propusieron posibles aplicaciones tanto en la industria a gran escala, como en usos del diario vivir de cada persona.

¹ En estudios importantes se determinaron características auxéticas en sólidos con estructuras cristalinas y en espumas de compuesto polimérico, (Liu P V. and Griffin A. C. 1998-2005) (Alderson K. L. 2007)

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Diferentes autores representativos como Alderson[6], Gibson[7] o Wojciechowski[8] han enfocado sus investigaciones en clasificar, analizar e interpretar, diferentes tipos de microestructuras auxéticas llegando a sugerir un grupo de estas formaciones como las más óptimas para el desarrollo de posibles aplicaciones industriales, sin embargo, el tema de sólidos auxéticos y aún más, las microestructuras auxéticas representan un gran esfuerzo en cuanto a su análisis y fabricación, ya que para estos dos apartados, estos nuevos materiales ofrecen una gran complejidad.

Es aquí en donde se enfoca la finalidad de esta investigación, ya que se propone una orientación analítica en lo concerniente al comportamiento de microestructuras Hexaquirales y Re-entrantes auxéticas por medio de un estudio computacional de elementos finitos, esto debido a que estos tipos de estructuras poseen un gran campo de acción e independientemente del tipo de material en que estén compuestas, su compleja estructura ofrece valores negativos en su coeficiente de Poisson direccional al ser sometidas a diferentes tipos de esfuerzos; eso sin mencionar, que las posibles combinaciones entre varios tipos de configuraciones topológicas sugiere un alcance mayor en cuanto a sus propiedades mecánicas.

De igual manera, se hace necesario un marco comparativo entre los diferentes tipos de estructuras auxéticas, ya que si bien es sabido, el hecho de profundizar constantemente en el comportamiento de cada configuración de manera individual garantiza una mayor precisión en los resultados de esta, la falta de confrontación con los resultados de otros tipos de estructura no permite visualizar de manera general y efectiva donde se pueda determinar qué tipo de configuración puede tener un mejor rendimiento bajo carga uniaxial.

Por medio de una metodología estructurada donde se realiza la caracterización, simulación y análisis en cuanto al comportamiento elástico de estos tipos de microestructuras bajo criterios de evaluación similares, se busca determinar las configuraciones geométricas más óptimas para cada microestructura, así como la comprobación de sus principales propiedades mecánicas, ligando estos resultados en una relación topología-rendimiento.

2. ANTECEDENTES

El reciente interés y desarrollo investigativo que se ha venido dando en los últimos años en lo respectivo a materiales y microestructuras auxéticas, se presenta como una base para la creación de técnicas de implementación de estos nuevos materiales de comportamiento no convencional que prevén un nuevo futuro en cuanto a la ingeniería de materiales; Tal es el caso del Docente e ingeniero Yunan Prawoto el cual, en su trabajo titulado: **“Seeing Auxetic materials from the mechanics point of view: A structural review on the negative Poisson ratio”** [9], expone los principales efectos producidos por un coeficiente negativo en las propiedades mecánicas de materiales sólidos, argumentando que la mayoría de los materiales en la ingeniería poseen un alto módulo de rigidez (G) en comparación con su módulo volumétrico (K), sin embargo, al cambiar la microestructura del material a tal forma que su coeficiente de Poisson (ν) es cada vez más bajo, los valores de K y G pueden ser alterados si el módulo de elasticidad (E) permanece constante, es decir, el decrecimiento de ν a valores por debajo de cero resultan en un alto valor en el módulo G en relación con su módulo K .

En otra instancia, Prawoto aclara que los materiales Auxéticos se encuentran presentes en la naturaleza, dando como ejemplos el mineral conocido como cristobalita (SiO_2), el grafito pirolítico y algunos tipos de zeolitas (silicatos de zeolita); estos cristales poseen una compleja microestructura donde se evidencian altos niveles de resistencia al esfuerzo cortante pero carecen de resistencia en cuanto a la deformación volumétrica, por lo tanto, su módulo de rigidez (G) es mucho mayor que su módulo volumétrico (K).

En un enfoque más avanzado, Prawoto realiza un análisis y clasificación de los tipos de configuración Auxética más comunes, basándose en su microestructura y morfología; como primer punto de referencia se encuentra la **estructura tipo Re-entrante**, la cual se conforma de un polígono donde sus ángulos internos son negativos (Figura 1), teóricamente, las fibras diagonales se alinean en la dirección horizontal cuando la estructura sufre un esfuerzo de compresión y en caso contrario, al momento de sufrir un esfuerzo de tensión las fibras se mueven logrando una posición vertical.

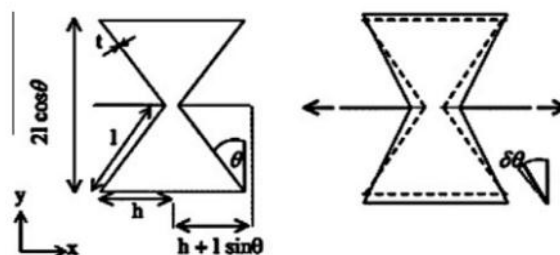


Figura 1. Unidad básica de celda hexagonal de geometría Re-entrante[9].

Con base en el modelo de panal de abeja, el autor propone un análisis topológico básico de dicha microestructura, poniendo como variables de entrada la geometría de cada célula unitaria y sus correspondientes características mecánicas como módulo de rigidez, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson; en los resultados se explica que este tipo de estructuras tienen un valor de coeficiente de Poisson en función del ángulo invertido de las fibras de las celdas, de esta manera, el módulo de elasticidad en la estructura panal decrece con un incremento de dicho ángulo invertido.

Otro tipo de microestructura que Prawoto define es la **configuración Quiral**, donde explica que esta clase de microestructura es la más estudiada a nivel matemático y computacional. El coeficiente de Poisson en configuraciones quirales en cuanto a deformaciones en plano puede ser redondeado a valores cercanos a -1.

Al igual que con la microestructura analizada anteriormente, Prawoto realiza estudios analíticos y experimentales sobre su geometría y comportamiento bajo cargas y esfuerzos, llegando a evaluar tres sub-estructuras derivadas de la quiral, las cuales son Hexaquiral, Triquiral y Tetraquiral (ver Figura 2). En la microestructura Hexaquiral se encontró que posee un alto módulo de elasticidad en el plano y un coeficiente de Poisson cercano a -1, en cuanto a los ligamentos circulares de la configuración Triquiral, estos pueden adquirir parámetros que modifican la microestructura logrando propiedades específicas de absorción. Para la Tetraquiral se evidenció una mayor rigidez en la dirección principal de las celdas. Para todos estos tipos de microestructuras, los efectos auxéticos en el plano están restringidos para intervalos cortos en todas sus direcciones.

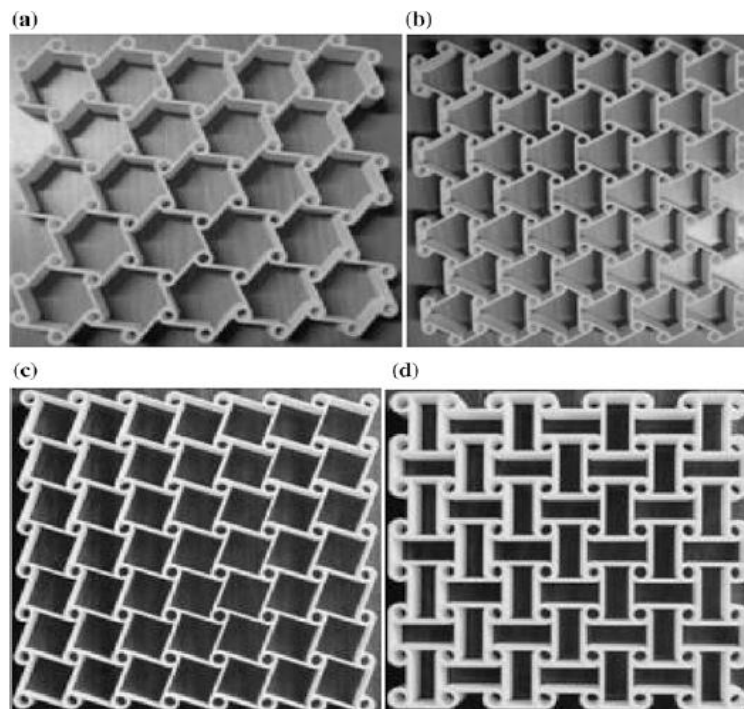


Figura 2. Prototipos de modelos más investigados de estructura quiral: **a.** Triquiral; **b.** Anti-triquiral; **c.** Tetraquiral y **d.** Anti-tetraquiral.[1].

Posterior a esto, el autor realiza una reseña de lo que ha sido el enfoque experimental en este tipo de materiales durante los últimos años, resaltando como principal actividad la caracterización y aplicación funcional basándose en las propiedades mecánicas de cada tipo de microestructura. Por último, Prawoto argumenta que los materiales auxéticos tienen un gran potencial para aplicaciones en el campo bio-mecánico, automotriz y de mecanismos de defensa, también acota el potencial uso que se le puede dar a estos materiales para crear nuevos tipos de estructuras con nuevas funciones, sin embargo, se hace necesario más trabajo de investigación encaminado a entender este tipo de material y sus aplicaciones en componentes reales; desde el punto de vista mecánico y computacional del análisis, las investigaciones se enfocaron en la celda unitaria de cada configuración, llegando a predecir el comportamiento macro de cada estructura en estudio.

Entrando en el tema de la Teoría de materiales Celulares CMT[17], resalta uno de los primeros avances en cuanto a estructuras quirales realizado por D. Prall y S. Lakes, el cual se titula: ***“Properties of a chiral honeycomb with a Poisson’s ratio -1”***[12], en este estudio el autor se enfoca en los modelos quirales (ver Figura 3) desde la tesis de los materiales celulares, mencionando los beneficios que se tienen tanto en el módulo de rigidez G como en el coeficiente de Poisson negativo, argumentando que un sólido con dicho coeficiente igual a -1 podría ser lo opuesto al caucho y por lo tanto ser resistente al cortante y de igual manera fácil de deformar volumétricamente.

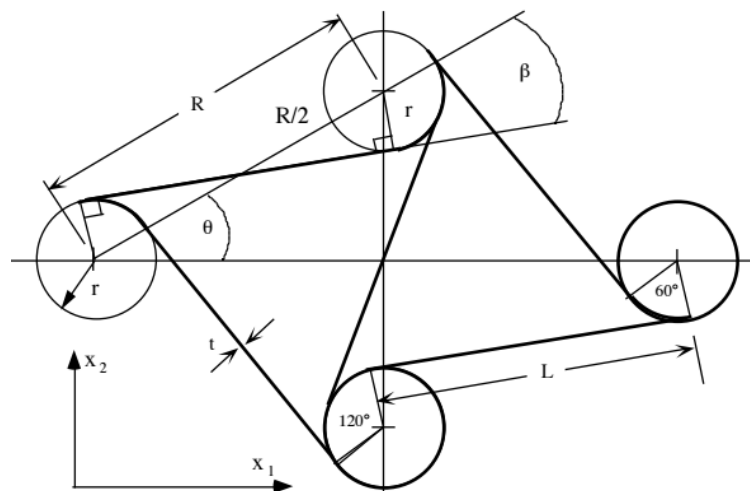


Figura 3. Geometría de una unidad celular Hexaquiral.[12]

Al realizar la comparación entre una configuración hexagonal y una Hexaquiral, se evidencia la diferencia en cuanto a la isotropía de cada estructura, ya que en caso hexagonal sus propiedades difieren de la anisotropía, sin embargo, para el caso Hexaquiral las configuraciones poseen simultáneamente una simetría hexagonal y una simetría quiral (este efecto llamado por el autor como un cabezamiento) provocando que las estructuras sean mecánicamente isotrópicas en el plano. Para la fabricación del modelo quiral se usó poliestireno disponible comercialmente, donde se tuvieron en cuenta tres variables geométricas principales, la primera es la pared de los nodos, la

segunda el radio de los nodos y la tercera la relación existente entre celdas R/r , donde se involucran la distancia entre nodos R y el radio de los mismos r , la cuarta variable que corresponde al ángulo alfa se estableció en un valor de 30° ; Por último, las dimensiones generales de la matriz prototipo fueron $305 \text{ mm} \times 355 \text{ mm}$ aproximadamente.

En el desarrollo del análisis se establece que el mecanismo que domina la deformación lineal en las celdas unitarias es la flexión de las paredes celulares, de esta manera es como la carga se transfiere a las paredes y por lo tanto se produce el desplazamiento lineal; al aumentar el valor R (distancia entre nodos) parte de la carga se transfiere a los ligamentos, produciendo una deformación en los mismos y al mismo tiempo una rotación de los nodos sobre su eje, de esta manera la estructura experimenta una deformación ortogonal ya que el centro de los nodos que la compone se ha desplazado.

Por medio de la teoría estándar de deflexión en vigas y asumiendo el comportamiento de cada ligamento como una viga, se plantea un modelo matemático con el fin de poder predecir el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson de cada estructura Hexaquiral (Ecuación 2)[12]. Ya que la simetría hexagonal de esta configuración Hexaquiral se limita a una rotación estricta de 60° para cada ligamento, esto da pie para establecer la condición de isotropía transversal en el plano para la estructura, módulo elástico de un material hexagonal es independiente de la dirección en el plano normal al eje de simetría hexagonal.

$$E = E_s \sqrt{3} \frac{t^3 L^2}{L^3 r^2} \quad (2)$$

Finalmente los autores concluyen lo siguiente, aunque el modelo Hexaquiral posee un tipo de anisotropía la cual es la isotropía transversal, esta estructura se considera isotrópica en el plano, por otro lado, de acuerdo a las conformaciones geométricas se aclara que la quiralidad del modelo no interfiere con las propiedades clásicas elásticas del material y por último, el módulo de elasticidad de la estructura depende de la relación L/r y R/r provocando que los rangos de deformación en los ligamentos sean dominados por estos conceptos.

Uno de los estudios que profundizó bastante en los modelos Hexaquirales usando la Teoría de materiales Celulares en conjunto con el modelo de comportamiento micropolar continuo fueron Spadoni y Ruzzene con su trabajo titulado: ***“Elasto-static micro polar behavior of a chiral auxetic lattice”***[18]. El objetivo de este estudio es la definición de un modelo equivalente micropolar para mejorar la descripción del comportamiento elástico-estático de modelos Hexaquirales auxéticos, previos análisis indican que la celosía quiral posee isotropía transversal con coeficiente de Poisson negativo, módulo de rigidez alto así como una ecuación constitutiva ya definida². El

²D. Prall and R. S. Lakes, 1996.

modelo micropolar continuo planteado en esta investigación se deriva de las características geométricas de la unidad celular quiral.

Para la ejecución del análisis se tuvieron en cuenta dos casos, el primero en el que los nodos son rígidos y se asumen los ligamentos que unen a los nodos como vigas deformables, donde se realizó un modelamiento matemático de acuerdo a su matriz de rigidez (ver Figura 4 y Ecuación 3)[18] y en el segundo, se busca acercar los resultados a un plano real asumiendo que los nodos son deformables, ya que se tiene una gran complejidad en este modelamiento matemático se opta por realizar el análisis por el método de elementos finitos. El parámetro topológico usado para evaluar las distintas combinaciones a nivel de propiedades mecánicas fue L/R , siendo L la longitud del ligamento y R la distancia entre nodos de la estructura.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{21} \\ m_{13} \\ m_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} & D_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{43} & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} \\ \kappa_{13} \\ \kappa_{23} \end{Bmatrix}.$$

Figura 4. Matriz de rigidez para el modelo constitutivo de la celosía quiral con nodos rígidos[18].

$$E_m = \frac{E_m}{E_s} = \frac{4\sqrt{3}[1+(t/L)^2]}{[2(\frac{t}{L})^4 \cos^2\beta + 2\sin^2\beta + 6(\frac{t}{L})^2]} \left(\frac{t}{L}\right)^3 \quad (3)$$

Teóricamente el comportamiento auxético se confirma para todos los valores de la relación L/R , desde 0 hasta 1, sin embargo, en el caso de $L/R=1$ el modelo geométrico de la celosía corresponde a una red triangular con deformación axial (ver Figura 5), por lo tanto este valor sería una restricción geométrica, este mismo caso ocurre para el valor $L/R=0$, esto se considera una indeterminación en el modelo matemático constitutivo de la estructura; para los demás casos que se encuentran en el intervalo de 0 a 1, la red quiral está dominada por deformaciones de flexión en los ligamentos. Para este tipo de configuración quiral en concreto el coeficiente de Poisson depende de la relación t/L (siendo t el espesor de los ligamentos), donde el coeficiente es igual a -1 si t/L es igual a 0.

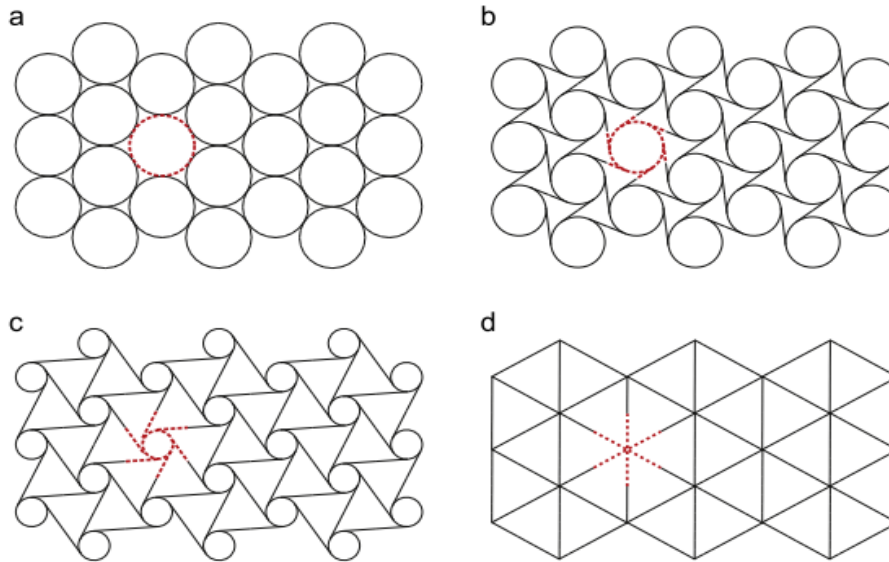


Figura 5. Configuraciones quirales de acuerdo al aumento de la relación R/L **a.** R/L=0 **b.** R/L=0,6. **c.** R/L=0,9 **d.** R/L=1[18].

En los resultados obtenidos por los autores se evidencia que el módulo de rigidez de la red quiral en el caso de los nodos rígidos es igual al de una celosía triangular convencional, no obstante, se aclara que el comportamiento auxético tiende a tener mejor rendimiento en deformaciones axiales, la característica de módulo de rigidez elevado, restringe a los materiales auxéticos en el tema de deformaciones por flexión pura. El módulo de rigidez para anillos deformables es mucho más bajo que el de la celosía triangular, sin embargo, la estructura quiral presenta un comportamiento negativo más extenso de coeficiente de Poisson para valores de L/R. A excepción de L/R= 1(ver Figura 6), el módulo de elasticidad de la celosía quiral es más bajo en comparación con otros tipos de celosía. Por último se hace mención a la característica de la celosía quiral llamada densidad relativa, la cual se relaciona con el módulo volumétrico y el módulo de rigidez para observar los efectos del decrecimiento en la densidad de la estructura.

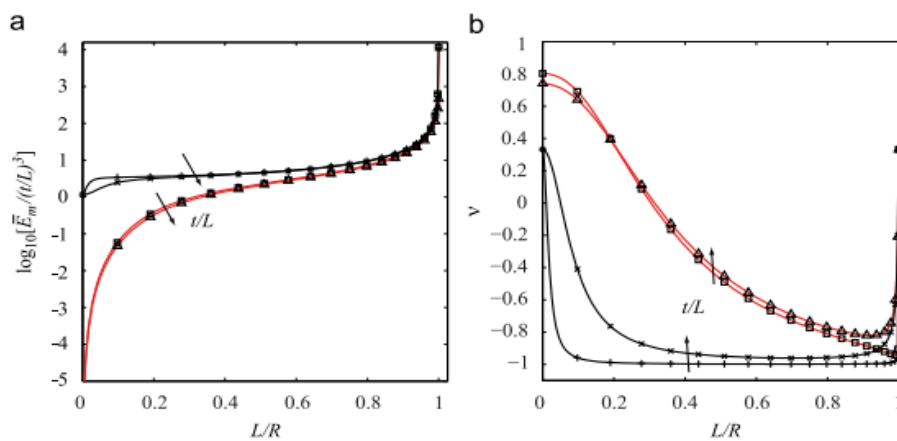


Figura 6. Constantes micropolares de celosía quiral: **a.** Módulo de elasticidad normalizado **b.** Coeficiente de Poisson negativo (Líneas negras nodos rígidos, líneas rojas nodos deformables)[18].

Continuando con el análisis de estructuras auxéticas, se llega a la investigación realizada por los ingenieros Sergio Ribeiro F, Thais A. Silva y Luciano Gomes V, en su artículo llamado: **“Geometrics Effects of Sustainable Auxetic Structures Integrating the Particle Swarm Optimization and Finite Element Method”**[10], donde se clasifican a los materiales auxéticos como meta-materiales, es decir, materiales hechos por la mano del hombre e imbuidos con propiedades que no existen en la naturaleza, dichos materiales se caracterizan por tener una alta resistencia a la indentación, mejores características acústicas que otros elementos comunes y de acuerdo a la teoría de la elasticidad, el módulo de rigidez en estructuras auxéticas podría ser incluso más grande que su módulo volumétrico, haciendo de estas estructuras una idea sustentable para muchas aplicaciones, especialmente en el campo aeroespacial.

El uso de desechos de caucho como un elemento adicional en la composición de nuevos materiales se ha convertido en el enfoque de muchas investigaciones, esto debido a que estas partículas exhiben una excelente flexibilidad, ductilidad y absorción al impacto en comparación con materiales comunes. Dejando de lado el tema ambiental, elastómeros como el caucho ofrecen propiedades singulares como: baja densidad, aislante eléctrico, alta resistencia química, alta tenacidad y gran absorción a la vibración, haciendo de estos una fase potencial para la creación de estructuras poliméricas auxéticas. Los autores del artículo proponen usar un método basado en la integración de análisis por elementos finitos (FEA) y la optimización por medio de un algoritmo evolucionado (GA). La adición de desechos de caucho en compuestos poliméricos se muestra como una opción viable, con un moderado incremento de esfuerzo interno se logra un buen comportamiento en la relación resistencia a la tenacidad/peso.

Con el fin de realizar un estudio aplicado a los materiales auxéticos se determina implementar el tipo de **estructura Re-entrante** en configuración de panel, para determinar el comportamiento del compuesto polimérico a base de caucho. Se sugiere implementar una metodología combinada de respuesta superficial, análisis de elementos finitos (FEA) y optimización por enjambre de partículas (PSO), esto con el propósito de hacer posible la caracterización del comportamiento mecánico de diferentes estructuras con coeficiente de Poisson negativo vía análisis experimental y simulación numérica.

Para el análisis experimental se fabrica un prototipo de estructura polimérica compuesta de dos fases, la primera es una matriz epóxica y la segunda un aglomerado de desechos de caucho. Las propiedades elásticas del compuesto fueron comprobadas en una prueba de tensión-compresión con una carga unitaria de 10 KN y un extensómetro de no contacto, la prueba de velocidad se estableció en 4 mm/min para configuraciones auxéticas, las condiciones para el estudio experimental se establecieron para los siguientes factores: ancho interno de 10 y 20 mm, espesor de pared de 2 a 4 mm y el ángulo interno de celda de -10° a -20° , basándose en los resultados obtenidos, se procede a calcular el coeficiente de Poisson con la ecuación 1.

El método de superficie de respuesta es un técnica empírica usada para múltiples análisis de regresión teniendo en cuenta datos cuantitativos, este análisis trabaja en función de datos en continuo ajuste dependiendo de la superficie de estudio; la respuesta es modelada por una función lineal que depende de diferentes variables previamente establecidas y que se relacionan entre sí, los posibles valores-resultado son obtenidos por medio de series de Taylor. Una ecuación cuadrática polinomial fue usada para relacionar cada respuesta en las diferentes variables basándose en el método de superficie de respuesta.

El método FEA es usado para evaluar el efecto del proceso empírico en las propiedades elásticas por medio de análisis computacional, en cuanto a los valores del coeficiente de Poisson, tanto en el proceso experimental como en el numérico, guardan una buena correlación de resultados. De esta manera, con el FEA se logra determinar el comportamiento mecánico de estructuras **Re-entrantes** diseñadas bajo diferentes factores geométricos, como lo son ancho interno (de 30 a 40 mm), espesor de pared (6 mm), ángulo interno en la celda unitaria (de -1° a -30°), siendo posible ampliar los límites experimentales en diferentes condiciones. En la siguiente tabla se muestra la comparación entre resultados obtenidos experimentalmente y por el método PSO.

Width	Thickness	Angle	Experimental values			PSO Values		
			Modulus of elasticity (MPa)	Ultimate Strength (MPa)	Poisson's ratio	Modulus of elasticity (Mpa)	Ultimate Strength (MPa)	Poisson's ratio
10	2	-10	217.5	1.97	-0.86	227.8611	1.8225	-0.9175
10	2	-20	198.6	2.42	-1.56	188.2382	2.5675	-1.5025
20	4	-10	338.1	4.09	-0.06	348.4592	3.9425	-0.0775
20	4	-20	443.1	2.89	-0.01	432.7364	3.0375	-0.0125
10	4	-10	46.3	0.56	-0.12	35.9367	0.7075	-0.1525
10	4	-20	40.407	0.54	-0.44	50.7674	0.3925	-0.4975
20	2	-10	213.4	2.40	0.06	203.0376	2.5475	0.0075
20	2	-20	222.5	2.85	-0.13	232.8612	2.7025	-0.1675

Tabla 1. Comparación de resultados experimentales y de simulación en la estructura auxética[10].

El PSO se demuestra como un eficiente y robusto algoritmo de optimización para estructuras auxéticas, los datos experimentales y numéricos en cuanto al coeficiente de Poisson y las propiedades mecánicas del compuesto, mostraron una gran correlación y cercanía. Los resultados revelaron que un incremento en el ángulo interno hacer decrecer el valor del coeficiente de Poisson y resistencia última a la tensión en la microestructura. La optimización por enjambre demostró que el módulo de elasticidad incrementa cuando el ángulo interno de la celda decrece.

Al ubicar esta evolución sobre materiales auxéticos, se pone en contexto una de las pocas investigaciones realizadas en Colombia llamada **“Estructuras Hexaquirales con coeficiente de Poisson negativo bajo carga uniaxial en el plano”**[11], desarrollada por ingenieros mecánicos de la universidad del valle en Colombia, la cual

introduce el estudio de estructuras celulares Hexaquirales en forma de panel a la aplicación de paneles tipo sándwich para usos en el ámbito automotriz y aeroespacial. Este tipo de microestructuras quirales reciben su nombre porque se componen de celdas con seis ligamentos unidos tangencialmente a un nodo principal; Utilizando la teoría de los materiales celulares, la cual permite el cálculo de propiedades mecánicas en microestructuras asumiendo ligamentos como vigas, se determina que las estructuras Hexaquirales poseen un comportamiento isotrópico en el plano X-Y, es decir, que los coeficientes de Poisson en las direcciones X y Y así como los módulos de elasticidad en el plano son iguales respectivamente.

Teóricamente, este tipo de estructuras quirales poseen un coeficiente de Poisson cercano a -1, donde los módulos de elasticidad efectivos dependen del módulo de elasticidad del material (E_s) y de algunos parámetros geométricos como lo son: espesor de pared (t), longitud de ligamento (L) y radio de los nodos (r). Todas las propiedades mecánicas se evaluaron asumiendo redes infinitas en las que todos los nodos son rígidos y tienen seis ligamentos atados tangencialmente, sin embargo, los autores de esta investigación hacen la acotación de que en las aplicaciones reales las están limitadas geoméricamente debido a la configuración de uso, esto implica que se tiene un número finito de celdas unitarias y por lo tanto no todos los nodos cumplen con la condición Hexaquiral.

Es importante aclarar que desde el inicio de la investigación se resalta el desconocimiento de las condiciones dimensionales que garantizan la rigidez de los nodos con respecto a los ligamentos, es por esta razón, que el objetivo principal del estudio es predecir mediante el método de elementos finitos, la influencia del número de celdas unitarias sobre las propiedades mecánicas de las estructuras Hexaquirales, además del efecto del espesor de los nodos con respecto al de los ligamentos y la relación de aspecto entre ellos.

En la metodología usada para el desarrollo del argumento, se usaron configuraciones Hexaquirales donde se varió la cantidad de celdas unitarias, la relación entre el espesor de los nodos con respecto al de los ligamentos t_n/t y la relación de longitud entre estos mismos L/R , Para todas las diferente configuraciones de celdas unitarias se garantiza que al menos un nodo cumpla con la condición Hexaquiral y se delimita la mayor cantidad de celdas unitarias para que de esta manera se pueda trabajar en los resultados sin un alto recurso computacional. El estudio de las estructuras se realizó con **Aluminio 6061-T051**, por su amplia utilización en el campo aeroespacial y automotriz, el espesor evaluado para los ligamentos fue de 2 mm y el espesor fuera del plano de las estructuras fue de 25 mm.

Para modelar las diferentes configuraciones Hexaquirales ante un estado de carga uniaxial se utilizó el programa **ABAQUS 6.9-1**, dichos modelos se realizaron asumiendo el material como elástico lineal y usando elementos planos estructurales tipo *Conventional Shell S4R*, estos elementos tienen cuatro nodos y seis grados de libertad por nodo, por último las mallas fueron estructuradas con elementos cuadriláteros.

Otro punto importante en esta investigación es que los nodos y los ligamentos fueron modelados como un solo cuerpo asumiendo un empalme continuo, en aplicaciones reales esto podría generar diferencias ya que en la construcción de este tipo de estructuras se requiere algún tipo de ensamble entre los nodos y los ligamentos, por la dificultad de ensamblarlas como un solo sólido. Las diferentes configuraciones fueron sometidas a un estado de carga estática de tensión y compresión en el plano dentro del rango elástico lineal del material, se restringieron los desplazamientos en la estructura en dirección Z y las rotaciones en las direcciones X y Y. Para evitar la deformación de los nodos al momento de aplicar la carga, se rigidizan modelando cilindros de acero SAE 1045 con un espesor de pared de 2,5 mm.

En cuanto a los resultados, los modelos numéricos mostraron que los módulos de elasticidad efectivos de las estructuras tienden a ser iguales en ambas direcciones cuando el número de celdas unitarias es grande, sin embargo, no se presentan los mismos resultados cuando el número de celdas unitarias es pequeño, es aquí donde se evidencia una disparidad en investigaciones anteriores [12] las cuales indican que la totalidad de los nodos en la red cumplen con esta condición, independientemente de la cantidad de celdas que la componen. Los modelos numéricos confirmaron que las estructuras Hexaquirales tienen un coeficiente de Poisson efectivo negativo. Sin embargo, se encontró que el comportamiento de estos coeficientes es anisotrópico en el plano al ser los ν_{yx} mayores que los ν_{xy} , lo que difiere de lo planteado en estudios anteriores [12] (ver Figura 7), quienes determinaron que la respuesta de estos coeficientes en las estructuras es isotrópica. Este comportamiento puede ser causado por la cantidad de ligamentos atados a nodos externos.

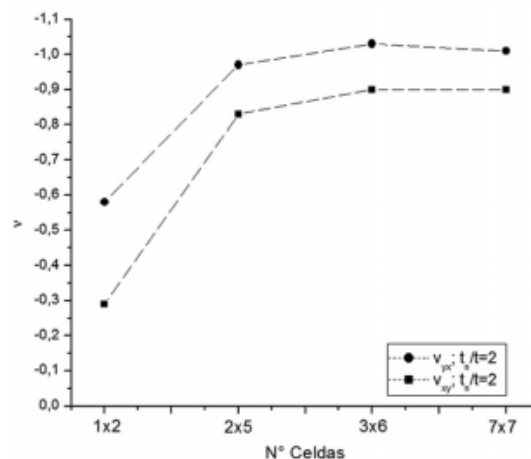


Figura 7. Predicción por elementos finitos del coeficiente de Poisson efectivo ν_{ij} en función del número de celdas unitarias [11].

Finalmente, los autores indican que para aplicaciones reales donde no todos los nodos satisfacen la condición Hexaquiral y no todos los ligamentos están atados a nodos en sus extremos, la caracterización mecánica de las estructuras realizada en el presente

trabajo sugiere un mejor control de sus parámetros geométricos, facilitando un diseño más flexible y confiable según el tipo de aplicación deseada.

Ahora que se ha expuesto la correspondiente explicación sobre las principales características y microestructuras desarrolladas para la teoría de los materiales auxéticos, se procede a analizar diferentes aplicaciones enfocadas en el uso de este nuevo tipo de materiales; uno de los campos en los cuales los materiales auxéticos presentan un gran potencial es en el área de la biomedicina, con investigaciones como la de O. Abdelaal y S. Darwish llamada: **“Analysis, Fabrication And Biomedical Application of Auxetic Cellular Structures”**[13], donde el principal objetivo de los autores es evaluar la posible aplicación de una estructura auxética en el campo biomecánico, teniendo en cuenta variables como densidad relativa, propiedades mecánicas, variables geométricas y complejidad en fabricación.

La investigación empieza con la evaluación del comportamiento en la rigidez efectiva y el esfuerzo a la tensión en estructuras hexagonales de geometría convencional y estructuras auxéticas de tipo **Re-entrante**, a diferentes niveles de porosidad relativa. Se realizó un análisis del sistema hexagonal bajo cargas de compresión y después se procede a realizar lo mismo con la configuración **Re-entrante** pero bajo cargas de tensión, por último se plantea el desarrollo de un modelo combinado de los dos tipos de estructuras para una viga en voladizo. En el modelamiento de las estructuras se determinó un primer modelo de sistema hexagonal con ligamentos inclinados a -60° con respecto a la vertical, en cuanto a la configuración auxética se creó con ligamentos inclinados a 60° con respecto a la vertical, para el modelamiento geométrico se utilizó el software SolidWorks³.

Para ambos modelos, el ancho fuera de plano es de 21,5 mm y el tamaño de las celdas unitarias se estableció en 2,5 mm, la densidad relativa de las estructuras simuladas fueron calculadas basadas en los cambios en el espesor del ligamento de la estructura (Ecuación 4) [13]. En resumen la porosidad incrementa cuando el ancho del ligamento decrece, esto quiere decir, que para un mismo espesor de ligamento en cada celda unitaria, la configuración hexagonal convencional posee una mayor varianza en la porosidad con respecto a su contraparte auxética.

$$Porosidad = \frac{V_{Volumetrico} - V_{Celular}}{V_{Volumetrico}} \times 100\% \quad (4)$$

Los modelos de las dos propuestas y un tercero con la combinación de ambos para una viga en voladizo es exportada al software de análisis de elementos finitos ANSYS⁴, la aleación de Titanio Ti-6Al-4V es ampliamente usada como material biocompatible en aplicaciones biomédicas, sin mencionar que puede ser fabricado en procesos de manufactura aditiva, es por esta razón que la simulación se realiza con base en este material, por último se acota que para el análisis de elementos finitos se

³ Dassault, Systems SolidWorks Corp. Versión 2012

⁴ ANSYS, Academic Research, Versión 14.0

usa de una malla de alta calidad, la cual consiste en un elemento tetraédrico de 10 nodos (SOLID187).

Para el modelo convencional hexagonal y el modelo Re-entrante, la superficie inferior de cada estructura fue completamente fijada o anclada, sin embargo, en la hexagonal convencional se aplica una fuerza de compresión correspondiente al 2% del límite de fluencia, de la misma manera se realizó para la configuración Re-entrante pero aplicando una fuerza de tensión. Para calcular la rigidez efectiva en cada estructura se utilizó la ecuación 5[15] y para el cálculo del coeficiente de Poisson se usó la Ecuación 1. Las deformaciones y resultados en propiedades mecánicas se muestran en el análisis por colores realizado en ANSYS.

$$E_{xx} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_{xy}} \quad (5)$$

En cuanto a la evaluación del comportamiento para los modelos combinados para viga en voladizo, el área del lado convexo de la viga se compone de celdas Re-entrantes y el área del lado cóncavo de la viga se compone de celdas hexagonales convencionales, esta estructura híbrida es simulada como viga en voladizo sometida a flexión, con una densidad relativa del 85%, en un extremo de la viga se aplica una fuerza cortante de 1000N y en el otro se empotra a la pared, en la Figura 8 se observan los resultados obtenidos para la estructura combinada tipo viga.

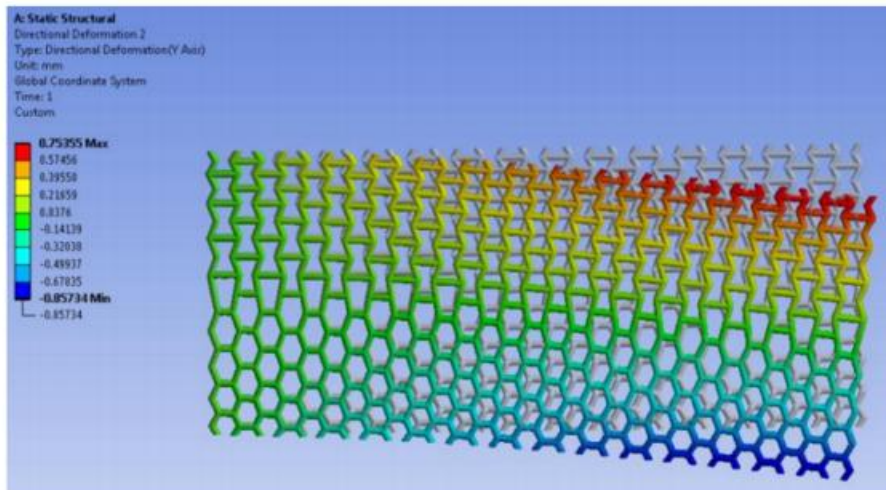


Figura 8. Deformación presente en viga en voladizo compuesta de estructura híbrida[13].

En cuanto a la fabricación de estructuras complejas como las auxéticas, se presenta un grado de dificultad alto usando técnicas tradicionales, es por esta razón que los autores de esta investigación proponen el método de manufactura aditiva, con técnicas avanzadas de computación, a bajo costo y de manera rápida, se logra obtener complejas configuraciones a base de materiales poliméricos, este método consiste en la aplicación de varias capas de espesores hasta de 50 micrómetros hasta obtener la figura deseada.

Finalmente, esta investigación propone la exploración en el campo de implantes biomédicos con aplicaciones para componentes femorales o de reemplazo completo de cadera, esto debido a que el esfuerzo en el hueso del fémur se reduce con la presencia de implantes auxéticos, logrando una mayor absorción de impactos en el hueso, es aquí donde el uso de técnicas avanzadas y el estudio en el comportamiento de estructuras y nuevos materiales con ayuda de modelos computacionales, estimula el desarrollo de interconectividad entre los huesos, mejoran el desempeño motriz de cada individuo y reduce índices de osteo-degeneración.

3. JUSTIFICACIÓN

El creciente desarrollo que el tema de los materiales auxéticos ha tenido en los últimos años ha sido importante, llegando a reconocer bastantes tipos de microestructuras, al igual que un gran número de facetas en las que se presenta este fenómeno, sin embargo, los principales esfuerzos se han enfocado en ampliar el espectro de propiedades de materiales auxéticos, sus posibles nuevas vertientes y la caracterización de estructuras ya analizadas previamente, llegando a crear una brecha entre la teoría y lo aplicado; esto se observa en investigaciones como las de Prawoto [9] o Gibson [7] los cuales exponen casos analíticos de alta complejidad para entender el comportamiento de las principales configuraciones auxéticas, pero dejan de lado la interrogante de cómo se ve esto aplicado en casos puntuales a nivel práctico.

Por otro lado, se hace necesario reforzar las áreas importantes de la teoría auxética, pues con esto se logra llegar a ideas más aterrizadas y sólidas sobre este tipo de materiales, es decir, áreas como los modelos micromecánicos auxéticos o las vibraciones en sólidos auxéticos son un campo de investigación que promete mucho en el ámbito aplicativo y aunque autores como Wojciechowski[8], Luciano M [10] y Oscar G[11], han contribuido a este campo, es vital darle profundidad y continuidad a las investigaciones propuestas por esta serie de autores, pues con ello se logra aumentar el desarrollo aplicativo del tema.

Es en este momento donde se introduce el enfoque de esta investigación, ya que se hace necesario realizar una delimitación rigurosa de las propiedades de cada configuración auxética, de esta manera, se logra ahondar en el concepto teórico de la estructura y también se consigue llevar este análisis a un campo más realista. En conclusión lo que se busca en el desarrollo de este documento es definir y ofrecer una posible solución a temas principales que son trabajados de manera parcial o nula en las investigaciones de otros autores, pero que sin embargo, a criterio de los mismo autores y criterio propio son de gran importancia para complementar trayectoria investigativa que ha tenido hasta el momento este nuevo tipo de materiales.

4. OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Analizar la respuesta de estructuras auxéticas Hexaquirales y Re-entrantes con coeficiente de Poisson negativo por medio del modelamiento de elementos finitos en Ansys sometidas a cargas uniaxiales.

4.2 Objetivos Específicos

- Realizar un análisis de propiedades mecánicas para estructuras Auxéticas Re-entrantes y Hexaquirales variando su geometría.
- Elaborar un marco comparativo de la respuesta de estructuras Auxéticas Re-entrantes y Hexaquirales tomando como factor cambiante el material base, para este caso en específico, aceros estructurales normalizados.
- Verificar y Demostrar por medio del método de análisis por elementos finitos el comportamiento isotrópico en el plano XY para estructuras Auxéticas Re-entrantes y Hexaquirales.

5. MARCO TEÓRICO

5.1 Deformación Unitaria

La deformación unitaria se define como la relación entre la deformación total producida al momento de aplicar una carga y la longitud inicial del elemento, esto permite determinar la deformación producida sobre el elemento al ser sometido a una carga axial o de compresión, la expresión matemática que define esta relación se observa en la ecuación 6[15].

$$\epsilon = \frac{L_f - L_i}{L_i} \quad (6)$$

Al graficar los valores correspondientes de σ y ϵ , ubicando los esfuerzos en el eje vertical y las deformaciones en el eje horizontal, se obtiene la curva convencional de esfuerzo-deformación; Este diagrama es muy importante ya que ofrece datos sobre el comportamiento y resistencia del material a la tensión (o compresión) sin considerar el tamaño o la geometría del elemento. Es importante aclarar que para cada tipo de material la curva de esfuerzo-deformación es diferente y que esta se desarrolla en un

campo teórico, ya que no considera aspectos como imperfecciones microscópicas, composición del material, método de fabricación o condiciones de carga. A continuación, en la Figura 9 se muestra una curva de deformación convencional para el acero.

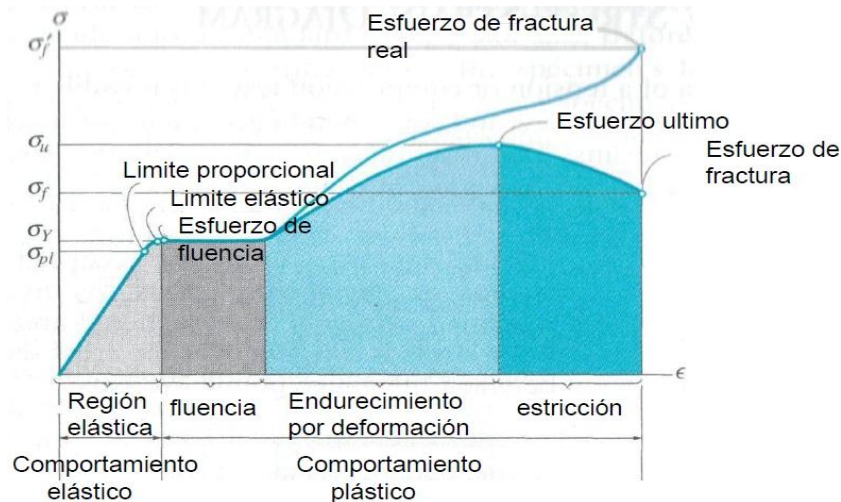


Figura 9. Diagrama esfuerzo-deformación unitaria convencional y real del Acero⁵.

5.2 Comportamiento Elástico

Este comportamiento ocurre cuando al someter a un modelo a una carga axial (o de compresión), este sufre deformaciones que se encuentran dentro de la región elástica, al observar la Figura 9 se aprecia a la izquierda una línea recta inclinada, la cual indica la relación de la deformación presente en ese momento y debajo de esta línea se ve una zona sombreada, todas las deformaciones que se produzcan dentro de esta zona se le atribuyen al elemento como un comportamiento elástico, en otras palabras, se dice que en esta zona el material es linealmente elástico. El límite superior de este esfuerzo en esta relación lineal se conoce como límite de proporcionalidad o límite proporcional. Si el esfuerzo continúa después de haber llegado a este punto el material responde elásticamente, sin embargo el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación tiende a aplanarse produciendo un incremento en la relación de la deformación del elemento.

Si se presenta el caso en el que las condiciones de carga continua llegan al límite elástico, el método para determinar este punto en cualquier tipo de material, consiste en que se debe aplicar y luego retirar una carga creciente hasta que se detecte una deformación permanente en el elemento, sin embargo, en casos específicos como el acero es muy difícil determinar este punto ya que se encuentra muy cerca del límite de proporcionalidad.

⁵ Metalografía, universidad Tecnológica de Pereira, Disponible en: <http://blog.utp.edu.co/metalografia/2-propiedades-mecanicas-de-los-materiales/>

Al generar un aumento en el esfuerzo más allá del límite elástico se producirá un colapso del material causando una deformación permanente en el mismo, a esta característica se le llama Fluencia y se indica en la región sombreada más oscura a la derecha de la zona plástica del material (ver Figura 9). “El esfuerzo que origina la fluencia se llama esfuerzo de fluencia o punto de fluencia σ_y , y la deformación que ocurre se llama deformación plástica”⁶.

5.3 Módulo de elasticidad

La mayoría de los materiales de ingeniería representan una relación lineal entre el esfuerzo generado y la deformación producida dentro de la región elástica, en este caso, resulta evidente que al producir un aumento en el esfuerzo se creará un aumento proporcional en la deformación unitaria. Este fenómeno se conoce como la ley de Hooke, ya que fue descubierta por Robert Hooke en 1676⁷(Ecuación 7).

$$\sigma = E\epsilon \quad (7)$$

La letra E representa el módulo de elasticidad o también la constante de proporcionalidad de deformación, de esta manera la ecuación 7 muestra el diagrama de la relación esfuerzo-deformación unitaria hasta el límite de proporcionalidad. Por otro lado, el módulo de elasticidad representa la pendiente de la recta de deformación unitaria en la zona elástica del material y como dicha deformación no posee unidades, el módulo E tendrá unidades de esfuerzo (Gpa o Ksi). Actualmente los valores de E para diferentes tipos de materiales se encuentran registrados en tablas de ingeniería o libros de referencia.

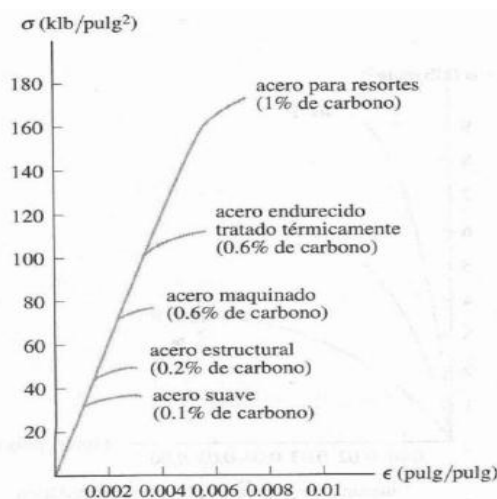


Figura 10. Límite de proporcionalidad para diferentes tipos de aceros[15].

⁶ R. C. Hibbeler. Op. Cit; Pág. 88.

⁷ R. C. Hibbeler. Op. Cit; Pág. 94.

Para el caso específico de los aceros como material constitutivo, el límite de proporcionalidad depende de la cantidad de carbono en cada aleación, esto se puede ver en la Figura 10; no obstante, el módulo de elasticidad desde el acero más dúctil hasta el acero más rígido suele tener un valor cercano a **200 Gpa** o **29000 Ksi**. Es importante aclarar que el módulo de elasticidad es una propiedad mecánica que indica la rigidez del material, para el caso de los materiales muy rígidos como el acero este valor suele ser alto, pero para los materiales dúctiles suele ser bajo.

5.4 Relación de Poisson

La relación de Poisson hace referencia a la deformación que sufre un material sólido cuando está sometido a una fuerza axial, ya que no solamente se alarga sino que se contrae transversalmente. Por ejemplo, si una tira de hule se alarga, puede notarse que el ancho y el espesor de la tira disminuyen; de igual manera, una fuerza de compresión que actúa sobre un cuerpo provocan que este se contraiga en la dirección de la fuerza y se expanda en su sección transversal. Estos dos casos se representan en las ecuaciones 8 y 9 y en la Figura 11[15], donde se ilustra una barra de radio r y longitud L .

“Cuando una carga P se aplica a una barra, esta cambia una cantidad δ y su radio una cantidad δ' , las deformaciones unitarias en la dirección axial o longitudinal y en la dirección radial o lateral, son:”⁸

$$\epsilon_{Long} = \frac{\delta}{L} \quad y \quad \epsilon_{Lat} = \frac{\delta'}{r} \quad (8)(9)$$

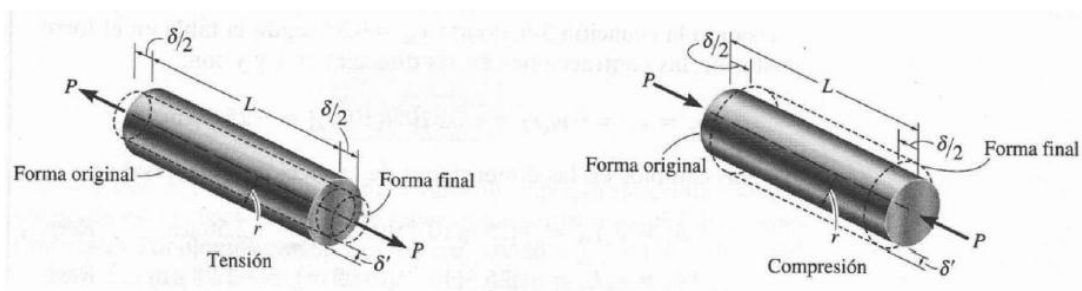


Figura 11. Representación gráfica de la relación de Poisson en barras de acero[15].

También se advierte que los esfuerzos normales de las caras perpendiculares a los ejes y y z son cero; en el mismo modo, es lógico concluir que las deformaciones correspondientes ϵ_y y ϵ_z son cero. En todos los materiales de ingeniería, la elongación que produce una fuerza axial de tensión P en la dirección de la fuerza se acompaña de una contracción en cualquier dirección transversal. En este caso, se entra en la

⁸ R. C. Hibbeler. Op. Cit; Pág. 107.

suposición de que todos los materiales son considerados homogéneos e isotrópicos, es decir, se supone que sus propiedades mecánicas son independientes tanto de la posición como de la dirección de la fuerza[16]. Esto significa que la deformación unitaria debe tener el mismo valor para cualquier dirección transversal, este valor se conoce como *deformación lateral*, llamada así en honor al matemático francés **Siméon Denis Poisson**, esta relación se denota con la letra griega ν y se define como:

$$\nu = - \frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}} \quad (1)$$

El signo negativo se incluye ya que un alargamiento longitudinal ocasiona una contracción lateral y viceversa, es decir, el uso de un signo menos en la Ecuación 1, es para obtener un valor positivo en la relación de deformaciones ν , las deformaciones axiales y laterales de todos los materiales de ingeniería tienen signos opuestos. Es importante advertir que esta deformación unitaria lateral es la misma en todas las direcciones radiales, además de que esta deformación unitaria es causada solo por fuerza axial o longitudinal, ninguna fuerza o esfuerzo actúa en una dirección lateral logrando deformar en esa dirección.

El coeficiente de Poisson es *adimensional* y para la mayoría de los sólidos no porosos, generalmente tiene un valor de entre 0.25 y 0.33. En particular, un material ideal sin movimiento lateral al sufrir elongaciones o contracciones, tendrá un valor de $\nu = 0$, por lo tanto $0 < \nu < 0,5$.

5.5 Materiales Auxéticos

La definición de este parte de su etimología, ya que los materiales auxéticos son definidos como sólidos que poseen un coeficiente de Poisson negativo, cuando un material de este tipo es sometido a tensión en la dirección axial, este se expande en su sección transversal y de manera inversa, sucede una expansión en la sección transversal del material al ser comprimido. *“Este comportamiento se debe a la estructura de este tipo de materiales, que se puede comprender a partir de investigaciones sobre su modelo matemático ya que se representa en una serie de configuraciones conectadas, que se definen técnicamente como subunidades rotatorias rígidas. En el momento en que estas subunidades se giran con relación a las otras, el material disminuye su densidad mientras que incrementa su grosor”⁹.*

Habiendo definido el coeficiente de Poisson y la característica principal de los materiales auxéticos, se procede a definir los cinco puntos de referencia para sólidos isotrópicos (ver Tabla 2). En la primera referencia se tiene como bien es conocido la preservación del volumen, también conocido como incompresibilidad $\nu = 0.5$. Cuando

⁹ ¿Qué es auxético?. Quees.la. consultado el día: 17 de marzo de 2016. Disponible en: <http://quees.la/auxetico/>

un sólido posee un valor de Poisson $\nu = 0$, la aplicación de carga axial no provoca ningún cambio en la sección transversal y dicha sección siempre se mantiene en dirección ortogonal con respecto a la dirección de la carga. Para sólidos isotrópicos, al tener un valor de coeficiente $\nu = -0.5$, se obtiene como resultado $E=G$. En el caso de las deformaciones en 2D el tope del valor de coeficiente de Poisson es 1.

Poisson's ratio	Physical significance
$\nu = 1$ (for 2D)	Preservation of area
$\nu = 0.5$	Preservation of volume
$\nu = 0$	Preservation of cross section
$\nu = -0.5$	Preservation of moduli, $E = G$
$\nu = -1$	Preservation of shape

Tabla 2. Cinco puntos de referencia del coeficiente de Poisson para sólidos isotrópicos[1].

5.5.1 Categorización

Las categorías de los materiales auxéticos con coeficiente de Poisson negativo son:

1. Fibras usadas en "*composites*". Estos son materiales sintéticos que se mezclan heterogéneamente formando un compuesto por moléculas de varios elementos, cuyos componentes pueden ser de refuerzo o de cohesión.
2. Espumas polímeras como el teflón que en determinados tratamientos térmicos y mecánicos se comporta como un material auxético.
3. Cristales como las zeolitas que manifiestan microscópicamente la propiedad auxética, Las zeolitas son minerales aluminosilicatos microporosos que tienen la particularidad de hidratarse y deshidratarse de forma reversible. En Biología se aplica este adjetivo al crecimiento de los organismos pluricelulares. De este modo, se llama crecimiento auxético al aumento de las células de un animal. Así el volumen del cuerpo del animal aumenta también debido al crecimiento de las células individuales sin que haya aumento del número de células individuales.

5.6 Estructuras Auxéticas

Algunos de los diferentes tipos de microestructuras relacionadas con el comportamiento auxético de varios materiales han sido fruto de la observación microscópica de estos mismos, cristales presentes en la naturaleza como la cristobalita (SiO_2) o espumas fabricadas a partir de compuestos poliméricos son ejemplos del origen de estas configuraciones. Esta tendencia de llevar a un análisis macro diferentes micromodelos vistos en escenarios naturales no es solo tema de los

materiales auxéticos, ya que con la Teoría de Materiales Celulares ya se ha aplicado esto con estructuras hexagonales y triangulares (ver Figura 12).

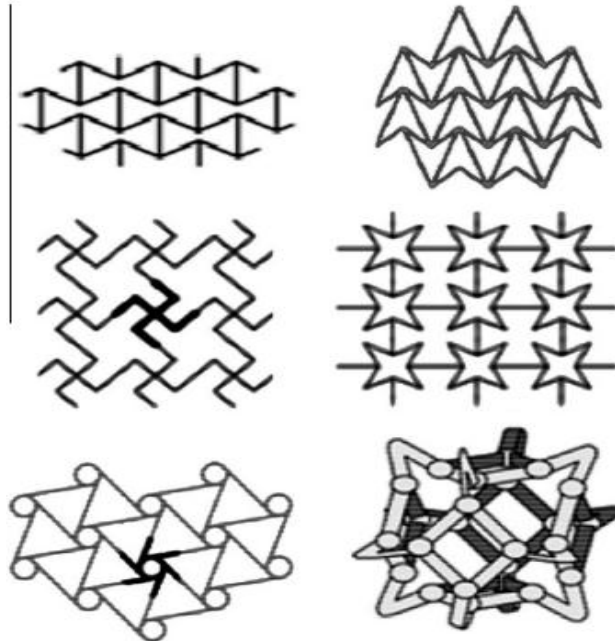


Figura 12. Ejemplos de varias estructuras Auxéticas en estudio actualmente[9].

Las estructuras auxéticas son diferentes configuraciones geométricas las cuales pueden estar constituidas de cualquier tipo de material, sin importar si este posee un comportamiento auxético o no, ya que la condición auxética no la da el material sino la topología de la estructura como tal. En ese caso, al ser la geometría del modelo la que ofrece las propiedades mecánicas de cada estructura y en tanto el módulo de elasticidad sea constante, se pueden lograr valores de coeficiente de Poisson negativos, módulos de rigidez altos y módulos volumétricos bajos, permitiendo el estudio y diseño de numerosas configuraciones para hallar el mejor desempeño según la necesidad de diseño.

6. METODOLOGÍA

6.1 Selección del Material

Para las diferentes configuraciones auxéticas generadas y que fueron modeladas por el método de elementos finitos, se seleccionó el mismo tipo de material para su respectivo análisis, esto se hizo para generar uniformidad en los resultados obtenidos, sin embargo, en el caso del marco comparativo entre aceros estructurales para los dos tipos de configuraciones auxéticas Re- entrantes y Hexaquirales, se eligieron cinco diferentes tipos de acero estructural de acuerdo a norma ASTM¹⁰.

La norma ASTM no especifica directamente la composición de cada tipo de aleación de acero, por el contrario, ofrece una clasificación de acuerdo a la aplicación o campo de empleo que se le da al material, por lo tanto no existe una relación directa con otras normas que categorizan la composición del acero. Las especificaciones del AISI¹¹ de acuerdo a la sección A3.1, reconocen 14 tipos de acero de la sociedad americana de pruebas y materiales. En la selección de los tipos de acero se tuvieron en cuenta criterios como los límites de fluencia (desde valores medios hasta altos) y el uso determinado que se le puede dar al material, ya que uno de los enfoques del estudio es analizar la viabilidad de las estructuras auxéticas fabricadas a partir de materiales convencionales, para este estudio se designaron los siguientes:

- ASTM A-36
- ASTM A-570 Gr. 30
- ASTM A-570 Gr. 50
- ASTM A-572 Gr. 60
- ASTM A-588

En la tabla 3 se observa los cinco tipos de aceros seleccionados para el análisis de las estructuras auxéticas, donde se especifica sus principales usos, así como los límites elásticos y de ruptura para cada tipo.

¹⁰ Por sus siglas en inglés “*American Society for Testing Materials*”.

¹¹ Por sus siglas en inglés “*American Iron and Steel Institute*”.

Designación ASTM Tipo y descripción	Producto	Grado	Fy (min) Kg/cm ² (Mpa)	Fu (min/max) Kg/cm ² (Mpa)
<p>A-36/A-36M-94</p> <p>Esta especificación cubre perfiles, placas y barras de acero de carbono de calidad estructural para construcción remachada, atornillada o soldada de puentes y edificios y para aplicaciones estructurales generales.</p> <p>Cuando el acero vaya a ser soldado, se presupone que será usado un procedimiento de soldado consistente con el tipo de grado de acero y el uso planeado de la estructura.</p>	Placas y Barras		2530 (248)	4076(400)/ 5622(550)
<p>A-570/A-570M-95</p> <p>Esta especificación cubre láminas y cintas de acero de carbono laminado en caliente en longitudes cortadas o en carretes. Este material puede usarse para propósitos estructurales cuando se requieran valores mecánicos de prueba, y está disponible en espesores máximos de 0.229 plg (6 mm) excepto por lo que se especifica para A-568, A-568M, A-749 y A-749M.</p>	lamina y Cinta	30 33 36 40 45 50	2108(206) 2319(227) 2530(248) 2811(275) 3162(310) 3514(344)	3443(337) 3654(358) 3724(365) 3865(379) 4216(413) 4568(448)
<p>A-572/A-572M-94c</p> <p>Esta especificación cubre perfiles, placas y barras de acero de alta resistencia y baja aleación. Los Grados 42 y 50 se recomiendan sean usados en construcción remachada, atornillada y soldada de edificios, puentes y otras aplicaciones. Los Grados 60 y 65 se recomiendan sean usados para construcción remachada y atornillada de puentes y para construcción remachada, atornillada y soldada para otras aplicaciones.</p> <p>Para construcción soldada de puentes la tenacidad de muesca es un requisito importante.</p>	Placas y Barras	42 50 60 65	2951(289) 3514(344) 4216(413) 4568(448)	4216(413) 4568(448) 5270(516) 5622(551)
<p>A-588/A-588M-94</p> <p>Esta especificación cubre perfiles, placas y barras de acero de alta resistencia y baja aleación para construcción remachada, atornillada y soldada a ser usado principalmente en miembros estructurales cuando el ahorro en peso y la durabilidad adicional son importantes. La resistencia a la corrosión atmosférica del acero en la mayoría de los ambientes es substancialmente mejor que el acero al carbono con o sin adición de cobre. Cuando se expone apropiadamente a la atmósfera este acero puede ser usado sin pintura para muchas aplicaciones. Esta especificación está limitada a material de hasta 8 plg (20 cm) de espesor.</p>	Placas y Barras t ≤ 4.0 plg (101.6 mm)		3513(344)	4919(482)

Tabla 3. Descripción y propiedades mecánicas relevantes de Aceros reconocidos por AISI y ASTM[19].

6.2 Dimensionamiento de Modelos

Todas las estructuras Auxéticas, tanto Hexaquirales como Re-entrantes fueron modeladas en el programa de diseño SolidWorks¹², ya que este tipo de programas CAD ofrece mayor facilidad al momento de crear matrices y modelos parametrizados, por último, cada configuración es exportada a archivo .IGES para su posterior procesamiento en análisis finitos.

6.2.1 Estructura Hexaquiral

Los diferentes modelos quirales creados se dimensionan geoméricamente variando una serie de características como son: la cantidad de celdas unitarias (ver figura 13), la relación de aspecto R/L entre la distancia de separación de los nodos R y la longitud de los ligamentos L , y la relación de constitución t_n/t entre el espesor del nodo y el espesor de los ligamentos, el valor del ángulo θ se estableció en 30° constante.

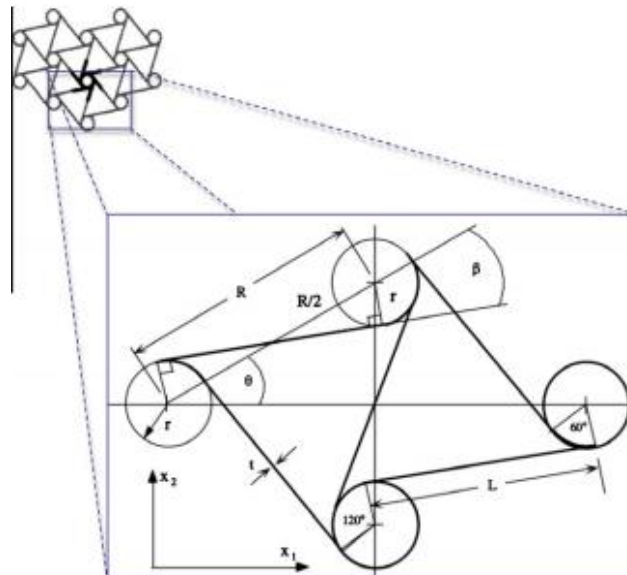


Figura 13. Modelo básico de una celda unitaria Hexaquiral[9].

Convenciones Geometricas para modelos quirales	
L	Longitud de los ligamentos
R	Distancia entre los centros de nodos
t_n	Espesor de los nodos
t	Espesor de los ligamentos
θ	Angulo entre centros de nodos
r	Radio de los nodos
β	Angulo entre el centro del nodo y el ligamento

Tabla 4. Convenciones para modelos quirales.

¹² Dassault, Systems SolidWorks Corp. Versión 2014

Según Spadoni, en las estructuras quirales el valor del coeficiente de Poisson cambia según la relación t/L , siendo t el espesor del ligamento, entre más cerca sea este resultado de cero más cerca estará el coeficiente de Poisson de -1 , sin embargo para cumplir con esta condición los ligamentos de la celda tienden a ser muy delgados en comparación a su longitud y esto provoca que se pierda mucha rigidez la estructura[18]. Ya que el enfoque que se le quiere dar a esta investigación es analizar un caso más aplicado a campo real, se determina la relación $t/L=0,1$, de esta manera se busca evaluar el esfuerzo y la deformación en la estructura pero con unos ligamentos más robustos.

En cuanto a la cantidad de celdas unitarias, esta se configuró en un mínimo de 2×1 para garantizar que al menos una celda cumpla con la condición Hexaquiral (seis ligamentos conectados al nodo) y en un máximo de 7×7 con el fin de obtener resultados satisfactorios de acuerdo al recurso computacional. Las diferentes configuraciones de celdas, los valores de las relaciones R/L y t_n/t y el ángulo θ son evaluados basándose en estudios anteriores [1][11][12][18].

Parametros Geometricos Estructuras Hexaquirales	
Numero de Celdas unitarias	2X1- 5X2- 6X3- 7X7
Relacion de aspecto R/L	0,2- 0,3- 0,4- 0,5- 0,6- 0,7- 0,8- 0,9
Relacion de constitucion t_n/t	0,67- 1- 1,5- 2

Tabla 5. Parámetros geométricos para estructuras quirales evaluadas.

Las dimensiones de cada variable cambiarán la geometría del modelo con el fin de dar cumplimiento a los parámetros designados en la Tabla 5. Adicional a esto, el espesor fuera de plano de todos los modelos quirales es de 10 mm. A continuación se muestra un ejemplo de las diferentes configuraciones de celdas que se emplearán en el análisis.

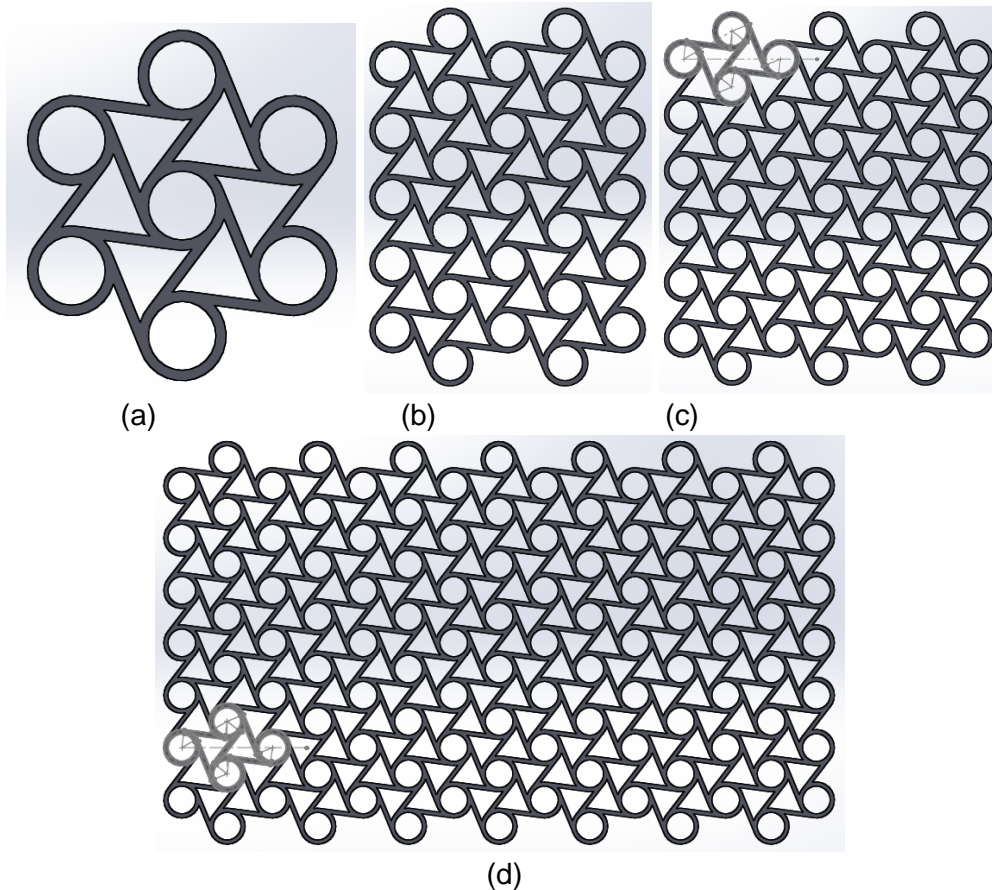


Figura 14. Ejemplos modelados de configuraciones Hexaquirales para su análisis, Tamaño de celda en: (a) 2X1 R/L=0,8, (b) 5X2 R/L=0,8, (c) 6X3 R/L=0,8, (d) 7X7 R/L=0,8.

6.2.2 Estructura Re-entrante

Para las diferentes configuraciones Re-entrantes se plantea una metodología similar a la de las estructuras quirales, ya que de igual manera se propone variar la cantidad de celdas unitarias y la geometría de cada celda, sin embargo, las relaciones topológicas que definen a esta estructura son diferentes ya que esta es un poco más simple (ver Figura 15); las características geométricas que varían son el espesor de los ligamentos t y la relación de aspecto $L/2h$, donde L corresponde a la longitud del ligamento inclinado y h a la mitad de la longitud del ligamento horizontal; el valor del ángulo θ se establece constante en 30° para todo los modelos, esto conforme a las evaluaciones realizadas en estudios anteriores que argumentan un valor entre 28° y 30° es óptimo para obtener resultados de coeficiente de Poisson menores a -1[1][10][13].

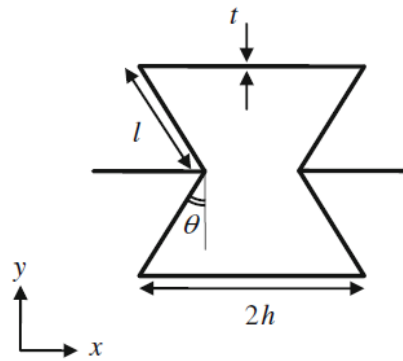


Figura 15. Celda Unitaria de geometría Re-entrante[1].

Convenciones Geométricas para modelos Re-entrantes	
L	Longitud de los ligamentos inclinados
2h	Longitud de los ligamentos horizontales
t	Espesor de los ligamentos
θ	Angulo de ligamento inclinado

Tabla 6. Convenciones para modelos Re-entrantes.

En la tabla # se muestran los parámetros geométricos establecidos para la creación de los modelos geométricos Re-entrantes, la cantidad de celdas unitarias del primer grupo se determina de 2X2 y la cantidad del último grupo de 7X7 (esto dando consecuencia con el caso establecido anteriormente en los modelos quirales). Como es evidente, en el primer grupo una sola celda cumpliría con la condición Re-entrante, sin embargo, se determina modelar este grupo de configuraciones con un mayor número de celdas ya que el propósito de esta investigación es analizar el comportamiento de un conjunto de celdas determinado, no de una celda individual como se ha demostrado en otras investigaciones [1].

Parametros Geometricos Estructuras Re-entrantes	
Numero de Celdas unitarias	2X2- 3X4- 5X6- 7X7
Relacion de aspecto L/2h	0,2- 0,3- 0,4- 0,5- 0,6- 0,7
Espesor de nodos t (mm)	1- 2- 4- 6

Tabla 7. Parámetros geométricos para estructuras Re-entrantes evaluadas.

De la misma forma que en las estructuras quirales, las dimensiones de los modelos geométricos Re-entrantes se modifican conforme a los parámetros de la Tabla 7. El espesor fuera de plano de todos los modelos Re-entrantes es de 10 mm. A continuación se muestra un ejemplo de las diferentes configuraciones de celdas que se emplearán en el análisis.

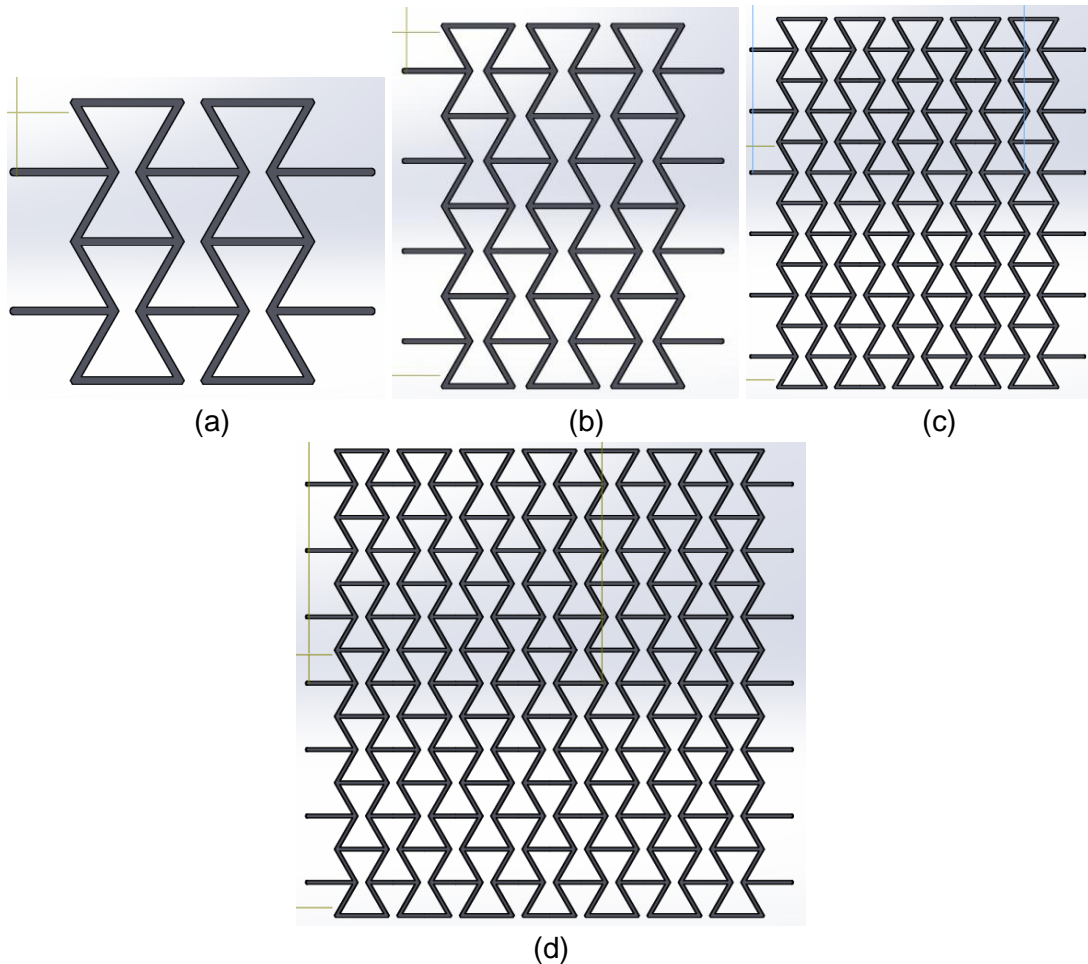


Figura 16. Ejemplos modelados de configuraciones Re-entrantes para su análisis, Tamaño de celda en: (a) 2X2 $L/2h=0,7$, (b) 4X3 $L/2h=0,7$, (c) 6X5 $L/2h=0,7$, (d) 7X7 $L/2h=0,7$.

6.3 Modelamiento por método de elementos finitos para pruebas uniaxiales

Para realizar el modelamiento por elementos finitos tanto de las estructuras Hexaquirales como de las Re-entrantes se utilizó el aplicativo de **Ansys Workbench**¹³. En cuanto al planteamiento de la ejecución del proyecto se propone realizar el análisis de las configuraciones asumiendo el material constitutivo como elástico lineal. Para simplificar un poco el proceso de modelamiento de las estructuras se asumen todas las uniones entre nodos y ligamentos como un solo cuerpo continuo, al igual que en otros estudios [11] esto podría suponer diferencias entre los resultados teóricos contra experimentos reales, ya que en el campo aplicativo la fabricación de este tipo de estructuras como un solo elemento presenta una gran dificultad.

¹³ ANSYS, Academic Research, Versión 15.0

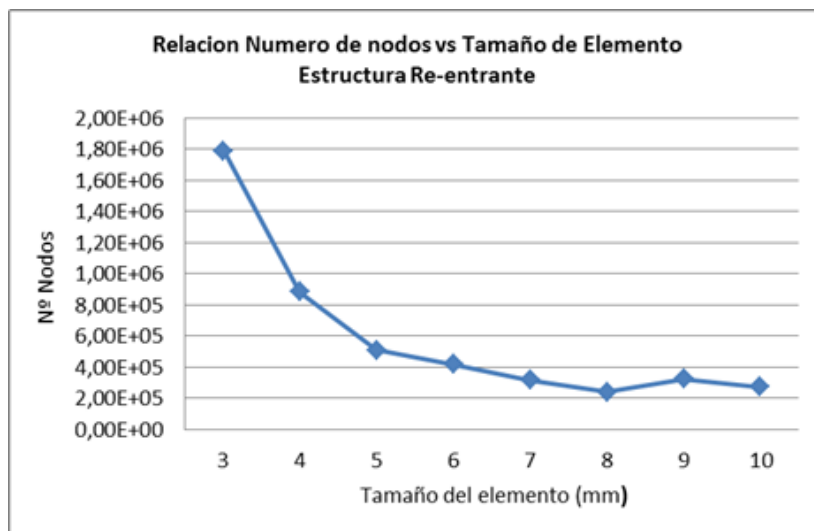
6.3.1 Enmallado

En este estudio Las características de enmallado se establecieron de forma similar para las dos tipos de estructuras buscando definir una serie de parámetros similares en cada modelo, sin embargo, debido a la complejidad geométrica de cada uno, se hizo necesario modificar una variable para poder procesar los modelos creados con el recurso computacional disponible. La variable seleccionada fue el tamaño del elemento ya que al modificar este parámetro se provoca el aumento o disminución del número de nodos y elementos en la estructura.

El proceso para determinar la dimensión del elemento para cada modelo se realizó por medio de un análisis de carga axial constante, donde se toma como muestra una configuración modelo de cada grupo de tamaño de celdas unitarias y el resultado que se obtiene se aplica para todo el grupo; al definir los puntos de carga en dicho modelo y sus respectivas restricciones se procede a evaluar el tamaño del elemento, llevando su valor desde un calibre grande hasta uno pequeño. **Es importante aclarar que las dimensiones de los elementos seleccionadas para cada modelo en este estudio dependen en gran medida del recurso computacional disponible, pues en algunos casos el software de análisis por elementos finitos advirtió no poder realizar el procesamiento del modelo debido a falta de potencia en el hardware.**

En las siguientes gráficas se muestran dos ejemplos de evaluación dimensional del elemento, el primero para una estructura Hexaquiral y el segundo para una Re-entrante, en los dos casos el número de celdas unitarias es de 7X7.

(a)



(b)

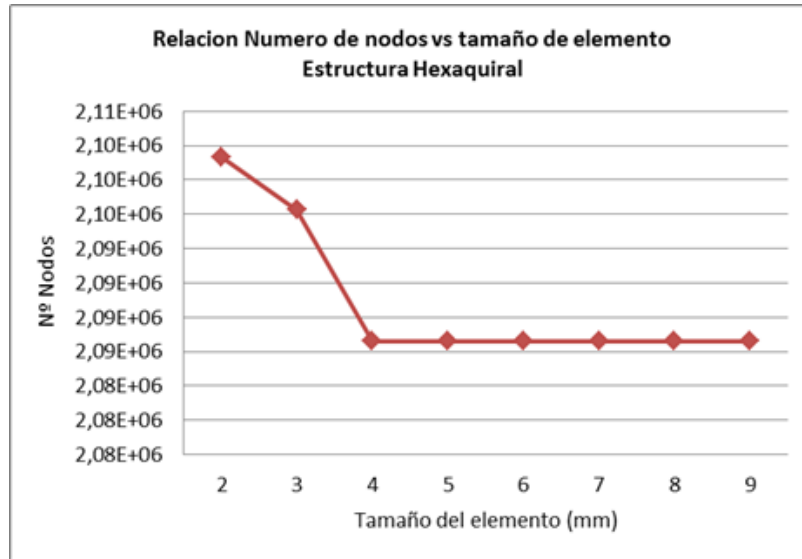


Figura 17. Gráfica representando la relación del número de nodos generados en cada tipo de estructura contra el tamaño de los elementos de enmallado: **a.** Tamaño de celda 7X7 R/L=0,9 tn/t=2 **b.** Tamaño de celda 7X7 L/2h=0,7 t=6.

Como se puede ver en los resultados, el tamaño del elemento se determina de acuerdo al valor más preciso de esfuerzo obtenido y a la máxima cantidad de nodos que habilita el recurso computacional. En el caso del modelo Hexaquiral para un número de celdas unitarias 7X7 y una relación R/L=0.9 se selecciona un tamaño de elemento máximo de 2 mm, de igual manera, para el modelo Re-entrante con un número de celdas unitarias 7X7 y una relación L/2h=0,7 se selecciona un tamaño máximo de elemento de 3mm.

6.3.2 Características de enmallado para cada grupo de Celdas unitarias

En la Tabla 8 se muestran los parámetros definidos previamente al análisis estructural de cada modelo, como se puede ver, la dimensión del elemento es lo único que cambia para cada grupo de tamaño de celdas unitarias, estos valores se obtuvieron realizando el mismo procedimiento mostrado anteriormente con cada grupo de celdas, con respecto a las demás características, estas fueron seleccionadas de acuerdo a los más altos estándares que ofrece el módulo de **Ansys Workbench** para refinamiento de mallas¹⁴.

¹⁴ Para obtener más información sobre la función de cada característica de refinamiento, consultar Ansys Workbench Help-Mesh en la interfaz del programa.

Tipo de estructura	Tamaño de Celda	Preferencia Física	Congruencia	Centro de Congruencia	Tamaño del elemento (mm)	suavizado	Transición	Extensión sobre ángulos
Hexaquiral	2X1	Mecánico Estructural	100 (Max)	Fino	0,7	Alto	Lenta	Fino
	2X5				1,3			
	3X6				1,6			
	7X7				2			
Re-entrante	2X2				1			
	3X4				1,5			
	5X6				2			
	7X7	3						

Tabla 8. Características de enmallado definidas para análisis de estructuras por grupos.

6.3.3 Tipo de elemento Utilizado

Al trabajar los diferentes modelos auxéticos bajo el aplicativo de **Ansys Workbench**, se elimina el parámetro de selección del tipo elemento ya que este elige el elemento más adecuado de acuerdo a la geometría modelada. A continuación, se explican las características más importantes de los elementos usados en el análisis.

6.3.3.1 SOLID187

El SOLID187 es un elemento tipo tetraédrico estructural sólido de alto orden para análisis de modelos en 3D, el cual tiene 10 nodos y describe un comportamiento cuadrático en su desplazamiento, es muy recomendado para modelar enmallados irregulares en geometrías importadas desde otros sistemas CAD/CAM (ver Figura 18). Cada nodo de este elemento posee tres grados de libertad: traslación nodal en las direcciones x , y y z . El elemento tiene la habilidad para simular plasticidad, hiperelasticidad, fluencia, rigidez, esfuerzo axial y grandes capacidades de deformación. Además de esto también tiene la capacidad de formulación mixta para la simulación de las deformaciones de los materiales elastoplásticos casi incompresibles, y de materiales hiperelásticos totalmente incompresibles.

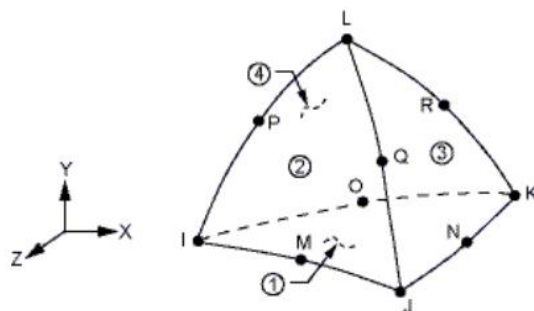


Figura 18. Geometría elemento SOLID187[20].

Además de los nodos, los datos de entrada de elemento incluyen las propiedades del material ortotrópico o anisotrópico. En el caso de aplicar un material ortotrópico o anisotrópico, las direcciones del material se corresponden con las direcciones de las coordenadas del elemento. Las direcciones de los esfuerzos principales del elemento son paralelas al sistema de coordenadas del elemento. De igual manera las salidas de tensión de la superficie corresponden al sistema de coordenadas y están disponibles para cualquier cara.

6.3.3.2 SURF154

El SURF154 es un elemento tipo efecto superficial estructural para análisis de modelos 3D, este elemento es usado para análisis en modelos que contienen varias cargas sobre sus superficies, además de esto las caras y sus áreas superficiales se superponen en el estudio de múltiples cargas. Este elemento está definido de 4 a 8 elementos, dependiendo de la complejidad de la superficie y un su forma puede cambiar a triangular superponiendo el nodo K sobre el I (ver Figura 19).

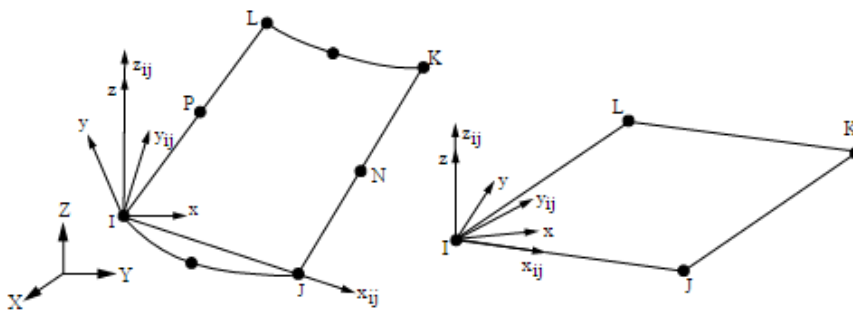


Figura 19. Geometría elemento SURF154[20]

Los cálculos de masa y volumen utilizan los espesores de los elementos en los nodos I, J, K y L, sin embargo, el espesor de la superficie puede ser definido previamente de acuerdo a los requerimientos de análisis. Los cálculos para la matriz de rigidez y esfuerzo, junto a la carga de vector utilizan la longitud en el plano de la fuerza por unidad. Este tipo de elemento no puede ser usado en superficies con área menor a cero. El vector de carga de tensión superficial actúa en el plano del elemento como una fuerza constante aplicada a los nodos, los cuales tratan de minimizar el área de la superficie. Si los nodos del elemento no son coplanares al momento de crear la tensión superficial, el equilibrio se puede perder. Para el análisis en una gran deflexión estructural, las cargas se aplican al tamaño actual del elemento, no el tamaño inicial.

6.3.4 Aplicación de Cargas y Restricciones.

Uno de los objetivos a desarrollar en esta investigación son las deformaciones y los coeficientes de Poisson para cada modelo, es por esta razón que se plantea la ejecución analítica de dos casos para cada configuración, una donde se aplica una carga uniaxial en el sentido del eje coordenado Y y otra en el sentido coordenado X, esta carga es igual para todos los modelos y se determina como 1 Mpa. Lo que se busca con este método, es calcular las deformaciones unitarias direccionales ϵ_i de cada modelo en la dirección i (sea X o Y), calculando el promedio de los desplazamientos relativos para las direcciones axial y transversal.

Las relaciones de Poisson efectivas y las deformaciones unitarias en las estructuras fueron calculadas con base en las definiciones clásicas de esfuerzo-deformación (ver Ecuaciones 10 y 11) [11], donde la i corresponde a la dirección de la carga.

$$\nu_{ij} = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i}; E = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \quad (10)(11)$$

6.3.4.1 Estructuras Hexaquirales.

Las distintas estructuras Hexaquirales fueron puestas en un estado de carga estática de tensión uniaxial en el plano dentro del rango elástico lineal del material. Retomando las observaciones hechas por Lakes y otros autores en estudios anteriores[11][12], se plantea el modelamiento de los modelos quirales con nodos rígidos y ligamentos deformables, sin embargo, Spadoni[18] en su investigación argumenta que es necesario contemplar dos casos para el análisis de este tipo de estructuras, el primero donde se asumen los nodos rígidos y el segundo donde se asumen los nodos deformables, conforme a sus resultados Spadoni concluye que el estudio de los nodos deformables se aplica más para un caso real, ya que el modelamiento matemático realizado para el primer caso, descarta esfuerzos y deformaciones que si son contemplados en el segundo caso.

De acuerdo a esta información se propone la aplicación de la carga en la cara interna de los nodos que dan al exterior de la estructura, propiciando la deformación tanto de nodos como de ligamentos, esto se aplica a casos reales ya que los nodos son los puntos de anclaje más apropiados en este tipo de modelo. Las restricciones de desplazamiento para los nodos fijos de la estructura fueron en las direcciones X, Y, y se aplicaron de igual manera en las caras internas de los nodos ubicados en el extremo opuesto a los nodos de carga. Así mismo, de manera general se restringe el movimiento de la estructura en el eje Z y las rotaciones en las direcciones X y Y, en las Figuras 20 y 21 se aprecia la ubicación de las cargas y restricciones para los modelos quirales.

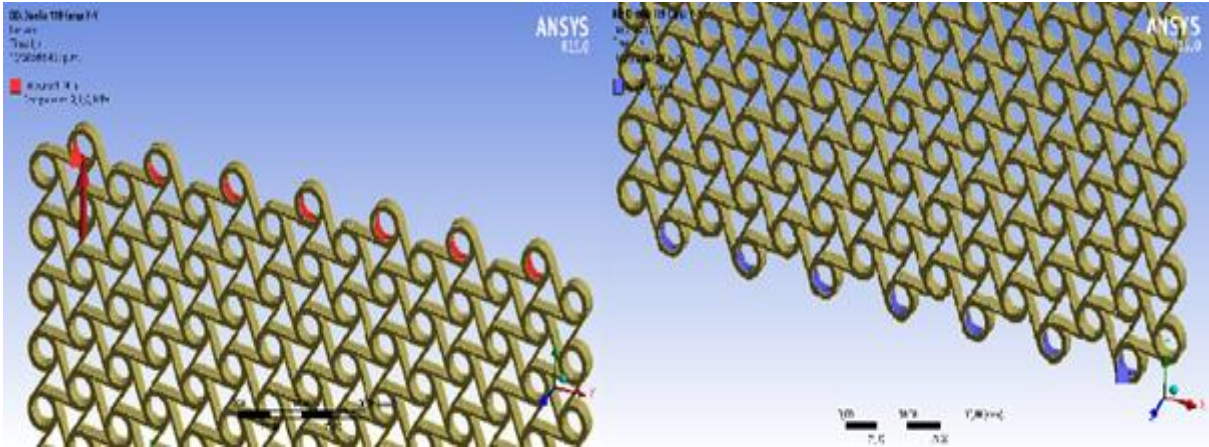


Figura 20. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Hexaquirales. Carga Y-Y.

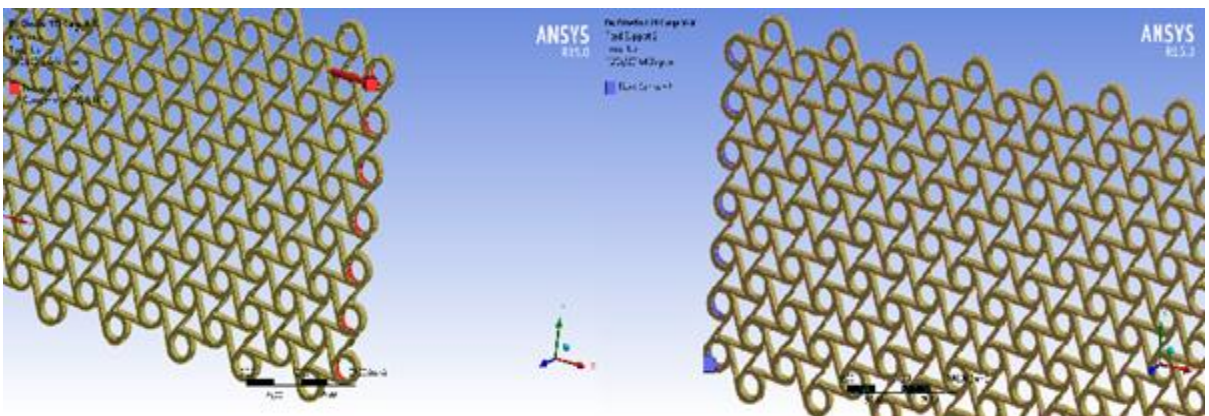


Figura 21. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Hexaquirales. Carga X-X.

6.3.4.2 Estructuras Re-entrantes

En cuanto a las configuraciones Re-entrantes, se adoptó el mismo modelo propuesto en el análisis quiral asumiendo cargas estáticas de tensión uniaxial en el plano dentro del rango elástico lineal del material. La ubicación de las cargas y restricciones se aplicó de dos maneras diferentes en este tipo de estructuras; en una primera instancia, para el caso de la carga direccional Y-Y, la presiones fueron aplicadas en las caras internas-superiores de las celdas unitarias ubicadas en un extremo vertical del modelo, esto se realiza asumiendo estos ligamentos superiores como uniones pernadas o soldadas al mecanismo o elemento creador de carga. Por otro lado, las restricciones de movimiento se aplicaron en las caras internas-inferiores de las celdas ubicadas en el extremo opuesto de las celdas sometidas a presión (ver Figura 22).

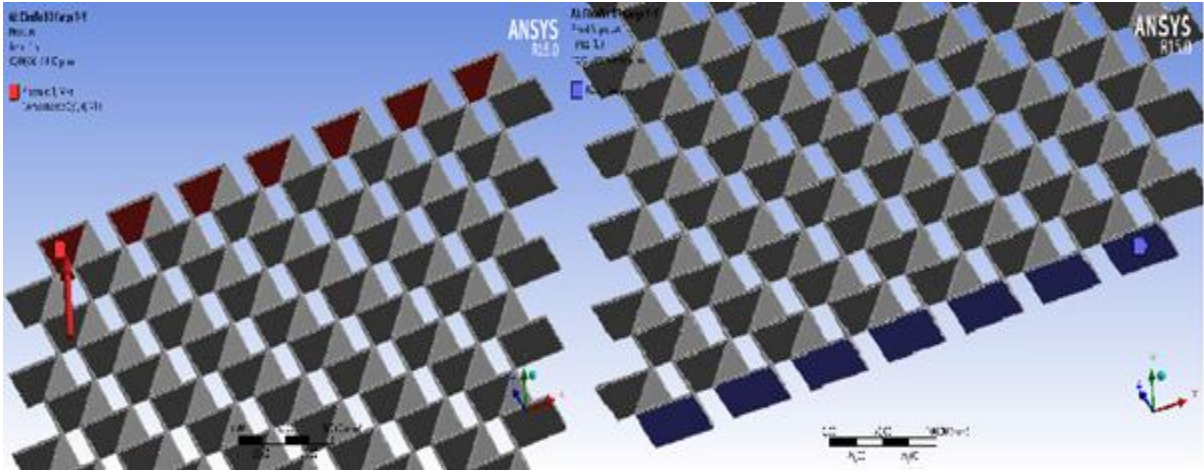


Figura 22. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Re-entrantes. Carga Y-Y.

Para el segundo caso donde el análisis de carga es en la dirección X-X, la presión se aplicó en la superficie yacente de los ligamentos horizontales que sobresalen en uno de los extremos de la estructura (brazos de celdas unitarias), de igual manera, las restricciones se fijaron sobre las mismas superficies horizontales pero en el extremo opuesto de la zona de carga (ver Figura 23).

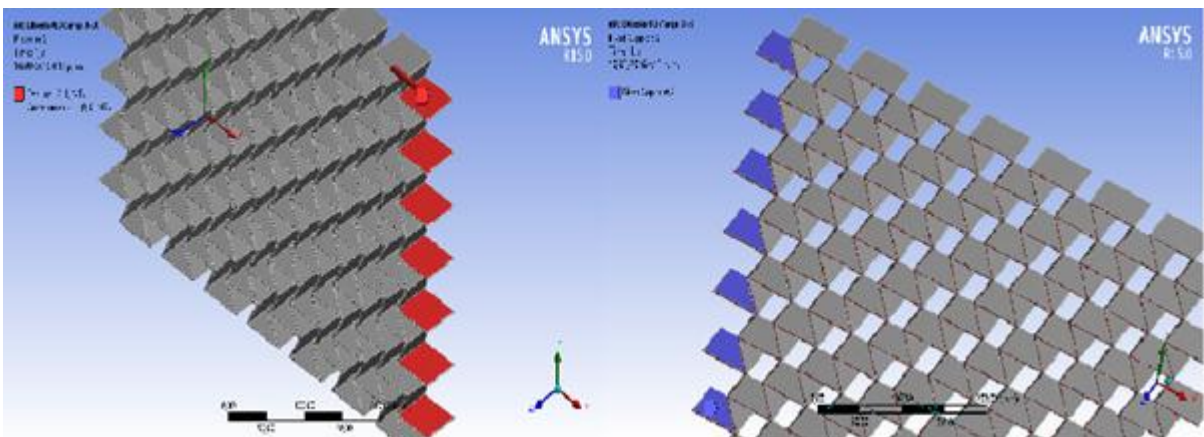


Figura 23. Estado de carga y condiciones de borde en Estructuras Re-entrantes. Carga X-X.

6.4 Marco comparativo entre tipos de estructuras

Como se comentó anteriormente, en la primera fase el análisis solamente se usará un tipo de material para todas las configuraciones geométricas modeladas, en este caso, se determinó el acero ASTM A-36 por el ser el más común en aplicaciones estructurales; para la siguiente parte, se modelaron cuatro diferentes conformaciones geométricas (dos de tipo Re-entrante y dos de tipo Hexaquiral) con los valores más altos de rigidez unidireccional obtenidos en la primera parte del análisis, seguido a esto, utilizando los cinco tipos de acero establecidos en la previa selección de materiales y aplicando una carga axial que progresivamente aumenta, se logra de esta manera determinar la cantidad de deformación unitaria direccional y por consiguiente

se establece que tipo de configuración auxética es más óptima de acuerdo a un diagrama esfuerzo-deformación.

6.5 Evaluación de la condición isotrópica en estructuras Auxéticas

En cuanto a lo referente en el tema de materiales auxéticos isotrópicos, solamente se conoce a la cristobalita como un material con dichas características[22], por lo tanto, al ubicarse en el tema de estructuras auxéticas, se hace necesario identificar esta propiedad en el plano, pues al definir si un modelo es isotrópico, anisotrópico o alguna de sus vertientes, se puede controlar y predecir sus propiedades mecánicas direccionales.

La condición isotrópica en el plano para cada configuración se evaluará de acuerdo a los valores de deformación unitaria obtenidos en cada dirección de carga, es decir, si al graficar dichos resultados en una curva de deformación son similares en varios puntos para los estados de carga direccional Y-Y y X-X, se confirmara la isotropía en la estructura, si por el contrario, las deformaciones unitarias en cada dirección son muy dispares, se determinaría de manera parcial el estado anisotrópico de la estructura, se hace la aclaración ya que para este caso se requeriría analizar los diferentes tipos de anisotropía en cada modelo.

En el caso de las configuraciones quirales, autores como Prall y Lakes argumentan que las estructuras con simetría hexagonal (como es el caso de las Hexaquirales) son isotrópicas en el plano[12], sin embargo, Gibson y Ashby sugieren que existen ciertos tipos de configuraciones triangular y hexagonal que pueden ser anisotrópicos[17].

Retomando el trabajo de Prall y Lakes, Spadoni[18] profundiza y explica que las celosías quirales exhiben un tipo de anisotropía llamado isotropía transversal, el cual explica que las características de un material o estructura pueden tener valores similares en todas las direcciones paralelas a los planos de anisotropía y muestran valores diferentes en la dirección perpendicular a dichos planos de anisotropía, esta dirección perpendicular se denomina eje de simetría rotacional. Este argumento se acopla perfectamente a la simetría quiral, ya que todos los nodos de la celosía representan el eje de simetría rotacional para cada celda unitaria. Por último se aclara que la quiralidad no tiene efectos en las propiedades mecánicas del material constitutivo, ya que esta condición solamente define la topología del modelo y que el coeficiente de Poisson está estrechamente relacionado con la isotropía.

Por otro lado, el tema en los principales estudio sobre de las configuraciones Re-entrantes no se habla sobre su condición isotrópica como estructura, pues dedican mucho más recursos a medir y evaluar el coeficiente de Poisson o la deformación en condiciones especiales, casos como estos son las investigaciones realizadas por Osama[13] o Sanami[14].

7. RESULTADOS

7.1 Estructuras Hexaquirales

7.1.1 Deformación Unitaria Direccional

De acuerdo a las Figuras 24 y 25 se observa que las de las deformaciones direccionales ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} poseen respuestas similares a medida que la relación de aspecto R/L se acerca a valores de -1, resultando así en un comportamiento más isotrópico. Por otro lado, en la Figura 24 se aprecia un ligero aumento de la rigidez del modelo con tamaño 6X3 en las relaciones de constitución $t_n/t=1$ y 1,5, esto se debe a que en este tamaño el modelo presenta dimensiones tanto de alto como ancho semejantes, formando de esta manera un bloque simétrico, esto es muy importante ya que al variar la geometría de cada modelo, sus dimensiones generales influyen en cierta medida sobre las deformaciones unitarias. En la relación $t_n/t=2$ el tamaño de celda 6X3 ya no es relevante ya que la configuración de celda 7X7 supera su rigidez.

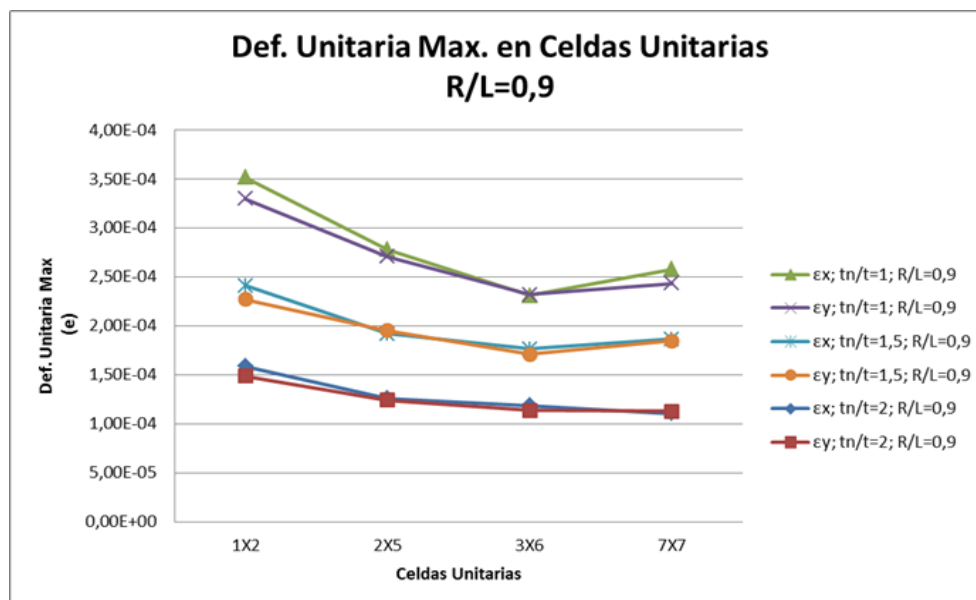


Figura 24. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto R/L=0,9.

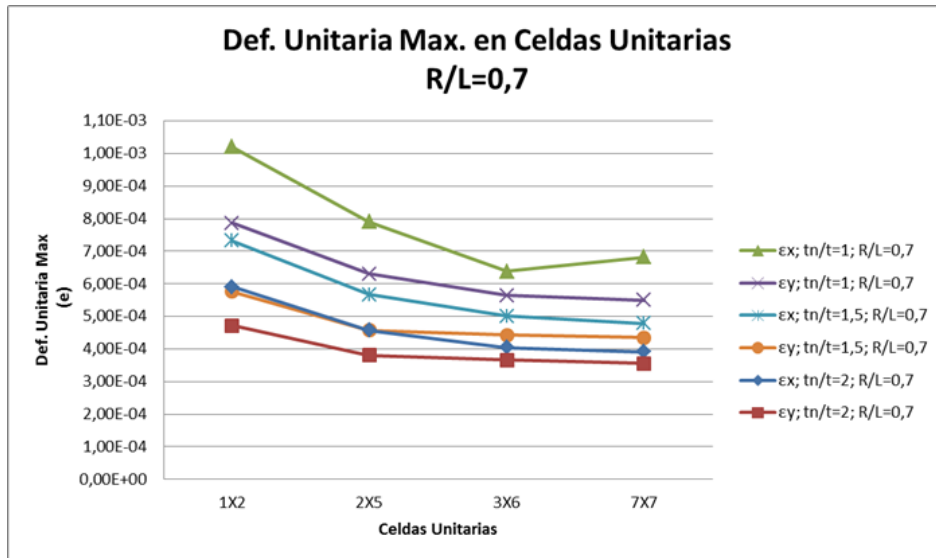


Figura 25. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto $R/L=0,7$.

A medida que se aumenta el valor de la relación de aspecto R/L los valores de deformación disminuye para todas las configuraciones de tamaño de celda, sin embargo, entre más cercano sea esta relación a 1 mejor será la rigidez de la estructura frente a cargas axiales.

A continuación, en las Figuras 26 y 27 se muestra el comportamiento del tamaño de celdas $6X3$ y $7X7$ contra la relación de aspecto R/L , en esta parte se nota que las deformaciones son grandes en los valores de $0,5$ y $0,6$, esto ocurre debido al arreglo geométrico-espacial de las estructuras, ya que entre más cerca se encuentre la relación R/L de cero, se obtiene una red de nodos circulares (ver Figura 30) que impide el desplazamiento y en vez de transmitir la carga hacia los ligamentos a través de las caras, tienden a deformarse directamente en dirección a la carga. El caso contrario ocurre cuando la relación de aspecto se acerca a 1, pues la estructura tiende a mostrar un modelo similar al de una celosía triangular, la cual distribuye de manera más eficiente los esfuerzos sufridos ya que los nodos reparten la carga a través de los ligamentos. Además de esto, la rigidez de los modelos aumenta sustancialmente al aumentar su relación de constitución tn/t en valores de $1,5$ en adelante.

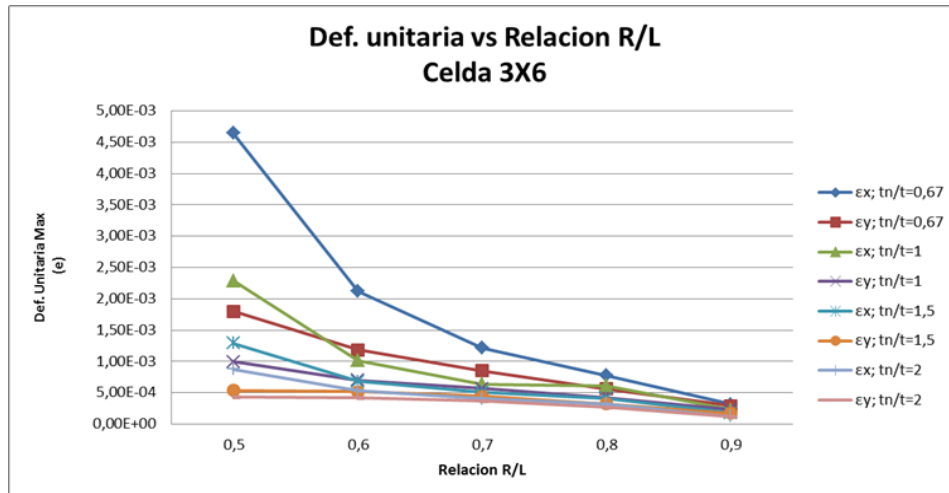


Figura 26. Deformación unitaria contra relación de aspecto R/L, Tamaño de celda 3X6.

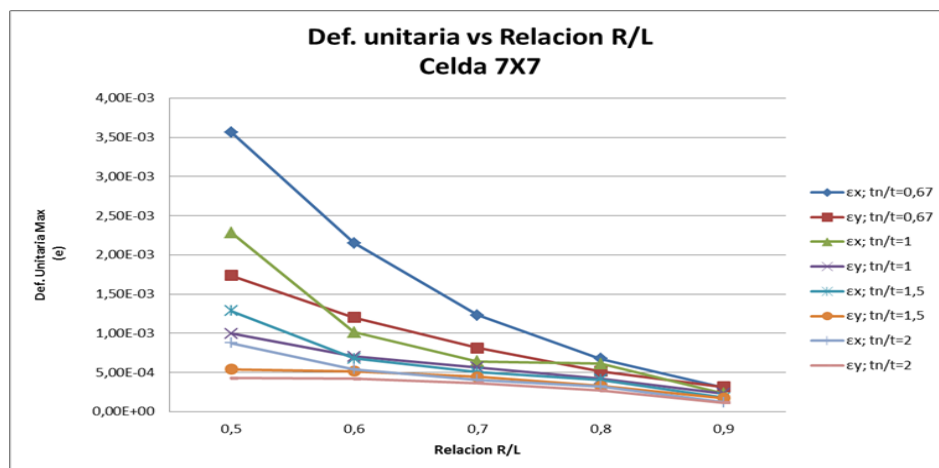


Figura 27. Deformación unitaria contra relación de aspecto R/L, Tamaño de celda 7X7

La diferencia entre los resultados de ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} se justifica en el número de celdas del modelo, ya que en la cara del modelo donde se tiene menor cantidad de nodos es donde se produce la mayor deformación, para este caso ϵ_{X-X} , la mayoría de las celdas unitarias ubicadas en las caras externas de los modelos están incompletas y sólo tienen tres ligamentos conectados a sus nodos, esto hace que se pierda la condición de quiralidad en estos nodos y se produzcan grandes deformaciones en el sentido de la carga, en tanto las celdas se completan topológicamente hacia el interior de la estructura, la mayoría de sus ligamentos actúan como vigas sufriendo una fuerza y un momento flector, de manera que los esfuerzos y deformaciones se distribuyen de manera uniforme a lo largo de los ligamentos.

Los resultados en cuanto a la relación de constitución mostrada en las Figuras 28 y 29 presentan una disminución en la deformación unitaria a medida que aumenta el espesor de los nodos con respecto al de los ligamentos, esto indica que las estructuras son más rígidas y como se comentó anteriormente, estas tienden a estabilizar sus alteraciones dimensionales en valores de tn/t por encima de 1,5. Esto sustenta el comportamiento de los modelos donde a valores bajos de tn/t los nodos se

deforman muy fácilmente al contacto con la carga y la estructura en general se muestra muy flexible, mientras que en valores altos de tn/t , los nodos son muy rígidos y no sufren deformación significativa, ellos simplemente realizan una rotación y la mayoría del esfuerzo pasa directamente a los ligamentos (ver Figura 30).

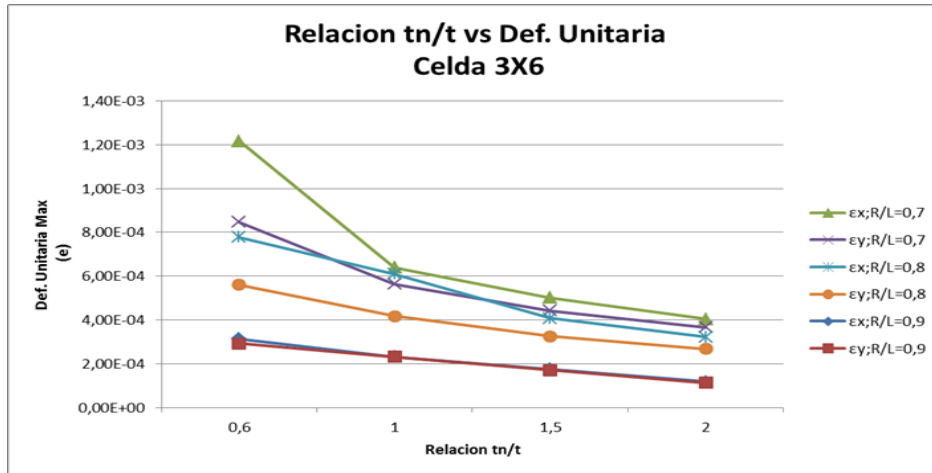


Figura 28. Deformación unitaria contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 3X6.

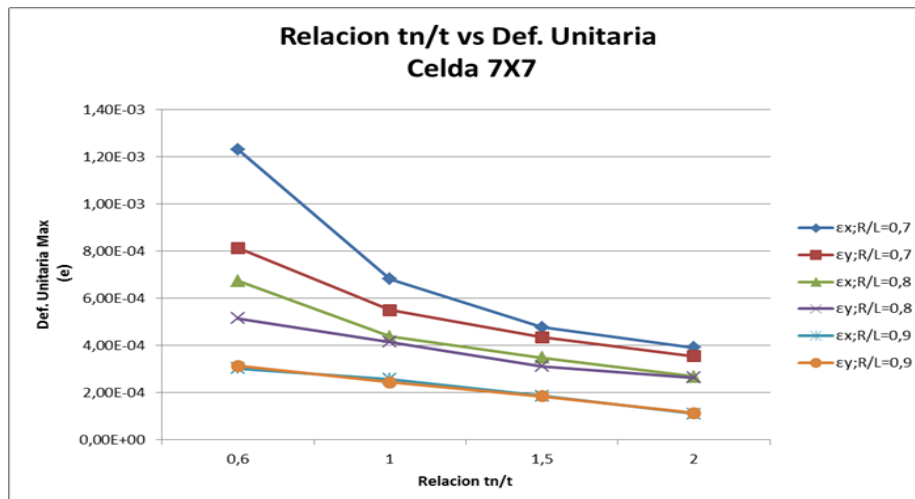


Figura 29. Deformación unitaria contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 7X7.

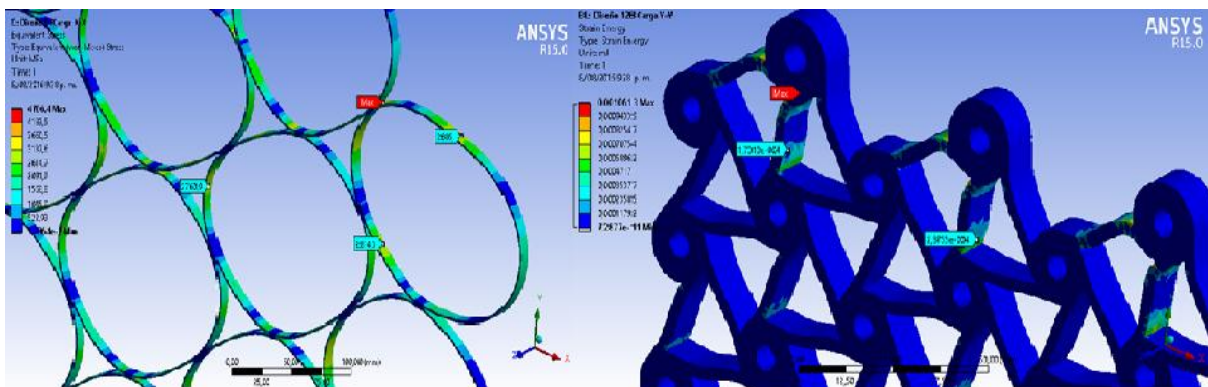


Figura 30. Deformación unitaria de estructura quiral en comparación con la relación de constitución, número de celdas 7X7.

7.1.2 Coeficiente de Poisson

En cuanto al coeficiente de Poisson los resultados muestran que las estructuras Hexaquirales si poseen un valor negativo de este (Ver Figuras 31 y 32), confirmando la teoría explicada anteriormente sobre este tema. No obstante, estos datos difieren los análisis teóricos hechos por Prall, Lakes y Spadoni[12][18], ya que si bien ellos argumentaron que las estructuras quirales poseen la condición de isotropía transversal (el cual es un tipo derivado de la anisotropía), en los resultados obtenidos se observa que el comportamiento de los modelos es totalmente anisotrópico, pues los coeficientes en la dirección v_{X-X} son más altos que los v_{Y-Y} de la dirección para todos los casos. Como se dijo anteriormente el coeficiente de Poisson está muy relacionado a la isotropía del material y para este caso los resultados son consistentes con lo presentado por Castro y Casanova[12], donde también concluyen este comportamiento como anisotrópico, sin embargo, carecen de un soporte teórico más profundo.

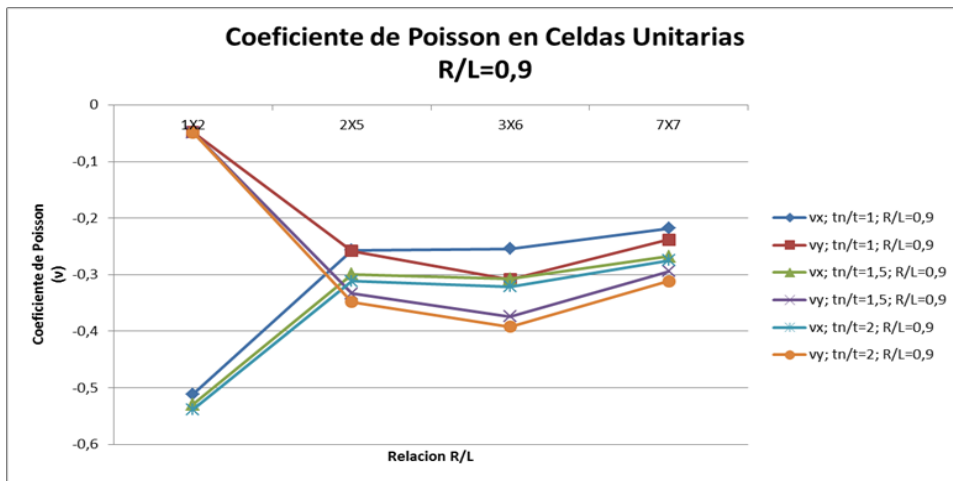


Figura 31. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto R/L=0,9.

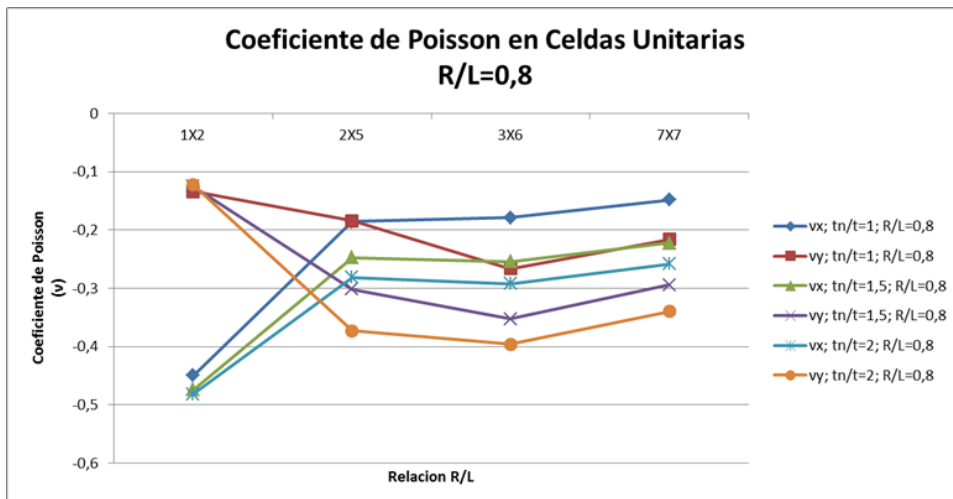


Figura 32. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Hexaquirales, relación de aspecto R/L=0,8.

Esta diferencia entre los coeficientes de Poisson para v_{Y-Y} y v_{X-X} se justifica en un punto comentado anteriormente y es que el número de nodos de cada cara de la estructura afecta bastante el comportamiento de dicho modelo, ya pues al tener pocos nodos que satisfacen la condición quiral en un estado de esfuerzo, facilita una mayor deformación direccional en comparación con las caras perpendiculares; esto difiere de lo comentado por Castro y Casanova[12] en sus estudios, donde sugieren que la diferencia entre deformaciones se debe a que los nodos de las caras con más desplazamiento direccional solo están conectados a tres ligamentos, esto es erróneo ya que todos los nodos de las caras externas del modelo cumplen con esta característica.

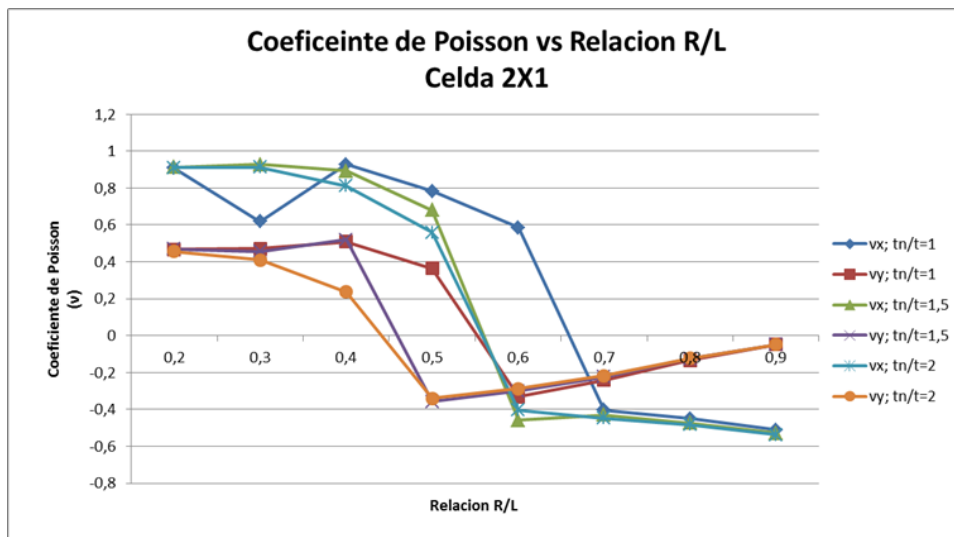


Figura 33. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L, Tamaño de celda 2X1.

En el caso particular de la Figura 33 donde se muestra el comportamiento de la relación de Poisson para el número de celdas unitarias más pequeño, se advierte que el coeficiente de Poisson comienza a ser negativo en cuando la relación de aspecto es mayor a 0,5, esto indica que a partir de ese punto para este modelo en específico se adquiere la condición auxética de quiralidad, sin embargo, es evidente que en la dirección v_{Y-Y} para todas las relaciones de constitución el modelo tiende a recuperar un comportamiento no auxético, esto se debe a que hay más nodos en las caras de la dirección v_{X-X} conservando la condición quiral solo en este sentido (Ver Figura 14).

Pasando al caso de las Figuras 34 y 35, donde se aprecia un comportamiento un poco más uniforme que en el tamaño de celda 2X1, se evidencia de igual manera que los coeficientes de Poisson direccionales v_{Y-Y} y v_{X-X} empiezan a ser negativos desde valores de R/L= 0,6; en esta instancia se requiere que el valor de la relación de aspecto aumente un poco ya que en tamaños de celda más grandes las deformaciones no son tan grandes como en modelos pequeños. También es importante comentar en el tema de la relación de constitución, que al igual que aumenta la rigidez de la estructura, produce un ligero incremento en el coeficiente de Poisson.

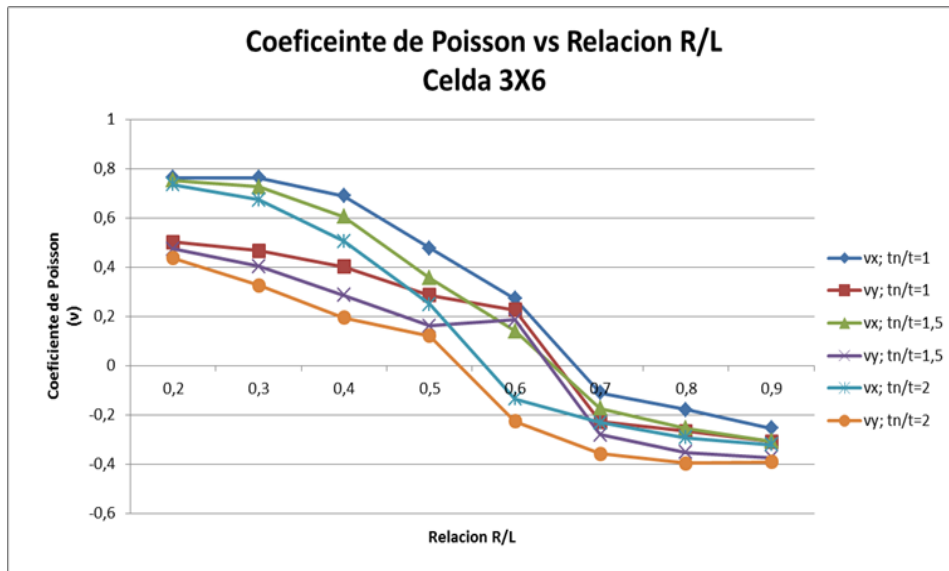


Figura 34. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L, Tamaño de celda 3X6.

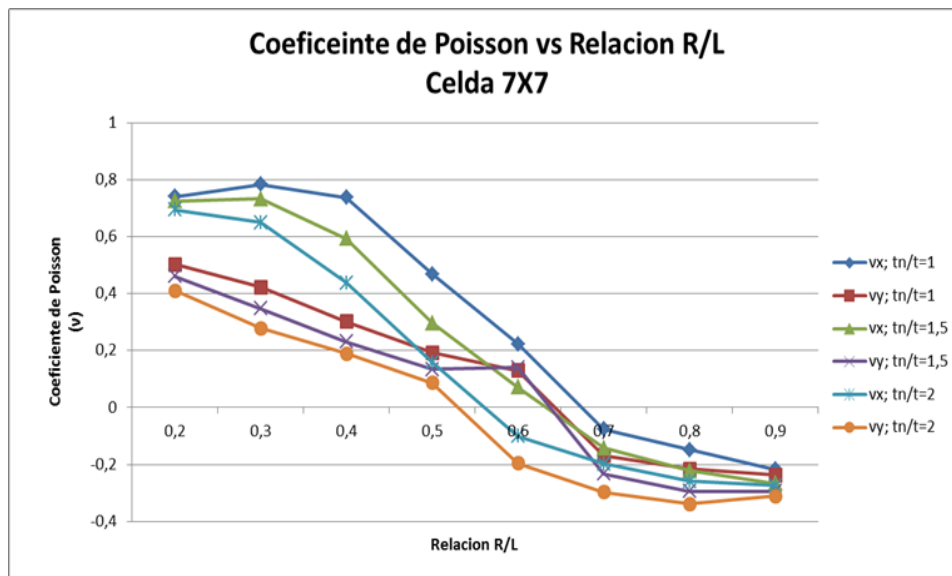


Figura 35. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto R/L, Tamaño de celda 7X7.

Por último, el comportamiento del coeficiente de Poisson direccional al variar el número de celdas unitarias y la relación de constitución de las mismas se muestra en las Figuras 36 y 37, se evidencia que a medida que aumenta el valor de tn/t , los coeficientes direccionales v_{Y-Y} y v_{X-X} son mayores, sin embargo, entre más grande sea el número de celdas unitarias por modelo y más alto sea el valor de la relación de constitución, los coeficientes direccionales tienen a estabilizar su comportamiento, esto se puede observar en la trayectoria que describen los coeficientes v_{Y-Y} y v_{X-X} en los tamaños de celda 3X6 y 7X7, se requieren valores de tn/t por encima de 1,5 para estabilizar la estructura, este resultado se aproxima a los datos concluidos por Castro y Casanova[12] donde se sugiere un valor de $tn/t = 1,33$.

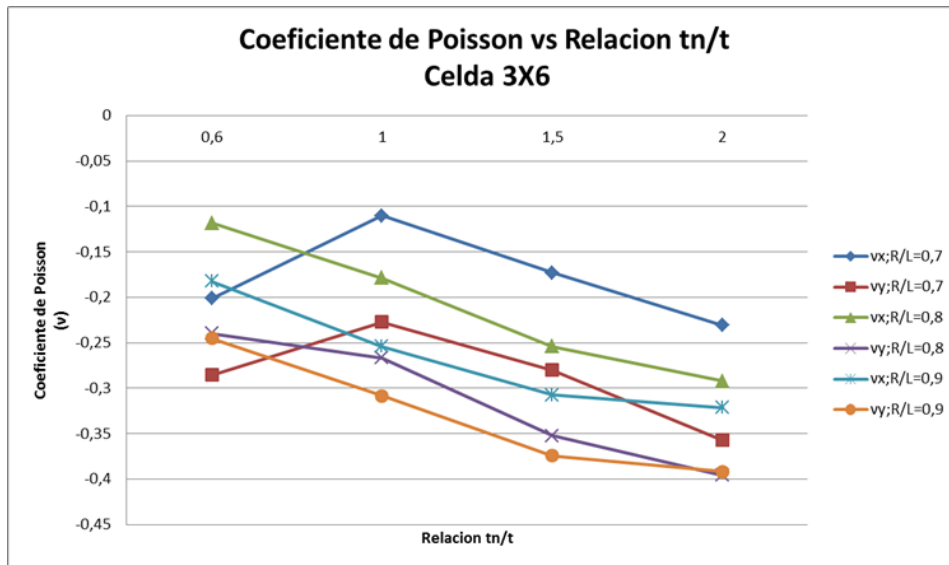


Figura 36. Coeficiente de Poisson contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 3X6.

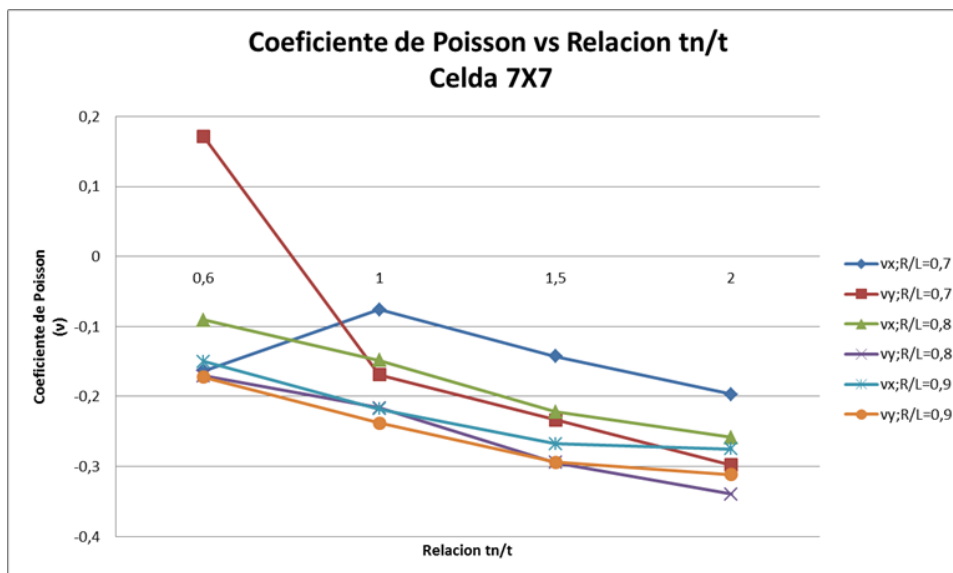


Figura 37. Coeficiente de Poisson contra relación de constitución tn/t , Tamaño de celda 7X7.

7.2 Estructuras Re-entrantes

7.2.1 Deformación Unitaria Direccional

Debido a que las deformaciones direccionales presentadas en este tipo de estructuras decrecen bastante en los cambios de espesor de ligamento, se hace necesario modificar el eje vertical correspondiente a las deformaciones unitarias a una escala logarítmica en base 10, es decir, los datos de dicha escala están en un rango de 0 a 1, donde 1 representa valores muy altos y el 0 muy bajos, de esta manera se garantiza una mejor visualización de los resultados.

En cuanto al comportamiento de la Figura 38, se aprecia una ligera disminución en la deformación unitaria a medida que aumenta la cantidad de celdas unitarias por modelo, resultando como era de esperar que los modelos con mayor número de celdas (en este caso 7X7) sean más rígidos en comparación con configuraciones más pequeñas, sin embargo, se evidencia que el aumento sustancial en la rigidez de la estructura no se encuentra del todo en la cantidad de celdas, por el contrario, el espesor de los ligamentos son los que le otorgan en gran medida su rigidez al modelo, esto se puede ver en las líneas de comportamiento ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} con un espesor de ligamento $t=6$, donde las deformaciones direccionales no superen grandes cambios mientras se modifica el número de celdas, sin embargo, al comparar las mismas líneas en un espesor menor, el cambio en la rigidez es bastante grande.

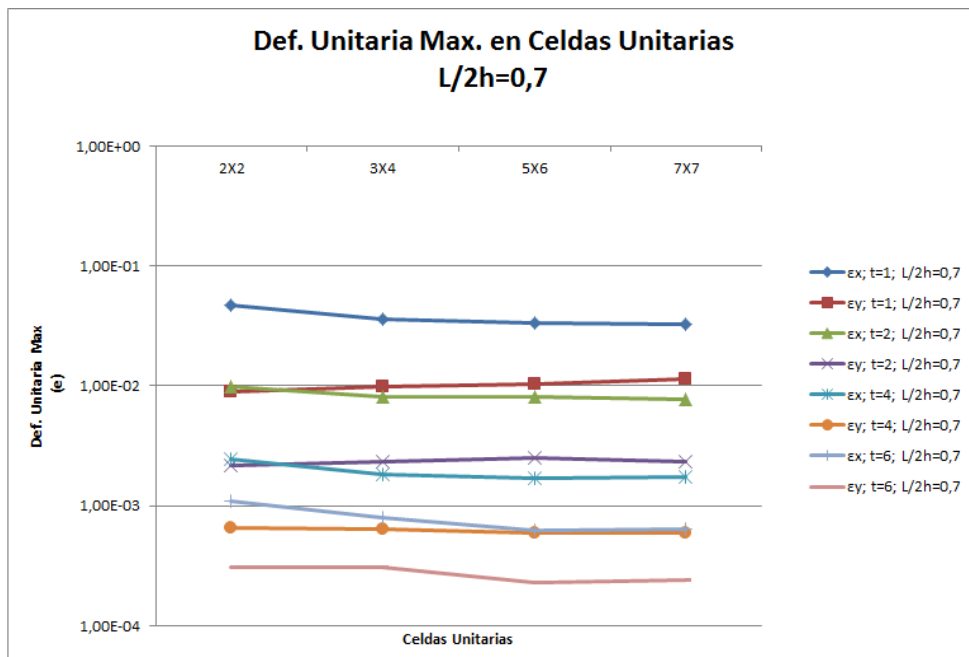


Figura 38. Deformación unitaria direccional en Celdas unitarias Re-entrantes, relación de aspecto $L/2h=0,7$.

Profundizando un poco en el tamaño de las celdas unitarias, en la Figuras 39, 40 y 41, se observa el mismo caso comentado anteriormente, donde el espesor de los ligamentos t , es el que influye de manera importante en la rigidez de cada modelo, no obstante, hay un aspecto que predomina en todas las líneas de deformación graficadas y es que los datos que corresponden a la deformación direccional ϵ_{X-X} , poseen valores más altos en comparación a las deformaciones ϵ_{Y-Y} ; esto se debe a la geometría de la celda unitaria Re-entrante, ya que al aplicar la carga en la dirección paralela al cateto h de la celda, los ligamentos diagonales L sufren un desplazamiento buscando una posición vertical.

Esta característica en estructuras Re-entrantes es más evidente cuando los valores de la relación de aspecto $L/2h$ es mayor a 0,2, pues al aumentar dicha relación los ligamentos que componen la celda unitaria aumentan en la misma proporción, es

decir, en la medida en que los ligamentos diagonales son más pequeños la estructura se vuelve más compacta y por lo tanto más rígida, todo lo contrario ocurre con un tamaño de ligamento grande, donde el modelo se expande geoméricamente y pierde rigidez en este sentido de la carga.

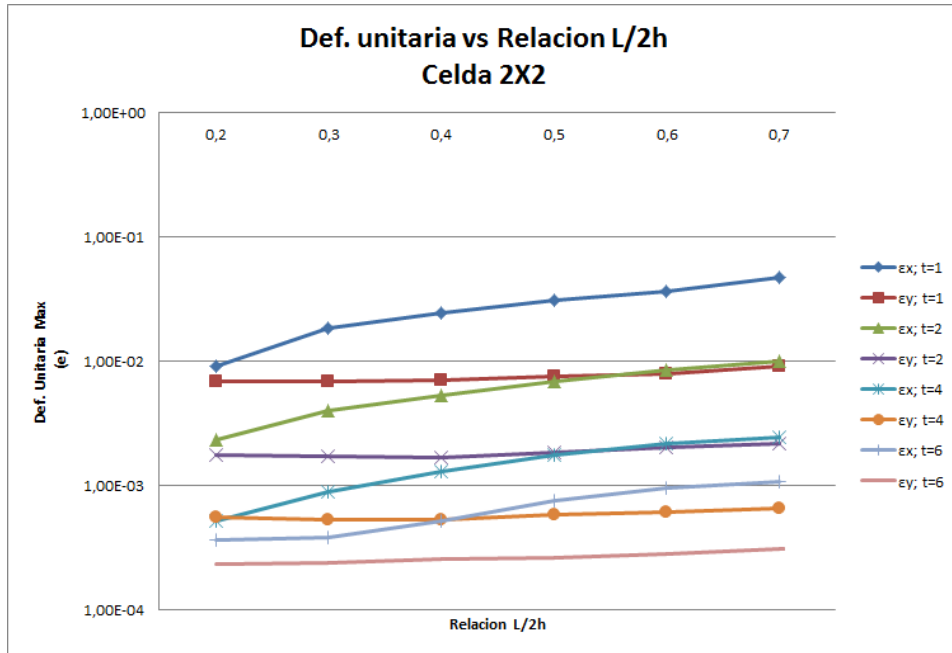


Figura 39. Deformación unitaria contra relación de aspecto L/2h, Tamaño de celda 2X2

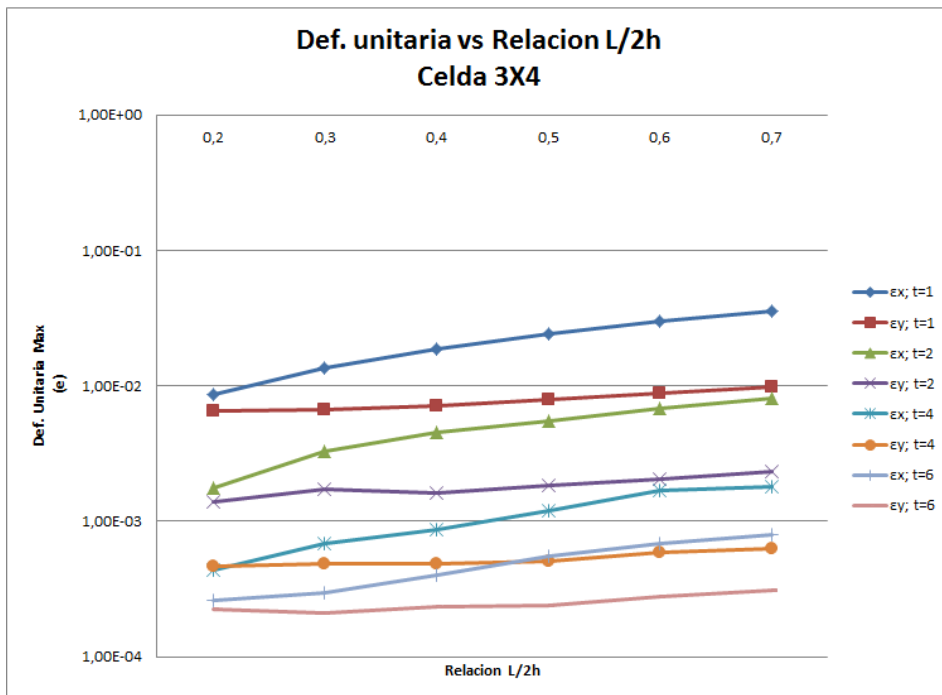


Figura 40. Deformación unitaria contra relación de aspecto L/2h, Tamaño de celda 3X4.

El hecho de que los ligamentos diagonales de las celdas unitarias que componen cada modelo permitan un mayor desplazamiento en una dirección que en la otra, sugiere un comportamiento anisotrópico para este tipo de estructuras, sin embargo, al saber que esta deformación direccional depende de la longitud del ligamento L , esto sugiere la capacidad establecer un control específico en la deformación del modelo en este sentido de carga. Por último, en la Figura 41, se observa que un mayor número de celdas unitarias influye en las deformaciones direccionales de la estructura logrando una ligera disminución entre la diferencia de valores de ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} para cada punto de la relación $L/2h$.

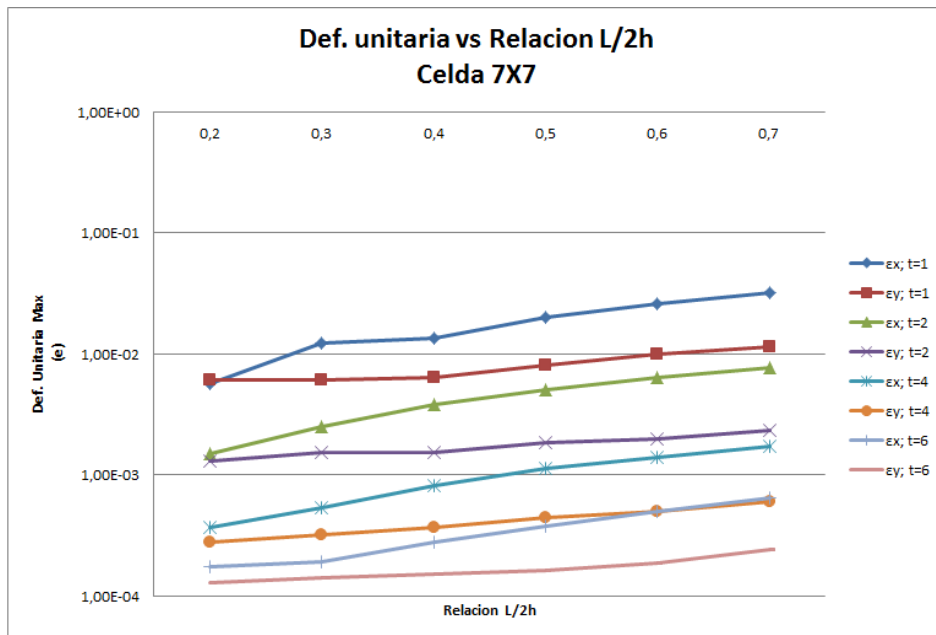


Figura 41. Deformación unitaria contra relación de aspecto $L/2h$, Tamaño de celda 7X7.

7.2.2 Coeficiente de Poisson

Continuando con los resultados en el tema del coeficiente de Poisson se puede ver la Figura 44, la cual indica los coeficientes direccionales ν_{Y-Y} y ν_{X-X} para diferentes tamaños de celdas unitarias con relación de aspecto $L/2h=0,7$, en esta gráfica se nota una particularidad y es que a medida que incrementa el número de celdas, los valores para ν_{Y-Y} y ν_{X-X} se alejan en la misma forma, esto se debe nuevamente al crecimiento en la longitud de los ligamentos diagonales de la celda, puesto que en este punto, cada celda unitaria adquiere una forma más angosta y alargada, facilitando la proporción de desplazamiento en las dos direcciones al momento de aplicar la carga, es decir, para los valores ν_{Y-Y} que se acercan a -1 se describe una deformación transversal y longitudinal similar, sin embargo, para valores de ν_{X-X} , los cuales se acercan más a 0 , ocurre todo lo contrario, teniendo una deformación transversal menor en comparación a la longitudinal.

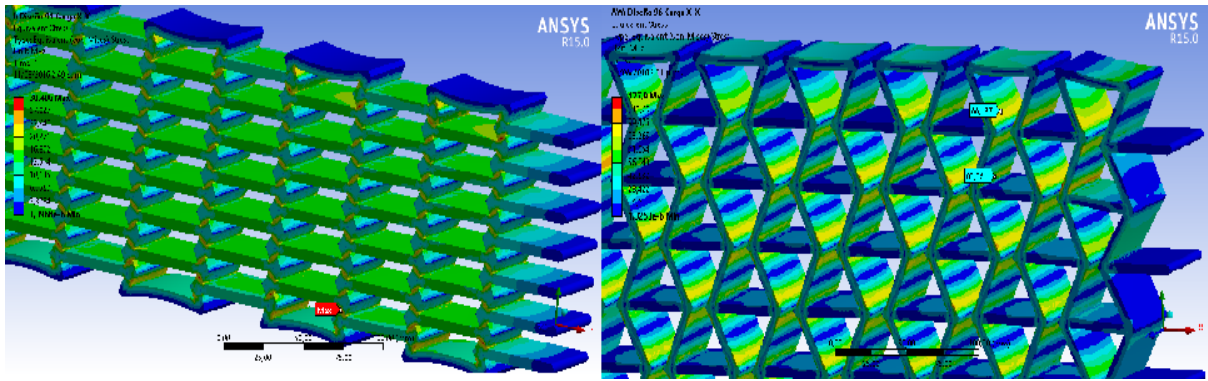


Figura 42. Esfuerzo y deformación máximos en estructuras Re-entrantes contra relación de aspecto en carga X-X, Tamaño de celda 7X7.

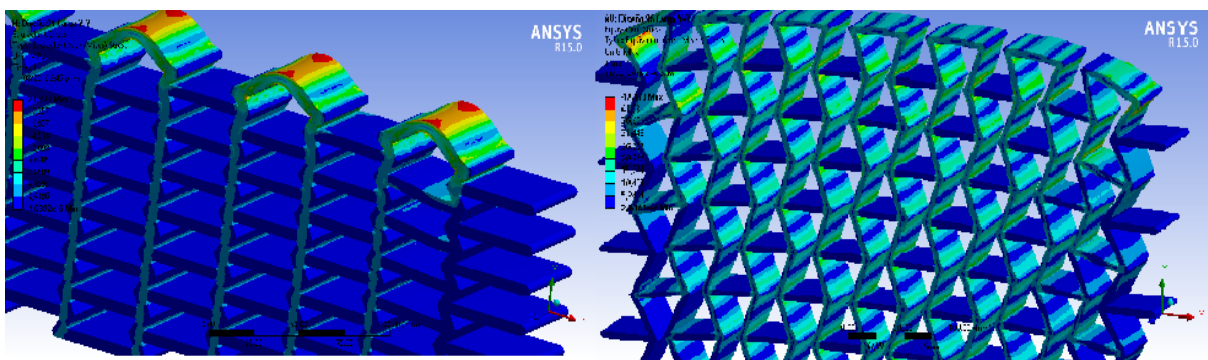


Figura 43. Esfuerzo y deformación máximos en estructuras Re-entrantes contra relación de aspecto en carga Y-Y, Tamaño de celda 7X7.

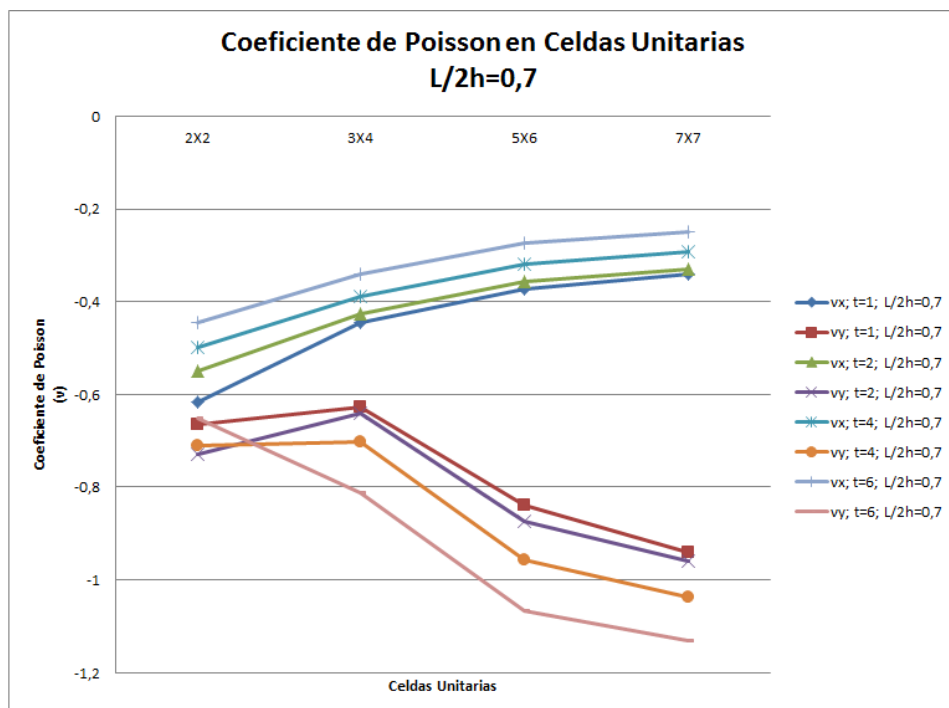


Figura 44. Coeficiente de Poisson en Celdas unitarias Re-entrantes, relación de aspecto $L/2h=0,7$.

Este comportamiento tan inusual en las estructuras Re-entrantes se puede explicar de la siguiente manera: en los modelos con ligamentos cortos, la proporción de desplazamiento perpendicular a la dirección de carga es mayor que lo presentado en ligamentos de mayor dimensión, esto se evidencia de una manera más pronunciada en espesores de ligamentos bajos ya que a la estructura se le facilita una mayor deformación (ver Figuras 42 y 43).

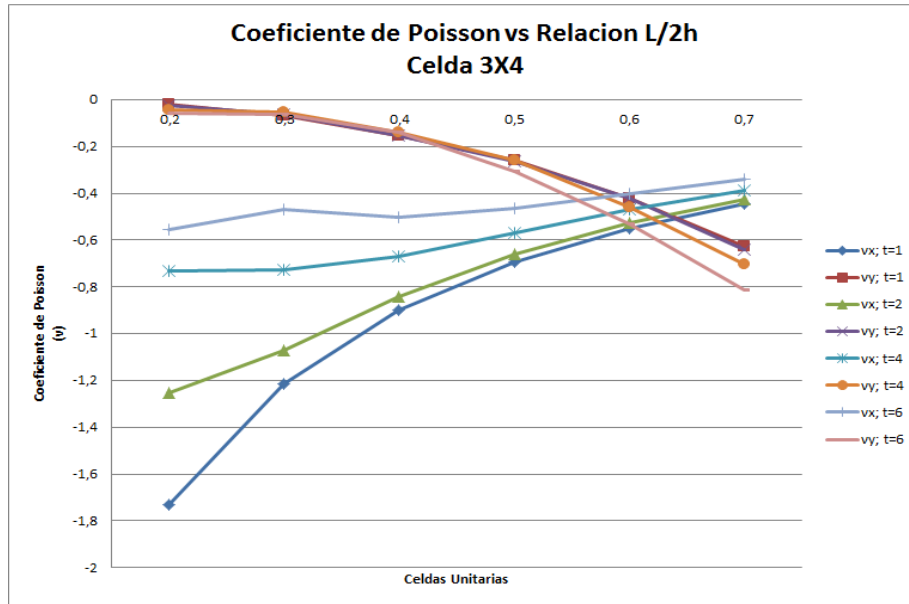


Figura 45. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto L/2h, Tamaño de celda 3X4.

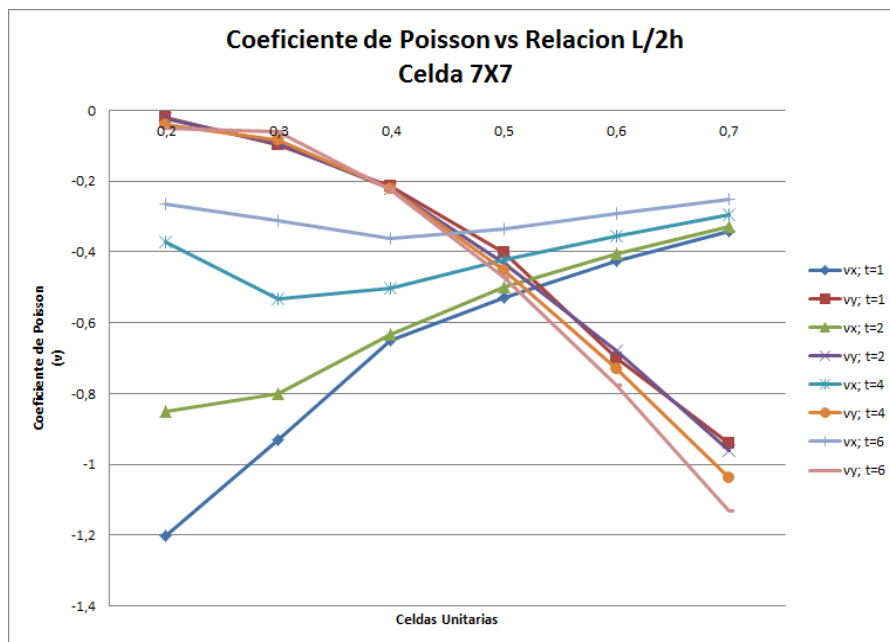


Figura 46. Coeficiente de Poisson contra relación de aspecto L/2h, Tamaño de celda 7X7.

Por último, cabe resaltar el singular comportamiento que tienen las curvas de los resultados para v_{Y-Y} y v_{X-X} , ya que en todas las gráficas estas tienen un punto donde se intersectan los coeficientes (Ver Figuras 45 y 46). Para comprender esto se requiere una interpretación más analítica sobre la anisotropía de la estructura, luego de que anteriormente se comprobará que este tipo de configuración posee un comportamiento no isotrópico, la congruencia de los valores de v_{Y-Y} y v_{X-X} en estos puntos, sugiere que la estructura experimenta una isotropía transversal cuando se cumplen los parámetros topológicos que dan esa condición. Esta especial conducta de los modelos Re-entrantes provee una característica importante pues de esta manera se puede garantizar ciertas condiciones de isotropía para cada tipo de configuración.

7.3 Marco comparativo entre aceros estructurales

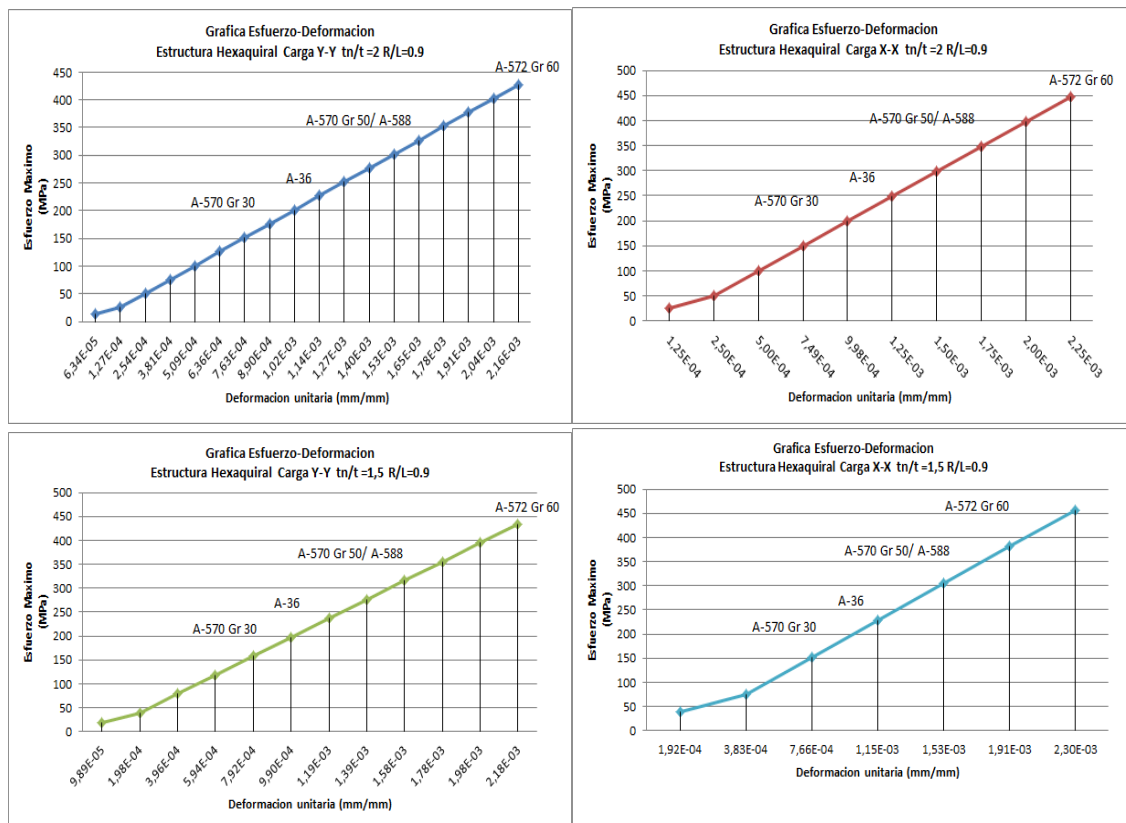


Figura 47. Evaluación del límite de fluencia de varios aceros estructurales en configuración Hexaquiral, Tamaño de celda 7X7.

Conforme a los materiales estructurales seleccionados para la evaluación elástica de las diferentes configuraciones auxéticas, las Figuras 47 y 48 muestran los resultados de esfuerzo contra deformación unitaria para cada tipo de acero en su punto máximo de resistencia a la fluencia. Solamente se evaluó los esfuerzos en los aceros hasta su límite de fluencia ya que este estudio se enfoca en el comportamiento elástico lineal tanto del material constitutivo como de la estructura misma.

De acuerdo con los análisis realizados previamente entre los modelos creados para cada tipo de estructura, se destaca el incremento de la rigidez a medida que se aumenta la relación de constitución del modelo; sin embargo, al comparar estos resultados entre los dos tipos principales de configuraciones (Re-entrantes y Hexaquirales) se evidencian características particulares. Al confrontar las deformaciones en las direcciones ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} para los modelos más rígidos de cada tipo de estructura, se evidencian valores similares cercanos a $2,16e-3$ en la dirección ϵ_{Y-Y} para el acero A-572 Gr. 60, no obstante, en el caso de las direcciones ϵ_{X-X} la deformación es mayor en las estructuras Hexaquirales.

Este caso se repite proporcionalmente en los demás tipos de acero para los modelos más rígidos (Re-entrantes y Hexaquirales), demostrando que las estructuras Hexaquirales se permiten mayores deformaciones en la dirección ϵ_{X-X} , antes de llegar al límite de la zona elástica de los aceros, por otro lado, las deformaciones en la dirección ϵ_{Y-Y} son similares tanto en las configuraciones Re-entrantes como Hexaquirales. Además de esto, en los puntos cercanos a aceros con un límite de fluencia muy bajo, como el acero A-570 Gr 30, las deformaciones direccionales para las dos estructuras tienden a tener valores cercanos.

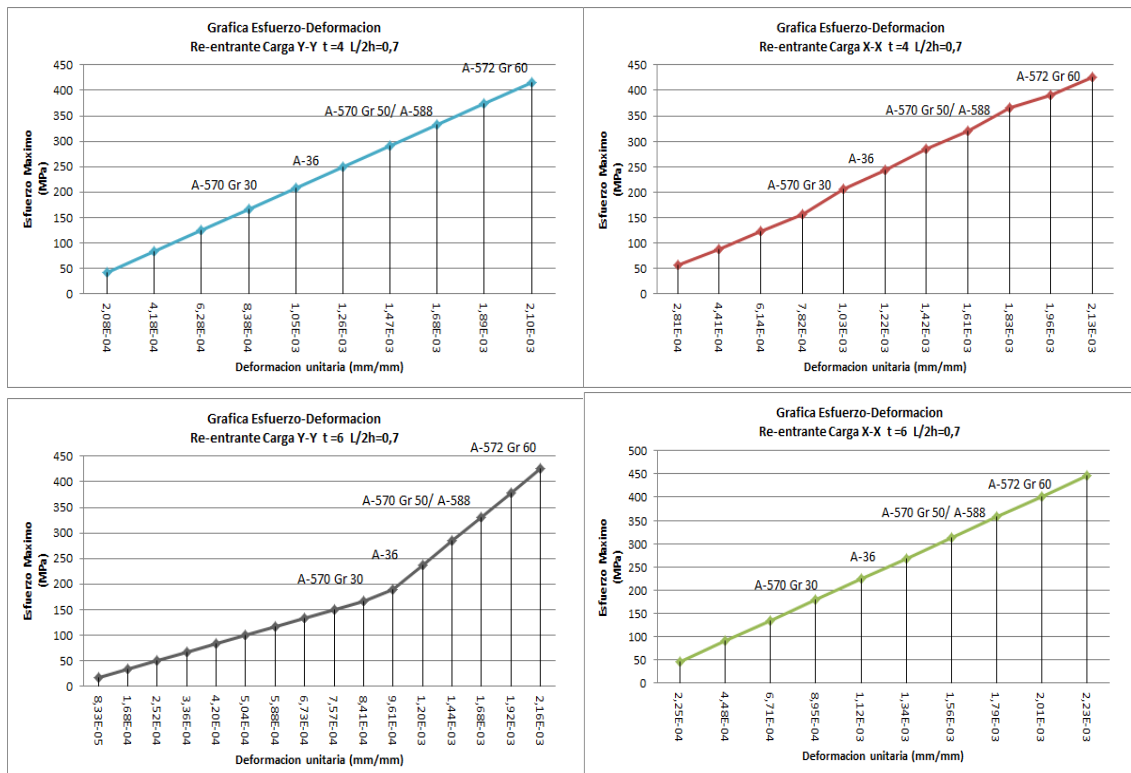


Figura 48. Evaluación del límite de fluencia de varios aceros estructurales en configuración Re-entrante, Tamaño de celda 7X7.

En cuanto a los modelos con una relación de constitución más baja para cada tipo de estructura, se advierten deformaciones semejantes en las direcciones ϵ_{Y-Y} y ϵ_{X-X} en la mayoría de los aceros, sin embargo, para el acero A-572 Gr. 60 que es el que posee el más alto valor de fluencia, las deformaciones unitarias se presentan con mayor valor

en las estructuras Hexaquirales. Esto concluye que al ser sometidas a esfuerzos de fluencia altos las configuraciones quirales son más elásticas en comparación con las estructuras Re-entrantes, donde las direcciones de deformación ϵ_{X-X} suelen ser las más pronunciadas.

8. CONCLUSIONES

Después de realizar los pertinentes estudios de los modelos Auxéticos presentados en este trabajo, se concluye que el aumento de la relación de aspecto, la relación de constitución y el número de celdas unitarias en las estructuras Hexaquirales, influyen en la rigidez del modelo frente a cargas axiales, manifestando una relación inversamente proporcional entre los factores mencionados y las deformaciones presentadas en las estructuras. Por otro lado, en cuanto a los modelos Re-entrantes, se evidencia un caso diferente, ya que la rigidez de la estructura se ve influenciada principalmente por el espesor t de los ligamentos de las estructuras, es decir, por la relación de constitución; dejando de lado las variables como el número de celdas unitarias y la relación de aspecto $L/2h$, las cuales si aportan a minimizar las deformaciones en los modelos pero en una proporción mucho menor.

En cuanto al coeficiente de Poisson en las configuraciones Hexaquirales se evidencia un tipo de anisotropía llamado isotropía transversal, resultando congruente con los postulados de investigaciones anteriores, sin embargo, esta condición isotrópica solo se manifiesta cuando la geometría de las estructuras adopta la condición auxética quiral ($R/L > 0,5$), determinando para las demás configuraciones una condición netamente anisotrópica. Además de esto, se confirma el argumento postulado por Spadoni donde dice que el coeficiente de Poisson está estrechamente vinculado con la relación t/L , pues en este estudio se utilizó una relación $t/L = 0,1$, mucho menor a la que Spadoni uso en su investigación, resultando en valores más alejados a -1 que los obtenidos por dicho autor.

En las estructuras Re-entrantes se evidencia un caso particular en cuanto al coeficiente de Poisson, puesto que en general los modelos estudiados demuestran una condición completamente anisotrópica para la mayoría de las variaciones topológicas creadas, no obstante, al graficar dichos resultados, existen puntos de congruencia donde los valores de ν_{Y-Y} y ν_{X-X} son iguales para todas las configuraciones, demostrando que en este tipo de estructuras se manifiesta una isotropía transversal en puntos topológicos específicos de cada modelo. Esto resulta bastante interesante, pues no se descarta del todo un comportamiento isotrópico en configuraciones Re-entrantes, incentivando de esta manera el control geométrico de los modelos para obtener dicho comportamiento.

Pasando al análisis realizado en los dos tipos de estructuras para diferentes puntos de fluencia en aceros estructurales, se demuestra que para aceros con puntos de fluencia medios o bajos ($f_y \leq 300 \text{ Mpa}$), las deformaciones tanto en la dirección de carga X-X

como en la dirección Y-Y son similares para los dos tipos de estructuras, no obstante, al aumentar el esfuerzo al que es sometido el modelo llegando a límites de fluencia altos ($f_y > 300 \text{ Mpa}$), las configuraciones quirales evidencian una mayor elasticidad en su comportamiento, tanto para las deformaciones en ϵ_{Y-Y} como para deformaciones en ϵ_{X-X} . Esto demuestra que en modelos sometidos a esfuerzos y deformaciones unitarias grandes en el campo elástico lineal las estructuras Re-entrantes son más rígidas en comparación con los modelos Hexaquirales.

9. RECOMENDACIONES

De acuerdo a los resultados y los análisis realizados para cada tipo de modelo auxético, se sugiere ahondar en los siguientes puntos, para investigaciones posteriores o similares:

- Una mayor profundización y definición del estado anisotrópico total o parcial de las estructuras Auxéticas, planteando aplicaciones experimentales reales donde se puedan cuantificar esta característica o utilizando modelos computacionales más refinados.
- La comparación de varios tipos y configuraciones de estructuras Auxéticas usando otros tipos de materiales constitutivos a los utilizados en este estudio, ampliando de esta manera el espectro del comportamiento mecánico de los modelos Auxéticos en diferentes materiales.
- Realizar análisis experimentales sobre la implementación práctica de las estructuras auxéticas analizadas en esta investigación en aplicaciones estructurales como celosías o vigas y columnas compuestas.

10. REFERENCIAS

- [1] Teik-Chen Lim. Auxetic Materials and Structures. 1 ed. Springer Science+Business Media Singapore 2015.
- [2] Antonio Pérez González. Coeficiente de Poisson [En línea]. Mecapedia-Enciclopedia virtual de ingeniería mecánica. Área de Ingeniería mecánica. Universidad Juame I. Castellón. [Citado 28 Feb, 2016]. Disponible en: http://www.mecapedia.uji.es/coeficiente_de_Poisson.htm
- [3] Saint-Venant A.J.C.B. “Resumen de la experiencia en la aplicación de la mecánica a la creación de edificios y maquinaria”, la primera edición, 1848 París.
- [4] Fung Y.C. “Foundations of solid mechanics”. Prentice-Hall, 1965 New Jersey
- [5] Evans K. E. “Auxetic polymers: a new range of materials”. Endeavour N° 15: Pág. 170–174. 1991.
- [6] Alderson A, Alderson K.L. “Auxetic materials”. IMechE J Aerosp Eng N° 221: Pag 565–575. 2007.
- [7] Gibson L.J, Ashby M.F, Schajer G.S, Roberson C.I. “The mechanics of two-dimensional cellular materials”. Proc R Soc Lond A N° 382: Pág 25–42. 1982.
- [8] Wojciechowski K.W, Branka A.C “Negative Poisson ratio in a two-dimensional “isotropic” solid”. Phys Rev A 40: Pág 7222–7225. 1989.
- [9] Yunan Prawoto. “Seeing Auxetic materials from the mechanics point of view: A structural review on the negative Poisson ratio”. Computational Materials Science. Junio 2012
- [10] Sergio L. Ribeiro, Thais A. Silva, Luciano M. Gomes V, “Geometrics Effects of Sustainable Auxetic Structures Integrating the Particle Swarm Optimization and Finite Element Method”, Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João del Rei – UFSJ, Materials Research. 2014; 17(3): 747-757
- [11] Oscar G. Castro .A. Gonzalo F. Casanova G. Yesid Aguilar C. “Estructuras Hexaquirales con coeficiente de Poisson negativo bajo carga uniaxial en el plano”. Universidad del Norte-Colombia. Ingeniería y Desarrollo. ISSN 0122-3461.Vol 30 N° 1 Enero-Junio 2012
- [12] D. Prall and R. S. Lakes, “Properties of a chiral honeycomb with a Poisson’s ratio - 1,” J. of Mech. Sciences, vol. 39, pp. 305-314, 1996.

- [13] Osama A. M. Abdelaal and Saied M. H. Darwish. "Analysis, Fabrication And Biomedical Application of Auxetic Cellular Structures". IJEIT (International Journal Of Engineering and Innovative Technology), Vol. 2, Issue 3, 2012.
- [14] M. Sanami, N. Ravirala, K. Alderson, A. Alderson. "Auxetic Materials for Sports Applications". Procedia Engineering, 72(2014), Pág 453-458.
- [15] R. C. Hibbeler. "Mecánica de Materiales". Sexta edición. México. PEARSON EDUCACIÓN. 2006. ISBN: 970-26-0654-3.
- [16] F. P. Beer. "Mecánica de Materiales". Quinta edición. México. Mc Graw Hill EDUCACION. 2009. ISBN 13-978-607-15-0263-6.
- [17] L. Gibson and M. Ashby, "The mechanics of honeycombs," in Cellular solids, Structure and Properties, 2th ed. Cambridge, USA: Cambridge University Press, 1997, ch. 4, sec. 4.3, pp. 94-98.
- [18] Spadoni A, Ruzzene M (2012) "Elasto-static micro polar behavior of a chiral auxetic lattice". J Mech Phys Solids 60(1):156–171.
- [19] Estudio y clasificación de los Aceros - Tutorial 101. Ingemecanica. Disponible en:<http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn101.html>
- [20] Ansys Mechanical APDL Theory Reference-Element Library, Ansys Inc, Release 15.0, November 2013.
- [21] Oswaldo Pastran B "Guía para el análisis y solución de problemas de resistencia de materiales" Primera edición. Colombia. Editorial UD-Universidad Distrital Francisco José de Caldas. 2013. ISBN 978-958-8832-34-0.
- [22] A. Y. Haeri, D. J. Weidner, and J. B. Parise, "Elasticity of α -cristobalite: a silicon dioxide with a negative Poisson's ratio", Science, 257, 650-652 (1992).